

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Bárbara Scardini Domingues

**OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS CONSIDERANDO ANÁLISE NÃO
LINEAR E CARREGAMENTO DINÂMICO**

Vitória - ES

2024

BÁRBARA SCARDINI DOMINGUES

**OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS CONSIDERANDO ANÁLISE NÃO
LINEAR E CARREGAMENTO DINÂMICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil na área de concentração Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves

Co-Orientador: Prof. Dr. Marcos Antonio Campos Rodrigues

Vitória - ES

2024

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

D671o Domingues, Bárbara Scardini, 1997-
Otimização de estruturas treliçadas considerando análise não linear e carregamento dinâmico / Bárbara Scardini Domingues. - 2024.
110 f. : il.

Orientador: Élcio Cassimiro Alves.
Coorientador: Marcos Antonio Campos Rodrigues.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Análise estrutural (Engenharia). 2. Otimização estrutural. 3. Dinâmica. 4. Construção metálica. I. Alves, Élcio Cassimiro. II. Rodrigues, Marcos Antonio Campos. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 624

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS CONSIDERANDO ANÁLISE NÃO LINEAR E CARREGAMENTO DINÂMICO

Bárbara Scardini Domingues

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Estruturas.

Aprovada no dia **03 de maio de 2024** por:

Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves
Doutor em Engenharia e Tecnologia Espaciais
Orientador – UFES

Prof. Dr. Marcos Antonio Campos Rodrigues
Doutor em Engenharia Civil
Coorientador - UFES

Prof. Dr. João Victor Fragoso Dias
Doutor em Engenharia de Estruturas
Examinador Interno – UFES

Prof. Dr. Guilherme Fleith de Medeiros
Doutor em Engenharia Civil
Examinador Externo - UPF

Vitória – ES, maio de 2024





DOCUMENTOS DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DA ALUNA BÁRBARA SCARDINI DOM

Data e Hora de Criação: 02/05/2024 às 10:16:23

Documentos que originaram esse envelope:

- ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO.doc (Documento Microsoft Word) - 1 página(s)
- FOLHA DE ROSTO.doc (Documento Microsoft Word) - 1 página(s)



Hashs únicas referente à esse envelope de documentos

[SHA256]: df9ad292e1b6c8c594358442178578dd78371d14f6c2902b4a8cb52a8488ad90

[SHA512]: c5b26e2cb96e1f1d9b6693cd6332407f8ec596f3915dba39a22d83157f3e3d101e03a9fa38420f18c96349fecbed2fef9602c6508f600baeb32e38a30b65e46e

Lista de assinaturas solicitadas e associadas à esse envelope



ASSINADO - Élcio Cassimiro Alves (elcio.calves1@gmail.com;elcio.alves@ufes.br;)

Data/Hora: 06/05/2024 - 09:32:50, IP: 179.102.134.112, Geolocalização: [-20.363305, -40.299323]

[SHA256]: 4d50c42e775961595a78754bdacbfcd8c5fc3f4198b88a453a319de35e883803



ASSINADO - Guilherme Fleith de Medeiros (guifleith@upf.br)

Data/Hora: 06/05/2024 - 12:02:31, IP: 168.194.56.245, Geolocalização: [-28.295168, -52.782694]

[SHA256]: cdba1c07d79ce9e83180d76c5e6b23b354920e57c9d211d9f6f240712fb9a40a



ASSINADO - João Victor Fragoso Dias (joao.v.dias@ufes.br)

Data/Hora: 06/05/2024 - 14:13:43, IP: 200.137.65.107, Geolocalização: [-20.273053, -40.304410]

[SHA256]: e4939aaf2f78d38cf4f8068f5088f9d0e95d638936faa39a84317db73b988b35



ASSINADO - Marcos Antonio Campos Rodrigues (marcos.a.rodrigues@ufes.br;)

Data/Hora: 06/05/2024 - 11:27:11, IP: 38.42.203.231

[SHA256]: 85b54866e4a7fa60cd6de8daccfc477be6b34629e9720bb11e9f74603bc226c

Histórico de eventos registrados neste envelope

- 06/05/2024 14:13:43 - Envelope finalizado por joao.v.dias@ufes.br, IP 200.137.65.107
- 06/05/2024 14:13:43 - Assinatura realizada por joao.v.dias@ufes.br, IP 200.137.65.107
- 06/05/2024 14:13:31 - Envelope visualizado por joao.v.dias@ufes.br, IP 200.137.65.107
- 06/05/2024 12:02:31 - Assinatura realizada por guifleith@upf.br, IP 168.194.56.245
- 06/05/2024 12:02:06 - Envelope visualizado por guifleith@upf.br, IP 168.194.56.245
- 06/05/2024 11:27:11 - Assinatura realizada por marcos.a.rodrigues@ufes.br;, IP 38.42.203.231
- 06/05/2024 11:27:05 - Envelope visualizado por marcos.a.rodrigues@ufes.br;, IP 38.42.203.231
- 06/05/2024 09:32:50 - Assinatura realizada por elcio.calves1@gmail.com;elcio.alves@ufes.br;, IP 179.102.134.112
- 06/05/2024 09:32:48 - Envelope visualizado por elcio.calves1@gmail.com;elcio.alves@ufes.br;, IP 179.102.134.112
- 06/05/2024 09:30:21 - Envelope registrado na Blockchain por sidney.barbara@ufes.br, IP 200.137.65.106
- 06/05/2024 09:30:20 - Envelope encaminhado para assinaturas por sidney.barbara@ufes.br, IP 200.137.65.106
- 02/05/2024 10:16:31 - Envelope criado por sidney.barbara@ufes.br, IP 200.137.65.106

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Élcio, por toda confiança, paciência e incentivo. Obrigada por aceitar esse desafio e me conduzir com toda a experiência, tornando possível a conclusão desse trabalho.

Aos professores, funcionários e colegas do centro tecnológico e do departamento de Engenharia Civil.

À Universidade Federal do Espírito Santo, por me acolher por todos esses anos e pelo ensino público e de qualidade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio dado ao programa de pós-graduação em engenharia civil da UFES e à Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo (FAPES) pela bolsa de pesquisa concedida ao longo do mestrado.

RESUMO

As técnicas de otimização estrutural, além de automatizar o processo de dimensionamento, ajudam os projetistas a desenvolverem projetos mais econômicos de maneira mais eficiente. Algumas estruturas treliçadas de grande escala podem apresentar carregamentos dinâmicos, grandes deslocamentos e plastificação do material, sendo necessária uma análise não linear. Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo realizar a otimização de estruturas treliçadas com comportamento não linear geométrico e físico submetidas a carregamento dinâmico. Para isso, foi necessário determinar a área da seção transversal das barras que minimiza a massa total da estrutura, impondo-se restrições aos deslocamentos nodais, tensões axiais e força axial de compressão. Para o problema de otimização, foi desenvolvido um programa computacional na plataforma Matlab, utilizando o Algoritmo de Dispersão de Partículas (PSO), o Algoritmo Genético (AG), em ferramenta nativa do Matlab, foi empregado para verificação e comparação dos resultados. O procedimento de análise dinâmica não linear geométrica e física foi realizada por meio do *software* Ansys, utilizando o método de Newmark acoplado ao método Newton-Raphson. Exemplos de treliças planas e espaciais submetidas a diferentes tipos de carregamento dinâmico foram resolvidos com a aplicação do programa computacional desenvolvido e validados por meio da comparação com soluções presentes na literatura. Os resultados indicaram que o efeito das não linearidades na otimização das estruturas é particular para cada caso, o PSO foi o algoritmo que teve melhor desempenho e robustez e o efeito do amortecimento levou a uma redução na massa final.

Palavras-chave: Otimização estrutural. Não linearidade geométrica. Não linearidade física. Análise dinâmica. Treliças. Estruturas de aço.

ABSTRACT

Structural optimization techniques help designers to develop economical projects more efficiently, in addition to automating the design process. Some large-scale truss structures may present dynamic loading, large displacements, and material plastification, requiring a nonlinear analysis. Therefore, this work aims to optimize truss structures considering geometric and material nonlinear behavior when subjected to dynamic loading. Thus, it was necessary to determine the cross-sectional area of the bars that minimizes the total mass of the structure, imposing constraints on nodal displacements, axial stresses, and axial compression force. For the optimization problem, a computational program was developed on the Matlab platform using Particle Swarm Optimization (PSO) and the Genetic Algorithm (GA), a native Matlab tool to verify the results. The geometric and material nonlinear dynamic analysis procedure was performed using the Ansys software, with the Newmark method coupled with the Newton-Raphson method. Examples of plane and spatial trusses subjected to different types of dynamic loading were solved using the developed computational program and validated by comparison with solutions present in the literature. The results indicated that the effect of nonlinearities on the optimized structures is particular to each case, PSO was the algorithm that shown best performance and robustness and the damping effect led to a reduction in the final mass.

Keywords: Structural optimization. Geometric nonlinearity. Material nonlinearity. Dynamic analysis. Trusses. Steel structures.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Assuntos abordados no estado da arte.	39
Tabela 2: Resultados otimização da treliça plana de duas barras.	57
Tabela 3: Resultados da otimização do domo geodésico.	63
Tabela 4: Resultados da otimização da torre treliçada.....	68
Tabela 5: Resultados da otimização da treliça plana de dez barras.	74
Tabela 6: Resultados da otimização do domo geodésico.	79
Tabela 7: Resultados da otimização da torre treliçada.....	84
Tabela 8: Resultados da otimização do domo geodésico com e sem amortecimento.	90
Tabela 9: Comparativo entre análises da otimização do domo geodésico.....	94
Tabela 10: Resultados da otimização da torre treliçada.....	97
Tabela 11: Comparativo entre análises da otimização da torre treliçada.	100

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplo de efeito de segunda ordem para pilar.....	22
Figura 2: Curva tensão-deformação para material dúctil genérico.....	23
Figura 3: Esquema de funcionamento do algoritmo genético.....	28
Figura 4: Esquema de funcionamento do algoritmo de dispersão de partículas.....	31
Figura 5: Esquema de funcionamento do programa computacional de otimização.....	42
Figura 6: Tipos de estruturas: (a) Treliça plana de duas barras; (b) arco treliçado; (c) domo geodésico; (d) treliça plana de dez barras; (e) viga treliçada; e (f) torre treliçada.	43
Figura 7: Graus de liberdade do elemento LINK180.....	43
Figura 8: Curva tensão-deformação elastoplástica bilinear.....	44
Figura 9: Tipos de carregamentos dinâmicos: (a) constante; e (b) triangular.....	49
Figura 10: Arco treliçado.....	50
Figura 11: Deslocamento nodal do arco treliçado.....	51
Figura 12: Viga treliçada.....	52
Figura 13: Deslocamento nodal da viga treliçada para $\xi = 0$	52
Figura 14: Deslocamento nodal da viga treliçada para $\xi = 5\%$	53
Figura 15: Análise comparativa da análise com e sem amortecimento da viga treliçada.	54
Figura 16: Treliça plana de duas barras.....	55
Figura 17: Deslocamento nodal da treliça plana de duas barras.....	55
Figura 18: Deslocamento e tensões da treliça plana de duas barras otimizada.....	57
Figura 19: Treliça plana de duas barras: massa total x avaliações da função objetivo.	58
Figura 20: Restrições normalizadas da otimização da treliça plana de duas barras.....	58
Figura 21: Domo no geodésico: a) vista frontal; b) vista superior.....	59
Figura 22: Deslocamento nodal do domo geodésico para $\xi = 0$	60
Figura 23: Deslocamento nodal do domo geodésico para $\xi = 5\%$	61
Figura 24: Análise comparativa da análise com e sem amortecimento do domo geodésico.....	61
Figura 25: Agrupamento de barras do domo geodésico.....	62
Figura 26: Deslocamento nodal do domo geodésico otimizado.....	64
Figura 27: Tensão axial do domo geodésico otimizado.....	64

Figura 28: Domo geodésico: massa total x avaliações da função objetivo.	65
Figura 29: Restrições normalizadas da otimização do domo geodésico.	65
Figura 30: Torre treliçada.	66
Figura 31: Deslocamento nodal da torre treliçada.	67
Figura 32: Agrupamento de barras da torre treliçada.	68
Figura 33: Deslocamento nodal da torre treliçada otimizada.	69
Figura 34: Tensão axial nas barras da torre treliçada otimizada.	69
Figura 35: Torre treliçada: massa total x avaliações da função objetivo.	70
Figura 36: Restrições normalizadas da otimização da torre treliçada.	70
Figura 37: Treliça plana de dez barras.	71
Figura 38: Carregamento aplicado na treliça plana de dez barras.	72
Figura 39: Tensão axial na barra um da treliça plana de dez barras.	72
Figura 40: Tensão axial na barra três da treliça plana de dez barras.	73
Figura 41: Tensão axial na barra um da treliça plana de dez barras otimizada.	75
Figura 42: Tensão axial na barra três da treliça plana de dez barras otimizada.	75
Figura 43: Comparativo entre análises para tensão na treliça plana de dez barras otimizada.	76
Figura 44: Comparativo entre análises para deslocamento na treliça plana de dez barras otimizada.	76
Figura 45: Treliça plana de dez barras: massa total x avaliações da função objetivo.	77
Figura 46: Restrições normalizadas da otimização da treliça plana de dez barras. ..	77
Figura 47: Deslocamento nodal do domo geodésico.	78
Figura 48: Tensão axial do domo geodésico.	78
Figura 49: Deslocamento nodal do domo geodésico otimizado.	80
Figura 50: Tensão axial do domo geodésico otimizado.	80
Figura 51: Domo geodésico: massa total x avaliações da função objetivo.	81
Figura 52: Restrições normalizadas da otimização do domo geodésico.	81
Figura 53: Deslocamento nodal da torre treliçada.	82
Figura 54: Tensão axial na barra seis da torre treliçada.	82
Figura 55: Tensão axial na barra 19 da torre treliçada.	83
Figura 56: Deslocamento nodal da torre treliçada otimizada.	84
Figura 57: Tensão axial nas barras 18 e 21 da torre treliçada otimizada.	85
Figura 58: Tensão axial nas barras 19 e 20 da torre treliçada otimizada.	85

Figura 59: Torre treliçada: massa total x avaliações da função objetivo.	86
Figura 60: Restrições normalizadas da otimização da torre treliçada.	86
Figura 61: Deslocamento nodal do domo geodésico para $\xi = 0$	88
Figura 62: Tensão axial no domo geodésico para $\xi = 0$	88
Figura 63: Comparativo entre análise não linear com e sem amortecimento do domo geodésico.	89
Figura 64: Deslocamento nodal do domo geodésico otimizado para $\xi=0$	91
Figura 65: Tensão axial do domo geodésico otimizado para $\xi=0$	91
Figura 66: Comparativo do deslocamento nodal do domo geodésico otimizado com e sem amortecimento.	92
Figura 67: Comparativo de tensão axial do domo geodésico otimizado com e sem amortecimento.	92
Figura 68: Domo geodésico: massa total x avaliações da função objetivo.	93
Figura 69: Restrições normalizadas da otimização do domo geodésico.	93
Figura 70: Deslocamento nodal da torre treliçada.	95
Figura 71: Tensão axial na barra 6 e 9 da torre treliçada.	95
Figura 72: Tensão axial na barra 19 e 21 da torre treliçada.	96
Figura 73: Deslocamento nodal da torre treliçada otimizada.	97
Figura 74: Tensão axial nas barras 18 e 21 da torre treliçada otimizada.	98
Figura 75: Tensão axial nas barras 19 e 20 da torre treliçada otimizada.	98
Figura 76: Torre treliçada: massa total x avaliações da função objetivo.	99
Figura 77: Restrições normalizadas da otimização da torre treliçada.	99

LISTA DE SÍMBOLOS

A	vetor contendo a área da seção transversal das barras da estrutura
A_i	área da seção transversal da i-ésima barra
A_g	área bruta da seção transversal da barra
C	matriz de amortecimento da estrutura
D	diâmetro da seção transversal
E	módulo de elasticidade longitudinal
I	momento de inércia da seção circular
K	matriz de rigidez da estrutura
\bar{K}	matriz de rigidez efetiva
K	coeficiente de flambagem à flexão
L	comprimento da barra/elemento
L_i	comprimento da i-ésima barra
M	matriz de massa da estrutura
$N_{C,Sd}$	força axial de compressão solicitante de cálculo
$N_{C,Rd}$	força axial de compressão resistente de cálculo
N_e	força axial de flambagem elástica
P	vetor de forças externas da estrutura
Q	fator de redução total associado à flambagem local
T	período de vibração
U	vetor de deslocamentos da estrutura
\dot{U}	vetor de velocidades da estrutura
\ddot{U}	vetor de acelerações da estrutura
U_{lim}	valor limite admissível para os deslocamentos nodais
$U_{máx}$	valor máximo absoluto de deslocamento nodal sofrido pela estrutura
c_1	constante de aceleração da informação cognitiva das partículas
c_2	constante de aceleração da informação social das partículas
e	espessura da parede da seção transversal tubular
f, \bar{f}, F	função objetivo
f_y	tensão de escoamento do aço
k_j	parâmetro de penalidade de cada geração
l	vão teórico entre apoios ou o dobro do comprimento teórico do balanço

n	passo incremental atual
$n - 1$	passo incremental anterior
nb	número total de barras da estrutura
p_i	melhor posição de cada partícula até o momento atual
p_g	melhor posição entre todas as partículas do enxame
t	tempo
v_i	velocidade da partícula
w	fator de ponderação inercial
x_i	posição da partícula
x_i^L, x_i^U	posições limites da partícula
Δt	incremento de tempo
$\Delta \mathbf{P}$	vetor de forças externas incremental
$\overline{\Delta \mathbf{P}}$	vetor de forças externas incremental efetivo
$\Delta \mathbf{U}$	vetor de deslocamentos incremental da estrutura
$\Delta \dot{\mathbf{U}}$	vetor de velocidades incremental da estrutura
$\Delta \ddot{\mathbf{U}}$	vetor de acelerações incremental da estrutura
β, γ	constantes de integração temporal de Newmark
γ_{a1}	coeficiente de ponderação da resistência
ξ	taxa de amortecimento
κ, ϕ, χ	parâmetros da solução do otimizador por enxame de partículas
λ_0	índice de esbeltez reduzido
ρ	massa específica
$\sigma_{C_{lim}}$	valor limite admissível para a tensão de compressão
$\sigma_{C_{m\acute{a}x}}$	valor máximo de tensão axial de compressão atuante na estrutura
$\sigma_{T_{lim}}$	valor limite admissível para a tensão de tração
$\sigma_{T_{m\acute{a}x}}$	valor máximo de tensão axial de tração atuante na estrutura
χ	fator de redução associado à resistência à compressão
$\text{rand}()$	função randômica no intervalo $[0, 1]$
$\text{Rand}()$	função randômica no intervalo $[0, 1]$
$\langle f(\mathbf{x}) \rangle$	média dos valores das funções objetivas na população atual
$\langle v_l(\mathbf{x}) \rangle$	violação da l -ésima restrição calculada sobre a população atual

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivos	16
1.1.1	Objetivo geral	16
1.1.2	Objetivos específicos	16
1.2	Justificativas	17
1.3	Estrutura da dissertação	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	Análise dinâmica	19
2.2	Análise não linear	21
2.3	Métodos de otimização de estruturas	25
2.3.1	Algoritmo genético (AG)	27
2.3.2	Algoritmo de dispersão de partículas (PSO)	29
2.4	Estado da arte: otimização de estruturas treliçadas	33
2.4.1	Otimização de estruturas com não linearidade	33
2.4.2	Otimização de estruturas não lineares com carregamento dinâmico	36
2.4.3	Síntese do estado da arte	38
3	ABORDAGEM METODOLÓGICA	40
3.1	Programa computacional	40
3.2	Modelagem dos exemplos numéricos	42
3.3	Formulação do problema de otimização	44
4	RESULTADOS	49
4.1	Não linearidade geométrica com carga dinâmica	49
4.1.1	Arco treliçado	50
4.1.1.1	<i>Análise dinâmica não linear geométrica</i>	50
4.1.2	Viga treliçada	51
4.1.2.1	<i>Análise dinâmica não linear geométrica</i>	51
4.1.3	Treliça plana de duas barras	54
4.1.3.1	<i>Análise dinâmica não linear geométrica</i>	54
4.1.3.2	<i>Otimização</i>	56

4.1.4	Domo geodésico	59
4.1.4.1	<i>Análise dinâmica não linear geométrica</i>	59
4.1.4.2	<i>Otimização</i>	62
4.1.5	Torre treliçada.....	66
4.1.5.1	<i>Análise dinâmica não linear geométrica</i>	66
4.1.5.2	<i>Otimização</i>	67
4.2	Não linearidade física com carga dinâmica	71
4.2.1	Treliça plana de dez barras	71
4.2.1.1	<i>Análise dinâmica não linear física</i>	71
4.2.1.2	<i>Otimização</i>	73
4.2.2	Domo geodésico	77
4.2.2.1	<i>Análise dinâmica não linear física</i>	77
4.2.2.2	<i>Otimização</i>	78
4.2.3	Torre treliçada.....	81
4.2.3.1	<i>Análise dinâmica não linear física</i>	81
4.2.3.2	<i>Otimização</i>	83
4.3	Não linearidade geométrica e física com carga dinâmica	87
4.3.1	Domo geodésico	87
4.3.1.1	<i>Análise dinâmica não linear geométrica e física</i>	87
4.3.1.2	<i>Otimização</i>	89
4.3.2	Torre treliçada.....	94
4.3.2.1	<i>Análise dinâmica não linear geométrica e física</i>	94
4.3.2.2	<i>Otimização</i>	96
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	101
5.1	Conclusões	101
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	103
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104

1 INTRODUÇÃO

Um projeto estrutural ideal deve apresentar o menor custo possível e, ao mesmo tempo, atender às condições arquitetônicas, de segurança e construtivas, tornando a busca pela melhor solução um problema complexo. Uma alternativa a esse problema, é adotar técnicas de otimização estrutural que, além de automatizar o processo de dimensionamento, ajudam os projetistas a desenvolverem projetos mais econômicos e de maneira mais eficiente.

O procedimento de otimização tem início com a formulação do problema a ser otimizado, por meio da definição das variáveis de projeto, da função objetivo e do conjunto de restrições que devem ser atendidas. Em seguida, uma configuração inicial é aprimorada automaticamente com o uso de um método de otimização adequado até que a solução ótima seja encontrada.

Contudo, a eficiência do processo de otimização é bastante afetada quando a estrutura está submetida a carregamento dinâmico, uma vez que a realização repetitiva da análise dinâmica durante a otimização gera um grande esforço computacional. Isso é agravado se o comportamento não linear da estrutura for considerado, já que a análise estrutural se torna ainda mais complexa. Em contrapartida, quando é realizada uma análise não linear de uma estrutura, o objetivo é melhorar a simulação analítica e fornecer uma previsão mais realista do seu comportamento (MCGUIRE; GALLAGHER; ZIEMIAN, 2000).

Segundo Shi et al. (2015), algumas estruturas treliçadas de grande escala, como domos e torres treliçadas, costumam ser muito esbeltas e geralmente apresentam grandes deslocamentos. O impacto dessa mudança geométrica na resposta estrutural pode ser capturado com precisão considerando a não linearidade geométrica. Além disso, se o comportamento do material mudar devido à deformação, a não linearidade física também deve ser levada em consideração.

Dentre os algoritmos de otimização existentes pode-se destacar o Algoritmo Genético (AG), baseado na teoria da evolução de Darwin e proposto por Holland (1992) e o Algoritmo de Enxame de Partículas (PSO) proposto por Kennedy e Eberhart (1995). Os dois algoritmos se destacam pela sua fácil implementação e pela boa acurácia na convergência do problema de otimização. Na literatura, vários trabalhos envolvendo a aplicação do AG podem ser encontrados, como os de Minafò e Camarda (2021), Korus, Salamak e Jasinski (2021), Huang, Pei e Busch (2020), Netto,

Calenzani e Alves (2023), entre outros. De forma similar, existem estudos envolvendo a aplicação do PSO, como os trabalhos de Jarrahi et al. (2020), Sharma e Ganguli (2021), Arpini e Alves (2022), entre outros.

Já quanto aos estudos envolvendo otimização de treliças com não linearidade geométrica, podem-se destacar os estudos de Alfouneh e Tong (2018), Fu et al. (2018), Martinelli e Alves (2020a, 2020b), Mai, Kang e Lee (2021), entre outros.

Apesar da análise de estruturas com não linearidades geométrica e física estar bem estabelecida na literatura, e do fato que os estudos relativos à otimização estrutural considerando a não linearidade geométrica já estarem sendo apresentados ao longo dos últimos anos, o estudo da otimização estrutural de treliças abordando ambas as não linearidades com carregamentos dinâmicos ainda foi pouco explorado. Nesse sentido, este trabalho desenvolve um procedimento de otimização a ser aplicado no estudo de treliças metálicas considerando análise não linear geométrica e física juntamente com carregamento dinâmico.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho possui como objetivo geral apresentar uma formulação do problema de otimização de estruturas treliçadas sob carregamento dinâmico, considerando as não linearidades geométrica e física, com solução obtida via algoritmos metaheurísticos.

1.1.2 Objetivos específicos

Para que se possa atingir o objetivo geral, o trabalho possui como objetivos específicos:

- Avaliar a metodologia de análise dinâmica não linear por meio de comparações com soluções numéricas presentes na literatura;
- Avaliar a eficiência da otimização de treliças considerando análise dinâmica não linear via interface Matlab-Ansys por meio de comparações com soluções numéricas presentes na literatura;

- Verificar o efeito das não linearidades na otimização das estruturas treliçadas sob carregamento dinâmico;
- Verificar o efeito do amortecimento na solução ótima das estruturas treliçadas não lineares sob carregamento dinâmico;
- Avaliar a eficiência dos algoritmos de otimização propostos neste trabalho comparando os resultados entre si.

1.2 Justificativas

A otimização estrutural é um tópico que tem sido amplamente estudado nas últimas décadas. Nessa linha de pesquisa, diversos estudos já foram desenvolvidos sobre o projeto ótimo de estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos. Além disso, encontram-se também alguns trabalhos sobre consideração de algum tipo de não linearidade durante o processo de otimização das estruturas, em especial para treliças, por ser um tipo de estrutura relativamente simples de ser analisada.

No entanto, foi observado que existe uma escassez na literatura especializada, tanto nacional quanto internacional, de trabalhos que abordem os assuntos simultaneamente, ou seja, que tratem problemas de otimização considerando ambas as não linearidades em estruturas submetidas a carregamento dinâmico. Portanto, fica clara a necessidade de esforços de pesquisa com esse direcionamento, o que motiva a realização desta pesquisa.

1.3 Estrutura da dissertação

A dissertação está dividida em 5 capítulos. No capítulo 1 é apresentada uma introdução sobre o tema, a apresentação dos objetivos e da justificativa do trabalho, assim como o problema de pesquisa.

No capítulo 2 contém uma revisão de literatura abordando a fundamentação teórica e o estado da arte sobre os principais assuntos relacionados ao objeto de estudo da dissertação. Foram destacados os trabalhos sobre análise dinâmica, envolvendo ou não as não linearidades geométrica e física, os métodos de otimização de estruturas, com foco nos algoritmos genético e de dispersão de partículas, e a otimização de estruturas treliçadas, envolvendo os tipos de análises consideradas.

No capítulo 3 foi descrita a metodologia empregada, incluindo a formulação do problema de otimização estudado, assim como o método desenvolvido para a integração da análise estrutural e da otimização.

No capítulo 4 foram apresentados e discutidos os resultados. Inicialmente foi feita uma validação do procedimento de análise dinâmica implementado, utilizando como base de comparação soluções numéricas encontradas na literatura, quando possível. Em seguida, foram estudados alguns exemplos de aplicação para implementar a metodologia de otimização desenvolvida.

Por fim, o capítulo 5 traz as conclusões obtidas e as sugestões para os trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo é dividido em quatro partes. Inicialmente, nas seções 2.1-2.3, é apresentada uma fundamentação teórica que abrange os assuntos principais do tema desta dissertação: análise dinâmica, análise não linear e métodos de otimização, apresentando um breve estado da arte com os trabalhos mais recentes já publicados em cada tópico. Já na seção 2.4, é apresentado um estado da arte mais aprofundado, envolvendo trabalhos publicados que reúnem todos os itens anteriores, ou seja, otimização de estruturas treliçadas com comportamento não linear submetidas a carregamento dinâmico, que é o foco deste trabalho.

2.1 Análise dinâmica

Um problema estrutural dinâmico se difere de um problema estático em dois aspectos principais. O primeiro pela variação da magnitude, direção e/ou a posição do carregamento com o tempo, gerando uma sucessão de soluções correspondentes a cada instante. O segundo pelas forças inerciais, definidas pela segunda Lei de Newton, que agora passam a ser relevantes (SORIANO, 2014). Nesse sentido, a resposta da estrutura também irá variar com o tempo, resultando em diferentes valores de tensão e deformação em cada instante de tempo de aplicação da carga.

Após a discretização espacial, a equação de equilíbrio do sistema estrutural dinâmico pode ser representada como na Equação 1.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{U}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (1)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa da estrutura, \mathbf{C} e \mathbf{K} são as matrizes de amortecimento e de rigidez da estrutura no tempo t (que podem ser constantes num sistema linear), \mathbf{U} , $\dot{\mathbf{U}}$ e $\ddot{\mathbf{U}}$ são os vetores deslocamento, velocidade e aceleração no tempo t , respectivamente, e \mathbf{P} é o vetor de cargas externas no tempo t .

Para a solução da equação de equilíbrio dinâmico, a literatura dispõe de métodos no qual a escolha depende fortemente do problema a ser estudado. Nos métodos de integração direta, uma aproximação de diferença finita é usada para substituir as derivadas do tempo pelas diferenças de deslocamentos nos vários instantes de

tempo, e são mais convenientes para problemas com não linearidades (COOK; MALKUS; PLESHA, 1989). Dentre os métodos de integração direta, existem o método da diferença central, método de Euler-Gauss (ou método da aceleração média constante), método de Newmark, entre outros. O método de Newmark (1959) é um dos mais populares e utilizados na análise dinâmica de estruturas e pode ser do tipo explícito ou implícito (ROSSI et al., 2014). Para isso, são usadas as seguintes expressões implícitas para deslocamento e velocidade na iteração n:

$$\dot{\mathbf{U}}_n = \dot{\mathbf{U}}_{n-1} + (1 - \gamma)\Delta t_n \ddot{\mathbf{U}}_{n-1} + \gamma\Delta t_n \ddot{\mathbf{U}}_n \quad (2)$$

$$\mathbf{U}_n = \mathbf{U}_{n-1} + \Delta t_n \dot{\mathbf{U}}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t_n^2 \ddot{\mathbf{U}}_{n-1} + \beta\Delta t_n^2 \ddot{\mathbf{U}}_n \quad (3)$$

onde γ e β são parâmetros que definem a variação da aceleração para controlar a estabilidade e precisão do método. Quando $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$, a aceleração é constante. Quando o equilíbrio dinâmico da Equação 1 é considerado com as Equações 2 e 3, obtém-se o seguinte sistema de equações lineares.

$$\bar{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{U}_n = \bar{\Delta\mathbf{P}} \quad (4)$$

onde $\bar{\mathbf{K}}$ é a matriz de rigidez efetiva e $\bar{\Delta\mathbf{P}}$ é o vetor de forças incremental efetivo, dados por:

$$\bar{\mathbf{K}} = \frac{1}{\beta\Delta t_n^2}\mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t_n}\mathbf{C}_n + \mathbf{K}_n \quad (5)$$

$$\bar{\Delta\mathbf{P}} = \Delta\mathbf{P} + \mathbf{M}\left(\frac{1}{\beta\Delta t_n}\dot{\mathbf{U}}_{n-1} + \frac{1}{2\beta}\ddot{\mathbf{U}}_{n-1}\right) + \mathbf{C}_n\left[\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\Delta t_n\ddot{\mathbf{U}}_{n-1} + \frac{\gamma}{\beta}\dot{\mathbf{U}}_{n-1}\right] \quad (6)$$

A solução do sistema da Equação 4 fornece o incremento de deslocamento $\Delta\mathbf{U}$, e com esse resultado o incremento da velocidade é encontrado combinando as Equações 2 e 3:

$$\Delta\dot{\mathbf{U}}_n = \frac{\gamma}{\beta\Delta t_n}\Delta\mathbf{U}_n + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\Delta t_n\ddot{\mathbf{U}}_{n-1} - \frac{\gamma}{\beta}\dot{\mathbf{U}}_{n-1} \quad (7)$$

Alguns pesquisadores têm aplicado e desenvolvido metodologias práticas e eficientes para a análise dinâmica de estruturas treliçadas. Destaca-se Wu, Wang e Wang (2012) e Wang et al. (2013), que utilizaram o *software* Ansys para realizar uma análise dinâmica modal para uma estrutura treliçada de grande porte e uma ponte de treliça de aço sob ondas sísmicas, respectivamente. No caso da treliça de grande porte, ainda foi feita uma análise transiente.

Além disso, Faroughi e Lee (2015) analisaram estruturas treliçadas submetidas a carregamento dinâmico. O método de Newmark foi empregado para a solução da resposta dinâmica estrutural, e o amortecimento de Rayleigh foi considerado para descrever o amortecimento do sistema. Diferentes exemplos numéricos foram empregados para validação do estudo.

Ma et al. (2020) e Ma et al. (2022) analisaram o desempenho dinâmico pelo vento em estruturas treliçadas de grande escala. As cargas foram obtidas frente às forças de um teste de túnel de vento e os modelos foram simulados em elementos finitos no *software* Ansys, onde obtiveram-se respostas de deslocamento por meio de uma análise dinâmica transiente.

Wang, Feng e Zhou (2022) desenvolveram um novo método para analisar estruturas treliçadas planas com base na interpolação de Chebyshev e na quadratura de Gauss-Lobatto, utilizando como estudo de caso a análise estática e dinâmica de tais estruturas com propriedades homogêneas. O método demonstrou boa convergência, precisão e robustez e pode ser estendido para outras estruturas.

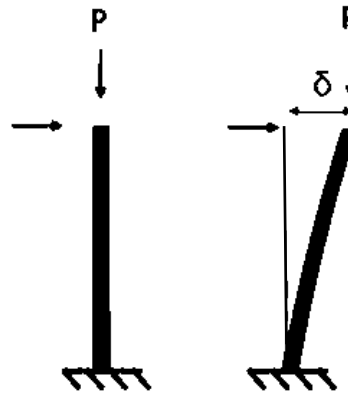
2.2 Análise não linear

Um problema é considerado não linear quando acontece uma mudança na rigidez da estrutura, seja por alguma modificação na geometria, no material ou por algum problema de contato. Logo, quando é realizada a análise não linear da estrutura, o objetivo é melhorar a simulação analítica e fornecer uma previsão mais realista do seu comportamento. As não linearidades numa estrutura podem ser originárias de efeitos geométricos, físicos, de contato ou uma combinação deles (MCGUIRE; GALLAGHER; ZIEMIAN, 2000).

Os efeitos geométricos podem surgir de imperfeições iniciais, efeitos de segunda ordem global ou local. Segundo Rodrigues (2019), quando a análise estrutural é feita empregando o Método dos Elementos Finitos (MEF), a não linearidade geométrica

pode ser considerada através de uma formulação Lagrangeana total, Lagrangeana atualizada ou pela formulação corrotacional, diferenciando-se entre si basicamente com respeito à configuração de referência do elemento. A Figura 1 mostra um exemplo de efeito de segunda ordem em um pilar engastado.

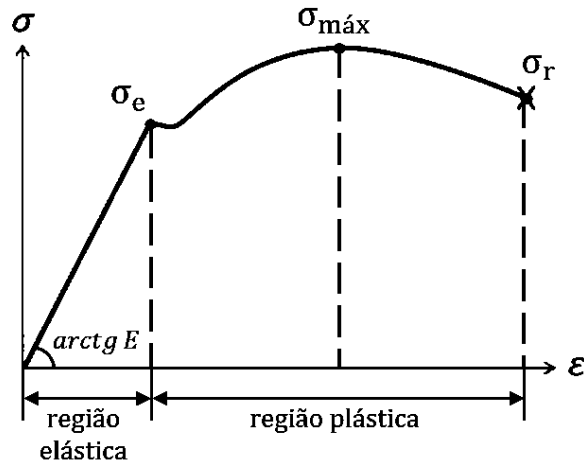
Figura 1: Exemplo de efeito de segunda ordem para pilar.



Fonte: Autora (2024).

Já os efeitos de não linearidade física podem surgir de deformações plásticas nas estruturas de aço, fissuração ou fluência nas estruturas de concreto armado ou de uma interação inelástica de força axial, momento, cisalhamento e torção, ou vários outros. Ainda, pode-se ter não linearidade física nas relações momento-rotação de conexões semirrígidas ou flexíveis, ou de rótulas inelásticas oriundas de mecanismos de colapso localizado. Esses efeitos são descritos por formas mais complexas de equações constitutivas, como matrizes constitutivas não lineares e/ou equações constitutivas em termos de “taxas” ou incrementos”. A Figura 2 mostra uma curva de tensão-deformação para um material dúctil genérico, onde é possível identificar as regiões elástica e plástica.

Figura 2: Curva tensão-deformação para material dúctil genérico.



Fonte: Autora (2024).

Diversos autores se destacaram com formulações para solucionar sistemas não lineares. Dentre eles, os mais difundidos na mecânica computacional, em particular nas análises pelo MEF, são o Método de Newton-Raphson e o Método de Newton-Raphson modificado. Estes métodos se desenvolvem por processos incrementais e iterativos, sendo muito utilizados na engenharia estrutural para solucionar a equação de equilíbrio não linear.

A formulação do método de Newton-Raphson pode se dar pelo controle de aplicação da carga em etapas (“*substeps*”). Em cada passo incremental, a solução é obtida num processo iterativo, em que a solução tenta aproximar o valor correto de rigidez em cada posição da matriz de rigidez da estrutura. A quantidade de iterações em cada etapa de carregamento dependerá do grau de não linearidade do problema. O processo iterativo acontece até que a convergência nesta etapa seja atingida, então o novo incremento de carga é aplicado. O processo se repete até que a carga seja totalmente aplicada (MCGUIRE; GALLAGHER; ZIEMIAN, 2000). Quando as estruturas apresentam fenômenos de instabilidade no caminho, deve-se atentar para estratégias alternativas, como o Método do Comprimento de Arco.

Algumas estruturas treliçadas de grande escala, segundo Shi et al. (2015), costumam apresentar grandes deslocamentos. É interessante que essa mudança na geometria seja capturada durante a análise estrutural uma vez que é causado um grande impacto na resposta estrutural por meio da não linearidade geométrica. Além disso, se o comportamento do material mudar devido à deformação, a não linearidade do material também deve ser levada em consideração.

Nesse sentido, alguns pesquisadores se aprofundaram nos estudos de tais estruturas, analisando os efeitos das não linearidades, tanto geométrica quanto física, submetidas ou não a cargas dinâmicas.

Inicialmente, pode-se ser citado Shi et al. (2015), que formularam um elemento de treliça não linear em elementos finitos que leva em consideração tanto a não linearidade geométrica quanto a não linearidade física da estrutura. Com base em dois modelos de materiais inelásticos (endurecimento isotrópico e cinemático), três treliças espaciais foram submetidas a cargas estáticas e dinâmicas para ilustrar a aplicação.

Shi e Salim (2015) investigaram as respostas não lineares de torres estaiadas sob cargas estáticas e dinâmicas usando o MEF. Por meio do uso das formulações de elementos totalmente não lineares, foi possível capturar a resposta não linear geométrica completa com a ajuda de algoritmos iterativos, como o método de Crisfield e o método beta de Newmark. Os resultados da análise estática foram comparados com os resultados dos *softwares* SAP2000 e Ansys.

Dehghani et al. (2020) aprimoraram um método clássico de Newton-Raphson, utilizando vários exemplos numéricos de treliças com comportamento geometricamente não linear para validação do algoritmo. Os resultados revelaram ser uma metodologia de alta precisão e baixo custo computacional.

Silva et al. (2021) avaliaram a influência do módulo de elasticidade paralelo às fibras da madeira na estabilidade de arcos treliçados considerando uma análise geométrica não linear baseada no MEF. As sub-rotinas foram escritas em Matlab para resolver o sistema de equações não lineares que foram resolvidas pelo método de Newton-Raphson. Ao todo, foram avaliados sete modelos de arcos.

Mai et al. (2022a) propuseram uma estrutura de rede neural não supervisionada robusta e simples para realizar análise geometricamente não linear de estruturas treliçadas inelásticas, sem utilizar nenhum algoritmo iterativo incremental padrão. Vários exemplos de referência em relação à análise não linear geométrica e material de estruturas treliçadas foram testados para mostrar a eficácia e confiabilidade do paradigma proposto.

Fonseca e Gonçalves (2022) investigaram o comportamento não linear de uma treliça hiperelástica de von Mises, considerando a elasticidade na faixa totalmente não linear e a lei constitutiva de Mooney-Rivlin para modelar o material. As equações não lineares foram resolvidas usando o método de Newton-Raphson e técnicas de continuação.

Ainda, Rezaiee-Pajand, Masoodi e Arabi (2022) realizaram uma análise não linear geométrica e física em treliças sob cargas termomecânicas. Uma formulação Lagrangeana Total e um critério misto de endurecimento isotrópico-cinemático foram considerados para a não linearidade da estrutura. Para resolver equações não lineares iterativamente, o Método de Controle de Deslocamento Generalizado (GDCM) foi usado.

2.3 Métodos de otimização de estruturas

Segundo Ezugwu et al. (2021), a otimização, em geral, compreende uma ampla variedade de métodos de pesquisa operacional, inteligência artificial, ciência da computação e aprendizado de máquinas usados para melhorar os processos em praticamente todos os empreendimentos e indústrias.

Existe uma ampla classe de técnicas de otimização, entre elas estão a programação linear, programação quadrática, otimização convexa, método de ponto interior, método de região confiável, métodos de gradiente conjugado, algoritmos evolutivos, heurísticas e metaheurísticas (EZUGWU et al., 2021).

Atualmente, as metaheurísticas são muito usadas para problemas de soluções mais robustas, com métodos de otimização baseados em fenômenos da natureza, comportamento natural de espécies nativas, entre outros. As técnicas de metaheurísticas foram desenvolvidas para fornecer soluções ótimas aproximadas, especialmente para os problemas difíceis de serem otimizados pelas técnicas exatas (LAGAROS; PLEVRIS; KALLIORAS, 2022).

Exemplos de metaheurísticas são o algoritmo genético (GA), otimização de enxame de partículas (PSO), busca de organismos simbióticos (SOS), algoritmo do morcego (BA), otimização de colônia de formigas (ACO), lobo cinzento (GWO), colônia de abelhas artificiais (ABC), algoritmo do vagalume (FA), evolução diferencial (DE), busca harmônica (HS), entre inúmeros outros.

Os problemas de otimização podem surgir em diferentes disciplinas, particularmente na engenharia estrutural. Nesse sentido, muitos pesquisadores têm se empenhado na aplicação e desenvolvimento de novos algoritmos metaheurísticos eficientes para a otimização de diferentes estruturas, seja em termos de dimensionamento, forma, topologia ou impacto ambiental.

Bigham e Gholizadeh (2020) propuseram um algoritmo de eletrobusca, inspirado no movimento de elétrons, para um problema de otimização de topologia de cúpulas não lineares. Os resultados demonstraram que o algoritmo proposto é superior a outros algoritmos metaheurísticos conhecidos em termos de solução ótima, taxa de convergência e desempenho geral.

Azad (2021) desenvolveu um estudo para melhorar a qualidade dos resultados na otimização de pórticos de aço. Duas variantes aprimoradas do algoritmo *Big-Bang Big-Crunch* foram adotadas para avaliar a utilidade da estrutura. Os experimentos numéricos confirmaram a eficiência da metaheurística integrada em comparação com suas contrapartes padrão.

Já Çerçevik et al. (2021) empregaram os algoritmos do morcego e da libélula para o posicionamento ideal de amortecedores de parede em uma estrutura de concreto armado, a fim de obter uma solução segura e econômica. O posicionamento ideal foi alcançado assim como a eficácia dos amortecedores. No entanto, taxas de amortecimento mais altas nem sempre resultam em acelerações mínimas do piso.

Martínez-Muñoz et al. (2022) aplicaram um estudo de otimização de uma ponte mista aço-concreto em caixão para minimizar o custo e emissões de CO₂. Foi proposto um algoritmo híbrido que integra a técnica de aprendizado não supervisionado de *k-means* com metaheurísticas de inteligência de enxame contínuo. Os resultados mostraram que a proposta híbrida supera os diferentes algoritmos projetados.

Khatir et al. (2022) apresentaram uma abordagem para identificar a profundidade da fissura em estruturas de vigas de aço com base na análise de vibração usando o Método dos Elementos Finitos e Rede Neural Artificial combinados com algoritmo de otimização da borboleta. A abordagem proposta, em comparação com outros métodos, pôde prever a profundidade da fissura com maior precisão.

Mahmoodabadi, Rasekh e Yahyapour (2022) apresentaram um novo algoritmo metaheurístico de otimização chamado *Tree Optimization Algorithm* (TOA) para resolver problemas de engenharia. O método de otimização foi avaliado resolvendo várias funções matemáticas de teste e um problema de design restrito do mundo real. Os resultados foram comparados com outros algoritmos e verificaram a superioridade do TOA em termos de precisão da solução e velocidade de convergência.

Dentro da classificação dos algoritmos metaheurísticos, existem os bioinspirados que, segundo Del Ser, Geem e Yang (2019), são os mais populares e comuns na literatura de otimização e têm ganhado cada vez mais popularidade. São comumente

baseados na metáfora de processos de interação ecológica entre organismos vivos e em seus padrões comportamentais. Os algoritmos genéticos, otimização de enxame de partículas e otimização de colônias de formigas são exemplos desses algoritmos e estão entre os primeiros a atraírem o interesse para as pesquisas amplamente difundidas sobre métodos de otimização (EZUGWU et al., 2021).

No trabalho em questão, duas metaheurísticas bioinspiradas em específico serão estudadas para os problemas de otimização propostos, o algoritmo genético e o de otimização por enxame de partículas.

2.3.1 Algoritmo genético (AG)

O algoritmo genético, desenvolvido por Holland (1975), é um dos algoritmos mais simples e um dos estudos de referência que iniciou a tendência de trabalhos nessa linha de pesquisa. A ideia por trás desse algoritmo baseia-se na teoria de seleção natural de Darwin. Seu funcionamento se dá a partir de parâmetros que controlam o processo evolucionário, como: população inicial, taxa de crossover, taxa de mutação, número de gerações, total de indivíduos (EZUGWU et al., 2021).

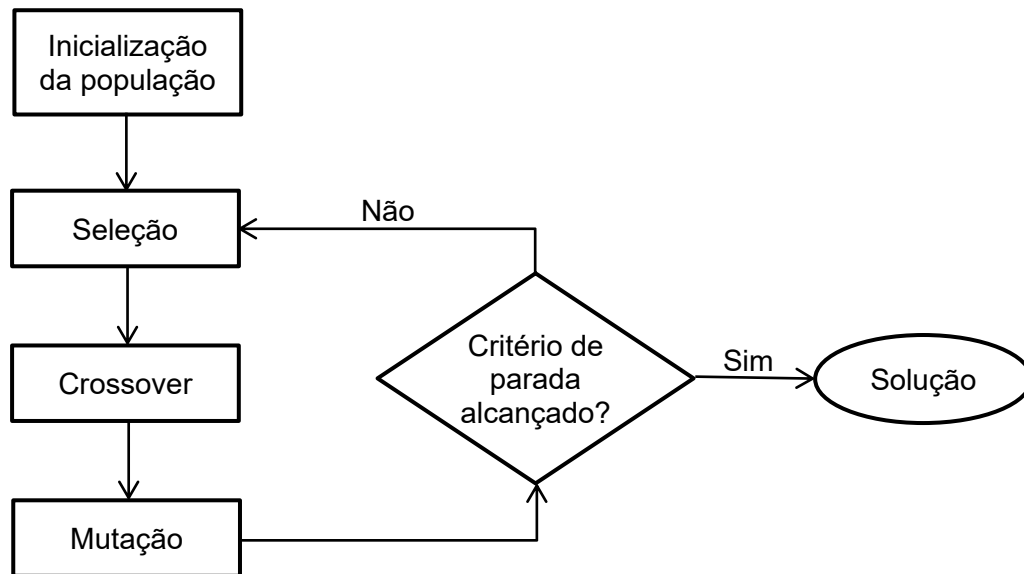
A população inicial é determinada como um conjunto aleatório de possíveis soluções, e deve ter um tamanho suficientemente grande para garantir uma variabilidade de indivíduos. Essa é a primeira etapa do processo de otimização e, a partir das características desses indivíduos, serão geradas as próximas gerações por meio de uma seleção.

A seleção é baseada na aptidão dos indivíduos, onde os mais aptos têm maior probabilidade de serem escolhidos para reprodução. A função de aptidão, ou função objetivo, irá definir parâmetros de um indivíduo em um determinado ambiente, obtendo como resultado se o indivíduo é apto ou não a sobreviver (EZUGWU et al., 2021).

Os responsáveis por determinar os próximos indivíduos são os operadores genéticos, como o crossover, usado para combinar a informação genética de dois indivíduos e gerar um descendente, e a mutação, responsável por manter a diversidade da população.

O processo se repete até que o algoritmo atinja um critério de parada, definido como o número limite de gerações ou pela solução ótima. Na Figura 3 é possível ver um fluxograma com o funcionamento geral do algoritmo genético.

Figura 3: Esquema de funcionamento do algoritmo genético.



Fonte: Autora (2024).

Entre os principais trabalhos que tratam de otimiza o de estruturas via algoritmo genético, destacam-se: Huang, Pei e Busch (2020), que apresentaram um procedimento para otimizar o dimensionamento de sistemas de paredes rochosas utilizando um algoritmo genético, trazendo como exemplo um projeto de um edifício em Seattle de seis andares. Os resultados revelaram como o projeto para o sistema em questão pode ser melhorado com ferramentas de otimiza o computadorizadas que levam em considera o outros aspectos do projeto, como o custo.

Khodzhaiev e Reuter (2021) apresentaram uma abordagem para otimiza o de topologia, forma e tamanho de torres de transmissão, no que se refere   varia o do número e altura dos painéis da torre. Foi utilizada uma versão modificada de um algoritmo genético com genoma de comprimento variável. O principal resultado mostrou uma redu o de 10% no custo estrutural de uma torre de transmissão de 110 kV utilizada como demonstra o.

Dillen et al. (2021) avaliaram a otimiza o da massa de um projeto estrutural em aço em um contexto real do *Market Hall* em Ghent, na Bélgica, utilizando um algoritmo genético. Usando esta abordagem, obt m-se um projeto que consome 15% menos material do que o projeto original sem aumentar a complexidade estrutural, implicando em economias de custos de material e impacto ambiental.

Pierott et al. (2021), que apresentaram um modelo de otimiza o através do algoritmo genético para dimensionamento de vigas em concreto armado com o

objetivo de minimizar os custos de construção. Um programa de elementos finitos foi desenvolvido para obter as tensões e deformações de vigas, geometrias e carga. Os resultados demonstraram melhorias de custos de 3,63% a 17,07% quando comparadas com outros estudos da literatura.

Minafò e Camarda (2021) aplicaram um algoritmo genético para a otimização de atualização sísmica em estruturas de concreto armado, de maneira a minimizar o custo e garantir a segurança requerida. Utilizou-se um ambiente *Open-source* para implementação do algoritmo e *OpenSeesPy* para a análise estrutural. Os resultados do procedimento mostraram a estabilidade e a eficácia do algoritmo proposto.

Korus, Salamak e Jasinski (2021) estudaram a otimização de aço através de pontes em arco, mesclando a programação visual com um algoritmo genético a fim de minimizar o consumo de material e atender aos requisitos de resistência. O sistema lidou com casos de complexidade crescente, ajustando as dimensões da seção transversal e as propriedades do material.

Benzo, Pereira e Sena-Cruz (2022) apresentaram um novo procedimento de algoritmo genético para otimizar um sistema de piso de painéis sanduíche de aço e espuma de poliuretano, considerando desempenho estrutural, térmico e acústico. Os resultados são apresentados em termos de soluções ótimas viáveis e inviáveis no que se refere a massa, custos e impacto ambiental.

Arpini et al. (2022) fizeram um estudo de sistema de piso misto considerando uma abordagem econômica e ambiental de forma a minimizar o custo e as emissões de CO₂ dos perfis utilizados das vigas secundárias e principais utilizando o AG como algoritmo de otimização para obter a solução do problema de otimização.

Netto, Calenzani e Alves (2023) apresentaram a formulação do problema de otimização para vigas protendidas de aço para perfis duplamente simétricos e monossimétricos. Uma análise dos custos foi realizada e a solução mais econômica obtida via AG foi para os perfis monossimétricos.

2.3.2 Algoritmo de dispersão de partículas (PSO)

Outra metaheurística de interesse neste trabalho é o algoritmo de otimização por enxame de partículas (PSO), desenvolvido por Kennedy e Eberhart (1995). Esse algoritmo se baseia no comportamento dos pássaros em busca de alimento. Além de

não possuir operadores de crossover e mutação, é de fácil implementação, rápida convergência e exige o ajuste de poucos parâmetros (KAR et al., 2012).

O PSO começa com uma população aleatória de indivíduos, que representam os pássaros durante a busca por alimento. Eles iniciam seus voos de forma aleatória e desordenada pelo espaço de busca, com velocidades que são ajustadas dinamicamente de acordo com seus comportamentos. A busca acontece até que um padrão de voo é demonstrado e, assim que o alimento é encontrado, espera-se que todo o bando se dirija até o local (SHI, 2004).

Essas partículas têm uma posição e uma velocidade, possuem valores de aptidão e voam em um espaço do problema D dimensional, aprendendo com a informação histórica de todas as partículas (CARVALHO, 2014). A velocidade e a posição de uma partícula i são apresentadas nas Equações 8 e 9, respectivamente:

$$v_i = v_i + c_1 \text{rand}() (p_i - x_i) + c_2 \text{Rand}() (p_g - x_i) \quad (8)$$

$$x_i = x_i + v_i \quad (9)$$

onde v_i é a velocidade de cada partícula, c_1 e c_2 são constantes de aceleração para controlar a influência da informação cognitiva e social, respectivamente, $\text{rand}()$ e $\text{Rand}()$ são funções randômicas no intervalo $[0, 1]$, para números reais e distribuição uniforme, x_i é a posição da partícula, p_i é a melhor posição de cada partícula até então e p_g é a melhor posição entre todas as partículas do enxame.

Ainda, Shi e Eberhart (1998) propuseram a inserção do fator de ponderação inercial w no cálculo da velocidade, alterando a Equação 8 para 10, de forma a garantir uma melhor convergência do algoritmo, sendo os parâmetros ϕ_1 e ϕ_2 iguais a 2,05.

$$v_i = wv_i + c_1 \text{rand}() (p_i - x_i) + c_2 \text{Rand}() (p_g - x_i) \quad (10)$$

$$c = c_1 = c_2 = \chi \phi_1 \quad (11)$$

$$\chi = \frac{2\kappa}{|2 - \phi - \sqrt{\phi^2 - 4\phi}|} \quad (12)$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \quad (13)$$

onde κ é igual a 1, e o fator de inércia w é atualizado iterativamente para cada nova geração, inicialmente dado por $w_i = 0,99c$.

O conjunto de partículas x_i é gerado de forma aleatória e espalhado pelo espaço de busca conforme a Equação 14.

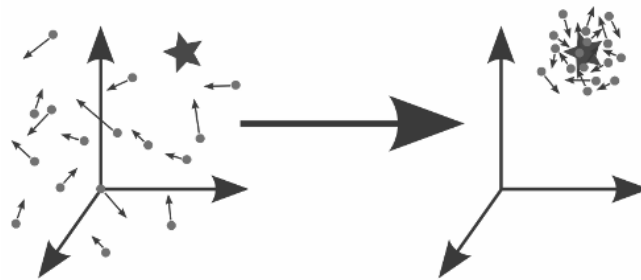
$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, \dots, n \quad (14)$$

onde x_i^L e x_i^U contém os limites inferior superior, respectivamente, das posições das partículas, e n é o número de partículas.

O processo é inicializado com um enxame de partículas (posições) e velocidades aleatoriamente distribuídos dentro do espaço de busca. Em seguida é calculada a função objetivo e definidos os valores de p_i e p_g iniciais. Para cada partícula do enxame é atualizada a posição e a velocidade a partir das Equações 9 e 10, calculada a função objetivo novamente e atualizados os valores p_i e p_g . Isso é repetido até que uma condição de parada seja satisfeita (CARVALHO et al., 2015).

Desta forma, o PSO combina uma busca local e global, equilibrando exploração e aproveitamento (LAGAROS; PLEVRIS; KALLIORAS, 2022). Na Figura 4 é possível observar um modelo de funcionamento do PSO com partículas distribuídas no espaço.

Figura 4: Esquema de funcionamento do algoritmo de dispersão de partículas.



Fonte: Autora (2024).

- Método de Penalização Adaptativa (APM)

Para considerar as restrições no PSO, uma análise pode ser feita por meio de técnicas de penalização, que têm o objetivo de aproximar um problema com restrições em um problema sem restrições. Dentre as técnicas de penalização existentes, Barbosa e Lemonge (2008) propuseram o método de penalização adaptativa, ou APM (do inglês, *Adaptive Penalty Method*), no qual os valores dos coeficientes de

penalização são adaptados ao longo do processo de evolução através de informações como, a média da função objetivo e o nível de violação de cada restrição.

De acordo com Barbosa e Lemonge (2008), a função de aptidão proposta pelo método APM é dada como:

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } x \text{ é possível, senão} \\ \bar{f}(x) + \sum_{j=1}^m k_j v_j(x) \end{cases} \quad (15)$$

$$\bar{f}(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } f(x) > \langle f(x) \rangle, \text{ senão} \\ \langle f(x) \rangle \end{cases} \quad (16)$$

onde $\langle f(x) \rangle$ é a média dos valores das funções objetivas na população atual e k_j é o parâmetro de penalidade de cada geração, definido como:

$$k_j = |\langle f(x) \rangle| \frac{\langle v_j(x) \rangle}{\sum_{l=1}^m [\langle v_l(x) \rangle]^2} \quad (17)$$

onde $\langle v_j(x) \rangle$ é a violação da j -ésima restrição calculada sobre a população atual.

Assim como o AG, alguns estudos buscaram a configuração estrutural ótima de estruturas considerando o PSO. Chaudhuri, Maity e Nola (2019) apresentaram dois algoritmos de otimização para encontrar o custo ótimo de uma sapata isolada. Os métodos de otimização desenvolvidos foram o algoritmo genético de código binário restrito e otimização de enxame de partículas unificadas em Matlab. Quatro exemplos numéricos diferentes foram resolvidos para avaliar a o método desenvolvido.

Negrin, Negrin e Chagoyén (2019) apresentaram a otimização estrutural do projeto Casa Síndico utilizando os algoritmos genético e otimização por enxame de partículas, além da hibridização entre eles. Os resultados mostram que o PSO tem um desempenho melhor que o AG, enquanto a hibridização obteve resultados até 10% melhores. Além disso, obteve-se um custo direto de construção 13% menor.

Jarrahi et al. (2020) propuseram uma otimização do posicionamento e dos parâmetros de amortecedores para a proteção de uma estrutura de aço não linear sob efeito sísmico. O problema de otimização é resolvido por um algoritmo de otimização de enxame de partículas modificadas binárias e codificadas. Os resultados da

otimização revelaram que o dano sísmico na estrutura é significativamente reduzido. Além disso, indicaram que os amortecedores ideais obtidos para o sismo artificial podem garantir a estrutura submetida a sismos reais.

Abo-Bakr, Shanab e Attia (2021) propuseram um algoritmo de otimização por enxame de partículas multiobjetivo integrado a uma solução semi-analítica para resolver problemas de otimização de projeto leve de vigas bidirecionais. Os resultados da otimização mostram que a função proposta fornece perfis de materiais flexíveis e fornece aos projetistas uma ferramenta poderosa para distribuições ideais de materiais, sendo essencial para a fabricação de tais vigas.

Sharma e Ganguli (2021) investigaram o projeto ótimo de uma viga tipo sanduíche sob o efeito da incerteza nas propriedades do material. O procedimento de otimização foi realizado usando uma otimização de enxame de partículas acelerada. Os resultados numéricos do projeto ótimo foram apresentados para as vigas e o efeito da densidade de carga e da deflexão admissível no projeto ideal foi examinado.

Lou et al. (2022) desenvolveram uma nova estrutura de otimização híbrida utilizando o algoritmo de otimização de enxame de partículas. Três exemplos de projetos de edifícios altos de concreto são apresentados para demonstrar a eficácia da estrutura de otimização proposta. Foi mostrado que, em comparação com a abordagem de design convencional, uma redução de 14,3% no uso de material é alcançada pela estrutura de otimização híbrida.

2.4 Estado da arte: otimização de estruturas treliçadas

Nesta seção é apresentado um estado da arte dos principais e mais recentes estudos relacionados ao tema dessa dissertação. Foi definida uma metodologia para a pesquisa desses trabalhos, restringindo-os às publicações feitas nos últimos dez anos. Além disso, foram selecionados os trabalhos que abrangem a otimização de estruturas treliçadas com comportamento não linear sob carregamento dinâmico. A pesquisa foi feita nas bases de dados Scopus e ScienceDirect.

2.4.1 Otimização de estruturas com não linearidade

No campo de otimização de análise de estruturas treliçadas com não linearidade geométrica, alguns trabalhos podem ser destacados. Inicialmente, Koohestani (2012)

propôs um novo método para calcular respostas de estruturas geometricamente não lineares com comportamentos complexos de *snap-through* e *snap-back*. Foram utilizados o algoritmo genético e os métodos simplex de Nelder-Mead a fim de minimizar o problema de equilíbrio.

Li e Khandelwal (2016) investigaram a otimização topológica de treliças com comportamento não linear geométrico. Foi utilizado o processo de solução de Newton-Raphson e comprimento de arco. Um algoritmo de otimização baseado no método de ponto interior foi usado com restrições de carga crítica. Foram testados diferentes exemplos numéricos para demonstrar a eficácia da abordagem.

Tort, Sahin e Hasançebi (2016) apresentaram uma nova ferramenta de otimização para o dimensionamento de torres treliçadas de aço de linha de transmissão. Para otimização, foi integrado o algoritmo de otimização de recozimento simulado (SA) no *software* PLS-TOWER e comparado com o novo algoritmo SA bifásico. Os problemas foram comparados com estruturais reais existentes.

Madah e Amir (2017) apresentaram uma abordagem que considera vários fenômenos de flambagem na otimização de projetos de treliças. Foram consideradas treliças geometricamente não lineares utilizando uma formulação corrotacional. Foi feita uma comparação com outras abordagens da literatura e apresentou potencial para otimizar respostas altamente não lineares.

Madah e Amir (2019) apresentaram uma nova abordagem para otimização de treliças levando em conta efeitos da não linearidade geométrica incluindo tanto o dimensionamento quanto as imperfeições iniciais. Foi otimizada a forma de imperfeição para o pior caso, e a massa e a topologia das treliças, a fim de minimizar o tamanho da estrutura resistente à flambagem com perfeições iniciais otimizadas.

Pollini (2021) otimizaram o dimensionamento de cúpulas de cabo considerando não linearidade geométrica com base programação linear sequencial e gradiente baseado. A equação de equilíbrio não linear foi resolvida com base no método iterativo de Newton-Raphson e o elemento não linear foi descrito com base numa referência específica citada pelos autores.

Mai, Kang e Lee (2021) otimizaram o dimensionamento de treliças espaciais considerando não linearidade geométrica, baseado numa integração entre um modelo de rede neural profunda (DNN) e o algoritmo de evolução diferencial (DE). Foi empregada a formulação Lagrangeana total e o procedimento de Comprimento de Arco para as análises não lineares.

Deichmann et al. (2022) otimizaram o projeto de torres de linhas de transmissão considerando não linearidade geométrica devido à esbeltez das estruturas. Foi proposto um procedimento de otimização baseado em mestre-escravo que garantiu a redução da massa das estruturas assim como economia de tempo no processamento. A solução foi baseada numa formulação Lagrangeana atualizada.

Ma et al. (2022a) dimensionaram uma estrutura treliçada com massa mínima e topologia ideal para suportar cargas verticais. A estrutura possui propriedades geométricas não lineares sendo a equação de equilíbrio resolvida pelo método de Newton-Raphson. Para otimização foi utilizado o Matlab.

Mai et al. (2022b) utilizaram rede neural profunda integrada ao algoritmo de otimização bayesiana para resolver o dimensionamento ótimo de treliças levando em conta uma análise não linear geométrica com a menor massa possível. A análise foi feita por meio de elementos finitos e o método de comprimento de arco. Vários exemplos de treliça foram testados para validação da abordagem.

Alves et al. (2022) também desenvolveram uma abordagem para otimização de tamanho, forma e layout de torres treliçadas de linha de transmissão, para o tipo monomastro estaiada, considerando efeitos não linear geométrico. A otimização foi realizada utilizando o *Backtracking Search Algorithm* (BSA) pela flexibilidade com variáveis discretas. O procedimento é avaliado para torres reais.

Já no ramo de otimização com considerações de não linearidades físicas, pode-se destacar Ramos e Paulino (2014), que realizaram uma otimização topológica de treliças usando a abordagem da estrutura do solo, considerando o comportamento não linear do material. Foram considerados os modelos hiperelásticos de Hencky, Saint-Venant, Neo-Hookean e Ogden. Ao final foi avaliado o efeito da não linearidade no problema de otimização.

Zhang, Ramos Jr e Paulino (2017) propuseram uma otimização topológica de estruturas treliçadas usando o método de estrutura de solo com um algoritmo de filtro. Foram consideradas estruturas bi e tridimensional com múltiplos casos de carga e comportamento constitutivo não linear do material. Para um exemplo com aproximadamente 1 milhão de variáveis de projeto, o algoritmo proposto é mais de 40 vezes mais rápido que o método de estrutura de solo padrão.

Viet-Hung e Seung-Eock (2018) propuseram um método de dimensionamento otimizado baseado em confiabilidade de estruturas treliçadas, integrando análise inelástica não linear, um método de análise de confiabilidade estrutural e um método

de otimização baseado no algoritmo de evolução diferencial. Vários exemplos testes e reais são considerados para avaliar a eficiência do método.

Qin et al. (2022) otimizaram estruturas de treliça complexa com variáveis de projeto discretas não uniformes combinado com o método de elementos finitos. Foi utilizada uma análise mecânica não linear para alcançar o projeto preciso dessas estruturas. A estrutura treliçada foi otimizada por meio de 14 variáveis de projeto.

Quando se trata de ambas as não linearidades no mesmo problema, alguns trabalhos foram destacados. Como Ju et al. (2013), que minimizaram a massa de uma treliça triangular composta de FRP leve sob restrições de resposta estrutural não linear. Processos de otimização baseados em gradiente e algoritmo genético foram selecionados e implementados em Matlab.

Há, Vu e Truong (2018) apresentaram um método eficaz para otimizar cabos de pontes estaiadas de aço usando análise inelástica não linear e um algoritmo microgenético (μ GA). Para estimar comportamentos não lineares da ponte, foram considerados influência de arqueamento de cabo, grande deslocamento e efeito de segunda ordem. Para capturar as não linearidades geométricas e materiais, um método prático de análise avançada (PAA) foi empregado.

Karimi e Kani (2019) utilizaram algoritmos genéticos para encontrar o pior padrão de imperfeição em domos treliçados considerando as não linearidades geométrica e do material. O padrão de pior imperfeição foi analisado, calculado e plotado. Javidi, Salajegheh e Salajegheh (2022) estudaram os comportamentos não lineares geométrico e físico no projeto ideal de estruturas espaciais, onde a massa e a energia de colapso são consideradas as funções objetivo. O problema foi considerado como um problema de otimização multiobjetivo. Para isso, foram desenvolvidos dois algoritmos de otimização, o algoritmo de busca de corvo multiobjetivo (MOCSA) e algoritmo de busca de corvo modificado multiobjetivo (MOMCSA).

2.4.2 Otimização de estruturas não lineares com carregamento dinâmico

Já no campo de otimização de análise de estruturas treliçadas com não linearidade geométrica e carregamento dinâmico, alguns trabalhos são destacados. Inicialmente Alfouneh e Tong (2018), que apresentaram um método de carga unitária estendida para uma estrutura geometricamente não linear sob carregamento dinâmico

arbitrário. Foi realizada uma otimização de topologia estrutural do amortecimento para dois problemas envolvendo o método de limiar de iso-superfície móvel (MIST).

Fu et al. (2018) apresentaram um fluxo de otimização automática para o projeto ideal resistente ao vento de estruturas de treliça lineares e geometricamente não lineares. Foi utilizado o algoritmo de critério de otimização modificado. Adotou-se a Interface de Programação de Aplicativo (API) do SAP2000. O método de programação quadrática foi usado para avaliar os multiplicadores de Lagrange no método de critério de otimização modificado.

Bielefeldt et al. (2019) desenvolveram um framework de otimização de topologia bio-inspirado que acopla algoritmos genéticos com um sistema de reescrita paralela conhecido como *Lindenmayer System* (L-System). As análises consideraram toda a não linearidade geométrica do problema. Exemplos de problemas de projeto e as soluções determinadas usando esta nova estrutura foram apresentados e comparados com soluções ideais.

Martinelli e Alves (2020a) investigaram a influência do amortecimento na otimização estruturas treliçadas com não linearidade geométrica sob cargas dinâmicas. Visou-se determinar as áreas das seções transversais que minimizam a massa de um determinado sistema estrutural. As análises foram realizadas usando Programação Quadrática Sequencial (SQP), disponível no Matlab.

Martinelli e Alves (2020b) formularam um problema de otimização de estruturas treliçadas com não linearidade geométrica sob carregamentos dinâmicos. Foram desenvolvidas rotinas computacionais em Matlab usando Programação Quadrática Sequencial (SQP). A análise dinâmica geométrica não linear realizada combina o método de Newmark com as iterações de Newton-Raphson.

Martins, Simões e Negrão (2021) propuseram um algoritmo de otimização para auxiliar no dimensionamento de pontes treliçadas de concreto sob carregamento estático e sísmico. O método dos elementos finitos foi usado para a análise tridimensional considerando cargas estáticas, não linearidades geométricas, efeitos dependentes do tempo e ação sísmica usando uma resposta modal.

Já com considerações de não linearidades físicas, foi encontrado apenas um trabalho dentro da metodologia de pesquisa utilizada. Al-Bazoon e Arora (2022) que apresentaram um novo procedimento computacional para otimização de estruturas geométrica e fisicamente não lineares submetidas a carregamentos dinâmicos. No

procedimento, a carga dinâmica foi transformada em cargas estáticas equivalentes (ESLs). Exemplos de treliças foram resolvidos para analisar o procedimento.

Quando o assunto é otimização de treliças com ambas as não linearidades e carregamento dinâmico simultaneamente, nenhum trabalho foi encontrado dentro dos últimos anos, o que justifica esse trabalho.

2.4.3 Síntese do estado da arte

Os trabalhos revisados nas subseções anteriores (2.4.1 e 2.4.2) estão listados na Tabela 1, onde são classificados de acordo com os principais assuntos abordados nessa dissertação. Na última linha dessa tabela, foi incluído este trabalho para situá-lo no contexto da literatura.

Cada trabalho foi selecionado para situar quais pesquisas estão sendo realizadas quando o assunto é análise não linear em procedimentos de otimização estrutural. A partir deles, foi possível observar os principais tipos de estruturas que estão sendo analisados nesse contexto, os métodos empregados, os tipos de carregamento dinâmico e suas características, os algoritmos de otimização, assim como os parâmetros de otimização. Além disso, essa revisão mostra a carência em trabalhos envolvendo as duas não linearidades, carregamento dinâmico e otimização. Por fim, eles também foram úteis para validação dos procedimentos de análise e otimização desta dissertação.

Tabela 1: Assuntos abordados no estado da arte.

Referência	Não linearidade geométrica	Não linearidade física	Análise dinâmica	Otimização estrutural
Koohestani (2012)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Li e Khandelwal (2016)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Tort, Sahin e Hasançebi (2016)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Madah e Amir (2017)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Madah e Amir (2019)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Pollini (2021)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Mai, Kang e Lee (2021)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Deichmann et al. (2022)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Ma et al. (2022a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Mai et al. (2022b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Alves et al. (2022)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Ju et al. (2013)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Há, Vu e Truong (2018)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Karimi e Kani (2019)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Javidi, Salajegheh e Salajegheh (2022)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Ramos e Paulino (2014)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Zhang, Ramos Jr e Paulino (2017)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Viet-Hung e Seung-Eock (2018)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Qin et al. (2022)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Alfouneh e Tong (2018)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Fu et al. (2018)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Bielefeldt et al. (2019)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Martinelli e Alves (2020a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Martinelli e Alves (2020b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Martins, Simões e Negrão (2021)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Al-Bazoon e Arora (2022)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Autora (2024)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

3 ABORDAGEM METODOLÓGICA

Neste trabalho, foi implementado um programa computacional capaz de otimizar a massa de estruturas treliçadas submetidas a cargas dinâmicas, considerando as não linearidades geométrica e física. Inicialmente, foram selecionados alguns exemplos de estruturas da literatura, tanto para a validação do programa quanto para a aplicação do mesmo. Em seguida, foram criadas rotinas na plataforma do Matlab capazes de integrar um *software* de análise estrutural e os algoritmos de otimização.

O *software* utilizado para a análise dinâmica não linear das estruturas foi o Ansys, um programa de elementos finitos para simulação avançada de problemas de engenharia. Optou-se pela versão *Ansys Mechanical APDL*, pois permite que as funcionalidades sejam executadas através de uma linha de comando por meio de uma linguagem própria (*Ansys Parametric Design Language* ou APDL). A vantagem dessa versão é que ela permite uma maior liberdade para a personalização dos modelos, assim como a sua operação, sem a necessidade de abrir a interface gráfica, o que torna o processo de otimização mais automatizado e rápido.

Para a otimização das estruturas treliçadas, foi implementado o algoritmo PSO, com os parâmetros definidos no item 3.3. Além disso, também foi feita uma otimização com o algoritmo AG nativo do Matlab, para posterior comparação dos resultados e do desempenho dos algoritmos.

3.1 Programa computacional

O programa computacional de otimização foi implementado na plataforma do Matlab, e funciona sob um processo iterativo e automatizado.

Inicialmente, foram elaborados, uma série de roteiros escritos em APDL em arquivos de texto, que servem como dados de entrada para o Ansys modelar a estrutura e realizar a análise dinâmica não linear. Neles, foram contidos os comandos de pré-processamento, para a modelagem da estrutura, como: tipo de elemento; coordenadas dos nós; condições de apoio; propriedades geométricas; e propriedades do material. Nesse momento, os valores das áreas das seções transversais dos elementos foram escritos como incógnitas, que tiveram valores atribuídos durante o procedimento de otimização.

Além disso, os roteiros também contêm os comandos para a realização da análise dinâmica, como: matriz de massa (consistente ou concentrada); carregamento e sua duração; tamanho do incremento de tempo; taxa de amortecimento; e método de análise. Ainda, foi necessário incluir os comandos para a consideração dos efeitos de não linearidade, como: permissão de grandes deslocamentos; o modelo constitutivo que rege o material; e o método de análise.

Além dos comandos de pré-processamento e análise, também foram necessários os comandos de pós-processamento, onde foram exportados, para um novo arquivo de texto, os resultados máximos e mínimos de deslocamento nodal, tensão axial e força axial de compressão nas barras.

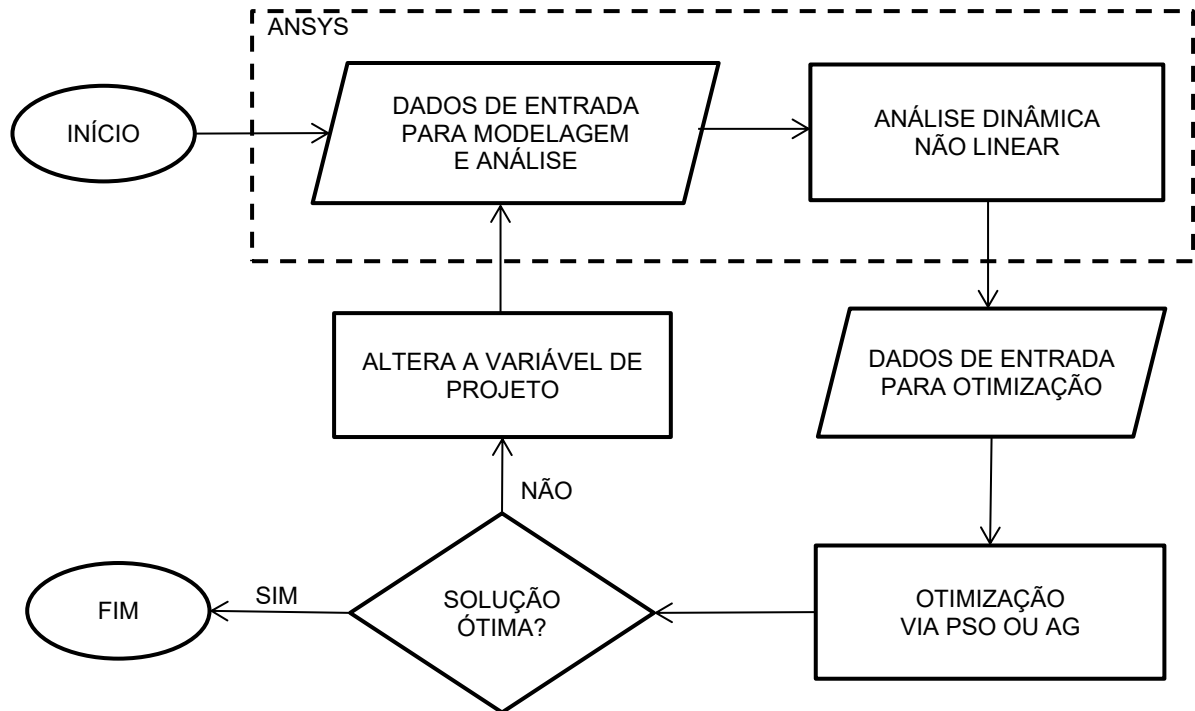
Uma vez elaborados os roteiros, foi desenvolvida uma rotina no Matlab para substituição das incógnitas relativas às áreas da seção transversal inseridas no roteiro. Essas variáveis representam as variáveis de projeto do problema de otimização e são melhor detalhadas na seção 3.3.

Em seguida, foi elaborada uma rotina para integrar o Ansys ao programa computacional. Assim, o *software* de análise é executado a partir dos arquivos de entrada, sem a necessidade da abertura da interface gráfica. Como resultado, obteve-se o arquivo de saída com as informações de pós-processamento.

Por fim, foram formuladas as rotinas de otimização. A partir dos resultados de saída, foram calculadas as funções de restrição e a função objetivo que fornece a massa final da estrutura. Esse processo se repete iterativamente, atualizando os valores das variáveis de projeto no roteiro (área da seção transversal) a cada iteração. O processo termina quando for encontrada a melhor solução (massa mínima) ou atingir um critério de parada.

A Figura 5 ilustra resumidamente o funcionamento do programa computacional desenvolvido após elaborados os roteiros.

Figura 5: Esquema de funcionamento do programa computacional de otimização.

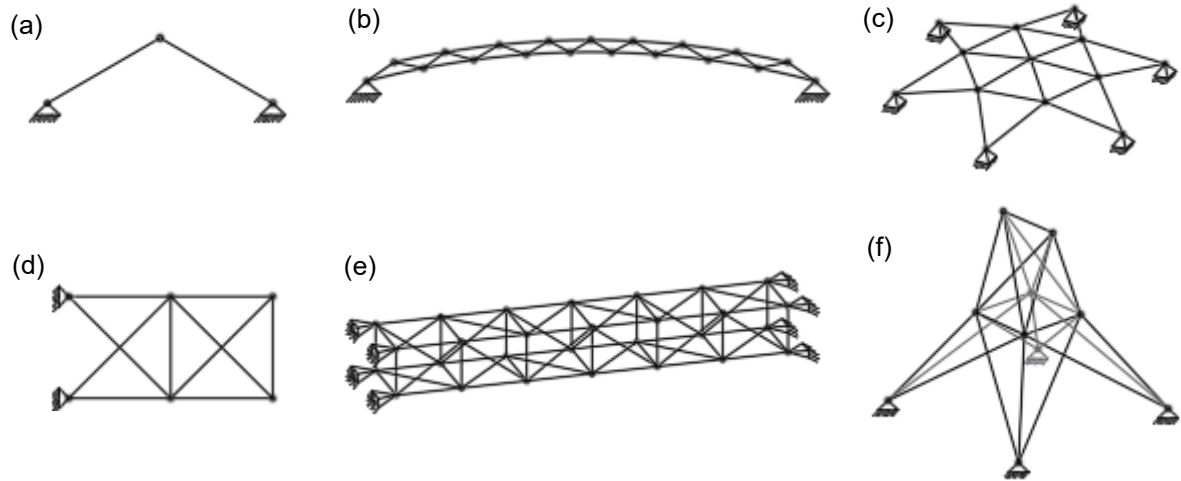


Fonte: Autora (2024).

3.2 Modelagem dos exemplos numéricos

Foram selecionados alguns exemplos de estruturas treliçadas da literatura para a aplicação do programa computacional. Alguns exemplos foram usados para a validação da análise dinâmica não linear e da otimização, enquanto outros foram usados para gerar resultados específicos para essa dissertação. As estruturas utilizadas estão ilustradas na Figura 6, sendo que as dimensões, coordenadas dos nós, condições de apoio e propriedades geométricas de cada uma estão detalhadas no tópico de resultados. Essas características foram mantidas em relação aos exemplos de referência, para que pudesse ser feita uma validação e uma comparação dos resultados propostos.

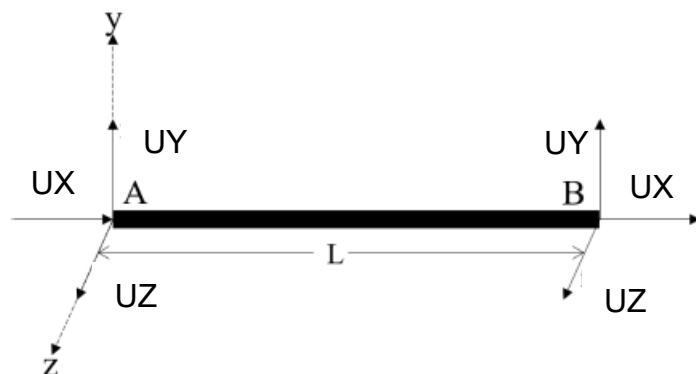
Figura 6: Tipos de estruturas: (a) Treliça plana de duas barras; (b) arco treliçado; (c) domo geodésico; (d) treliça plana de dez barras; (e) viga treliçada; e (f) torre treliçada.



Fonte: (a) e (b) Zhu, Al-Bermani e Kitifwrnchai (1994); (c) e (e) Martinelli e Alves (2020a); (d) Kim e Park (2009); e (f) Mai *et al.* (2022a).

Por se tratar de estruturas treliçadas, o tipo de elemento finito usado no Ansys foi o LINK180, elemento adequado para a modelagem de barras de treliça, apresentando três graus de liberdade por nó e com rotações livres, como visto na Figura 7.

Figura 7: Graus de liberdade do elemento LINK180.



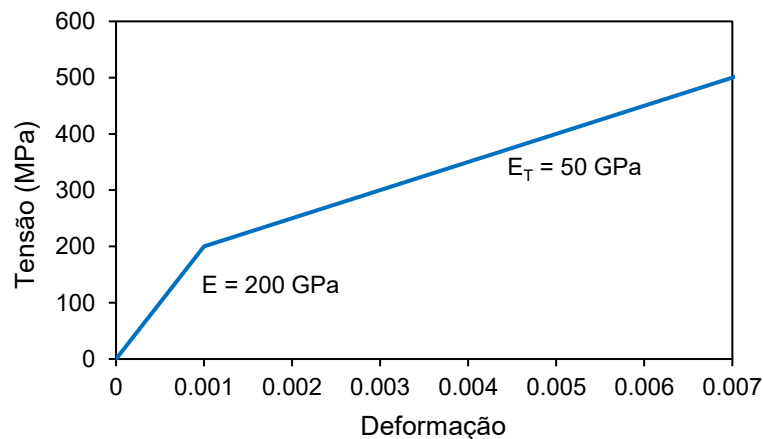
Fonte: Autora (2024).

Quanto à análise dinâmica, foi utilizado o método de Newmark, que já vem configurado no Ansys. O tipo de análise dinâmica foi a análise transiente, para encontrar a resposta da estrutura às cargas arbitrariamente variáveis no tempo. Além disso, também foi necessária uma análise modal para obter as frequências naturais

das estruturas com amortecimento. Para todos os exemplos foi utilizada matriz de massa concentrada. O carregamento e a taxa de amortecimento foram definidos de acordo com as referências dos problemas, e estão detalhadas nos resultados. O método do amortecimento utilizado foi o amortecimento de Rayleigh, que se utiliza das duas primeiras frequências naturais de vibração da estrutura e das taxas de amortecimento, aqui consideradas iguais a 0, 2 e 5%.

Para a execução da análise não linear, o método iterativo de Newton-Raphson foi utilizado. Já para a consideração da não linearidade física nas análises, foi utilizado o modelo constitutivo do material da Figura 8, sendo uma curva tensão-deformação elastoplástica bilinear. O modelo foi proposto por Kim e Park (2009), usado como um dos exemplos de referência, e foi adotado para todos demais exemplos que consideram a não linearidade física. O módulo de elasticidade é igual a 200 GPa, o módulo tangente tem valor de 50 GPa e a resistência ao escoamento é de 200 MPa.

Figura 8: Curva tensão-deformação elastoplástica bilinear.



Fonte: Adaptado de Kim e Park (2009).

3.3 Formulação do problema de otimização

O objetivo do problema de otimização foi determinar a área da seção transversal das barras que minimiza a massa total da estrutura treliçada, impondo-se restrições aos deslocamentos nodais, às tensões axiais de tração e compressão e às forças axiais de compressão das barras, quando aplicável.

Nesse sentido, as variáveis de projeto do problema de otimização foram as áreas das seções transversais das barras da estrutura, contidas no vetor A da Equação 18.

$$\mathbf{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_{nb}\} \quad (18)$$

sendo nb o número total de barras da estrutura.

As variáveis de projeto foram do tipo discretas e determinam a geometria da seção das barras de aço da treliça, podendo assumir qualquer um dos 142 valores de área presente no catálogo de perfis estruturais tubulares comercializados pela Vallourec (2015). Contudo, para um caso específico dos resultados, foram utilizadas variáveis contínuas e estão detalhadas no Cap. 4.

Já a função objetivo consistiu na minimização da massa total da estrutura pelo somatório da massa de cada barra que a compõe, conforme a Equação 19:

$$\text{Minimizar } f = \sum_{i=1}^{nb} \rho A_i L_i \quad (19)$$

em que ρ é a massa específica, A_i é a área da seção transversal da i -ésima barra e L_i é o comprimento da i -ésima barra.

Por fim, as restrições impostas ao problema são descritas nas Equações 20-23.

$$\frac{U_{\text{máx}}}{U_{\text{lim}}} - 1 \leq 0 \quad (20)$$

$$\frac{\sigma_{T_{\text{máx}}}}{\sigma_{T_{\text{lim}}}} - 1 \leq 0 \quad (21)$$

$$\frac{\sigma_{C_{\text{máx}}}}{\sigma_{C_{\text{lim}}}} - 1 \leq 0 \quad (22)$$

$$\frac{N_{C,Sd}}{N_{C,Rd}} - 1 \leq 0 \quad (23)$$

sendo $\sigma_{T_{\text{máx}}}$ e $\sigma_{C_{\text{máx}}}$ os valores máximos de tensão axial de tração e compressão, respectivamente, obtidas da análise estrutural; $\sigma_{T_{\text{lim}}}$ e $\sigma_{C_{\text{lin}}}$ os valores limites admissíveis para as tensões de tração e compressão, respectivamente; $U_{\text{máx}}$ o valor máximo absoluto de deslocamento nodal sofrido pela estrutura; U_{lim} o valor limite admissível para os deslocamentos nodais; e $N_{C,Sd}$ e $N_{C,Rd}$ as forças axiais de compressão solicitante e resistente de cálculo, respectivamente.

O cálculo da força axial de compressão resistente de cálculo ($N_{c,Rd}$) é feito com base na norma ABNT NBR 8800 (ABNT, 2008), e é mostrado na Equação 24.

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (24)$$

sendo χ o fator de redução associado à resistência à compressão, Q o fator de redução total associado à flambagem local, A_g é a área bruta da seção transversal da barra, f_y a tensão de escoamento do aço e γ_{a1} o coeficiente de ponderação da resistência, igual a 1,10 em combinações normais no estado limite último.

Por se tratar de perfis tubulares, o fator de redução χ é calculado segundo a norma ABNT NBR 16239 (ABNT, 2013), e é dado pela Equação 25, sendo λ_0 o índice de esbeltez reduzido, calculado pela Equação 26.

$$\chi = \frac{1}{(1 + \lambda_0^{4,48})^{1/2,24}} \quad (25)$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} \quad (26)$$

A força axial de flambagem elástica N_e é calculada pela Equação 27, sendo E o módulo de elasticidade do aço, I o momento de inércia da seção transversal e KL o comprimento de flambagem à flexão, igual à $0,9L$ para treliças com perfis tubulares, segundo a ABNT NBR 16239 (ABNT, 2013).

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (27)$$

Já o fator de redução Q para seções tubulares circulares é dado pela Equação 28.

$$Q = \begin{cases} 1, & \text{se } \frac{D}{e} \leq 0,11 \frac{E}{f_y} \\ \frac{0,038 E}{D/e f_y} + \frac{2}{3}, & \text{se } 0,11 \frac{E}{f_y} < \frac{D}{e} < 0,45 \frac{E}{f_y} \end{cases} \quad (28)$$

onde D é o diâmetro externo da seção tubular circular e e é a espessura da parede.

Quando não foi utilizado exemplo de referência, o deslocamento nodal limite foi calculado tomando como base os valores máximos estabelecidos na norma ABNT NBR 8800 (ABNT, 2008), apresentado na Equação 29. Sendo l o vão teórico entre apoios ou o dobro do comprimento teórico do balanço.

$$U_{\text{lim}} = \frac{l}{250} \quad (29)$$

Da mesma forma, quando não teve um exemplo de referência, as tensões limites de tração e compressão foram definidas igual à tensão de escoamento do aço, vista na Equação 30. No caso das análises considerando a não linearidade física, as tensões de escoamento foram ponderadas em 1,25 para o exemplo do domo geodésico, e 1,75 para o exemplo da torre treliçada, de tal forma que fosse considerado o trecho não linear do material nas análises.

$$\sigma_{T_{\text{lim}}} = \sigma_{C_{\text{lim}}} = f_y \quad (30)$$

Destaca-se que as restrições dadas pelas Equações 20 a 23 requerem que seja feita uma análise dinâmica não linear a cada iteração do processo de otimização.

A solução do problema de otimização em questão foi obtida via Algoritmo de Dispersão de Partículas, que foi implementado no Matlab. Além disso, a mesma solução também foi obtida via Algoritmo Genético, disponível no toolbox do Matlab. Os parâmetros dos algoritmos foram definidos por meio de estudos prévios, onde se chegou a uma conformação que melhor se adequou aos problemas discutidos. Nesse sentido, os parâmetros adotados para cada algoritmo, foram:

- Algoritmo de dispersão de partículas (PSO)
 - Método das Penalidades Adaptativas (APM) de Barbosa e Lemonge (2008);
 - Número máximo de iterações: 100;
 - Tamanho da população: 50 indivíduos;
 - Tolerância: 10^{-6} .

- Algoritmo genético (AG)
 - Número máximo de gerações: 100;
 - Fator de crossover: 0,8;
 - Fator de mutação: randômico [0,1];
 - Tamanho da população: 200 indivíduos.

Uma vez que se tratam de algoritmos probabilísticos, cada otimização foi realizada 3 vezes para que o resultado fosse mais preciso, coletando-se o desvio padrão, bem como a média das soluções apresentadas.

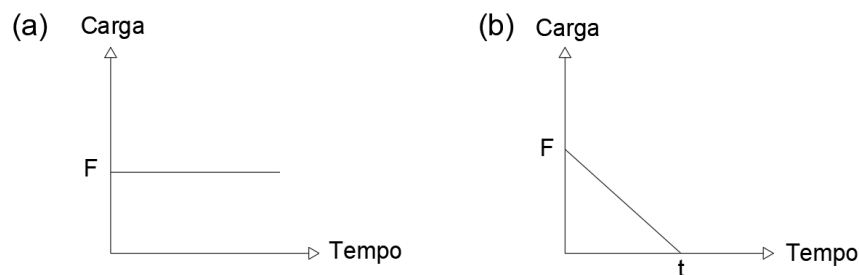
4 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados obtidos nesta dissertação. No primeiro tópico, estão os problemas referentes à não linearidade geométrica, no segundo à não linearidade física e, por último, os problemas envolvendo as duas não linearidades simultaneamente.

Em cada tópico, foi feita uma análise dinâmica não linear para verificar o comportamento da estrutura, usando exemplos da literatura como referência, quando possível. Depois, foi feita a otimização desses problemas. Além disso, foi realizada a análise linear dos exemplos de forma a comparar o real efeito da análise não linear nas estruturas.

Cada exemplo estudado teve suas propriedades definidas particularmente. A Figura 9 ilustra os dois tipos de carregamento dinâmico usados nos exemplos para validar a análise não linear e posteriormente realizar a otimização.

Figura 9: Tipos de carregamentos dinâmicos: (a) constante; e (b) triangular.



Fonte: Autora (2024).

4.1 Não linearidade geométrica com carga dinâmica

Nesta seção, primeiro buscou-se validar o procedimento de análise dinâmica não linear geométrica implementado por meio do estudo de cinco dos exemplos de estruturas treliçadas apresentados na Figura 6. Os quatro primeiros exemplos foram comparados com uma solução numérica da literatura para validar o método, e o último é um resultado gerado nessa dissertação. Alguns exemplos foram analisados considerando amortecimento estrutural, de forma que pudesse ser avaliada a sua influência na estrutura.

Três dos exemplos foram usados para estudar a otimização, a treliça plana de duas barras, o domo geodésico e a torre treliçada. A otimização da treliça plana e do domo geodésico foram referências da literatura, já a torre treliçada é um resultado dessa dissertação

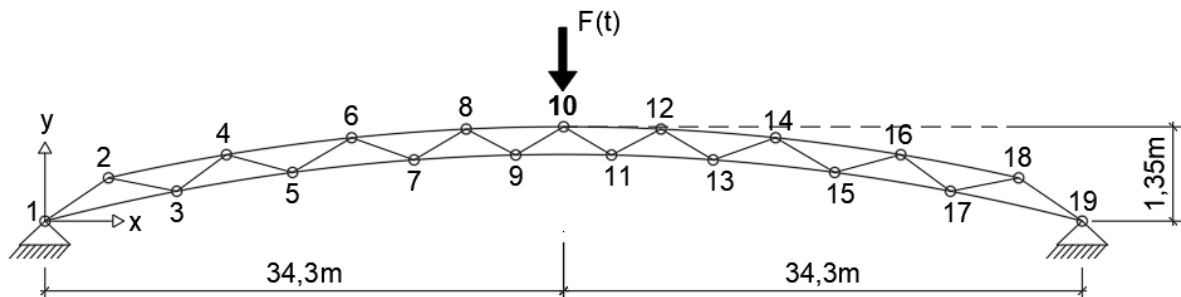
4.1.1 Arco treliçado

4.1.1.1 Análise dinâmica não linear geométrica

O exemplo em questão foi discutido por Zhu, Al-Bermani e Kitifwfnchai (1994), e consiste em um arco treliçado composto por 35 barras e 19 nós, conforme mostra a Figura 10. A estrutura possui módulo de elasticidade $E = 71,7 \text{ GPa}$, área da seção transversal diferente para os banzos e diagonais, sendo $A = 1,6 \text{ cm}^2$ para os banzos e $A = 1,3 \text{ cm}^2$ para as diagonais, e uma massa específica de $\rho = 2768 \text{ kg/m}^3$.

Para a análise dinâmica, a estrutura foi solicitada pelo carregamento dinâmico constante da Figura 9(a), com $F = 200 \text{ N}$ aplicado no nó 10 na direção y .

Figura 10: Arco treliçado.

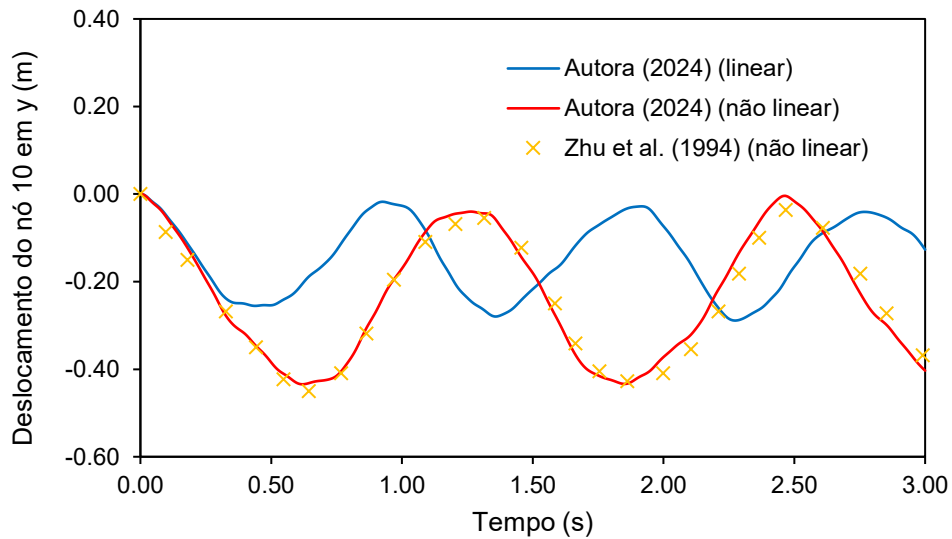


Fonte: Adaptado de Zhu, Al-Bermani e Kitifwfnchai (1994).

Os autores incluíram os efeitos da não linearidade geométrica por meio de uma formulação Lagrangeana atualizada e a integração no tempo da equação de equilíbrio dinâmico foi realizada pelo método de Newmark com aceleração constante. O exemplo foi analisado sem considerar os parâmetros de amortecimento.

Para traçar a resposta transiente da estrutura, foi adotado um incremento de tempo $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ para uma duração do carregamento de 3 s. Os resultados do deslocamento vertical do nó 10 estão apresentados na Figura 11 junto com os resultados de referência e da análise linear, para fins de comparação. A análise linear foi feita utilizando os mesmos parâmetros.

Figura 11: Deslocamento nodal do arco treliçado.



Fonte: Autora (2024).

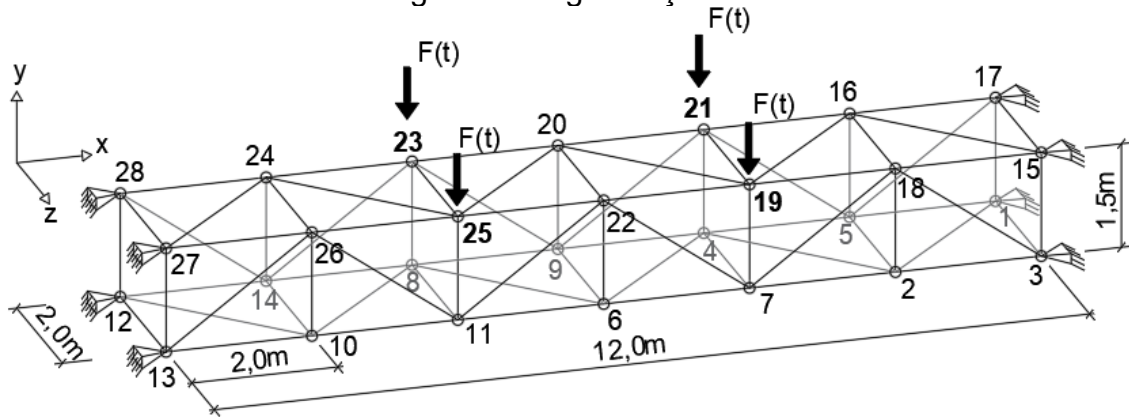
Os resultados da análise se aproximam dos resultados de referência, indicando que a análise foi efetiva e teve uma utilização adequada do programa. Ainda, para avaliar o efeito da não linearidade geométrica, também foi realizada a análise dinâmica linear. Foi possível notar que o deslocamento decorrido da análise não linear foi consideravelmente maior que o da análise linear, de aproximadamente 18 cm (ou 70%), apontando desta forma a importância da consideração da mesma.

4.1.2 Viga treliçada

4.1.2.1 Análise dinâmica não linear geométrica

Este exemplo foi estudado por Martinelli e Alves (2020a) e consiste em uma viga treliçada composta por 76 barras e 28 nós, conforme Figura 12. A estrutura possui módulo de elasticidade $E = 71,7 \text{ GPa}$, massa específica $\rho = 4152 \text{ kg/m}^3$ e áreas de seção transversal $A = 0,8 \text{ cm}^2$, para os banzos, $A = 0,6 \text{ cm}^2$, para os montantes, e $A = 0,4 \text{ cm}^2$, para as diagonais. A estrutura está solicitada pelo carregamento constante da Figura 9(a), aplicado verticalmente nos nós 19, 21, 23 e 25, com $F = 50 \text{ kN}$.

Figura 12: Viga treliçada.

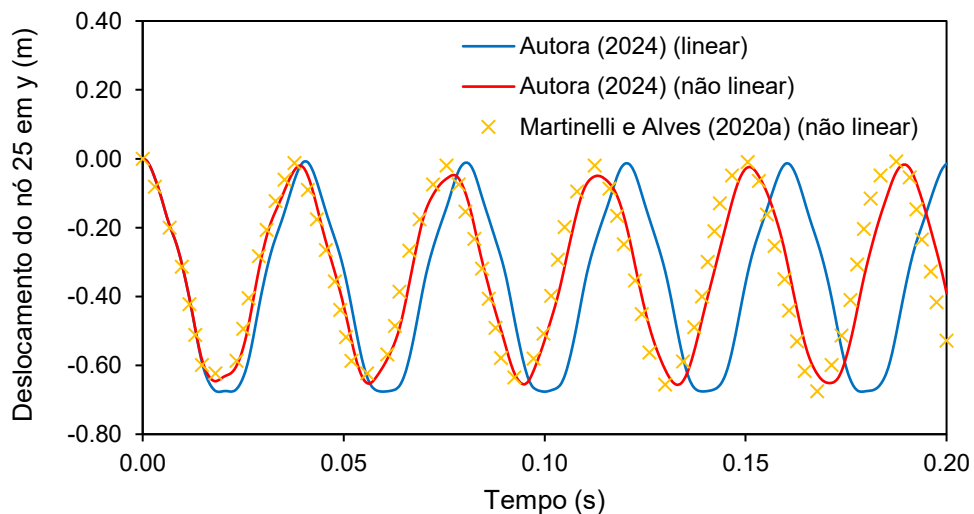


Fonte: Adaptado de Martinelli e Alves (2020a).

Martinelli e Alves (2020a), analisaram este exemplo por meio de uma formulação Lagrangeana atualizada combinada com o método de Newmark com iterações do tipo Newton-Raphson e com um incremento de tempo $\Delta t = 10^{-5}$ s, em um carregamento com 0,2 s de duração. Contudo, nesta dissertação, foi adotado um incremento de tempo de $\Delta t = 10^{-3}$ s para reduzir o tempo total de análise. O problema foi analisado inicialmente sem amortecimento e depois adotando um amortecimento de 5%.

- Análise sem amortecimento ($\xi = 0$)

Os resultados obtidos para deslocamento vertical estão na Figura 13, onde o nó 25 foi usado para a análise e validação. Além disso, o mesmo resultado foi comparado com a análise linear, realizada sob os mesmos parâmetros.

Figura 13: Deslocamento nodal da viga treliçada para $\xi = 0$.

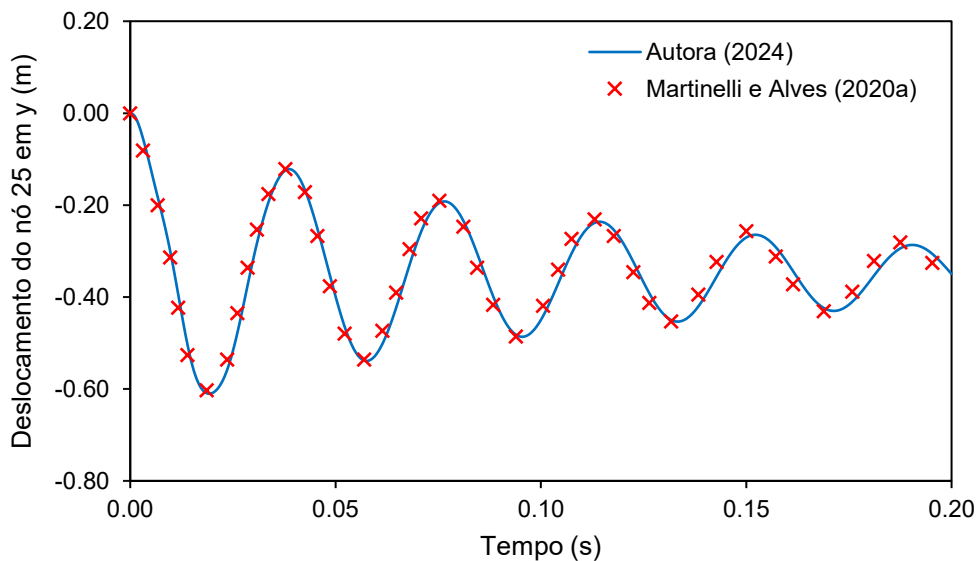
Fonte: Autora (2024).

Nota-se que a análise não linear resultou em um deslocamento levemente menor que a análise linear, de aproximadamente 5% (ou 3,1 cm). Este resultado pode ser devido a redistribuição dos esforços e conseqüentemente dos deslocamentos nas barras em cada iteração. Por ser uma estrutura mais rígida que os demais exemplos, a análise não linear não apresentou deslocamentos maiores que a análise linear. Além disso, essa é uma estrutura que por si só tem um comportamento de menor não linearidade que os demais exemplos, que são conhecidos por terem um comportamento fortemente não linear.

- Análise com amortecimento ($\xi = 5\%$)

Agora, o mesmo exemplo foi analisado considerando uma taxa de amortecimento de 5%. Na Figura 14 são vistos os resultados obtidos com o carregamento em questão para o deslocamento vertical do nó 25.

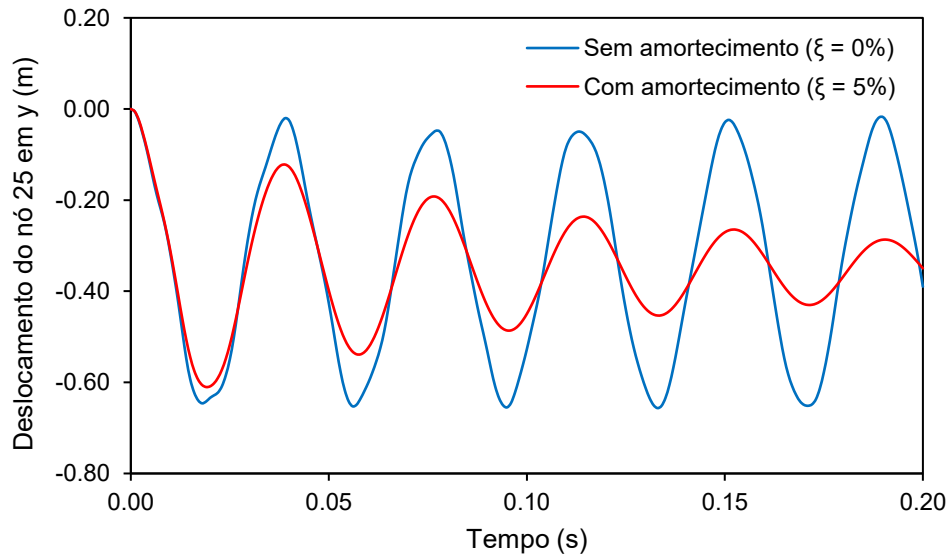
Figura 14: Deslocamento nodal da viga treliçada para $\xi = 5\%$.



Fonte: Autora (2024).

Ainda, foi feita uma comparação entre as análises não lineares com e sem amortecimento, a fim de avaliar o seu efeito na estrutura. Ambos os resultados estão apresentados na Figura 15 para o mesmo nó 25.

Figura 15: Análise comparativa da análise com e sem amortecimento da viga treliçada.



Fonte: Autora (2024).

A consideração do amortecimento levou a uma redução do deslocamento máximo, em aproximadamente 7%. Esse é um resultado esperado, uma vez que a função do amortecimento é justamente absorver as vibrações da estrutura e minimizar seus deslocamentos. Com isso, espera-se, ainda, que o aumento da taxa de amortecimento possa contribuir para a minimização da massa da estrutura ao final da otimização.

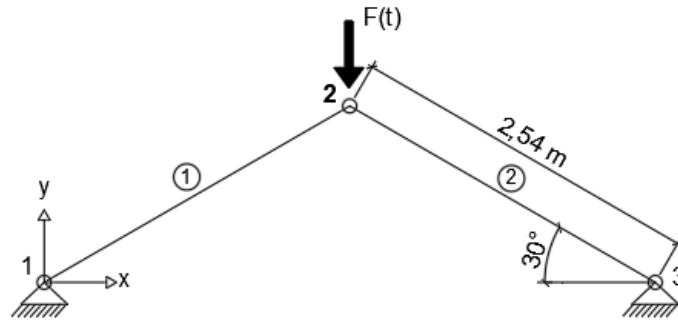
4.1.3 Treliça plana de duas barras

4.1.3.1 Análise dinâmica não linear geométrica

O exemplo consiste em uma treliça plana composta por duas barras, conforme a Figura 16. A estrutura foi anteriormente analisada por Zhu, Al-Bermani e Kitifwrnchai (1994) e suas propriedades são: módulo de elasticidade $E = 200 \text{ GPa}$, área da seção transversal $A = 6,45 \text{ cm}^2$ e massa específica $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$. Os parâmetros de amortecimento foram desconsiderados.

A estrutura foi solicitada pelo carregamento constante apresentado na Figura 9(a). Sendo a carga $F = 3560 \text{ kN}$ aplicada no nó 2 na direção y com uma duração de 0,6 s.

Figura 16: Trelça plana de duas barras.

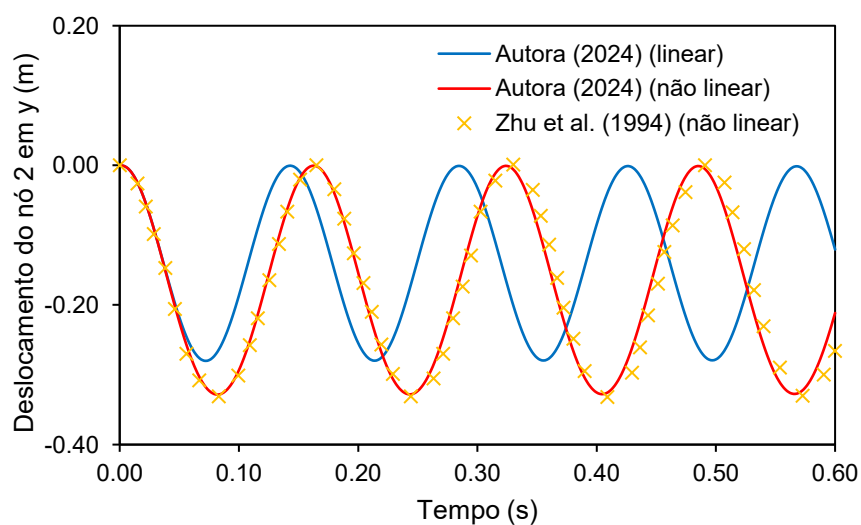


Fonte: Adaptado de Zhu, Al-Bermani e Kitifwrmchai (1994).

Na referência, foi desenvolvida uma nova formulação para a realização da análise dinâmica não linear, chamada VFIFE (*Vector Form Intrinsic Finite Element*) combinada com um método de integração temporal explícito. Para traçar a resposta transiente da estrutura, adotou-se um incremento de tempo $\Delta t = 0,00278$ s, definido a partir do período natural de vibração vertical da trelça em sua configuração inicial ($T = 0,139$ s) como $T/50$. Nesta dissertação, a análise dinâmica foi realizada utilizando o mesmo incremento de tempo.

A Figura 17 apresenta os resultados obtidos para o deslocamento do nó 2 na direção y, junto com os resultados da análise linear, realizada sob os mesmos parâmetros citados.

Figura 17: Deslocamento nodal da trelça plana de duas barras.



Fonte: Autora (2024).

Os resultados da análise se aproximam dos resultados de referência, indicando uma análise efetiva e uma utilização adequada do programa. Além disso, para o mesmo problema, também foi feita uma análise linear para fins de comparação entre os dois tipos de análise dinâmica: linear e não linear geométrica.

Nota-se, ainda, que a análise não linear resultou em um deslocamento um pouco maior que a análise linear, de aproximadamente 5,8 cm ou 21%. Isso indica que, o carregamento em questão está, provavelmente, causando um efeito de segunda ordem na estrutura e, somente quando foi realizada a análise não linear, foi possível perceber esse deslocamento adicional.

4.1.3.2 Otimização

A otimização estrutural desse problema foi estudada anteriormente em Martinelli (2019), que utilizou os algoritmos de Programação Quadrática Sequencial (PQS) e o Algoritmo dos Pontos Interiores (PI) para obter a solução do problema de otimização. Ressalta-se que esses algoritmos são métodos gradientes e trabalham com as variáveis como contínuas, diferente da proposta deste trabalho onde as variáveis são consideradas discretas.

O carregamento dinâmico continua constante, como na Figura 9(a), mas com $F = 1780$ kN. A duração da análise dinâmica foi de 0,06 s, com um incremento de tempo $\Delta t = 0,00002$ s. Contudo, nesta dissertação foi considerado o incremento de tempo $\Delta t = 0,0002$ s para redução do tempo de análise. O amortecimento foi desconsiderado.

As propriedades do módulo de elasticidade e massa específica são $E = 200$ GPa e $\rho = 7850$ kg/m³, respectivamente. Como a estrutura é simétrica, considerou-se apenas uma variável de projeto. As restrições impostas foram de 0,013 m, para deslocamento nodal limite, e 250 MPa, para as tensões limites de tração e compressão.

Na Tabela 2 são apresentados os resultados obtidos na otimização das análises dinâmica linear e não linear geométrica.

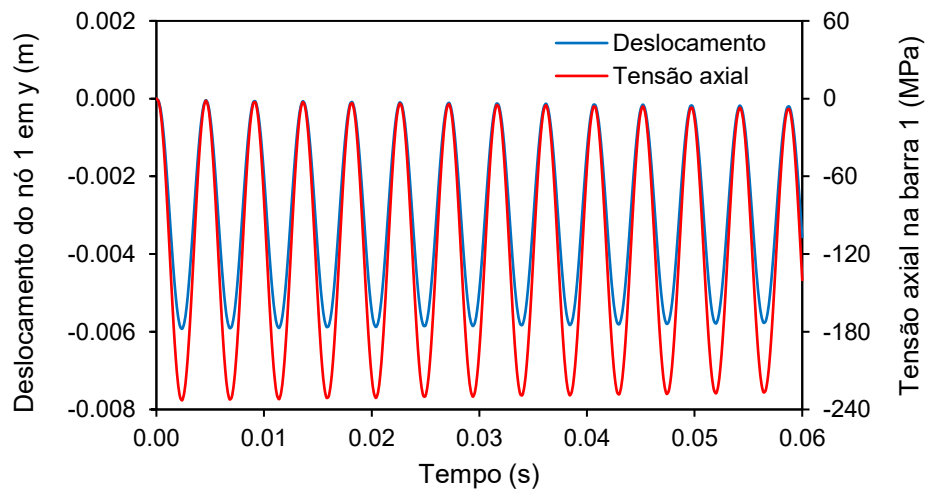
Tabela 2: Resultados otimização da treliça plana de duas barras.

	Linear		Não linear		Martinelli (2019) PQS/PI
	PSO	AG	PSO	AG	
A (cm ²)	152,0	152,0	152,0	152,0	152,0
U_{max} (m)	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006
$\sigma_{T_{max}}$ (MPa)	0	0	0	0	0
$\sigma_{C_{max}}$ (MPa)	232,88	232,88	232,88	232,88	234,61
Média (kg)	606,21	606,21	606,21	606,21	-
Desvio padrão (%)	0	0	0	0	-
Massa ótima (kg)	606,21	606,21	606,21	606,21	606,14

Nota-se que houve uma divergência muito pequena entre os valores obtidos e os de referência, que podem ser justificados por aproximações de cálculo. Quanto ao desempenho dos algoritmos, ambos alcançaram o mesmo resultado. Além disso, também não houve diferença entre a análise linear e a análise não linear.

A Figura 18 mostra o gráfico com as curvas do deslocamento vertical do nó 1 e da tensão axial na barra um ao longo do tempo. A partir delas, é possível observar em qual instante de tempo ocorrem os máximos e mínimos para o deslocamento e as tensões.

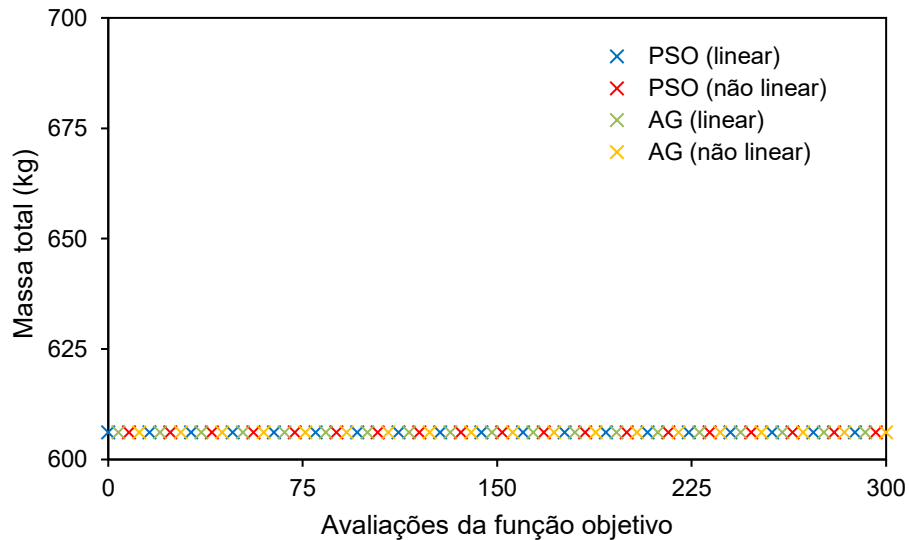
Figura 18: Deslocamento e tensões da treliça plana de duas barras otimizada.



Fonte: Autora (2024).

Na Figura 19 tem-se o gráfico de massa total pelo número de avaliações da função objetivo. Nota-se que não houve diferença entre os resultados de cada iteração, como indicado pelo desvio padrão igual a zero na Tabela 2. Nesse caso, ambos os algoritmos apresentaram uma boa e mesma robustez.

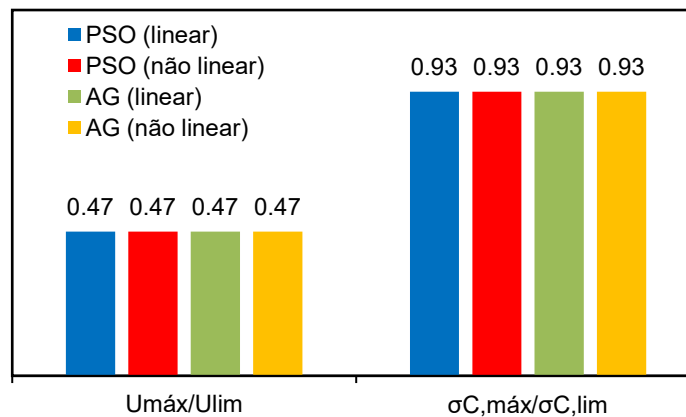
Figura 19: Treliça plana de duas barras: massa total x avaliações da função objetivo.



Fonte: Autora (2024).

Outra análise relevante é sobre as funções de restrição do problema. Na Figura 20 é possível observar um gráfico com o valor normalizado das restrições, mostrando que a tensão de compressão é a restrição responsável pela otimização, uma vez que mais se aproxima do limite estabelecido.

Figura 20: Restrições normalizadas da otimização da treliça plana de duas barras.



Fonte: Autora (2024).

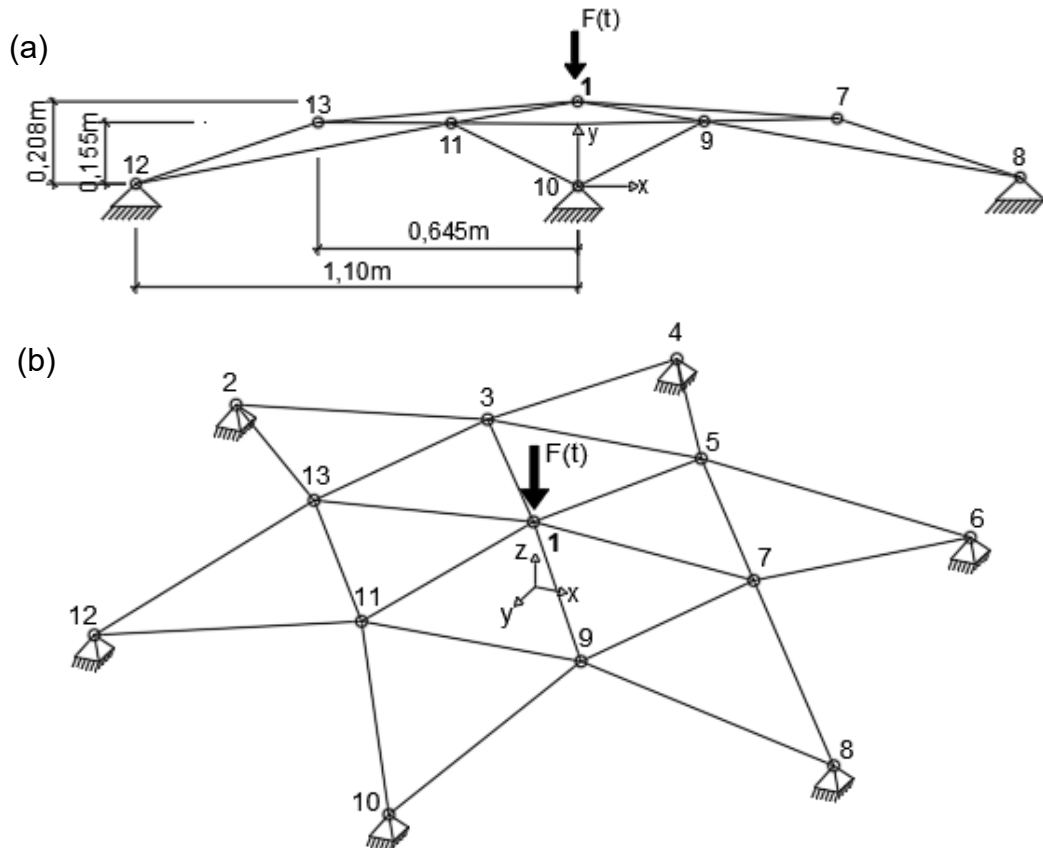
4.1.4 Domo geodésico

4.1.4.1 Análise dinâmica não linear geométrica

O exemplo quatro consiste em um domo geodésico analisado por Martinelli e Alves (2020a) e Martinelli (2019). A estrutura é composta por 24 barras e 13 nós, conforme mostra a Figura 21. O módulo de elasticidade é $E = 68992 \text{ MPa}$, área da seção transversal $A = 6,45 \text{ cm}^2$ e massa específica $\rho = 2760 \text{ kg/m}^3$.

O domo está solicitado pela força triangular indicada na Figura 9(b), onde $F = 8900 \text{ N}$ e $t = 0,01 \text{ s}$, aplicada no nó 1 na direção y e foi estudado para a estrutura sem e com amortecimento. Ele foi analisado por meio de uma formulação Lagrangeana atualizada combinada com o método de Newmark com iterações do tipo Newton-Raphson com um incremento de tempo $\Delta t = 0,000156 \text{ s}$. Nesta dissertação, a análise dinâmica foi realizada utilizando o mesmo incremento de tempo.

Figura 21: Domo no geodésico: a) vista frontal; b) vista superior.

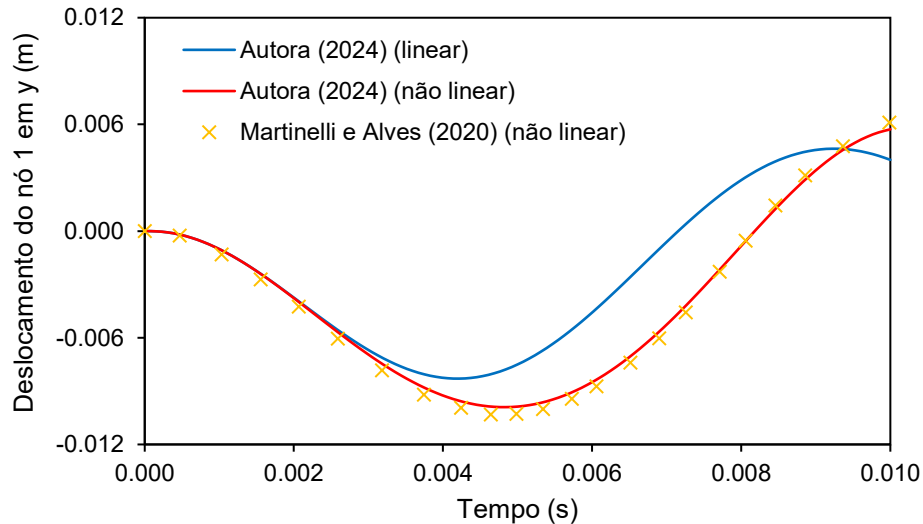


Fonte: Adaptado de Martinelli e Alves (2020a) e Martinelli (2019).

- Análise sem amortecimento ($\xi = 0$)

A análise sem o amortecimento foi realizada por Martinelli e Alves (2020a). A Figura 22 apresenta os resultados obtidos para o deslocamento vertical do nó 1 e os resultados das análises linear e não linear para fins de comparação.

Figura 22: Deslocamento nodal do domo geodésico para $\xi = 0$.



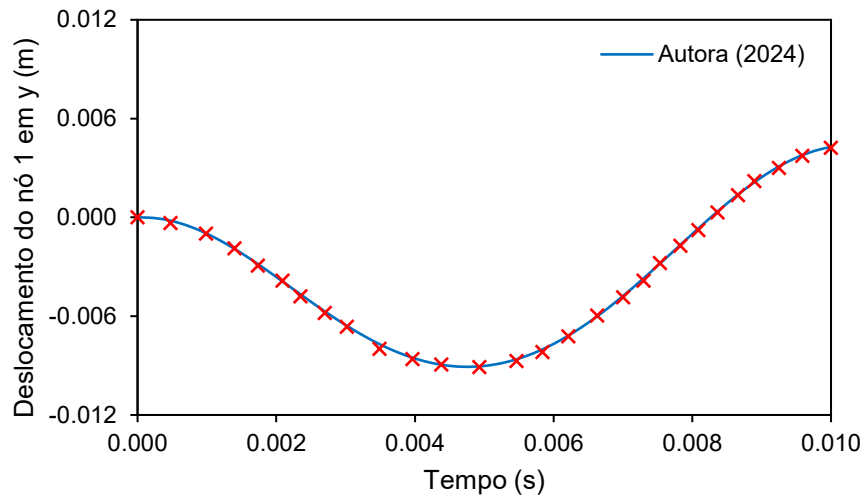
Fonte: Autora (2024).

Nota-se que análise não linear resultou em um deslocamento um pouco maior que a análise linear, aproximadamente 19% (ou 1 mm), que é o efeito esperado ao considerar a não linearidade geométrica.

- Análise com amortecimento ($\xi = 5\%$)

O mesmo exemplo foi analisado por Martinelli (2019), considerando uma taxa de amortecimento de 5%. A Figura 23 apresenta os resultados obtidos com o carregamento em questão para o deslocamento do nó 1 na direção y.

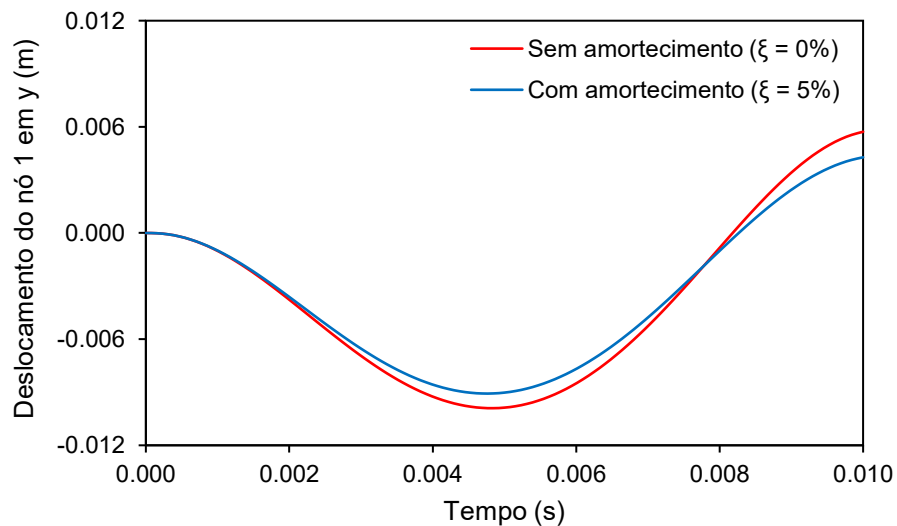
Figura 23: Deslocamento nodal do domo geodésico para $\xi = 5\%$.



Fonte: Autora (2024).

Ainda, foi feita uma comparação entre a análise não linear com e sem amortecimento. Ambos os resultados estão apresentados na Figura 24 para o deslocamento vertical do nó 1.

Figura 24: Análise comparativa da análise com e sem amortecimento do domo geodésico.



Fonte: Autora (2024).

Nota-se, que a consideração do amortecimento levou a uma redução de aproximadamente 8% (0,8 mm) no deslocamento do nó analisado.

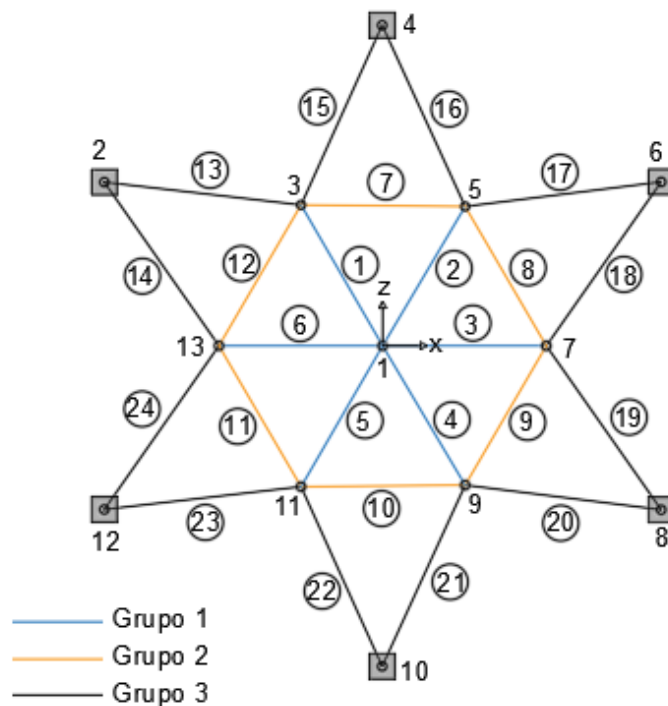
4.1.4.2 Otimização

A otimização estrutural do domo geodésico foi estudada em Martinelli e Alves (2020a) com soluções obtidas via algoritmos de Programação Quadrática Sequencial (PQS) e Pontos Interiores (PI).

A intensidade do carregamento dinâmico foi aumentada em relação ao exemplo de validação, sendo que a carga permanece do tipo triangular, como na Figura 9(b), com $F = 356$ kN e $t = 0,1$ s. A duração da análise dinâmica foi de $0,1$ s, com um incremento de tempo $\Delta t = 0,0001$ s. As propriedades foram alteradas para $\rho = 7850$ kg/m³ e $E = 200$ GPa. Foi desconsiderado o amortecimento.

Neste problema foram consideradas três variáveis de projeto, divididas de acordo com o agrupamento de barras indicado na Figura 25. Já as restrições impostas foram de $0,007$ m para deslocamento nodal limite e 250 MPa para as tensões de compressão e tração limites.

Figura 25: Agrupamento de barras do domo geodésico.



Fonte: Adaptado de Martinelli e Alves (2020a).

A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos na otimização das análises dinâmica linear e não linear geométrica. A média e o desvio padrão na tabela se referem ao conjunto de soluções ótimas encontradas pelos algoritmos.

Tabela 3: Resultados da otimização do domo geodésico.

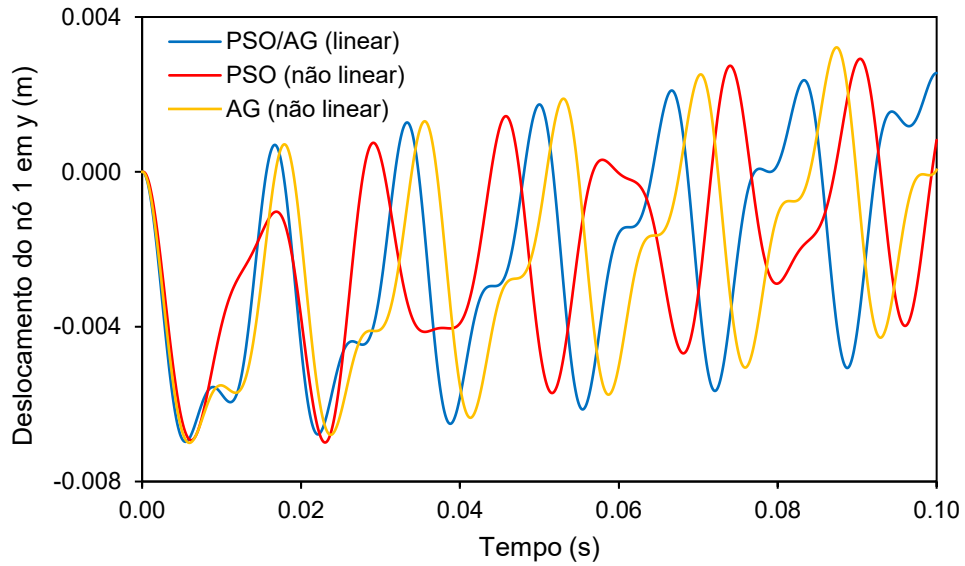
	Linear		Não linear		Martinelli (2019) PQS/PI
	PSO	AG	PSO	AG	
A_1 (cm ²)	171,0	171,0	211,0	191,0	193,58
A_2 (cm ²)	171,0	171,0	168,0	195,0	177,42
A_3 (cm ²)	15,2	15,2	21,4	15,5	22,31
U_{max} (m)	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007
σ_{Tmax} (MPa)	131,29	131,29	88,12	106,97	91,27
σ_{Cmax} (MPa)	226,72	226,72	167,36	224,34	161,02
Média (kg)	1169,30	1185,10	1334,50	1314,61	-
Desvio padrão (%)	3,24	5,36	5,05	1,82	-
Massa ótima (kg)	1155,01	1155,01	1314,36	1291,17	1296,68

As divergências em relação aos valores de referência aconteceram uma vez que os autores utilizaram variáveis do tipo contínuas em suas análises, enquanto nessa dissertação as variáveis são discretas. Apesar disso, os resultados foram muito próximos.

Na análise linear, não houve diferença entre os algoritmos para a massa ótima, contudo o PSO se apresentou mais robusto, já que seu desvio padrão foi menor. Já na análise não linear, o AG se apresentou como o melhor algoritmo, tendo o menor desvio padrão e uma solução 1,8% menor em relação ao PSO.

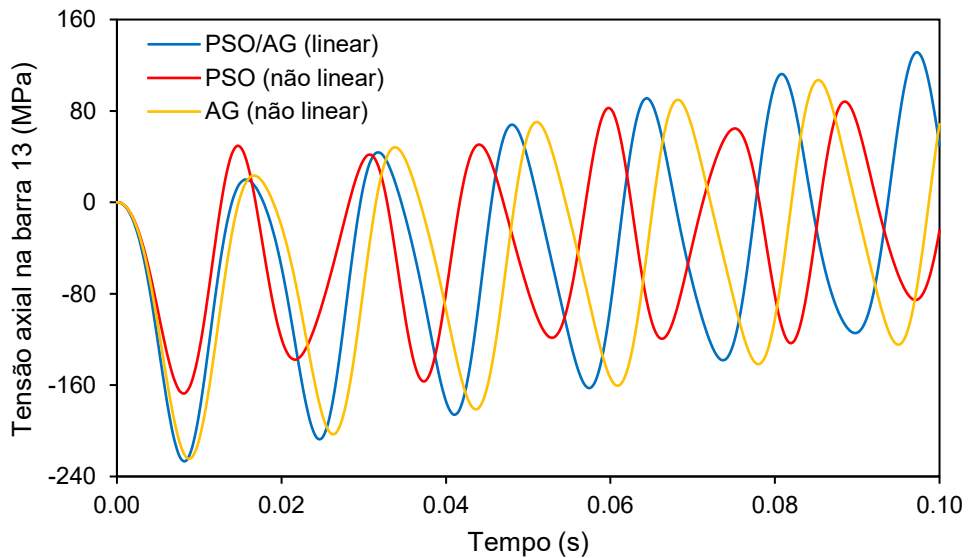
O deslocamento máximo aconteceu no nó 1 e ambas as tensões axiais aconteceram nas barras de apoio da estrutura (13 a 24). As Figuras 26 e 27 mostram as curvas do deslocamento do nó 1 na direção vertical e da tensão axial da barra 13, respectivamente. A partir delas, é possível observar em qual instante de tempo ocorrem os máximos e mínimos para o deslocamento e as tensões.

Figura 26: Deslocamento nodal do domo geodésico otimizado.



Fonte: Autora (2024).

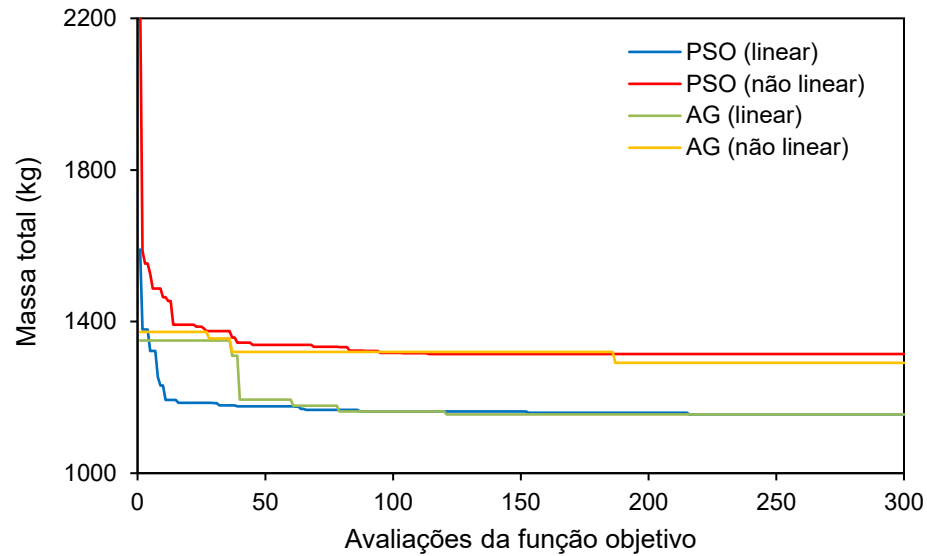
Figura 27: Tensão axial do domo geodésico otimizado.



Fonte: Autora (2024).

Na Figura 28 é apresentado o gráfico de massa total x avaliações da função objetivo. As estruturas otimizadas considerando a análise não linear tiveram a massa maior que a linear, sendo 13,8% para o PSO e 11,8% para o AG. Isto pode ser justificado, uma vez que o primeiro apresentou maiores deslocamentos, e conseqüentemente, maiores seções transversais.

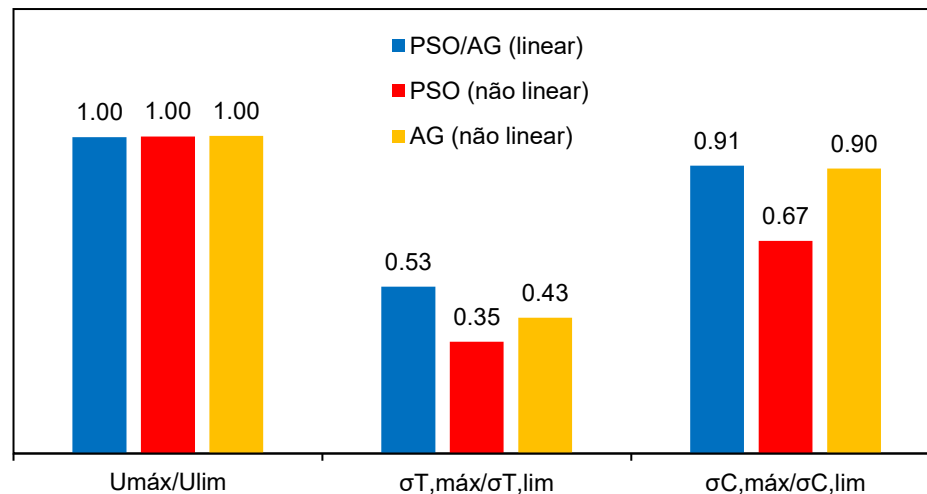
Figura 28: Domo geodésico: massa total x avaliações da função objetivo.



Fonte: Autora (2024).

Quanto às funções de restrição, a Figura 29 mostra um gráfico com seus valores normalizados, mostrando que o deslocamento é a restrição responsável por comandar a otimização em todas as situações. No caso do AG, a tensão de compressão também ficou muito próxima do limite em ambas as análises, indicando o bom desempenho do algoritmo.

Figura 29: Restrições normalizadas da otimização do domo geodésico.



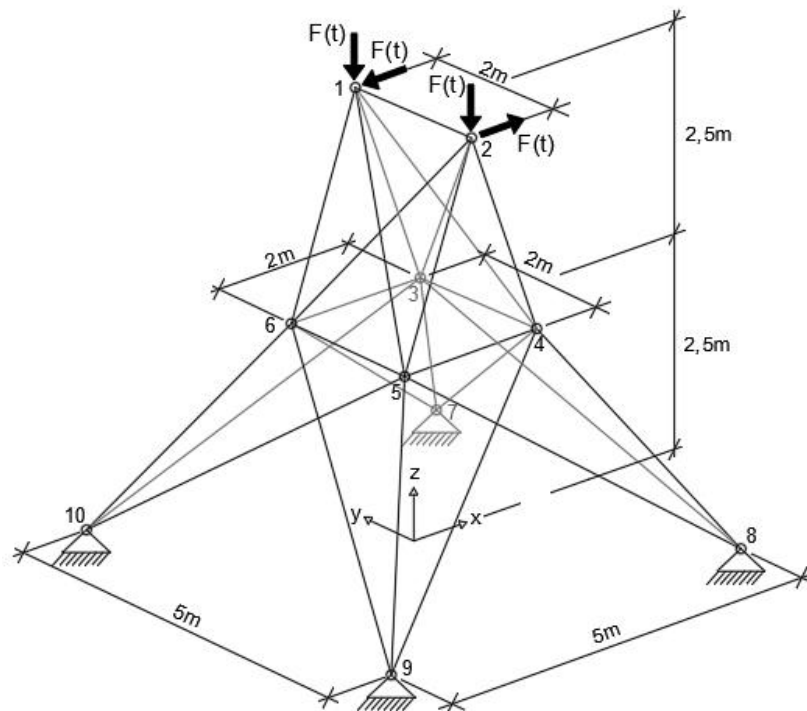
Fonte: Autora (2024).

4.1.5 Torre treliçada

4.1.5.1 Análise dinâmica não linear geométrica

Agora, foi proposto um novo problema de análise dinâmica não linear geométrica. A estrutura foi baseada em Mai et al. (2022a), e se refere a uma torre treliçada de 25 barras, vista na Figura 30. Foi adotado um carregamento dinâmico do tipo triangular, como na Figura 9(b), sendo $F = 800$ kN, $t = 0,1$ s e um incremento de tempo de $\Delta t = 0,0001$ s. Primeiramente foi feita uma análise dinâmica geométrica não linear, com área de seção transversal $A = 1$ cm², massa específica $\rho = 7850$ kg/m³ e módulo de elasticidade $E = 200$ GPa, para todas as barras.

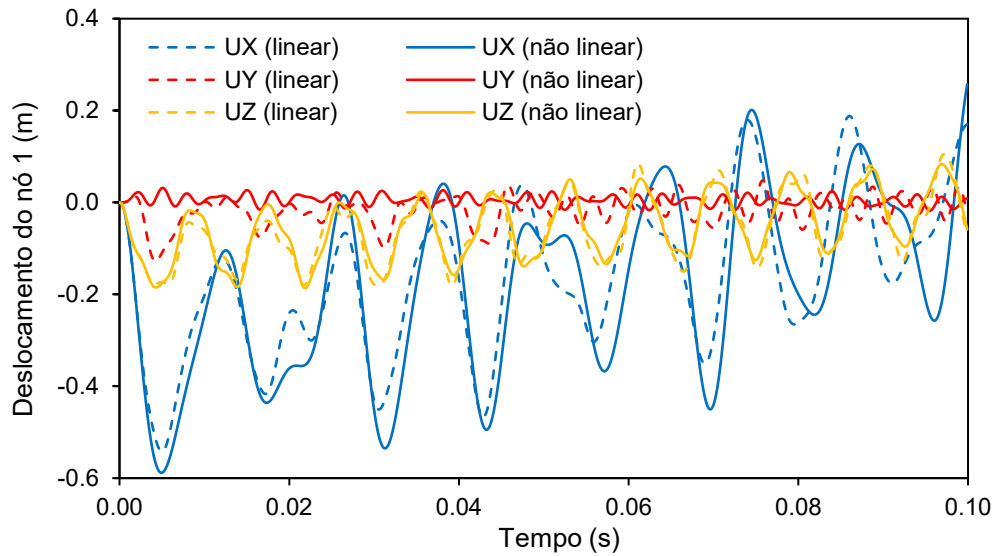
Figura 30: Torre treliçada.



Fonte: Adaptado de Mai et al. (2022a).

O comportamento da estrutura para os deslocamentos (U) do nó 1 estão na Figura 31, tanto para análise linear quanto não linear.

Figura 31: Deslocamento nodal da torre treliçada.



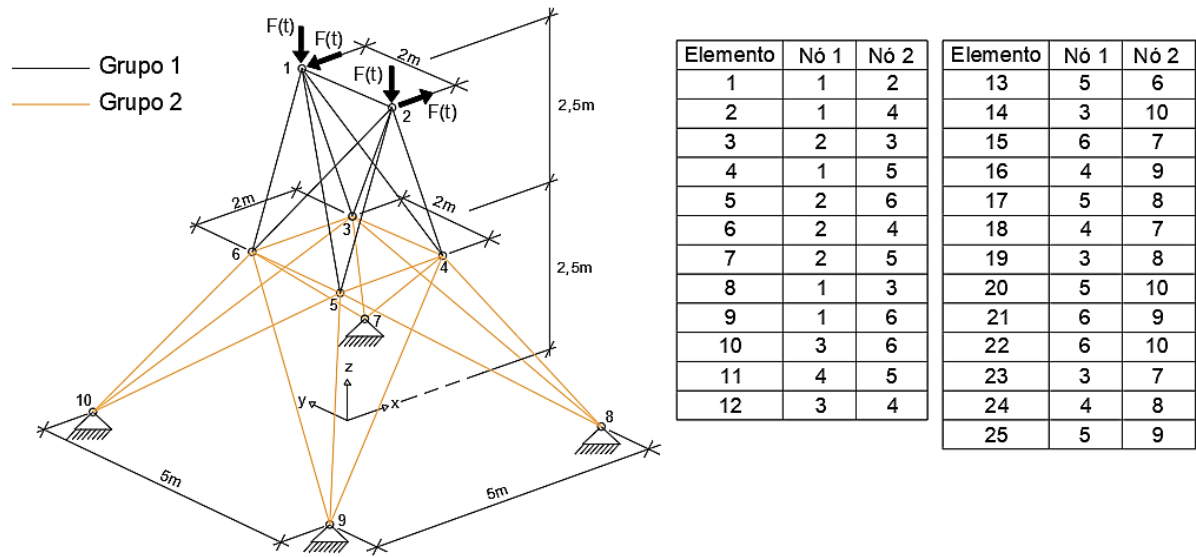
Fonte: Autora (2024).

4.1.5.2 Otimização

A otimização desse problema foi proposta nesse trabalho considerando duas áreas como variáveis de projeto, divididas conforme a Figura 32. Já as restrições impostas foram de 0,0125 m para deslocamento nodal limite e 350 MPa para as tensões de compressão e tração limites. Nesse caso, também foi usada a restrição de força axial de compressão para evitar a flambagem das barras.

O carregamento dinâmico foi mantido em relação ao exemplo de validação, sendo $F = 800$ kN e $t = 0,1$ s na Figura 9(b), com um incremento de tempo de $\Delta t = 0,0001$ s. Quanto às propriedades materiais, a massa específica é $\rho = 7850$ kg/m³ e o módulo de elasticidade $E = 200$ GPa. Foi desconsiderado o amortecimento.

Figura 32: Agrupamento de barras da torre treliçada.



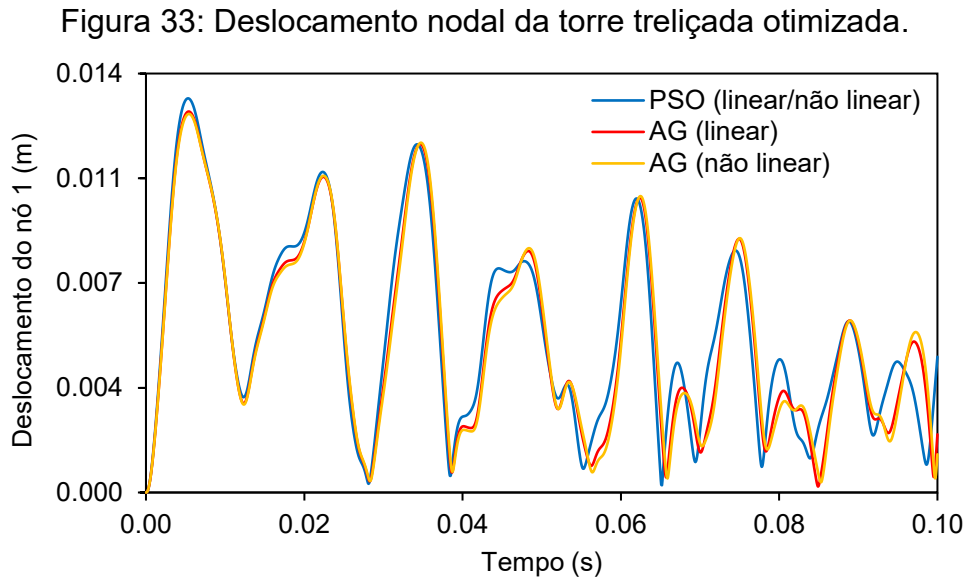
Fonte: Adaptado de Mai et al. (2022a).

Os resultados da otimização estão na Tabela 4. O efeito da não linearidade não impactou significativamente a massa final quando comparado à análise linear. Porém, O PSO se apresentou como o melhor algoritmo, com valores de massa 1,9% e 2,3% menores que o AG, para análise linear e não linear, respectivamente. Além disso, o PSO também se mostrou como o algoritmo mais robusto, pois teve o melhor desvio padrão, nos dois casos. Os deslocamentos máximos aconteceram na mesma intensidade nos nós um e dois, a tensão máxima de compressão igualmente nas barras 18 e 21 e a tensão máxima de tração igualmente nas barras 19 e 20.

Tabela 4: Resultados da otimização da torre treliçada.

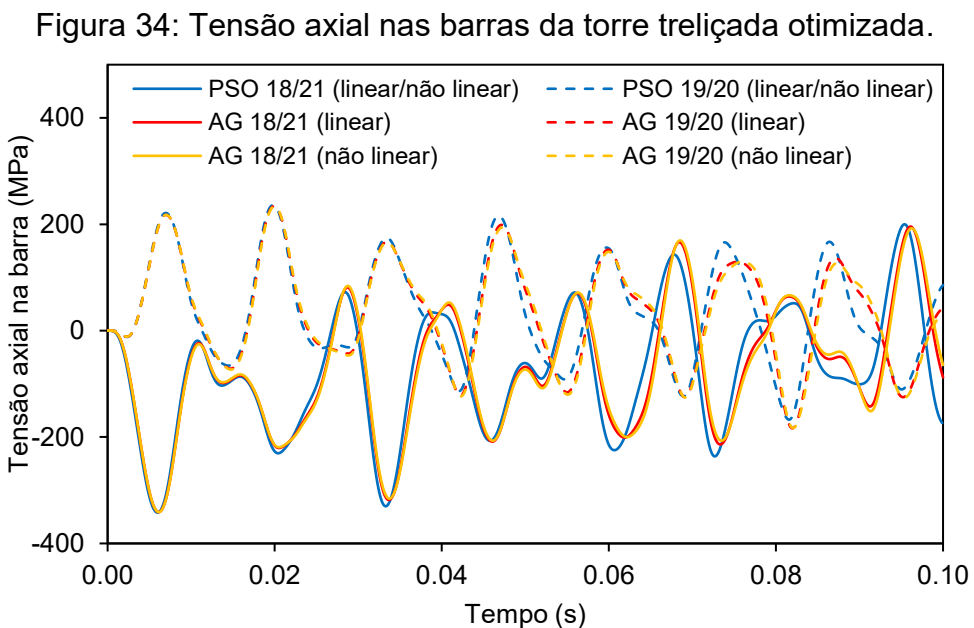
	Linear		Não linear	
	PSO	AG	PSO	AG
A_1 (cm ²)	50,6	53,1	50,6	53,6
A_2 (cm ²)	36,0	36,0	36,0	36,0
$U_{m\acute{a}x}$ (m)	0,0123	0,0119	0,0123	0,0118
$\sigma_{T_{m\acute{a}x}}$ (MPa)	235,98	234,20	235,93	233,60
$\sigma_{C_{m\acute{a}x}}$ (MPa)	341,94	340,99	342,22	341,04
Média (kg)	2672,53	2783,11	2678,16	2776,30
Desvio padrão (%)	1,03	9,69	2,15	9,63
Massa ótima (kg)	2666,71	2718,10	2666,71	2728,38

Na Figura 33 são visualizadas as curvas com a resultante dos deslocamentos do nó 1. É visto que, em alguns momentos, a análise não linear apresentou maiores deslocamentos e, em outros, foi a análise linear.



Fonte: Autora (2024).

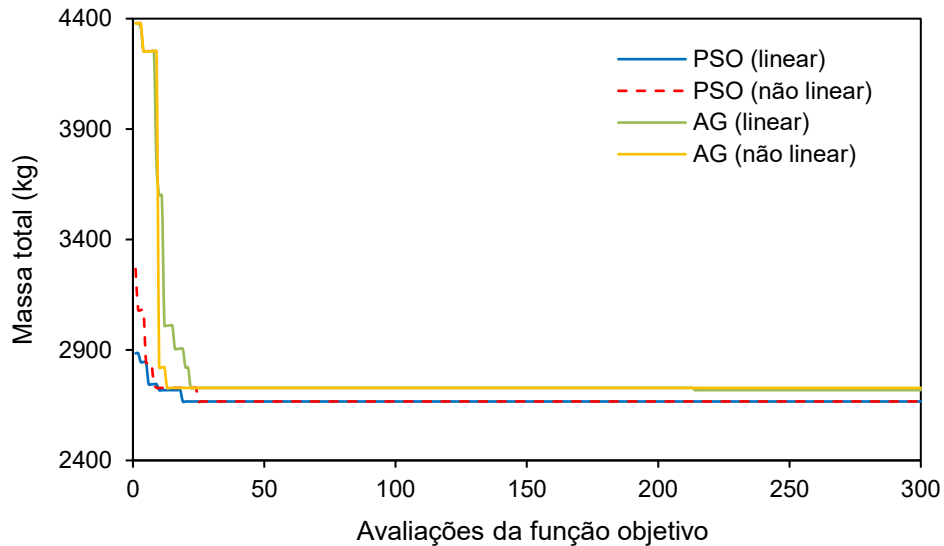
Já nas Figura 34 estão as curvas das tensões das barras 18/21 e 19/20. Embora os resultados tenham sido diferentes entre os algoritmos, as curvas foram bem parecidas e os máximos ocorreram no mesmo local e instante.



Fonte: Autora (2024).

A Figura 35 mostra as curvas de convergência massa total *versus* avaliações da função objetivo de cada algoritmo. A estrutura otimizada pelo PSO teve o mesmo resultado final em ambas as análises, enquanto pelo AG a massa foi 0,40% maior quando considerada a não linearidade.

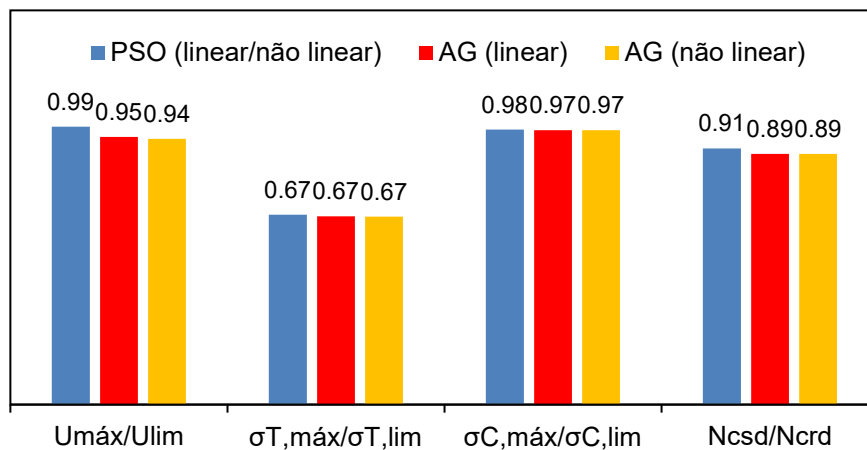
Figura 35: Torre treliçada: massa total x avaliações da função objetivo.



Fonte: Autora (2024).

Os valores normalizados da função de restrição são mostrados na Figura 36, onde o deslocamento nodal, a tensão de compressão e a força de compressão foram responsáveis por controlar a otimização de forma semelhante para todos os algoritmos.

Figura 36: Restrições normalizadas da otimização da torre treliçada.



Fonte: Autora (2024).

4.2 Não linearidade física com carga dinâmica

Para validar o procedimento da otimização considerando análise dinâmica não linear física, três exemplos de estruturas foram estudados. O primeiro foi uma solução numérica da literatura, e os outros dois são resultados dessa dissertação.

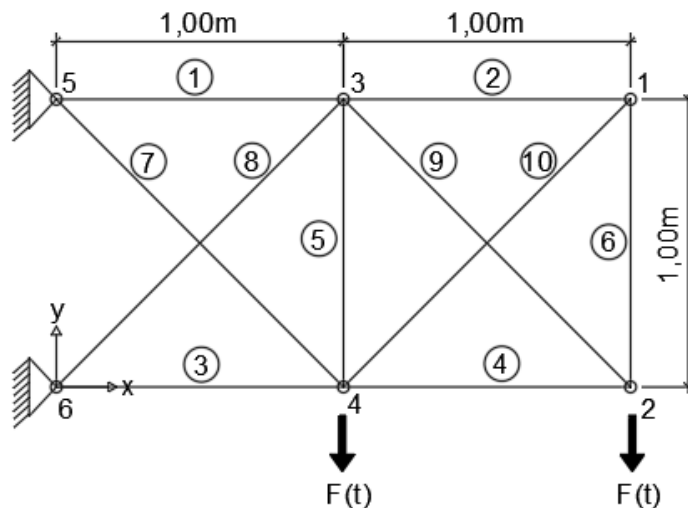
4.2.1 Treliça plana de dez barras

4.2.1.1 Análise dinâmica não linear física

O exemplo consiste na treliça de dez barras mostrada na Figura 37, anteriormente analisada por Kim e Park (2009). O material não linear está na Figura 8, com uma área da seção transversal $A = 3,14 \text{ cm}^2$ e massa específica $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$.

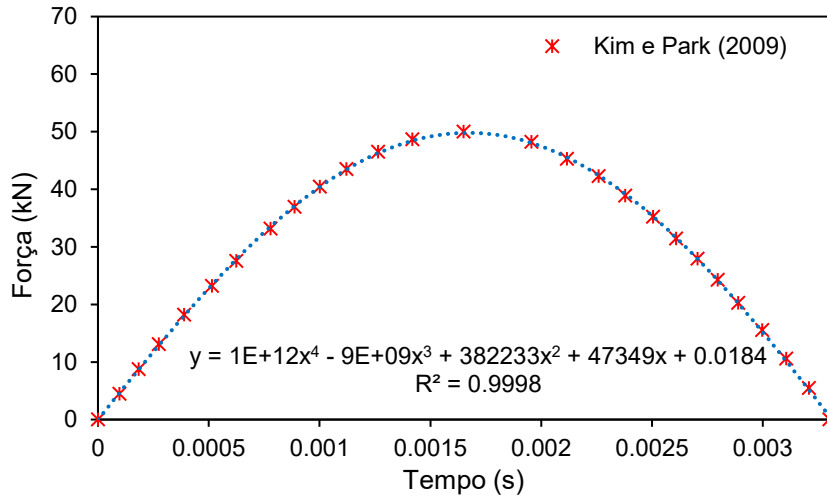
Para a análise dinâmica, a estrutura foi submetida a um carregamento variável no tempo F , aplicado verticalmente nos nós dois e quatro, com uma duração de $0,0033 \text{ s}$. A equação da curva de carregamento foi obtida através de um ajuste polinomial, como apresentado na Figura 38.

Figura 37: Treliça plana de dez barras.



Fonte: Adaptado de Kim e Park (2009).

Figura 38: Carregamento aplicado na treliça plana de dez barras.



Os autores da referência utilizaram o método ESLs (*Equivalent Static Loads*) para a análise dinâmica não linear. Para obter a resposta transiente da estrutura, adotou-se uma duração total da análise de 0,03 s e um incremento de tempo $\Delta t = 0,0002$ s. Contudo, para uma maior precisão, nesta dissertação foi utilizado um incremento de tempo de $\Delta t = 0,00001$ s. O amortecimento foi desconsiderado.

Usando os mesmos parâmetros, também foi feita uma análise linear para fins de comparação entre os tipos de análise. Todos os resultados estão apresentados na Figura 39, para a tensão na barra um, e na Figura 40, para tensão na barra três.

Figura 39: Tensão axial na barra um da treliça plana de dez barras.

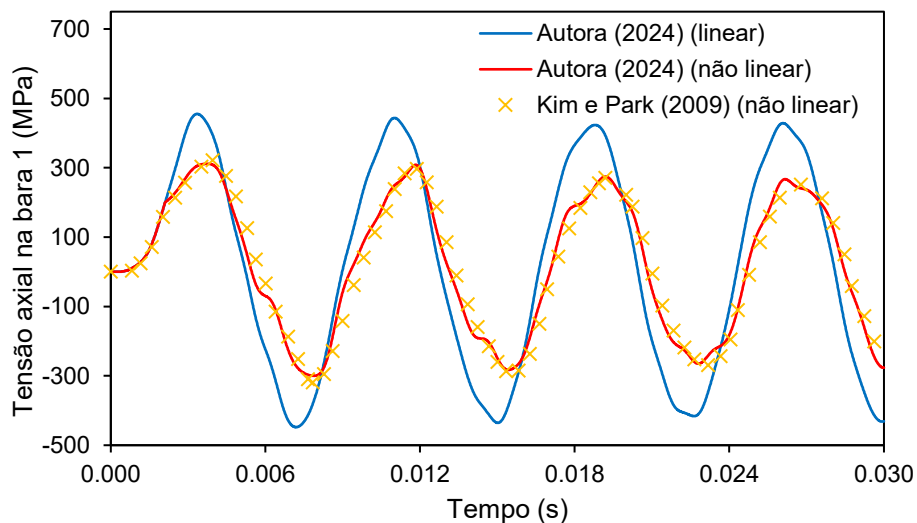
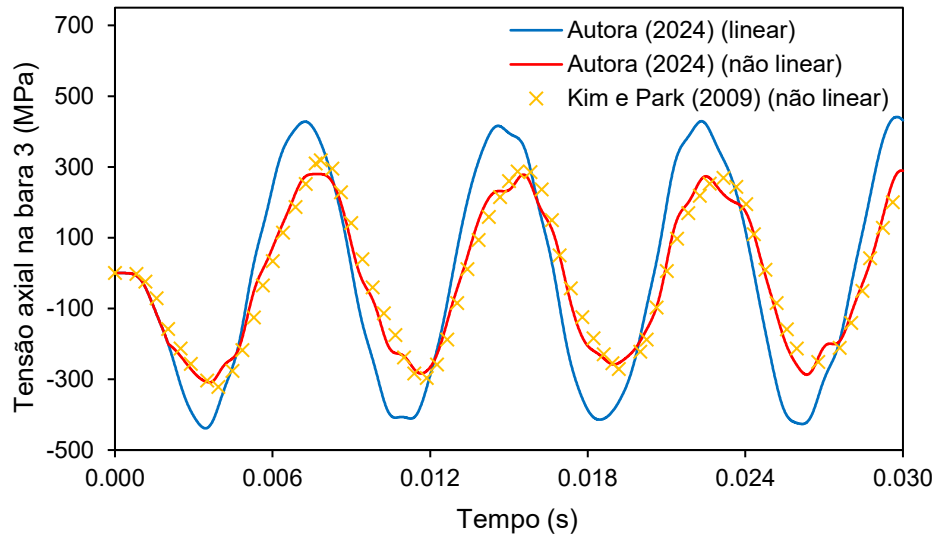


Figura 40: Tensão axial na barra três da treliça plana de dez barras.



Fonte: Autora (2024).

Nota-se que, a análise não linear resultou em menores tensões quando comparada com a análise linear, por volta de 30% tanto para tração quanto para compressão. Observa-se também que para as duas barras o máximo nível de tensão ficou em torno de aproximadamente 500 MPa, apontando que o material atingiu o segundo trecho da curva não linear do material.

4.2.1.2 Otimização

Kim e Park (2009) também estudaram a otimização desse problema, mantendo o carregamento dinâmico e as propriedades materiais e geométricas da estrutura. Os autores trabalharam com variáveis contínuas e utilizaram o algoritmo NDROESL (*Nonlinear Dynamic Response Optimization Using Equivalent Static Loads*). Foram consideradas dez variáveis de projeto e, como restrição do problema, foi assumida uma tensão admissível igual a 250 MPa, tanto para tração quanto para compressão.

Diferentemente dos exemplos anteriores, a validação foi feita de duas formas: uma com variáveis discretas e outra com variáveis contínuas, ambas utilizando apenas o PSO como algoritmo. Essa técnica foi adotada uma vez que o número de variáveis de projeto é grande, o que poderia influenciar significativamente no resultado e no tempo de análise. Como a otimização com variável contínua apresentou melhores resultados, também foi feita uma otimização com análise linear com variável contínua,

sob os mesmos parâmetros, para fins de comparação. Na Tabela 5 são apresentados os resultados obtidos nessa dissertação, assim como os de Kim e Park (2009).

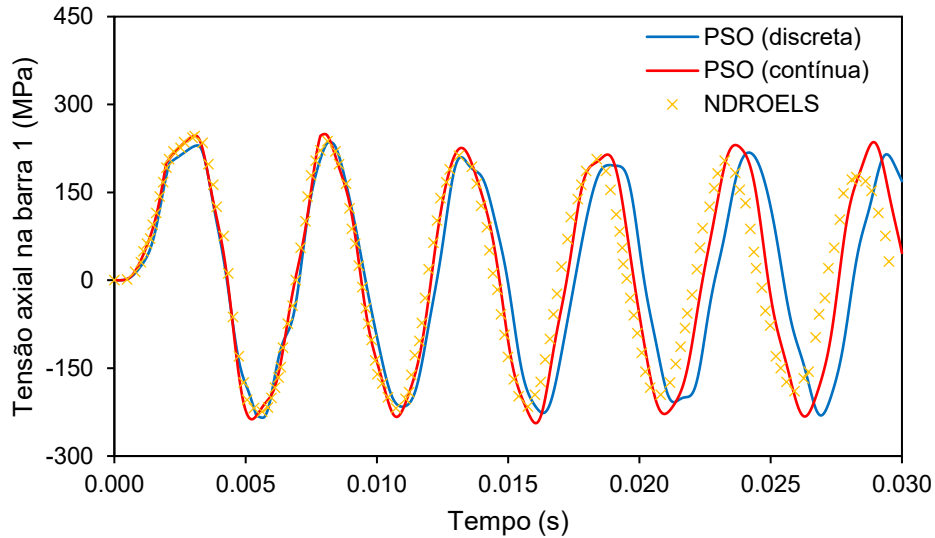
Tabela 5: Resultados da otimização da treliça plana de dez barras.

	Linear		Não linear	
	PSO (contínua)	PSO (discreta)	PSO (contínua)	Kim e Park (2009) NDROESL
A_1 (cm ²)	7,307	4,80	5,412	4,976
A_2 (cm ²)	2,068	1,98	0,788	0,955
A_3 (cm ²)	6,757	6,41	4,533	4,806
A_4 (cm ²)	2,512	1,18	2,304	1,569
A_5 (cm ²)	0,921	0,78	0,785	0,786
A_6 (cm ²)	1,236	1,38	0,788	0,786
A_7 (cm ²)	3,954	4,37	2,699	3,163
A_8 (cm ²)	4,831	2,38	3,818	3,368
A_9 (cm ²)	2,563	1,38	2,589	2,099
A_{10} (cm ²)	1,810	2,18	0,785	1,138
$\sigma_{T_{máx}}$ (MPa)	249,81	249,46	249,58	246,12
$\sigma_{C_{máx}}$ (MPa)	248,53	244,82	248,52	243,48
Média (kg)	31,57	25,24	23,60	-
Desvio padrão (%)	7,7	12,4	15,8	-
Massa ótima (kg)	30,98	24,45	22,48	21,77

Nota-se que, para otimização com variáveis discretas, houve uma diferença de 12,3% entre os valores de massa total desse trabalho e os valores de referência, por outro lado, o uso das variáveis contínuas trouxe um resultado mais próximo, com uma diferença de apenas 3,2%.

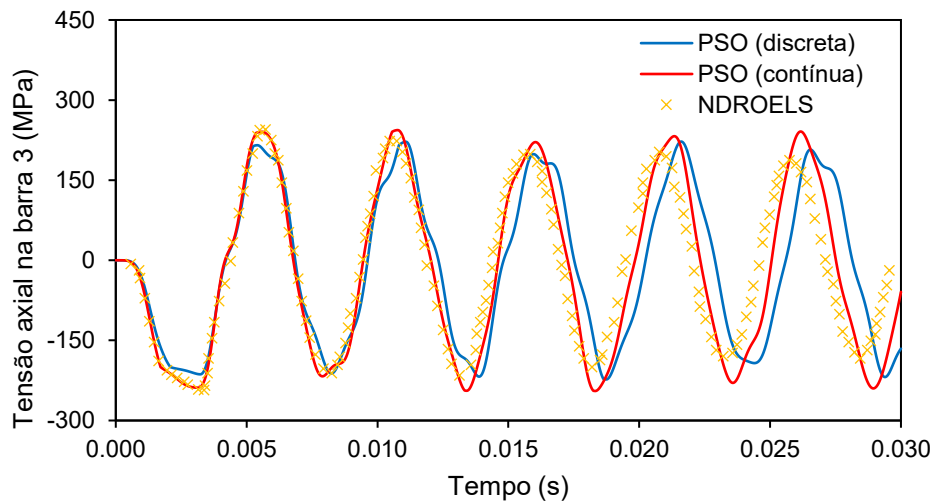
A Figura 41 mostra as curvas das tensões obtidas na barra um na análise não linear, e a Figura 42 as tensões na barra três. A partir delas, é possível observar a proximidade dos resultados comparados com a referência e o instante de tempo que ocorreram os máximos e mínimos das tensões.

Figura 41: Tensão axial na barra um da treliça plana de dez barras otimizada.



Fonte: Autora (2024).

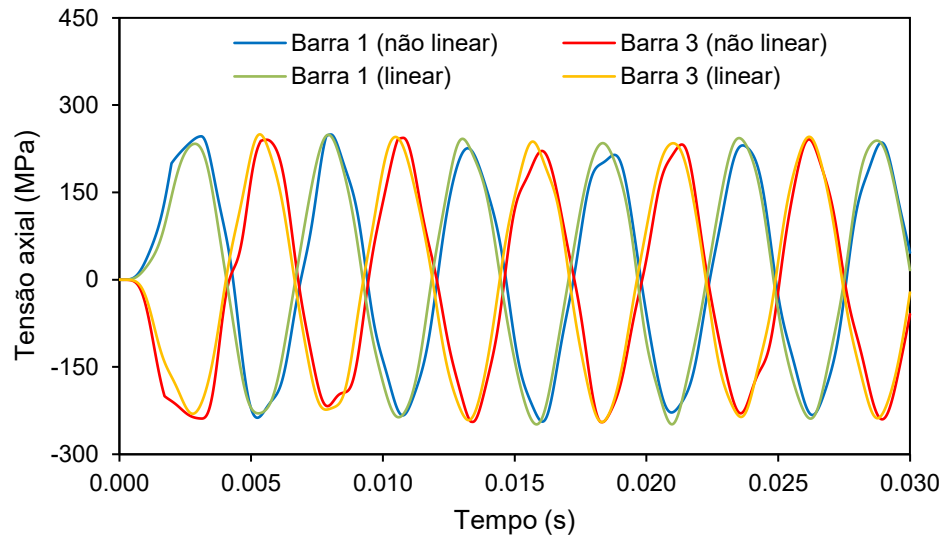
Figura 42: Tensão axial na barra três da treliça plana de dez barras otimizada.



Fonte: Autora (2024).

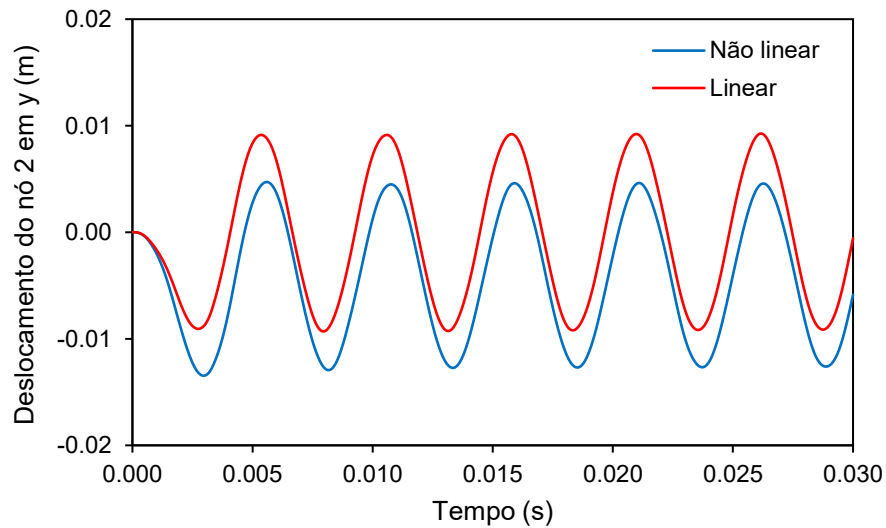
Além disso, uma comparação entre os resultados das análises com variáveis contínuas foi feita nas Figuras 43 e 44. Na Figura 43 vemos que as tensões nas barras tiveram um comportamento bem parecido, apesar do resultado da otimização ter sido diferente entre as análises. Por outro lado, a Figura 44 mostra que o efeito da não linearidade no deslocamento foi mais significativo, sendo que em alguns instantes a análise não linear apresentou maior deslocamento e em outros a análise linear.

Figura 43: Comparativo entre análises para tensão na treliça plana de dez barras otimizada.



Fonte: Autora (2024).

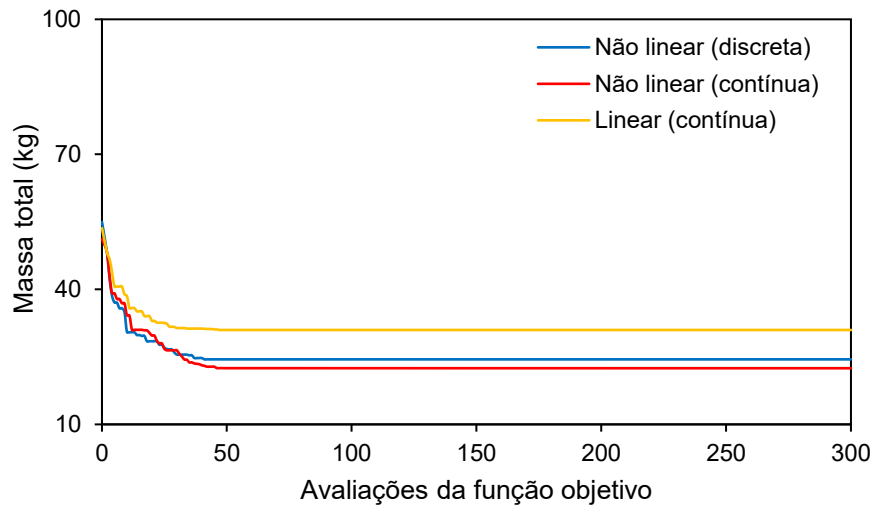
Figura 44: Comparativo entre análises para deslocamento na treliça plana de dez barras otimizada.



Fonte: Autora (2024).

Na Figura 45 é apresentado o gráfico de massa total x avaliações da função objetivo. Em todas as situações, é possível observar um comportamento decrescente no trecho inicial, onde a função objetivo é minimizada até atingir o critério de parada. Por volta da iteração 45, a solução ótima já é encontrada e as curvas mantêm-se constantes. A estrutura otimizada considerando a análise não linear apresentou uma massa menor que a linear em 27,4%.

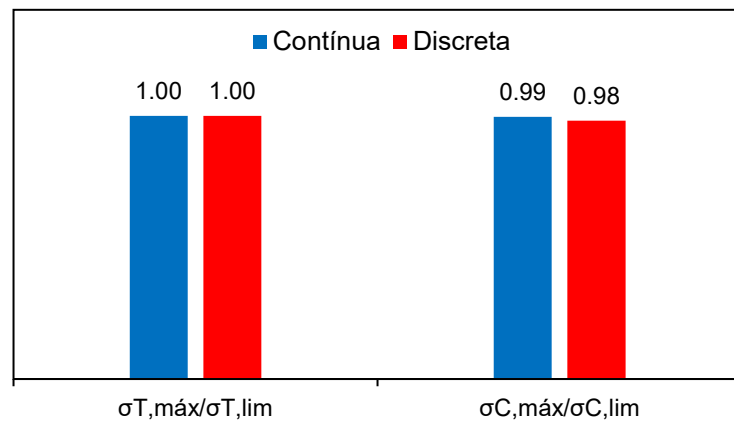
Figura 45: Treliza plana de dez barras: massa total x avaliações da função objetivo.



Fonte: Autora (2024).

Ainda, uma análise sobre as funções de restrição do problema também foi feita. Na Figura 46 é observado um gráfico com o valor normalizado das restrições. Nesse caso, ambas as restrições têm a mesma influência no problema, além de estarem bem próximas do valor limite.

Figura 46: Restrições normalizadas da otimização da treliza plana de dez barras.



Fonte: Autora (2024).

4.2.2 Domo geodésico

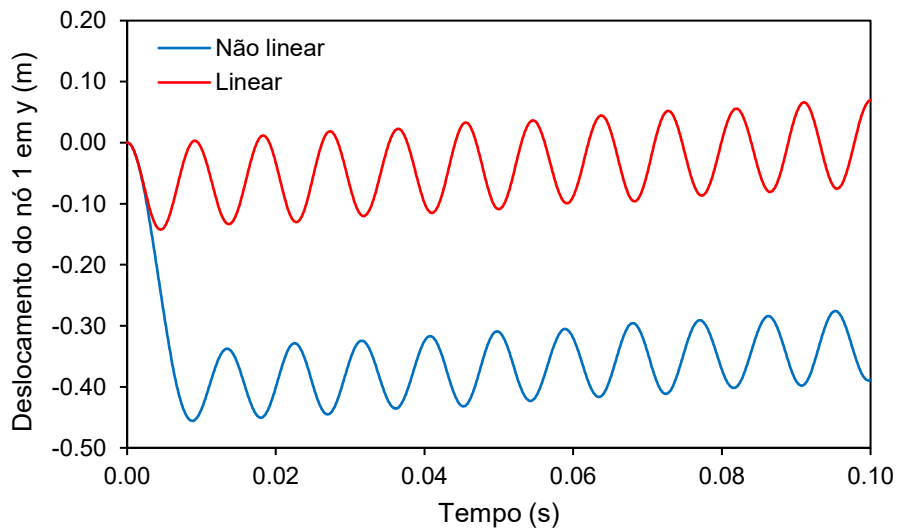
4.2.2.1 Análise dinâmica não linear física

A estrutura do domo geodésico da Figura 21 foi usada para propor um novo problema de análise dinâmica não linear física. Foi adotado o carregamento dinâmico do tipo triangular, como na Figura 9(b), sendo $F = 356$ kN, $t = 0,1$ s e um incremento

de tempo de $\Delta t = 0,0001$ s. O material utilizado foi o da Figura 8, e as propriedades $A = 6,45 \text{ cm}^2$ e $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ para todas as barras. Foi desconsiderado o amortecimento.

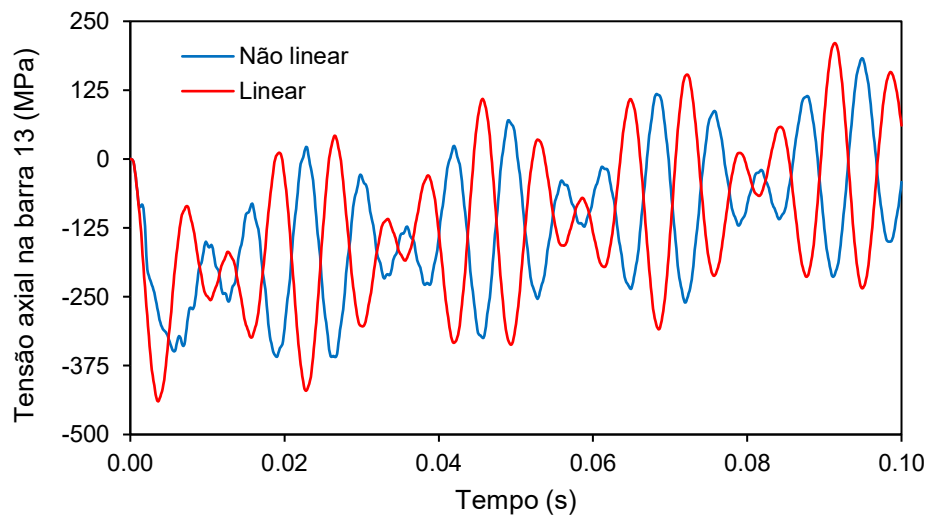
O comportamento das curvas de deslocamento do nó 1 e de tensão na barra 13 estão exibidos nas Figuras 47 e 48, tanto para análise linear quanto não linear.

Figura 47: Deslocamento nodal do domo geodésico.



Fonte: Autora (2024).

Figura 48: Tensão axial do domo geodésico.



Fonte: Autora (2024).

4.2.2.2 Otimização

O problema foi também otimizado com as mesmas propriedades e condições de carregamento. Porém, foram consideradas três variáveis de projeto, divididas com o

mesmo agrupamento de barras da Figura 25. Já as restrições impostas foram de 0,007 m, para deslocamento nodal limite, e 250 MPa para as tensões de compressão e tração limites. Nesse caso, também foi incluída a restrição de força axial de compressão para evitar a flambagem das barras. Os mesmos parâmetros foram usados para fazer uma análise linear da estrutura, para fins de comparação.

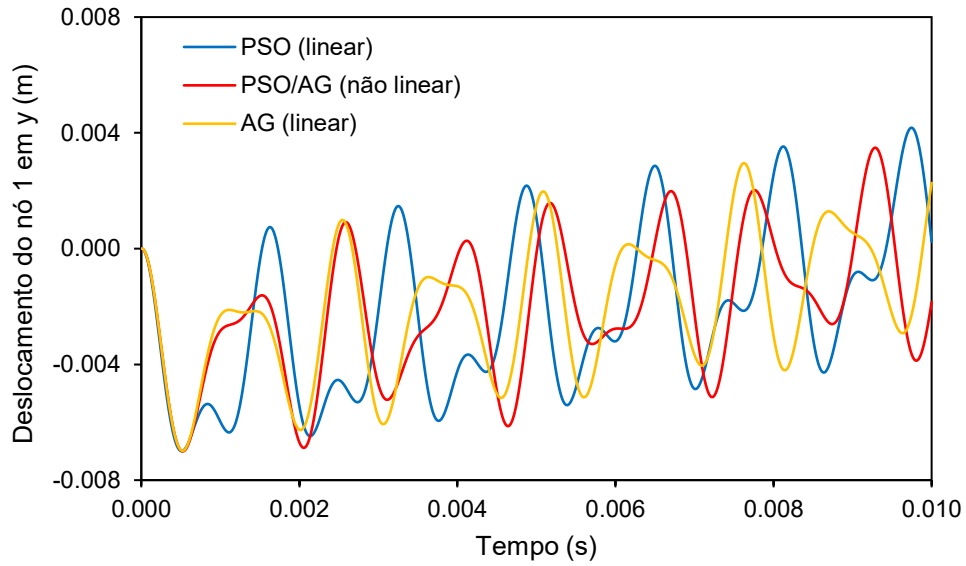
A Tabela 6 apresenta os resultados obtidos na otimização para ambas as análises e ambos os algoritmos. Na análise não linear, não houve diferença entre os algoritmos para a massa ótima. Já na análise linear, o PSO encontrou a melhor solução, 0,58% menor que o AG. Contudo, em ambas as análises o PSO se apresentou como o algoritmo mais robusto, já que seu desvio padrão foi menor. O deslocamento máximo aconteceu no nó 1 e as tensões máximas aconteceram nas barras de apoio 13 a 24.

Tabela 6: Resultados da otimização do domo geodésico.

	Linear		Não linear	
	PSO	AG	PSO	AG
A_1 (cm ²)	152,0	168,0	168,0	168,0
A_2 (cm ²)	191,0	152,0	155,0	155,0
A_3 (cm ²)	15,5	25,7	23,5	23,5
$U_{máx}$ (m)	0,00700	0,00699	0,00700	0,00700
$\sigma_{T_{máx}}$ (MPa)	108,41	92,41	82,29	82,29
$\sigma_{C_{máx}}$ (MPa)	220,88	139,84	152,80	152,80
Média (kg)	1161,89	1179,69	1161,51	1163,80
Desvio padrão (%)	1,04	3,49	1,05	2,15
Massa ótima (kg)	1160,10	1166,88	1159,50	1159,50

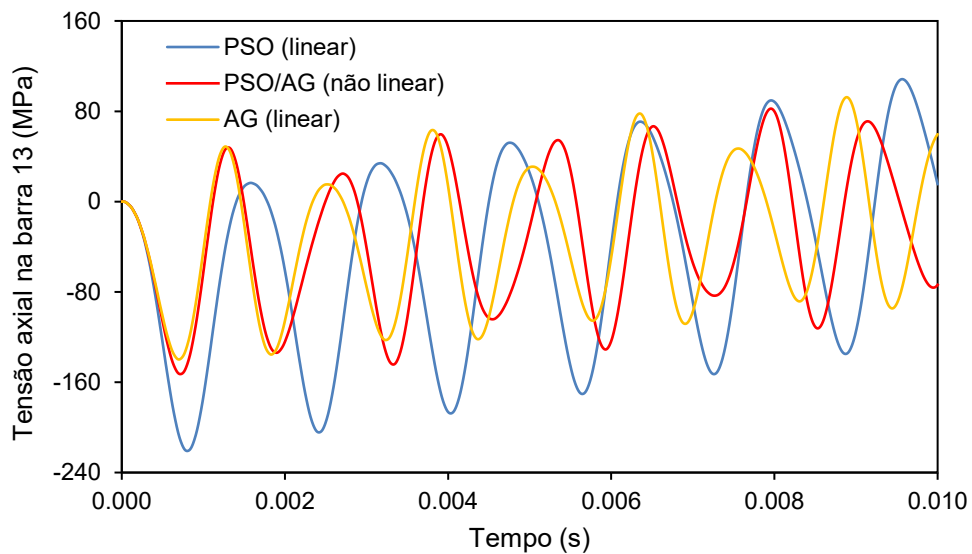
As Figuras 49 e 50 mostram as curvas do deslocamento do nó 1 na direção vertical e da tensão axial na barra 13, respectivamente. A partir delas, é possível observar em qual instante de tempo ocorrem os máximos e mínimos de deslocamento e tensões. A consideração da não linearidade resultou em menores tensões e deslocamentos na estrutura.

Figura 49: Deslocamento nodal do domo geodésico otimizado.



Fonte: Autora (2024).

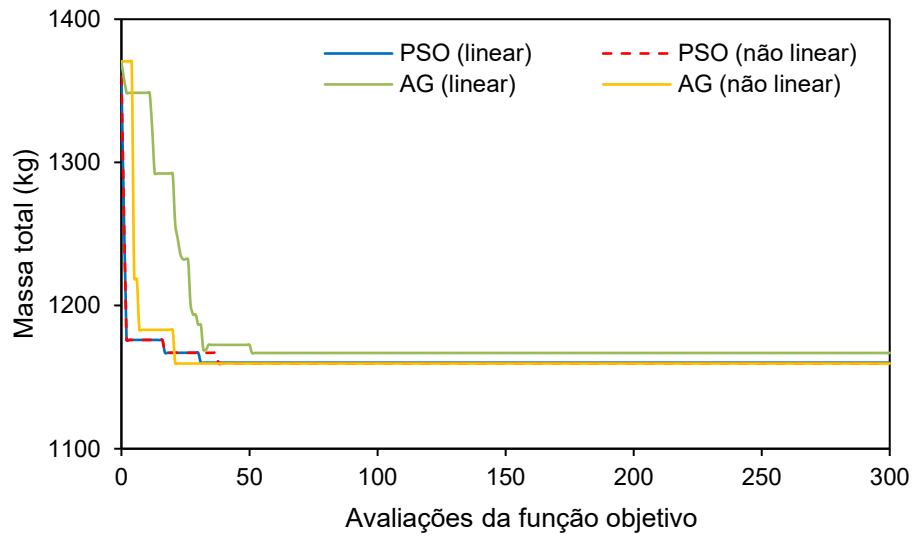
Figura 50: Tensão axial do domo geodésico otimizado.



Fonte: Autora (2024).

A Figura 51 mostra a evolução das soluções ao longo do tempo. Apesar dos resultados serem bem parecidos, a estrutura otimizada considerando a não linearidade apresentou uma massa menor em relação à análise linear, sendo 0,05% para o PSO e 0,63% para o AG. A análise não linear com AG foi a que encontrou a solução ótima primeiro, a partir da iteração 20, enquanto a linear para o mesmo algoritmo foi a que mais demorou, acontecendo por volta da iteração 50.

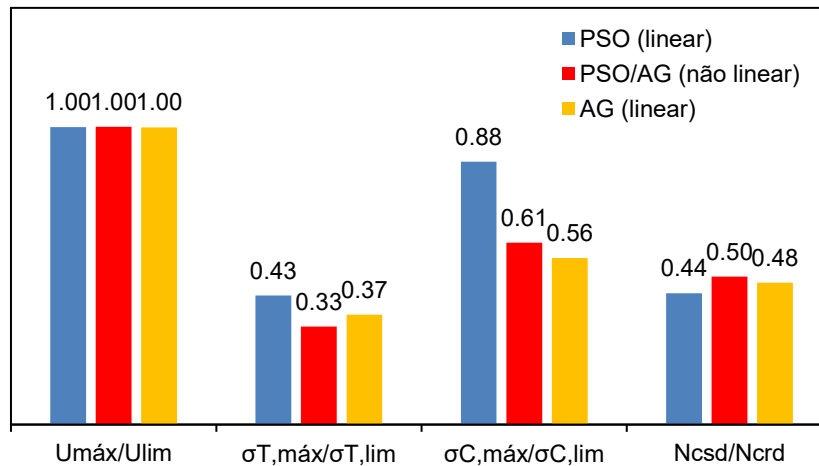
Figura 51: Domo geodésico: massa total x avaliações da função objetivo.



Fonte: Autora (2024).

A Figura 52 mostra um gráfico com os valores normalizados das restrições, em que o deslocamento é a restrição que comanda a otimização. Ainda, no caso da análise linear com o PSO, a tensão de compressão também ficou próxima do limite.

Figura 52: Restrições normalizadas da otimização do domo geodésico.



Fonte: Autora (2024).

4.2.3 Torre treliçada

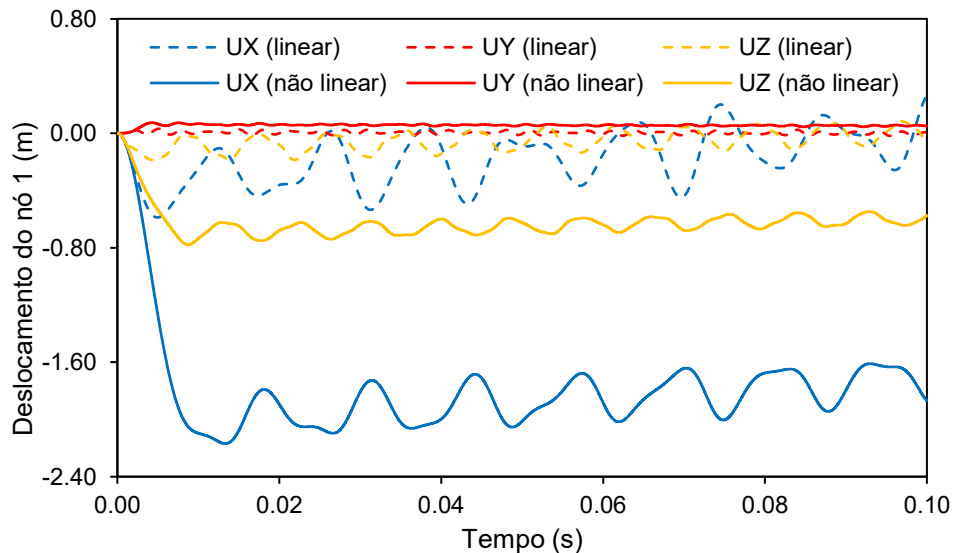
4.2.3.1 Análise dinâmica não linear física

A estrutura da torre treliçada da Figura 30 também foi usada para propor um novo problema de análise dinâmica não linear física. Foi adotado o carregamento

dinâmico de $F = 800 \text{ kN}$ e $t = 0,1 \text{ s}$ da Figura 9(b), e um incremento de tempo de $\Delta t = 0,0001 \text{ s}$. Para a análise não linear, foi usado o material da Figura 8, com área e massa específica $A = 6,45 \text{ cm}^2$ e $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, para todas as barras. Foi desconsiderado o amortecimento.

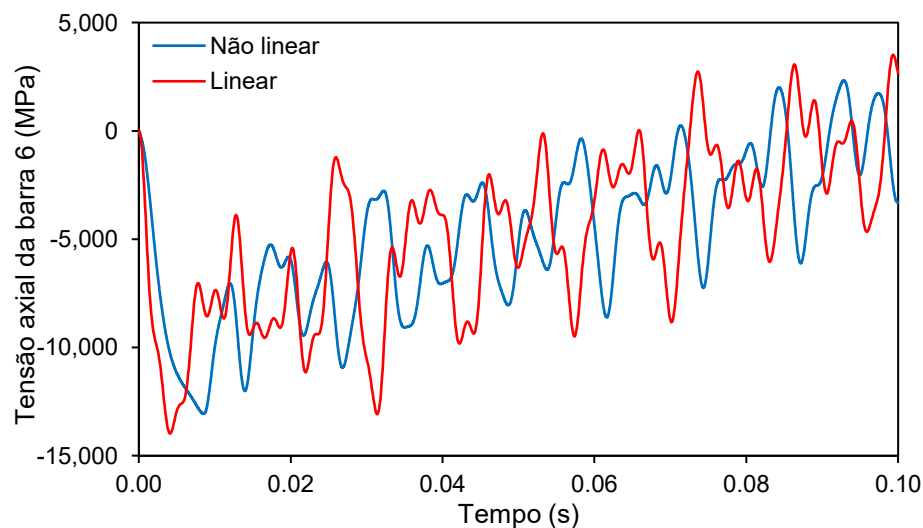
O comportamento das curvas de deslocamento do nó 1 e tensão nas barras 6 e 19 são vistos nas Figuras 53 a 55, tanto para análise linear quanto não linear. Foram utilizadas as barras 6 e 19, pois essas apresentaram os maiores valores de compressão e tração, respectivamente.

Figura 53: Deslocamento nodal da torre treliçada.



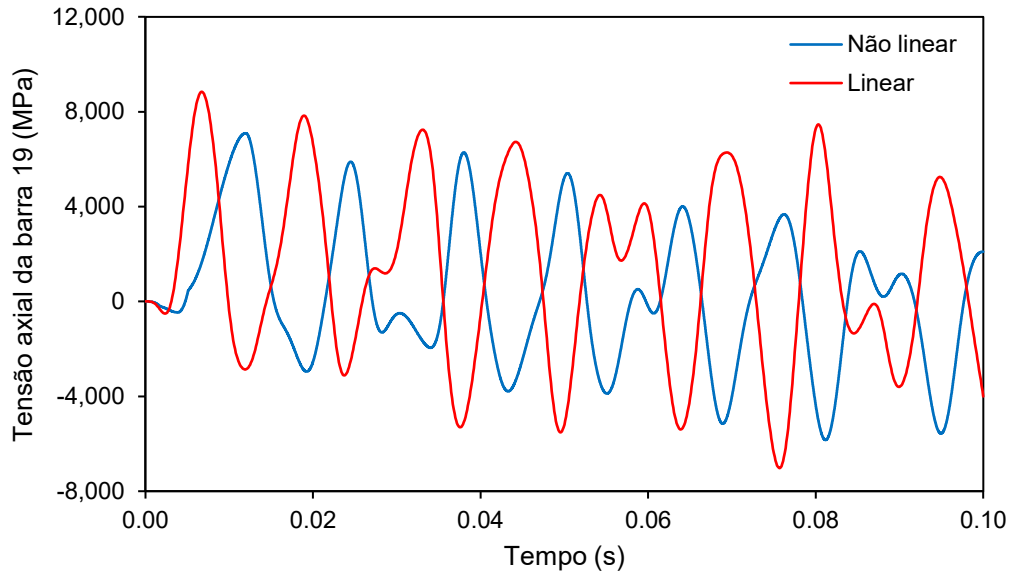
Fonte: Autora (2024).

Figura 54: Tensão axial na barra seis da torre treliçada.



Fonte: Autora (2024).

Figura 55: Tensão axial na barra 19 da torre treliçada.



Fonte: Autora (2024).

4.2.3.2 Otimização

Na otimização desse problema, duas variáveis de projeto foram consideradas, divididas com o mesmo agrupamento de barras da Figura 32. As propriedades e condições de carregamento foram mantidas, e as restrições impostas foram de 0,0125 m, para deslocamento nodal limite, e 350 MPa, para as tensões de compressão e tração limites. Nesse caso, também foi incluída a restrição de força axial de compressão para evitar a flambagem das barras. Ainda, para fins de comparação, os mesmos parâmetros foram usados para fazer uma análise linear da estrutura.

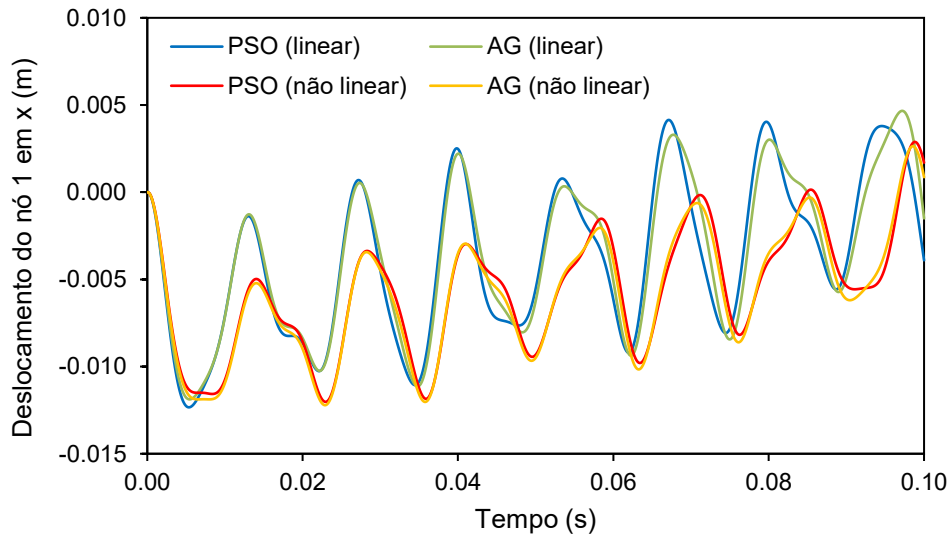
Na Tabela 7 estão os resultados obtidos na otimização considerando ambas as análises. Quanto ao desempenho dos algoritmos, na análise não linear o AG encontrou a melhor solução, sendo 1,02% menor que o PSO. Já na análise linear foi o contrário, o PSO encontrou uma solução 1,89% menor que o AG. Contudo, em ambas as análises o PSO se apresentou como o algoritmo mais robusto, já que seu desvio padrão foi menor. O deslocamento máximo aconteceu no nó 1 na direção x e as tensões axiais máxima de compressão e tração aconteceram nas barras 18 e 21 e 19 e 20, respectivamente.

Tabela 7: Resultados da otimização da torre treliçada.

	Linear		Não linear	
	PSO	AG	PSO	AG
A_1 (cm ²)	50,6	53,1	58,1	56,7
A_2 (cm ²)	36,0	36,0	36,0	36,0
$U_{m\acute{a}x}$ (m)	0,0123	0,0119	0,0120	0,0122
$\sigma_{T_{m\acute{a}x}}$ (MPa)	235,98	234,20	210,32	210,31
$\sigma_{C_{m\acute{a}x}}$ (MPa)	341,94	340,99	246,03	245,57
Média (kg)	2668,95	2741,37	2825,14	2808,00
Desvio padrão (%)	0,72	5,71	1,46	4,85
Massa ótima (kg)	2666,71	2718,10	2820,89	2792,11

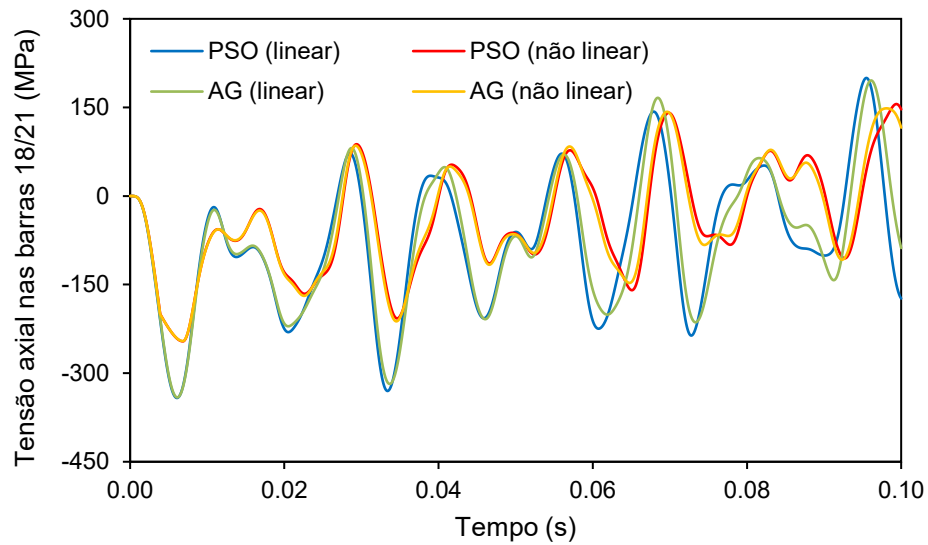
A Figura 56 mostra as curvas de deslocamento do nó 1 na direção x, e as Figuras 57 e 58 mostram as curvas da tensão axial das barras 18/21 e 19/20. A partir delas, é possível observar em qual instante de tempo ocorrem os máximos e mínimos.

Figura 56: Deslocamento nodal da torre treliçada otimizada.



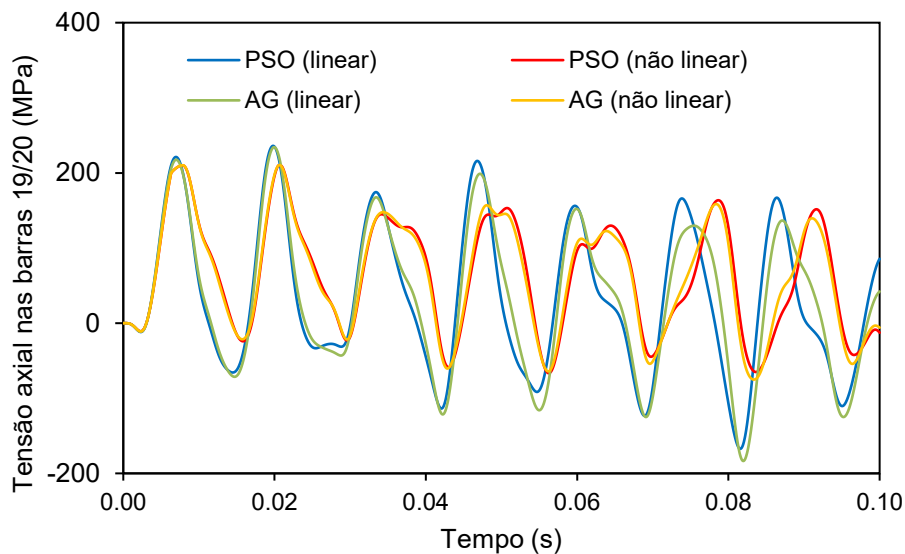
Fonte: Autora (2024).

Figura 57: Tensão axial nas barras 18 e 21 da torre treliçada otimizada.



Fonte: Autora (2024).

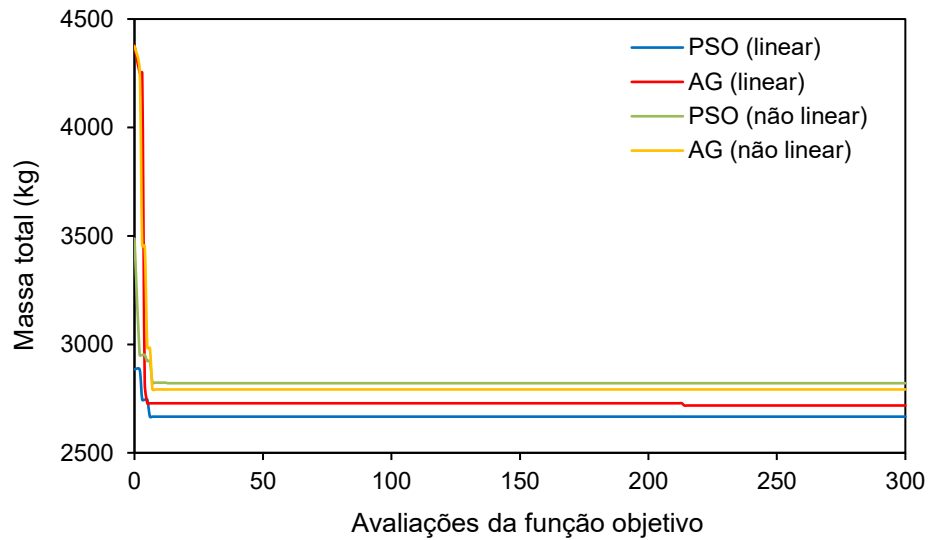
Figura 58: Tensão axial nas barras 19 e 20 da torre treliçada otimizada.



Fonte: Autora (2024).

A Figura 59 mostra a evolução de cada algoritmo na busca pela solução ótima. As estruturas otimizadas considerando a não linearidade apresentaram uma massa maior que a linear, sendo 5,78% maior para o PSO e 2,72% maior para o AG. Nota-se que, em todos os casos, os algoritmos encontraram a solução ótima bem no início das iterações, por volta da iteração 10, com exceção do AG na análise linear, que encontrou por volta da iteração 200.

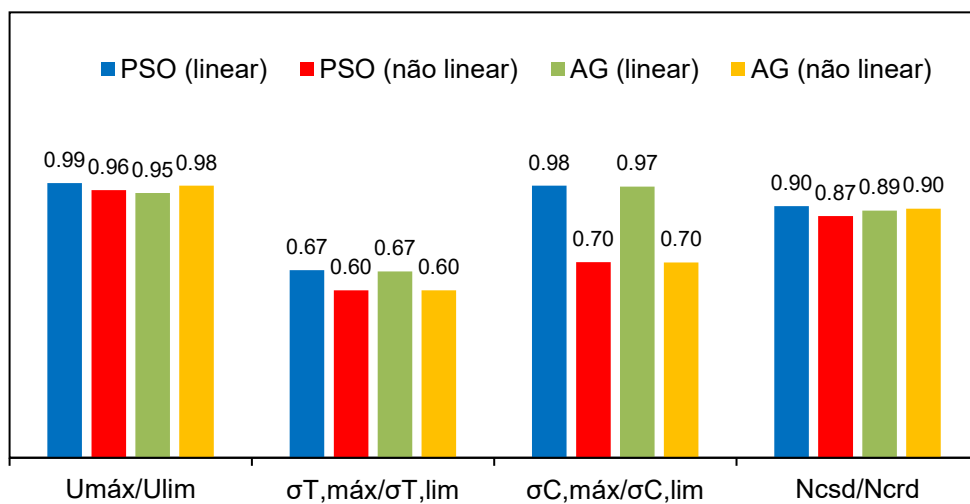
Figura 59: Torre treliçada: massa total x avaliações da função objetivo.



Fonte: Autora (2024).

Ainda, a Figura 60 mostra os valores normalizados das restrições, em que o deslocamento e a força de compressão são as restrições que comandam a otimização em todos os casos. Ainda, no caso da análise linear, a tensão de compressão também ficou próxima do limite.

Figura 60: Restrições normalizadas da otimização da torre treliçada.



Fonte: Autora (2024).

4.3 Não linearidade geométrica e física com carga dinâmica

Nesse tópico, foi proposto um estudo sobre a análise dinâmica considerando as duas não linearidades, geométrica e física. Para isso, os exemplos do domo geodésico e da torre treliçada foram usados sob os mesmos parâmetros dos tópicos anteriores, para avaliar o efeito simultâneo das não linearidades na análise.

4.3.1 Domo geodésico

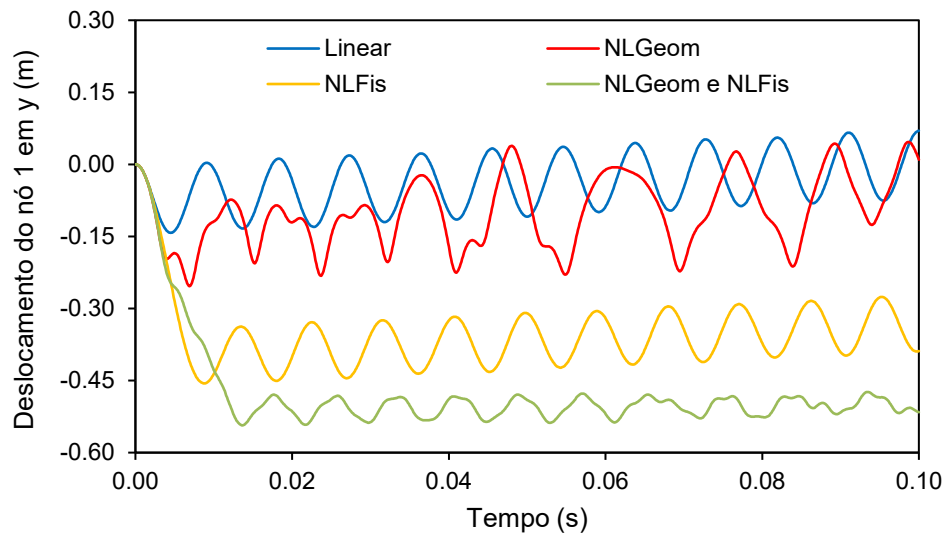
4.3.1.1 Análise dinâmica não linear geométrica e física

Primeiro, foi realizado o procedimento de análise para verificar o comportamento das curvas e comparar com o efeito das não linearidades isoladamente. A estrutura é a mesma da Figura 21, e o mesmo carregamento e propriedades dos exemplos anteriores foram consideradas. O carregamento dinâmico é o da Figura 9(b), com $F = 356$ kN, $t = 0,1$ s e um incremento de tempo de $\Delta t = 0,0001$ s, e as propriedades são $A = 6,45$ cm² e $\rho = 7850$ kg/m³. O material da Figura 8 foi utilizado para a análise não linear física. Foram realizadas duas análises, uma desconsiderando o amortecimento e outra com um amortecimento de 2%.

- Análise sem amortecimento ($\xi = 0$)

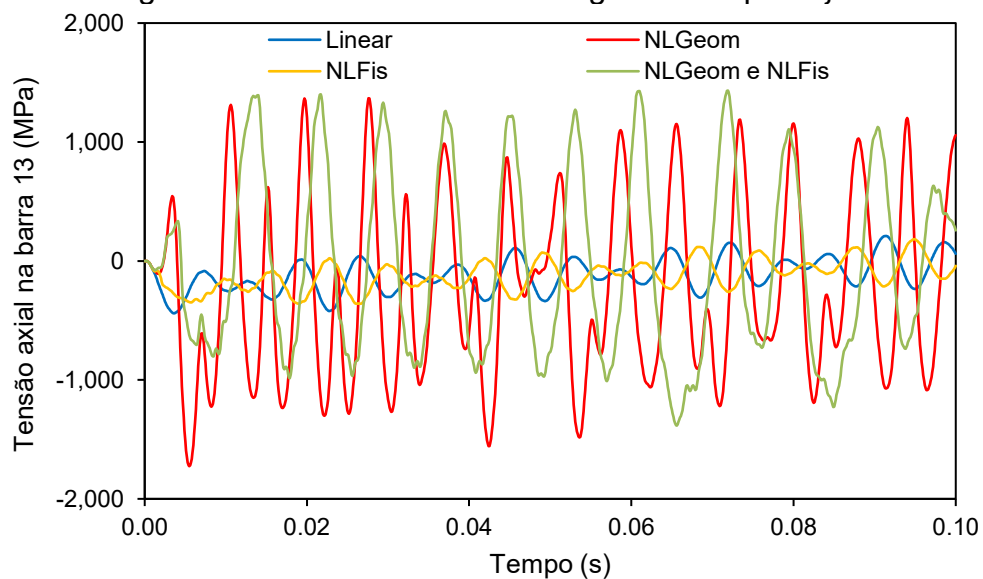
Os resultados obtidos para o deslocamento vertical do nó 1 e das tensões na barra 13 estão nas Figuras 61 e 62, respectivamente. Além disso, o mesmo resultado foi comparado com análises linear, não linear geométrica e não linear física, todas realizadas sob os mesmos parâmetros.

Figura 61: Deslocamento nodal do domo geodésico para $\xi = 0$.



Fonte: Autora (2024).

Figura 62: Tensão axial no domo geodésico para $\xi = 0$.



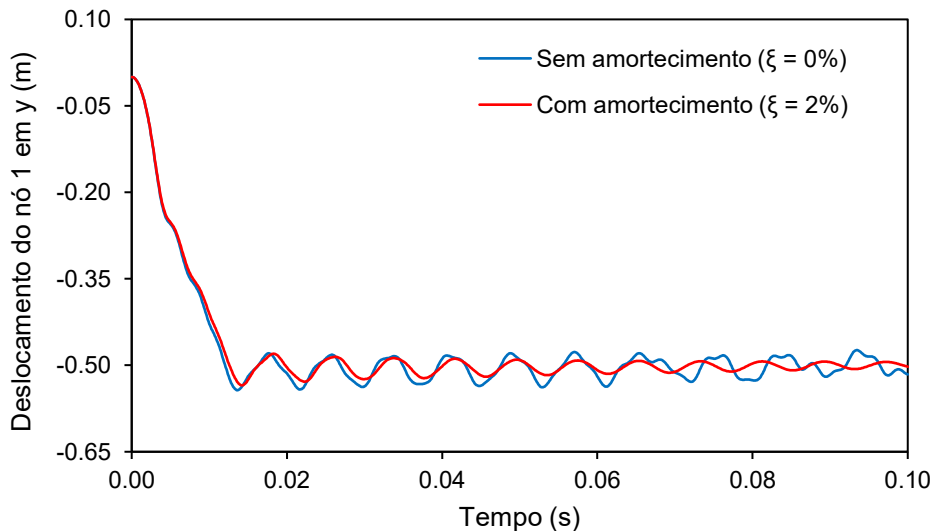
Fonte: Autora (2024).

Nota-se que, quando consideradas ambas as não linearidades, os deslocamentos foram maiores em quase todo tempo de análise. Por outro lado, a curva de tensão foi bem próxima da curva da análise não linear geométrica, com valores de máximos e mínimos parecidos, apesar de acontecerem em instantes diferente.

- Análise com amortecimento ($\xi = 2\%$)

Agora, o mesmo exemplo foi analisado considerando uma taxa de amortecimento de 2%. Na Figura 63 são vistos os resultados do deslocamento vertical do nó 1 na análise não linear geométrica e física, com e sem amortecimento.

Figura 63: Comparativo entre análise não linear com e sem amortecimento do domo geodésico.



Fonte: Autora (2024).

Como esperado, a consideração do amortecimento levou a uma redução do deslocamento ao longo do tempo, podendo ser melhor percebida ao final da análise.

4.3.1.2 Otimização

O domo foi otimizado com as mesmas propriedades e condições de carregamento. Os parâmetros de otimização também foram mantidos dos exemplos anteriores, sendo 0,007 m de restrição de deslocamento nodal, 250 MPa de restrição de tensão axial e restrição de força axial de compressão. Foram consideradas três variáveis de projeto.

A estrutura foi otimizada com e sem amortecimento. Além disso, também foi realizada uma otimização desconsiderando as não linearidades e sem amortecimento para efeitos de comparação. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 8.

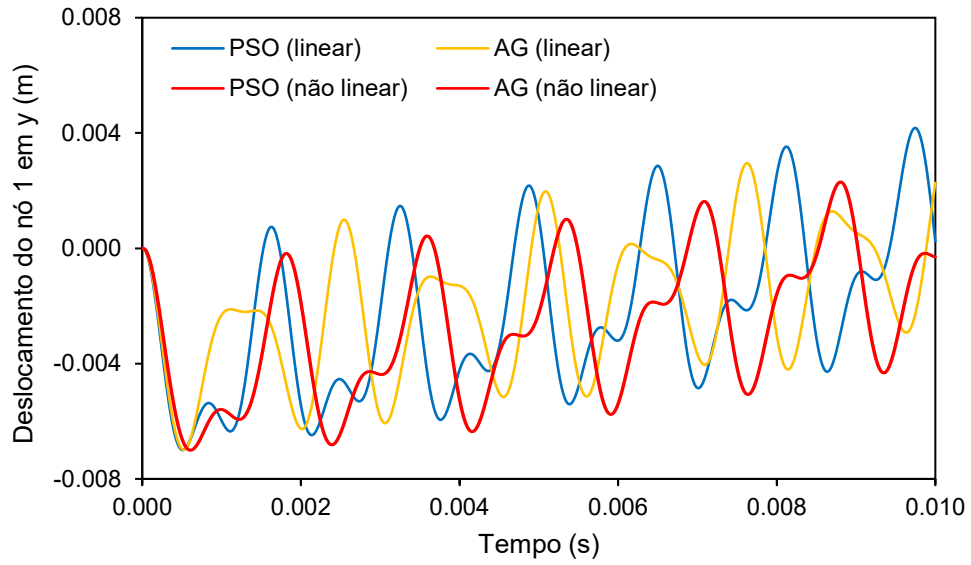
Tabela 8: Resultados da otimização do domo geodésico com e sem amortecimento.

	Linear		Não linear			
	$\xi = 0$		$\xi = 0$		$\xi = 2\%$	
	PSO	AG	PSO	AG	PSO	AG
A_1 (cm ²)	152,0	168,0	195,0	195,0	195,0	186,0
A_2 (cm ²)	191,0	152,0	191,0	191,0	168,0	191,0
A_3 (cm ²)	15,50	25,70	15,5	15,5	21,1	15,20
$U_{máx}$ (m)	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007
$\sigma_{T_{máx}}$ (MPa)	108,41	92,41	92,18	92,18	61,91	55,03
$\sigma_{C_{máx}}$ (MPa)	220,88	139,84	206,69	206,69	162,79	205,23
Média (kg)	1161,89	1179,69	1304,18	1304,57	1269,04	1274,87
Desvio padrão (%)	1,04	3,49	2,59	6,52	1,64	7,55
Massa ótima (kg)	1160,10	1166,88	1291,21	1291,21	1263,32	1261,52

Na análise linear, o PSO foi o que encontrou a melhor solução, sendo 0,58% menor que a massa encontrada pelo AG. Contudo, na análise não linear com amortecimento, o AG foi mais eficiente, com uma massa 0,14% menor. Quando o amortecimento foi desconsiderado não houve diferença entre os algoritmos. Apesar disso, em todas as situações o PSO se apresentou como o algoritmo mais robusto, já que sempre apresentou um menor desvio padrão. O deslocamento máximo aconteceu no nó 1 e as tensões máximas aconteceram nas barras de apoio 13 a 24.

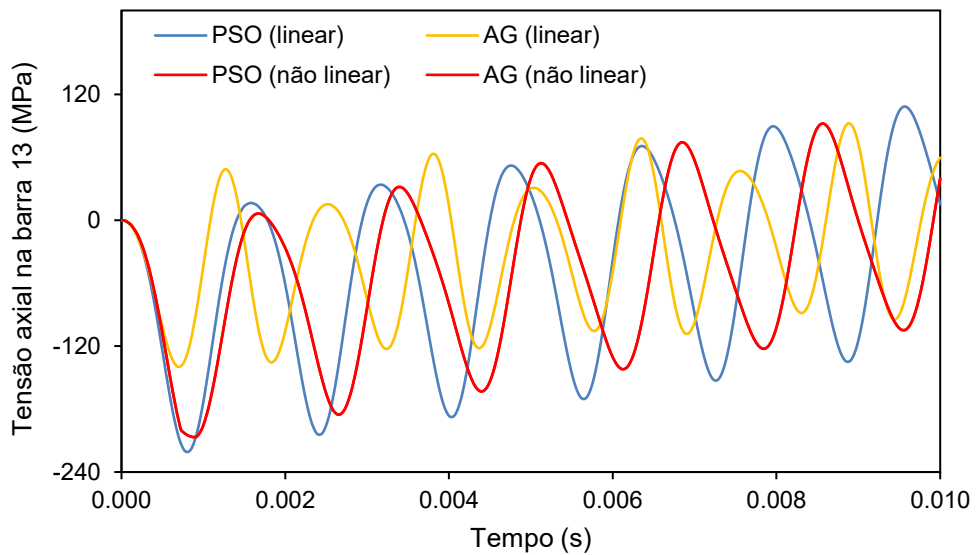
As Figuras 64 e 65 mostram as curvas do deslocamento e tensão, respectivamente, desconsiderando o amortecimento. É possível notar que o efeito da não linearidade variou os resultados ao longo da análise, causando maiores e menores valores em diferentes instantes.

Figura 64: Deslocamento nodal do domo geodésico otimizado para $\xi=0$.



Fonte: Autora (2024).

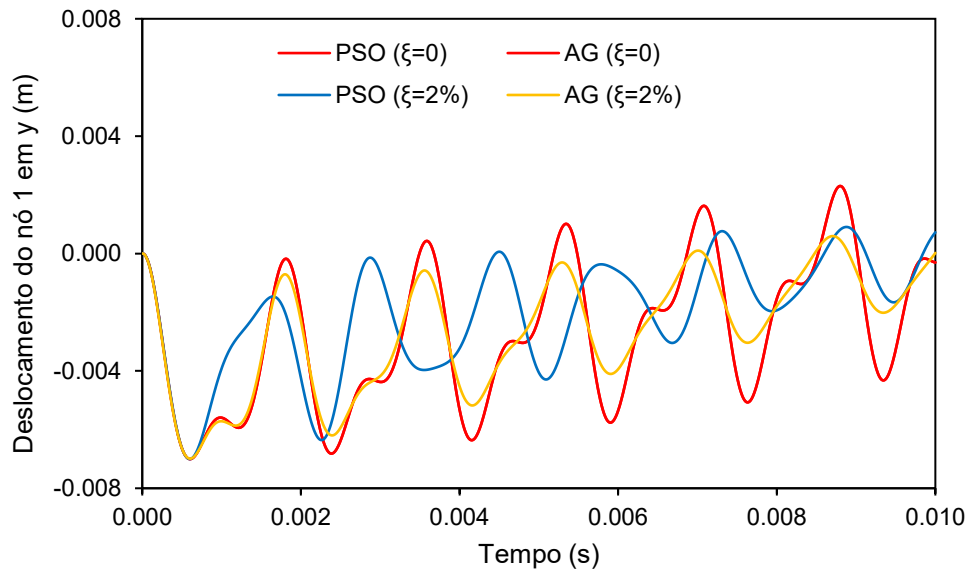
Figura 65: Tensão axial do domo geodésico otimizado para $\xi=0$.



Fonte: Autora (2024).

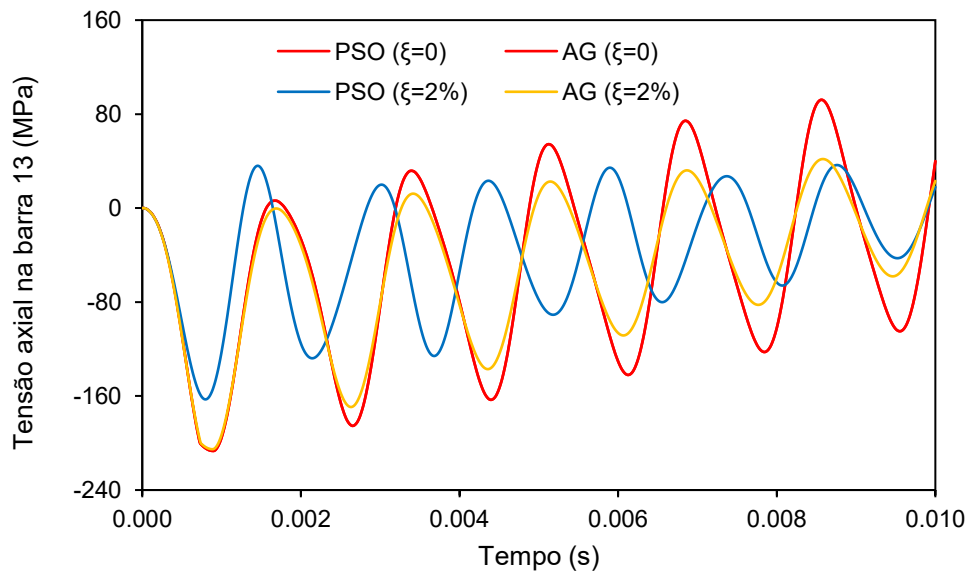
Já as Figuras 66 e 67 mostram um comparativo dos resultados da otimização considerando análise não linear com e sem amortecimento. Como esperado, a consideração do amortecimento causou uma redução no efeito do deslocamento e da tensão axial.

Figura 66: Comparativo do deslocamento nodal do domo geodésico otimizado com e sem amortecimento.



Fonte: Autora (2024).

Figura 67: Comparativo de tensão axial do domo geodésico otimizado com e sem amortecimento.

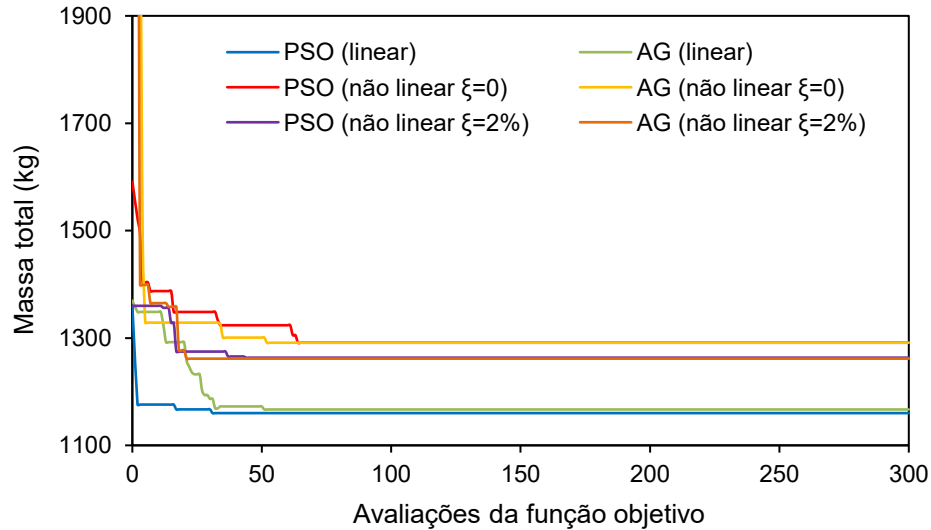


Fonte: Autora (2024).

A Figura 68 mostra a evolução das otimizações ao longo do tempo. A estrutura otimizada considerando a não linearidade apresentou uma massa cerca de 11% maior em relação à análise linear, para ambos os algoritmos. Quando o amortecimento foi considerado, a massa reduziu cerca de 2%. Quanto à eficiência dos algoritmos, a otimização com o AG para a análise não linear com amortecimento foi a que encontrou a solução ótima primeiro, a partir da iteração 20. Por outro lado, a otimização com

PSO para a análise não linear sem amortecimento foi a que mais demorou, acontecendo por volta da iteração 60.

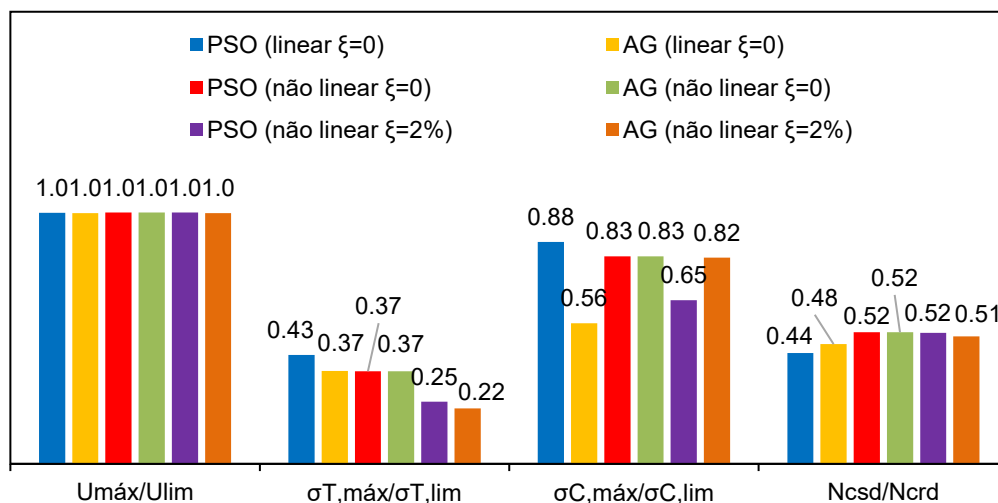
Figura 68: Domo geodésico: massa total x avaliações da função objetivo.



Fonte: Autora (2024).

O gráfico com os valores normalizados das restrições é mostrado na Figura 69, em que o deslocamento é a restrição responsável por guiar a otimização. Em alguns casos, a tensão de compressão também ficou próxima do limite.

Figura 69: Restrições normalizadas da otimização do domo geodésico.



Fonte: Autora (2024).

Por fim, a Tabela 9 mostra um comparativo geral entre todas as análises feitas para o domo geodésico, a fim de verificar o efeito das não linearidades na massa final

da estrutura otimizada via PSO. Nota-se que, quando considerada apenas a não linearidade geométrica, a massa aumentou em 13,3% em relação à análise linear. Por outro lado, as tensões máximas nas barras diminuíram.

Já quando apenas a não linearidade física foi considerada, o efeito não foi muito grande na massa final, houve uma pequena redução de 0,05%. A diferença foi mais significativa nas tensões de tração e compressão das barras, que também reduziram.

E quando considerada as duas não linearidades juntas, o efeito na massa final foi intermediário, com um aumento de 11,3% na massa final. Da mesma forma, as tensões máximas nas barras diminuíram.

Tabela 9: Comparativo entre análises da otimização do domo geodésico.

	PSO (sem amortecimento)			
	Linear	NLGeom	NLFis	NLGeom + NLFis
A_1 (cm ²)	152,0	211,0	168,0	195,0
A_2 (cm ²)	191,0	168,0	155,0	191,0
A_3 (cm ²)	15,50	21,4	23,5	15,5
$U_{máx}$ (m)	0,007	0,007	0,007	0,007
$\sigma_{Tmáx}$ (MPa)	108,41	88,12	82,29	92,18
$\sigma_{Cmáx}$ (MPa)	220,88	167,36	152,80	206,69
Média (kg)	1161,89	1334,50	1161,51	1304,18
Desvio padrão (%)	1,04	5,05	1,05	2,59
Massa ótima (kg)	1160,10	1314,36	1159,50	1291,21

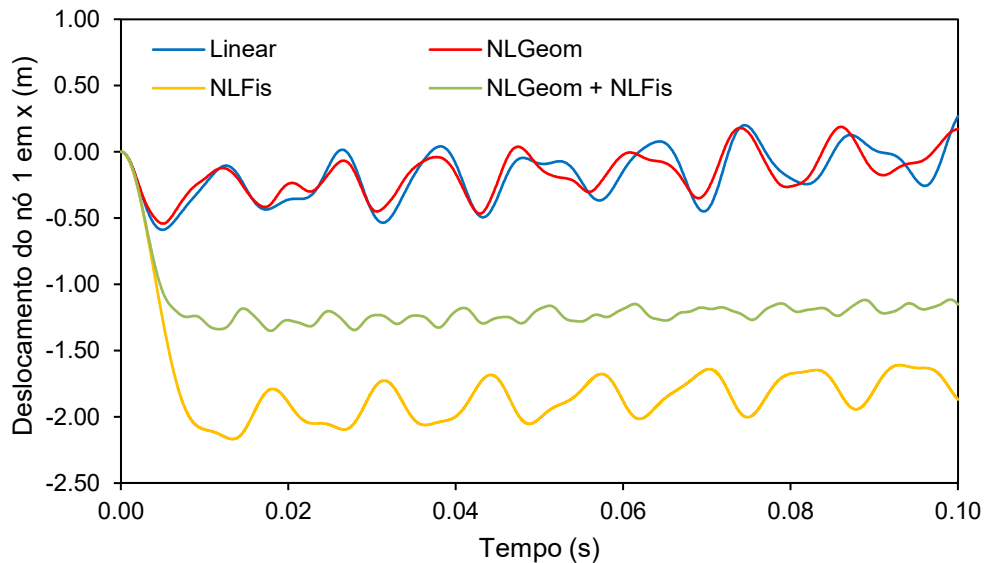
4.3.2 Torre treliçada

4.3.2.1 Análise dinâmica não linear geométrica e física

O último exemplo considerando as duas não linearidades foi da torre treliçada, com o mesmo carregamento dinâmico da Figura 9(b), sendo $F = 800$ kN, $t = 0,1$ s e um incremento de tempo de $\Delta t = 0,0001$ s, e as propriedades $A = 1$ cm² e $\rho = 7850$ kg/m³. O material da Figura 8 foi utilizado para a análise não linear física. Nesse exemplo o amortecimento não foi considerado.

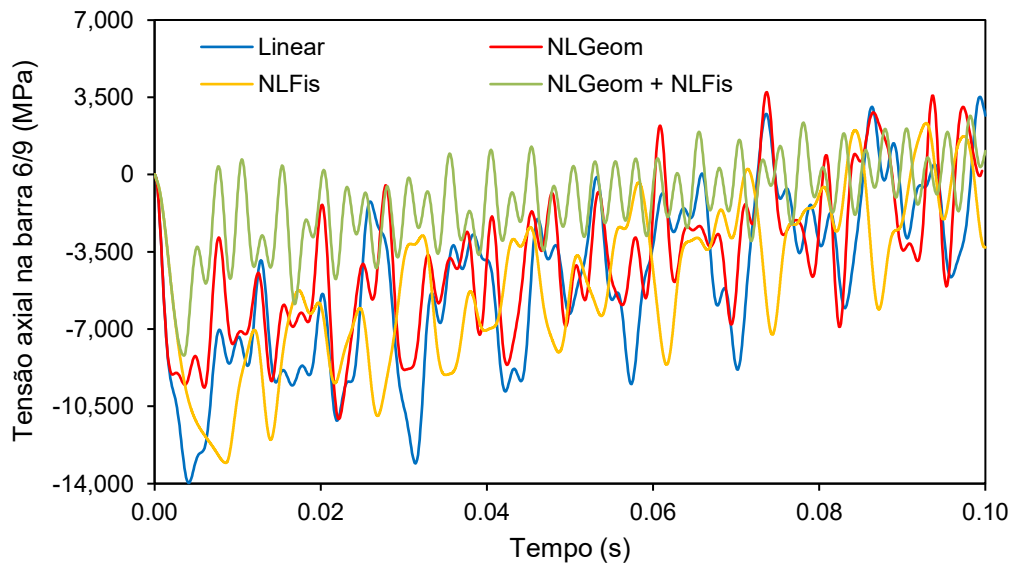
As Figuras 70 a 72 mostram os resultados do deslocamento vertical do nó 1 e das tensões nas barras 6/9 e 19/20, respectivamente, pois foram as barras que apresentaram maiores valores de tração e compressão. Além disso, o mesmo resultado foi comparado com análises linear, não linear geométrica e não linear física, todas realizadas sob os mesmos parâmetros.

Figura 70: Deslocamento nodal da torre treliçada.



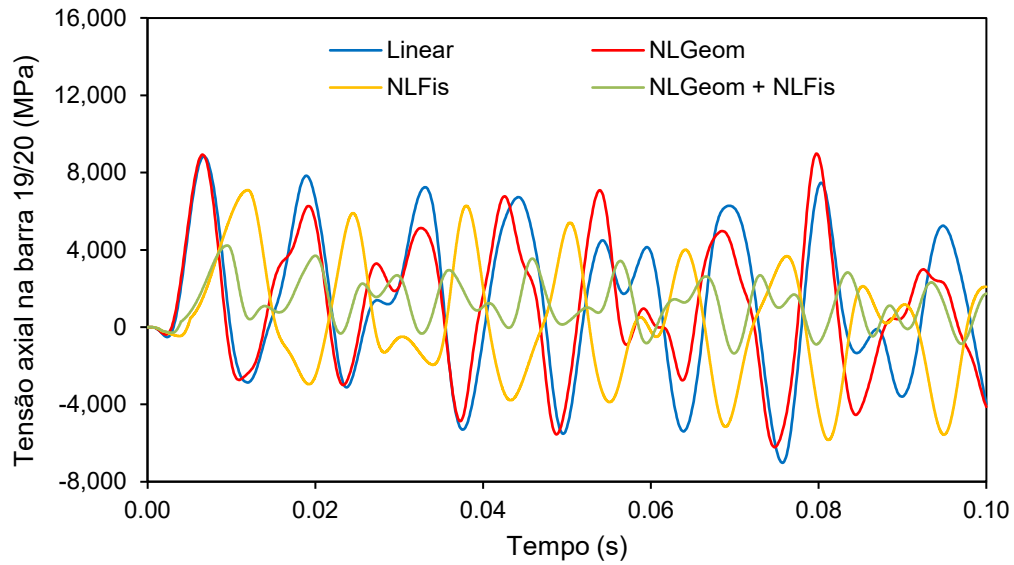
Fonte: Autora (2024).

Figura 71: Tensão axial na barra 6 e 9 da torre treliçada.



Fonte: Autora (2024).

Figura 72: Tensão axial na barra 19 e 20 da torre treliçada.



Diferente do exemplo anterior, quando consideradas ambas as não linearidades, o deslocamento foi intermediário entre as análises não linear física e a não linear geométrica, enquanto as curvas de tensão ficaram bem parecidas entre si, não havendo muita diferença entre as análises, nesse caso.

4.3.2.2 Otimização

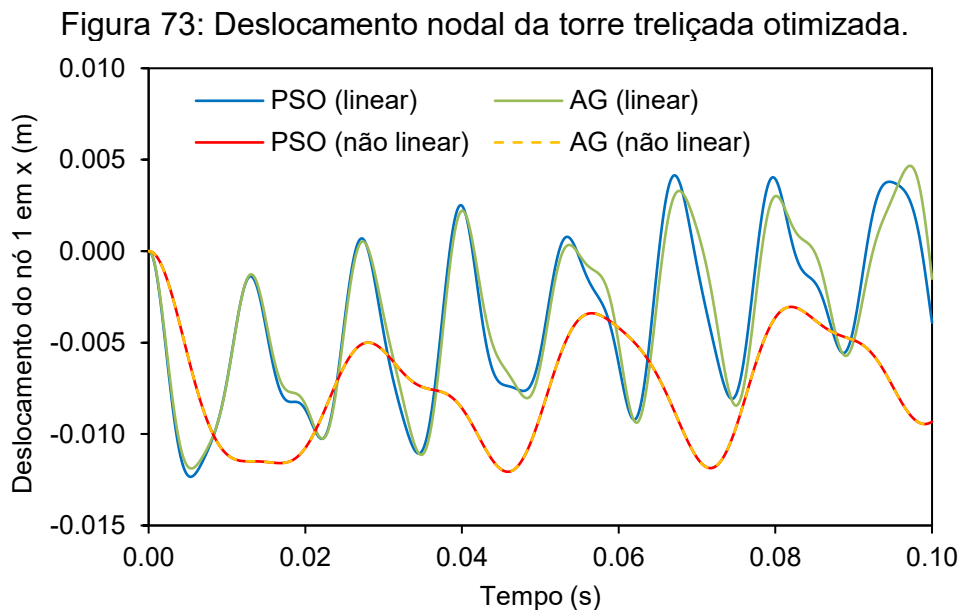
Mantendo as mesmas propriedades e condições de carregamento, a torre também foi otimizada. As restrições impostas foram de 0,0125 m, para deslocamento nodal limite, e 350 MPa, para as tensões de compressão e tração limites. Também foi incluída a restrição de carga crítica de compressão para evitar a flambagem das barras. Foram consideradas duas variáveis de projeto e uma estrutura não amortecida. Ainda, foi realizada uma otimização desconsiderando as não linearidades para efeitos de comparação. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 10.

Tabela 10: Resultados da otimização da torre treliçada.

	Linear		Não linear	
	PSO	AG	PSO	AG
A_1 (cm ²)	50,6	53,1	58,1	58,1
A_2 (cm ²)	36,0	36,0	36,0	36,0
$U_{máx}$ (m)	0,0123	0,0119	0,0121	0,0121
$\sigma_{T_{máx}}$ (MPa)	235,98	234,20	210,61	210,61
$\sigma_{C_{máx}}$ (MPa)	341,94	340,99	246,36	246,36
Média (kg)	2668,95	2741,37	2824,30	2831,83
Desvio padrão (%)	0,72	5,71	0,78	4,43
Massa ótima (kg)	2666,71	2718,10	2820,89	2820,89

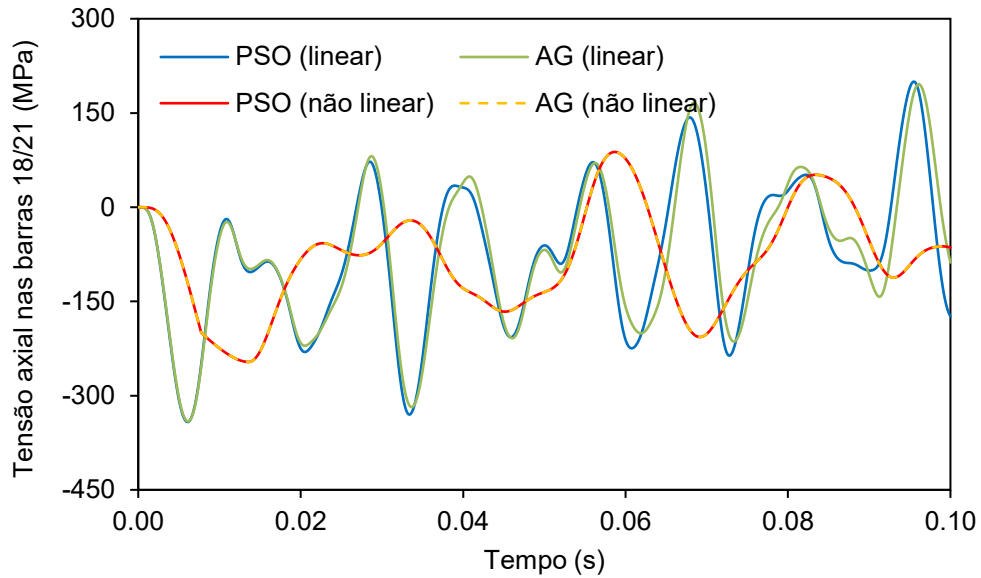
Na análise linear, o PSO foi o que encontrou a melhor solução, sendo 1,89% menor que o AG. Já na análise não linear não houve diferença entre os algoritmos. Nesse caso, o PSO sempre se apresentou como o algoritmo mais robusto, com o menor desvio padrão. O deslocamento máximo aconteceu no nó 1 na direção x, as tensões máximas de tração aconteceram igualmente nas barras 19 e 20, e as tensões máximas de compressão nas barras 18 e 21.

As curvas de deslocamento e tensão estão nas Figuras 73, 74 e 75. É possível notar que o efeito das não linearidades causou um comportamento bem diferente nas barras em relação à análise linear, variando os resultados ao longo da análise.



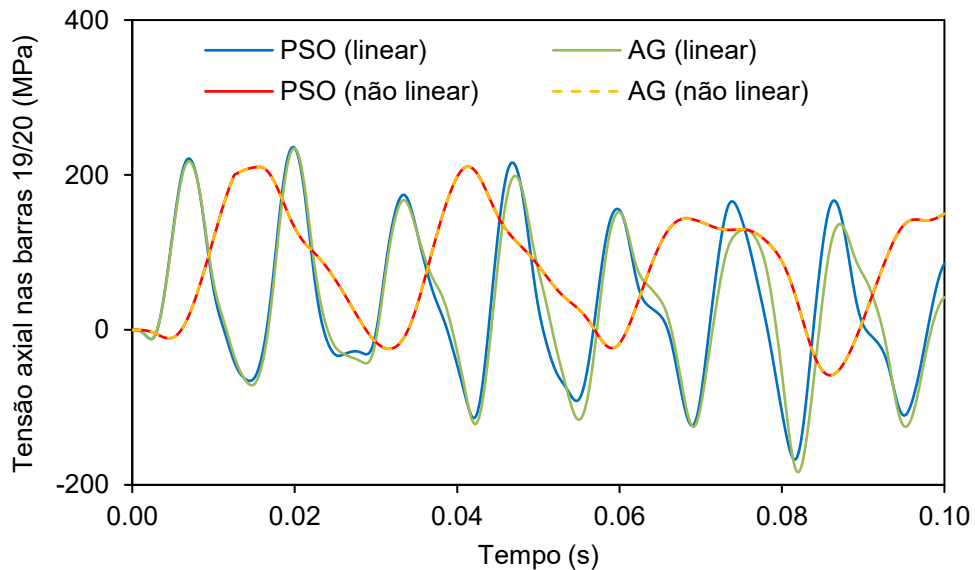
Fonte: Autora (2024).

Figura 74: Tensão axial nas barras 18 e 21 da torre treliçada otimizada.



Fonte: Autora (2024).

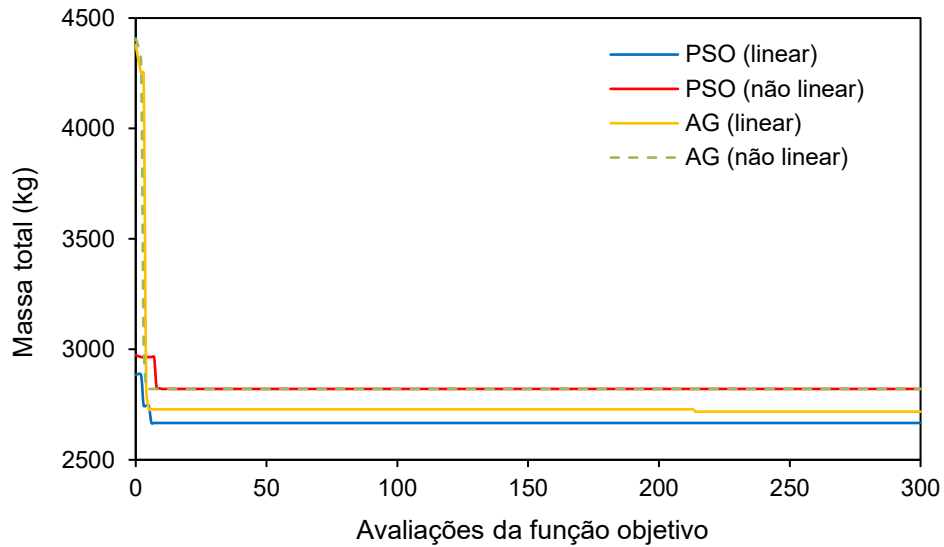
Figura 75: Tensão axial nas barras 19 e 20 da torre treliçada otimizada.



Fonte: Autora (2024).

Já a Figura 76 mostra a evolução de cada algoritmo na busca pela solução ótima. As estruturas otimizadas considerando a não linearidade apresentaram uma massa maior que a linear, sendo 5,78% maior para o PSO e 3,78% maior para o AG. Em todos os casos, os algoritmos encontraram a solução ótima bem no início das iterações, por volta da iteração 10, com exceção do AG na análise linear, que encontrou por volta da iteração 200.

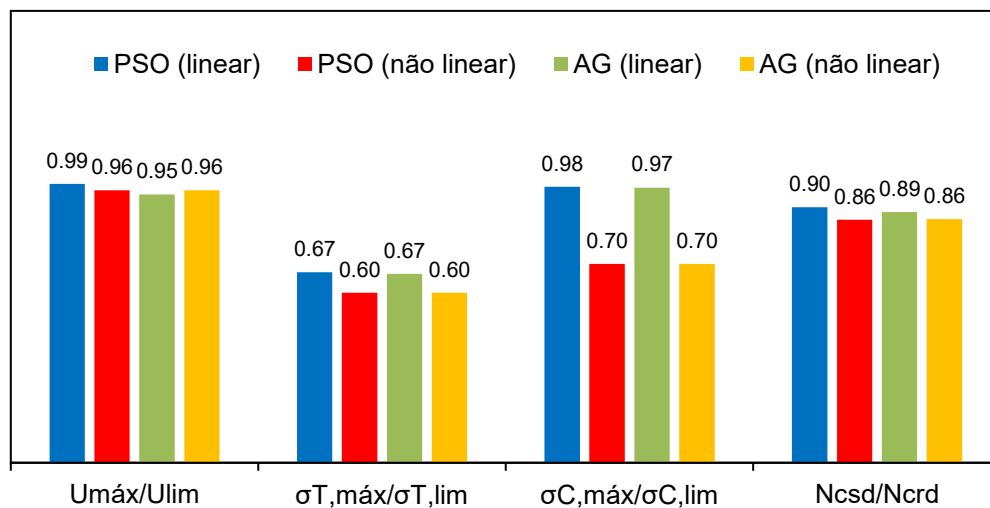
Figura 76: Torre treliçada: massa total x avaliações da função objetivo.



Fonte: Autora (2024).

Ainda, a Figura 77 mostra os valores normalizados das restrições, em que o deslocamento e a força de compressão são as restrições que comandam a otimização em todos os casos. Ainda, no caso da análise linear, a tensão de compressão também ficou próxima do limite.

Figura 77: Restrições normalizadas da otimização da torre treliçada.



Fonte: Autora (2024).

Assim como feito no exemplo anterior, um comparativo entre todas as análises feitas para a torre treliçada é mostrado na Tabela 11, a fim de verificar o efeito das não linearidades na massa final da estrutura otimizada via PSO. Contudo, diferente

do domo, a consideração da não linearidade geométrica não causou efeito na massa final da estrutura em relação à análise linear. Da mesma forma, as tensões máximas nas barras também ficaram bem próximas.

Já quando apenas a não linearidade física foi considerada, o efeito foi mais significativo, com um aumento de 5,78% na massa. Apesar disso, as tensões de tração e compressão nas barras foram menores.

Quando consideradas ambas as não linearidades, o efeito na massa final foi igual da análise com não linearidade física, assim como as tensões máximas nas barras.

Tabela 11: Comparativo entre análises da otimização da torre treliçada.

	PSO			
	Linear	NLGeom	NLFis	NLGeom + NLFis
A_1 (cm ²)	50,6	50,6	58,1	58,1
A_2 (cm ²)	36,0	36,0	36,0	36,0
$U_{máx}$ (m)	0,0123	0,0123	0,0120	0,0121
$\sigma_{T_{máx}}$ (MPa)	235,98	235,93	210,32	210,61
$\sigma_{C_{máx}}$ (MPa)	341,94	342,22	246,03	246,36
Média (kg)	2668,95	2678,16	2825,14	2824,30
Desvio padrão (%)	0,72	2,15	1,46	0,78
Massa ótima (kg)	2666,71	2666,71	2820,89	2820,89

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido um programa computacional para o estudo da otimização de estruturas treliçadas, considerando as não linearidades geométrica e física, submetidas a carregamento dinâmico. O procedimento de otimização foi feito por meio do algoritmo de Dispersão de Partículas (PSO), implementado na plataforma Matlab, e também via Algoritmo Genético (AG), ferramenta nativa do Matlab, para validação dos resultados.

A implementação do programa foi feita na plataforma Matlab, e criou-se uma interface com o Ansys, um *software* de análise de estruturas, para a realização da análise dinâmica não linear. O problema de otimização foi formulado para determinar a área da seção transversal das barras que minimiza a massa total da estrutura, impondo-se restrições aos deslocamentos nodais, às tensões axiais de compressão e tração e às forças axiais de compressão.

Foram selecionados alguns exemplos da literatura, para validação dos procedimentos de análise e otimização, e as mesmas foram usadas para a proposição de novos resultados. Inicialmente, foram analisadas estruturas considerando a não linearidade geométrica, depois considerando a não linearidade física e, por fim, as estruturas considerando as duas não linearidades atuando conjuntamente, sempre com carregamento dinâmico. Ainda, em alguns desses problemas, foi inserido um amortecimento estrutural para a verificação da sua influência no resultado final.

Após a análise dos resultados, concluiu-se que:

- Os procedimentos de análise e otimização por meio da interface Matlab-Ansys se mostraram efetivos, tendo em vista a concordância com os exemplos analisados e comparados com a literatura;
- A consideração do amortecimento nas análises e otimização sempre gerou uma redução no deslocamento e, conseqüentemente, na massa total da estrutura;
- Em 86% dos casos, o PSO encontrou a solução ótima, enquanto o AG encontrou em 57% dos casos. Em 43% dos casos, os dois algoritmos encontraram a mesma solução. Quando feita a análise linear, o PSO encontrou

a melhor solução, e quando feita a análise não linear, os dois algoritmos foram iguais;

- Para a análise linear, o PSO necessitou de menos avaliações da função objetivo para resolução do problema de otimização. Já para a análise não linear, ambos os algoritmos tiveram a mesma eficiência. Eles necessitaram de menos iterações e convergiram mais rápido na maioria dos exemplos. De uma forma geral, pode-se dizer que o PSO foi um algoritmo mais eficiente, pois convergiu mais rápido para a solução;
- O algoritmo PSO foi o mais robusto na grande maioria dos casos desta dissertação, ou seja, teve uma menor variação entre os valores das funções objetivo. Ainda, no caso da análise linear, o PSO foi sempre o mais robusto. Para este algoritmo, a menor porcentagem de variação de funções objetivo foi 0% e a maior foi 5,05%. E para o AG, a menor porcentagem também foi 0% e a maior foi 9,69%;
- Quanto ao efeito das não linearidades, ora causou um aumento na massa final, ora causou uma redução, cada caso foi particular, a depender da carga, arranjo da estrutura e instante;
- A não linearidade geométrica teve maior influência na massa final do domo geodésico, a não linearidade física foi mais significativa na massa da torre treliçada. Já quando as duas não linearidades foram consideradas juntas, o efeito foi maior no domo geodésico;
- O deslocamento nodal foi a restrição ativa no domo geodésico. Já na torre treliçada, foi o deslocamento nodal e a força axial de compressão. A tensão axial de compressão foi a restrição ativa na treliça plana de duas barras e na treliça plana de dez barras. Nesta última, a tensão de tração também foi dominante. De uma forma geral, a restrição que teve mais influência foi o deslocamento, e a que teve menos influência foi a tensão axial de tração;
- Depois da otimização, as tensões máximas nas barras sempre diminuíram ou se mantiveram iguais para todos os exemplos, quando considerada a não linearidade, mesmo quando a massa final foi maior;
- O procedimento de otimização utilizando variáveis contínuas se ajustou melhor à solução e reduziu a massa total da estrutura em 8% em relação à massa

obtida com variáveis discretas. Contudo, a robustez do algoritmo foi melhor quando usadas as variáveis discretas;

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Apesar dos avanços positivos do trabalho, deixa-se como sugestão alguns itens para dar continuidade em trabalhos futuros.

- A interface entre a rotina de otimização e o Ansys teve um alto custo computacional, assim sugere-se melhorar a interface Matlab-Ansys para trabalhos futuros e análises de estruturas maiores. Ainda, sugere-se que o problema de análise dinâmica não linear física e geométrica seja implementado dentro da plataforma do Matlab, de maneira a reduzir este custo.
- Implementar o problema com um elemento que considere o efeito da flambagem das barras, tendo em vista que o elemento utilizado para os modelos foi o LINK180 do Ansys, que é um elemento simples e foi utilizado para reduzir o custo computacional da análise e otimização. Para a análise de flambagem das barras foi considerada somente a prescrição da NBR 16239:2013 para perfis tubulares.
- Por fim, sugere-se que outras metodologias para a consideração dos limites de restrição sejam aplicadas, de forma a evidenciar melhor os efeitos das não linearidades. Ou, ainda, que outras funções de restrições sejam inseridas no problema de otimização, como por exemplo velocidade, aceleração e vibração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABO-BAKR, R. M.; SHANAB, R. A.; ATTIA, M. A. Multi-objective optimization for lightweight design of bi-directional functionally graded beams for maximum frequency and buckling load. **Composite Structures**, v. 278, p. 114691, set. 2021.

AL-BAZOOK, M.; ARORA, J. S. Discrete variable optimization of structures subjected to dynamic loads using equivalent static loads and metaheuristic algorithms. **Optimization and Engineering**, v. 23, n. 2, p. 643–687, 1 jun. 2022.

ALFOUNEH, M.; TONG, L. Topology optimization of nonlinear structures with damping under arbitrary dynamic loading. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 57, n. 2, p. 759–774, fev. 2018.

ALVES, G. P. et al. Size, shape and layout optimization of mono-mast guyed transmission line towers. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 65, 2022.
 ARPINI, P. A. T. et al. Optimum design of a composite floor system considering environmental and economic impacts. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 15, n. 3, p. 1–17, set. 2021.

ARPINI, P. A. T.; ALVES, É. C. Optimization of CO₂ Emission of the Composite Floor System via Metaheuristics Algorithm. **Journal of Engineering Science and Technology Review**, v. 15, n. 6, p. 1–14, dez. 2022.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800: Projetos de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações**. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16239: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares**. [s.l.: s.n.].

AZAD, S. K. Design optimization of real-size steel frames using monitored convergence curve. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 63, n. 1, p. 267–288, 1 jan. 2021.

BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. An Adaptive Penalty Method for Genetic Algorithms in Constrained Optimization Problems. Em: IBA, H. (Ed.). **Frontiers in Evolutionary Robotics**. Viena: I-Tech Education and Publishing, 2008. p. 9–34.

BENZO, P. G.; PEREIRA, J. M.; SENA-CRUZ, J. Optimization of steel web core sandwich panel with genetic algorithm. **Engineering Structures**, v. 253, p. 113805, jan. 2022.

BIELEFELDT, B. R. et al. Development and validation of a genetic L-System programming framework for topology optimization of multifunctional structures. **Computers and Structures**, v. 218, p. 152–169, 1 jul. 2019.

BIGHAM, A.; GHOLIZADEH, S. Topology optimization of nonlinear single-layer domes by an improved electro-search algorithm and its performance analysis using statistical tests. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 62, n. 4, p. 1821–1848, out. 2020.

CARVALHO, É. DA C. R. **Solução de problemas de otimização com restrições usando estratégias de penalização adaptativa e um algoritmo do tipo PSO**. Dissertação—Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2014.

CARVALHO, J. P. G. et al. **Solução de problemas de otimização estrutural com restrições de frequências de vibração via PSO**. (N. A. Dumont, Ed.)XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...**Rio de Janeiro: ABMEC, nov. 2015.

ÇERÇEVİK, A. E. et al. Optimal placement of viscous wall dampers in RC moment resisting frames using metaheuristic search methods. **Engineering Structures**, v. 249, 9 out. 2021.

CHAUDHURI, P.; MAITY, D.; NOLA, D. Cost optimization of rectangular RC footing using GA and UPSO. **Soft Computing**, v. 24, p. 709–721, 17 out. 2019.
COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. **Concepts and applications of finite element analysis**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1989.

DEHGHANI, H. et al. Improved homotopy perturbation method for geometrically nonlinear analysis of space trusses. **Applied Sciences (Switzerland)**, v. 10, n. 8, 1 abr. 2020.

DEICHMANN, A. et al. Layout optimization of transmission line family structures. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, p. 44–126, 2022.

DEL SER, J.; GEEM, Z. W.; YANG, X. S. Foreword: New theoretical insights and practical applications of bio-inspired computation approaches. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 45, p. 68–69, 1 mar. 2019.

DILLEN, W. et al. Optimization in a realistic structural engineering context: Redesign of the Market Hall in Ghent. **Engineering Structures**, v. 228, 16 nov. 2021.

EZUGWU, A. E. et al. Metaheuristics: a comprehensive overview and classification along with bibliometric analysis. **Artificial Intelligence Review**, v. 54, n. 6, p. 4237–4316, ago. 2021.

FAROUGHI, S.; LEE, J. Analysis of tensegrity structures subject to dynamic loading using a Newmark approach. **Journal of Building Engineering**, v. 2, p. 1–8, 2015.

FONSECA, F. M.; GONÇALVES, P. B. Nonlinear behavior and instabilities of a hyperelastic von Mises truss. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 142, p. 103964, 2022.

FU, J. Y. et al. Wind resistant size optimization of geometrically nonlinear lattice structures using a modified optimality criterion method. **Engineering Structures**, v. 173, p. 573–588, out. 2018.

HA, M.-H.; VU, Q.-A.; TRUONG, V.-H. Optimum Design of Stay Cables of Steel Cable-stayed Bridges Using Nonlinear Inelastic Analysis and Genetic Algorithm. **Structures**, v. 16, p. 288–302, 25 out. 2018.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975.

HUANG, D.; PEI, S.; BUSCH, A. Optimizing displacement-based seismic design of mass timber rocking walls using genetic algorithm. **Engineering Structures**, v. 229, p. 111603, dez. 2020.

JARRAHI, H. et al. Simultaneous optimization of placement and parameters of rotational friction dampers for seismic-excited steel moment-resisting frames. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 136, p. 106193, jun. 2020.

JAVIDI, A.; SALAJEGHEH, E.; SALAJEGHEH, J. Optimization of weight and collapse energy of space structures using the multi-objective modified crow search algorithm. **Engineering with Computers**, v. 38, p. 2879–2896, 2022.

JU, S. et al. Multi-parameter optimization of lightweight composite triangular truss structure based on response surface methodology. **Composite Structures**, v. 97, p. 107–116, mar. 2013.

KAR, R. et al. Crazyness based Particle Swarm Optimization algorithm for FIR band stop filter design. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 7, p. 58–64, 2012.

KARIMI, H.; KANI, I. M. Finding the worst imperfection pattern in shallow lattice domes using genetic algorithms. **Journal of Building Engineering**, v. 23, p. 107–113, 2019.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. **Particle swarm optimization**. Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks. **Anais...Perth: IEEE**, 1995.

KHATIR, A. et al. Vibration-based crack prediction on a beam model using hybrid butterfly optimization algorithm with artificial neural network. **Frontiers of Structural and Civil Engineering 2022 16:8**, v. 16, n. 8, p. 976–989, 1 nov. 2022.

KHODZHAIEV, M.; REUTER, U. Structural optimization of transmission towers using a novel Genetic Algorithm approach with a variable length genome. **Engineering Structures**, v. 240, p. 112306, maio 2021.

KIM, Y.-I.; PARK, G.-J. Nonlinear dynamic response structural optimization using equivalent static loads. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 199, p. 660–676, 2009.

KOOHESTANI, K. A hybrid method for efficient solution of geometrically nonlinear structures. **International Journal of Solids and Structures**, v. 50, p. 21–29, ago. 2012.

KORUS, K.; SALAMAK, M.; JASINSKI, M. Optimization of geometric parameters of arch bridges using visual programming FEM components and genetic algorithm. **Engineering Structures**, v. 241, p. 112465, maio 2021.

LAGAROS, N. D.; PLEVRIS, V.; KALLIORAS, N. A. The Mosaic of Metaheuristic Algorithms in Structural Optimization. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 29, n. 7, p. 5457–5492, jul. 2022.

LI, L.; KHANDELWAL, K. Topology optimization of geometrically nonlinear trusses with spurious eigenmodes control. **Engineering Structures**, v. 131, p. 324–344, nov. 2016.
LOU, H. et al. Size optimization design of members for shear wall high-rise buildings. **Journal of Building Engineering**, v. 61, 22 set. 2022.

MA, S. et al. Minimal mass design of a new cable truss in two states. **Mechanics Research Communications**, v. 125, p. 103995, set. 2022a.

MA, T.-T. et al. Wind-induced dynamic performance of a super-large hyperbolic steel-truss cooling tower. **Thin-Walled Structures**, v. 157, 2020.

MA, T.-T. et al. Case study of wind-induced performance and equivalent static wind loads of large-span openable truss structures. **Thin-Walled Structures**, v. 175, p. 109206, 2022b.

MADAH, H.; AMIR, O. Truss optimization with buckling considerations using geometrically nonlinear beam modeling. **Computers and Structures**, v. 192, p. 233–247, jul. 2017.

MADAH, H.; AMIR, O. Concurrent structural optimization of buckling-resistant trusses and their initial imperfections. **International Journal of Solids and Structures**, v. 162, p. 244–258, nov. 2019.

MAHMOODABADI, M. J.; RASEKH, M.; YAHYAPOUR, M. Tree optimization algorithm (TOA): a novel metaheuristic approach for solving mathematical test functions and engineering problems. **Evolutionary Intelligence**, v. 1, p. 1–14, 20 jun. 2022.

MAI, H. T. et al. A robust unsupervised neural network framework for geometrically nonlinear analysis of inelastic truss structures. **Applied Mathematical Modelling**, v. 107, p. 332–352, fev. 2022a.

MAI, H. T. et al. Optimum design of nonlinear structures via deep neural network-based parameterization framework. **European Journal of Mechanics / A Solids**, v. 98, p. 104869, nov. 2022b.

MAI, H. T.; KANG, J.; LEE, J. A machine learning-based surrogate model for optimization of truss structures with geometrically nonlinear behavior. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 196, 18 jun. 2021.

MARTINELLI, L. B. **Otimização de estruturas treliçadas geometricamente não lineares submetidas a carregamento dinâmico**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)—Vitória: Universidade Federal do Espírito Santo, 29 mar. 2019.

MARTINELLI, L. B.; ALVES, E. C. Optimization of geometrically nonlinear truss structures under dynamic loading. **Revista Escola de Minas**, v. 73, n. 3, p. 293–301, jul. 2020a.

MARTINELLI, L. B.; ALVES, É. C. Analysis of damping ratio on the optimization of geometrically nonlinear truss structures subjected to dynamic loading. **Revista de la Construcción**, v. 19, n. 3, p. 321–334, nov. 2020b.

MARTÍNEZ-MUÑOZ, D. et al. Discrete swarm intelligence optimization algorithms applied to steel-concrete composite bridges. **Engineering Structures**, v. 266, 7 jul. 2022.

MARTINS, A. M. B.; SIMÕES, L. M. C.; NEGRÃO, J. H. J. O. Optimization of extradosed concrete bridges subjected to seismic action. **Computers and Structures**, v. 245, p. 106460, mar. 2021.

MCGUIRE, W.; GALLAGHER, R. H.; ZIEMIAN, R. D. **Matrix structural analysis**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 2000.

MINAFÒ, G.; CAMARDA, G. An open-source GA framework for optimizing the seismic upgrading design of RC frames through BRBs. **Engineering Structures**, v. 251, 11 nov. 2021.

NEGRIN, I.; NEGRIN, A.; CHAGOYÉN, E. Optimización metaheurística de conjuntos estructurales de hormigón armado Metaheuristic optimization of structural sets of reinforced concrete. **Revista Ingeniería de Construcción**, v. 34, p. 181–192, 14 maio 2019.

NETTO, P. M.; CALENZANI, A. F. G.; ALVES, É. C. Optimum design of prestressed steel beams via genetic algorithm. **REM - International Engineering Journal**., v. 76, n. 1, p. 29–37, jan. 2023.

NEWMARK, N. M. A Method of Computation for Structural Dynamics. **ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 85, n. 3, p. 67–94, 1959.

PIEROTT, R. et al. A mathematical optimisation model for the design and detailing of reinforced concrete beams. **Engineering Structures**, v. 245, 29 jul. 2021.

POLLINI, N. Gradient-based prestress and size optimization for the design of cable domes. **International Journal of Solids and Structures**, v. 222–223, 18 mar. 2021.

QIN, Y.-X. et al. Customized Non-uniform Discrete Variables Coordinated Optimization Coupling Nonlinear Mechanical Analysis on Complex Truss Structure. **Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering**, v. 46, p. 617–631, 2022.

RAMOS, A. S.; PAULINO, G. H. Convex topology optimization for hyperelastic trusses based on the ground-structure approach. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 51, p. 287–304, 17 out. 2014.

REZAIEE-PAJAND, M.; MASOODI, A. R.; ARABI, E. Geometric and Material Nonlinear Analysis of Trusses Subjected to Thermomechanical Loads. **Structural Engineering International**, 2022.

RODRIGUES, M. A. C. **Soluções integradas para as formulações do problema de não linearidade geométrica**. Rio de Janeiro: Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), 15 mar. 2019.

ROSSI, D. F. et al. A review of automatic time-stepping strategies on numerical time integration for structural dynamics analysis. **Engineering Structures**, v. 80, p. 118–136, 2014.

SHARMA, H.; GANGULI, R. Optimization of a higher-order sandwich composite beam under uncertainties. **Composite Structures**, v. 269, p. 1140003, abr. 2021.

SHI, H. et al. Geometric and material nonlinear static and dynamic analysis of space truss structures. **Mechanics Based Design of Structures and Machines**, v. 43, n. 1, p. 38–56, jan. 2015.

SHI, H.; SALIM, H. Geometric nonlinear static and dynamic analysis of guyed towers using fully nonlinear element formulations. **Engineering Structures**, v. 99, p. 492–501, 2015.

SHI, Y. Particle Swarm Optimization. **Electronic Data Systems, Inc.**, p. 8–13, 2004.

SHI, Y.; EBERHART, R. **A Modified Particle Swarm Optimizer**. 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. **Anais...**Anchorage: IEEE, 1998.

SILVA, T. D. et al. Influence of the timber elastic modulus on the geometric nonlinear structural analysis of truss arches. **Revista Árvore**, 2021.

SORIANO, H. L. **Introdução à dinâmica das estruturas**. 1 ed ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

TORT, C.; SAHIN, S.; HASANÇEBI, O. Optimum design of steel lattice transmission line towers using simulated annealing and PLS-TOWER. **Computers and Structures**, v. 179, p. 75–94, out. 2016.

VIET-HUNG, T.; SEUNG-EOCK, K. Reliability-based design optimization of nonlinear inelastic trusses using improved differential evolution algorithm. **Advances in Engineering Software**, v. 121, p. 59–74, 9 abr. 2018.

WANG, K.; FENG, C.; ZHOU, D. An improved weak-form quadrature element (IWQE) method for static and dynamic analysis of non-homogeneous plane trusses. **Engineering Structures**, v. 277, 2022.

WANG, S. et al. Dynamic performance analysis of steel truss bridge. **Applied Mechanics and Materials**, v. 423–426, p. 1548–1551, 2013.

WU, C.; WANG, F.; WANG, S. Dynamic analysis of large steel structure truss system. **Applied Mechanics and Materials**, v. 101–102, p. 387–391, 2012.

ZHANG, X.; RAMOS JR, A. S.; PAULINO, G. H. Material nonlinear topology optimization using the ground structure method with a discrete filtering scheme. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 55, p. 2045–2072, 2017.

ZHU, K.; AL-BERMANI, F. G. A.; KITIFWRNCHAI, S. Nonlinear dynamic analysis of lattice structures. **Computers & Structures**, v. 52, n. 1, p. 9–15, 1994.