

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

ANSELMO LEAL CARNEIRO

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS SEM
ADERÊNCIA**

VITÓRIA
2015

ANSELMO LEAL CARNEIRO

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS SEM
ADERÊNCIA**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira

Coorientador: Prof. Dr. Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi

VITÓRIA

2015

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Setorial Tecnológica,
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

C289a Carneiro, Anselmo Leal, 1990-
Análise e dimensionamento de lajes lisas protendidas sem
aderência / Anselmo Leal Carneiro. – 2015.
159 f. : il.

Orientador: Walnório Graça Ferreira.
Coorientador: Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade
Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Lajes. 2. Concreto protendido. 3. Lajes de concreto. 4.
Cálculo – Modelos. 5. Cordoalhas (Construção civil). I. Ferreira,
Walnório Graça. II. Luchi, Lorenzo Augusto Ruschi e. III.
Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. VI.
Título.

CDU: 624

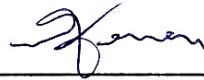
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS
SEM ADERÊNCIA**

Anselmo Leal Carneiro

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Estruturas.

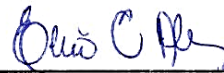
Aprovada no dia **25 de setembro de 2015** por:



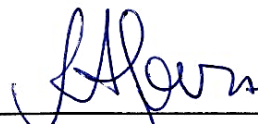
Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira
Doutor em Engenharia Civil
Orientador - UFES



Prof. Dr. Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi
Doutor em Engenharia Civil
Coorientador - UFES



Prof. Dr. Elcio Cassimiro Alves
Doutor em Engenharia Civil
Membro Interno - UFES



Prof. Dr. Rafael Alves de Souza
Doutor em Engenharia Civil
Membro Externo - UEM

Vitória – ES, setembro de 2015

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por iluminar meus caminhos.

A toda minha família, em especial, meus pais, José Carlos e Marli, e minha irmã, Amanda, pelo amor e apoio na minha formação profissional.

Ao tio Francisco, pela orientação quanto à escrita deste trabalho.

Aos professores doutores Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi e Walnório Graça Ferreira, pela confiança e pelas orientações para o desenvolvimento deste trabalho, assim como a todos os professores da vida estudantil acadêmica e universitária que participaram da minha formação.

Aos colegas engenheiros mais experientes, os quais me apresentaram os primeiros ensinamentos para o projeto de lajes lisas pretendidas ainda na fase de estágio.

A todos os amigos da Ufes, desde a graduação, pelo companheirismo.

A TQS Informática Ltda., pela oportunidade de desenvolver a análise por meio do programa CAD/TQS.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pela bolsa de estudos concedida.

RESUMO

Este trabalho se propõe apresentar a resolução de uma laje lisa protendida com cordoalhas não aderentes, abordando principalmente modos de distribuição das cordoalhas na laje, modelos de cálculo e opções de faixas de projeto para análise do pavimento. O dimensionamento quanto ao estado limite último e de serviço se baseia na NBR 6118:2014, mas há algumas prescrições do ACI 318-11 e do ACI 423.3R-05, que se mostram relevantes para a finalidade do trabalho. O dimensionamento se restringe à flexão, não sendo analisado o esforço cortante na ligação laje-pilar (efeito de punção). A análise da laje ocorre por meio da analogia de grelha, utilizando-se o programa comercial CAD/TQS, e do método dos pórticos múltiplos, utilizando-se o programa FTOOL. Tanto no método de grelha quanto nos pórticos, ocorre a inserção de todos os carregamentos atuantes, inclusive os carregamentos equivalentes de protensão. Verificou-se que a distribuição das cordoalhas do modo concentrados e uniformes apresentou vantagens em relação à distribuição dos momentos fletores e deslocamentos da laje. O balanceamento para 60% da carga permanente resultou em protensão parcial, porém como a fissuração ocorreu apenas próximo aos apoios, a análise de deslocamentos considerando a inércia bruta se mostrou suficiente. A diferença no consumo de armaduras entre os métodos de cálculo foi de até 22%.

Palavras-chave: Protensão sem aderência. Laje lisa. Modelos de cálculo. Faixas de projeto. Distribuição das cordoalhas.

ABSTRACT

This report is proposed to present the resolution of a post-tensioned flat slab set with unbonded tendons, mainly covering layouts of tendons, calculation models and design strips options for floor analysis. The dimensioning regarding the ultimate limit state and service is based on NBR 6118:2014, however, there are some requirements from ACI 318-11 and ACI 423.3R-05, which show relevance towards this report aim. The dimensioning is restricted to flexion, not including the punching shear effect. The slab analysis occurs by means of grid analogy, in terms of the commercial program CAD/TQS, as well as multiple frames' method regarding the FTOOL program. Both the grid method and frames, the inserting of all operating loads occurs, including the equivalent post-tensioned loads. It was concluded that the banded and distributed tendon layout presented advantages in relation to distribution of bending moments and deflections of the slab. The balancing for 60% of the dead load resulted in partial post-tension, but since cracking occurred only near the supports, the deflection analysis considering gross inertia proved enough. The difference in reinforcement consumption between calculation models was up to 22%.

Keywords: Unbonded post-tension. Flat slab. Calculation models. Design strips. Tendon layout.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Seção de cordoalha engraxada com sete fios	22
Figura 2 – Abertura de fissuras para protensão com aderência e sem aderência	23
Figura 3 – Exemplo de pórticos em uma direção	34
Figura 4 – Elevação do pórtico.....	34
Figura 5 – Faixas de lajes para distribuição nos pórticos múltiplos.....	35
Figura 6 – Área de influência na analogia de grelha	37
Figura 7 – Exemplo de regiões.....	38
Figura 8 – Disposição das faixas conforme isomomentos	38
Figura 9 – Exemplo numérico de Mello	39
Figura 10 – Distribuição de momentos para a faixa de projeto	40
Figura 11 – Faixas de projeto.....	40
Figura 12 – Carga equivalente	41
Figura 13 – Carregamento equivalente	42
Figura 14 – Efeito hiperestático de protensão	44
Figura 15 – Influência da perda relativa à acomodação da ancoragem	47
Figura 16 – Área do gráfico para cálculo da perda por acomodação da ancoragem	48
Figura 17 – Gráfico comparativo para lajes em concreto armado ou protendido	52
Figura 18 – Diagrama simplificado tensão-deformação para aços de armaduras ativas	53
Figura 19 – Feixes de cordoalhas	54
Figura 20 – Exemplos de distribuição de feixes de cordoalhas.....	54
Figura 21 – Regiões triangulares próximas à borda.....	56
Figura 22 – Feixes de cordoalhas sobre o apoio.....	57
Figura 23 – Cargas equivalentes dos cabos	58
Figura 24 – Largura das faixas para a distribuição dos cabos	58
Figura 25 – Traçado vertical das cordoalhas.....	59
Figura 26 – Diagrama tensão-deformação idealizado.....	63
Figura 27 – Diagrama simplificado tensão-deformação para aços de armadura passiva	63

Figura 28 – Detalhamento de lajes sem vigas.....	64
Figura 29 – Armadura passiva mínima superior sobre os apoios de acordo com a NBR 7197:1989.....	66
Figura 30 – Posicionamento da armadura superior.....	67
Figura 31 – Disposição da armadura superior.....	68
Figura 32 – Disposição da armadura inferior.....	69
Figura 33 – Região de concreto que envolve a armadura.....	73
Figura 34 – Equilíbrio da seção transversal protendida com armadura simples	80
Figura 35 – Equilíbrio da seção transversal em concreto armado com armadura simples	81
Figura 36 – Pavimento garagem	83
Figura 37 – Perfil (elevação) das cordoalhas e indicação do carregamento equivalente	86
Figura 38 – Distribuição da armadura negativa (superior)	95
Figura 39 – Seção por metro de laje	98
Figura 40 – Métodos dos pórticos múltiplos – dimensões em centímetros	99
Figura 41 – Elevação dos pórticos – dimensões em centímetros	99
Figura 42 – Carregamentos dos pórticos	100
Figura 43 – Análise pelo método dos pórticos múltiplos para um quarto pavimento	101
Figura 44 – Tensões no estádio 1	105
Figura 45 – Detalhamento da armação negativa para o método dos pórticos múltiplos	110
Figura 46 – Deformadas do pórtico para os carregamentos aplicados	110
Figura 47 – Seção das barras da grelha	112
Figura 48 – Deformadas da grelha, em vista isométrica, para os carregamentos aplicados	113
Figura 49 – Distribuição uniforme para as duas direções	115
Figura 50 – Deslocamentos (δ) para a distribuição uniforme nas duas direções	115
Figura 51 – Distribuição em faixas para as duas direções	117
Figura 52 – Deslocamento (δ) para a distribuição em faixas nas duas direções	117

Figura 53 – Distribuição concentrados e uniformes	119
Figura 54 – Deslocamentos (δ) para a distribuição concentrados e uniformes.....	120
Figura 55 – Diagramas das barras da grelha para um quarto do pavimento	121
Figura 56 – Ilustração dos momentos positivos (em azul) e negativos (em vermelho) para a soma dos carregamentos de peso próprio, revestimento, acidental e alvenaria.....	123
Figura 57 – Ilustração dos momentos positivos (em azul) e negativos (em vermelho) para o carregamento equivalente de protensão da distribuição concentrados e uniformes	123
Figura 58 – Distribuição do esforço normal de compressão das ancoragens para a distribuição concentrados e uniformes	124
Figura 59 – Regiões para a opção 1	125
Figura 60 – Detalhamento da armação negativa (grelha equivalente – opção 1) ...	129
Figura 61 – Detalhamento da armação positiva (grelha equivalente – opção 1/ Aalami adaptado).....	132
Figura 62 – Detalhamento da armação negativa (grelha equivalente – opção 1/ Aalami adaptado)	132
Figura 63 – Regiões para a opção 2	133
Figura 64 – Detalhamento da armação positiva (grelha equivalente – opção 2).....	139
Figura 65 – Detalhamento da armação negativa (grelha equivalente – opção 2) ...	140
Figura 66 – Deslocamentos (δ) considerando fluência, fissuras e armadura passiva para a distribuição concentrados e uniformes.....	142
Figura 67 – Em vermelho, partes das barras da grelha que apresentam aberturas de fissuras.....	144

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores característicos superiores da deformação específica de retração $\varepsilon(t_{\infty}, t_0)$ e do coeficiente de fluência $\varphi(t_{\infty}, t_0)$	46
Tabela 2 – Valores de ψ_{1000} , em porcentagem.....	50
Tabela 3 – Valores práticos para espessura de lajes lisas protendidas sem aderência	51
Tabela 4 – Classes de agressividade ambiental	60
Tabela 5 – Cobrimento nominal	61
Tabela 6 – Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto	62
Tabela 7 – Módulo de elasticidade para uso de granito como agregado graúdo	62
Tabela 8 – Valores mínimos para armaduras passivas.....	65
Tabela 9 – Taxas mínimas de armadura.....	65
Tabela 10 – Combinações de serviço	70
Tabela 11 – Valores dos coeficientes.....	70
Tabela 12 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental	76
Tabela 13 – Coeficientes de majoração para o ELU	78
Tabela 14 – Forças devido às perdas por atrito	86
Tabela 15 – Cálculo das áreas e das forças após as perdas por atrito e ancoragem	87
Tabela 16 – Carregamento equivalente por feixe.....	90
Tabela 17 – Carregamento de peso próprio, revestimento, alvenaria e acidental ..	100
Tabela 18 – Carregamento equivalente para o pórtico A em kN/m considerando feixes de duas cordoalhas.....	100
Tabela 19 – Carregamento equivalente para o pórtico B em kN/m considerando feixes de duas cordoalhas.....	100
Tabela 20 – Momentos fletores para o método dos pórticos múltiplos.....	101
Tabela 21 – Tensões para combinação frequentes de acordo com o método dos pórticos múltiplos.....	102
Tabela 22 – Tensões para combinação quase permanente de acordo com o método dos pórticos múltiplos	103

Tabela 23 – Estado limite último no ato da protensão para o método dos pórticos múltiplos	104
Tabela 24 – Momento solicitante de cálculo e área de aço calculada.....	108
Tabela 25 – Distribuição da armadura passiva e massa por metro linear de barra de aço.....	109
Tabela 26 – Deslocamentos, em centímetros, para os pórticos em uma direção ...	111
Tabela 27 – Deslocamentos em centímetros	114
Tabela 28 – Deslocamentos, em centímetros, dos pontos analisados para distribuição uniforme	116
Tabela 29 – Deslocamentos, em centímetros, dos pontos analisados para distribuição em faixas	118
Tabela 30 – Deslocamentos, em centímetros, dos pontos analisados para distribuição concentrados e uniformes.	120
Tabela 31 – Distribuição dos momentos devido ao carregamento equivalente.....	122
Tabela 32 – Tensões para combinação frequente (grelha equivalente – opção 1) .	126
Tabela 33 – Verificação no ato da protensão (grelha equivalente – opção 1).....	127
Tabela 34 – Momento solicitante de cálculo e área de aço calculada (grelha equivalente – opção 1)	128
Tabela 35 – Distribuição da armadura passiva e massa por metro linear de barra de aço na direção X (grelha equivalente opção 1)	129
Tabela 36 – Distribuição na armadura passiva e massa por metro linear de barra de aço na direção Y (grelha equivalente – opção 1)	129
Tabela 37 – Distribuição na armadura passiva e massa por metro linear de barra de aço na direção X (grelha equivalente – opção 1/distribuição Aalami adaptado)	131
Tabela 38 – Distribuição na armadura passiva e massa por metro linear de barra de aço na direção Y (grelha equivalente – opção 1/distribuição Aalami adaptado)	131
Tabela 39 – Tensões para combinação frequente (grelha equivalente – opção 2) .	134
Tabela 40 – Verificação no ato da protensão (grelha equivalente – opção 2).....	135
Tabela 41 – Momento solicitante de cálculo e área de aço calculada (grelha equivalente – opção 2)	137
Tabela 42 – Distribuição da armadura passiva e massa por metro linear de barra de aço na direção X (grelha equivalente – opção 2)	138

Tabela 43 – Distribuição da armadura passiva e massa por metro linear de barra de aço na direção Y (grelha equivalente – opção 2)	138
Tabela 44 – Consumo de aço na direção X para as opções de análise.....	140
Tabela 45 – Consumo de aço na direção Y para as opções de análise.....	140
Tabela 46 – Consumo de aço, por metro quadrado, para as opções de análise	141
Tabela 47 – Cálculo da abertura de fissuras	143
Tabela 48 – Comparação entre os momentos fletores (peso próprio, revestimento, alvenaria e acidental) para o método dos pórticos múltiplos e grelha equivalente	145
Tabela 49 – Comparação entre os momentos fletores de protensão para o método dos pórticos múltiplos e grelha equivalente para os três modos de distribuição de cordoalhas	146
Tabela A1 – Momento resistente máximo com armaduras simples para o MPM....	154
Tabela A2 – Momento resistente máximo com armadura simples para o MAG – opção 1	154
Tabela A3 – Momento resistente máximo com armadura simples para o MAG – opção 2	155
Tabela A4 – Cálculo da área de aço CA-50 para o MPM.....	156
Tabela A5 – Cálculo da área de aço CA-50 para o MAG – opção 1	157
Tabela A6 – Cálculo da área de aço CA-50 para o MAG – opção 2	158
Tabela A7 – Cálculo da área de aço CA-50 para a região sem consideração da armadura ativa do MAG – opção 2	159

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABNT	–	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	–	American Concrete Institute
AtoPro	–	Ato da protensão
CA	–	Concreto armado
CAA	–	Classe de Agressividade Ambiental
CEB	–	Comité Euro-Internacional du Béton
CP	–	Concreto protendido
CQP	–	Combinação quase permanente
CF	–	Combinação frequente
ELS	–	Estado limite de serviço
ELS-D	–	Estado limite de descompressão
ELS-F	–	Estado limite de formação de fissuras
ELS-W	–	Estado limite de abertura de fissuras
ELU	–	Estado limite último
FE	–	Faixa externa
FI	–	Faixa interna
FIP	–	Federation Internationale de la Precontrainte
MAG	–	Método de Analogia de Grelha
MPa	–	Megapascal
MPE	–	Método dos Pórticos Equivalentes
MPM	–	Método dos Pórticos Múltiplos
MPS	–	Método dos Pórticos Simples
NBR	–	Norma Brasileira
PEAD	–	Polietileno de Alta Densidade
RAX	–	Região “A” na Direção x
RB	–	Relaxação Baixa
RN	–	Relaxação Normal

LISTA DE SÍMBOLOS

A_c – área da seção transversal ($A_c = bh$)

A_{cri} – na verificação do ELS-W, é a área da região de envolvimento de concreto protegida pela armadura passiva ϕ_i e constituída por um retângulo cujos lados não distam mais de $7,5\phi$ do eixo da barra da armadura

A_p – área de aço da armadura ativa

$A_{s,mín}$ – área de aço mínima para armadura passiva

A_s – área de aço da armadura passiva

E_{ci} – módulo de elasticidade inicial aos 28 dias

E_{cs} – módulo de elasticidade secante aos 28 dias

E_p – módulo de elasticidade do aço da armadura ativa

E_s – módulo de elasticidade do aço da armadura passiva

E_{si} – na verificação do ELS-W, é o módulo de elasticidade do aço da armadura passiva i

I_{II} – momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$$

I_c – momento de inércia da seção bruta ($I_c = bh^3/12$)

I_t – inércia à torção elástica

M_{hiper} – momento fletor hiperestático de protensão

M_a – na determinação da rigidez equivalente, é o momento fletor na seção crítica do vão considerado para a combinação de ações considerada

M_{g1} – momento fletor do carregamento de peso próprio

M_{g2} – momento fletor do carregamento de revestimento

M_{g3} – momento fletor do carregamento de alvenaria

M_{isost} – momento fletor isostático de protensão

M_q – momento fletor do carregamento accidental

M_r – na determinação da rigidez equivalente, é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas

M_{rd} – momento fletor resistente de cálculo

M_{sd} – momento fletor solicitante de cálculo

M_{up} – momento fletor do carregamento equivalente de protensão
 N – esforço normal devido à força de protensão proveniente das ancoragens
 N_{rd} – força normal resistente de cálculo
 N_{sd} – força normal solicitante de cálculo
 P – força de protensão
 P_0 – força de protensão no tempo “zero”, após as perdas imediatas
 P_∞ – força de protensão no tempo “infinito”, após todas as perdas
 P_i – força de protensão aplicada pelo aparelho de tração
 R_{cd} – resultante de cálculo no concreto
 R_{pd} – resultante de cálculo no aço da armadura ativa
 R_{sd} – resultante de cálculo no aço da armadura passiva tracionada
 W_{inf} – módulo de resistência à flexão, inferior, da seção transversal
 W_{sup} – módulo de resistência à flexão, superior, da seção transversal
 b – largura da seção transversal
 c_{min} – cobrimento mínimo
 c_{nom} – cobrimento nominal
 d_p – altura útil referente à armadura ativa
 d_s – altura útil referente à armadura passiva
 e – flecha do cabo (diferença de elevação do trecho)
 e_p – excentricidade da cordoalha em relação ao centro de gravidade da laje
 f_{cd} – resistência de cálculo do concreto à compressão aos 28 dias ($f_{cd} = f_{ck}/1,4$)
 f_{ck} – resistência característica do concreto à compressão aos 28 dias
 f_{ckj} – resistência característica do concreto à compressão aos “j” dias
 $f_{ct,f}$ – resistência à tração na flexão do concreto
 f_{ct} – resistência à tração direta do concreto
 f_{ctm} – resistência média do concreto à tração
 f_{ptd} – resistência de cálculo à ruptura à tração do aço da armadura ativa ($f_{ptd} = f_{ptk}/1,15$)
 f_{ptk} – resistência característica à ruptura à tração do aço da armadura ativa
 f_{pyd} – resistência de cálculo de escoamento à tração do aço da armadura ativa
 $(f_{pyd} = f_{pyk}/1,15)$
 f_{pyk} – resistência de escoamento à tração do aço da armadura ativa

f_{yd} – resistência de cálculo de escoamento à tração do aço da armadura passiva

$$(f_{yd} = f_{yk}/1,15)$$

f_{yk} – resistência característica de escoamento à tração do aço da armadura passiva

h – altura da seção transversal (espessura da laje)

k – coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo

l – comprimentos do trecho de parábola do perfil da cordoalha

l_s – comprimentos do trecho de semiparábola do perfil da cordoalha (cotas horizontais na Figura 37)

n – quantidade de barras de aço da armadura passiva

n_c – número de cordoalhas por feixe

n_{feixes} – quantidade de feixes

q_B – carga balanceada

s – espaçamento entre barras de aço da armadura passiva

s_f – espaçamento entre feixes

u – perímetro da seção em contato com a atmosfera

u_p – carregamento equivalente

x_i – abscissa do ponto i onde se calcula $\Delta P_{(x_i)}$, medida a partir da ancoragem

x – profundidade da linha neutra

w_k – valor característico da abertura de fissuras

γ_f – coeficiente de majoração do carregamento aplicado

γ_p – coeficiente de majoração da força de protensão

ε – deformação específica de retração do concreto

ε_c – deformação específica de cálculo do concreto

ε_s – deformação específica de cálculo do aço da armadura passiva tracionada

η_1 – é o coeficiente de conformação superficial da armadura passiva

ρ_p – taxa geométrica da armadura ativa

ρ_{ri} – é a taxa de armadura passiva em relação à área da região de envolvimento A_{cri}

ρ_s – taxa geométrica da armadura passiva

ρ_{min} – taxa geométrica mínima da armadura passiva

$\sigma_{c,pg}$ – tensão no concreto adjacente ao cabo provocada pelas cargas permanentes, incluindo às de protensão

σ_{cp} – tensão de compressão no concreto, em função da protensão, no entorno da amadura ativa

σ_{inf} – tensão na borda inferior

σ_{pd} – tensão de cálculo do aço da armadura ativa

σ_{pi} – tensão da armadura de protensão na saída do aparelho de tração

σ_{si} – na verificação do ELS-W, é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura passiva i, calculada no estágio II

σ_{sup} – tensão na borda superior

$\Delta P_{(x)}$ – perda por atrito da força de protensão na abscissa x

Δ_c – tolerância de execução para cobrimento

$\Delta\sigma_p$ – acréscimo de tensão na armadura ativa

$\Delta\sigma_{p,c}$ – perda da tensão de protensão por fluência do concreto

$\Delta\sigma_{p,r}$ – perda de tensão de protensão por relaxação pura da armadura ativa

$\Delta\sigma_{p,s}$ – perda da tensão de protensão por retração do concreto

$\sum\alpha$ – soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x_i

δ – deslocamentos da laje (flechas) considerando a fluência para a CQP

δ_{g_1} – deslocamentos da laje (flechas) para o carregamento de peso próprio

δ_{g_2} – deslocamentos da laje (flechas) para o carregamento de revestimento

δ_{g_3} – deslocamentos da laje (flechas) para o carregamento de alvenaria

δ_q – deslocamentos da laje (flechas) para o carregamento acidental

δ_{u_p} – deslocamentos da laje (flechas) para o carregamento equivalente de protensão

δ_{enc} – recuo por acomodação das cunhas de ancoragem

μ – coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha

φ – coeficiente de fluência

ϕ – diâmetro das barras de aço da armadura passiva

ϕ_i – na verificação do ELS-W, é o diâmetro da armadura passiva i, que protege a região de envolvimento A_{cri}

ϕ_p – diâmetro da armadura ativa

ψ_1 – fator de redução da combinação frequente para ELS

ψ_2 – fator de redução da combinação quase permanente para ELS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 VANTAGENS DA PROTENSÃO SEM ADERÊNCIA EM LAJES COM O MÉTODO DE PÓS-TRAÇÃO.....	22
1.2 BREVE HISTÓRICO	25
1.3 OBJETIVOS	26
1.4 JUSTIFICATIVAS.....	27
1.5 METODOLOGIA.....	27
1.6 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	28
2 DIMENSIONAMENTO DE LAJES PROTENDIDAS SEM ADERÊNCIA	30
2.1 ALGUNS ESTUDOS E PUBLICAÇÕES.....	30
2.2 MÉTODOS PARA ANÁLISE DO PAVIMENTO,	33
2.2.1 Métodos dos pórticos múltiplos (MPM)	33
2.2.2 Método de analogia de grelha (MAG)	36
2.3 MÉTODO DO CARREGAMENTO EQUIVALENTE PARA CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DA PROTENSÃO	41
2.4 PERDAS DA FORÇA DE PROTENSÃO.....	45
2.4.1 Perdas por atrito	47
2.4.2 Perdas por deslizamento da armadura na ancoragem e acomodação da ancoragem	47
2.4.3 Perdas por encurtamento imediato do concreto	49
2.4.4 Perda progressiva por fluência do concreto	49
2.4.5 Perda progressiva por retração do concreto	50
2.4.6 Perda progressiva por relaxação do aço	50
2.5 CRITÉRIOS DE PROJETO	51
2.5.1 Espessura da laje protendida	51
2.5.2 Armadura ativa	52
2.5.3 Distribuição das cordoalhas na laje	53
2.5.4 Traçado vertical das cordoalhas	59
2.5.5 Cobrimento das armaduras	59
2.5.6 Característica do concreto	61
2.5.7 Armadura passiva	63

2.6 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS).....	69
2.6.1 Combinações de serviços	69
2.6.2 Estado limite de deformação (ELS-DEF)	71
2.6.3 Estado limite de descompressão (ELS-D).....	72
2.6.4 Estado limite de formação de fissuras (ELS-F)	72
2.6.5 Estado limite de abertura de fissuras (ELS-W).....	72
2.7 NÍVEIS DE PROTENSÃO	73
2.7.1 Protensão completa (nível 3).....	73
2.7.2 Protensão limitada (nível 2).....	74
2.7.3 Protensão parcial (nível 1).....	74
2.8 ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO ATO DA PROTENSÃO (ELU-AtoPro)	76
2.9 ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO TEMPO "INFINITO" (ELU)	77
2.9.1 Momento solicitante de cálculo (M_{sd})	77
2.9.2 Momento resistente de cálculo (M_{rd})	78
3 EXEMPLO NUMÉRICO	83
3.1 ASPECTOS REFERENTES AO EXEMPLO	83
3.1.1 Planta de arquitetura e planta de fôrmas	83
3.1.2 Carregamentos atuantes	84
3.1.3 Cobrimento de armaduras e características de concreto.....	84
3.1.4 Traçado vertical e características da armadura ativa	85
3.1.5 Cálculo das perdas de protensão	86
3.1.5.1 Perdas por atrito.....	86
3.1.5.2 Perdas por deslizamento da armadura na ancoragem e acomodação da ancoragem	87
3.1.5.3 Perda por encurtamento imediato do concreto.....	88
3.1.5.4 Perdas progressivas.....	88
3.1.6 Cálculo do carregamento equivalente.....	89
3.1.7 Cálculo da quantidade de cordoalhas	90
3.1.8 Combinação de serviço utilizadas.....	92
3.1.9 Estado limite de formação de fissuras (ELS-F)	93
3.1.10 Limites no ato da protensão.....	93
3.1.11 Distribuição da armadura passiva	94
3.1.12 Determinação do coeficiente de fluência e análise de flechas	96

3.2 ANÁLISE PELO MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS (MPM).....	97
3.2.1 Nível de protensão	101
3.2.2 Estado limite último no ato da protensão	103
3.2.3 Estado limite último no tempo "infinito"	105
3.2.4 Estado limite de deformação de acordo com aceitabilidade sensorial ...	110
3.2.4.1 Deslocamentos visíveis na laje	111
3.2.4.2 Vibrações sentidas no piso.....	112
3.3 ANÁLISE PELO MÉTODO DA ANALOGIA DE GRELHA (MAG).....	112
3.3.1 Deslocamentos na laje para diferentes modos de distribuição dos feixes de cordoalhas	113
3.3.1.1 Distribuição uniforme para as duas direções.....	114
3.3.1.2 Distribuição em faixas para as duas direções	116
3.3.1.3 Distribuição concentrados e uniformes.....	118
3.3.2 Área da laje para análise.....	121
3.3.3 Escolha do modo de distribuição dos feixes de cordoalhas na laje	121
3.3.4 Opção 1 – Análise de acordo com as regiões propostas por Aalami e Kelley (2001)	124
3.3.4.1 Nível de protensão	125
3.3.4.2 Estado limite último no ato da protensão.....	126
3.3.4.3 Estado limite último no tempo "infinito"	127
3.3.5 Opção 2 – Análise de acordo com as regiões limitadas pelas faixas externas e internas do método dos pórticos múltiplos.....	132
3.3.5.1 Nível de protensão	133
3.3.5.2 Estado limite no ato da protensão	135
3.3.5.3 Estado limite último no tempo "infinito"	136
3.3.6 Comparação do consumo de armaduras entre os métodos e opções de análise	140
3.3.7 Estado limite de deformação considerando fissuras e armadura passiva	141
3.4 ESTADO LIMITE DE ABERTURA DE FISSURAS (ELS-W)	142
3.4.1 Estimativa de fissuração de acordo com a aproximação linear para a tensão na armadura passiva segundo Carvalho (2012).....	142
3.4.2 Estimativa de fissuração de acordo com a análise não linear	143

3.5 CÁLCULO DAS PERDAS DIFERIDAS PARA VERIFICAÇÃO DO VALOR ADOTADO	144
3.6 COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES O MPM E O MAG.....	145
4 CONCLUSÕES E SUGESTÕES	147
4.1 CONCLUSÕES SOBRE A ARMADURA ATIVA.....	147
4.2 CONCLUSÕES SOBRE AS OPÇÕES DE ANÁLISE E ARMADURA PASSIVA	147
4.3 CONCLUSÕES SOBRE A DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS	148
4.4 CONCLUSÃO SOBRE AS PERDAS DA FORÇA DE PROTENSÃO.....	149
4.5 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	149
5 REFERÊNCIAS.....	150
APÊNDICES	153

1 INTRODUÇÃO

Segundo Pfeil (1984), protensão é um artifício que consiste introduzir numa estrutura um estado prévio de tensões capaz de melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob as diversas condições de carga.

A NBR 6118:2014 esclarece que elementos protendidos são aqueles em que parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão, com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado limite último (ELU).

As lajes lisas protendidas com o método de pós-tração, ou seja, quando o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, apresentam diversas vantagens. Segundo Emerick (2005), essas lajes apresentam vantagens em relação às lajes lisas em concreto armado, tais como:

- maior liberdade arquitetônica devido à possibilidade de vencer grandes vãos, ou vãos fortemente carregados, mantendo uma grande esbeltez na laje;
- maior área útil do pavimento devido à menor quantidade de pilares;
- Economia em relação às estruturas em concreto armado para vãos superiores a 7,0m;
- redução nas espessuras da laje acarretando uma significativa diminuição na altura total do prédio e, conseqüentemente, um menor peso total da estrutura minimizando os custos nas fundações;
- maior velocidade na desforma e retirada de escoramentos;
- redução e até eliminação de flechas e fissuração nas lajes;
- colocação adequada dos cabos de protensão nas regiões próximas aos pilares provoca maior resistência à punção.

Em relação ao sistema em concreto armado convencional de lajes apoiadas em vigas, Mello (2005) explica que as lajes lisas protendidas proporcionam:

- agilidade e simplificação na execução;
- maior pé-direito disponível do pavimento;

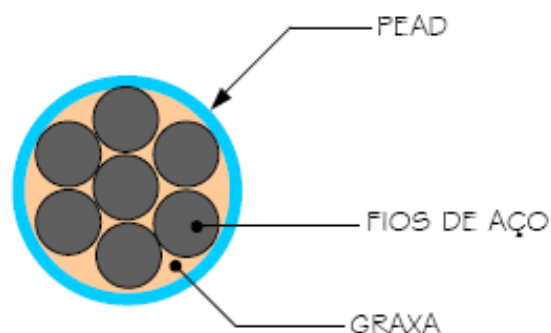
- maior liberdade arquitetônica devido à presença de tetos lisos;
- maior esbeltez e melhores condições de ventilação ou iluminação.

Em relação às desvantagens para o sistema convencional de lajes apoiadas em vigas, verifica-se a necessidade de utilizar pilares paredes para aumentar a rigidez da estrutura às ações laterais e inclusão de armaduras especiais nas regiões próximas às ligações laje-pilar, a fim de absorver o efeito da punção.

1.1 VANTAGENS DA PROTENSÃO SEM ADERÊNCIA EM LAJES COM O MÉTODO DE PÓS-TRAÇÃO

No método de pós-tração, a armadura ativa utilizada pode ser com aderência posterior ou sem aderência. No método com aderência posterior, a aderência é obtida por meio da injeção de nata de cimento no interior das bainhas metálicas que envolvem as cordoalhas (armadura ativa). Já no método sem aderência, as cordoalhas possuem camada de graxa e são revestidas de polietileno de alta densidade (PEAD) extrudado diretamente sobre as cordoalhas já engraxadas, sendo possível a movimentação das mesmas no interior da bainha de PEAD, conforme mostra a Figura 1.

Figura 1 – Seção de cordoalha engraxada com sete fios



Fonte: Adaptado de Emerick (2005).

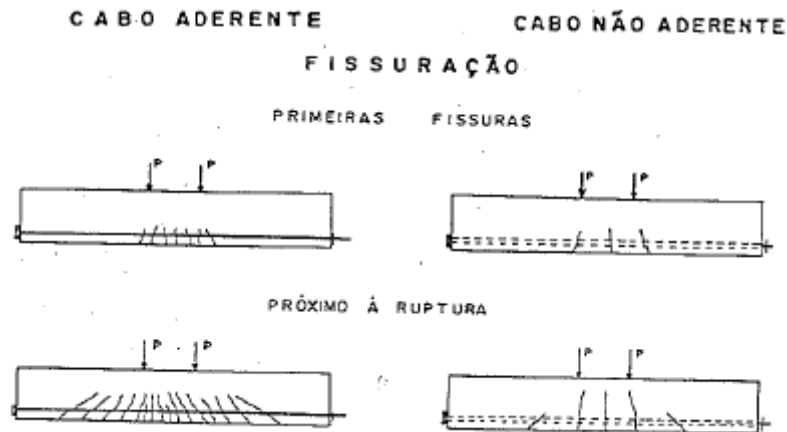
Carvalho (2012) esclarece que, no método sem aderência, se porventura houver a ruptura da ancoragem ou o corte da armadura ativa, o efeito da protensão desaparecerá por completo. O autor explica, ainda, que, quando se usam peças com armadura ativa aderente, o funcionamento em serviço é melhor e há um pequeno

aumento de resistência, no estado limite último, em relação ao método sem aderência.

Netto Júnior (1976) apresenta um estudo sobre ensaios de vigas protendidas com e sem aderência. O autor verificou que as vigas com protensão aderente apresentaram ruptura semelhante às vigas em concreto armado. Por outro lado, as vigas sem aderência apresentaram ruptura brusca e destruidora com esmagamento total da seção. Na viga protendida sem aderência, notou-se uma redução de 20% para segurança à ruptura em relação à viga protendida com aderência.

A Figura 2 apresenta um aspecto do estudo realizado em que, no método sem aderência, é formado um pequeno número de fissuras com grandes aberturas e, no método com aderência, um grande número de fissuras com pequenas aberturas.

Figura 2 – Abertura de fissuras para protensão com aderência e sem aderência



Fonte: Netto Júnior (1976).

Entre as conclusões, o autor afirmou que a presença de armadura passiva faz com que as vigas protendidas sem aderência apresentem uma distribuição de fissuras semelhante à das vigas protendidas com aderência; no entanto, isto não adia a sua ruptura prematura.

Em relação à dinâmica de construção de edifícios em lajes protendidas, as vantagens do método sem aderência prevalecem sobre as desvantagens. Cauduru (2002) esclarece que o método sem aderência tem diversas características

diferentes do sistema aderente, principalmente quanto à praticidade e simplicidade dos materiais e serviços, a saber:

- A cordoalha já vem com graxa protetora contra a corrosão e bainha plástica individual extrudada diretamente sobre a cordoalha engraxada, muito resistente, que suporta com facilidade o manuseio usual dos materiais no canteiro.
- Simples fabricação dos cabos (corte nos comprimentos de projeto e fixação de ancoragem morta).
- Cada cordoalha pesa 0,88k g/m (ϕ 12,7 mm), portanto o seu transporte é simples e fácil, feito cordoalha por cordoalha.
- O posicionamento nas cotas corretas é muito prático, com auxílio de peças de plástico ou aço (cadeirinhas).
- Usa ancoragens fundidas pequenas e baratas.
- As cunhas são bipartidas sem anel de união.
- Fôrma plástica descartável padronizada, para formação do nicho por onde entrará o bico do aparelho de tração.
- Aparelho de tração hidráulico de dois pistões engenhoso e leve (19 kg), que pode ser posicionado e protender em qualquer parte do comprimento do cabo, tensionando uma cordoalha a cada vez, a cada 30 segundos.
- Usa bomba hidráulica pequena (35 kg) e fácil de ser transportada.
- A protensão é feita em uma só elevação de pressão, pois não há retificação de cordoalha (bainha justa com a cordoalha) nem possibilidade de cabos presos por pasta de cimento.
- Não necessita de injeção de pasta de cimento.

Almeida Filho (2002) acrescenta ainda as seguintes vantagens do método sem aderência em relação ao método com aderência posterior:

- Como as cordoalhas se apresentam em bainhas individuais de plástico, estas podem espalhar-se na laje em movimentos horizontais, permitindo, assim, que as cordoalhas passem através dos pilares, mesmo que estes estejam desalinhados.
- Uma vez que as cordoalhas podem espalhar-se, é facilitada a passagem das instalações através da laje.

- Devido ao perfil delgado da cordoalha engraxada, é possível utilizar maiores excentricidades.
- Devido à presença da graxa na bainha de plástico, ocorre escorregamento do cabo, o que reduz as perdas por atrito.
- A bainha e a graxa promovem a proteção contra a corrosão da cordoalha.

Em virtude das diversas vantagens, o sistema de lajes lisas protendidas sem aderência tem-se tornado amplamente utilizado em edificações, quando se pretende vencer, com segurança, maiores vãos, sem deixar de lado praticidade na construção e economia na estrutura.

1.2 BREVE HISTÓRICO

O engenheiro Jackson da Califórnia-EUA, em 1886, foi o pioneiro na utilização da protensão patenteando um sistema que utilizava tirantes para construção de vigas e arcos de blocos individuais. Em 1888, na Alemanha, Doehring obteve a patente para lajes protendidas com fios metálicos. Os estudos pioneiros, no entanto, não tiveram êxito, já que a protensão se perdia devido aos conceitos desconhecidos relativamente à retração e fluência do concreto, além da baixa resistência dos aços empregados na época (AALAMI, 2007).

De 1926 a 1928, o engenheiro Eugene Freyssinet estudou os fenômenos de retração e fluência do concreto e utilizou aço de alta resistência para construir peças protendidas na França. Pode-se dizer que o marco fundamental para o desenvolvimento do concreto protendido foi com base nos estudos de Freyssinet (AALAMI, 2007).

A aplicação da protensão, *a priori*, estava voltada principalmente para construção de pontes e estruturas especiais, com pouca atenção para sua utilização em edificações. Somente na década de 50 é que surgem, nos Estados Unidos, as primeiras lajes maciças protendidas, que eram moldadas no terreno e posteriormente içadas e ancoradas em suas posições finais (AALAMI, 2007).

Segundo Almeida Filho (2002), em 1956 são construídas escolas nos Estados Unidos, nas quais, pela primeira vez, era usada a protensão não aderente em lajes.

Houve um grande desenvolvimento das lajes protendidas na década de 60, graças ao desenvolvimento e difusão do Método do Balanceamento de Cargas (Load-Balancing Method) por Tung-Yen Lin, nos Estados Unidos. Em 1963, o concreto protendido foi incorporado à norma de edifícios nos Estados Unidos (ACI 318) e, desde então, surgem ainda mais pesquisas sobre o assunto. Com a utilização do concreto protendido em outros países, outras normas também passaram a incluir o sistema (AALAMI, 2007).

Cauduru (2002) explica que, no Brasil, o sistema de lajes planas protendidas em edifícios residenciais ganham destaque desde a introdução das cordoalhas engraxadas e plastificadas no mercado nacional em 1997. Antes disso, o autor esclarece que o sistema aderente, utilizado para as lajes planas protendidas, não acompanhava bem a dinâmica de construção de edifícios em virtude da tecnologia razoavelmente complexa e de o custo não ser competitivo com o das lajes vigadas de concreto armado. Desse modo, o sistema ficava restrito aos grandes edifícios comerciais, cujos vão de maior amplitude necessitavam de protensão.

1.3 OBJETIVOS

Este trabalho visa apresentar a resolução de uma laje lisa protendida com cordoalhas não aderentes, de acordo com a NBR 6118:2014, abordando métodos para análise da laje, modos de distribuição das cordoalhas e opções de faixas de projeto. São apresentadas também algumas prescrições do ACI 318-11 e do ACI 423.3R-05 que se mostram relevantes para a finalidade do trabalho. A resolução do pavimento se restringe a análise de flexão quanto aos estados limite últimos e de serviço, não sendo analisado o esforço cortante na ligação laje-pilar (efeito de punção).

Especificamente se pretende avaliar os modos de distribuição das cordoalhas, a diferença na distribuição da armadura passiva para opções de faixas de projeto, as diferenças nos métodos de análise do pavimento, o nível de protensão, a fissuração,

o efeito da fissuração na análise dos deslocamentos e o percentual de perdas. Deseja-se também apresentar, de acordo com a NBR 6118:2014, um método para a distribuição da armadura passiva superior na faixa de projeto.

1.4 JUSTIFICATIVAS

As prescrições normativas no Brasil para o sistema de lajes lisas protendidas sem aderência são recentes, uma vez que, somente mediante a versão da NBR 6118, de 2003, são apresentadas prescrições quanto ao projeto. A NBR 7197:1989, que foi cancelada e substituída pela NBR 6118:2003, estabelecia apenas que lajes protendidas sem aderência deveriam ser em protensão completa. Desde a versão de 2003 da NBR 6118, permite-se, em razão da classe de agressividade ambiental, a utilização inclusive de protensão parcial.

No entanto, mesmo na versão da NBR 6118, de 2014, não há orientações em relação nem ao modo de distribuição das cordoalhas na laje nem à determinação das faixas de projeto para análise do pavimento. Além disso, para determinada faixa de projeto, a referida norma não apresenta prescrições detalhadas quanto à quantidade de armadura passiva a ser utilizada nas faixas dos pilares e nas faixas centrais.

Desse modo, os aspectos mencionados são critérios subjetivos do engenheiro projetista, e, neste trabalho, são discutidas algumas recomendações do ACI 318-11, do ACI 423.3R-05 e da literatura sobre os aspectos citados.

1.5 METODOLOGIA

Para cumprimento dos objetivos, analisa-se um pavimento simples de garagem e determina-se a quantidade de cordoalhas por meio do método do balanceamento de cargas.

A análise da laje é realizada por meio do método dos pórticos múltiplos e analogia de grelha, sendo utilizado o conceito do carregamento equivalente para consideração da protensão. A análise por analogia de grelha é realizada por meio do

programa comercial CAD/TQS versão 18 e a análise dos pórticos múltiplos é realizada por meio do programa FTOOL versão 3.0. Tanto no método de grelha quanto nos pórticos, são inseridos todos os carregamentos atuantes, inclusive os carregamentos equivalentes de protensão. Desse modo, utiliza-se o programa CAD/TQS apenas para análise da grelha, não sendo utilizado o módulo de lajes protendidas do programa.

No método dos pórticos múltiplos, a análise é realizada em função dos percentuais de distribuição dos momentos fletores para faixas dos apoios e centrais, de acordo com a quantidade de cordoalhas calculada para cada pórtico.

Na análise por analogia de grelha, são apresentados três diferentes modos para distribuição das cordoalhas na laje. Escolhido o modo de distribuição, a resolução da laje por meio da grelha equivalente aborda os estados limite últimos e de serviço para duas opções de faixas de projeto.

Por meio de tabelas e ilustrações, são discutidos todos os aspectos mencionados no objetivo deste trabalho.

1.6 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

A dissertação está organizada em quatro capítulos principais.

O capítulo 2 apresenta algumas publicações e o embasamento teórico sobre o dimensionamento à flexão de lajes lisas protendidas sem aderência. Descreve os modelos de cálculo utilizados neste trabalho para análise de laje, o método utilizado para consideração dos efeitos da protensão, as perdas da força de protensão, os critérios de projetos, os estados limite e os níveis de protensão.

O capítulo 3 aborda a resolução de uma laje lisa protendida sem aderência, apresentando métodos para análise da laje, modos de distribuição das cordoalhas e opções de faixas de projeto. Nesse capítulo, constam a determinação da espessura da laje, a quantidade de armadura ativa utilizada, o carregamento equivalente de protensão, as perdas da força de protensão, os modos apresentados para

distribuição das cordoalhas na laje e os estados limite para dois modelos (MPM e MAG) de cálculo do pavimento.

No capítulo 4, são apresentadas as conclusões e considerações sobre as armaduras ativa e passiva, as opções de análise do pavimento, a determinação dos deslocamentos e as perdas da força de protensão. Ademais, sugerem-se ideias para futuros trabalhos.

Nos apêndices, consta o cálculo da armadura passiva das opções utilizadas para análise do pavimento.

2 DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS SEM ADERÊNCIA

2.1 ALGUNS ESTUDOS E PUBLICAÇÕES

Os estudos realizados no exterior sobre lajes lisas com protensão não aderente, de acordo com Almeida Filho (2002), datam da década de 50. Os estudos no Brasil, entretanto, envolvendo protensão não aderente aplicada às lajes de edifícios, só se intensificam a partir de 1997, quando se inicia a comercialização da cordoalha engraxada no país. A seguir, são descritas as principais publicações consultadas neste trabalho.

Aalami (1990-2007) apresenta importantes estudos sobre lajes protendidas sem aderência com o método de pós-tração. Entre as diversas publicações, o autor aborda modelos de cálculo e faixas de projeto para análise do pavimento, perfis das cordoalhas, distribuição das cordoalhas e armaduras passivas na laje, relações entre vão e espessura de lajes, conceito de carga balanceada, hiperestáticos de protensão e aplicações em projeto.

O Relatório Técnico n.º 43 do Concrete Society (1994) fornece um texto abrangente sobre o projeto de lajes protendidas e inclui um exemplo de dimensionamento de laje lisa protendida sem aderência por meio do método dos pórticos equivalentes.

Nawy (2003) aborda o estudo do concreto protendido e apresenta o cálculo de uma laje lisa protendida sem aderência utilizando o método dos pórticos equivalentes e mostra detalhadamente o seu dimensionamento para projeto.

O Boletim n.º 31 do CEB-FIP (2005) apresenta uma publicação sobre o método de pós-tração em edifícios, incluindo conceitos teóricos e exemplos reais de aplicação de lajes protendidas em edifícios.

Hambly (1976) apresenta detalhadamente conceitos e orientações quanto à análise de laje pelo método da analogia de grelha (MAG) incluindo exemplos numéricos.

Duarte (1995) aborda a consideração dos efeitos da protensão no pavimento e apresenta o cálculo de uma laje protendida utilizando a teoria de analogia de grelha.

Almeida Filho (2002) aborda a utilização da protensão com e sem aderência em edifícios focando o consumo de concreto, fôrmas e armaduras e considerando os sistemas estruturais de lajes lisa, nervurada e vigas faixas protendidas. O autor apresenta que, em relação ao consumo de materiais, a protensão aderente se mostra ligeiramente mais econômica, porém se trata de um sistema com produtividade inferior à solução com protensão sem aderência.

Cauduru (2002) apresenta um texto amplo e detalhado sobre orientações construtivas para o sistema de lajes protendidas sem aderência. Para o uso de projetistas, a publicação apresenta informações básicas e desenhos detalhados.

Emerick (2005) sintetiza detalhadamente os princípios do dimensionamento de lajes em concreto protendido, conciliando algumas recomendações práticas. De acordo com o autor, o objetivo não foi aprofundar os tópicos abordados, e sim apresentar uma visão eminentemente prática e direta, sem grandes aprofundamentos teóricos, ideal para escritórios de projetos estruturais.

Mello (2005) apresenta o cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada. O trabalho teve por objetivo desenvolver um procedimento de cálculo de número de cabos e de seu traçado, estudando as prescrições normativas da NBR 6118:2003. A autora utilizou o modelo de grelha equivalente e recomendou o uso do carregamento equivalente para consideração do efeito da protensão. O trabalho apresenta ainda comparativos para consumo de cabos e armadura passiva em relação ao sistema aderente e não aderente.

Colonese (2008) expõe a comparação entre métodos de análise para lajes lisas protendidas sem aderência. Foi considerado o método dos pórticos equivalentes (MPE) e o método dos elementos finitos (MEF). O autor concluiu que, para haver convergência entre os métodos, a estrutura deve ser regular e devem ser guardadas certas relações entre os vãos, e constatou que o MPE não avalia com precisão a rigidez da união entre a laje e o pilar, caso ambos estejam próximos ao bordo das

lajes. O MPE tende a ser mais conservador na determinação dos esforços nas faixas de projeto irregulares.

O autor esclarece, ainda, que a obtenção de resultados, por muitas vezes discordantes entre os dois métodos, não é condição suficiente para desqualificá-los. Estruturas seguras podem ser projetadas usando ambos os métodos. A diferença entre as duas soluções é acomodada com a ductilidade inerente aos membros de concreto, corretamente projetados e detalhados.

Pedrozo (2008) também estabelece a comparação do MPE com o MEF e concluiu que o processo do pórtico equivalente é bom quando se trata apenas de cabos concentrados nas regiões dos apoios e que, mesmo assim, pode fornecer resultados insuficientes para uma análise no estado limite em serviço da estrutura. Ademais, observou que o pórtico equivalente não funciona bem para regiões em volta do pilar e que o traçado dos cabos em planta influencia significativamente os esforços da estrutura. O autor ressaltou que o pórtico equivalente não consegue representar bem as variações existentes nas extremidades do pavimento.

Carvalho e Pinheiro (2009), por meio do MPM e MAG, e Araújo (2010), por meio do MPM, apresentam detalhadamente o dimensionamento de uma laje lisa em concreto armado.

Schmid (2009) apresenta alguns fundamentos para o cálculo de lajes planas protendidas, aspectos construtivos e considerações econômicas.

Lorenci (2010) realiza um estudo comparativo para dimensionamento à flexão de lajes lisas protendidas envolvendo o MPE e o MEF. Para o método dos pórticos equivalentes, o autor analisou as prescrições da NBR 6118:2003 e do ACI 318-08.

De acordo com o autor, os métodos de análise convergiram para resultados semelhantes e concluiu que o método dos pórticos equivalentes é uma boa ferramenta de análise para estruturas que possuam regularidade. Em relação ao consumo de armaduras, o MEF apresentou leve vantagem.

Por fim, Carvalho (2012) apresenta conceitos fundamentais sobre estruturas em concreto protendido, abordando exemplos de cálculo para diversos elementos estruturais.

2.2 MÉTODOS PARA ANÁLISE DO PAVIMENTO

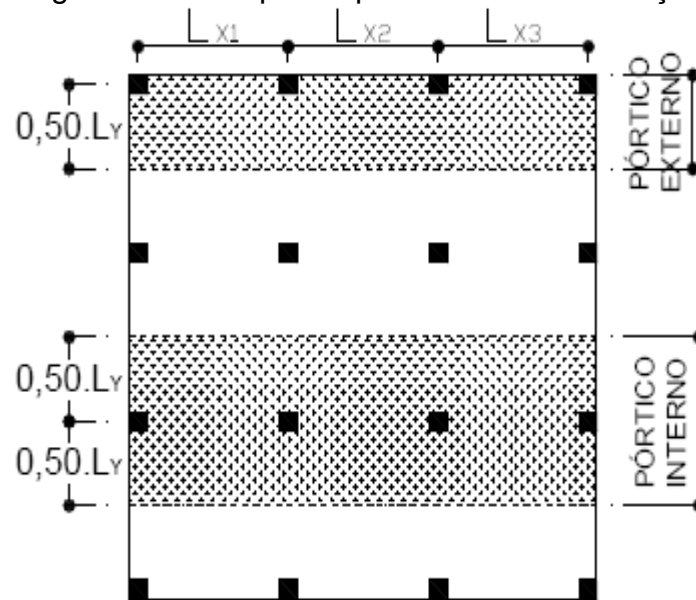
Neste trabalho, são utilizados os métodos dos pórticos múltiplos e da analogia de grelha para a análise da laje lisa protendida sem aderência.

2.2.1 Método dos pórticos múltiplos (MPM)

Para a análise simplificada utilizando pórticos múltiplos, Aalami (2005) esclarece que pode ser utilizado o método do pórtico simples (MPS) ou o método do pórtico equivalente (MPE). O autor considera método dos pórticos equivalentes aquele em que são feitas correções em relação às rigidezes dos pilares, de acordo com as prescrições do ACI 318-05, que levam em consideração o funcionamento da laje em duas direções.

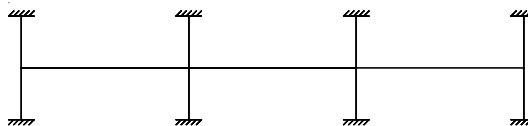
A NBR 6118:2014 não apresenta as correções das rigidezes. Desse modo, considera-se, neste trabalho, que o método dos pórticos múltiplos se refere ao método do pórtico simples. Nesse método, admite-se que a estrutura composta de laje e pilares seja representada por uma série de pórticos múltiplos que são analisados de forma independente em cada uma das direções. As barras horizontais dos pórticos, conforme apresenta a Figura 4, terão inércias equivalentes à faixa da laje compreendida de centro a centro de painéis de laje adjacentes, como mostra a Figura 3. Nesse método, o modelo estrutural é unidirecional, em que, entre dois apoios, a laje é tratada apenas com um vão livre.

Figura 3 – Exemplo de pórticos em uma direção



Fonte: Pedrozo (2008).

Figura 4 – Elevação do pórtico



Fonte: Elaborado pelo autor.

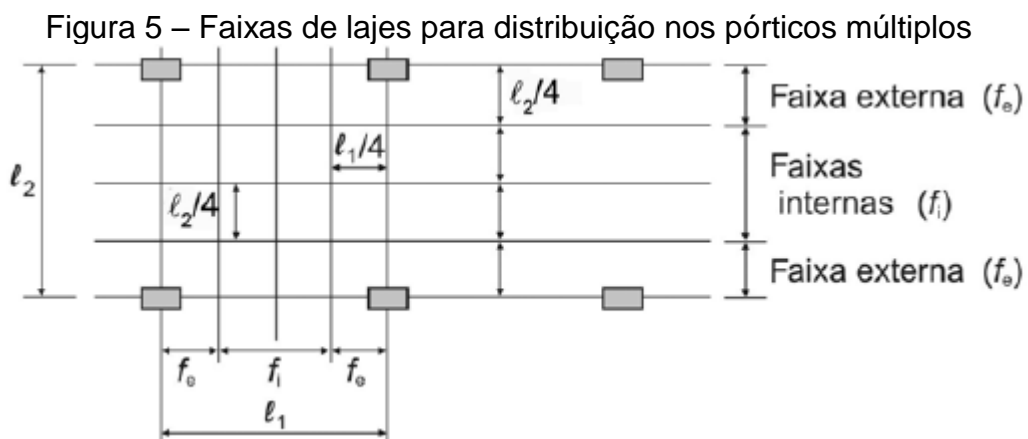
De acordo com o item 14.7.8 da NBR 6118:2014, nos casos das lajes em concreto armado, em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, o cálculo dos esforços para lajes lisas e lajes-cogumelo pode ser realizado pelo processo elástico aproximado, com redistribuição, que consiste em adotar, em cada direção, pórticos múltiplos para a obtenção dos esforços solicitantes. Caso os pilares não estejam dispostos de modo regular, é recomendável utilizar métodos numéricos como a grelha equivalente ou o método dos elementos finitos, pois o método aproximado poderá fornecer valores de momentos fletores inadequados.

Araújo (2010) esclarece que, em geral, o método dos pórticos múltiplos não deve ser utilizado quando a diferença entre o maior e o menor de todos os vãos da laje ultrapassar 30%. O autor orienta também que o método só deve ser utilizado quando

existirem no mínimo três painéis de laje na direção transversal à direção analisada, conforme mostrou a Figura 3.

A protensão é considerada na análise por meio do carregamento equivalente, que é aplicado ao pórtico. A NBR 6118:2014 esclarece que deve ser considerada a carga total para cada pórtico. A distribuição dos momentos, obtida em cada direção, segundo as faixas indicadas na Figura 5, deve ser feita da seguinte maneira:

- 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.



Fonte: NBR 6118 (2014).

Araújo (2010) esclarece que a flecha máxima no centro de cada painel da laje pode ser obtida, de maneira aproximada, do cálculo dos pórticos, segundo as duas direções. Para isso, procede-se do seguinte modo:

- do cálculo para a direção x, obtém-se a flecha máxima no vão correspondente ao painel em estudo;
- do cálculo para a direção y, obtém-se a flecha máxima no vão correspondente ao mesmo painel considerado;
- a flecha total no painel é dada pela soma das flechas nas duas direções, devendo-se levar em conta ainda os efeitos da fluência e da fissuração do concreto.

2.2.2 Método de analogia de grelha (MAG)

O método de analogia de grelha substitui a placa (laje) por uma grelha equivalente bidirecional, composta de elementos de barra. Segundo Hambly (1976), esse processo foi inicialmente utilizado em computadores, em 1959. O autor esclarece que a analogia de grelha é bastante popular, por ser de fácil compreensão e utilização, proporcionando resultados próximos do comportamento real da estrutura.

Carvalho e Pinheiro (2009) esclarecem que, no caso particular de lajes sem vigas, a analogia de grelha tem apresentado resultados coerentes com os demais métodos, às vezes até melhores. Visto que cada elemento de barra da grelha equivalente representa uma faixa determinada da laje de acordo com a abertura adotada para a malha, os autores esclarecem que é preciso tomar cuidados na definição da malha e nas propriedades das barras, para que a placa e o reticulado equivalente apresentem comportamentos equivalentes para o mesmo carregamento aplicado.

Para os elementos de barra que representam a laje, a largura b é equivalente ao espaçamento das barras e altura h corresponde à espessura da laje. No estágio I, a inércia bruta à flexão é dada por:

$$I_c = \frac{bh^3}{12} \quad (1)$$

No estágio I, Hambly (1976) orienta utilizar para a inércia à torção elástica o dobro do valor da inércia bruta à flexão.

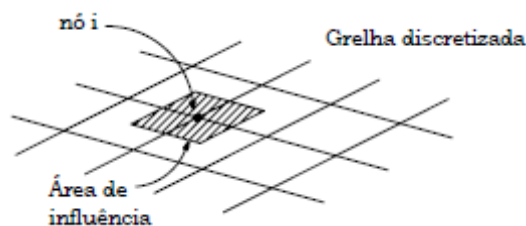
$$I_t = 2I_c = \frac{bh^3}{6} \quad (2)$$

A NBR 6118:2014 orienta que se pode reduzir a rigidez à torção das barras da grelha por fissuração, utilizando-se 15% da rigidez elástica, exceto para lajes com protensão limitada ou completa.

O refinamento na discretização da malha permite melhor visualizar deslocamentos e maior precisão na obtenção de esforços. Hambly (1976) orienta que o espaçamento adotado entre as barras da grelha equivalente não deve ser superior a um quarto do vão.

Almeida Filho (2002) orienta que, para substituir a carga distribuída aplicada na placa por cargas concentradas em nós, pode-se utilizar o processo de áreas de influência, sendo que a área é delimitada pela abertura da malha, conforme a Figura 6.

Figura 6 – Área de influência na analogia de grelha



Fonte: Almeida Filho (2002).

Desse modo:

$$Q_i = (g + q)A_i \quad (3)$$

Onde:

g é a carga permanente aplicada na laje, por metro quadrado;

q é carga acidental aplicada na laje, por metro quadrado;

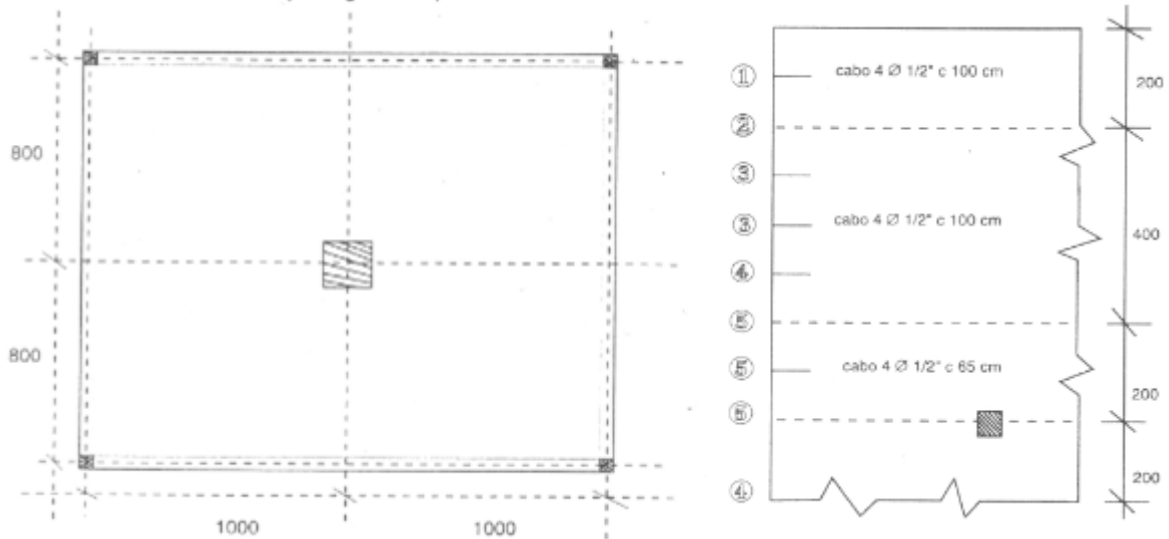
A_i é a área de influência do nó i ;

Q_i é a carga aplicada no nó i da grelha.

A análise dos esforços e o detalhamento da armadura de flexão são realizados por meio de regiões (faixas) da laje. Em geral, são determinados os momentos médios das barras da grelha contidas nas regiões.

De acordo com a figura 7, Duarte (1995) utiliza grelha equivalente e adota regiões de análise equivalentes às faixas externas (apoios) e internas (centrais) adotadas no MPM. A quantidade de armadura ativa é determinada em função das regiões.

Figura 7 – Exemplo de regiões

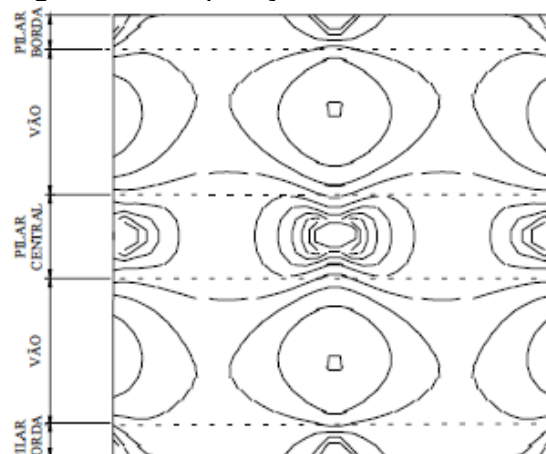


Fonte: Duarte (1995).

Mello (2005) esclarece que, para determinar a largura das faixas, devem ser analisados os valores de isomomentos da laje (Figura 8), pois cada faixa vai ser dimensionada conforme os valores de momentos contidos nela. Dessa maneira, para evitar um dimensionamento inadequado, cada faixa deve possuir valores de momentos próximos.

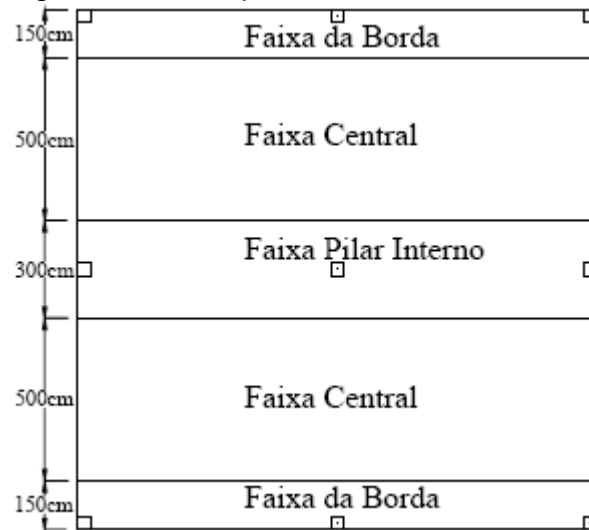
A autora considera que a faixa do apoio é compreendida pelo eixo do pilar acrescida de aproximadamente 20% do vão (distância entre eixos de pilares) para cada lado e o restante do painel da laje é considerado como faixa central, conforme ilustra a Figura 9.

Figura 8 – Disposição das faixas conforme isomomentos



Fonte: Mello (2005).

Figura 9 – Exemplo numérico de Mello

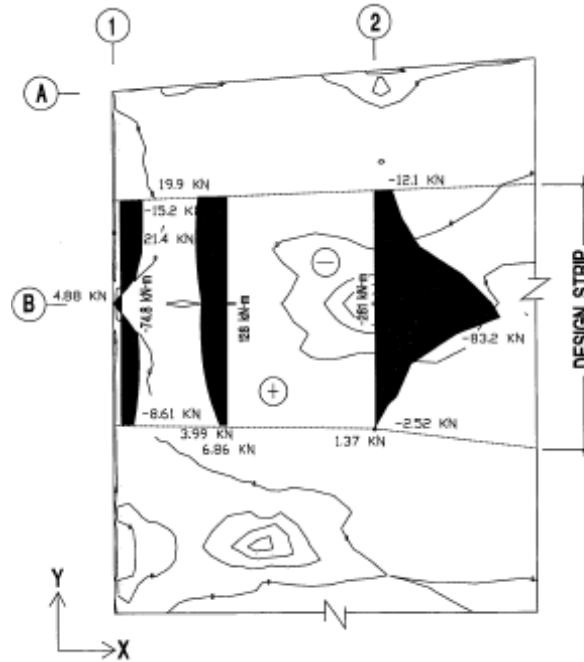


Fonte: Mello (2005).

Carvalho e Pinheiro (2009) abordam o dimensionado de uma laje sem viga em concreto armado e esclarecem que a escolha dos momentos médios é um critério subjetivo e o projetista, se julgar conveniente, pode usar os valores encontrados em cada barra da grelha. No detalhamento da armadura passiva para análise por grelha equivalente, os autores utilizam regiões equivalentes às faixas externas (apoios) e internas (centrais) adotadas no MPM. Os autores reforçam a ideia de que a diferença dos valores dos momentos entre as faixas é acentuada no caso de momentos negativos, isto é, que tracionam a face superior da laje.

Ao utilizarem o método dos elementos finitos para a seção de projeto compreendida de centro a centro de painéis de laje adjacentes, Aalami e Kelley (2001) consideram o momento para dimensionamento de armadura e análise de tensões, por meio da área (integral) de distribuição de momentos da faixa de projeto. A Figura 10 apresenta a variação do momento fletor em torno do eixo y para a faixa de projeto (*design strip*) "B".

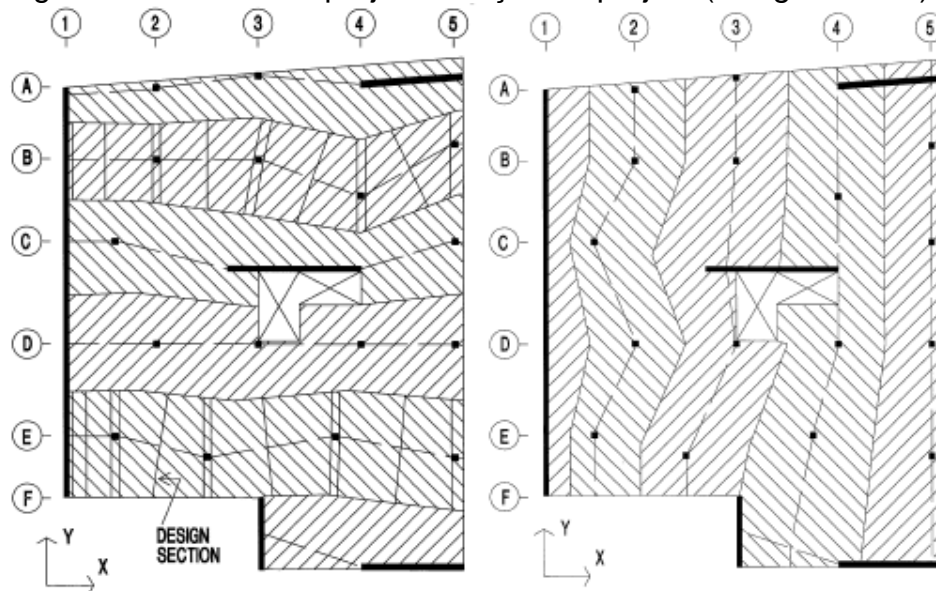
Figura 10 – Distribuição dos momentos “ M_y ” para a faixa de projeto (*design strip*) “B”



Fonte: Aalami e Kelley (2001).

A Figura 11 apresenta as faixas de projeto compreendidas de centro a centro de painéis de laje adjacentes e a seção de projeto (*design section*) para as faixas de projeto “B” e “E”.

Figura 11 – Faixas de projeto e seção de projeto (*design section*)

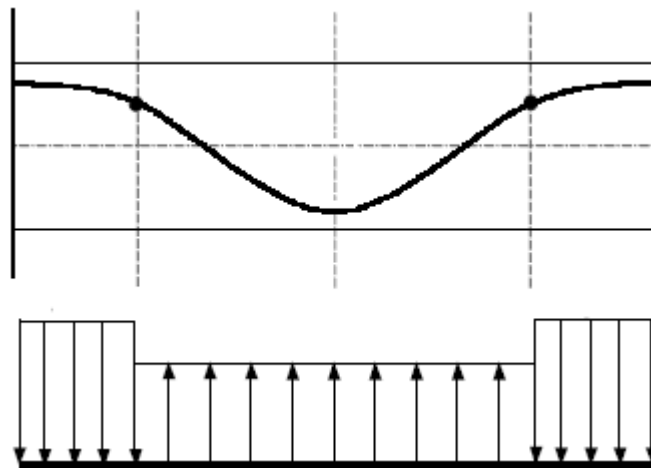


Fonte: Aalami e Kelley (2001).

2.3 MÉTODO DO CARREGAMENTO EQUIVALENTE PARA CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DA PROTENSÃO

Neste trabalho, é utilizado o método do carregamento equivalente para consideração dos efeitos da protensão na laje. Esse processo considera uma carga linear uniformemente distribuída em trechos da laje. As mudanças no sentido e intensidade das cargas lineares ocorrem nos pontos de inflexão da armadura ativa. Nas extremidades, consideram-se as forças de protensão normais e as tangenciais se houver.

Figura 12 – Carga equivalente

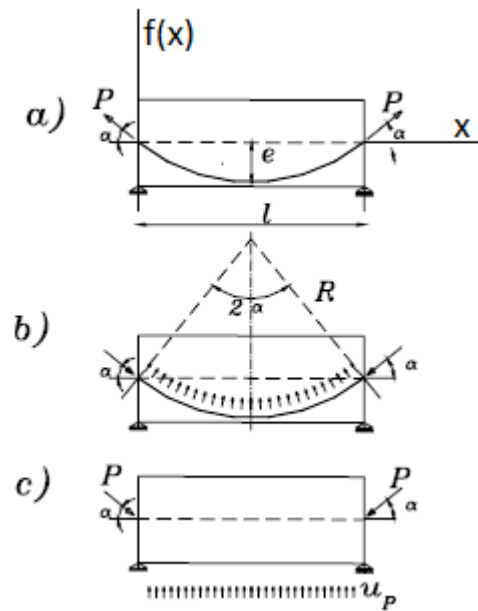


Fonte: Adaptado de Emerick (2005).

Introduzido por Lin (1963, *apud* AALAMI, 1990), este método consiste em aplicar na estrutura o conjunto de forças, denominadas de cargas equivalentes de protensão, que o cabo exerce no concreto.

Aplicada a força nas extremidades dos cabos curvos, estes, ao tentarem retificar-se, criam um carregamento dirigido para o centro de curvatura do cabo ao longo de seu comprimento.

Figura 13 – Carregamento equivalente



Fonte: Adaptado de Mello (2005).

Considera-se que a curva do cabo é uma parábola do segundo grau, em que l é o comprimento do trecho da direção x (Figura 13). Desse modo, tem-se:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (4)$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow c = 0 \quad (5)$$

$$f(l) = 0 \Rightarrow al^2 + bl = 0 \Rightarrow b = -al \quad (6)$$

$$f\left(\frac{l}{2}\right) = -e \Rightarrow -e = \frac{al^2}{4} + \frac{bl}{2} \Rightarrow -e = \frac{al^2}{4} - \frac{al^2}{2} \Rightarrow a = \frac{4e}{l^2} \quad (7)$$

$$b = -\frac{4e}{l} \quad (8)$$

$$f(x) = \frac{4e}{l^2}x^2 - \frac{4e}{l}x \quad (9)$$

Considera-se que a componente horizontal da força “P” seja a própria força, uma vez que o cabo possui curvatura suave, na qual o valor da excentricidade é muito inferior ao comprimento do trecho.

$$M(x) = P\left(\frac{4e}{l^2}x^2 - \frac{4e}{l}x\right) \quad (10)$$

$$u_p = \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{8Pe}{l^2} \quad (11)$$

A partir da carga equivalente e das forças normais nas ancoragens, determinam-se os esforços devido à protensão, que são combinados com os demais esforços para realizar o dimensionamento da armadura passiva e a verificação de tensões.

Com o carregamento equivalente, determinam-se também os deslocamentos devido à protensão. Para determinar o deslocamento final da estrutura, combinam-se os deslocamentos do carregamento equivalente aos demais carregamentos.

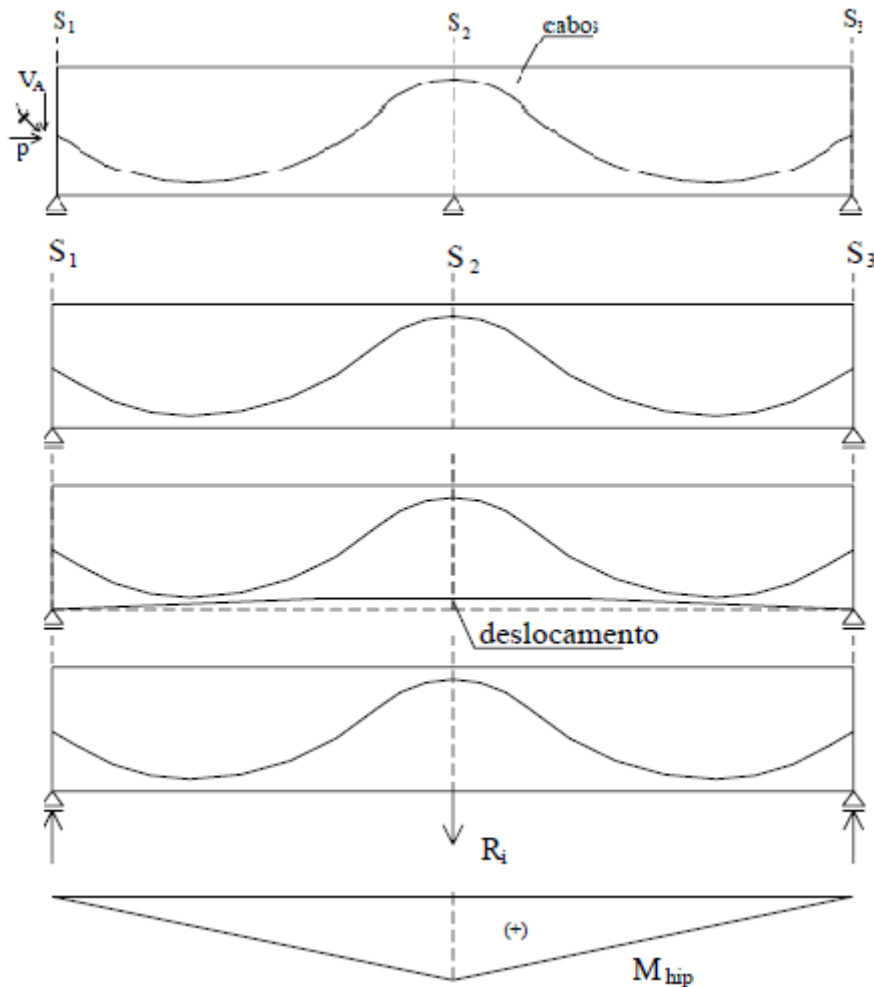
Os esforços obtidos da carga balanceada incluem o efeito isostático e o efeito hiperestático de protensão. O efeito isostático, ou momento primário, independe das condições de apoio e das cargas equivalentes. É função da força de protensão (P) e da excentricidade do cabo (e_p):

$$M_{isost} = Pe_p \quad (12)$$

Em estruturas hiperestáticas, as vinculações, ao impedirem a livre deformação do elemento, originam esforços adicionais denominados de hiperestáticos de protensão. As reações hiperestáticas dos apoios do elemento dão origem a diagramas de momento fletor e esforço cortante que devem ser considerados no dimensionamento da estrutura.

Conforme mostra a Figura 14, se o apoio intermediário de uma viga com três apoios fosse retirado, a viga teria um deslocamento vertical. Porém, devido ao apoio intermediário existente, ela não se desloca e surge a reação hiperestática.

Figura 14 – Efeito hiperestático de protensão



Fonte: Adaptado de Mello (2005).

A determinação do momento hiperestático (M_{hiper}) pode ser feita de forma aproximada, subtraindo o momento isostático do momento obtido do carregamento equivalente (M_{up}).

$$M_{hiper} = M_{up} - M_{isost} \quad (13)$$

Através do carregamento equivalente, é possível determinar a quantidade de cabos para equilibrar determinada parcela do carregamento aplicado. Os critérios utilizados neste trabalho adotam a parcela do carregamento externo integralmente para cada direção da laje, seguindo o conceito dos pórticos múltiplos.

Emerick (2005) equilibra o peso próprio mais 10% do carregamento total. Aalami e Jurgens (2003) orientam balancear entre 60% e 80% da carga permanente. O

Relatório n.º 43 do Concrete Society (1994) faz o balanceamento para a totalidade das cargas permanentes.

2.4 PERDAS DA FORÇA DE PROTENSÃO

As perdas da força de protensão são classificadas em imediatas e progressivas (ao longo do tempo). As perdas imediatas são causadas por atrito entre o cabo e a bainha, por acomodação das cunhas de ancoragem e por encurtamento elástico do concreto.

As perdas progressivas são causadas por retração e fluência do concreto, somadas à relaxação do aço. No cálculo das perdas devido à fluência e retração, considera-se a aderência entre o concreto e armadura ativa. Essa consideração é conservadora no sistema sem aderência, uma vez que, por não haver solidariedade entre o concreto e aço, a perda de tensão poderia ser inferior.

A Tabela 1 (Tabela 8.2 da NBR 6118:2014) fornece o valor do coeficiente de fluência $\varphi(t_{\infty}, t_0)$ e da deformação específica de retração $\varepsilon(t_{\infty}, t_0)$ em função da umidade ambiente e da espessura fictícia $2A_c/u$.

TABELA 1 – VALORES CARACTERÍSTICOS SUPERIORES DA DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE RETRAÇÃO $\varepsilon(t_\infty, t_0)$ E DO COEFICIENTE DE FLUÊNCIA $\varphi(t_\infty, t_0)$

Umidade média ambiente %		40		55		75		90		
Espessura fictícia $2A_c/u$ cm		20	60	20	60	20	60	20	60	
$\varphi(t_\infty, t_0)$ Concreto das classes C20 a C45	t_0 dias	5	4,6	3,8	3,9	3,3	2,8	2,4	2,0	1,9
		30	3,4	3,0	2,9	2,6	2,2	2,0	1,6	1,5
		60	2,9	2,7	2,5	2,3	1,9	1,8	1,4	1,4
$\varphi(t_\infty, t_0)$ Concreto das classes C50 a C90		5	2,7	2,4	2,4	2,1	1,9	1,8	1,6	1,5
		30	2,0	1,8	1,7	1,6	1,4	1,3	1,1	1,1
		60	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,2	1,0	1,0
$\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ ‰		5	-0,53	-0,47	-0,48	-0,43	-0,36	-0,32	-0,18	-0,15
		30	-0,44	-0,45	-0,41	-0,41	-0,33	-0,31	-0,17	-0,15
		60	-0,39	-0,43	-0,36	-0,40	-0,30	-0,31	-0,17	-0,15

Fonte: NBR 6118 (2014).

O Relatório Técnico n.º 43 do Concrete Society (1994) esclarece que as perdas totais representam aproximadamente 20% da força inicial aplicada.

Emerick (2005) admite que as perdas finais fiquem em torno de 12%, mas as perdas imediatas correspondem a 6%.

Mello (2005) determina as perdas imediatas referentes ao atrito e encunhamento resultando em uma perda média de 6%. Para as perdas ao longo do tempo, foram considerados 15%.

O Boletim n.º 31 do CEB-FIP (2005) orienta que as perdas ao longo do tempo representam de 10% a 15% da força inicial de protensão.

Schmid (2009) esclarece que as perdas lentas como retração e fluência do concreto e relaxação do aço somam um total aproximado de 10% a 12% da tensão inicial do aço.

2.4.1 Perdas por atrito

Ocorre devido ao atrito entre a armadura ativa e a bainha. De acordo com NBR 6118:2014, a perda por atrito, no caso de pós-tração, pode ser determinada pela expressão:

$$\Delta P_{(x_i)} = P_i [1 - e^{-(\mu \sum \alpha + k x_i)}] \quad (14)$$

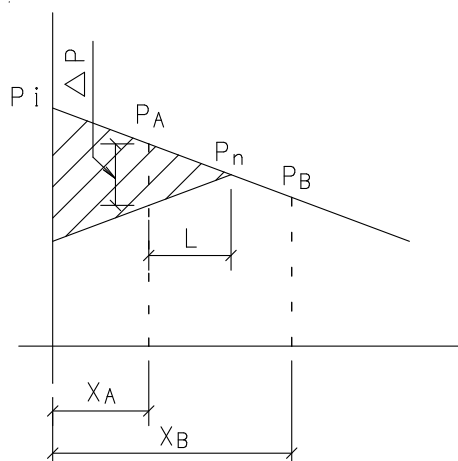
A abscissa x_i é expressa em metros e $\sum \alpha$ é expresso em radianos. Para μ e k podem ser adotados os seguintes valores admitidos pela NBR 6118:2014:

- $\mu=0,05 \text{ rad}^{-1}$ para o sistema de cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada.
- $k=0,01 \mu \text{ (1/m)}$

2.4.2 Perdas por deslizamento da armadura na ancoragem e acomodação da ancoragem

Ocorre devido ao recuo da armadura ativa durante o processo de cravação das cunhas de ancoragem, sendo que o valor do encurtamento (δ_{enc}) é fornecido pelo fabricante. Para determinar o trecho do cabo afetado por esta perda pode-se utilizar o procedimento que consiste em determinar que a área hachurada do gráfico de perdas por atrito seja equivalente à $A_{\delta_{enc}}$, conforme mostra a Figura 15.

Figura 15 – Influência da perda relativa à acomodação da ancoragem



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$A_{hachurada} = A_A + x_A \Delta P + \frac{\Delta P \cdot L}{2} \quad (15)$$

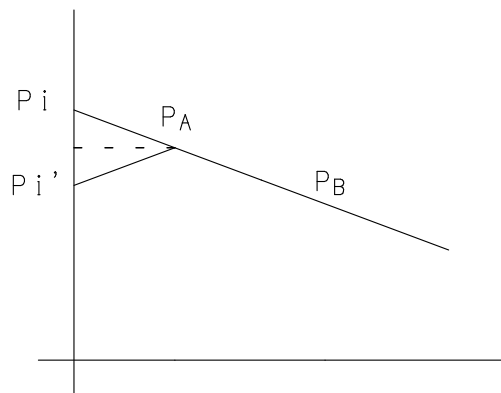
$$L = \frac{\Delta P(x_B - x_A)}{2(P_A - P_B)} \quad (16)$$

$$A_{\delta_{enc}} = \delta_{enc} E_p A_p \quad (17)$$

Onde:

A_A é a área da região limitada pelos pontos P_i, P_A e P_i' , conforme mostra a Figura 16

Figura 16 – Área do gráfico para cálculo da perda por acomodação da ancoragem



Fonte: Elaborado pelo autor.

Impondo-se que:

$$A_{hachurada} = \delta_{enc} E_p A_p \quad (18)$$

Calcula-se ΔP por meio da expressão:

$$\left(\frac{x_B - x_A}{4P_B - 4P_A} \right) \Delta P^2 + x_A \Delta P + (A_A - \delta_{enc} E_p A_p) = 0 \quad (19)$$

Em seguida, calcula-se a força para o ponto de repouso mediante o qual não há o efeito causado pelo recuo das ancoragens.

$$P_n = P_A - 0,5\Delta P \quad (20)$$

Logo, o cálculo das forças com a perda por acomodação na ancoragem ($P_{acomodação}$) é dado pela expressão abaixo, desde que a força em questão com a perda por atrito (P_{atrito}) seja maior que P_n .

$$P_{acomodação} = P_{atrito} - 2(P_{atrito} - P_n) \quad (21)$$

2.4.3 Perdas por encurtamento imediato do concreto

O Boletim n.º 31 do CEB-FIP (2005) esclarece que para lajes protendidas de edifícios, em que a tensão de compressão média é em torno de 1,5 MPa, a perda na força de protensão por encurtamento elástico do concreto fica em torno de 5 MPa, sendo desprezível.

O Relatório Técnico n.º 43 do Concrete Society (1994) também explica que para lajes de edifícios o encurtamento imediato do concreto é insignificante em termos de perda.

2.4.4 Perda progressiva por fluência do concreto

Ocorre devido à fluência das ações permanentes que, em geral, provocam tensão de compressão e encurtamento do concreto no entorno da armadura ativa. Dessa maneira, o cabo também sofre encurtamento, e, considerando-se aderência entre o concreto e o aço, a perda de tensão é dada por:

$$\Delta\sigma_{p,c}(t, t_0) = \sigma_{c,pg}\varphi(t, t_0)\alpha_p \quad (22)$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}} \quad (23)$$

2.4.5 Perda progressiva por retração do concreto

Ocorre devido ao encurtamento da seção provocado pela retração do concreto. Assim, o cabo também sofre encurtamento e, considerando-se aderência entre o concreto e o aço, a perda de tensão é dada por:

$$\Delta\sigma_{p,s}(t, t_0) = \varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p \quad (24)$$

2.4.6 Perda progressiva por relaxação do aço

A intensidade da relaxação do aço é determinada pelo coeficiente $\psi(t, t_0)$, calculado por:

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{p,r}(t, t_0)}{\sigma_{pi}} \quad (25)$$

De acordo com o item 9.6.3.4.5 da NBR 6118:2014, pode-se considerar que para o tempo infinito o valor de $\psi(t, t_0)$ é dado por:

$$\psi(t_{\infty}, t_0) \cong 2,5\psi_{1000} \quad (26)$$

Os valores de ψ_{1000} são dados pela Tabela 2 (Tabela 8.4 da NBR 6118:2014) em função da tensão aplicada pelo aparelho de tração, da relaxação do aço e do tipo da armadura.

TABELA 2 – VALORES DE ψ_{1000} , EM PORCENTAGEM

σ_{po}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 f_{stk}	0	0	0	0	0
0,6 f_{stk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 f_{stk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 f_{stk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde:
RN é a relaxação normal;
RB é a relaxação baixa.

Fonte: NBR 6118 (2014).

2.5 CRITÉRIOS DE PROJETO

2.5.1 Espessura da laje protendida

O Relatório n.º 43 do Concrete Society (1994) orienta que a relação entre o vão e a espessura da laje não deve superar os valores de 48 e 52 para lajes de piso e forro, respectivamente.

Nawy (2003) esclarece que valores entre 40 e 50 são razoáveis para a relação entre o vão (L) e a espessura (h) de lajes calculadas em duas direções. Sendo “L” o maior vão para as duas direções da laje, o autor orienta utilizar:

$$h \cong \frac{L}{45} \quad (27)$$

Emerick (2005) apresenta, de acordo com a Tabela 3, valores práticos para o projeto de lajes lisas protendidas com cordoalhas engraxadas.

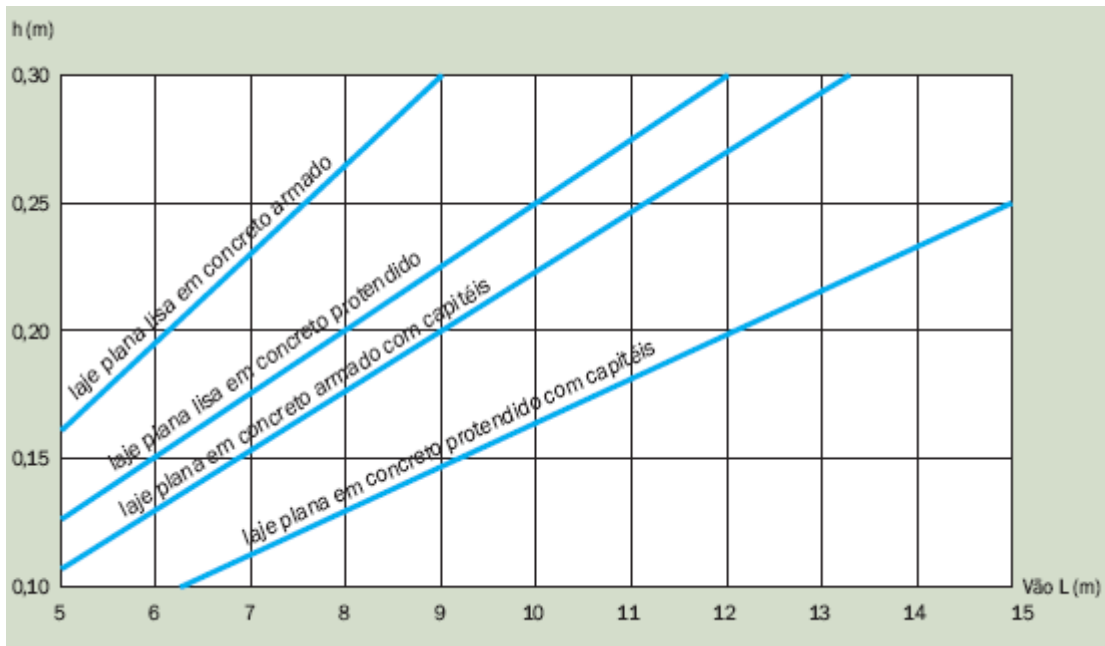
TABELA 3 – VALORES PRÁTICOS PARA ESPESSURA DE LAJES LISAS PROTENDIDAS SEM ADERÊNCIA

VÃO LIVRE ENTRE APOIOS (metros)	ESPESSURA MÍNIMA (cm)
até 7,0	16
de 7,0 até 8,0	18
de 8,0 até 9,0	20
de 9,0 até 10,0	22
de 10,0 até 11,0	24

Fonte: Emerick (2005).

A NBR 6118:2014 estabelece espessura mínima de 16 cm para lajes lisas. Schmid (2009) apresenta o gráfico da Figura 17 para orientar a determinação da espessura de lajes em concreto armado e protendido com sobrecarga de até 3 kN/m².

Figura 17 – Gráfico comparativo para lajes em concreto armado ou protendido



Fonte: Schmid (2009).

2.5.2 Armadura ativa

Em geral, a armadura ativa para lajes protendidas sem aderência são cordoalhas engraxadas de relaxação baixa com sete fios e valor característico de resistência à ruptura à tração (f_{ptk}) igual a 1900 MPa (CP 190 RB). De acordo com a NBR 6118:2014, em aços de relaxação baixa, pode-se considerar o valor de 200000 MPa para o módulo de elasticidade (E_p) de fios e cordoalhas.

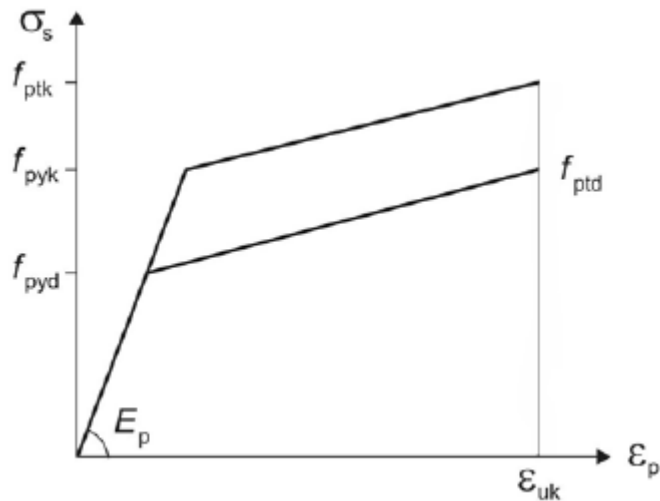
Os diâmetros nominais usuais são de 12,7 mm e 15,2 mm com áreas nominais de aço de 98,7 mm² e 140 mm², cargas mínimas de ruptura de 187,3 kN e 265,8 kN e massas nominais de 0,88 kg/m e 1,24 kg/m, respectivamente, de acordo com o catálogo Protende (2013).

A antiga norma de concreto protendido (NBR 7197:1989) estabelecia que a resistência de escoamento à tração (f_{pyk}) devia ser medida convencionalmente pela tensão correspondente à deformação específica residual permanente de 0,2%.

De acordo com o catálogo Protende (2013), a carga mínima a 1% de alongamento é considerada equivalente à carga de 0,2% da deformação permanente e corresponde

a 90% da carga de ruptura mínima especificada. Para os diâmetros de 12,7 mm e 15,2 mm, essa carga corresponde a 168,6 kN e 239,2 kN, respectivamente. A Figura 18 mostra o diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas.

Figura 18 – Diagrama simplificado tensão-deformação para aços de armaduras ativas



Fonte: NBR 6118 (2014).

No caso de armadura pós-tracionada, o item 9.6.1.2.1 da NBR 6118:2014 estabelece que para cordoalhas engraxadas, com aços de relaxação baixa, os valores limites da tensão σ_{pi} na saída do aparelho de tração devem obedecer às seguintes condições:

$$\sigma_{pi} \leq 0,80f_{ptk} \quad (28)$$

$$\sigma_{pi} \leq 0,88f_{pyk} \quad (29)$$

2.5.3 Distribuição das cordoalhas na laje

É comum a utilização de agrupamentos de cordoalhas denominados feixes (Figura 19), que podem constituir grupos de dois, três e quatro cordoalhas. O espaçamento entre cabos ou feixes de cabos, de acordo com o item 20.3.2.1 da NBR 6118:2014, deve ser no máximo $6h$ (sendo h a espessura da laje), não excedendo 120 cm. Além disso, o espaçamento entre eles deve resultar em uma tensão de compressão média igual ou superior a 1 MPa, considerando todas as perdas.

Em relação ao espaçamento mínimo, o item 20.3.2.3 da NBR 6118:2014 estabelece que, entre cabos ou feixe de cabos, ou entre cabos e armadura passiva, deve ser mantido um espaçamento mínimo de 5 cm. É usual utilizar espaçamentos mínimos de 20 cm, 25 cm e 30 cm entre feixes de dois, três e quatro cordoalhas, respectivamente.

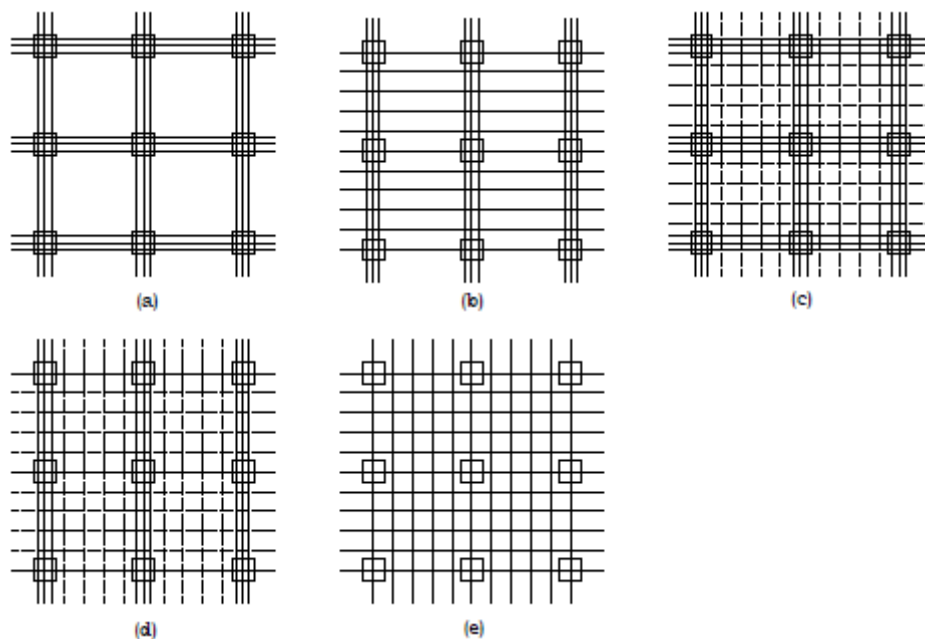
Figura 19 – Feixes de cordoalhas



Fonte: Elaborado pelo autor.

Existem diversas possibilidades para disposição dos feixes de cordoalhas na laje. A Figura 20 apresenta alguns modos de distribuição. Em geral, os feixes de cabos podem estar concentrados sobre os pilares, distribuídos em faixas ou de forma uniforme. Em todos os casos, recomenda-se passar pelo menos duas cordoalhas, em cada direção ortogonal, sobre os pilares.

Figura 20 – Exemplos de distribuição de feixes de cordoalhas



Fonte: Almeida Filho (2002).

No caso de uma laje apoiada no seu perímetro por paredes ou vigas rígidas, a distribuição uniforme (disposição “b” na Figura 20) dos feixes de cordoalhas é a mais aconselhável, uma vez que os valores dos momentos fletores são próximos. No entanto, em lajes apoiadas diretamente sobre os pilares, os valores dos momentos fletores são maiores nas faixas dos pilares e a distribuição dos feixes em faixas (disposição “c” na Figura 20) se torna mais eficiente que a distribuição uniforme.

De acordo com a Figura 9 do exemplo numérico de Mello (2005), os valores dos momentos em ordem crescente são nas faixas centrais, nas bordas e nos pilares internos. Portanto, para balancear esses momentos, a autora esclarece que a distribuição de cabos por faixa tenha a mesma ordem crescente em quantidade de cabos que a dos momentos.

De acordo com as faixas do MPM, Nawy (2003) orienta utilizar entre 65% e 75% dos cabos nas faixas dos pilares e entre 25% e 35% dos cabos na faixa central (faixa do vão). Emerick (2005) utiliza 65% dos cabos na faixa dos pilares e 35% dos cabos na faixa central.

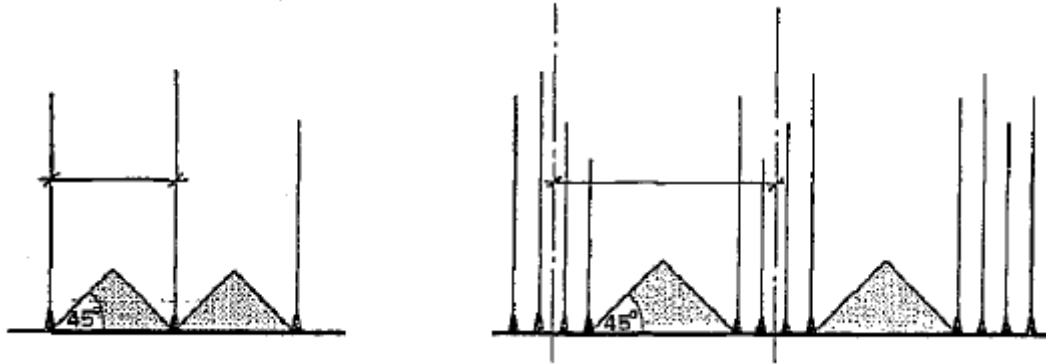
A disposição “a” na Figura 20 com feixes de cabos concentrados nas duas direções provoca altos índices de armaduras nas regiões dos pilares, uma vez que os espaçamentos entre os feixes de cabos concentrados são os mínimos usuais. Nessas regiões dos pilares, ainda há armadura passiva longitudinal nas duas direções e armadura de punção. Desse modo, podem surgir complicações em aspectos construtivos. Aalami (2000) esclarece que esse tipo de disposição não é permitido pelo ACI 318-95.

O ACI 423.3R-05 orienta que o número de cabos necessário para a faixa de projeto (centro a centro de painéis adjacentes) deve ser concentrado sobre os pilares em uma direção e distribuído na outra, conforme disposição “b” da Figura 20.

O referido código esclarece, ainda, que, mesmo que nenhum cabo seja disposto na região entre os cabos concentrados em uma direção, o espaçamento máximo de 8 h entre feixes ou o espaçamento que resulte em uma tensão mínima de 0,9 MPa assegura armadura em uma direção para essa parte da laje. Com exceção de

pequenas regiões triangulares próximas às bordas da laje, conforme mostra a Figura 21, a região entre as faixas de cabos concentrados também é considerada protendida em ambas as direções.

Figura 21 – Regiões triangulares próximas à borda



Fonte: Concrete Society (1994).

As regiões triangulares são denominadas de zonas de regularização das tensões de protensão. Nessas regiões, os efeitos da protensão não se fazem sentir integralmente nas seções transversais do elemento e deve-se utilizar armadura passiva adequada para controlar os efeitos de temperatura e retração.

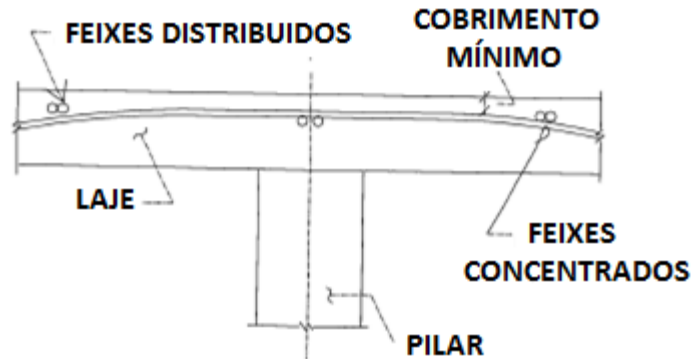
Outra opção de análise consiste em levar em conta a armadura ativa concentrada em determinada região da laje, menor do que a faixa de centro a centro de painéis adjacentes, e a região sem a armadura ativa, na direção considerada, é dimensionada apenas com armadura passiva, mantendo os esforços normais provenientes dos feixes concentrados.

Aalami e Jurgens (2003) orientam que os cabos concentrados sejam dispostos na maior direção da laje, de forma a minimizar a área das regiões triangulares entre as faixas de cabos concentrados. No entanto, se, na menor direção da laje, os pilares não estiverem alinhados, os autores orientam dispor os cabos concentrados na menor direção.

Aalami (2000) esclarece que a disposição “b” se mostra vantajosa por não causar interferência entre os feixes nas duas direções, uma vez que as cordoalhas não se cruzam em suas excentricidades máximas. A única exceção é o feixe distribuído que

passa sobre os pilares. Nesse caso, esse feixe é posicionado sob os cabos concentrados e o restante dos feixes distribuídos é disposto sobre os cabos concentrados, conforme ilustra a Figura 22.

Figura 22 – Feixes de cordoalhas sobre o apoio

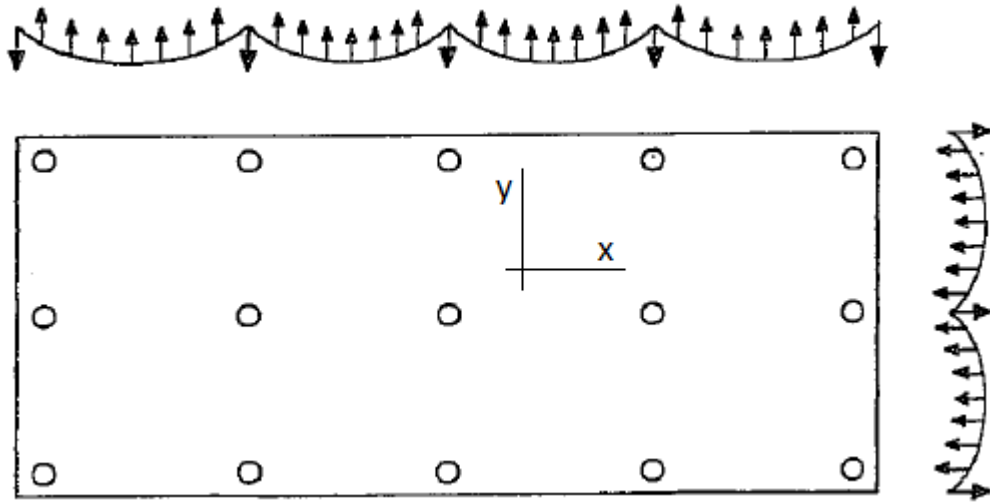


Fonte: Adaptado de Aalami (2000).

Desse modo, com exceção do feixe distribuído que passa sobre o pilar, a disposição “b” possibilita que todos os outros feixes nas duas direções assumam as excentricidades máximas possíveis, obedecendo ao cobrimento mínimo de projeto. Em geral, os outros tipos de disposições causam alguma interferência entre os feixes, dificultando o aspecto construtivo, e a disposição “b” é a opção mais usual em lajes lisas.

Na Figura 23, o Relatório Técnico n.º 43 do Concrete Society (1994) esclarece que, enquanto as cargas equivalentes dos cabos distribuídos (direção x) causam forças no sentido gravitacional entre os pilares na direção y, as cargas equivalentes dos cabos concentrados (direção y) provocam alívio para o mesmo trecho. O relatório orienta, ainda, que a disposição “b” é interessante quando há aberturas na laje e em situações em que os pilares não estejam devidamente alinhados.

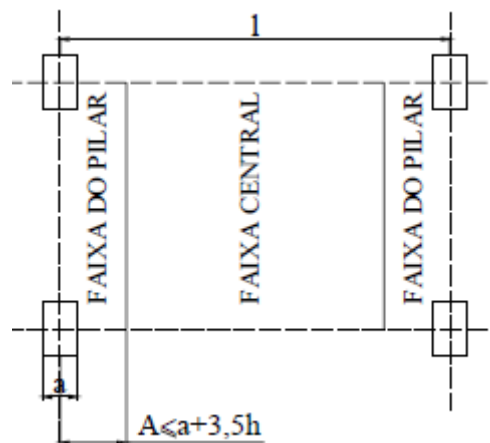
Figura 23 – Cargas equivalentes dos feixes de cordoalhas



Fonte: Adaptado do Concrete Society (1994).

O item 20.3.2.2 da NBR 6118:2014 estabelece que cabos dispostos em faixa externa (região dos apoios) devem estar contidos numa porção de laje, de tal forma que a largura desta não ultrapasse a dimensão em planta do pilar de apoio, tomada transversalmente à direção longitudinal da faixa, acrescida de 3,5 vezes a espessura da laje para cada um dos lados do pilar, conforme mostra a Figura 24.

Figura 24 – Largura das faixas para distribuição dos cabos



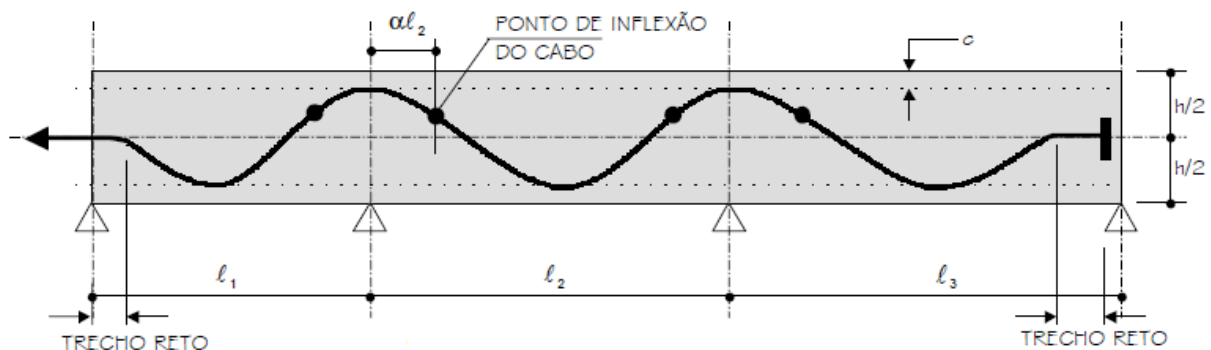
Fonte: Mello (2005).

2.5.4 Traçado vertical das cordoalhas

O item 18.6.1.1 da NBR 6118:2014 estabelece que a armadura de protensão pode ser retilínea, curvilínea, poligonal ou de traçado misto. Em geral, é adotado o perfil parabólico para as cordoalhas engraxadas em lajes lisas.

Nas extremidades, normalmente os cabos são ancorados na metade da espessura da laje e se mantêm no mínimo 50 cm de trecho reto. Desse modo, não surgem momentos fletores devido à protensão nas regiões de ancoragem. Após o trecho reto, é adotado um perfil parabólico onde as flechas assumem os maiores valores possíveis, atendendo os cobrimentos mínimos. Em relação aos pontos de inflexão, Emerick (2005) esclarece que são assumidos valores entre 5% e 15% do vão.

Figura 25 – Traçado vertical das cordoalhas



Fonte: Emerick (2005).

2.5.5 Cobrimento das armaduras

Para definir os cobrimentos de armaduras, é necessário, *a priori*, classificar a classe de agressividade ambiental (CAA) da estrutura segundo as condições de exposição, conforme a Tabela 4.

TABELA 4 – CLASSES DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118 (2014).

De acordo com o item 7.4.7.2 da NBR 6118:2014, para garantir o cobrimento mínimo (c_{\min}), o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δc). Assim, as dimensões das armaduras e os espaçadores devem respeitar os cobrimentos nominais, estabelecidos na Tabela 5 (Tabela 7.2 da NBR 6118:2014) para $\Delta c = 10$ mm.

TABELA 5 – COBRIMENTO NOMINAL

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/Pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros as exigências desta Tabela podem ser substituídas por 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: NBR 6118 (2014).

A referida norma permite, no item 7.4.7.4, a redução dos cobrimentos nominais prescritos na Tabela 5 em 5 mm, quando há um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução ($\Delta c = 5$ mm).

Além do exposto, o cobrimento nominal de uma barra deve sempre ser:

- $C_{nom} \geq$ diâmetro da barra;
- $C_{nom} \geq$ diâmetro do feixe;
- $C_{nom} \geq 0,5$ do diâmetro da bainha;
- $C_{nom} \geq 0,83$ do diâmetro do agregado graúdo.

2.5.6 Característica do concreto

Com base na classe de agressividade ambiental, é possível definir a classe do concreto e o máximo fator de relação água/cimento por meio da Tabela 6 (Tabela 7.1 da NBR 6118:2014).

TABELA 6 – CORRESPONDÊNCIA ENTRE CLASSE DE AGRESSIVIDADE E QUALIDADE DO CONCRETO

Concreto ^a	Tipo ^{b, c}	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

^a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.
^b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.
^c CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: NBR 6118 (2014).

Em função da classe do concreto referente à resistência característica do concreto à compressão aos 28 dias (f_{ck}), a Tabela 7 (Tabela 8.1 da NBR 6118:2014) apresenta valores estimados para o módulo de deformação tangente inicial (E_{ci}) e módulo de deformação secante (E_{cs}), quando não forem realizados ensaios.

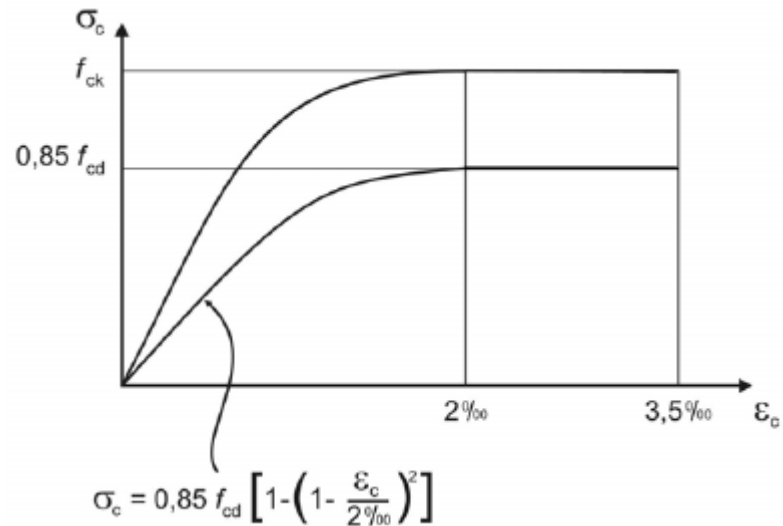
TABELA 7 – MÓDULO DE ELASTICIDADE PARA USO DE GRANITO COMO AGREGADO GRAÚDO

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: NBR 6118 (2014).

A Figura 26 (Figura 8.2 da NBR 6118:2014) apresenta o diagrama tensão-deformação idealizado para análises no estado limite último, considerando classe do concreto até C50.

Figura 26 – Diagrama tensão-deformação idealizado

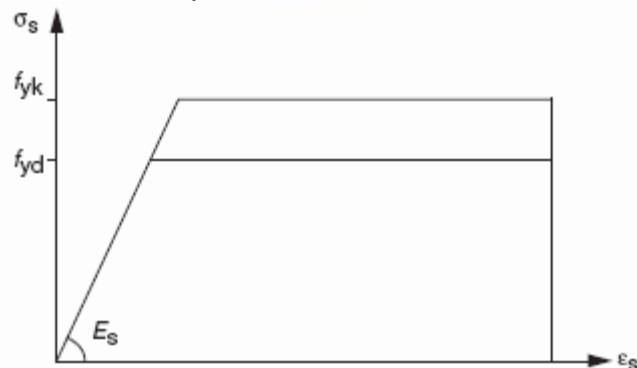


Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014).

2.5.7 Armadura passiva

Para armadura passiva é utilizado aço CA-50 e CA-60 com resistências características de escoamento à tração (f_{yk}) iguais a 500 MPa e 600 MPa, respectivamente. A NBR 6118:2014 admite utilizar 210000 MPa para o valor do módulo de elasticidade (E_s) e 7850 kg/m³ para a massa específica. A Figura 27 apresenta o diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva.

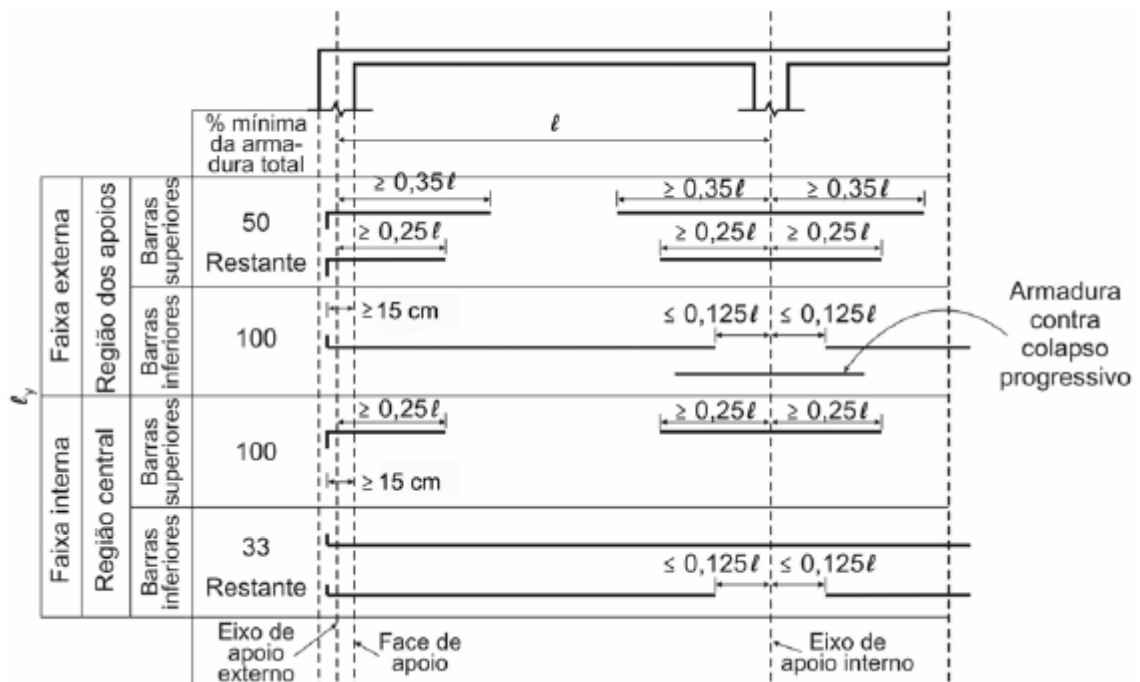
Figura 27 – Diagrama simplificado tensão-deformação para aços de armadura passiva



Fonte: NBR 6118 (2014).

Dentre os critérios para detalhamento de lajes, sejam elas em concreto armado ou protendido (item 16.3 da NBR 6118:2014), a Figura 28 (Figura 20.2 da NBR 6118:2014) apresenta prescrições referentes ao detalhamento de lajes sem vigas.

Figura 28 – Detalhamento de lajes sem vigas



Fonte: NBR 6118 (2014).

Observa-se a necessidade de armadura superior e inferior tanto nas faixas externas (região dos apoios) quanto nas faixas internas (região central). Em relação às barras inferiores de lajes protendidas, costuma-se utilizar uma tela soldada em toda a laje inserindo-se complementação com barras em regiões onde há necessidade. Os comprimentos mínimos das barras são referentes à análise pelo MPM e, de acordo com Carvalho e Pinheiro (2009), podem ser reavaliados no caso de análises mais refinadas, como MAG ou MEF.

A Tabela 8 (Tabela 19.1 da NBR 6118:2014) estabelece valores mínimos para taxa geométrica de armadura passiva (ρ_s), e os valores de $\rho_{\text{mín}}$ dependentes da classe do concreto constam na Tabela 9 (Tabela 17.3 da NBR 6118:2014).

TABELA 8 – VALORES MÍNIMOS PARA ARMADURAS PASSIVAS

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5 \rho_p$ $\geq 0,67 \rho_{min}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{min}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{min} - \rho_p$ $\geq 0,5 \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5 \rho_p$ $\geq 0,5 \rho_{min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5 \rho_p$ $\geq 0,5 \rho_{min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{min}$		-
Onde: $\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$. NOTA Os valores de ρ_{min} são definidos em 17.3.5.2.1.			

Fonte: NBR 6118 (2014).

TABELA 9 – TAXAS MÍNIMAS DE ARMADURA

Forma da seção	Valores de ρ_{min}^a ($A_{s,min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256
^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.															

Fonte: NBR 6118 (2014).

Sobre os apoios, a NBR 6118:2014 estabelece, no item 19.3.3.2, valores mínimos para armadura passiva que visam melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão, além de controlar a fissuração. O item citado estabelece que, no caso de lajes lisas ou lajes-cogumelo com armadura ativa não aderente, a armadura negativa passiva sobre os apoios deve ter como valor mínimo:

$$A_s \geq 0,00075hL \quad (30)$$

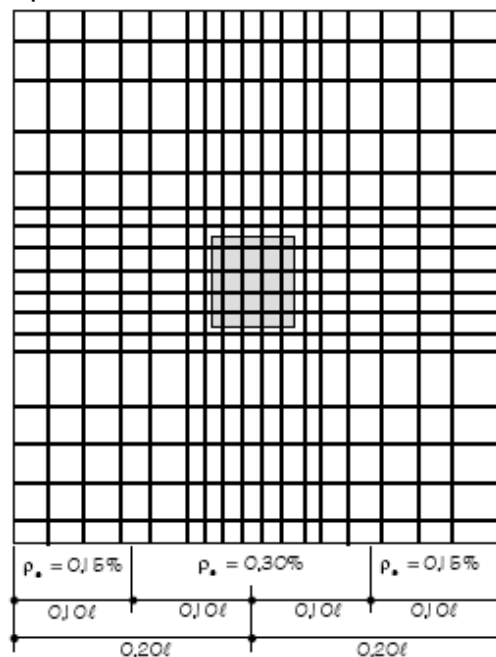
Onde L é o vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada. De acordo com a referida norma, esta armadura deve cobrir a região transversal a ela, compreendida pela dimensão dos apoios acrescida de $1,5h$ para cada lado.

No item 20.3.2.6, a norma obriga a existência de no mínimo quatro barras na face tracionada sobre os apoios, dispostas numa largura que não exceda a largura do apoio acrescentada de três vezes a espessura da laje. As barras devem estar espaçadas no máximo em 30 cm e desenvolvidas a uma distância mínima igual a $1/6$ do vão livre entre apoios na direção da armadura, desde a face do apoio.

No caso de lajes planas protendidas com aderência posterior, a NBR 7197:1989 estabelecia a utilização de armadura mínima superior para a região dos apoios, de acordo com a Figura 29, sendo ℓ o vão da laje. Para as demais regiões, a taxa geométrica de armadura passiva superior ou inferior era dada pela expressão:

$$\rho_s = 0,15 - 0,5\rho_p \geq 0,05\% \quad (31)$$

Figura 29 – Armadura passiva mínima superior sobre os apoios de acordo com a NBR 7197:1989

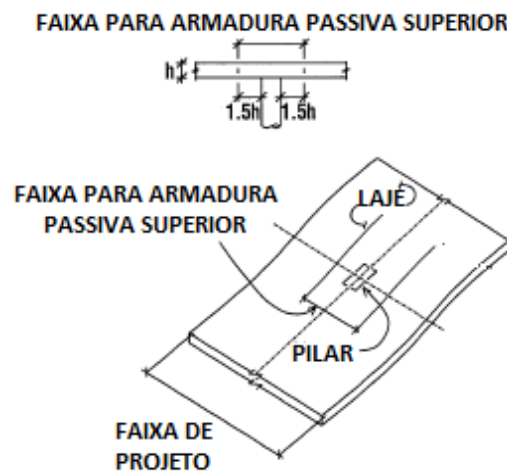


Fonte: Emerick (2005).

O ACI 318-11 apresenta diferentes recomendações no caso de lajes em concreto armado ou protendido. Aalami e Kelley (2001), baseados no ACI 318-99, esclarecem que, no caso de lajes em concreto armado, o detalhamento da armadura deve cobrir tanto as faixas externas (região dos apoios) quanto as faixas internas (região central).

No caso de lajes protendidas, Aalami (2000), baseado no ACI 318-95, esclarece que todas as barras superiores necessárias para atender ao dimensionamento ou armadura mínima devem ser dispostas em cada direção dentro de uma faixa compreendida pela dimensão dos apoios acrescida de $1,5h$ para cada lado, conforme ilustra a Figura 30. A prescrição de armadura mínima se restringe a essa faixa (*rebar strip*), sendo a mesma recomendação da NBR 6118:2014 (itens da norma 19.3.3.2 e 20.3.2.6 citados).

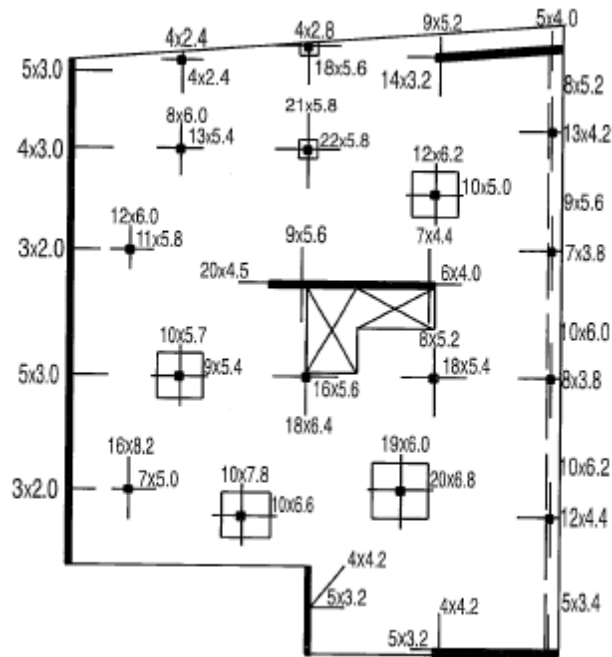
Figura 30 – Posicionamento da armadura superior



Fonte: Adaptado de Aalami (2000).

O autor esclarece que a faixa de projeto (*design strip*) para o dimensionamento é limitada de centro a centro de painéis de laje adjacentes e orienta que, para evitar congestionamento de armadura, a área de aço nessa região sobre um pilar típico de 50 cm x 50 cm não deve exceder 42 cm^2 , que resulta, por exemplo, em 21 barras de 16 mm. A Figura 31 apresenta a distribuição da armadura passiva superior considerando feixes concentrados na direção horizontal e distribuídos na direção vertical.

Figura 31 – Disposição da armadura superior

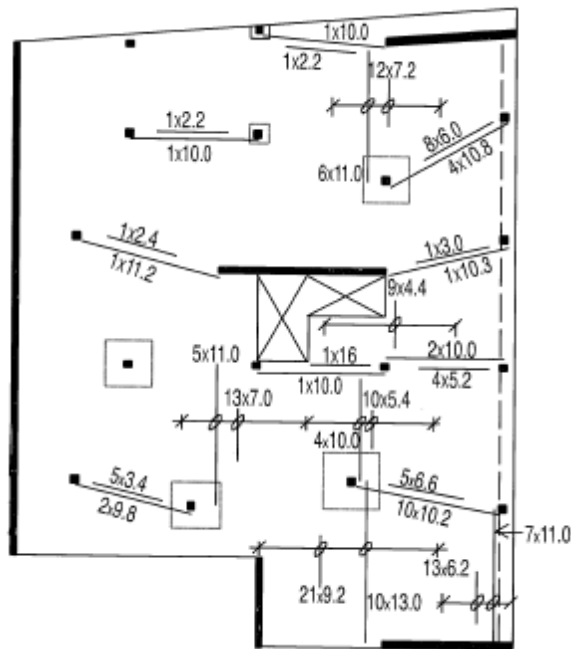


Fonte: Aalami (2000).

No caso das barras inferiores, Aalami e Kelley (2001) orientam posicionar as armaduras onde for conveniente para construção. Aalami (2000) esclarece que, para facilitar montagem na obra, as barras inferiores na direção dos feixes concentrados são posicionadas dentro da faixa limitada pelos feixes, respeitando-se os espaçamentos mínimos. As barras inferiores na direção dos feixes distribuídos são distribuídas uniformemente dentro da faixa de projeto considerada. A Figura 32 apresenta a distribuição da armadura passiva inferior considerando feixes concentrados na direção horizontal e distribuídos na direção vertical.

Para lajes protendidas armadas em duas direções, o ACI 423.3R-05 esclarece que a armadura passiva inferior (positiva) é necessária quando a tensão de tração em serviço for maior que $0,17\sqrt{f_{ck}}$ MPa. Desse modo, de acordo com Aalami (2000), é possível não existir armadura passiva inferior em lajes protendidas armadas em duas direções.

Figura 32 – Disposição da armadura inferior



Fonte: Aalami (2000).

Além das armaduras passivas de flexão, devem ser previstas também armaduras passivas adicionais em determinadas regiões da laje como bordas livres, aberturas, ancoragens, zonas de regularização de tensões, ligações laje-pilar e trechos de curvatura dos cabos em planta. Esses assuntos, porém, não fazem parte do escopo do trabalho.

2.6 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS)

2.6.1 Combinações de serviço

A verificação dos estados limite de serviço é realizada utilizando as combinações da Tabela 10 (Tabela 11.4 da NBR 6118:2014) com os respectivos coeficientes da Tabela 11 (Tabela 11.2 da NBR 6118:2014).

TABELA 10 – COMBINAÇÕES DE SERVIÇO

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gl,k} + \Sigma \psi_2 F_{qk}$
Combinações freqüentes de serviço (CF)	Nas combinações freqüentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor freqüente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{glk} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores freqüentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{glk} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qk}$
Onde: $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas; ψ_1 é o fator de redução de combinação freqüente para ELS; ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.		

Fonte: NBR 6118 (2014).

TABELA 11 – VALORES DOS COEFICIENTES

Ações		γ_2		
		ψ_0	ψ_1^a	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
^a Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23. ^b Edifícios residenciais. ^c Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

Fonte: NBR 6118 (2014).

2.6.2 Estado limite de deformação (ELS-DEF)

O item 17.3.2.1.3 da NBR 6118:2014 esclarece que, nos elementos estruturais com armaduras ativas, é suficiente considerar $(EI)_{eq}=E_{cs}I_c$, desde que não seja ultrapassado o estado limite de formação de fissuras.

Caso contrário, a análise deve ser feita por meio de modelos que considerem a rigidez efetiva da laje, a presença de armadura e a existência de fissuras no concreto. O item 17.3.2.1.1 da referida norma apresenta uma avaliação aproximada para rigidez equivalente $(EI)_{eq}$.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (32)$$

Para consideração da deformação diferida no tempo, a norma vigente admite multiplicar a parcela permanente da flecha imediata por $(1+\varphi)$, em que φ é o coeficiente de fluência. A parcela permanente envolve inclusive a protensão.

O Boletim n.º 31 do CEB-FIP (2005) esclarece que, para condições internas e externas, o coeficiente de fluência assume valores típicos entre 2 e 3. Dessa forma, a flecha total fica em torno de 3 a 4 vezes a flecha imediata.

Mello (2005) esclarece que, em geral, devem ser feitas as duas verificações de aceitabilidade sensorial: a primeira está relacionada ao aspecto visual e deve-se considerar a combinação quase permanente com a flecha diferida; Já para a segunda verificação, utilizada para evitar vibrações sentidas no piso, deve-se verificar a flecha de carga acidental.

Não se pode esperar, no entanto, grande precisão nas previsões de deslocamentos dadas por processos analíticos, uma vez que os parâmetros utilizados como módulo de elasticidade, resistência à tração e fluência podem sofrer variações significativas.

2.6.3 Estado limite de descompressão (ELS-D)

Estado em que não se admite tensão normal de tração no concreto.

2.6.4 Estado limite de formação de fissuras (ELS-F)

Estado em que não se admite tensão normal de tração maior que a resistência à tração na flexão do concreto.

2.6.5 Estado limite de abertura de fissuras (ELS-W)

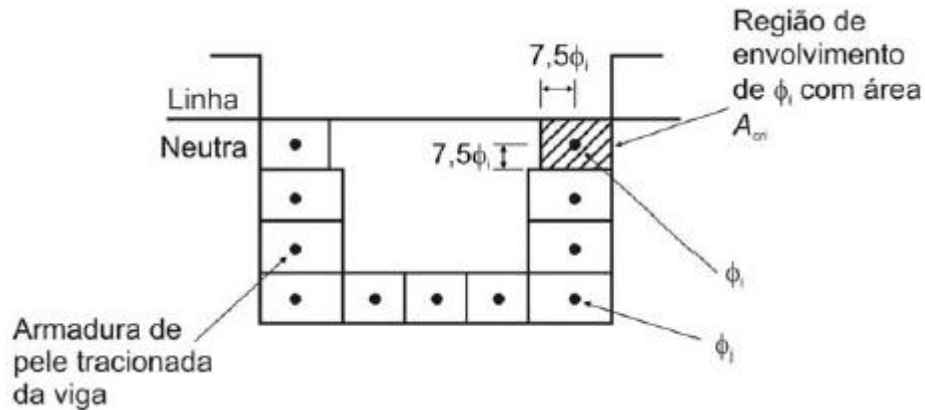
Estado em que não se admitem aberturas de fissuras maiores do que 0,2 mm. Para protensão sem aderência, a verificação é realizada no entorno das armaduras passivas.

A NBR 6118:2014, no item 17.3.3.2, estima o valor característico da abertura de fissuras, w_k , para cada parte da região de envolvimento de cada barra de armadura passiva (A_{cri}), conforme apresenta a Figura 33. O valor da abertura é o menor entre os obtidos pelas expressões:

$$w_k = \frac{\phi_i \sigma_{si}^3}{12,5 \eta_1 E_{si} f_{ctm}} \quad (33)$$

$$w_k = \frac{\phi_i \sigma_{si}}{12,5 \eta_1 E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (34)$$

Figura 33 – Região de concreto que envolve a armadura



Fonte: NBR 6118 (2014).

Onde η_1 é 1,4 para CA-60 e 2,25 para CA-50.

A tensão de tração no centro de gravidade da armadura passiva i (σ_{si}) deve ser calculada no estágio II. No entanto, Carvalho (2012) esclarece que, para evitar o cálculo no estágio II, pode-se, a favor da segurança, considerar de maneira simplificada que a tensão na armadura seja expressa por variação linear:

$$\sigma_{si} = \frac{f_{yd}(\sum g + \psi_1 q)}{1,4(\sum g + q)} \quad (35)$$

Onde $\sum g$ é o somatório dos carregamentos permanentes e "q" é a carga acidental.

2.7 NÍVEIS DE PROTENSÃO

De acordo com o subitem 9.2.2 da NBR 6118:2014, os níveis de protensão estão relacionados como os níveis de intensidade da força de protensão que, por sua vez, são função da proporção de armadura ativa utilizada em relação à passiva.

2.7.1 Protensão completa (nível 3)

Deve-se respeitar esse nível, no caso de armadura ativa pré-tracionada, quando a classe de agressividade ambiental for III ou IV. O concreto protendido pré-tracionado

é aquele em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado antes da concretagem do elemento. Para esse nível 3, é necessário verificar:

- estado limite de descompressão (ELS-D) utilizando as combinações frequentes de ações previstas no projeto;
- estado limite de formação de fissuras (ELS-F) utilizando as combinações raras de ações previstas no projeto.

2.7.2 Protensão limitada (nível 2)

Deve-se respeitar esse nível, no caso de armadura ativa pré-tracionada, quando a classe de agressividade ambiental for II ou, no caso de armadura ativa pós-tracionada, quando a classe de agressividade ambiental for III ou IV. Para esse nível, é necessário verificar:

- estado limite de descompressão (ELS-D) utilizando as combinações quase permanentes de ações previstas no projeto;
- estado limite de formação de fissuras (ELS-F) utilizando as combinações frequentes de ações previstas no projeto.

2.7.3 Protensão parcial (nível 1)

Deve-se respeitar esse nível, no caso de armadura ativa pré-tracionada, quando a classe de agressividade ambiental for I ou, no caso de armadura ativa pós-tracionada, quando a classe de agressividade ambiental for I ou II. Para esse nível, é necessário verificar:

- estado limite de abertura de fissuras (ELS-W) para aberturas máximas de 0,2 mm utilizando as combinações frequentes de ações previstas no projeto.

Uma vez que a NBR 6118:2014 indica a utilização de taxas mínimas de armadura passiva para o estado limite último, a protensão parcial, que possibilita o menor consumo de armadura ativa, permite soluções mais equilibradas entre armadura ativa e passiva conduzindo, em geral, maior economia no consumo de armação.

Na antiga norma de concreto protendido (NBR 7197:1989), havia a necessidade de respeitar o estado limite de descompressão no caso de combinações quase permanentes para protensão parcial. Além disso, estabelecia que lajes protendidas sem aderência deveriam ser em protensão completa, que conduziria a um maior consumo de armadura ativa nos projetos.

O ACI 318-11 estabelece que, para lajes protendidas armadas em duas direções, as tensões de tração da laje em serviço não podem superar a tensão limite de $0,5\sqrt{f_{ck}}$ MPa. Como as prescrições de taxas mínimas de armadura passiva, de acordo com o ACI 318-11, são mais brandas do que as indicações da NBR 6118:2014, é interessante a utilização de maior quantidade de armadura ativa para um projeto conforme as orientações do ACI 318-11.

A Tabela 12 (Tabela 13.4 da NBR 6118:2014) indica, de forma resumida, o nível de protensão que deve ser utilizado no projeto. Observa-se que, para CAA I e CAA II, é possível utilizar protensão parcial e não existem limites para as tensões de tração em serviço, desde que se atenda ao limite de abertura de fissuras.

TABELA 12 – EXIGÊNCIAS DE DURABILIDADE RELACIONADAS À FISSURAÇÃO E À PROTEÇÃO DA ARMADURA, EM FUNÇÃO DAS CLASSES DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	--
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D ^a	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D ^a	Combinação frequente

^a A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 50$ mm (Figura 3.1).

NOTAS

1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2.

2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.

3 No projeto de lajes lisas e cogumelo protendidas basta ser atendido o ELS-F para a combinação frequente das ações, em todas as classes de agressividade ambiental.

Fonte: NBR 6118 (2014).

2.8 ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO ATO DA PROTENSÃO (ELU-AtoPro)

Nesta fase, consideram-se apenas as perdas imediatas. A verificação quanto ao estado limite último de ruptura em vazio (ato da protensão) será satisfeita desde que, na seção de concreto, a tensão máxima de compressão não ultrapasse 70% da resistência característica à compressão prevista para idade de aplicação da protensão (f_{ckj}) e a tensão máxima de tração não ultrapasse 1,2 vez a resistência à tração média (f_{ctm}) correspondente à f_{ckj} .

$$\sigma_{sup} = \gamma_p \left(\frac{N}{A_c} + \frac{M_{up}}{W_{sup}} \right) + \frac{\gamma_f M_{g1}}{W_{sup}} \quad (36)$$

$$\sigma_{inf} = \gamma_p \left(\frac{N}{A_c} + \frac{M_{up}}{W_{inf}} \right) + \frac{\gamma_f M_{g1}}{W_{inf}} \quad (37)$$

Nesta verificação, considera-se:

$\gamma_p=1,1$ (pós-tração)

$\gamma_f=1,0$ para ações desfavoráveis e $\gamma_f=0,9$ para ações favoráveis.

O item 17.2.4.3.2 da NBR 6118:2014 esclarece que, nessa fase, quando existirem tensões de tração nas seções transversais, deve haver armadura de tração calculada no estágio II. Para efeitos de cálculo, nessa fase da construção, a força nessa armadura pode ser considerada igual à resultante das tensões de tração no concreto no estágio I. Essa força não deve provocar, na armadura correspondente, acréscimos de tensão superiores a 150 MPa no caso de fios ou barras lisas e a 250 MPa em barras nervuradas.

2.9 ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO TEMPO “INFINITO” (ELU)

Nessa fase, admite-se que todas as perdas ocorreram. Uma vez definida a quantidade de armadura ativa em razão da carga balanceada, calcula-se, no estado limite último no tempo infinito, uma área de armadura passiva para obter um momento fletor resistente de cálculo (M_{rd}) superior ou igual ao momento solicitante de cálculo (M_{sd}).

2.9.1 Momento solicitante de cálculo (M_{sd})

O item 17.2.4.2.1 da NBR 6118:2014 esclarece que, na verificação do ELU, devem ser considerados, além do efeito de outras ações, apenas os esforços solicitantes hiperestáticos de protensão.

Os isostáticos de protensão não podem ser incluídos, uma vez que são considerados na determinação do momento resistente. As ações devem ser majoradas pelos coeficientes γ de acordo com a Tabela 13 (Tabela 11.1 da NBR 6118:2014).

TABELA 13 – COEFICIENTES DE MAJORAÇÃO PARA O ELU

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Onde:
D é desfavorável, *F* é favorável, *G* representa as cargas variáveis em geral e *T* é a temperatura.
^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Fonte: NBR 6118 (2014).

2.9.2 Momento resistente de cálculo (M_{rd})

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2013), o estado limite último caracteriza-se pelas deformações específicas de cálculo do concreto e do aço, que atingem (uma delas ou ambas) os valores últimos (máximos) das deformações específicas desses materiais.

As hipóteses básicas utilizadas neste trabalho para o dimensionamento da seção são as seguintes:

- classe do concreto até C50 com $x/d_s \leq 0,45$ (item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014);
- protensão sem aderência;
- as seções transversais permanecem planas após deformação;
- a resistência do concreto à tração é desprezada;
- a distribuição no concreto se faz de acordo com o retângulo equivalente do diagrama parábola retângulo;
- as armaduras passivas estão sujeitas às mesmas deformações unitárias médias que as do concreto adjacente;
- as tensões nas armaduras passivas são obtidas do diagrama tensão-deformação do aço correspondente.

No sistema de protensão sem aderência, não há solidariedade entre o cabo e o concreto, de modo que o cabo não acompanha o alongamento unitário do concreto. Dessa forma, o item 17.2.2 da NBR 6118:2014 esclarece que, para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões ($\Delta\sigma_p$) para estruturas usuais de edifícios são os apresentados a seguir com $\Delta\sigma_p$ e f_{ck} dados em MPa:

- Para elementos com relação vão/altura útil igual ou inferior a 35:
 $\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/100 \rho_p$, em MPa, não podendo ultrapassar 420 MPa
- Para elementos com relação vão/altura útil maior que 35:
 $\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/300 \rho_p$, em MPa, não podendo ultrapassar 210 MPa

Onde:

$$\rho_p = \frac{A_p}{bd_p} \quad (38)$$

Para tensão de cálculo na armadura ativa (σ_{pd}), além da consideração das perdas, deve ser utilizado o valor de cálculo para tensão inicial de protensão, conforme o item 17.2.4.2.1 da NBR 6118:2014.

$$\sigma_{pd} = \gamma_p \sigma_{pi} \left(\frac{P_\infty}{P_i} \right) + \Delta\sigma_p \quad (39)$$

O coeficiente γ_p na expressão (39) assume o valor favorável de 0,9. Os esforços resistentes de cálculo ilustrados na Figura 34 e Figura 35, considerando o retângulo equivalente do diagrama parábola retângulo, são dados por:

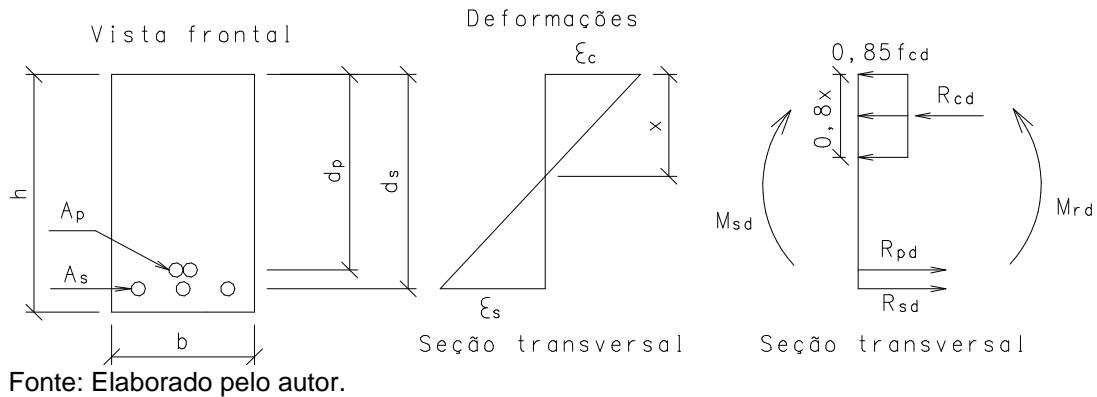
$$R_{cd} = 0,85 f_{cd} b 0,8x \quad (40)$$

$$R_{pd} = \sigma_{pd} A_p \quad (41)$$

$$R_{sd} = A_s f_{yd} \quad (42)$$

A Figura 34 apresenta seção transversal com armadura ativa e armadura passiva de tração (armadura simples).

Figura 34 – Equilíbrio da seção transversal protendida com armadura simples



O equilíbrio da seção de acordo com a Figura 34 resulta em:

$$N_{rd} = R_{cd} - R_{sd} - R_{pd} \quad (43)$$

$$M_{rd} = R_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + R_{sd} \left(d_s - \frac{h}{2} \right) + R_{pd} \left(d_p - \frac{h}{2} \right) \quad (44)$$

$$N_{rd} = N_{sd} = 0 \Rightarrow R_{sd} = R_{cd} - R_{pd} \quad (45)$$

$$M_{rd} = R_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + (R_{cd} - R_{pd}) \left(d_s - \frac{h}{2} \right) + R_{pd} \left(d_p - \frac{h}{2} \right) \quad (46)$$

De acordo com a NBR 6118:2014, a relação x/d_s deve ser inferior ou igual a 0,45 para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa. Desse modo, o máximo momento resistente de cálculo ($M_{rd,máx}$) para armadura simples é obtido por meio da equação (46) com $x/d_s=0,45$, que resulta em:

$$M_{rd,máx} = 0,25f_{cd}bd_s^2 + \sigma_{pd}A_p(d_p - d_s) \quad (47)$$

Na determinação do máximo momento resistente de cálculo, a resultante de cálculo no aço da armadura ativa deve ser menor do que a resultante de cálculo no concreto:

$$R_{pd} \leq R_{cd} \Rightarrow \sigma_{pd} \leq \frac{0,306bf_{cd}}{A_p} \quad (48)$$

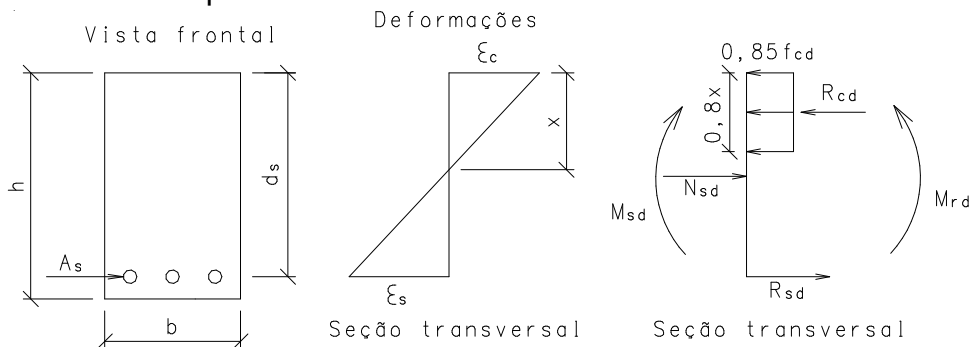
Se $M_{sd} \leq M_{rd,m\acute{a}x}$, determina-se o valor de “x” por meio da equação (46) com $M_{rd} = M_{sd}$, que resulta em:

$$(0,272f_{cd}b)x^2 + (-0,68f_{cd}bd_s)x + [M_{sd} - \sigma_{pd}A_p(d_p - d_s)] = 0 \quad (49)$$

Determinada a profundidade da linha neutra, calcula-se a área de aço da armadura passiva por meio das equações (45) e (42). Se $R_{pd} \geq R_{cd}$, a armadura ativa é suficiente para equilibrar a seção, sendo necessário adicionar apenas armadura passiva mínima.

Nas regiões da laje sem a consideração da presença de armadura ativa, mas com a solicitação da normal de protensão das ancoragens, calcula-se a seção submetida à flexo-compressão, como mostra a Figura 35.

Figura 35 – Equilíbrio da seção transversal em concreto armado com armadura simples



Fonte: Elaborado pelo autor.

O equilíbrio da seção de acordo com a Figura 35 resulta em:

$$N_{rd} = R_{cd} - R_{sd} \quad (50)$$

$$M_{rd} = R_{cd}(0,5h - 0,4x) + R_{sd}(d_s - 0,5h) \quad (51)$$

$$N_{rd} = N_{sd} \Rightarrow R_{sd} = R_{cd} - N_{sd} \quad (52)$$

$$M_{rd} = R_{cd}(0,5h - 0,4x) + (R_{cd} - N_{sd})(d_s - 0,5h) \quad (53)$$

O máximo momento resistente de cálculo ($M_{rd,máx}$) para armadura simples é obtido por meio da equação (53) com $x/d_s=0,45$, que resulta em:

$$M_{rd,máx} = 0,25bd^2f_{cd} + |N_{sd}|(0,5h - d_s) \quad (54)$$

Com $M_{sd} \leq M_{rd,máx}$, determina-se o valor de “x” por meio da equação (53) com $M_{rd} = M_{sd}$, que resulta em:

$$(0,272f_{cd}b)x^2 + (-0,68f_{cd}bd_s)x + [M_{sd} - N_{sd}(0,5h - d_s)] = 0 \quad (55)$$

Determinada a profundidade da linha neutra, calcula-se a área de aço por meio das equações (52) e (42), que resultam em:

$$A_s = \frac{0,68f_{cd}bx f_{cd} - |N_{sd}|}{f_{yd}} \quad (56)$$

De acordo com o limite de $x/d_s \leq 0,45$ da NBR 6118:2014, fixadas a seção o f_{ck} e a armadura ativa quando houver, se o momento solicitante de cálculo for superior ao máximo momento resistente de cálculo, deverá ser utilizada armadura dupla, isto é, armação próxima à borda tracionada e comprimida da seção transversal.

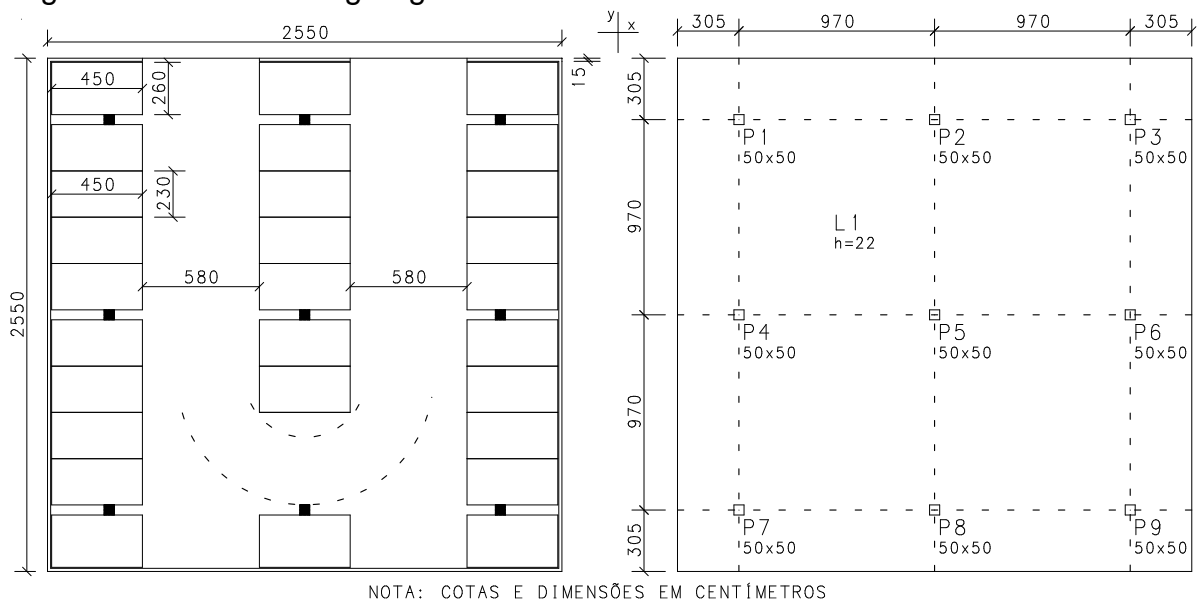
3 EXEMPLO NUMÉRICO

3.1 ASPECTOS REFERENTES AO EXEMPLO

3.1.1 Planta de arquitetura e planta de fôrmas

A planta arquitetônica ilustrada à esquerda, na Figura 36, possui área de 650,25 m² (25,5 m x 25,5 m), paredes no contorno com 1,50 m de altura e 15 cm de espessura, 22 vagas de 2,30 m x 4,50 m e 6 vagas de 2,60 m x 4,50 m. A altura dos pilares (l_0), de piso a piso, é de 3,0 m.

Figura 36 – Pavimento garagem



Fonte: Elaborado pelo autor.

A planta de fôrmas é ilustrada à direita, na Figura 36. Sendo o vão da laje (L) de 9,70 m, adota-se, para a dimensão mínima (a) dos pilares, de acordo com Araújo (2010), a regra prática dada por:

$$a \geq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ \frac{l_0}{15} = \frac{300}{15} = 20 \text{ cm} \\ \frac{L}{20} = \frac{970}{20} \cong 50 \text{ cm} \end{cases} \quad (57)$$

Logo, como os vãos são iguais, a dimensão adotada, nas duas direções, para os pilares é de 50 cm. Para determinação da espessura da laje, é utilizada a recomendação de Nawy (2003).

$$h \cong \frac{L}{45} \Rightarrow h \cong \frac{970}{45} \Rightarrow h = 22 \text{ cm}$$

Verifica-se que a espessura adotada está de acordo com a recomendação mínima de 22 cm, conforme Emerick (2005), para lajes protendidas sem aderência com vãos entre 9 m e 10 m. Para a espessura adotada, o gráfico apresentado na Figura 17 indica que deveriam ser utilizados capitéis no caso de a laje ser em concreto armado.

3.1.2 Carregamentos atuantes

São considerados os seguintes carregamentos atuantes:

- peso próprio: $g_1 = 5,5 \text{ kN/m}^2$
- revestimento: $g_2 = 2 \text{ kN/m}^2$
- acidental: $q = 3 \text{ kN/m}^2$
- alvenaria no contorno da laje: $g_3 = 2,7 \text{ kN/m}$

3.1.3 Cobrimento de armaduras e características do concreto

Considera-se classe de agressividade ambiental II (moderada) adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução. Desse modo, adotam-se 2 cm para o cobrimento nominal da armadura passiva e 3 cm para o cobrimento das cordoalhas de protensão.

O concreto adotado é o da classe C30 com as seguintes características:

- resistência característica do concreto à compressão aos 28 dias: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- módulo de elasticidade inicial aos 28 dias: $E_{ci} = 31000 \text{ MPa}$
- módulo de deformação secante aos 28 dias: $E_{cs} = 27000 \text{ MPa}$
- relação água/cimento em massa: $a/c \leq 0,55$

3.1.4 Traçado vertical e características da armadura ativa

É utilizada cordoalha de sete fios engraxada e plastificada CP 190 RB 12,7, com as seguintes características:

- diâmetro nominal: $\phi_p = 12,7 \text{ mm}$
- área nominal de aço: $A_p = 98,7 \text{ mm}^2$
- massa aproximada = 0,88 kg/m
- módulo de elasticidade: $E_p = 200000 \text{ MPa}$
- carga mínima de ruptura: $R_{ptk} = 187,3 \text{ kN}$
- carga mínima a 1% de alongamento: $R_{pyk} = 168,6 \text{ kN}$

A tensão da armadura de protensão na saída do aparelho de tração é dada por:

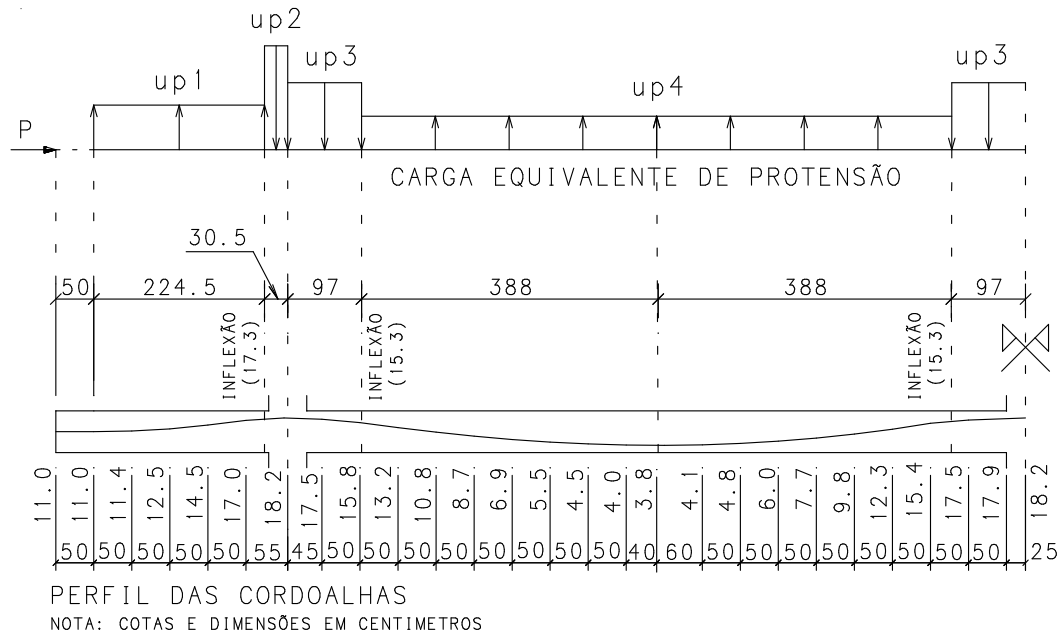
$$\sigma_{pi} \leq 0,80f_{ptk} \Rightarrow \sigma_{pi} \leq 0,8 \frac{187,3}{0,987} \Rightarrow \sigma_{pi} \leq 1518 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{pi} \leq 0,88f_{pyk} \Rightarrow \sigma_{pi} \leq 0,88 \frac{168,6}{0,987} \Rightarrow \sigma_{pi} \leq 1503 \text{ MPa}$$

$$P_i = 150,3 \cdot 0,987 \Rightarrow P_i \cong 150 \text{ kN}$$

Dessa maneira, é considerada uma força inicial de 150 kN aplicada em cada cordoalha. Obedecendo ao cobrimento mínimo, adota-se perfil parabólico com 10% do vão (ou balanço) para o ponto de inflexão. As elevações indicam a distância do eixo da cordoalha à face inferior da laje.

Figura 37 – Perfil (elevação) das cordoalhas e indicação do carregamento equivalente



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.5 Cálculo das perdas da força de protensão

3.1.5.1 Perdas por atrito

A Tabela 14 apresenta o cálculo das perdas por atrito, conforme a expressão (14).

Considera-se $\mu=0,05$ e $k=0,0005\text{m}^{-1}$.

x_i (m)	l_s (m)	e (m)	α (rad)	$\Sigma\alpha$ (rad)	P (kN)
0,00	0,00	0	0,000	0,000	150,00
0,50	0,50	0	0,000	0,000	149,96
2,75	2,25	0,063	0,056	0,056	149,37
3,05	0,31	0,009	0,059	0,115	148,91
4,02	0,97	0,029	0,060	0,175	148,40
7,90	3,88	0,115	0,059	0,234	147,67
11,78	3,88	0,115	0,059	0,293	146,95
12,75	0,97	0,029	0,060	0,353	146,44
13,72	0,97	0,029	0,060	0,413	145,93
17,60	3,88	0,115	0,059	0,472	145,22
21,48	3,88	0,115	0,059	0,531	144,51
22,45	0,97	0,029	0,060	0,591	144,01

22,76	0,31	0,009	0,059	0,650	143,56
25,00	2,25	0,063	0,056	0,706	143,00
25,50	0,50	0,000	0,000	0,706	142,96

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.5.2 Perdas por deslizamento da armadura na ancoragem e acomodação da ancoragem

Considera-se $\delta_{enc} = 6 \text{ mm}$, de acordo com o catálogo Protende (2013).

$$A_{\delta_{enc}} = \delta_{enc} E_p A_p \Rightarrow A_{\delta_{enc}} = 118,44$$

TABELA 15 – CÁLCULO DAS ÁREAS E DAS FORÇAS APÓS AS PERDAS POR ATRITO E ANCORAGEM

l (m)	x (m)	P (kN)	Área	P (kN)
0	0	150,00	-	138,90
0,5	0,5	149,96	0,02	138,93
2,245	2,745	149,37	1,93	139,52
0,305	3,05	148,91	4,60	139,98
0,97	4,02	148,40	8,25	140,50
3,88	7,9	147,67	16,90	141,23
3,88	11,78	146,95	31,11	141,95
0,97	12,75	146,44	43,60	142,46
0,97	13,72	145,93	57,03	142,96
3,88	17,6	145,22	79,37	143,68
3,88	21,48	144,51	107,12	144,39
0,97	22,45	144,01	129,11	144,01
0,305	22,755	143,56	149,26	143,56
2,245	25	143,00	176,12	143,00
0,5	25,5	142,96	177,93	142,96

Fonte: Elaborado pelo autor.

As forças (P) foram calculadas observando-se que $A_{\delta_{enc}}$ se encontra no intervalo do trecho em destaque na Tabela 15. Conforme o item 2.4.2, os dados dessa região, para calcular ΔP e P_n , são dados por:

- $x_A = 21,48 \text{ m}$
- $P_A = 144,51 \text{ kN}$

- $A_A = 107,12$
- $x_B = 22,45 \text{ m}$
- $P_B = 144,01 \text{ kN}$

Calculado $\Delta P = 0,12$ e $P_n = 144,45 \text{ kN}$, determinam-se as forças após as perdas por atrito e por acomodação da ancoragem, conforme apresentou a Tabela 15.

A diferença entre a maior força (144,39 kN) e a menor força (138,90 kN) é de 4%. A força média, de acordo com os valores obtidos na Tabela 15, é de 141,87 kN, que representa uma perda média de 5,4%.

3.1.5.3 Perda por encurtamento imediato do concreto

Para perdas da força de protensão por encurtamento elástico ($\Delta\sigma_{enc}$) do concreto, é considerado 5 MPa, de acordo com o Boletim n.º 31 do CEB-FIP (2005).

$$\Delta\sigma_{enc} = \frac{0,5}{150/0,987} = 0,33\%$$

Desse modo, as perdas imediatas totais representam aproximadamente 6% (5,4%+0,33%) da força inicial de protensão.

3.1.5.4 Perdas progressivas

O cálculo da perda progressiva devido à fluência do concreto depende da tensão no concreto adjacente às cordoalhas provocada pelas cargas permanentes, incluindo as de protensão. Como ainda não se sabe a quantidade de cordoalhas que serão utilizadas, adota-se inicialmente uma porcentagem para as perdas progressivas e verifica-se o valor adotado em etapa posterior (item 3.5).

Como o Boletim n.º 31 do CEB-FIP (2005) orienta que as perdas ao longo do tempo representam de 10% a 15% da força inicial de protensão e o Relatório n.º 43 do Concrete Society (1994) esclarece que as perda totais representam, em média, 20% da força inicial aplicada, adotam-se 14% para as perdas progressivas, uma vez que

as perdas imediatas representam 6% da força inicial. Desse modo, as perdas totais representam 20% da força inicial de protensão e as forças no tempo “zero” e no tempo “infinito” são dadas por:

- Força no tempo “zero” após as perdas imediatas: $P_0 = 0,94.150 \Rightarrow P_0 = 141 \text{ kN}$
- Força no tempo “infinito” após todas as perdas: $P_\infty = 0,80.150 \Rightarrow P_\infty = 120 \text{ kN}$

3.1.6 Cálculo do carregamento equivalente

Na Figura 37, por meio dos comprimentos dos trechos de semiparábolas (l_s), da diferença de elevação (e) e da força de protensão (P), obtêm-se os carregamentos equivalentes de acordo com a expressão:

$$u_p = \frac{8Pe}{(2l_s)^2} \quad (58)$$

$$u_{p1} = \frac{8.P.(0,173 - 0,11)}{(2.2,245)^2} \Rightarrow u_{p1} \cong 0,025P$$

$$u_{p2} = \frac{8.P.(0,182 - 0,173)}{(2.0,305)^2} \Rightarrow u_{p2} \cong 0,193P$$

$$u_{p3} = \frac{8.P.(0,182 - 0,153)}{(2.0,97)^2} \Rightarrow u_{p3} \cong 0,062P$$

$$u_{p4} = \frac{8.P.(0,153 - 0,038)}{(2.3,88)^2} \Rightarrow u_{p4} \cong 0,015P$$

No ato da protensão, consideram-se as perdas imediatas ($P_0 = 141 \text{ kN}$) e, no tempo infinito, consideram-se as perdas totais ($P_\infty = 120 \text{ kN}$). Na Tabela 16, determinam-se os carregamentos equivalentes por feixe para feixes de duas e três cordoalhas.

TABELA 16 – CARREGAMENTO EQUIVALENTE POR FEIXE

u_p (kN/m)		u_{p1}	u_{p2}	u_{p3}	u_{p4}
AtoPro ($t=0$)	feixe de 2 cord.	-7,05	54,57	17,38	-4,31
	feixe de 3 cord.	-10,57	81,85	26,08	-6,46
$t = \infty$	feixe de 2 cord.	-6,00	46,44	14,79	-3,67
	feixe de 3 cord.	-9,00	69,66	22,19	-5,50

Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se o equilíbrio das cargas equivalentes tomando-se, por exemplo, o carregamento equivalente no tempo infinito para o feixe de duas cordoalhas:

$$-6,0 \cdot 0,2,245 + 46,44 \cdot 0,305 + 14,79 \cdot 0,97 - 3,67 \cdot 3,882 + 14,79 \cdot 0,97 = 0,9 \text{ kN} (\approx 0 \text{ kN})$$

O equilíbrio não resultou exatamente em zero devido aos arredondamentos.

3.1.7 Cálculo da quantidade de cordoalhas

Uma vez que a classe de agressividade ambiental adotada (CAA II) não apresenta limites para tensões em serviço, utiliza-se o conceito de balanceamento de carga. É adotado o critério que resulta na menor carga a ser balanceada para utilizar a menor quantidade de cordoalhas.

O critério adotado por Emerick (2005) para balancear o peso próprio mais 10% do carregamento total resulta em:

$$q_B = 5,5 + 0,1 \cdot (5,5 + 2 + 3) \Rightarrow q_B = 6,55 \text{ kN/m}^2$$

O critério de Aalami e Jurgens (2003) para 60% da carga permanente resulta em:

$$q_B = 0,6 \cdot (5,5 + 2) \Rightarrow q_B = 4,50 \text{ kN/m}^2$$

Logo, o carregamento a ser balanceado é a carga distribuída de 4,5 kN/m² e, no caso do balanço, inclui também 60% da carga de alvenaria, que equivale a 1,62

kN/m. Para uma faixa de largura unitária, a força de protensão necessária, de acordo com a expressão (58), é dada por:

- No balanço:

$$P = \frac{\left(4,5 + \frac{1,62}{2,245}\right) \cdot (2 \cdot 2,245)^2}{8 \cdot (0,173 - 0,11)} \Rightarrow P \cong 209 \text{ kN/m}$$

- No vão:

$$P = \frac{4,5 \cdot (2 \cdot 3,88)^2}{8 \cdot (0,153 - 0,038)} \Rightarrow P \cong 295 \text{ kN/m}$$

Logo, a força utilizada para determinação da quantidade de cordoalhas é referente ao vão. Como a força em cada cordoalha no tempo “infinito” é de 120 kN, o número de cordoalhas (n_c) em cada direção da laje é dado por:

- Para a faixa de 7,90m compreendida da borda ao centro do painel da laje (Pórtico A na Figura 40)

$$n_c = \frac{7,9 \cdot 295}{(120)} \Rightarrow n_c \cong 20$$

- Para a faixa de 9,70m compreendida de centro a centro de painéis de laje (Pórtico B na Figura 40)

$$n_c = \frac{9,7 \cdot 295}{(120)} \Rightarrow n_c \cong 24$$

Dessa maneira, utilizam-se 64 cordoalhas em cada direção. Assumindo que cada cordoalha tenha um comprimento de 26 m, a massa total das 128 cordoalhas é dada por:

$$M = 0,88 \cdot 26 \cdot 128 \Rightarrow M \cong 2929 \text{ kg}$$

O índice de massa de cordoalha por metro quadrado de área do pavimento é dado por:

$$m = \frac{2929}{25,5^2} \Rightarrow m \cong 4,5 \text{ kg/m}^2$$

A tensão média de compressão na laje, após todas as perdas, é dada por:

$$\sigma_{méd} = \frac{64.120}{2550.22} \cdot 10 \cong 1,4 \text{ MPa} > 1 \text{ MPa}$$

3.1.8 Combinações de serviço utilizadas

A combinação de serviço frequente ($\psi_1 = 0,7$ para garagens) é dada por:

$$M_{CF} = M_{g_1} + M_{u_p} + M_{g_2} + M_{g_3} + 0,7 M_q \quad (59)$$

A combinação de serviço quase permanente ($\psi_2 = 0,6$ para garagens) é dada por:

$$M_{CQP} = M_{g_1} + M_{u_p} + M_{g_2} + M_{g_3} + 0,6 M_q \quad (60)$$

Para o momento de protensão, considera-se a força de protensão no tempo “infinito”, após todas as perdas. Com o momento M de acordo com a combinação frequente ou quase permanente, as tensões inferiores e superiores são determinadas por meio das expressões:

$$\sigma_{inf} = \frac{M}{W_{inf}} + \frac{N}{A_c} \quad (61)$$

$$\sigma_{sup} = \frac{M}{W_{sup}} + \frac{N}{A_c} \quad (62)$$

Onde N é o esforço normal na seção devido à força de protensão nas ancoragens após todas as perdas ($P_\infty = 120 \text{ kN}$).

3.1.9 Estado limite de formação de fissuras (ELS-F)

Para este estado limite, é utilizada a combinação frequente e indica se a seção sofre fissuração. Para CAA II, se o limite da tensão de tração ($|\sigma_{tração}| \leq \alpha f_{ct}$) não for atendido, será necessário verificar a abertura de fissuras.

O valor de “ α ” correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão ($f_{ct,f}$), com a resistência à tração direta (f_{ct}). De acordo com o item 17.3.1 da NBR 6118:2014, o valor de “ α ” é 1,5 para seções retangulares e, para a resistência à tração direta do concreto, deve ser usado o $f_{ctk,inf}$ no estado limite de formação de fissuras.

$$f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,7f_{ctm} \quad (63)$$

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} (f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}) \quad (64)$$

$$f_{ct} = 0,21f_{ck}^{2/3} \quad (65)$$

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa} \Rightarrow |\sigma_{tração}| \leq 3,04 \text{ MPa}$$

3.1.10 Limites no ato da protensão

No estado limite último no ato da protensão, considera-se o concreto com resistência característica à compressão aos cinco dias ($f_{ckj} = f_{ck5}$) igual à 21 MPa. As tensões inferiores e superiores são determinadas por meio das expressões do item 2.8, considerando o peso próprio e a protensão. As perdas de protensão consideradas nessa fase são apenas as imediatas ($P_0 = 141 \text{ kN}$).

$$|\sigma_{tração}| \leq 1,2f_{ctm} \quad (66)$$

$$|\sigma_{compressão}| \leq 0,7f_{ckj} \quad (67)$$

$$f_{ckj} = 21 \text{ MPa} \Rightarrow f_{ctm} = 2,28 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_{tração}| \leq 2,74 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_{compressão}| \leq 14,70 \text{ MPa}$$

3.1.11 Distribuição da armadura passiva

O modo de distribuição apresentado neste item adota maior concentração de armadura passiva negativa sobre os apoios, porém atende às prescrições mínimas da NBR 6118:2014 para as demais regiões. No item 3.3.4.3, é apresentada uma distribuição de armadura passiva mais próxima das recomendações de Aalami (2000).

Para armaduras negativas, Aalami (2000) orienta que toda a armadura para as duas direções seja concentrada sobre os apoios. No entanto, de acordo com as prescrições de armadura mínima da NBR 6118:2014 (Tabela 8), verifica-se que a armadura deve ser disposta tanto nas faixas dos apoios quanto nas faixas centrais. A armadura passiva mínima sobre os apoios é dada por:

$$A_{s,min(apoio)} \geq 0,00075 hL \Rightarrow A_{s,min(apoio)} \geq 0,00075 \cdot 22.970 = 16 \text{ cm}^2$$

A faixa de distribuição dessa armadura é compreendida pela dimensão dos apoios acrescida de 1,5h para cada lado:

$$faixa = 50 + 2 \cdot (1,5 \cdot 22) = 116 \text{ cm}$$

Logo, a armadura passiva mínima, por metro, sobre os apoios é dada por:

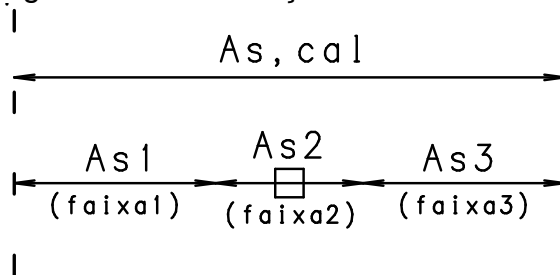
$$A_{s,min(apoio)} \geq \frac{16}{1,16} = 13,8 \text{ cm}^2/m$$

Para detalhamento, são utilizadas barras com diâmetro máximo de 16 mm e espaçamento mínimo de 8 cm. Logo, atendendo ao mínimo de quatro barras sobre os apoios espaçadas no máximo em 30 cm, pode-se adotar $\phi 12,5 \text{ mm } c/8 \text{ cm}$ ou $\phi 16 \text{ mm } c/14 \text{ cm}$.

Calculada a armadura passiva negativa ($A_{s,cal}$) para determinada região, a distribuição consiste em utilizar armadura mínima de acordo com a Tabela 8 ($A_{s,min}$) para as faixas 1 e 3 (Figura 38). A diferença entre a armadura calculada e a armadura mínima para as faixas 1 e 3 é distribuída na faixa do pilar (faixa 2), obedecendo à armadura mínima de 13,8 cm^2/m e à armadura máxima adotada de 25,13 cm^2/m ($\phi 16 \text{ mm } c/8 \text{ cm}$).

Se a armadura a ser distribuída na faixa do pilar (faixa 2) for maior que a máxima adotada, será utilizada a armadura máxima nessa faixa e a diferença entre a armadura calculada e armadura máxima na faixa 2 será distribuída nas faixas 1 e 3, obedecendo à armadura mínima da Tabela 8 ($A_{s,min}$).

Figura 38 – Distribuição da armadura negativa (superior)



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$A_{s2}(\text{cm}^2) \geq \begin{cases} A_{s,cal}(\text{cm}^2) - [A_{s1}(\text{cm}^2) + A_{s3}(\text{cm}^2)] \\ 0,00075hL(\text{cm}^2) \end{cases} \quad (68)$$

Onde A_{s1} e A_{s3} assumem os valores mínimos a serem adotados. Se $A_{s2}(\text{cm}^2/\text{m}) > 25,13$, os valores são dados por:

$$A_{s2}(\text{cm}^2/\text{m}) = 25,13$$

$$A_{s1}(cm^2/m) = A_{s3}(cm^2/m) \geq \begin{cases} \frac{A_{s,cal}(cm^2) - A_{s2}(cm^2)}{faixa1 + faixa3} \\ A_{s,min}(cm^2/m) \end{cases} \quad (69)$$

Para o comprimento da faixa do pilar (faixa 2), é utilizada a prescrição da NBR 7197:1989, que orientava uma taxa maior de armadura negativa distribuída em 10% do vão para cada lado do eixo do apoio (Figura 29). Essa faixa apresenta, de forma conservadora, o comprimento maior do que o mínimo exigido de 116 cm.

$$faixa\ do\ pilar = 0,1.970.2 \cong 200\ cm\ (100\ cm\ para\ cada\ lado\ do\ eixo\ do\ pilar)$$

Para armadura passiva positiva, a área de aço calculada para região, ou a área de aço mínima, é distribuída uniformemente para cada região nas duas direções, possibilitando utilizar tela soldada na parte inferior da laje.

O comprimento das barras deve ser avaliado em função dos diagramas de momento fletor e não faz diferença em relação à comparação de resultados, uma vez que a massa de aço é calculada por metro linear de barra.

Nas ilustrações do detalhamento, o comprimento das barras inferiores é considerado como a distância entre pontos extremos de apoio ($970+50=1020$ cm), o comprimento das barras superiores para o balanço como o dobro do comprimento do balanço ($2.305=610$ cm) e para as demais barras superiores o comprimento é tomado em um quarto do vão para cada lado ($970.0,25.2 \approx 500$ cm).

3.1.12 Determinação do coeficiente de fluência e análise de flechas

Para determinar o coeficiente de fluência, adotam-se os seguintes parâmetros:

- umidade ambiente = 75%;
- espessura fictícia:

$$\frac{2A_c}{u} = \frac{2(2550.22)}{2(2550 + 22)} \cong 20\ cm$$

- t_0 para carregamentos de protensão e peso próprio = 5 dias;
- t_0 para carregamentos de revestimento e alvenaria = 60 dias.

Onde t_0 é a idade em que começa a atuar o carregamento após a concretagem da laje. A protensão é efetuada aos cinco dias, desde que a resistência característica do concreto à compressão nessa idade seja 21 MPa no mínimo, mobilizando o peso próprio. Por meio da Tabela 1, determina-se:

- $\varphi = 2,80$ para protensão e peso próprio;
- $\varphi = 1,90$ para revestimento e alvenaria.

Para determinar a flecha diferida, utiliza-se a combinação de serviço quase-permanente ($\psi_2 = 0,6$ para garagens) e multiplicam-se as parcelas permanentes por $(1+\varphi)$. A força de protensão é tomada no tempo infinito, após todas as perdas.

$$\delta = 3,8(\delta_{up} + \delta_{g_1}) + 2,9(\delta_{g_2} + \delta_{g_3}) + 0,6\delta_q \quad (70)$$

Para verificação dos deslocamentos visíveis na laje de acordo com a NBR 6118:2014, as flechas diferidas (δ) são comparadas com o deslocamento limite de $L/250$. Para verificar vibrações sentidas no piso de acordo com a NBR 6118:2014, os deslocamentos, devido às cargas acidentais (δ_q), são comparados ao deslocamento limite de $L/350$. O valor de L é tomado como o vão da laje e, no caso de balanço, $L = 2L_{balanço}$.

3.2 ANÁLISE PELO MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS (MPM)

Apesar de a NBR 6118:2014 permitir o método aproximado dos pórticos múltiplos para lajes em concreto armado e o exemplo não possuir a recomendação de Araújo (2010) de três painéis de laje no mínimo, é realizada a análise por esse método para comparar com os resultados do processo de analogia de grelha.

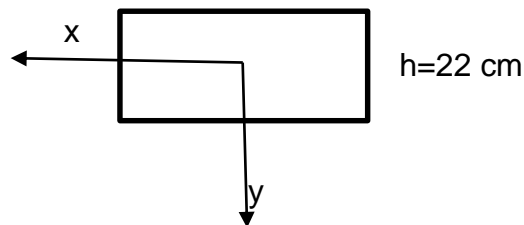
Considerando a quantidade de cordoalhas calculada para cada pórtico, a análise é realizada por metro de laje em função dos percentuais de distribuição dos momentos

fletores nas faixas externas e internas. Nesse método, respeitando a tensão de compressão mínima estabelecida, não há distinção em relação à distribuição das cordoalhas na laje, desde que a quantidade de cordoalhas calculada para o pórtico esteja detalhada dentro dos limites do pórtico em questão.

A seção por metro é apresentada, na Figura 40, com as seguintes características, com as seguintes características:

- área (A_c) = 2200 cm²;
- inércia bruta à flexão (I_c) = 88733 cm²;
- módulo de resistência à flexão inferior (W_{inf}) = 8067 cm³;
- módulo de resistência à flexão superior (W_{sup}) = -8067 cm³.

Figura 39 – Seção por metro de laje
b = 100 cm



Fonte: Elaborado pelo autor.

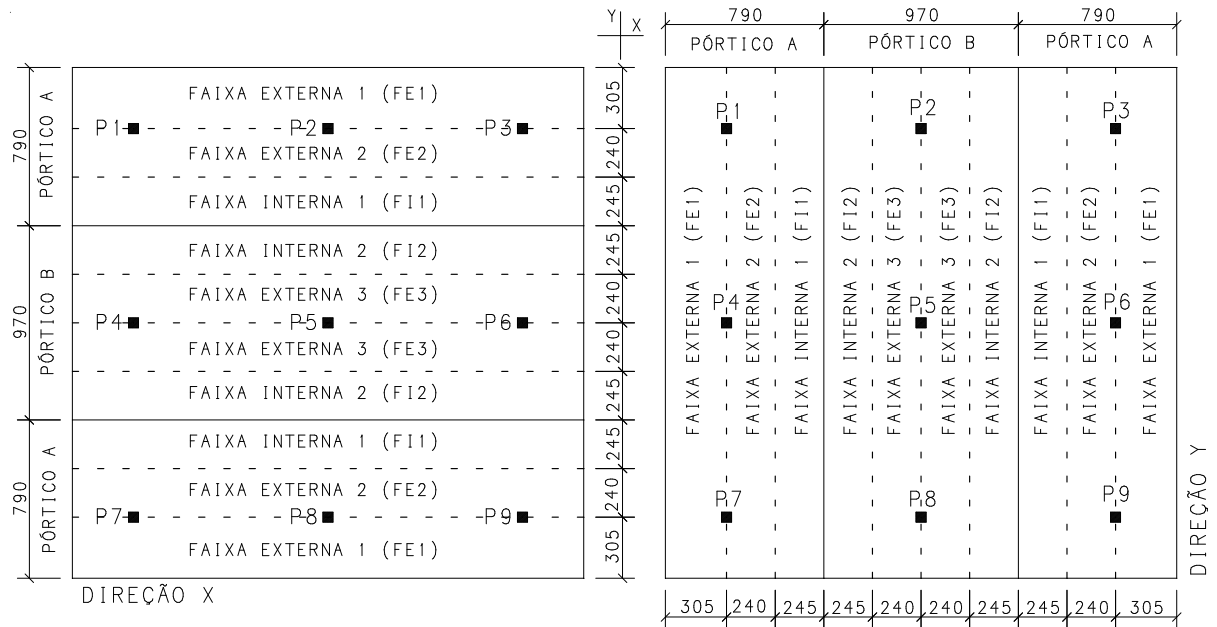
Seguindo a orientação da Figura 39, o momento fletor positivo traciona a borda inferior da laje, e o momento fletor negativo traciona a borda superior da laje. O esforço normal negativo é de compressão.

A largura da faixa externa relativa ao balanço é comprimento do balanço e, para as demais faixas, o comprimento é dado por:

$$faixa = \frac{L}{4} = \frac{970}{4} = 242,5 \text{ cm}$$

Para fins práticos de detalhamento, são adotados 240 cm para as faixas externas e 245 cm para as internas. A Figura 40 apresenta a divisão da laje em pórticos com as respectivas faixas para as duas direções.

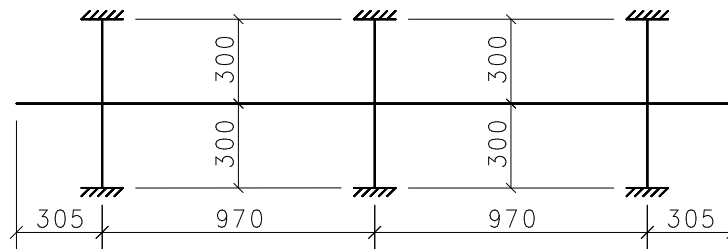
Figura 40 – Método dos pórticos múltiplos – dimensões em centímetros



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 41 ilustra a elevação dos pórticos, e as barras verticais (pilares) possuem seção de 50 cm x 50 cm, e as barras horizontais (vigas) possuem, respectivamente, seções de 790 cm x 22 cm e 970 cm x 22 cm para os pórticos A e B.

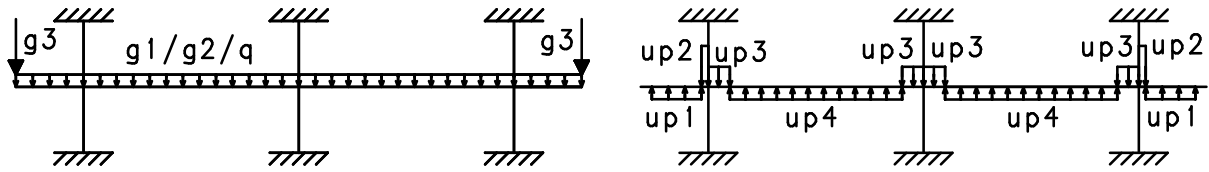
Figura 41 – Elevação dos pórticos – dimensões em centímetros



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os carregamentos equivalentes de protensão para os pórticos são obtidos multiplicando-se a carga equivalente calculada por feixe (Tabela 16) pela quantidade de feixes do pórtico. Os demais carregamentos lineares e concentrados são obtidos multiplicando-se, respectivamente, os carregamentos distribuídos e lineares da laje pela largura da viga do pórtico.

Figura 42 – Carregamentos dos pórticos



Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 17 – CARREGAMENTOS DE PESO PRÓPRIO, REVESTIMENTO, ALVENARIA E ACIDENTAL

Carregamentos	g_1 (kN/m)	g_2 (kN/m)	g_3 (kN)	q (kN/m)
Pórtico A (7,90m)	43,45	15,80	21,33	23,70
Pórtico B (9,70m)	53,35	19,40	26,19	29,10

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 18 – CARREGAMENTO EQUIVALENTE PARA O PÓRTICO A EM KN/M CONSIDERANDO FEIXES DE DUAS CORDOALHAS

Pórtico A (10 feixes)	U_{p1}	U_{p2}	U_{p3}	U_{p4}
Ato da Protensão	-70,50	545,70	173,80	-43,10
Tempo "infinito"	-60,00	464,40	147,90	-36,70

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 19 – CARREGAMENTO EQUIVALENTE PARA O PÓRTICO B EM KN/M CONSIDERANDO FEIXES DE DUAS CORDOALHAS

Pórtico B (12 feixes)	U_{p1}	U_{p2}	U_{p3}	U_{p4}
Ato da Protensão	-84,60	654,84	208,56	-51,72
Tempo "infinito"	-72,00	557,28	177,48	-44,04

Fonte: Elaborado pelo autor.

Devido à simetria do pavimento, os momentos fletores são apresentados de acordo com as linhas auxiliares (L1, L2, L3, L4, L5, L6) para um quarto de laje, conforme mostra a Figura 43. Os valores dos momentos fletores para cada pórtico constam na Tabela 20.

Figura 43 – Análise pelo método dos pórticos múltiplos para um quarto do pavimento

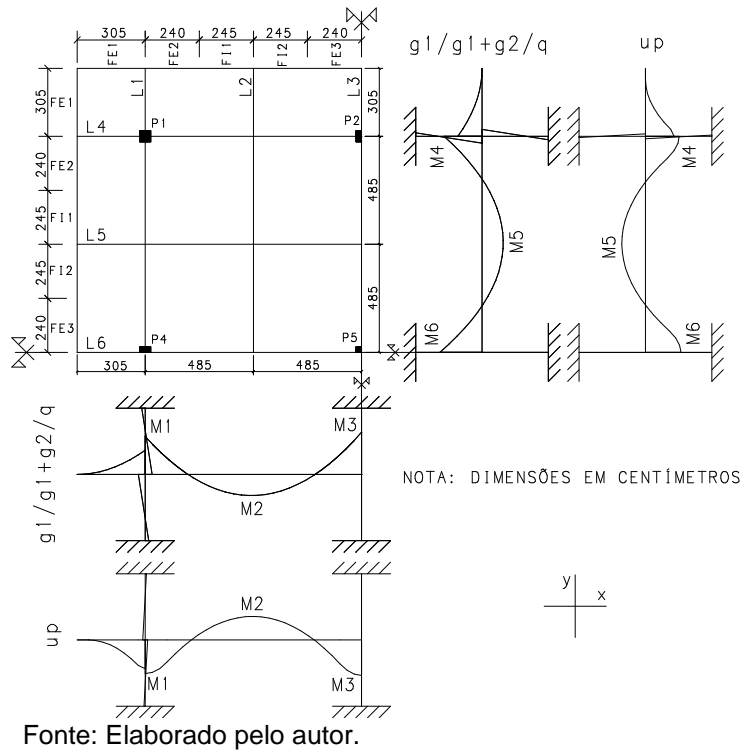


TABELA 20 – MOMENTOS FLETORES PARA O MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

MPM		M_{g1} (kNm)	$M_{(g2+g3)}$ (kNm)	M_q (kNm)	M_{up} (kNm) / $t=0$	M_{up} (kNm) / $t=\infty$	
DIR.X = DIR.Y	PORT. A	L1=L4	-317,20	-126,40	-173,00	235,40	200,40
		L2=L5	176,40	61,30	96,20	-164,00	-139,70
		L3=L6	-352,30	-122,6	-192,2	246,4	209,80
	PORT. B	L1=L4	-384,20	-155,8	-209,6	280,8	239,20
		L2=L5	218,00	75,2	118,9	-197,2	-168,00
		L3=L6	-435,20	-150,3	-237,4	296,4	252,50

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para obter o momento fletor por metro, multiplica-se o valor da Tabela 20 pelo correspondente fator de distribuição da faixa e divide-se pelo comprimento da faixa em questão.

3.2.1 Nível de protensão

O esforço normal por metro, após todas as perdas, necessário para verificação de tensões, é dado por:

- Para o pórtico A:

$$N = -\frac{20.120}{7,9} = -303,80 \text{ kN/m}$$

- Para o pórtico B:

$$N = -\frac{24.120}{9,7} = -296,91 \text{ kN/m}$$

A Tabela 21 apresenta as tensões nas bordas inferiores e superiores para a combinação frequente. Os valores em destaque ($\sigma_{\text{tração}} > 3,04 \text{ MPa}$) não atendem ao estado limite de formação de fissuras, sendo necessário verificar a abertura de fissuras. Verifica-se a formação de fissuras apenas perto dos pilares nas faixas externas. Na borda referente à armadura ativa, o estado limite de descompressão ($\sigma \leq 0$) não é atendido em nenhuma faixa, não havendo regiões de protensão completa.

TABELA 21 – TENSÕES PARA COMBINAÇÃO FREQUENTE DE ACORDO COM O MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

		MPM	Faixa (cm)	Fator	N (kN/m)	M _{CF} (kNm/m)	σ_{inf} (MPa)	σ_{sup} (MPa)	
DIREÇÃO X= DIREÇÃO Y	PÓRTICO A	FE1	L1=L4	305,0	0,375	-303,80	-44,79	-6,93	4,17
			L2=L5	305,0	0,275	-303,80	14,91	0,47	-3,23
			L3=L6	305,0	0,375	-303,80	-49,14	-7,47	4,71
		FE2	L1=L4	240,0	0,375	-303,80	-56,92	-8,44	5,68
			L2=L5	240,0	0,275	-303,80	18,95	0,97	-3,73
			L3=L6	240,0	0,375	-303,80	-62,44	-9,12	6,36
		FI1	L1=L4	245,0	0,125	-303,80	-18,59	-3,69	0,92
			L2=L5	245,0	0,225	-303,80	15,18	0,50	-3,26
			L3=L6	245,0	0,125	-303,80	-20,39	-3,91	1,15
	1/2 PÓRTICO B	FI2	L1=L4	245,0	0,125	-296,91	-22,83	-4,18	1,48
			L2=L5	245,0	0,225	-296,91	19,14	1,02	-3,72
			L3=L6	245,0	0,125	-296,91	-25,47	-4,51	1,81
FE3		L1=L4	240,0	0,375	-296,91	-69,93	-10,02	7,32	
		L2=L5	240,0	0,275	-296,91	23,88	1,61	-4,31	
		L3=L6	240,0	0,375	-296,91	-78,00	-11,02	8,32	

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 22 apresenta as tensões nas bordas inferiores e superiores para a combinação quase permanente. Na borda referente à armadura ativa, o estado limite

de descompressão ($\sigma \leq 0$) não é atendido em nenhuma faixa, não havendo regiões de protensão limitada. A análise de flechas deve considerar os efeitos da fissuração, uma vez que as regiões em destaque apresentam fissuras ($\sigma_{\text{tração}} > 3,04$ MPa).

TABELA 22 – TENSÕES PARA COMBINAÇÃO QUASE PERMANENTE DE ACORDO COM O MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

MPM		Faixa (cm)	Fator	N (kN/m)	M _{CQP} (kNm/m)	σ_{inf} (MPa)	σ_{sup} (MPa)		
DIREÇÃO X= DIREÇÃO Y	PÓRTICO A	FE1	L1=L4	305,0	0,375	-303,80	-42,66	-6,67	3,91
			L2=L5	305,0	0,275	-303,80	14,04	0,36	-3,12
			L3=L6	305,0	0,375	-303,80	-46,77	-7,18	4,42
		FE2	L1=L4	240,0	0,375	-303,80	-54,22	-8,10	5,34
			L2=L5	240,0	0,275	-303,80	17,84	0,83	-3,59
			L3=L6	240,0	0,375	-303,80	-59,44	-8,75	5,99
	F11	L1=L4	245,0	0,125	-303,80	-17,70	-3,58	0,81	
		L2=L5	245,0	0,225	-303,80	14,30	0,39	-3,15	
		L3=L6	245,0	0,125	-303,80	-19,41	-3,79	1,03	
	1/2 PÓRTICO B	F12	L1=L4	245,0	0,125	-296,91	-21,76	-4,05	1,35
			L2=L5	245,0	0,225	-296,91	18,05	0,89	-3,59
			L3=L6	245,0	0,125	-296,91	-24,26	-4,36	1,66
FE3		L1=L4	240,0	0,375	-296,91	-66,65	-9,61	6,91	
		L2=L5	240,0	0,275	-296,91	22,52	1,44	-4,14	
		L3=L6	240,0	0,375	-296,91	-74,29	-10,56	7,86	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda que a NBR 6118:2014 não indique nenhuma limitação da tensão de compressão para as combinações em serviço, as tensões apresentadas na Tabela 22 atendem à tensão de compressão máxima admissível de 13,5 MPa, conforme expressão (71), para a combinação em serviço *sustained loads* de acordo com o ACI 318-11. Loureiro (2006) esclarece que a combinação mencionada é equivalente à combinação quase permanente.

$$|\sigma_{\text{compressão}}| \leq 0,45f_{ck} \quad (71)$$

3.2.2 Estado limite último no ato da protensão

$$-14,70 \text{ MPa} \leq \sigma \leq 2,74 \text{ MPa}$$

O esforço normal por metro, após as perdas imediatas, necessário para verificação de tensões, é dado por:

- Para o pórtico A:

$$N = -\frac{20.141}{7,9} = -356,96 \text{ kN/m}$$

- Para o pórtico B:

$$N = -\frac{24.141}{9,7} = -348,87 \text{ kN/m}$$

A Tabela 23 apresenta tensões nas bordas inferiores e superiores considerando o peso próprio e a protensão após as perdas imediatas. Nota-se que as tensões estão dentro dos limites estabelecidos e o valor em destaque apresenta tensão de tração.

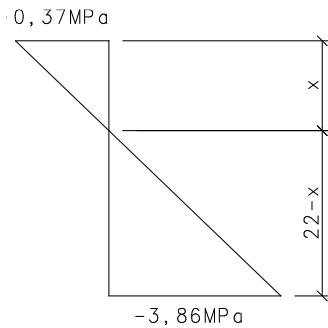
TABELA 23 – ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO ATO DA PROTENSÃO PARA O MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

MPM		Faixa (cm)	Fator	M _{g1} (kNm/m)	γ _f	M _{up} (kNm/m)	N (kN/m)	σ _{inf} (MPa)	σ _{sup} (MPa)		
DIREÇÃO X= DIREÇÃO Y	PÓRTICO A	FE1	L1=L4	305,0	0,375	-39,00	1,0	28,94	-356,96	-2,67	-0,90
			L2=L5	305,0	0,275	15,90	1,0	-14,79	-356,96	-1,83	-1,74
			L3=L6	305,0	0,375	-43,32	1,0	30,30	-356,96	-3,02	-0,55
		FE2	L1=L4	240,0	0,375	-49,56	1,0	36,78	-356,96	-2,91	-0,66
			L2=L5	240,0	0,275	20,21	1,0	-18,79	-356,96	-1,84	-1,73
			L3=L6	240,0	0,375	-55,05	1,0	38,50	-356,96	-3,36	-0,21
	1/2 PÓRTICO B	FI1	L1=L4	245,0	0,125	-16,18	1,0	12,01	-356,96	-2,15	-1,42
			L2=L5	245,0	0,225	16,20	1,0	-15,06	-356,96	-1,83	-1,74
			L3=L6	245,0	0,125	-17,97	1,0	12,57	-356,96	-2,30	-1,27
		FI2	L1=L4	245,0	0,125	-19,60	1,0	14,33	-348,87	-2,22	-1,27
			L2=L5	245,0	0,225	20,02	1,0	-18,11	-348,87	-1,73	-1,76
			L3=L6	245,0	0,125	-22,20	1,0	15,12	-348,87	-2,43	-1,05
FE3	L1=L4	240,0	0,375	-60,03	1,0	43,88	-348,87	-3,20	-0,29		
	L2=L5	240,0	0,275	24,98	1,0	-22,60	-348,87	-1,73	-1,76		
	L3=L6	240,0	0,375	-68,00	1,0	46,31	-348,87	-3,86	0,37		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a tensão de tração, calcula-se a área de aço necessária, admitindo que a força na armadura equivale à resultante das tensões de tração no concreto no estágio I. Nessa fase, admite-se tensão de 250 MPa para o aço CA-50.

Figura 44 – Tensões no estágio I



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$\frac{0,037}{x} = \frac{0,386}{22 - x} \therefore x = 1,93 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{(1,93 \cdot 0,037 \cdot 100)/2}{25} \therefore A_s = 0,15 \text{ cm}^2/\text{m}$$

3.2.3 Estado limite último no tempo “infinito”

O momento solicitante de cálculo (M_{sd}) para combinação última normal é dado por:

$$M_{sd} = \gamma_f(M_{g1} + M_{g2} + M_{g3} + M_q) + \gamma_{hiper}M_{hiper} \quad (72)$$

Onde:

$$M_{hiper} = M_{up} - M_{isost} \quad (73)$$

O momento isostático, por metro, após todas as perdas, é dado por:

- Para o pórtico A:

$$M_{isost} = \frac{20 \cdot 120 \cdot (\pm 0,072)}{7,9} = \pm 21,87 \text{ kNm/m}$$

- Para o pórtico B:

$$M_{isost} = \frac{24.120. (\pm 0,072)}{9,7} = \pm 21,38 \text{ kNm/m}$$

A Tabela 24 apresenta o momento solicitante de cálculo (M_{sd}) e a área de aço calculada ($A_{s,cal}$) por metro. O cálculo da área de aço está no apêndice deste trabalho. Verifica-se que, no trecho em que foi necessária armadura passiva no ato da protensão, a armadura passiva para o ELU no tempo “infinito” é superior.

Na Tabela 25, é realizada a distribuição da armadura passiva, de acordo com o item 3.1.11. A área de aço utilizada sobre os apoios situados entre a FE1 e FE2 é dada pelo maior valor obtido entre as respectivas faixas.

A armadura mínima sobre os apoios é dada de acordo com o item 3.1.11. Para as demais regiões, na Tabela 25, a área de aço calculada é comparada com a área de aço mínima dada por:

$$\rho_s \geq \begin{cases} \rho_{min} - 0,5\rho_p \text{ (armaduras positivas e negativas)} \\ 0,67\rho_{min} \text{ (armaduras negativas)} \\ 0,5\rho_{min} \text{ (armaduras positivas)} \end{cases} \quad (74)$$

De acordo com a Tabela 9, para $f_{ck}=30$ MPa, $\rho_{min}=0,15\%$.

- Para o pórtico A:

$$\rho_s \geq \begin{cases} 0,0015 - 0,5 \cdot \frac{20.0,987}{790.22} \cong 0,1\% \text{ (armaduras positivas e negativas)} \\ 0,67 \cdot 0,0015 = 0,1005\% \text{ (armaduras negativas)} \\ 0,5 \cdot 0,0015 = 0,075\% \text{ (armaduras positivas)} \end{cases}$$

- Para o pórtico B:

$$\rho_s \geq \begin{cases} 0,0015 - 0,5 \cdot \frac{24.0,987}{970.22} \cong 0,1\% \text{ (armaduras positivas e negativas)} \\ 0,67 \cdot 0,0015 = 0,1005\% \text{ (armaduras negativas)} \\ 0,5 \cdot 0,0015 = 0,075\% \text{ (armaduras positivas)} \end{cases}$$

Logo, utilizando-se $\rho_s = 0,1005\%$, determina-se a área de aço mínima por metro:

$$\rho_s = \frac{A_{s,min}}{bh} \Rightarrow A_{s,min} = \frac{0,1005 \cdot 100 \cdot 22}{100} = 2,21 \text{ cm}^2/\text{m}$$

No caso de armadura negativa com barras de diâmetro mínimo igual a 10 mm, é utilizado o espaçamento máximo de 30 cm, equivalente à área mínima de 2,61 cm²/m. A Figura 45 apresenta o detalhamento das armaduras negativas (superiores), de acordo com a Tabela 25, para a região dos pilares P1, P2, P4 e P5.

Para armadura positiva (inferior), é possível utilizar barras de $\phi 6,3 \text{ mm } c/14 \text{ cm}$ ou tela soldada com $\phi 5,0 \text{ mm } c/10 \text{ cm}$ (CA-60), que corresponde a 1,96 cm²/m. A área de aço da tela, por metro, equivalente à área de aço CA-50 é dada por:

$$A_s = \frac{1,96 \cdot 60}{50} = 2,35 \text{ cm}^2/\text{m} > 2,21 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (ok!)}$$

TABELA 24 – MOMENTO SOLICITANTE DE CÁLCULO E ÁREA DE AÇO CALCULADA

MPM		Faixa (cm)	Fator	$M_{(g1+g2+g3+q)}$ (kNm/m)	γ_i	M_{up} (kNm/m)	M_{isost} (kNm/m)	M_{hiper} (kNm/m)	γ_{hiper}	M_{sd} (kNm/m)	$A_{s,cal}$ (cm ² /m)		
DIREÇÃO X= DIREÇÃO Y	PÓRTICO A	FE1	L1=L4	305,0	0,375	-75,81	1,4	24,6	21,87	2,77	0,9	-103,64	6,87
			L2=L5	305,0	0,275	30,11	1,4	-12,6	-21,87	9,27	1,2	53,28	0,00
			L3=L6	305,0	0,375	-82,02	1,4	25,8	21,87	3,93	0,9	-111,30	7,99
		FE2	L1=L4	240,0	0,375	-96,34	1,4	31,3	21,87	9,44	0,9	-126,38	10,25
			L2=L5	240,0	0,275	38,26	1,4	-16,0	-21,87	5,86	1,2	60,60	0,88
			L3=L6	240,0	0,375	-104,23	1,4	32,8	21,87	10,91	0,9	-136,11	11,76
	1/2 PÓRTICO B	FI1	L1=L4	245,0	0,125	-31,46	1,4	10,2	21,87	-11,65	1,2	-58,02	0,55
			L2=L5	245,0	0,225	30,66	1,4	-12,8	-21,87	9,04	1,2	53,78	0,00
			L3=L6	245,0	0,125	-34,04	1,4	10,7	21,87	-11,17	1,2	-61,05	0,95
		FI2	L1=L4	245,0	0,125	-38,24	1,4	12,2	21,38	-9,18	1,2	-64,55	1,56
			L2=L5	245,0	0,225	37,85	1,4	-15,4	-21,38	5,95	1,2	60,13	0,97
			L3=L6	245,0	0,125	-41,98	1,4	12,9	21,38	-8,50	1,2	-68,98	2,14
FE3	L1=L4	240,0	0,375	-117,13	1,4	37,4	21,38	16,00	0,9	-149,58	14,05		
	L2=L5	240,0	0,275	47,22	1,4	-19,3	-21,38	2,13	1,2	68,66	2,08		
	L3=L6	240,0	0,375	-128,58	1,4	39,5	21,38	18,07	0,9	-163,74	16,39		

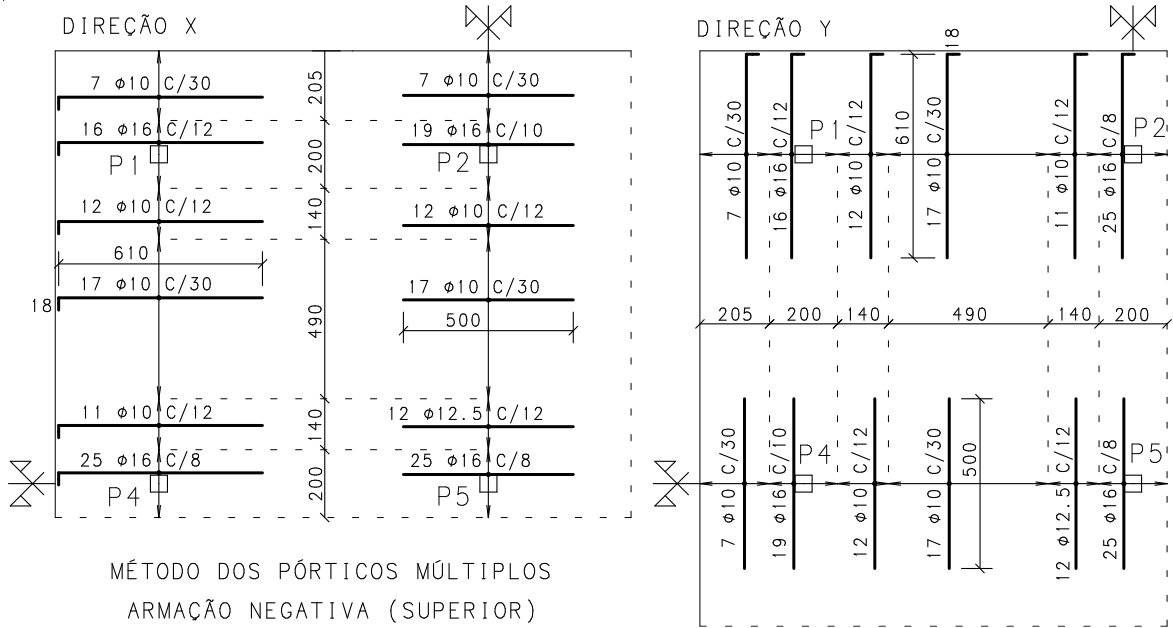
Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 25 – DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA PASSIVA E MASSA POR METRO LINEAR DE BARRA DE AÇO

MPM		Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Massa (kg/m)		
DIREÇÃO X= DIREÇÃO Y	PÓRTICO A	FE1	L1=L4	205,0	2,61	10,0	30	7	100,0	15,61	16,0	12	8	16,94
			L2=L5	305,0	2,21	6,3	14	22	-					5,38
			L3=L6	205,0	2,61	10,0	30	7	100,0	19,02	16,0	10	10	20,10
		FE2	L1=L4	140,0	6,42	10,0	12	12	100,0	15,62	16,0	12	8	20,03
			L2=L5	240,0	2,21	6,3	14	18	-					4,40
			L3=L6	140,0	6,55	10,0	12	12	100,0	19,04	16,0	10	10	23,18
	FI1	L1=L4	245,0	2,61	10,0	30	9	-					5,55	
		L2=L5	245,0	2,21	6,3	14	18						4,40	
		L3=L6	245,0	2,61	10,0	30	9						5,55	
	FI2	L1=L4	245,0	2,61	10,0	30	9	-					5,55	
		L2=L5	245,0	2,21	6,3	14	18						4,40	
		L3=L6	245,0	2,61	10,0	30	9						5,55	
1/2 PÓRTICO B	FE3	L1=L4	140,0	6,13	10,0	12	11	100,0	25,13	16,0	8	13	27,30	
		L2=L5	240,0	2,21	6,3	14	18	-					4,40	
		L3=L6	140,0	10,15	12,5	12	12	100,0	25,13	16,0	8	13	32,08	
MASSA PARA 1/4 DE LAJE EM UMA DIREÇÃO (kg/metro linear de barra de aço)												184,82		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 45 – Detalhamento da armação negativa para o método dos pórticos múltiplos



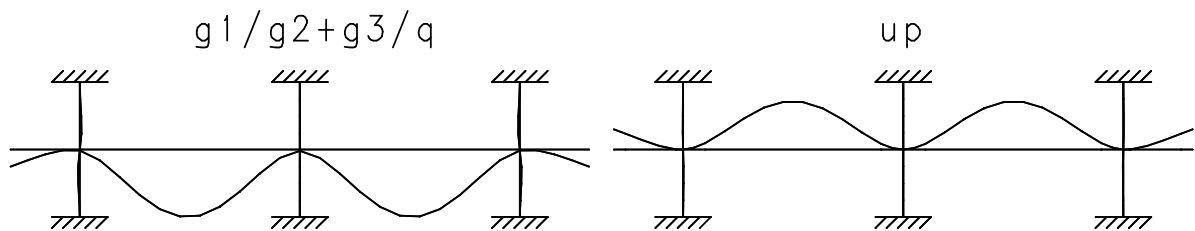
Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2.4 Estado limite de deformação de acordo com aceitabilidade sensorial

Nesse método de análise segundo os pórticos múltiplos, considera-se comportamento elástico e linear, admitindo-se $(EI)_{eq} = E_{cs} I_c$. A análise com a consideração de fissuras e armadura passiva é realizada posteriormente por meio da analogia de grelha (item 3.3.7).

Os deslocamentos máximos em relação aos carregamentos para o vão e o balanço, de acordo com a Figura 46, são apresentados na Tabela 26 e considerados positivos no sentido gravitacional.

Figura 46 – Deformadas do pórtico para os carregamentos aplicados



Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 26 – DESLOCAMENTOS, EM CENTÍMETROS, PARA OS PÓRTICOS EM UMA DIREÇÃO

Deslocamentos (cm)		g_1	g_2+g_3	q	$u_p (t=\infty)$
Pórtico A	Balanço	0,164	0,210	0,089	-0,183
	Vão	0,575	0,192	0,314	-0,424
Pórtico B	Balanço	0,148	0,213	0,081	-0,174
	Vão	0,584	0,192	0,319	-0,416

Fonte: Elaborado pelo autor.

A flecha total é obtida pela soma das flechas nas duas direções.

3.2.4.1 Deslocamentos visíveis na laje

A flecha diferida é dada

- no balanço, considerando a análise do pórtico A:

$$\delta = 3,8. [2. (0,164 - 0,183)] + 2,9. (2.0,21) + 0,6. (2.0,089) \cong 1,2cm$$

- no balanço, considerando a análise do pórtico B:

$$\delta = 3,8. [2. (0,148 - 0,174)] + 2,9. (2.0,213) + 0,6. (2.0,081) \cong 1,2cm$$

- no vão, considerando a análise do pórtico A:

$$\delta = 3,8. [2. (0,575 - 0,424)] + 2,9. (2.0,192) + 0,6. (2.0,314) \cong 2,7cm$$

- no vão, considerando a análise do pórtico B:

$$\delta = 3,8. [2. (0,584 - 0,416)] + 2,9. (2.0,192) + 0,6. (2.0,319) \cong 2,8cm$$

Os limites para os maiores deslocamentos do balanço e do vão são, respectivamente, dados por:

$$1,2cm \leq \frac{2.305cm}{250} = 2,4cm \Rightarrow ok!$$

$$2,8cm \leq \frac{970cm}{250} = 3,8cm \Rightarrow ok!$$

3.2.4.2 Vibrações sentidas no piso

Considerando o carregamento acidental, os deslocamentos máximos são dados

- no balanço: $2.0,089 \cong 0,2cm$

$$0,2 cm \leq \frac{2.305cm}{350} = 1,7cm \Rightarrow ok!$$

- no vão: $2.0,319 \cong 0,7cm$

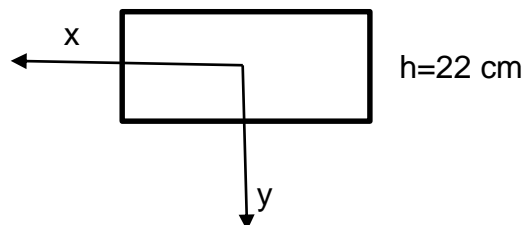
$$0,7cm \leq \frac{970cm}{350} = 2,7cm \Rightarrow ok!$$

3.3 ANÁLISE PELO MÉTODO DA ANALOGIA DE GRELHA (MAG)

A seção das barras da grelha espaçadas em 50 cm apresentada na Figura 47 e as características das barras são dadas por:

- área (A_c) = 1100 cm²;
- inércia bruta à flexão (I_c) = 44367 cm⁴;
- inércia à torção = 13310 cm⁴ equivalente à 1/6 (≈15%) da inércia elástica à torção;
- módulo de resistência à flexão inferior (W_{inf}) = 4033 cm³;
- módulo de resistência à flexão superior (W_{sup}) = -4033 cm³.

Figura 47 – Seção das barras da grelha
b = 50 cm



Fonte: Elaborado pelo autor.

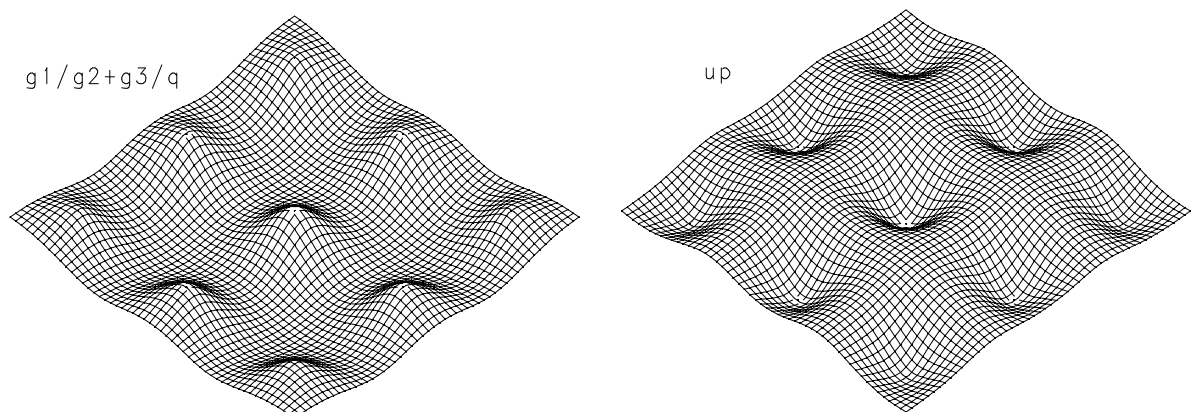
Seguindo a orientação da Figura 47, o momento positivo traciona a borda inferior da laje, e o momento negativo traciona a borda superior da laje. O esforço normal negativo é de compressão.

As forças nas ancoragens e os carregamentos equivalentes da Tabela 16 são inseridos no modelo de grelha do pavimento para cada feixe de cordoalhas da laje. A alvenaria é inserida como carga linear no perímetro do pavimento e os demais carregamentos são considerados distribuídos em toda a área da laje.

3.3.1 Deslocamentos na laje para diferentes modos de distribuição dos feixes de cordoalhas

Neste item, analisa-se o estado limite de deformação e considera-se o comportamento elástico e linear para três diferentes modos de distribuição dos feixes de cordoalhas. Verifica-se a flecha sem considerar possíveis fissuras na laje e admite-se $(EI)_{eq}=E_{cs}I_c$. A análise considerando a fissuração e a presença de armadura passiva é feita no item 3.3.7 para o modo de distribuição escolhido no item 3.3.3. A Figura 48 ilustra a deformada da grelha para os carregamentos considerados.

Figura 48 – Deformadas da grelha, em vista isométrica, para os carregamentos aplicados



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 27 apresenta os deslocamentos para os carregamentos de peso próprio, revestimento, alvenaria e acidental, de acordo com os pontos (A, B,..., K) considerados na Figura 50 para um quarto do pavimento.

TABELA 27 – DESLOCAMENTOS EM CENTÍMETROS

Deslocamentos (cm)	Balanço			Vão		
	A=D	B=F	C=J	E=G	H	I=K
$\bar{\delta}g_1$	0,18	0,53	0,24	0,86	1,26	1,05
$\bar{\delta}(g_2+g_3)$	0,30	0,45	0,30	0,35	0,38	0,33
$\bar{\delta}q$	0,10	0,29	0,13	0,47	0,69	0,57

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com os carregamentos acidentais da Tabela 27, é possível realizar a análise de vibrações sentidas no piso, e os limites de aceitabilidade sensorial para os deslocamentos máximos, no balanço e no vão, são dados, respectivamente, por:

$$0,3cm \leq \frac{2.305cm}{350} = 1,7 cm \Rightarrow ok!$$

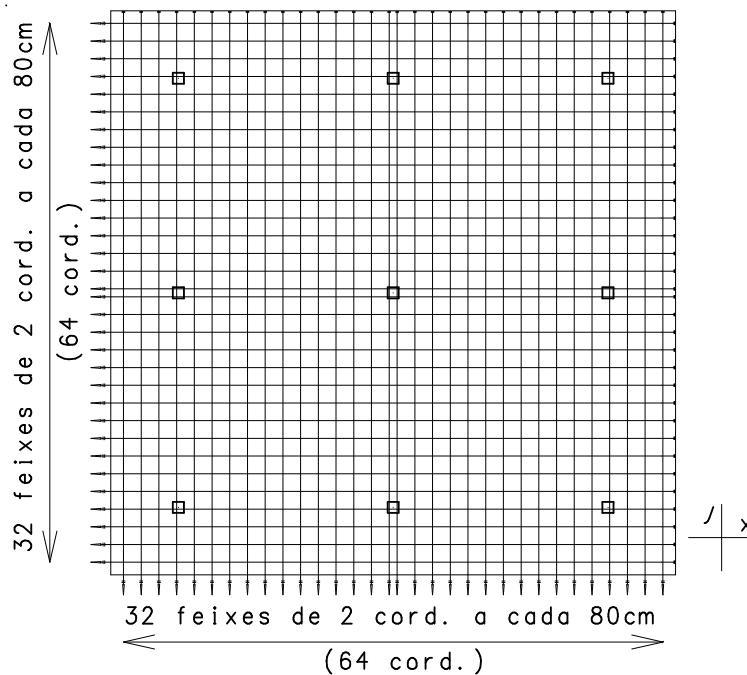
$$0,7cm \leq \frac{970cm}{350} = 2,7 cm \Rightarrow ok!$$

3.3.1.1 Distribuição uniforme para as duas direções

Neste caso, as 64 cordoalhas calculadas para cada direção são distribuídas uniformemente em 32 feixes de 2 cordoalhas, conforme mostra a Figura 49, em que cada linha representa um feixe. O espaçamento entre feixes (s_f) é dado por:

$$s_f = \frac{2550}{32} \Rightarrow s_f = 80 cm$$

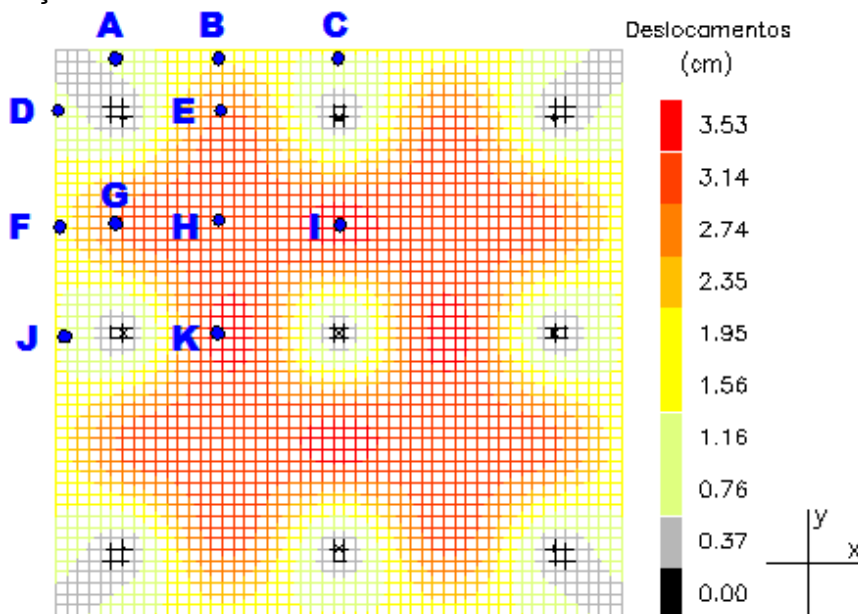
Figura 49 – Distribuição uniforme para as duas direções



Fonte: Elaborado pelo autor.

Foram considerados dois feixes no alinhamento dos pilares centrais para possibilitar simetria na distribuição. Os deslocamentos conforme a expressão (70) para comportamento elástico e linear, considerando a fluência, são apresentados na Fonte e considerados positivos no sentido gravitacional.

Figura 50 – Deslocamentos (δ) para a distribuição uniforme nas duas direções



Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 28 – DESLOCAMENTOS, EM CENTÍMETROS, DOS PONTOS ANALISADOS PARA DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

Deslocamentos (cm)	Balanço			Vão		
	A=D	B=F	C=J	E=G	H	I=K
$\delta_{u_p} (t=\infty)$	-0,13	-0,46	-0,14	-0,38	-0,87	-0,46
$\bar{\delta}$	1,1	1,8	1,3	3,1	3,0	3,5

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o critério de aceitabilidade sensorial dos deslocamentos visíveis na laje, os limites para os pontos de maiores deslocamentos do balanço e do vão são, respectivamente, dados por:

$$1,8\text{cm} \leq \frac{2.305\text{cm}}{250} = 2,4\text{cm} \Rightarrow \text{ok!}$$

$$3,5\text{cm} \leq \frac{970\text{cm}}{250} = 3,8\text{cm} \Rightarrow \text{ok!}$$

3.3.1.2 Distribuição em faixas para as duas direções

Neste caso, as 64 cordoalhas calculadas para cada direção são distribuídas em faixas utilizando 75% das cordoalhas para as faixas dos pilares e 25% das cordoalhas para as faixas centrais. Utilizando feixes de duas cordoalhas, a quantidade de feixes (n_{feixes}) é dada

- para a faixa que engloba as faixas externas 1 e 2 (Figura 43):

$$n_{feixes} = 0,75.10 \Rightarrow n_{feixes} = 7,5 \text{ (Adotam-se oito feixes)}$$

- para a faixa externa 3 (Figura 43):

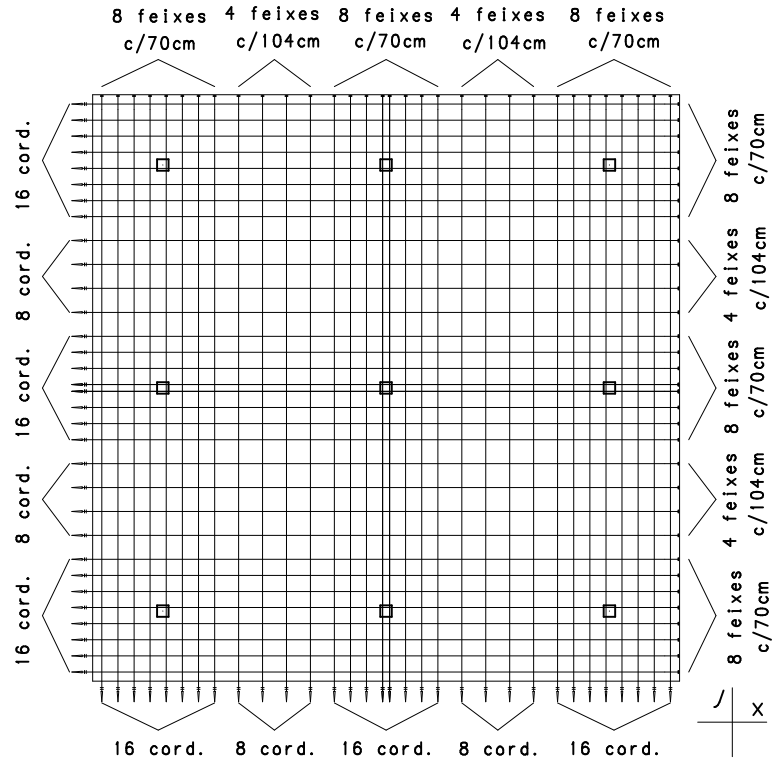
$$n_{feixes} = 0,75.6 \Rightarrow n_{feixes} = 4,5 \text{ (Adotam-se quatro feixes)}$$

- para a faixa que engloba as faixas internas 1 e 2 (Figura 43):

$$n_{feixes} = 0,25.(10 + 6) \Rightarrow n_{feixes} = 4$$

A Figura 51 apresenta os espaçamentos entre feixes em que cada linha representa um feixe de duas cordoalhas. Foram considerados dois feixes no alinhamento dos pilares centrais para possibilitar simetria na distribuição.

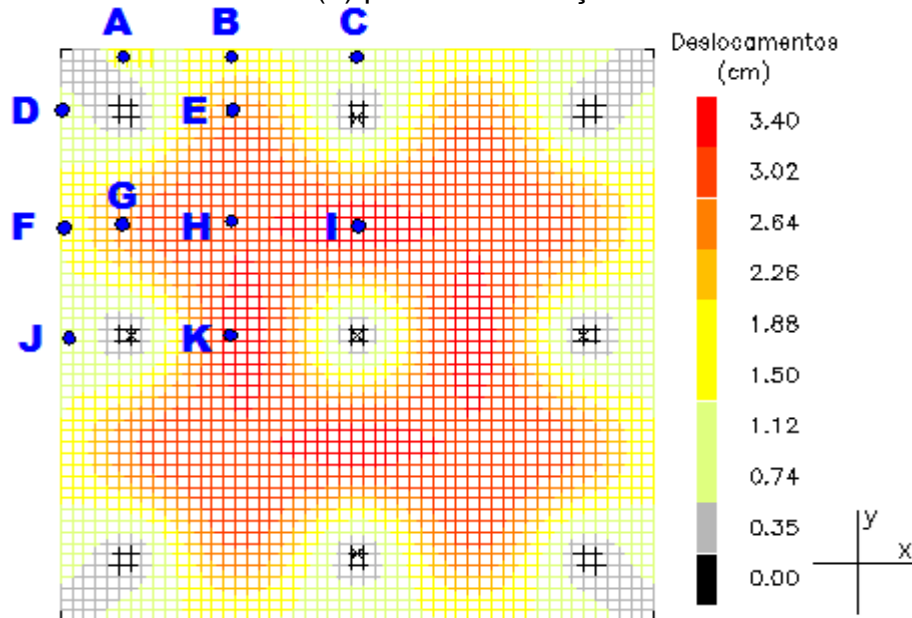
Figura 51 – Distribuição em faixas para as duas direções



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os deslocamentos conforme a expressão (70) para comportamento elástico e linear, considerando a fluência, são apresentados na Figura 52 e considerados positivos no sentido gravitacional.

Figura 52 – Deslocamentos (δ) para a distribuição em faixas nas duas direções



Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 29 – DESLOCAMENTOS, EM CENTÍMETROS, DOS PONTOS ANALISADOS PARA DISTRIBUIÇÃO EM FAIXAS

Deslocamentos (cm)	Balanço			Vão		
	A=D	B=F	C=J	E=G	H	I=K
$\delta_{u_p} (t=\infty)$	-0,14	-0,56	-0,17	-0,45	-0,81	-0,50
δ	1,1	1,4	1,2	2,8	3,2	3,4

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o critério de aceitabilidade sensorial dos deslocamentos visíveis na laje, os limites para os pontos de maiores deslocamentos do balanço e do vão são, respectivamente, dados por:

$$1,4cm \leq \frac{2.305cm}{250} = 2,4cm \Rightarrow ok!$$

$$3,4cm \leq \frac{970cm}{250} = 3,8cm \Rightarrow ok!$$

3.3.1.3 Distribuição concentrados e uniformes

Neste caso, na direção x, as 64 cordoalhas calculadas são distribuídas uniformemente em 32 feixes de duas cordoalhas, conforme mostra a Figura 53, em que cada linha representa um feixe. O espaçamento entre feixes (s_f) é dado por:

$$s_f = \frac{2550}{32} \Rightarrow s_f = 80cm$$

Na direção y, as 64 cordoalhas são concentradas em feixes sobre os pilares. A largura máxima das faixas dos feixes de cordoalhas é dada por:

$$faixa \leq 50 + 2 \cdot (3,5 \cdot 22)$$

$$faixa \leq 204cm$$

Utilizando o espaçamento de 20 cm para o feixe de duas cordoalhas, a largura das faixas é dada

- para 20 cordoalhas (10 feixes de 2 cordoalhas):

$$faixa = 9.20$$

$$faixa = 180cm \leq 204cm \Rightarrow ok!$$

- para 24 cordoalhas (12 feixes de 2 cordoalhas):

$$faixa = 11.20$$

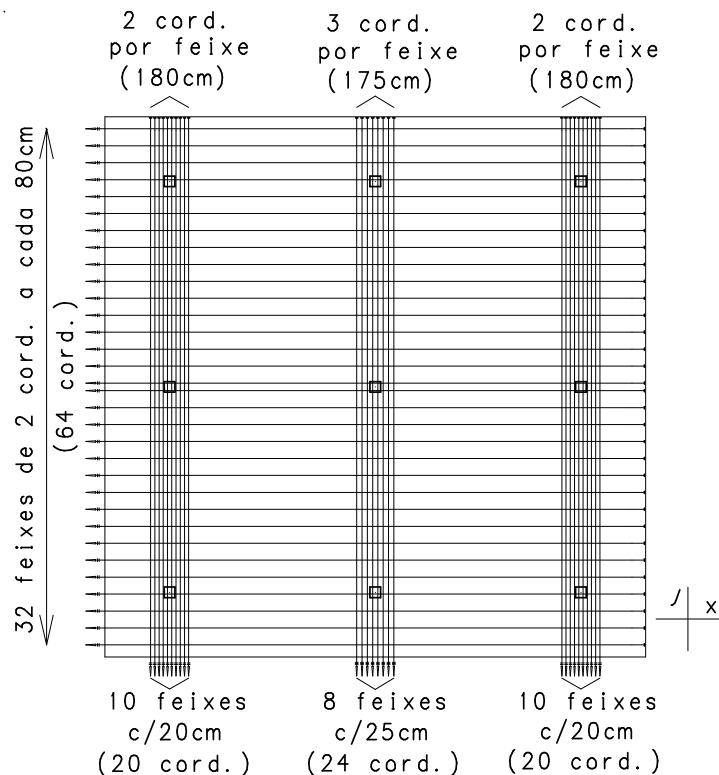
$$faixa = 220cm > 204cm \Rightarrow \text{n\~{a}o atende!}$$

Logo, utilizam-se feixes de tr\~{e}s cordoalhas para as 24 cordoalhas centrais, resultando em oito feixes. Utilizando o espa\camento de 25 cm para o feixe de tr\~{e}s cordoalhas, a largura da faixa \~{e} dada por:

$$faixa = 7.25$$

$$faixa = 175cm \leq 204cm \Rightarrow ok!$$

Figura 53 – Distribui\c{a}o concentrados e uniformes

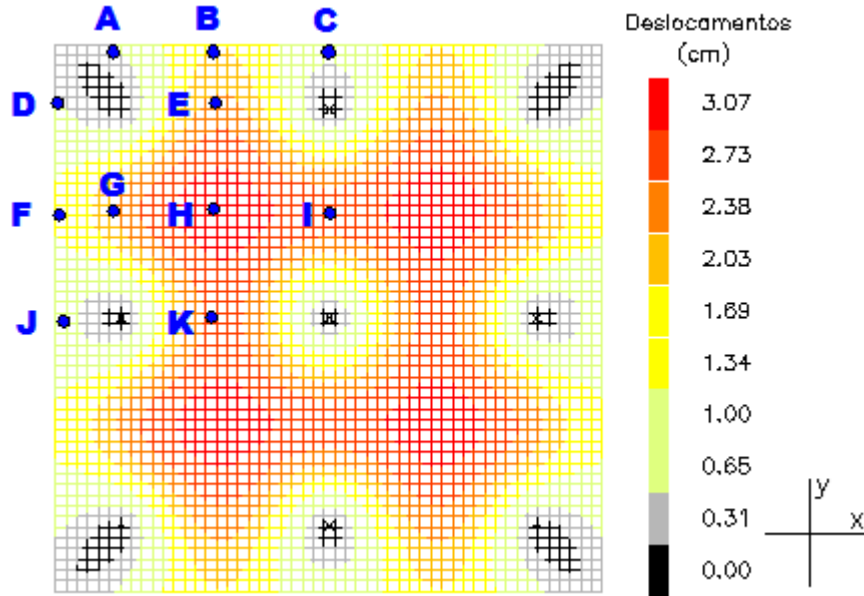


Fonte: Elaborado pelo autor.

Foram considerados dois feixes no alinhamento dos pilares centrais, na dire\c{a}o x, para possibilitar simetria na distribui\c{a}o. Os deslocamentos conforme a express\~{a}o

(70), considerando a fluência, são apresentados na Figura 54 e considerados positivos no sentido gravitacional.

Figura 54 – Deslocamentos (δ) para a distribuição concentrados e uniformes



Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 30 – DESLOCAMENTOS, EM CENTÍMETROS, DOS PONTOS ANALISADOS PARA DISTRIBUIÇÃO CONCENTRADOS E UNIFORMES

	Balanço				Vão		
	A=D	B	C=J	F	E=G	H	I=K
$\bar{\delta}_{u_p}(t=\infty)$	-0,26	-0,45	-0,30	-0,59	-0,6	-0,85	-0,73
$\bar{\delta}$	0,6	1,8	0,8	1,3	2,3	3,1	2,5

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o critério de aceitabilidade sensorial dos deslocamentos visíveis na laje, os limites para os pontos de maiores deslocamentos do balanço e do vão são, respectivamente, dados por:

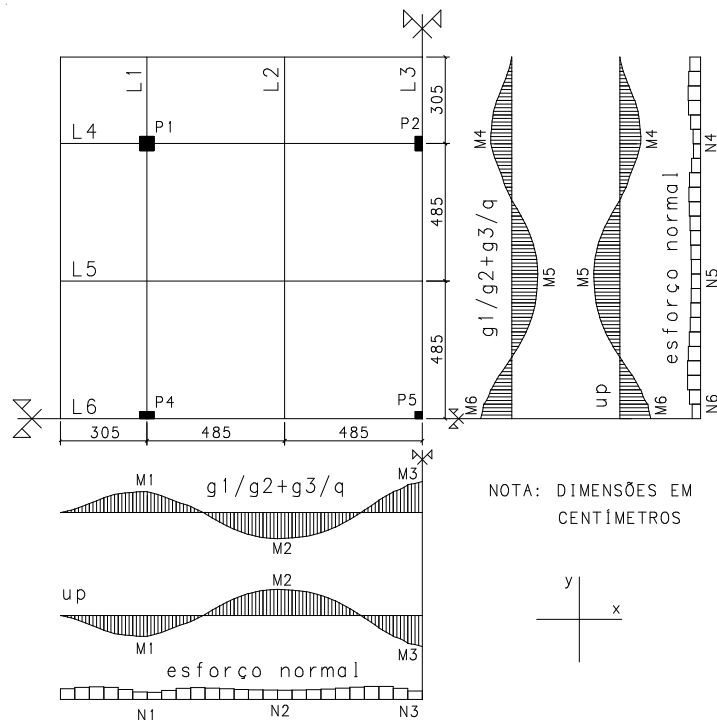
$$1,8\text{cm} \leq \frac{2.305\text{cm}}{250} = 2,4\text{cm} \Rightarrow \text{ok!}$$

$$3,1\text{cm} \leq \frac{970\text{cm}}{250} = 3,8\text{cm} \Rightarrow \text{ok!}$$

3.3.2 Área da laje para análise

Como a laje possui simetria, a verificação de tensões e o cálculo da armação são realizados para um quarto do pavimento. O esquema dos diagramas de momento fletor para as barras da grelha dos carregamentos de peso próprio, revestimento, accidental e protensão estão ilustrados na Figura 55. É apresentado também o esquema do diagrama de esforço normal proveniente da carga normal de protensão aplicada nas extremidades da laje. Analisam-se os momentos fletores e esforços normais de acordo com as linhas auxiliares (L1, L2, L3, L4, L5, L6).

Figura 55 – Diagramas das barras da grelha para um quarto do pavimento



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.3 Escolha do modo de distribuição dos feixes de cordoalhas na laje

A Tabela 31 apresenta os momentos devido aos carregamentos equivalentes de protensão. As regiões apresentadas na Tabela 31 são equivalentes às faixas externas e internas adotadas no método dos pórticos múltiplos. As regiões RA e RC representam as faixas dos apoios (faixas externas) e a região RB representa as faixas centrais (faixas internas).

TABELA 31 – DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO EQUIVALENTE

Direção		M _{up} (kNm/m)				Diferença para a Distribuição uniforme		
		Dir. X = Dir. Y		Dir. X	Dir. Y	Dir. X = Dir. Y	Dir. X	Dir. Y
Distribuição		Unif.	Em faixas	Conc. e Unif.	Conc. e Unif.	Em faixas	Conc. e Unif.	Conc. e Unif.
RA	L1/L4	26,60	30,80	35,80	37,80	+16%	+35%	+42%
	L2/L5	-20,00	-23,00	-25,00	-26,80	+15%	+25%	+34%
	L3/L6	31,00	34,80	41,80	43,80	+12%	+35%	+41%
RB	L1/L4	26,80	22,80	13,40	8,00	-15%	-50%	-70%
	L2/L5	-22,20	-18,00	-15,00	-12,60	-19%	-32%	-43%
	L3/L6	31,00	25,20	14,80	11,40	-19%	-52%	-63%
1/2 RC	L1/L4	31,80	34,20	46,60	44,00	+8%	+47%	+38%
	L2/L5	-24,60	-24,60	-31,60	-31,40	0%	+28%	+28%
	L3/L6	36,40	36,80	51,20	49,40	+1%	+41%	+36%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se que a distribuição “concentrados e uniformes”, relativamente aos outros modos de distribuição, apresenta maiores momentos fletores de protensão nas faixas externas e menores na faixa interna; portanto, mais coerente com a distribuição dos momentos fletores devido aos carregamentos de peso próprio, revestimento e acidental. A distribuição uniforme apresenta momentos fletores próximos entre as regiões, e a distribuição em faixas apresenta leve vantagem quanto à distribuição uniforme.

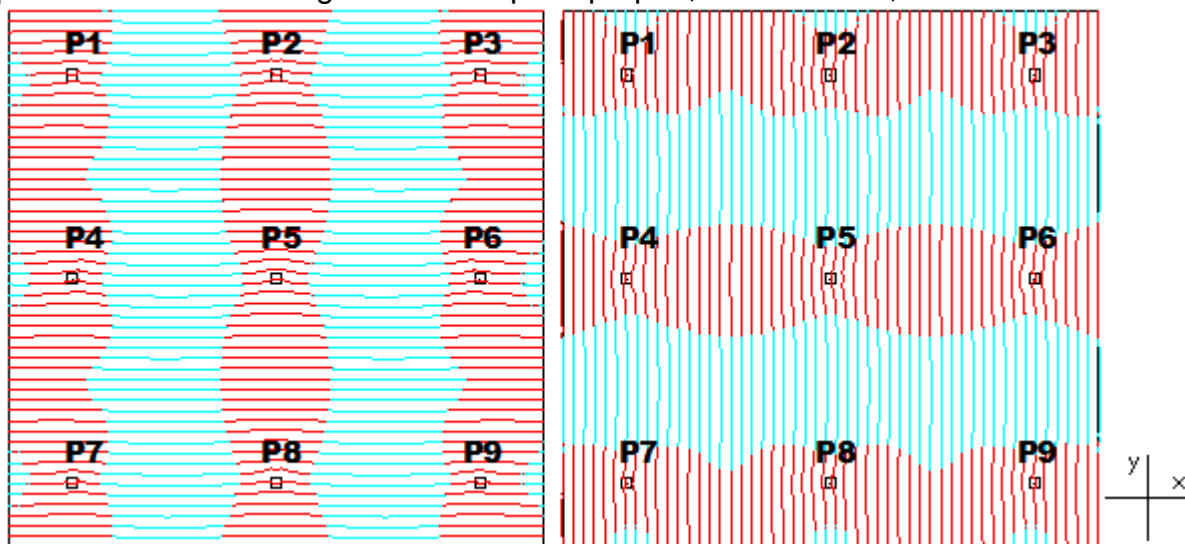
Logo, utiliza-se o modo de distribuição “concentrados e uniformes” que apresenta melhor desempenho quanto à análise de flechas e melhor distribuição dos momentos fletores de protensão. Os dimensionamentos e verificações que seguem nos próximos itens estão relacionados ao modo de distribuição escolhido.

Nota-se que, diferentemente dos outros modos de distribuição, os momentos fletores de protensão da distribuição “concentrados e uniformes” são ligeiramente diferentes entre as duas direções do pavimento.

Os diagramas de momento fletor dos carregamentos atuantes na laje são representados na Figura 56 e Figura 57. A distribuição do efeito da compressão das

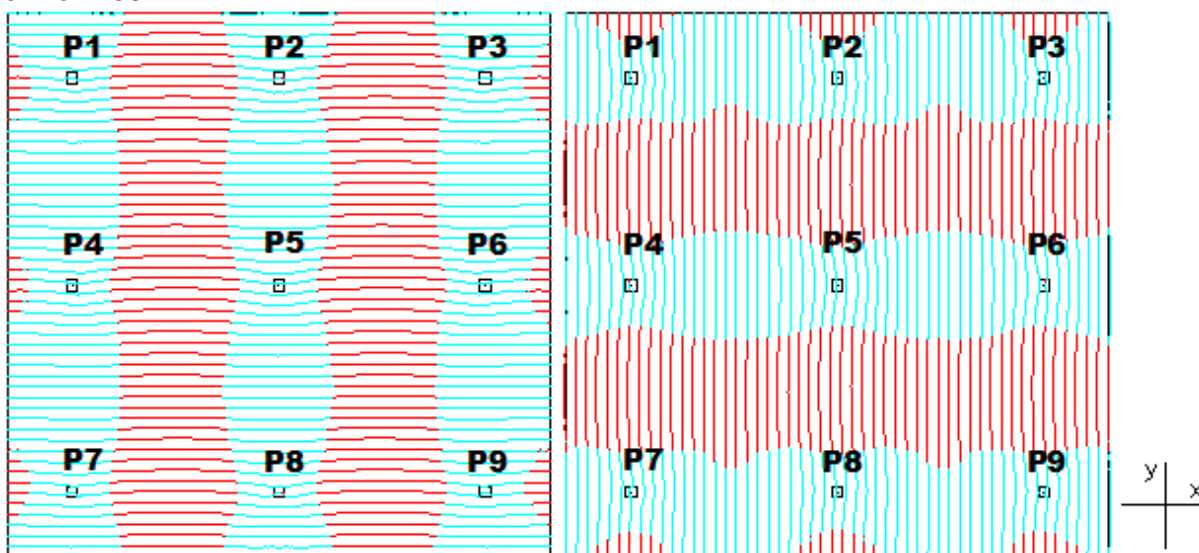
ancoragens é representada na Figura 58, em que é possível observar, na direção y, as zonas de regularização das tensões.

Figura 56 – Ilustração dos momentos positivos (em azul) e negativos (em vermelho) para a soma dos carregamentos de peso próprio, revestimento, acidental e alvenaria



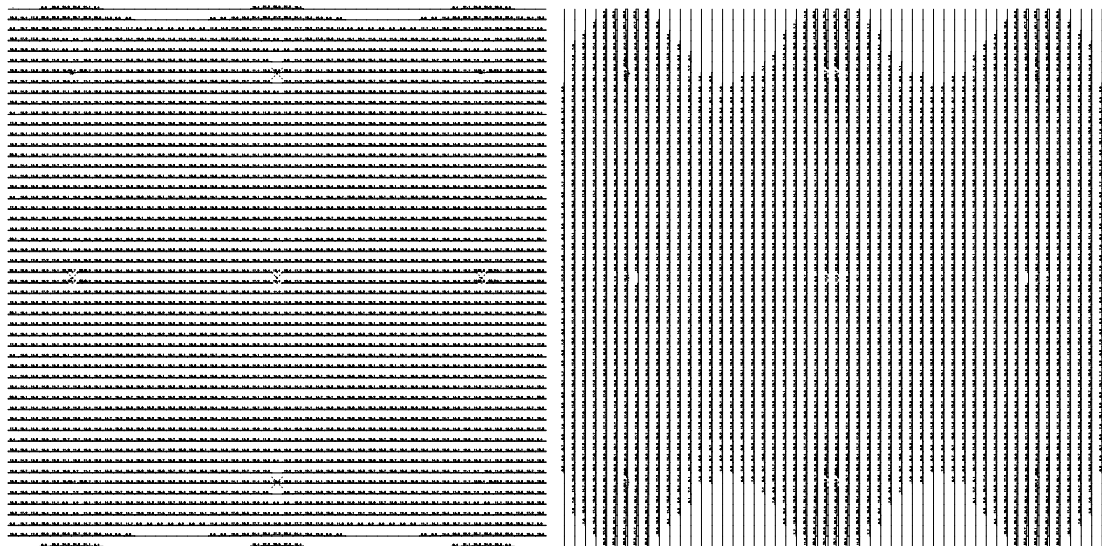
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 57 – Ilustração dos momentos positivos (em azul) e negativos (em vermelho) para o carregamento equivalente de protensão da distribuição concentrada e uniformes



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 58 – Distribuição do esforço normal de compressão das ancoragens para a distribuição concentrados e uniformes



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.4 Opção 1 – Análise de acordo com as regiões propostas por Aalami e Kelley (2001)

Essa opção considera as regiões de acordo com Aalami e Kelley (2001), onde a faixa de projeto é limitada de centro a centro de painéis de laje adjacentes. Dessa forma, no dimensionamento de armadura passiva, para as duas direções, todas as regiões da laje consideram armadura de protensão. A Figura 59 apresenta as regiões A e B, e a verificação de tensões e cálculo da armação é realizada para o trecho hachurado do pavimento.

Em cada região, são obtidos valores médios por barra ($/b$) da grelha e a área de aço calculada por barra é automaticamente dividida por 0,50 m, de forma a obter área de aço por metro.

TABELA 32 – TENSÕES PARA COMBINAÇÃO FREQUENTE (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 1)

Combinação			Comb. frequente (CF)				Comb. quase permanente (CQP)		
OPÇÃO 1			N (kN/b)	M _{CF} (kNm/b)	σ _{inf} (MPa)	σ _{sup} (MPa)	M _{CQP} (kNm/b)	σ _{inf} (MPa)	σ _{sup} (MPa)
DIREÇÃO X	RAX	L1	-134,21	-14,04	-4,70	2,26	-13,16	-4,48	2,04
		L2	-140,00	11,05	1,47	-4,01	10,37	1,30	-3,84
		L3	-128,21	-19,88	-6,09	3,76	-18,74	-5,81	3,48
	1/2 RBX	L1	-158,50	-14,45	-5,02	2,14	-13,53	-4,80	1,91
		L2	-156,50	11,17	1,35	-4,19	10,45	1,17	-4,01
		L3	-149,61	-20,27	-6,39	3,67	-19,13	-6,10	3,38
DIREÇÃO Y	RAY	L4	-164,47	-14,34	-5,05	2,06	-13,46	-4,83	1,84
		L5	-150,10	10,75	1,30	-4,03	10,07	1,13	-3,86
		L6	-150,00	-19,88	-6,29	3,57	-18,74	-6,01	3,28
	1/2 RBY	L4	-151,30	-16,35	-5,43	2,68	-15,43	-5,20	2,45
		L5	-134,33	11,77	1,70	-4,14	11,05	1,52	-3,96
		L6	-133,00	-21,47	-6,53	4,11	-20,33	-6,25	3,83

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda que a NBR 6118:2014 não indique nenhuma limitação da tensão de compressão em serviço, as tensões apresentadas na Tabela 32 atendem à tensão de compressão máxima admissível de 13,5 MPa, conforme expressão (73), para a combinação em serviço *sustained loads* de acordo com o ACI 318-11.

3.3.4.2 Estado limite último no ato da protensão

$$-14,70 \text{ MPa} \leq \sigma \leq 2,74 \text{ MPa}$$

A Tabela 33 apresenta as tensões nas bordas inferiores e superiores, considerando o peso próprio e a protensão, após as perdas imediatas. Verifica-se que as tensões estão dentro dos limites estabelecidos e não há tensões de tração.

TABELA 33 – VERIFICAÇÃO NO ATO DA PROTENSÃO (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 1)

OPÇÃO 1		M_{g1} (kNm/b)	γ_f	M_{up} (kNm/b)	N (kN/b)	σ_{inf} (MPa)	σ_{sup} (MPa)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	-16,24	1,0	16,80	-157,70	-1,02	-2,13
		L2	12,52	1,0	-12,69	-164,50	-2,00	-1,29
		L3	-20,90	1,0	19,51	-150,65	-1,37	-1,64
	1/2 RBX	L1	-16,81	1,0	17,51	-186,24	-1,26	-2,47
		L2	13,04	1,0	-13,63	-183,89	-2,32	-1,36
		L3	-20,95	1,0	19,15	-175,79	-1,73	-1,79
DIREÇÃO Y	RAY	L4	-16,24	1,0	16,45	-193,25	-1,47	-2,39
		L5	12,52	1,0	-13,04	-176,37	-2,22	-1,31
		L6	-20,90	1,0	19,51	-176,25	-1,62	-1,90
	1/2 RBY	L4	-16,81	1,0	15,28	-177,78	-1,78	-1,77
		L5	13,04	1,0	-12,93	-157,84	-1,87	-1,29
		L6	-20,95	1,0	17,74	-156,28	-1,92	-1,21

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.4.3 Estado limite último no tempo “infinito”

O momento solicitante de cálculo (M_{sd}) para combinação última normal é obtido por meio das expressões (72) e (73). O momento isostático, por barra da grelha, após todas as perdas, é dado

- para a direção x:

$$M_{isost} = \frac{2.120. (\pm 0,072). 100.0,5}{80} = \pm 10,8 \text{ kNm/b}$$

- para a região A na direção y (RAY):

$$M_{isost} = \frac{20.120. (\pm 0,072). 0,5}{7,9} \cong \pm 11,0 \text{ kNm/b}$$

- para a região B na direção y (RBY):

$$M_{isost} = \frac{24.120. (\pm 0,072). 0,5}{9,7} \cong \pm 10,7 \text{ kNm/b}$$

A Tabela 34 apresenta o momento solicitante de cálculo (M_{sd}) e a área de aço calculada ($A_{s,cal}$) por metro. O cálculo da área de aço está no apêndice deste trabalho. Na Tabela 35 e Tabela 36, é realizada a distribuição da armadura passiva, de acordo com o item 3.1.11.

A armadura mínima sobre os apoios é dada no item 3.1.11. Para as demais regiões, na Tabela 35 e Tabela 36, a área de aço calculada é comparada à de aço mínima que apresenta os mesmos valores que aqueles calculados e adotados para o método dos pórticos múltiplos.

A Figura 60 apresenta o detalhamento das armaduras negativas (superiores), de acordo com a Tabela 35 e Tabela 36, para a região dos pilares P1, P2, P4 e P5. Para armadura positiva (inferior), é possível utilizar barras de $\phi 6,3mm$ c/14cm ou tela soldada com $\phi 5,0mm$ c/10cm (CA-60) que corresponde a $1,96\text{ cm}^2/m$.

TABELA 34 – MOMENTO SOLICITANTE DE CÁLCULO E ÁREA DE AÇO CALCULADA (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 1)

OPÇÃO 1		$M_{(g1+g2+g3+q)}$ (kNm/b)	γ_f	M_{up} (kNm/b)	M_{isost} (kNm/b)	M_{hiper} (kNm/b)	γ_{hiper}	M_{sd} (kNm/b)	$A_{s,cal}$ (cm^2/m)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	-31,00	1,4	14,30	10,8	3,49	0,9	-40,26	3,67
		L2	23,90	1,4	-10,80	-10,8	0,01	1,2	33,47	1,80
		L3	-39,90	1,4	16,60	10,8	5,79	0,9	-50,65	6,63
	1/2 RBX	L1	-32,10	1,4	14,90	10,8	4,09	0,9	-41,26	3,94
		L2	24,90	1,4	-11,60	-10,8	-0,79	0,9	34,15	1,98
		L3	-40,00	1,4	16,30	10,8	5,49	0,9	-51,06	6,75
DIREÇÃO Y	RAY	L4	-31,00	1,4	14,00	11,0	3,05	0,9	-40,66	3,67
		L5	23,90	1,4	-11,10	-11,0	-0,15	0,9	33,33	1,67
		L6	-39,90	1,4	16,60	11,0	5,65	0,9	-50,78	6,57
	1/2 RBY	L4	-32,10	1,4	13,00	10,7	2,32	0,9	-42,85	4,43
		L5	24,90	1,4	-11,00	-10,7	-0,32	0,9	34,57	2,14
		L6	-40,00	1,4	15,10	10,7	4,42	0,9	-52,02	7,08

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 35 – DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA PASSIVA E MASSA POR METRO LINEAR DE BARRA DE AÇO NA DIREÇÃO X (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 1)

OPÇÃO 1		Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Massa (kg/m)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	590	2,61	10,0	30	20	200	13,80	12,5	8	23	34,49
		L2	790	2,21	6,3	14	57	-					13,95
		L3	590	2,61	10,0	30	20	200	18,49	16	11	19	42,32
	1/2 RBX	L1	385	2,61	10,0	30	13	100	13,80	12,5	8	12	19,58
		L2	485	2,21	6,3	14	35	-					8,56
		L3	385	2,61	10,0	30	13	100	22,69	16	8	12	26,96
MASSA PARA 1/4 DE LAJE NA DIREÇÃO "X" (kg/metro linear de barra de aço)												145,85	

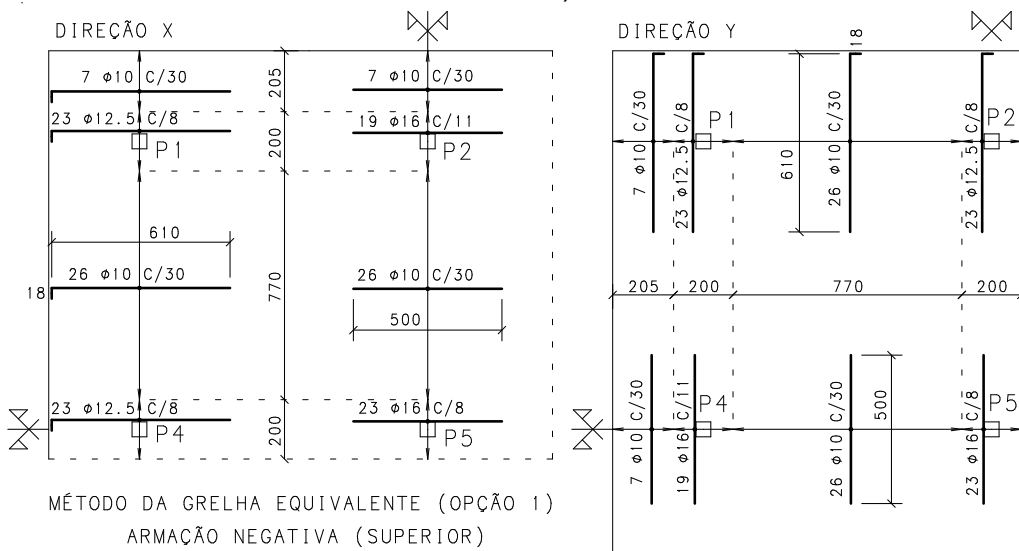
Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 36 – DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA PASSIVA E MASSA POR METRO LINEAR DE BARRA DE AÇO NA DIREÇÃO Y (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 1)

OPÇÃO 1		Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Massa (kg/m)	
DIREÇÃO Y	RAY	L4	590	2,61	10,0	30	20	200	13,80	12,5	8	23	34,49
		L5	790	2,21	6,3	14	57	-					13,95
		L6	590	2,61	10,0	30	20	200	18,25	16	11	19	42,32
	1/2 RBY	L4	385	2,61	10,0	30	13	100	13,80	12,5	8	12	19,58
		L5	485	2,21	6,3	14	35	-					8,56
		L6	385	2,61	10,0	30	13	100	24,29	16	8	12	26,96
MASSA PARA 1/4 DE LAJE NA DIREÇÃO "Y" (kg/metro linear de barra de aço)												145,85	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 60 – Detalhamento da armação negativa (grelha equivalente – opção 1)



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 37 e a Tabela 38, assim como a Figura 61 e a Figura 62, apresentam a distribuição da armação mais próxima das orientações de Aalami (2000). É importante enfatizar que o pavimento analisado, no entanto, não atende à tensão de tração em serviço máxima de $0,5\sqrt{f_{ck}}$ MPa (2,73 MPa), de acordo com prescrição do ACI 318-11 para lajes protendidas armadas em duas direções.

De acordo a recomendação de Aalami (2000), a armadura positiva (inferior) na direção y, dos cabos concentrados, é posicionada nas faixas das cordoalhas (180 cm) e na direção x, dos cabos distribuídos, é distribuída uniformemente, não sendo utilizada tela soldada.

O autor orienta a concentração de toda a armadura superior sobre os pilares na faixa compreendida pela dimensão dos apoios acrescida de 1,5h para cada lado. Para ilustrar essa distribuição, faz-se, por exemplo, a distribuição da armadura negativa referente ao trecho da linha L6 para a região RBY, ou seja, para o pilar P5.

$$A_s = \frac{7,08.9,7}{50 + 2.(1,5.22)} = 59,20 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Essa armadura resultaria, no caso de CA-50, em barras de 25 mm espaçadas a cada 8 cm, provocando congestionamento de armação.

Dessa forma, para evitar congestionamento de armadura superior na região dos apoios, utiliza-se a faixa de distribuição maior do que a proposta pelo autor. Adota-se a prescrição da NBR 7197:1989, que previa taxas geométricas de armadura maiores para faixas equivalentes a 20% do vão da laje para cada lado do eixo do pilar (Figura 29).

$$\text{faixa total} = 2.0,2.970 \cong 400 \text{ cm (200 cm para cada lado do eixo do pilar)}$$

A distribuição da armadura superior nessa faixa de 4m segue o mesmo procedimento do item 3.1.11; porém, para possibilitar maior taxa de armadura sobre o pilar, admite-se que a faixa do pilar (faixa 2 na Figura 38) seja compreendida pela dimensão dos apoios acrescida de 1,5h para cada lado:

$$faixa = 50 + 2 \cdot (1,5 \cdot 22) \cong 120 \text{ cm (60 cm para cada lado do eixo do pilar)}$$

Desse modo, as faixas 1 e 3 (Figura 38) assumem, cada uma, o comprimento de 140 cm.

TABELA 37 – DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA PASSIVA E MASSA POR METRO LINEAR DE BARRA DE AÇO NA DIREÇÃO X (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 1/DISTRIBUIÇÃO AALAMI ADAPTADO)

Dist.Aalami		Faixa (cm)	A_s (cm ² /m)	ϕ (mm)	s (cm)	n	Faixa (cm)	A_s (cm ² /m)	ϕ (mm)	s (cm)	n	Massa (kg/m)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	280	2,61	10,0	30	10	120	18,04	16,0	11	11	23,53
		L2	790	2,21	6,3	14	57	-					13,95
		L3	280	7,94	12,5	15	18	120	25,13	16,0	8	15	41,02
	1/2 RBX	L1	140	2,88	10,0	27	6	60	25,13	16,0	8	8	16,33
		L2	485	2,21	6,3	14	35	-					8,56
		L3	140	12,61	12,5	9	15	60	25,13	16,0	8	8	27,08
MASSA PARA 1/4 DE LAJE NA DIREÇÃO "X" (kg/metro linear de barra de aço)												130,46	

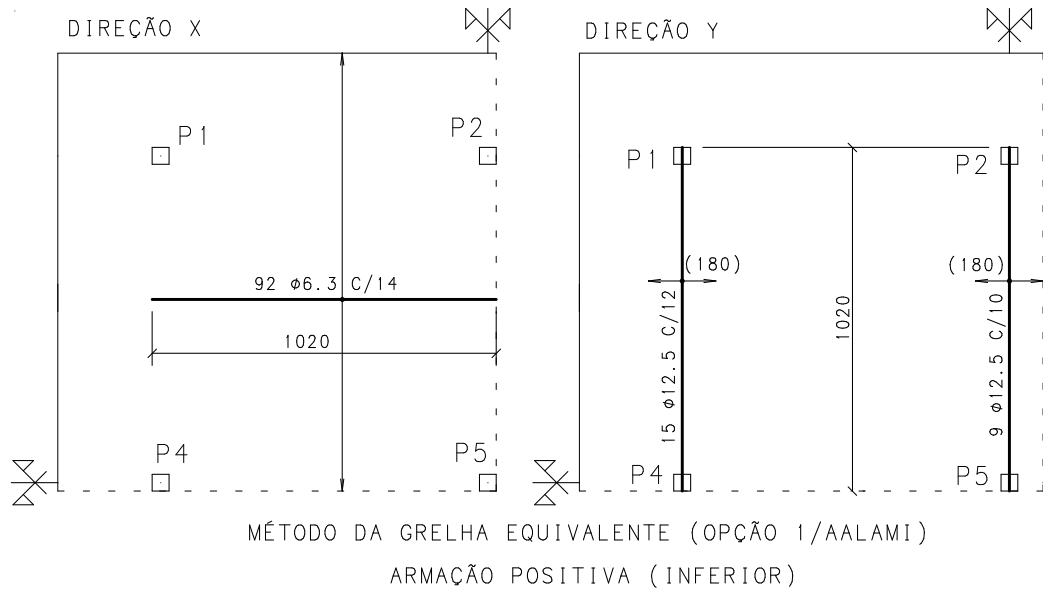
Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 38 – DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA PASSIVA E MASSA POR METRO LINEAR DE BARRA DE AÇO NA DIREÇÃO Y (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 1/DISTRIBUIÇÃO AALAMI ADAPTADO)

Dist.AALAMI		Faixa (cm)	A_s (cm ² /m)	ϕ (mm)	s (cm)	n	Faixa (cm)	A_s (cm ² /m)	ϕ (mm)	s (cm)	n	Massa (kg/m)	
DIREÇÃO Y	RAY	L4	280	2,61	10,0	30	10	120	18,10	16,0	11	11	23,53
		L5	180	9,70	12,5	12	15	-					14,45
		L6	280	7,77	12,5	15	18	120	25,13	16,0	8	15	41,02
	1/2 RBY	L4	140	4,57	10,0	17	9	60	25,13	16,0	8	8	18,18
		L5	90	11,91	12,5	10	9	-					8,67
		L6	140	13,76	12,5	8	16	60	25,13	16,0	8	8	28,04
MASSA PARA 1/4 DE LAJE NA DIREÇÃO "Y" (kg/metro linear de barra de aço)												133,88	

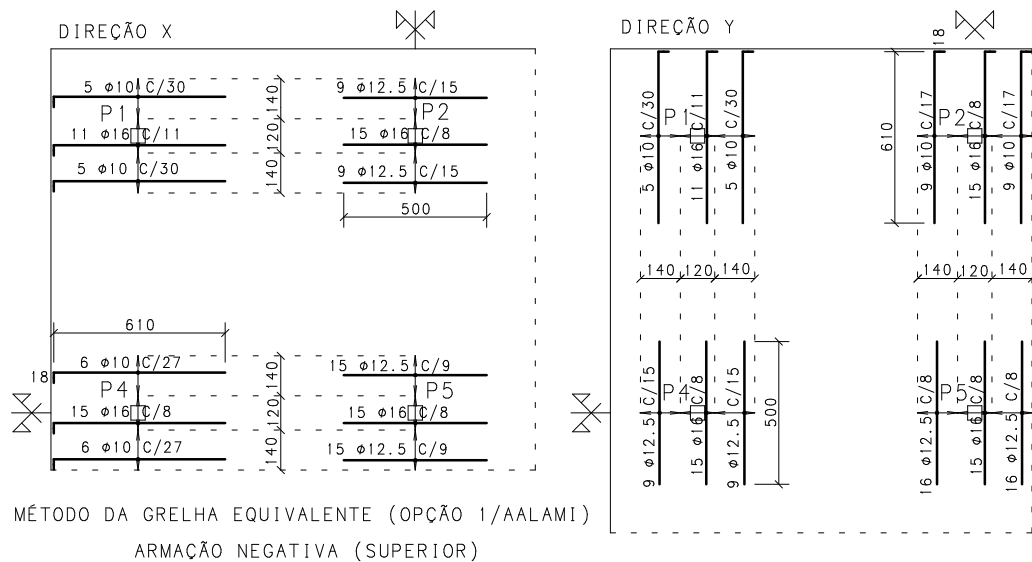
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 61 – Detalhamento da armação positiva (grelha equivalente – opção 1/Aalami adaptado)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 62 – Detalhamento da armação negativa (grelha equivalente – opção 1/Aalami adaptado)



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.5 Opção 2 – Análise de acordo com as regiões limitadas pelas faixas externas e internas do método dos pórticos múltiplos

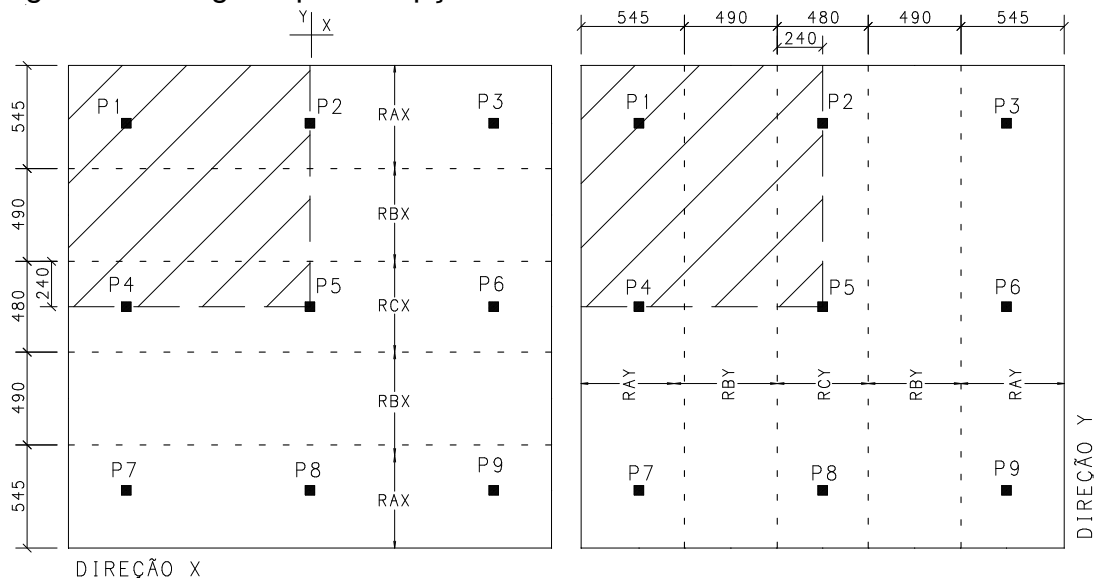
Nesta opção, são utilizadas regiões equivalentes às faixas externas e internas adotadas no método dos pórticos múltiplos. A Figura 63 apresenta as regiões A, B e

C para as duas direções, e a verificação de tensões e cálculo da armadura é realizada para o trecho hachurado do pavimento.

Na direção x, com feixes distribuídos em toda a extensão da laje, o dimensionamento de armadura passiva considera armadura de protensão em todo o pavimento. Na direção y, com feixes concentrados sobre os pilares, apenas as regiões RA e RC, referentes às faixas externas, consideram armadura de protensão no dimensionamento de armadura passiva. Para a região RB, referente às faixas internas, considera-se concreto armado submetido à solicitação externa do esforço normal de protensão das ancoragens e ao momento hiperestático, que, nessa região, é o momento gerado pelo carregamento equivalente.

Em cada região, são obtidos valores médios por barra (/b) da grelha e a área de aço calculada por barra é automaticamente dividida por 0,50m, de forma a obter área de aço por metro.

Figura 63 – Regiões para a opção 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.5.1 Nível de protensão

A Tabela 39 apresenta as tensões nas bordas inferiores e superiores para as combinações de serviço frequente e quase permanente. Verifica-se que, na borda superior próxima aos pilares, os valores em destaque ($\sigma_{\text{tração}} > 3,04$ MPa) não

atendem ao estado limite de formação de fissuras. Dessa maneira, é necessário verificar a abertura de fissuras e considerar os efeitos da fissuração na análise de flechas.

Na borda referente à armadura ativa, apenas a tensão superior no trecho L1 da região RBX atende ao estado limite de descompressão ($\sigma \leq 0$). Para as demais regiões, o estado limite de descompressão não é atendido, não havendo protensão completa ou limitada. Logo, considera-se, de acordo com a NBR 6118:2014, laje com protensão parcial. Observa-se que as combinações em serviço utilizadas são suficientes para determinar o nível de protensão, não sendo necessária a análise de acordo com a combinação de serviço rara.

TABELA 39 – TENSÕES PARA COMBINAÇÃO FREQUENTE (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 2)

Combinação			Comb. frequente (CF)			Comb. quase permanente (CQP)			
OPÇÃO 2		N (kN/b)	M _{CF} (kNm/b)	σ_{inf} (MPa)	σ_{sup} (MPa)	M _{CQP} (kNm/b)	σ_{inf} (MPa)	σ_{sup} (MPa)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	-131,18	-19,68	-6,07	3,69	-18,50	-5,78	3,39
		L2	-131,43	13,37	2,12	-4,51	12,57	1,92	-4,31
		L3	-127,11	-27,10	-7,87	5,56	-25,60	-7,50	5,19
	RBX	L1	-145,07	-3,17	-2,11	-0,53	-2,87	-2,03	-0,61
		L2	-157,58	6,67	0,22	-3,09	6,23	0,11	-2,98
		L3	-137,61	-5,86	-2,70	0,20	-5,44	-2,60	0,10
	1/2 RCX	L1	-167,12	-25,71	-7,89	4,85	-24,17	-7,51	4,47
		L2	-156,50	15,38	2,39	-5,24	14,40	2,15	-4,99
		L3	-154,42	-34,47	-9,95	7,14	-32,59	-9,48	6,68
DIREÇÃO Y	RAY	L4	-207,77	-18,68	-6,52	2,74	-17,50	-6,23	2,45
		L5	-159,84	12,47	1,64	-4,55	11,67	1,44	-4,35
		L6	-157,07	-26,10	-7,90	5,04	-24,60	-7,53	4,67
	RBY	L4	-75,40	-5,87	-2,14	0,77	-5,57	-2,07	0,69
		L5	-129,39	7,87	0,78	-3,13	7,43	0,67	-3,02
		L6	-133,40	-7,56	-3,09	0,66	-7,14	-2,98	0,56
	1/2 RCY	L4	-229,00	-27,01	-8,78	4,61	-25,47	-8,40	4,23
		L5	-140,52	15,48	2,56	-5,11	14,50	2,32	-4,87
		L6	-134,96	-35,37	-10,00	7,54	-33,49	-9,53	7,08

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda que a NBR 6118:2014 não indique nenhuma limitação da tensão de compressão para as combinações em serviço, as tensões apresentadas na Tabela 39 atendem à tensão de compressão máxima admissível de 13,5 MPa, conforme expressão (71), para a combinação em serviço *sustained loads* de acordo com o ACI 318-11.

3.3.5.2 Estado limite último no ato da protensão

$$-14,70 \text{ MPa} \leq \sigma \leq 2,74 \text{ MPa}$$

A Tabela 40 apresenta as tensões nas bordas inferiores e superiores considerando o peso próprio e a protensão, após as perdas imediatas. Verifica-se que as tensões estão dentro dos limites estabelecidos e não há tensões de tração.

TABELA 40 – VERIFICAÇÃO NO ATO DA PROTENSÃO (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 2)

OPÇÃO 2		M _{g1} (kNm/b)	γ _f	M _{up} (kNm/b)	N (kN/b)	σ _{inf} (MPa)	σ _{sup} (MPa)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	-21,53	1,0	21,30	-156,10	-1,09	-2,03
		L2	14,82	1,0	-14,88	-156,40	-1,95	-1,18
		L3	-27,50	1,0	24,87	-151,26	-1,55	-1,48
	RBX	L1	-5,66	1,0	7,97	-172,63	-0,95	-2,50
		L2	8,12	1,0	-8,93	-187,52	-2,30	-1,45
		L3	-7,60	1,0	8,81	-163,76	-1,12	-2,16
	1/2 RCX	L1	-28,08	1,0	27,73	-198,87	-1,39	-2,59
		L2	17,86	1,0	-18,80	-186,24	-2,56	-1,16
		L3	-34,41	1,0	30,46	-183,76	-2,06	-1,61
DIREÇÃO Y	RAY	L4	-21,53	1,0	22,49	-247,25	-1,68	-3,27
		L5	14,82	1,0	-15,95	-190,21	-2,58	-1,23
		L6	-27,50	1,0	26,06	-186,91	-1,58	-2,16
	RBY	L4	-5,66	1,0	4,76	-89,73	-1,00	-0,79
		L5	8,12	1,0	-7,50	-153,97	-1,57	-1,51
		L6	-7,60	1,0	6,78	-158,75	-1,62	-1,55
	1/2 RCY	L4	-28,08	1,0	26,18	-272,51	-2,55	-2,90
		L5	17,86	1,0	-18,68	-167,22	-2,34	-1,01
		L6	-34,41	1,0	29,39	-160,60	-2,12	-1,09

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.5.3 Estado limite último no tempo “infinito”

O momento solicitante de cálculo (M_{sd}) para combinação última normal é obtido por meio das expressões (72) e (73). O momento isostático, por barra da grelha, após todas as perdas, é dado

- para a direção x:

$$M_{isost} = \frac{2.120. (\pm 0,072). 100.0,5}{80} = \pm 10,8 \text{ kNm/b}$$

- para a região A na direção y (RAY):

$$M_{isost} = \frac{20.120. (\pm 0,072). 0,5}{5,45} = \pm 15,9 \text{ kNm/b}$$

- para a região B na direção y (RBY), sem consideração da armadura ativa:

$$M_{isost} = 0$$

$$M_{hiper} = M_{up}$$

- para a região C na direção y (RCY):

$$M_{isost} = \frac{24.120. (\pm 0,072). 0,5}{4,8} = \pm 21,6 \text{ kNm/b}$$

A Tabela 41 apresenta o momento solicitante de cálculo (M_{sd}) e a área de aço calculada ($A_{s,cal}$) por metro. O cálculo da área de aço está no apêndice deste trabalho. Na Tabela 42 e Tabela 43, é realizada a distribuição da armadura passiva, de acordo com o item 3.1.11.

A armadura mínima sobre os apoios é dada no item 3.1.11. Para as demais regiões, na Tabela 42 e Tabela 43, a área de aço calculada é comparada à de aço mínima. Na direção x, a área mínima apresenta os mesmos valores que aqueles calculados e

adotados para o método dos pórticos múltiplos. Na direção y, utiliza-se a área de aço mínima determinada para a região que desconsidera a armadura ativa (RBY):

$$\rho_s \geq \begin{cases} \rho_{\min} \text{ (armaduras negativas na direção y)} \\ 0,67\rho_{\min} \text{ (armaduras positivas na direção y)} \end{cases}$$

- Armadura mínima negativa para a direção y:

$$\rho_s = \frac{A_{s,\min}}{bh} \Rightarrow A_{s,\min} = \frac{0,15 \cdot 100 \cdot 22}{100} = 3,30 \text{ cm}^2/\text{m} (\phi 10\text{mm } c/23\text{cm})$$

- Armadura mínima positiva para a direção y:

$$\rho_s = \frac{A_{s,\min}}{bh} \Rightarrow A_{s,\min} = \frac{0,67 \cdot 0,15 \cdot 100 \cdot 22}{100} = 2,21 \text{ cm}^2/\text{m} (\phi 6,3\text{mm } c/14\text{cm})$$

TABELA 41 – MOMENTO SOLICITANTE DE CÁLCULO E ÁREA DE AÇO CALCULADA (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 2)

OPÇÃO 2		$M_{(g1+g2+g3+q)}$ (kNm/b)	γ_f	M_{up} (kNm/b)	M_{isost} (kNm/b)	M_{hiper} (kNm/b)	γ_{hiper}	M_{sd} (kNm/b)	$A_{s,cal}$ (cm ² /m)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	-41,10	1,4	17,90	10,8	7,09	0,9	-51,16	6,71
		L2	28,30	1,4	-12,50	-10,8	-1,69	0,9	38,10	3,04
		L3	-52,50	1,4	20,90	10,8	10,09	0,9	-64,42	10,73
	RBX	L1	-10,80	1,4	6,70	10,8	-4,11	1,2	-20,05	0,00
		L2	15,50	1,4	-7,50	-10,8	3,31	1,2	25,67	0,00
		L3	-14,50	1,4	7,40	10,8	-3,41	1,2	-24,39	0,00
	1/2 RCX	L1	-53,60	1,4	23,30	10,8	12,49	0,9	-63,80	10,54
		L2	34,10	1,4	-15,80	-10,8	-4,99	0,9	43,25	4,43
		L3	-65,70	1,4	25,60	10,8	14,79	0,9	-78,67	15,27
DIREÇÃO Y	RAY	L4	-41,10	1,4	18,90	15,9	3,03	0,9	-54,81	4,88
		L5	28,30	1,4	-13,40	-15,9	2,47	1,2	42,58	1,39
		L6	-52,50	1,4	21,90	15,9	6,03	0,9	-68,07	8,96
	RBY	L4	-10,80	1,4	4,00	0,0	4,00	0,9	-11,52	1,06
		L5	15,50	1,4	-6,30	0,0	-6,30	0,9	16,03	1,00
		L6	-14,50	1,4	5,70	0,0	5,70	0,9	-15,17	0,70
	1/2 RCY	L4	-53,60	1,4	22,00	21,6	0,42	0,9	-74,66	7,82
		L5	34,10	1,4	-15,70	-21,6	5,88	1,2	54,80	1,61
		L6	-65,70	1,4	24,70	21,6	3,12	0,9	-89,17	12,75

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 42 – DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA PASSIVA E MASSA POR METRO LINEAR DE BARRA DE AÇO NA DIREÇÃO X (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 2)

OPÇÃO 2		Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Massa (kg/m)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	345	2,61	10,0	30	12	200	13,80	12,5	8	23	29,56
		L2	545	3,04	8,0	16	33	-					13,02
		L3	345	2,61	10,0	30	12	200	24,74	16,0	8	25	46,86
	RBX	L1	490	2,61	10,0	30	17	-					10,48
		L2	490	2,21	6,3	14	35	-					8,56
		L3	490	2,61	10,0	30	17	-					10,48
	1/2 RCX	L1	140	2,61	10,0	30	5	100	21,64	16,0	9	11	20,44
		L2	240	4,43	8,0	11	22	-					8,68
		L3	140	8,23	12,5	14	10	100	25,13	16,0	8	13	30,15
MASSA PARA 1/4 DE LAJE NA DIREÇÃO "X" (kg/metro linear de barra de aço)												178,24	

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 43 – DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA PASSIVA E MASSA POR METRO LINEAR DE BARRA DE AÇO NA DIREÇÃO Y (GRELHA EQUIVALENTE – OPÇÃO 2)

OPÇÃO 2		Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Faixa (cm)	A _s (cm ² /m)	φ (mm)	s (cm)	n	Massa (kg/m)	
DIREÇÃO Y	RAY	L4	345	3,30	10,0	23	15	200	13,80	12,5	8	23	31,40
		L5	545	2,21	6,3	14	39	-					9,54
		L6	345	3,30	10,0	23	15	200	18,72	16,0	10	19	39,24
	RBY	L4	490	3,30	10,0	23	21	-					12,95
		L5	490	2,21	6,3	14	35	-					8,56
		L6	490	3,30	10,0	23	21	-					12,95
	1/2 RCY	L4	140	3,30	10,0	23	6	100	14,14	12,5	8	12	15,26
		L5	240	2,21	6,3	14	18	-					4,40
		L6	140	3,91	10,0	20	7	100	25,13	16,0	8	13	24,83
MASSA PARA 1/4 DE LAJE NA DIREÇÃO "Y" (kg/metro linear de barra de aço)												159,14	

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 65 apresenta o detalhamento das armaduras negativas (superiores), de acordo com a Tabela 42 e Tabela 43, para a região dos pilares P1, P2, P4 e P5. Para armadura positiva (inferior) na direção y, a tela soldada com $\phi 5,0\text{mm } c/10\text{cm}$ (CA-60), que corresponde a $1,96\text{ cm}^2/\text{m}$, atende ao valor de $2,21\text{ cm}^2/\text{m}$ para CA-50. Para armadura positiva, na direção x, é necessário inserir, além da tela soldada especificada, barras adicionais para as regiões RAX e RCX, conforme a Figura 64.

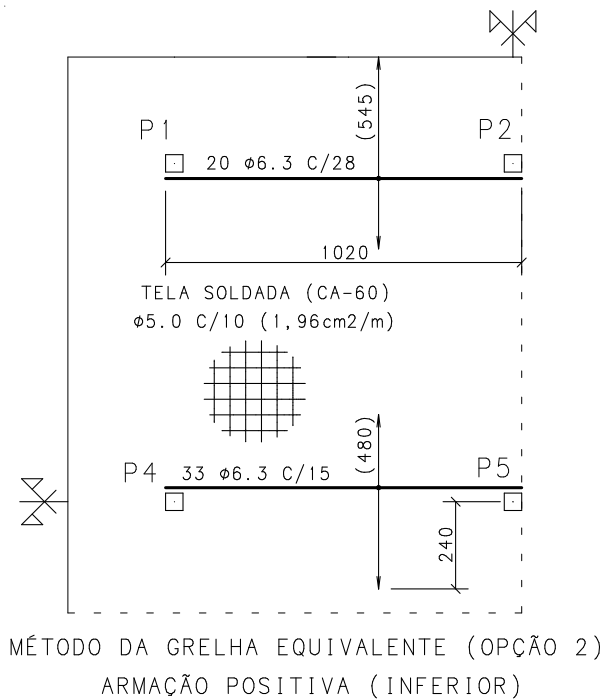
- Região A na direção x (RAX):

$$A_{s,adicional} = 3,04 - \frac{1,96.60}{50} \cong 0,7 \text{ cm}^2/\text{m} (\phi 6,3 \text{ mm } c/28 \text{ cm})$$

- Região C na direção x (RCX):

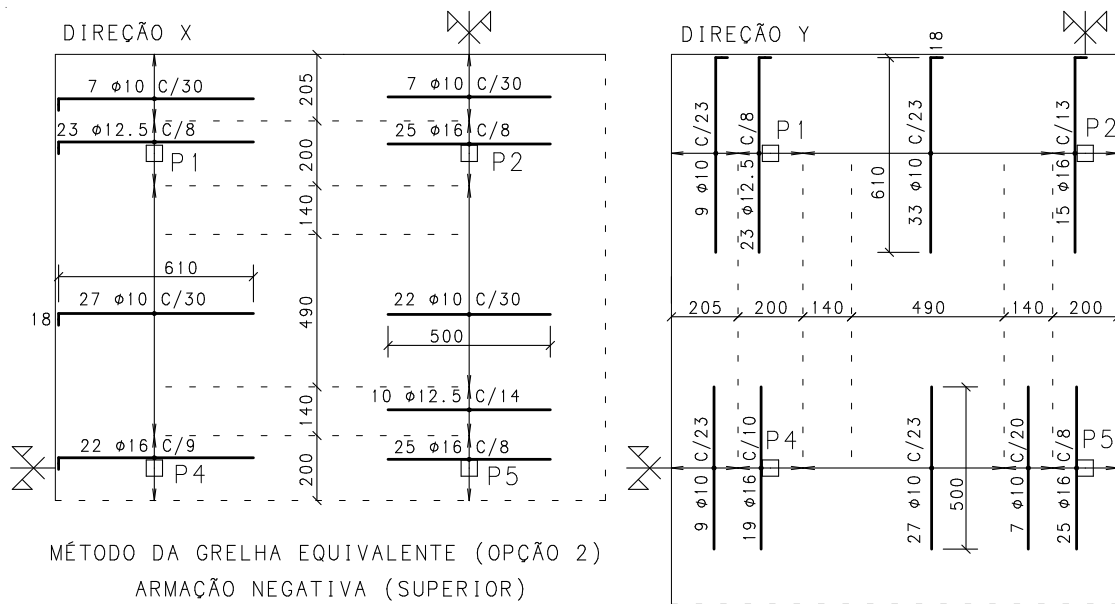
$$A_{s,adicional} = 4,43 - \frac{1,96.60}{50} = 2,08 \text{ cm}^2/\text{m} (\phi 6,3 \text{ mm } c/15 \text{ cm})$$

Figura 64 – Detalhamento da armação positiva (grelha equivalente – opção 2)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 65 – Detalhamento da armação negativa (grelha equivalente – opção 2)



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.6 Comparação do consumo de armaduras entre os métodos e opções de análise

A Tabela 44 e Tabela 45 apresentam o consumo de aço CA-50, em quilograma por metro linear de barra de aço, para um quarto do pavimento, de acordo com as diferentes opções de análise estudadas.

TABELA 44 – CONSUMO DE AÇO NA DIREÇÃO X PARA AS OPÇÕES DE ANÁLISE

Direção x	Aço CA-50 (kg/m)	Diferença em relação à opção 1
Opção 1	145,85	
Opção 2	178,24	+22%
MPM	184,82	+27%
Opção 1 / Det. AALAMI adaptado	130,46	-11%

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 45 – CONSUMO DE AÇO NA DIREÇÃO Y PARA AS OPÇÕES DE ANÁLISE

Direção y	Aço CA-50 (kg/m)	Diferença em relação à opção 1
Opção 1	145,85	
Opção 2	159,14	+9%
MPM	184,82	+27%
Opção 1 / Det. AALAMI adaptado	133,88	-8%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 46 apresenta o consumo de aço CA-50, em quilograma por metro quadrado de área do pavimento, para as diferentes opções de análise estudadas. Foi visto que o consumo de CP 190 RB 12,7, em quilograma por metro quadrado de área do pavimento, para todas as opções foi de 4,5 kg/m².

TABELA 46 – CONSUMO DE AÇO, POR METRO QUADRADO, PARA AS OPÇÕES DE ANÁLISE

Consumo total (nas duas direções)	Aço CA-50 (kg/m ²)	Diferença em relação à opção 1
Opção 1	9,36	
Opção 2	10,82	+16%
MPM	11,39	+22%
Opção 1 / Det. AALAMI adaptado	7,55	-19%

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.7 Estado limite de deformação considerando fissuras e armadura passiva

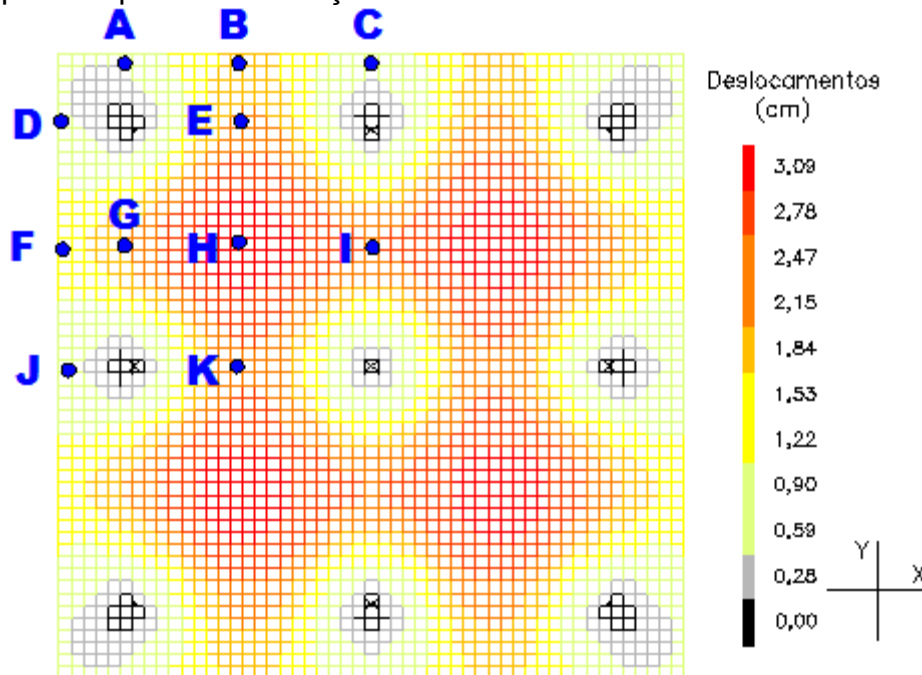
A análise é realizada utilizando o sistema de grelha não linear do programa CAD/TQS, que leva em conta a presença de armadura passiva e fissuras na laje por meio da rigidez equivalente de acordo com a expressão apresentada no item 2.6.2, variando a inércia das barras da grelha.

Considera-se simplificada o pavimento em concreto armado com o carregamento equivalente aplicado, não incluindo os efeitos da compressão na laje. Desse modo, esta análise considera, de forma conservadora, maior grau de fissuração do que o esperado para a situação real.

Para a consideração da armadura passiva, é utilizado, de forma conservadora, o detalhamento de acordo com a opção 1, que apresenta a menor taxa de armação entre os detalhamentos de acordo com a NBR 6118:2014. A armadura ativa não é considerada na determinação da inércia equivalente.

Os deslocamentos conforme a expressão (70), considerando fluência, armadura passiva e fissuração, são apresentados na Figura 66 e considerados positivos no sentido gravitacional.

Figura 66 – Deslocamentos (δ) considerando fluência, fissuras e armadura passiva para a distribuição concentrada e uniforme



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os deslocamentos apresentados nessa análise são praticamente iguais aos obtidos na análise com inércia bruta. A Figura 54 (inércia bruta) apresenta um deslocamento máximo de 3,07 cm, enquanto a Figura 66 apresenta um deslocamento máximo de 3,09 cm. Isso significa que a fissuração apenas na região dos apoios não foi suficiente para aumentar consideravelmente a flecha na laje.

3.4 ESTADO LIMITE DE ABERTURA DE FISSURAS (ELS-W)

3.4.1 Estimativa de fissuração de acordo com a aproximação linear para a tensão na armadura passiva segundo Carvalho (2012)

Verifica-se utilizando combinação frequente quando $\sigma_{tração} \geq \alpha f_{ct}$. Como a armadura ativa é pós-tracionada e se considera classe de agressividade ambiental II, é permitido abertura de fissuras inferiores a 0,2 mm. No cálculo da abertura de fissuras, a tensão na armadura passiva (σ_{si}) é determinada segundo a expressão (35) referente à aproximação linear de Carvalho (2012).

- Para aço CA-50:

$$\sigma_{si} = \frac{\left(\frac{500}{1,15}\right) \cdot (5,5 + 2 - 4,5 + 0,7 \cdot 3)}{1,4 \cdot (5,5 + 2 - 4,5 + 3)} \therefore \sigma_{si} = 263,98 \text{MPa}$$

- Para aço CA-60:

$$\sigma_{si} = \frac{\left(\frac{600}{1,15}\right) \cdot (5,5 + 2 - 4,5 + 0,7 \cdot 3)}{1,4 \cdot (5,5 + 2 - 4,5 + 3)} \therefore \sigma_{si} = 316,77 \text{MPa}$$

Para barra de aço CA-60 ($\eta_1 = 1,4$) com espaçamento de 10 cm e diâmetro de 5 mm ou barras de aço CA-50 ($\eta_1 = 2,25$) com espaçamentos máximos de 30 cm e diâmetros entre 6,3 mm e 16 mm, a abertura de fissuras (w_k) é apresentada, na Tabela 47, com todos os valores menores que o limite de 0,2 mm.

TABELA 47 – CÁLCULO DA ABERTURA DE FISSURAS

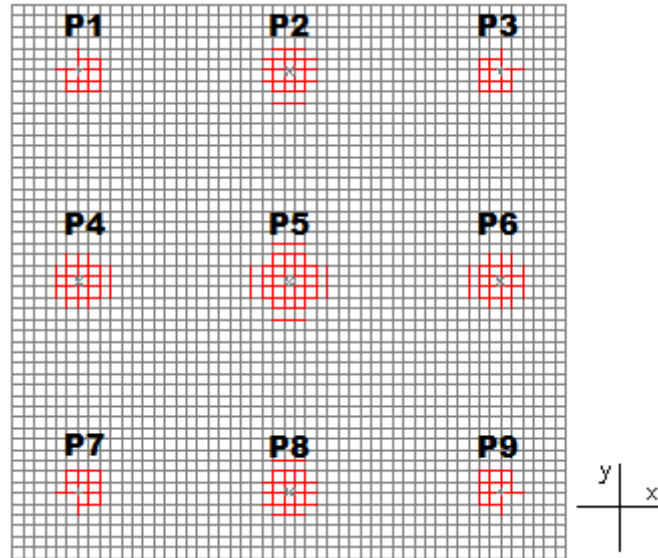
Aço	ϕ (mm)	s (cm)	A_{cri} (cm ²)	ρ_{ri}	w_{k1} (mm)	w_{k2} (mm)	w_k (mm)
CA-60	5	10	45,00	0,0044	0,141	0,414	0,141
	6,3	30	66,53	0,0047	0,077	0,253	0,077
	8	30	100,80	0,0050	0,098	0,303	0,098
CA-50	10	30	150,00	0,0052	0,122	0,362	0,122
	12,5	30	225,00	0,0055	0,153	0,435	0,153
	16	30	355,20	0,0057	0,196	0,538	0,196

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4.2 Estimativa de fissuração de acordo com a análise não linear

A mesma análise não linear utilizada para determinação dos deslocamentos (item 3.3.7) também indica as áreas com fissuração e os respectivos valores. Na Figura 67, as regiões com fissuração (em vermelho) atendem ao limite com abertura de fissuras de no máximo 0,2 mm.

Figura 67 – Em vermelho, partes das barras da grelha que apresentam abertura de fissuras



Fonte: Elaborado pelo autor.

A área crítica em relação à fissuração ocorre no entorno do pilar P5, que apresenta, para cada direção, abertura de fissuras numa faixa de 2 m para cada lado do eixo do pilar. Essa abrangência corresponde a cerca de 20% do vão da laje, que condiz com o detalhamento da armação superior da Figura 62.

3.5 CÁLCULO DAS PERDAS DIFERIDAS PARA VERIFICAÇÃO DO VALOR ADOTADO

De acordo com a opção 1, a tensão média no concreto adjacente ao cabo é de 2,0 MPa de compressão para o ato da protensão e 1,4 MPa de tração para os carregamentos de revestimento e alvenaria juntos. Logo, a perda progressiva por fluência do concreto é dada por:

$$\Delta\sigma_{p,c}(t, t_0) = \frac{(2,2,8 - 1,4,1,9) \cdot 200000}{31000} \cong 19 \text{ MPa}$$

Com a protensão efetuada aos cinco dias após a concretagem da laje, a Tabela 1 indica a deformação específica de retração de -0,036% para espessura fictícia de 20 cm considerando umidade ambiente de 75%, conforme o pavimento analisado. Logo, a perda progressiva por retração do concreto é dada por:

$$\Delta\sigma_{p,s}(t, t_0) = 0,00036.200000 = 72 \text{ MPa}$$

De acordo com a Tabela 2, o valor de ψ_{1000} para tensão de $0,8f_{ptk}$ aplicada pelo aparelho de tração vale 3,5% para aço de relaxação baixa, conforme o pavimento analisado. Logo, a perda progressiva por relaxação do aço no tempo “infinito” é dada por:

$$\Delta\sigma_{p,r}(t, t_0) = \frac{150.2,5.0,035.10}{0,987} \cong 133 \text{ MPa}$$

A soma das três parcelas para a perda progressiva resulta em 224 MPa. Este valor representa 14% da tensão inicial aplicada pelo aparelho de tração de 1520 MPa. Desse modo, o índice calculado satisfaz o valor adotado de 14%.

3.6 COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES ENTRE O MPM E O MAG

A Tabela 48 e Tabela 49 apresentam as diferenças entre os momentos fletores para análise por grelha equivalente e método dos pórticos múltiplos.

Tabela 48 – Comparação entre os momentos fletores (peso próprio, revestimento, alvenaria e acidental) para o método dos pórticos múltiplos e grelha equivalente

Comparação entre momentos fletores		MPM		Grelha Equivalente	Diferença da grelha em relação ao MPM	
		$M_{(g1+g2+g3+q)}$ (kNm/m)		$M_{(g1+g2+g3+q)}$ (kNm/m)		
DIREÇÃO X = DIREÇÃO Y	PÓRTICO A	FE1	L1=L4	-75,81	-62,30	-18%
			L2=L5	30,11	54,50	+81%
			L3=L6	-82,02	-85,10	+4%
		FE2	L1=L4	-96,34	-102,00	+6%
			L2=L5	38,26	58,70	+53%
			L3=L6	-104,23	-124,80	+20%
	F11	L1=L4	-31,46	-21,70	-31%	
		L2=L5	30,66	30,40	-1%	
		L3=L6	-34,04	-29,40	-14%	
	1/2 PÓRTICO B	F12	L1=L4	-38,24	-21,40	-44%
			L2=L5	37,85	31,50	-17%
			L3=L6	-41,98	-28,50	-32%
FE3		L1=L4	-117,13	-107,20	-8%	

Tabela 48 – Comparação entre os momentos fletores (peso próprio, revestimento, alvenaria e accidental) para o método dos pórticos múltiplos e grelha equivalente			
L2=L5	47,22	68,20	+44%
L3=L6	-128,58	-131,40	+2%

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 49 – COMPARAÇÃO ENTRE OS MOMENTOS FLETORES DE PROTENSÃO PARA O MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS E GRELHA EQUIVALENTE PARA OS TRÊS MODOS DE DISTRIBUIÇÃO DE CORDOALHAS

Comparação entre momentos fletores	M _{up} (kNm/m)					Diferença em relação ao MPM					
	DIR. X = DIR. Y			DIR. X	DIR. Y	DIR. X = DIR. Y			DIR. X	DIR. Y	
	MPM	Unif.	Em faixas	Conc. e Unif.	Conc. e Unif.	Unif.	Em faixas	Conc. e Unif.	Conc. e Unif.		
PÓRTICO A	FE1	L1/L4	24,61	24,00	29,50	26,90	31,70	-2%	+20%	+9%	+29%
		L2/L5	-12,60	-18,80	-22,80	-22,40	-26,10	+49%	+81%	+78%	+107%
		L3/L6	25,75	27,00	32,50	31,50	37,40	+5%	+26%	+22%	+45%
	FE2	L1/L4	31,28	29,10	32,10	44,80	44,00	-7%	+3%	+43%	+41%
		L2/L5	-16,01	-21,30	-23,10	-27,50	-27,60	+33%	+44%	+72%	+72%
		L3/L6	32,72	34,90	37,00	52,30	50,20	+7%	+13%	+60%	+53%
	FI1	L1/L4	10,21	26,60	22,70	14,10	8,30	+160%	+122%	+38%	-19%
		L2/L5	-12,83	-21,90	-17,90	-15,10	-12,70	+71%	+40%	+18%	-1%
		L3/L6	10,68	30,40	25,30	15,60	11,70	+185%	+137%	+46%	+10%
1/2 PÓRTICO B	FI2	L1/L4	12,19	26,90	22,80	12,90	7,90	+121%	+87%	+6%	-35%
		L2/L5	-15,43	-22,50	-18,10	-14,70	-12,70	+46%	+17%	-5%	-18%
		L3/L6	12,86	31,60	25,00	14,00	10,90	+146%	+94%	+9%	-15%
	FE3	L1/L4	37,34	31,80	34,20	46,60	44,00	-15%	-8%	+25%	+18%
		L2/L5	-19,25	-24,60	-24,60	-31,60	-31,40	+28%	+28%	+64%	+63%
		L3/L6	39,39	36,40	36,80	51,20	49,90	-8%	-7%	+30%	+27%

Fonte: Elaborado pelo autor.

De acordo com a Tabela 48, verifica-se que a diferença dos momentos fletores entre os dois métodos de análise pode ser de até 80%. No caso dos momentos fletores do carregamento equivalente de protensão, a Tabela 49 mostra que a diferença entre os métodos pode ser de até 185%.

4 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

4.1 CONCLUSÕES SOBRE ARMADURA ATIVA

Verificou-se que a distribuição de feixes de cordoalhas do modo “concentrados e uniformes” apresenta tanto benefícios construtivos quanto vantagens em relação à distribuição dos momentos fletores e deslocamentos da laje.

A quantidade de cordoalhas calculada para balancear 60% da carga permanente atendeu aos estados limite de serviço e resultou em protensão parcial, tanto para os momentos positivos quanto para os momentos negativos. O nível de protensão utilizado foi suficiente para CAA I e II, porém o percentual de balanceamento deveria ser revisto para CAA III ou IV. Alternativamente, no caso de CAA III e IV, poderia ser determinada a força de protensão necessária para atender às tensões limites dos estados limite de serviço.

4.2 CONCLUSÕES SOBRE AS OPÇÕES DE ANÁLISE E ARMADURA PASSIVA

O método dos pórticos múltiplos (MPM), apesar de apresentar divergências para os valores de momento fletor em relação à análise por analogia de grelha, apresentou um detalhamento de armadura passiva coerente e conservador em relação ao detalhamento da grelha equivalente segundo as regiões propostas por Aalami e Kelley (2001). É recomendável, no entanto, concentrar os feixes de cordoalhas sobre os pilares em uma direção e distribuí-los na outra direção para melhor distribuição dos momentos de protensão e melhor desempenho quanto aos deslocamentos.

O detalhamento de armação para a opção 2, de acordo com as regiões limitadas pelas faixas externas e internas do MPM, mostrou-se conservador para as duas direções em relação ao detalhamento referente às regiões da opção 1 proposta por Aalami e Kelley (2001).

Diferentemente dos outros métodos, a opção 2 apresentou detalhamento de armação diferente para as duas direções. Isso se deve ao fato de que, na direção

dos feixes concentrados, a consideração da armadura ativa no dimensionamento da armadura passiva se limitou às faixas dos apoios.

Uma vez que a tensão de tração em serviço superou a prescrição máxima do ACI 318-11 para lajes protendidas armadas em duas direções, a recomendação do referido código de concentrar toda armadura superior numa faixa de distribuição compreendida pela dimensão dos apoios acrescida de 1,5h para cada lado provocaria elevada taxa de armadura sobre os pilares e poderia deixar áreas adjacentes aos apoios com fissuração em serviço, sem armadura passiva. Logo, no caso de protensão parcial, a distribuição da armação, de acordo com os critérios de armadura mínima da NBR 6118:2014, mostra-se interessante por possibilitar melhor controle da fissuração.

Verificou-se, na análise não linear, que a abrangência da fissuração sobre o apoio mais solicitado correspondeu a cerca de 20% do vão da laje para cada lado do eixo do pilar.

Verificou-se através da Tabela 46 que, para o detalhamento de acordo com as prescrições de armadura mínima da NBR 6118:2014 (opção 1, opção 2 e MPM), a opção 1 para as regiões propostas por Aalami e Kelley (2001) foi a que se mostrou mais econômica. A opção 2 e o MPM, por serem mais conservadores, apresentaram maiores consumos podendo-se chegar a um aumento de até 22% para o método dos pórticos múltiplos.

O detalhamento Aalami adaptado, que é similar às prescrições de Aalami (2000) para a opção 1, apresentou o menor consumo em relação a todos os modos de detalhamento apresentados; no entanto, não atende à disposição da armadura passiva de acordo com as prescrições mínimas da NBR 6118:2014.

4.3 CONCLUSÕES SOBRE A DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS

A análise de deslocamentos considerando comportamento elástico e linear com inércia bruta se mostrou suficiente, uma vez que a fissuração ocorreu apenas próxima aos apoios na borda superior da laje. Como a maior parte das barras da

grelha se apresentou, no estágio I (sem fissuração), os valores dos deslocamentos para a análise não linear com a consideração da inércia equivalente permaneceram praticamente os mesmos em relação aos da análise linear com inércia bruta.

Os deslocamentos máximos de 1,2 cm para o balanço e 2,8 cm para o vão obtidos pelo MPM se mostraram ligeiramente menores do que os deslocamentos máximos obtidos pelo método da analogia de grelha para a distribuição concentrados e uniformes (1,8 cm no balanço e 3,1 cm no vão).

4.4 CONCLUSÃO SOBRE AS PERDAS DA FORÇA DE PROTENSÃO

O índice estimado de 20% para as perdas totais foi suficiente, e o cálculo das perdas imediatas representou, em média, o índice de 6%, e o cálculo das perdas progressivas representou, aproximadamente, o índice de 14%.

4.5 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Para dar continuidade ao estudo realizado, são apresentadas as seguintes sugestões:

- Realizar a análise da laje pelo método dos elementos finitos e pelo método do pórtico equivalente de acordo com o ACI 318-11.
- Desenvolver uma rotina computacional para otimizar o consumo de armaduras.
- Avaliar a distribuição “concentrados e uniformes” para uma laje com vãos diferentes nas duas direções alterando a direção dos feixes concentrados e uniformes.
- Realizar estudo sobre as perdas progressivas para a protensão sem aderência.
- Realizar análise refinada do efeito hiperestático por meio dos esforços originados das reações nos apoios.
- Avaliar punção e estabilidade global de um edifício de lajes lisas protendidas.

5 REFERÊNCIAS

- AALAMI, B. O. **Critical Milestones in Development of Post-Tensioned Buildings**. Concrete International, 2007; p. 52-56.
- AALAMI, B. O. **Effective Width and Post-Tensioning**. Post-Tensioning Institute, Issue 1, Arizona, 1993.
- AALAMI, B. O. **Hyperstatic (Secondary) Actions in Prestressing and Their Computation**. Post-Tensioning Institute: Technical Notes, Arizona, 1998.
- AALAMI, B. O. **Layout of Post-Tensioning and Passive Reinforcement in floor slabs**. Post-Tensioning Institute: Technical Notes, Issue 8, Arizona, 2000.
- AALAMI, B. O. **Load Balancing: A Comprehensive Solution to Post-Tensioning**. ACI Structural Journal, 1990; p. 662-670.
- AALAMI, B. O. **One-Way and Two-Way Post-Tensioned Floor Systems**. Post-Tensioning Institute: Technical Notes, Issue 3, Arizona, 1993.
- AALAMI, B. O. **Software for the Design of Concrete Buildings**. Concrete International, 2001; p.28-35.
- AALAMI, B. O. **Structural Modeling and Analysis of Concrete Floor Slabs**. Concrete International, 2005; p. 39-43.
- AALAMI, B. O.; JURGENS, J. D. **Guidelines for the Design of Post-Tensioned Floors**. Concrete International, 2003; p. 77-83.
- AALAMI, B. O.; KELLEY, G. S. **Design of Concrete Floors with Particular Reference to Post-Tensioning**. Post-Tensioning Institute: Technical Notes, Issue 11, Arizona, 2001.
- ALMEIDA FILHO, F. M. **Estruturas de pisos de edifícios com a utilização de cordoalhas engraxadas**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, São Carlos, 2002.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary – ACI 318**, Farmington Hills, 2011.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Recommendations for Concrete Members Prestressed with Unbonded Tendons – ACI 423.3R**, Farmington Hills, 2005.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**, v. 4, Rio Grande: Dunas, 3. ed. 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de Estruturas de Concreto Protendido – Procedimento**. NBR 7197, Rio de Janeiro, 1989.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em Concreto Protendido**. 1. ed. São Paulo: PINI, 1ed, 2012.

CARVALHO, R.C; FIGUEIREDO, J.R.F. **Cálculo e detalhamento de estruturais usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2003**. 3. ed. São Carlos: Edufscar, 2013.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 1. ed. São Paulo: PINI, 2009, v.2.

CAUDURU, E. L. **Manual para boa execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas**. 2. ed. Belgo Mineira, 2002.

COLONESE, S. **Comparação entre métodos de análise para lajes lisas protendidas com cordoalhas engraxadas – Estudos de Casos**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2008.

CONCRETE SOCIETY. **Post-Tensioned Concrete Floors – Design Handbook**. Technical Report, n. 43, 1994.

DUARTE, E. P. **Projeto e Cálculo de Lajes Planas Protendidas**. MAC Protensão e Belgo Mineira, 1995.

EMERICK, A. A. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. 1. ed. Brasília: Interciência, 2005.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Post-Tensioning in Buildings**. Technical Report, CEB-FIP Bulletin n. 31, 2005.

HAMBLY, E. C. **Bridge Deck Behavior**. 1. ed. London: Chapman and Hall, 1976.

LIN, T.Y; BURNS, N. H. **Design of Prestressed Concrete Structures**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1981.

LORENCI, G.V.S. **Lajes lisas protendidas: comparação dos métodos de dimensionamento à flexão**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

LOUREIRO, G. J. **Projeto de Lajes Protendidas com Cordoalhas Engraxadas**. Anais do VI Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 2006, p. 1734-1755.

LUCHI, L.A.R. **Notas de Aula**. Disciplina de Concreto Protendido, Universidade Federal do Espírito Santo, 2011.

MELLO, A. L. **Cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

NAWY, E. G. **Prestressed Concrete – A Fundamental Approach**. 4. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2003.

NETTO JÚNIOR, L. **Influência da injeção de argamassa nos condutos das armaduras das peças de concreto protendido.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1976.

PEDROZO, D. G. E. **Estudo de modelos para projeto de lajes lisas protendidas.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis / SC, 2008.

PFEIL, W. **Concreto Protendido:** Processos construtivos, perdas de protensão. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA., 1984.

PROTENDE: Sistemas e Métodos. 4. ed. **Catálogo**, 2013.

SCHMID, M. Lajes Planas Protendidas. Rudloff Sistema de Protensão Ltda. **Publicação Técnica.** 3. ed. São Paulo, 2009.

APÊNDICES

Com o diâmetro máximo de barras de aço utilizado ($\phi=16$ mm), as Tabelas A1 (MPM), A2 (MAG-Opção 1) e A3 (MAG-Opção 2) apresentam o cálculo do momento resistente máximo de cálculo por barra da grelha com armadura simples (somente armadura tracionada) para $x/d_s=0,45$, onde $d_s=19,2$ cm.

As Tabelas A4 (MPM), A5 (MAG-Opção 1) e A6 (MAG-Opção 2) mostram o cálculo da área de aço CA-50 para as regiões que consideram armadura ativa no dimensionamento da armadura passiva. A Tabela A7 (MAG-Opção 2) mostra o cálculo da área de aço CA-50 para a região que não considera armadura ativa no dimensionamento da armadura passiva com $N_{sd}=0,9N_p$.

Verifica-se que todos os valores de momentos solicitantes de cálculo são menores que o momento resistente máximo de cálculo; portanto, em todas as regiões, há armadura simples. Nos cálculos, utilizam-se $d_p = 18,37$ cm e $e_p = 7,37$ cm.

TABELA A1 – MOMENTO RESISTENTE MÁXIMO COM ARMADURA SIMPLES PARA O MPM

MPM	R_{cd} (kN/m)	A_p (cm ² /m)	ρ_p	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	σ_{pd} (MPa)	R_{pd} (kN)	R_{sd} (kN)	$ M_{rd,máx} $ (kNm/m)
PORT.1	1258,97	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	952,24	195,65
PORT.2	1258,97	2,44	0,0013	145,27	1228,72	299,81	959,16	195,71

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA A2 – MOMENTO RESISTENTE MÁXIMO COM ARMADURA SIMPLES PARA O MAG – OPÇÃO 1

OPÇÃO 1	R_{cd} (kN/b)	A_p (cm ² /b)	ρ_p	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	σ_{pd} (MPa)	R_{pd} (kN/b)	R_{sd} (kN/b)	$ M_{rd,máx} $ (kNm/b)
RAX = RBX	629,49	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	478,43	97,84
RAY	629,49	1,25	0,0014	143,46	1226,92	153,36	476,12	97,83
RBX	629,49	1,22	0,0013	145,27	1228,72	149,90	479,58	97,85

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA A3 – MOMENTO RESISTENTE MÁXIMO COM ARMADURA SIMPLES
PARA O MAG – OPÇÃO 2

OPÇÃO 2	R_{cd} (kN/b)	A_p (cm ² /b)	ρ_p	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	σ_{pd} (MPa)	R_{pd} (kN/b)	R_{sd} (kN/b)	$ M_{rd,máx} $ (kNm/b)
RAX = RBX = RCX	629,49	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	478,43	97,84
RAY	629,49	1,81	0,0020	120,73	1204,19	217,96	411,53	97,29
RCY	629,49	2,46	0,0027	107,33	1190,78	292,93	336,55	96,66

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA A4 – CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO CA-50 PARA O MPM

MPM		$ M_{sd} $ (kNm/m)	ϕ (mm)	d_s (cm)	A_p (cm ² /m)	ρ_p	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	σ_{pd} (MPa)	R_{pd} (kN/m)	x (cm)	x/ d_s	R_{cd} (kN/m)	R_{sd} (kN/m)	$A_{s,cal}$ (cm ² /m)	
DIREÇÃO X = DIREÇÃO Y	FE1	L1=L4	103,64	16,0	19,20	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	4,16	0,22	605,58	298,85	6,87
		L2=L5	53,28	6,3	19,69	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	2,09	0,11	304,11	-	0,00
		L3=L6	111,30	16,0	19,20	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	4,49	0,23	654,20	347,47	7,99
	FE2	L1=L4	126,38	16,0	19,20	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	5,16	0,27	752,56	445,83	10,25
		L2=L5	60,60	6,3	19,69	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	2,37	0,12	345,01	38,28	0,88
		L3=L6	136,11	16,0	19,20	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	5,61	0,29	817,87	511,14	11,76
	FI1	L1=L4	58,02	10,0	19,50	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	2,27	0,12	330,78	24,05	0,55
		L2=L5	53,78	6,3	19,69	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	2,11	0,11	306,90	0,17	0,00
		L3=L6	61,05	10,0	19,50	2,50	0,0014	143,46	1226,92	306,73	2,39	0,12	347,97	41,24	0,95
	FI2	L1=L4	64,55	10,0	19,50	2,44	0,0013	145,27	1228,72	299,81	2,52	0,13	367,51	67,70	1,56
		L2=L5	60,13	6,3	19,69	2,44	0,0013	145,27	1228,72	299,81	2,35	0,12	341,84	42,03	0,97
		L3=L6	68,98	10,0	19,50	2,44	0,0013	145,27	1228,72	299,81	2,70	0,14	392,90	93,09	2,14
FE3	L1=L4	149,58	16,0	19,20	2,44	0,0013	145,27	1228,72	299,81	6,25	0,33	910,67	610,86	14,05	
	L2=L5	68,66	6,3	19,69	2,44	0,0013	145,27	1228,72	299,81	2,68	0,14	390,14	90,33	2,08	
	L3=L6	163,74	16,0	19,20	2,44	0,0013	145,27	1228,72	299,81	6,95	0,36	1012,42	712,61	16,39	

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA A5 – CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO CA-50 PARA O MAG – OPÇÃO 1

OPÇÃO 1		$ M_{sd} $ (kNm/b)	ϕ (mm)	d_s (cm)	A_p (cm ² /b)	ρ_p	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	σ_{pd} (MPa)	R_{pd} (kN/b)	x (cm)	x/d_s	R_{cd} (kN/b)	R_{sd} (kN/b)	$A_{s,cal}$ (cm ² /m)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	40,26	12,5	19,38	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	3,17	0,16	230,75	79,69	3,67
		L2	33,47	6,3	19,69	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	2,61	0,13	190,26	39,21	1,80
		L3	50,65	16,0	19,20	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	4,05	0,21	295,30	144,24	6,63
	RBX	L1	41,26	12,5	19,38	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	3,25	0,17	236,70	85,64	3,94
		L2	34,15	6,3	19,69	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	2,66	0,14	194,12	43,06	1,98
		L3	51,06	16,0	19,20	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	4,09	0,21	297,87	146,82	6,75
DIREÇÃO Y	RAY	L4	40,66	12,5	19,38	1,25	0,0014	143,46	1226,92	153,36	3,20	0,17	233,24	79,88	3,67
		L5	33,33	6,3	19,69	1,25	0,0014	143,46	1226,92	153,36	2,60	0,13	189,60	36,24	1,67
		L6	50,78	16,0	19,20	1,25	0,0014	143,46	1226,92	153,36	4,07	0,21	296,21	142,85	6,57
	RBY	L4	42,85	12,5	19,38	1,22	0,0013	145,27	1228,72	149,90	3,38	0,17	246,16	96,25	4,43
		L5	34,57	6,3	19,69	1,22	0,0013	145,27	1228,72	149,90	2,70	0,14	196,44	46,54	2,14
		L6	52,02	16,0	19,20	1,22	0,0013	145,27	1228,72	149,90	4,17	0,22	303,87	153,97	7,08

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA A6 – CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO CA-50 PARA O MAG – OPÇÃO 2

OPÇÃO 2		$ M_{sd} $ (kNm/b)	ϕ (mm)	d_s (cm)	A_p (cm ² /b)	ρ_p	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	σ_{pd} (MPa)	R_{pd} (kN/b)	x (cm)	x/ d_s	R_{cd} (kN/b)	R_{sd} (kN/b)	$A_{s,cal}$ (cm ² /m)	
DIREÇÃO X	RAX	L1	51,16	12,5	19,38	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	4,08	0,21	296,90	145,84	6,71
		L2	38,10	8,0	19,60	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	2,98	0,15	217,10	66,05	3,04
		L3	64,42	16,0	19,20	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	5,27	0,27	384,32	233,26	10,73
	RBX	L1	20,05	10,0	19,50	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	1,58	0,08	115,37	-	0,00
		L2	25,67	6,3	19,69	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	2,01	0,10	146,53	-	0,00
		L3	24,39	10,0	19,50	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	1,91	0,10	139,35	-	0,00
	RCX	L1	63,80	16,0	19,20	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	5,22	0,27	380,19	229,13	10,54
		L2	43,25	8,0	19,60	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	3,39	0,17	247,31	96,25	4,43
		L3	78,67	16,0	19,20	1,23	0,0013	144,65	1228,11	151,06	6,63	0,35	483,02	331,96	15,27
DIREÇÃO Y	RAY	L4	54,81	12,5	19,38	1,81	0,0020	120,73	1204,19	217,96	4,45	0,23	324,02	106,06	4,88
		L5	42,58	6,3	19,69	1,81	0,0020	120,73	1204,19	217,96	3,41	0,17	248,11	30,15	1,39
		L6	68,07	16,0	19,20	1,81	0,0020	120,73	1204,19	217,96	5,67	0,30	412,74	194,78	8,96
	RCY	L4	74,66	16,0	19,20	2,46	0,0027	107,33	1190,78	292,93	6,35	0,33	462,87	169,93	7,82
		L5	54,80	6,3	19,69	2,46	0,0027	107,33	1190,78	292,93	4,50	0,23	328,02	35,08	1,61
		L6	89,17	16,0	19,20	2,46	0,0027	107,33	1190,78	292,93	7,83	0,41	570,12	277,19	12,75

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA A7 – CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO CA-50 PARA A REGIÃO SEM CONSIDERAÇÃO DA ARMADURA ATIVA DO MAG –
OPÇÃO 2

OPÇÃO 2		$ M_{sd} $ (kNm/b)	$ N_{sd} $ (kN/b)	ϕ (mm)	$ M_{rd,máx} $ (kNm/b)	x (cm)	x/d _s	A _{s,cal} (cm ² /m)
RBY	L4	11,52	67,86	10,0	93,07	1,25	0,064	1,06
	L5	16,03	116,45	6,3	88,67	1,90	0,096	1,00
	L6	15,17	120,06	10,0	86,02	1,86	0,095	0,70

Fonte: Elaborado pelo autor.