

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

BRUNA MARQUES MAZOCO

**PROPOSTA DE UM ALGORITMO GPC ADAPTATIVO
COM BAIXO CUSTO COMPUTACIONAL**

VITÓRIA-ES
Fevereiro/2015

BRUNA MARQUES MAZOCO

**PROPOSTA DE UM ALGORITMO GPC ADAPTATIVO
COM BAIXO CUSTO COMPUTACIONAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. José Leandro Félix Salles.

VITÓRIA-ES
FEVEREIRO/2015

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Setorial Tecnológica,
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

M476p Mazoco, Bruna Marques, 1988-
Proposta de um algoritmo GPC adaptativo com baixo custo
computacional / Bruna Marques Mazoco. – 2015.
83 f. : il.

Orientador: José Leandro Félix Salles.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) –
Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Algoritmos. 2. Controle preditivo. 3. Sistemas de controle
ajustável. 4. Sistemas lineares. 5. Controladores programáveis.
I. Salles, José Leandro Félix. II. Universidade Federal do
Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 621.3

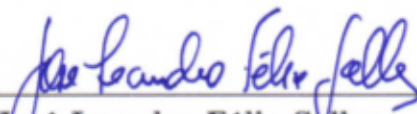
BRUNA MARQUES MAZOCO

**PROPOSTA DE UM ALGORITMO GPC ADAPTATIVO
COM BAIXO CUSTO COMPUTACIONAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 10 de fevereiro de 2015.

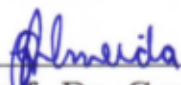
COMISSÃO EXAMINADORA



Prof. Dr. José Leandro Félix Salles
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador



Prof. Dr. Celso Munaro
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinador



Prof. Dr. Gustavo Maia de Almeida
Instituto Federal do Espírito Santo
Examinador

*Ao meu avô, Odilon Nogueira Marques que sempre teve tanto orgulho de mim.
Ao meu tio, José Carlos Marques Netto, dedico essa obra e a esperança de ter
metade do sucesso que você teve na sua vida, pessoal e profissionalmente.
Você jamais será esquecido. Descanse em paz.*

Agradecimentos

Agradeço ao professor Dr. José Leandro Félix Salles, pelas suas orientações, didática, paciência e dedicação ao tema.

À professora Dra. Jussara Farias Fardin, que levantou um sinal de PARE para mim e me fez finalmente entender que eu já tinha tudo o que precisava para finalizar minha dissertação.

Um muito obrigada ao colega João Gustavo Coelho Pena, por todas as vezes que salvou a minha vida em relação ao LaTeX, sem esperar (nem aceitar) nada em troca, nem mesmo uma carona para casa.

Ao Válder Barbosa de Oliveira Junior, pelas explicações e dados fornecidos da planta da Arcellor Mittal.

Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior), pela bolsa fornecida durante 24 meses de Mestrado.

Agradeço aos meus familiares, que acreditam que sou capaz de tudo, ainda que eu não deixe de enfatizar o contrário. Sou grata em especial à minha mãe Claudia Myriam Couzi Marques e à minha avó Maria Ocilene Couzi Marques, que torcem sempre por mim com tanta força, fé e orações.

Não poderia deixar de citar meu tão estimado amigo Gabriel Moulin Manhatys, parceiro durante todo o curso de Engenharia, pelo empurrãozinho mútuo inicial dado no início deste trabalho. Como sempre, a gente vai se apoiando.

Finalmente, a Henrique de Castro Augusto Alvarenga, por sempre acreditar no meu potencial e estar tão ansioso quanto eu para começarmos nossa vida juntos.

Resumo

Esta dissertação propõe um algoritmo do Controlador Preditivo Generalizado (GPC) com horizonte de controle igual a um para ser aplicado em plantas industriais com modelos variantes no tempo, simples o suficiente para ser implementado em Controlador Lógico Programável (PLC). A solução explícita do controlador é obtida em função dos parâmetros do modelo e dos parâmetros de sintonia do GPC (horizonte final de predição h_p e o fator de supressão do sinal de controle λ), além das entradas e saídas presentes e passadas. A sintonia do fator de supressão e do horizonte de previsão GPC é feita através do lugar das raízes da equação característica do sistema em malha fechada, sempre que os parâmetros do modelo da planta industrial (estável ou instável em malha aberta) forem modificados.

Palavras-Chave: Controle Preditivo Generalizado, Controle Adaptativo, Sintonia de Parâmetros, Sistemas Lineares Variantes no Tempo, Controlador Lógico Programável.

Abstract

This dissertation proposes a new formulation of the Generalized Predictive Control (GPC) algorithm to be applied in industrial plants with time-varying models. The unitary control horizon premise allows it to be simple enough to be implemented in a Programmable Logic Controller (PLC). The explicit solution of the control increment is obtained from the parameters of the model and the GPC tuning parameters (prediction horizon h_p and suppression weight λ), in addition to past and present inputs and outputs. Suppression weight tuning is done by Root Locus technique, constructed from the system closed loop characteristic polynomial, everytime the model parameters of the industrial plant (stable or not in open loop) suffer modification.

Key Words: Generalized Predictive Control, Adaptive Control, Parameters Tuning, Time-Varying Linear Systems, Programmable Logic Controller.

Lista de Figuras

1	Dados reais recolhidos da malha de vazão de ar soprado em operação normal.	p. 34
2	Fluxograma simplificado do controle de vazão do soprador. Fonte: ArcelorMittal.	p. 35
3	MV e PV da planta normalizados utilizados para o processo de identificação do modelo.	p. 36
4	<i>Screenshot</i> da interface do <i>toolbox ident</i> do <i>Matlab</i>	p. 38
5	Correspondência em porcentagem dos modelos identificados com os dados reais.	p. 40
6	Simulação livre das 7 plantas identificadas com a ferramenta <i>ident</i>	p. 40
7	Simulação livre das plantas identificadas via algoritmos MQ e MQR.	p. 41
8	Lugar das raízes da planta do soprador ($h_p = 6$).	p. 47
9	Lugar das raízes da planta de segunda ordem mais atraso ($h_p = 6$).	p. 48
10	Lugar das raízes da planta de polo com multiplicidade maior que um ($h_p = 1$).	p. 49
11	Lugar das raízes da planta de fase não-mínima ($h_p = 1$).	p. 50
12	Lugar das raízes da planta de fase não-mínima ($h_p = 2$).	p. 51
13	Lugar das raízes da planta do Molde ($h_p = 2$).	p. 51
14	Lugar das raízes da planta do molde ($h_p = 8$).	p. 52
15	Planta do soprador variante no tempo sem e com controle adaptativo.	p. 57
16	Planta SOPDT variante no tempo sem e com controle adaptativo.	p. 59
17	Planta de polo de multiplicidade maior que um variante no tempo sem e com controle adaptativo.	p. 60
18	Planta de fase não-mínima variante no tempo sem e com controle adaptativo.	p. 61
19	Planta do molde variante no tempo sem e com controle adaptativo.	p. 62
20	Comparação entre os algoritmos	p. 64
21	Comportamento do parâmetro λ com a variação do parâmetro θ	p. 68
22	Simulação do sistema variante no tempo com 2 mudanças.	p. 71
23	Simulação do sistema variante no tempo com 4 mudanças.	p. 71
24	Simulação 1 do sistema variante no tempo com 5 mudanças.	p. 72
25	Simulação 2 do sistema variante no tempo com 5 mudanças.	p. 72
26	Representação gráfica da Torre Giratória. Fonte: (SANCHOTENE, 2009)	p. 80

27	Representação da máquina de lingotamento contínuo. Fonte: (SANCHOTENE, 2009)	p. 81
28	Representação da passagem de aço do distribuidor ao molde. Fonte: (SANCHOTENE, 2009)	p. 82

Lista de Tabelas

1	Horizontes de previsão mínimo e máximo das plantas teste.	p. 45
2	Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta do soprador.	p. 47
3	Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta SOPDT.	p. 48
4	Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta de polo com multiplicidade maior que um.	p. 49
5	Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta de fase não-mínima.	p. 50
6	Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta do molde.	p. 52
7	Análise do comportamento das plantas teste de acordo com o parâmetro λ escolhido.	p. 53
8	Análise do comportamento das plantas modificadas de acordo com o parâmetro λ escolhido.	p. 56
9	Comparação do comportamento da planta do soprador sem e com controle adaptativo.	p. 58
10	Comparação do comportamento da planta do SOPDT sem e com controle adaptativo.	p. 58
11	Comparação do comportamento da planta de polo de multiplicidade maior que um sem e com controle adaptativo.	p. 59
12	Comparação do comportamento da planta de fase não-mínima sem e com controle adaptativo.	p. 61
13	Comparação do comportamento da planta do molde sem e com controle adaptativo.	p. 63
14	Média dos tempos de execução dos algoritmos face ao tempo total de execução do <i>script</i>	p. 65
15	Comportamento do λ ideal em função da variação linear de K	p. 67
16	Comportamento do λ ideal em função da variação linear de θ	p. 67
17	Alguns exemplos de sintonia do parâmetro λ	p. 69

Lista de Símbolos

Abreviaturas	
ARX	<i>Auto-Regressive with Exogenous input</i> Auto-regressivo com entrada exógena
CARIMA	<i>Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average</i>
CPU	<i>Control Processing Unit</i> Unidade Central de Processamento
DMC	<i>Dynamic Matrix Controller</i> Controle por Matriz Dinâmica
FOPDT	<i>First Order Plus Dead Time</i> Primeira Ordem Mais Tempo Morto
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i> Controle Preditivo Generalizado
ISE	<i>Integral Square Error</i> Integral do Erro Quadrático
LQG	<i>Linear Quadratic Gaussian Controller</i> Controlador Linear Quadrático Gaussiano
LR	Lugar das Raízes
MPC	<i>Model Predictive Control</i> Controle Preditivo Baseado em Modelo
MQ	Mínimos Quadrados
MQR	Mínimos Quadrados Recursivo
MV	<i>Manipulated Variable</i> Variável Manipulada
OV	<i>Overshoot</i> Sobressinal
PLC	<i>Programmable Logic Controller</i> Controlador Lógico Programável
PV	<i>Process Variable</i> Variável de Processo
RPN	<i>Robust Performance Number</i> Número de Desempenho Robusto
SDCD	Sistema Digital de Controle Distribuído
SOPDT	<i>Second Order Plus Dead Time</i> Segunda Ordem Mais Tempo Morto
SP	<i>Setpoint</i> Sinal de Referência
ZOH	<i>Zero-Order Holder</i> Segurador de Ordem Zero

Sumário

1	Introdução	p. 12
2	Controle Preditivo Generalizado (GPC)	p. 16
2.1	Introdução	p. 16
2.2	Solução do GPC Monovariável Irrestrito	p. 16
2.2.1	Previsão Usando o Modelo Monovariável	p. 17
2.2.2	Caso Irrestrito com Distúrbio	p. 23
2.2.3	Estabilidade e Sintonia dos Parâmetros do GPC	p. 25
2.3	Solução do GPC Irrestrito para Horizonte de Controle igual a Um	p. 27
2.3.1	Estabilidade e sintonia do GPC com $h_c = 1$	p. 30
3	Plantas teste	p. 33
3.1	Planta real de controle de vazão de ar em um regenerador de indústria siderúrgica	p. 33
3.1.1	Funcionamento do sistema de ar soprado para o alto forno	p. 34
3.1.2	Identificação da malha de vazão de ar	p. 35
3.1.2.1	Modelos obtidos na identificação	p. 38
3.2	Plantas utilizadas nas simulações	p. 41
4	Resultados	p. 44
4.1	Análise via método do lugar das raízes	p. 44
4.1.1	Escolha do horizonte de previsão h_p	p. 45
4.1.2	Escolha do fator de supressão λ	p. 45
4.2	Plantas variantes no tempo	p. 54
4.3	Comparação do algoritmo padrão com o algoritmo proposto	p. 63
4.4	Um estudo aprofundado da planta do soprador	p. 65
4.4.1	Sintonia do controlador adaptativo GPC	p. 66
4.4.2	Simulação da planta variante no tempo	p. 69
4.4.3	Considerações finais sobre plantas variantes no tempo	p. 73
5	Conclusão	p. 74
	Referências Bibliográficas	p. 76
	Anexo A	p. 79
	Anexo B	p. 80

1 *Introdução*

A partir das últimas três décadas observa-se que as estratégias de Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC) estão sendo cada vez mais aplicadas no ambiente industrial, pois são adequadas para controle de processos mono e multivariáveis, com e sem restrições, e que apresentam elevado tempo morto e parâmetros variantes no tempo (CAMACHO; BORDONS, 2000). Várias vertentes do MPC foram estudadas e implementadas, entre elas o Controle por Matriz Dinâmica (DMC) (CUTLER; RAMAKER, 1980), o Controle Preditivo Generalizado (GPC) (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987), o Controlador Linear Quadrático Gaussiano (LQG), etc. O MPC resolve um problema de otimização a cada iteração para calcular uma sequência de ações de controle a partir das medidas das variáveis atuais do processo. Segundo (MACIEJOWSKI, 2002), na hierarquia de controle industrial, o MPC localiza-se numa camada acima dos controladores regulatórios, gerando *setpoints* para os PLCs e SDCDs, tendo em vista que a quantidade de cálculos necessários para determinar a ação de controle do MPC pode demandar um tempo da ordem de minutos.

Trabalhos recentes utilizam o MPC em sistemas digitais inseridos nas malhas de controle de plantas industriais, os quais requerem que os cálculos da ação de controle sejam realizados em períodos menores que um segundo. Como exemplo, pode ser citado (VALENCIA-PALOMO; ROSSITER, 2011), onde a solução do MPC é calculada de forma explícita, ou seja, obtêm-se antecipadamente todas as possíveis soluções do problema de otimização para posteriormente implementá-las em *hardware*. Este método é utilizado para controle de sistemas com dinâmica rápida (WEINKELLER; SALLES; FILHO, 2012), sendo necessário o conhecimento preciso do modelo matemático do processo para ser implementado. Caso o modelo seja variante no tempo, é necessário identificá-lo com a planta em operação e determinar a solução do MPC a cada período de amostragem, ou seja, através de métodos que utilizam identificação e otimização *online*, como por exemplo, (ROSSITER; VALENCIA-PALOMO, 2011) e (JUNIOR; COELHO, 2013).

O desempenho do controlador preditivo depende da sintonia adequada dos horizontes de predição h_p e controle h_c , além do fator de supressão λ . Entretanto, de acordo com (CAMPOS; GOMES; PEREZ, 2013) p. 243, a seleção destes parâmetros que atendam às especificações de projeto do sistema de controle em malha fechada não é uma tarefa simples.

Conforme mostra o estudo realizado por (GARRIGA; SOROUGH, 2010), há uma

diversidade de regras de sintonia de MPCs usando métodos não automáticos. Tais métodos são obtidos através regras heurísticas que dependem das características do processo a ser controlado, e são desenvolvidos de acordo com a experiência do operador. Nos métodos não automáticos, a sintonia é feita de maneira *offline*, isto é, realiza-se uma pré-sintonia dos parâmetros iniciais do MPC através de simulação do modelo dinâmico que representa o processo a ser controlado. Em seguida, o controlador MPC é testado no processo real em malha fechada, e caso as especificações do desempenho do sistema de controle não sejam atendidas, é feita uma ressintonia dos parâmetros iniciais.

Existem outros métodos de sintonia que determinam os parâmetros de forma automática, os quais podem ser utilizados tanto na forma *offline* (CAMPOS; GOMES; PEREZ, 2013) quanto na forma *online* (com a planta em operação sintoniza-se os parâmetros automaticamente sempre que o desempenho da resposta transitória da variável controlada se deteriora).

Observa-se em (AL-GHAZZAWI et al., 2001) e (PEREIRA et al., 2014) que os métodos de sintonia automáticos requerem um esforço computacional maior, pois necessitam de um algoritmo de otimização no cálculo dos parâmetros de maneira a maximizar o desempenho do sistema de controle. No entanto, possuem a vantagem de fornecer parâmetros mais adequados para serem aplicados na planta real, se o modelo matemático usado na simulação for preciso (PEREIRA et al., 2014). A otimização dos parâmetros nos métodos automáticos pode ser realizada através de algoritmos que calculam a derivada de uma função de desempenho não linear em relação aos parâmetros de sintonia, conforme apresentado em (ALI; ZAFIRIOU, 1993). Em processos mais complexos (multivariáveis com restrições e/ou instáveis em malha aberta) esta função de desempenho apresenta mínimos locais que impedem a obtenção dos parâmetros próximos do mínimo global. Para contornar esta dificuldade, vários métodos baseados em Algoritmos Evolutivos têm sido aplicados na sintonia dos parâmetros do MPC, conforme pode-se observar em (PEREIRA et al., 2014), (LEE; SVRCEK; YOUNG, 2008) e (SUZUKI et al., 2009), os quais são utilizados em qualquer tipo de processo, sem a utilização de derivadas.

Quanto às diretrizes para o ajuste dos parâmetros do controlador GPC, horizonte de previsão (h_p) e fator de supressão do sinal de controle (λ), (RANI; UNBEHAUEN, 1997) revisa vários métodos de sintonia do DMC e GPC existentes na literatura entre 1985 e 1994, mas não inclui aplicações reais. Além disso, alguns desses trabalhos fazem a sintonia explícita dos parâmetros, enquanto vários outros apenas definem uma faixa de trabalho. Aqui podem ser citados (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987), (CLARKE; MOHTADI, 1989) e (BANERJEE; SHAH, 1992), que sugerem sintonizar o horizonte de previsão igual a 10, entre $(2n_a - 1)$ e t_{95}/T_s , e igual a t_{95}/T_s , respectivamente (onde n_a é a ordem do polinômio $A(z^{-1})$, t_{95} é o tempo de assentamento do sistema e T_s é o tempo de amostragem), mas não definem nenhuma lei de escolha

do parâmetro λ ; ao passo que (MCINTOSH; SHAH; FISHER, 1991) sugere um método iterativo de sintonia do fator de supressão a partir de uma lei matemática e um valor inicial. Os próprios autores de (RANI; UNBEHAUEN, 1997) sugerem sintonizar o horizonte de previsão entre o máximo tempo morto e o tempo de assentamento do sistema, além de propor uma lei de sintonia para λ em função do valor de h_p escolhido.

Uma revisão mais recente de *guidelines* pode ser conferida em (GARRIGA; SO-ROUSH, 2010), que elabora um apanhado mais completo dos métodos não automáticos mais importantes existentes até hoje. Além dos autores já citados acima, (TRIERWEILER; FARINA, 2003) propõe uma sintonia dos parâmetros do controlador GPC com base no Número de Desempenho Robusto (RPN) do sistema, já (KARACAN; HAPOGLU; ALPBAZ, 2001) sintoniza λ por meio de tentativa e erro. No artigo (YOSHITANI; HASEGAWA, 1998), o fator λ foi sintonizado igual a 0.6, embora os autores tenham notado que para aquele caso específico, o fator de supressão não era tão crítico desde que o horizonte de previsão fosse sintonizado corretamente.

O objetivo desta dissertação é desenvolver um algoritmo do Controlador Preditivo Generalizado (GPC) com horizonte de controle igual a 1(um) para ser aplicado em plantas industriais com modelos variantes no tempo e que seja simples o suficiente para ser implementado em PLC. A solução explícita do controlador é obtida em função dos parâmetros do modelo e dos parâmetros de sintonia do GPC (h_p e λ), além das entradas e saídas presentes e passadas. Quando o horizonte de controle do GPC é considerado igual a um, a estabilidade e o desempenho transitório devem ser alcançados através da sintonia adequada do horizonte de previsão e do fator de supressão (ZHANG; XI, 1988).

Neste trabalho propõe-se fazer a sintonia *offline* do fator de supressão do GPC (considerando o horizonte de controle igual a 1) através do método do lugar das raízes. Este método possibilita melhor visualização do comportamento da planta, uma vez obtido o seu modelo e escolhido o valor do horizonte de predição h_p (que pode seguir qualquer um dos critérios de sintonia já apresentados na literatura pelos autores já mencionados acima). A escolha do horizonte de controle igual a 1 é o que vai possibilitar a manipulação matemática das equações de maneira a encontrar o polinômio característico da planta isolando o fator λ , que passa a ser tratado como um ganho cuja variação caracteriza a localização dos polos do sistema em malha fechada. De posse do LR do sistema, cabe ao usuário escolher o comportamento da planta que melhor atende às suas especificações. O recente artigo (JERONYMO; COELHO, 2014), desenvolve um trabalho de sintonia via lugar das raízes dos parâmetros do controlador DMC. Este método de sintonia *online* é aplicado a processos não lineares que podem ser aproximados por um modelo linear FOPDT. O método desenvolvido neste trabalho será aplicado no controle de processos que não necessariamente se aproximam do modelo FOPDT.

Esta dissertação é composta de cinco Capítulos e 2 Anexos. O primeiro capítulo contém uma contextualização da teoria do Controle Preditivo Generalizado, assim como uma revisão bibliográfica do estado da arte, no que diz respeito à sintonia dos parâmetros do controlador GPC.

O Capítulo 2 explica com detalhes a metodologia usada, explicitando as relações matemáticas necessárias para a dedução da lei de controle adaptada e da função de transferência em malha fechada, usada posteriormente na análise do lugar das raízes. Ao final do capítulo, o algoritmo a ser implementado é descrito.

O Capítulo 3 apresenta um estudo conduzido acerca de uma planta real de uma indústria siderúrgica, contendo com detalhes o método de identificação utilizado para achar seu modelo matemático a partir de dados reais. Essa planta posteriormente é utilizada como base de teste, juntamente a outras plantas que são apresentadas ao final do capítulo.

O Capítulo 4 traz todos os resultados obtidos ao final desse estudo. Ele aborda primeiramente a sintonia dos parâmetros do controlador GPC, demonstrando o procedimento seguido via ferramenta do lugar das raízes. A seguir, essa análise é utilizada para exemplificar como a nova proposta funcionaria no caso de plantas variantes no tempo. Em seguida ele traz a comparação de desempenho dos dois algoritmos de cálculo da lei de controle - o clássico e o proposto neste trabalho - por meio de gráficos e valores quantitativos de tempo de computação. Finalmente, uma situação próxima a real é simulada com a planta identificada no Capítulo 3 se comportando como variante no tempo, com uma proposta de controlador adaptativo.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões do estudo, assim como comentários adicionais e sugestões para trabalhos futuros.

2 *Controle Preditivo Generalizado (GPC)*

O GPC é um controle preditivo baseado em modelo representado na forma de função de transferência. Este capítulo apresenta a solução do GPC através de equações recursivas na forma matricial, cujas dimensões dependem dos horizontes de controle e previsão. Essas equações dependem também dos parâmetros do modelo, o que permite a implementação em controladores adaptativos. As equações do GPC serão desenvolvidas para sistemas monovariáveis com e sem distúrbio e sem restrições.

2.1 Introdução

O controlador GPC foi proposto por (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987) sendo utilizado principalmente em plantas industriais que necessitam de um controlador adaptativo e robusto, conforme mostra o Capítulo 9 de (CAMACHO; BORDONS, 2000). Esta metodologia de controle abrange uma ampla faixa de processos, desde as plantas com dinâmicas mais simples até aquelas com dinâmicas mais complexas, incluindo atraso de transporte, fase não mínima, e instáveis. Pode ser aplicada tanto em sistemas monovariáveis quanto multivariáveis, com ou sem restrições nos sinais de saída e de controle. A ideia básica do GPC consiste em calcular uma sequência de sinais de controle futuros de forma a minimizar uma função custo definida através de um horizonte de previsão e um horizonte de controle. A função custo a ser minimizada equivale ao erro médio entre a saída do sistema previsto e a referência prevista, além do quadrado da variação do controle.

2.2 Solução do GPC Monovariável Irrestrito

O Controle Preditivo utiliza um modelo interno para gerar as previsões futuras da variável de processo. A metodologia do GPC usa o modelo CARIMA dado por:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (2.1)$$

na qual $u(t)$ e $y(t)$ são as sequências de controle e saída da planta respectivamente, $e(t)$ é um ruído branco de média zero, d é o atraso de transporte do sistema em

unidades de amostragem, $\Delta = 1 - z^{-1}$ e A , B , e C são polinômios em z^{-1} da seguinte forma:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{nc} z^{-nc}$$

Por motivo de simplificação, já que neste trabalho considera-se que às plantas tomadas como exemplo acrescenta-se somente ruído branco não correlacionado, o polinômio C é considerado igual a 1. O algoritmo do GPC consiste em obter uma sequência de controle que irá minimizar uma função custo quadrática definida a seguir:

$$J(h_m, h_p, h_c) = \sum_{j=h_m}^{h_p} \delta [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{h_c} \lambda [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (2.2)$$

na qual $\hat{y}(t+j)$ é a sequência de saída prevista do sistema j passos à frente, $\Delta u(t+j) = u(t+j) - u(t+j-1)$ é a variação do sinal de controle obtida pela minimização da função custo, h_m e h_p são os horizontes de previsão mínimo e máximo respectivamente, h_c é o horizonte de controle, e δ e λ são sequências de pesos que penalizam o erro futuro e o esforço de controle, respectivamente, ao longo de um horizonte e $w(t+j)$ é a trajetória de referência futura mostrada abaixo:

$$\begin{aligned} w(t) &= y(t) \\ w(t+j) &= \alpha w(t+j-1) + (1-\alpha)r(t+j) \\ j &= h_m \dots h_p \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde α é um parâmetro entre 0 e 1 que especifica o quão suave a trajetória $w(t)$ deve seguir o sinal $r(t+j)$, que representa a evolução da referência futura. O objetivo do controle preditivo é calcular uma sequência futura de variações do sinal de controle $\Delta u(t)$, $\Delta u(t+1)$, ..., $\Delta u(t+h_c-1)$ de tal maneira que a saída prevista do processo $\hat{y}(t+j)$ acompanhe a referência $w(t+j)$ da melhor maneira possível, ou seja, com um menor erro possível, além da minimização da função objetivo (equação (2.2)).

2.2.1 Previsão Usando o Modelo Monovariável

Será determinado a seguir, o preditor j passos à frente $\hat{y}(t+j)$ definido por:

$$\hat{y}(t+j) = \min_z E\{(y(t+j) - z)^2\}^1$$

De acordo com (SODERSTROM, 2002):

$$\hat{y}(t+j) = E\{y(t+j)|y(0), y(1), \dots, y(t)\}$$

¹Preditor j passos à frente que minimiza a variância do erro de previsão

Observe que a equação (2.1) é equivalente a:

$$\tilde{A}(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}\Delta u(t-1) + e(t) \quad (2.4)$$

onde $\Delta u = (1 - z^{-1})u$ e:

$$\tilde{A} = (1 - z^{-1})A = 1 + \tilde{a}_1 z^{-1} + \dots + \tilde{a}_{na+1} z^{-(na+1)} \quad (2.5)$$

Sejam os polinômios E_j e F_j com graus de $(j-1)$ e na respectivamente, unicamente definidos pela equação Diophantina:

$$1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (2.6)$$

Multiplicando (2.4) por $E_j z^j$ e usando o fato de que $\tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1}) = 1 - z^{-j}F_j(z^{-1})$, conclui-se que:

$$\hat{y}(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (2.7)$$

Como o polinômio $E_j(z^{-1})$ tem grau $(j-1)$, os termos que multiplicam o ruído $e(t+j)$ estão no futuro. Então, aplicando $E[y(t+j)|y_0, y_1, \dots, y(t)]$ em (2.7), obtém-se:

$$\hat{y}(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1)$$

Definindo:

$$G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1}) = g_0^j + g_1^j z^{-1} + \dots + g_{nb+j-1}^j z^{-(nb+j-1)} \quad (2.8)$$

chega-se à seguinte expressão:

$$\hat{y}(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) \quad (2.9)$$

Observação 1 Observa-se que E_j é o quociente da divisão de 1 por $\tilde{A}$ e F_j é o resto desta divisão. Portanto, os j coeficientes de E_j e de E_{j+1} serão iguais, e consequentemente os j coeficientes de G_j também serão iguais ao de G_{j+1} . Logo, é possível omitir o subíndice superior de g_i^j ou seja $g_i^j = g_i$ para $i = 0, \dots, j-1$.

Note que $G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1)$, $j \geq d+1$, possui termos com ações de controle passadas, presente e futuras. Para separar estes termos, define-se o polinômio H_j de ordem $(j-d-1)$ por:

$$H_j(z^{-1}) = g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + \dots + g_{j-d-1} z^{-(j-d-1)} \quad (2.10)$$

E desta forma, define-se também o polinômio complementar $\bar{H}_j(z^{-1})$ tal que:

$$\bar{H}_j(z^{-1}) = G_j(z^{-1}) - H_j(z^{-1}) \quad (2.11)$$

$$\bar{H}_j(z^{-1}) = g_{j-d} z^{-(j-d)} + \dots + g_{j-1} z^{-(j-1)} + g_j^j z^{-j} + \dots + g_{nb+j-1}^j z^{-(nb+j-1)}$$

Portanto, para $j \geq d + 1$, $H_j(z^{-1})\Delta u(t + j - d - 1)$ é um polinômio com ações de controle presente e futura e $\bar{H}_j(z^{-1})\Delta u(t + j - d - 1)$ é um polinômio com ações de controle passadas. A seguir serão apresentados alguns resultados preliminares que serão utilizados na representação matricial da equação de previsão do GPC.

Lema 1: Para $j = d + l$,

$$\bar{H}_j(z^{-1})\Delta u(t + j - d - 1) = z^l \bar{H}_j(z^{-1})\Delta u(t - 1)$$

Prova: Para $j = d + l$, observar que:

$$\begin{aligned} \bar{H}_j(z^{-1})\Delta u(t + j - d - 1) &= (g_l z^{-l} + \dots + g_{d+l-1} z^{-(d+l-1)} + g_{d+l}^j z^{-(d+l)} + \\ &\quad + \dots + g_{nb+d+l-1}^j z^{-(nb+d+l-1)})\Delta u(t + l - 1) \\ &= (g_l + \dots + g_{d+l-1} z^{-(d-1)} + g_{d+l}^j z^{-d} + \dots + \\ &\quad + g_{nb+d+l-1}^j z^{-(nb+d-1)})\Delta u(t - 1) \end{aligned} \quad (2.12)$$

tendo em vista que: $z^{-l}\Delta u(t + l - 1) = \Delta u(t - 1)$. Para $j = d + l$, observa-se através de (2.12) que:

$$z^l \bar{H}_j(z^{-1}) = g_l + \dots + g_{d+l-1} z^{-(d+l-1)} + g_{d+l}^j z^{-(d+l)} + \dots + g_{nb+d+l-1}^j z^{-(nb+d-1)} \quad (2.13)$$

Considerando (2.12) e (2.13) conclui-se que:

$$\bar{H}_j(z^{-1})\Delta u(t + j - d - 1) = z^l \bar{H}_j(z^{-1})\Delta u(t - 1) \square$$

Usando o **Lema 1** para $j = d + l$ a equação de previsão (2.9) será:

$$\hat{y}(t + d + l) = H_{d+l}\Delta u(t + l - 1) + z^l \bar{H}_{d+l}(z^{-1})\Delta u(t - 1) + F_{d+l}(z^{-1})y(t) \quad (2.14)$$

Lema 2: Os coeficientes g_l , $l = 0, \dots, N - 1$ satisfazem a equação recursiva:

$$g_j = - \sum_{l=1}^j a_l g_{j-l} + \sum_{i=0}^j b_i, \quad \text{com } g_j = 0, \forall j < 0 \quad (2.15)$$

onde a_i e b_i são os parâmetros do numerador e do denominador da função de transferência.

Prova: A demonstração pode ser obtida através da equação a diferenças relacionada à função de transferência:

$$\tilde{A}(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-(d+1)}\Delta u(t) + e(t)$$

onde $\tilde{A} = (1 - z^{-1})A(z^{-1})$. Tal equação é equivalente à seguinte expressão:

$$\begin{aligned} y(t) &= (1 - a_1)y(t - 1) + (a_1 - a_2)y(t - 2) + \dots + (a_{na-1} - a_{na})y(t - na - 1) + \\ &\quad + b_0\Delta u(t - d - 1) + \dots + b_{nb}\Delta u(t - d - nb - 1) + e(t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Através de (2.16) pode-se calcular a previsão $d+1$ passos a frente, ou seja, obter

$$\hat{y}(t+j) = E\{y(t+d+1)|y_0, y_1, \dots, y(t)\}$$

que é igual a:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+d+1) = & (1-a_1)\hat{y}(t+d) + (a_1-a_2)\hat{y}(t+d-1) + \dots + \\ & +(a_{na-1}-a_{na})\hat{y}(t+d-na) + b_0\Delta u(t) + \dots + b_{nb}\Delta u(t-nb) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Note que as previsões $\hat{y}(t+d) \dots \hat{y}(t+d-na)$ dependem somente das ações de controle passadas. Através de (2.10) e (2.14), conclui-se que:

$$\hat{y}(t+d+1) = g_0\Delta u(t) + z^l\overline{H}_{d+1}(z^{-1})\Delta u(t-1) + F_{d+l}(z^{-1})y(t) \quad (2.18)$$

Como os termos $z^l\overline{H}_{d+1}(z^{-1})\Delta u(t-1)$ e $F_{d+l}(z^{-1})y(t)$ dependem somente das ações passadas, conclui-se através da comparação de (2.17) e (2.18) que $g_0 = b_0$, ou seja g_0 é dado por (2.15) para $j = 1$. Usando (2.16) calcula-se a previsão $d+2$ passos a frente:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+d+2) = & (1-a_1)\hat{y}(t+d+1) + (a_1-a_2)\hat{y}(t+d) + \dots + \\ & (a_{na-1}-a_{na})\hat{y}(t+d+1-na) + b_0\Delta u(t+1) + \\ & + \dots + b_{nb}\Delta u(t+1-nb) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Substituindo (2.17) em (2.19) conclui-se que:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+d+2) = & [(1-a_1)^2 + (a_1-a_2)]\hat{y}(t+d) + [(1-a_1)(a_1-a_2)]\hat{y}(t+d-1) + \\ & + \dots + [(1-a_1)(a_{na-1}-a_{na})]\hat{y}(t+d-na) + b_0\Delta u(t+1) + \\ & [(1-a_1)b_0 + b_1]\Delta u(t) + \dots + (1-a_1)b_{nb}\Delta u(t-nb) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Através de (2.10) e (2.14), conclui-se que:

$$\hat{y}(t+d+2) = g_0\Delta u(t+1) + [b_1 - b_0(a_1-1)]\Delta u(t) + z^2\overline{H}_{d+2}(z^{-1})\Delta u(t-1) + F_{d+2}(z^{-1})y(t) \quad (2.21)$$

Portanto, através da comparação de (2.20) e (2.21), conclui-se que $g_0 = b_0$ e $g_1 = b_1 - b_0(a_1-1)$, ou seja g_1 é dado por (2.15) para $j = 2$. Repetindo o raciocínio para $j = 3, 4, \dots$ demonstra-se que g_j satisfaz (2.15). $\square$

Considerando um horizonte de previsão $j = d+l$ chega-se, através de (2.14) para $1 \leq l \leq N$, ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}
\hat{y}(t+d+1) &= H_{d+1}\Delta u(t) + z\bar{H}_{d+1}\Delta u(t-1) + F_{d+1}y(t) \\
\hat{y}(t+d+2) &= H_{d+2}\Delta u(t+1) + z^2\bar{H}_{d+2}\Delta u(t-1) + F_{d+2}y(t) \\
&\vdots \\
\hat{y}(t+d+N) &= H_{d+N}\Delta u(t+N-1) + z^N\bar{H}_{d+N}\Delta u(t-1) + F_{d+N}y(t)
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Lema 3: Seja um horizonte de controle h_c . Então: $H_{d+l}(z^{-1})\Delta u(t+l-1)$, $l = 1, \dots, N$ é representado através da equação (2.23) para $l \leq h_c$ e através de (2.24) para $l \geq h_c + 1$.

$$H_{d+l}\Delta u(t+l-1) = \begin{bmatrix} g_{l-1} & g_{l-2} & \dots & g_1 & g_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j-d-2) \\ \Delta u(t+j-d-1) \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

$$H_{d+l}\Delta u(t+l-1) = \begin{bmatrix} g_{l-1} & g_{l-2} & \dots & g_{l+1-h_c} & g_{l-h_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+h_c-2) \\ \Delta u(t+h_c-1) \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

Prova: Para $j = d + l$, $l \leq h_c$

$$\begin{aligned}
H_{d+l}(z^{-1})\Delta u(t+l-1) &= (g_0 + g_1z^{-1} + \dots + g_{l-1}z^{-(l-1)})\Delta u(t+l-1) \\
&= g_0\Delta u(t+l-1) + g_1\Delta u(t+l-2) + \dots + g_{l-1}\Delta u(t)
\end{aligned} \tag{2.25}$$

que é equivalente à expressão (2.23). Para $l \geq h_c + 1$, tem-se que $\Delta u(t+l-1) = \Delta u(t+l-2) = \dots = \Delta u(t+h_c+1) = \Delta u(t+h_c) = 0$. Em vista disto, a expressão (2.26) para $j = l + d$, $l \geq h_c + 1$, será:

$$\begin{aligned}
H_{d+l}(z^{-1})\Delta u(t+l-1) &= g_{l-h_c}\Delta u(t+h_c-1) + g_{l-h_c+1}\Delta u(t+h_c-2) \\
&+ \dots + g_{l-1}\Delta u(t)
\end{aligned} \tag{2.26}$$

que é equivalente à expressão (2.24). $\square$

Considerando (2.22) e usando o Lema 3, chega-se à seguinte expressão matricial:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta \mathbf{u} + \bar{\mathbf{H}}\Delta u(t-1) + \mathbf{F}y(t) \tag{2.27}$$

Sendo:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1) \\ \hat{y}(t+d+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N) \end{bmatrix}_{NX1} \quad (2.28)$$

$$\Delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+h_c-1) \end{bmatrix}_{h_c X1} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{h_c-1} & g_{h_c-2} & \dots & g_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_{N-h_c} \end{bmatrix}_{NXh_c} \quad (2.30)$$

$$\overline{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} z\overline{H}_{d+1} \\ z^2\overline{H}_{d+2} \\ \vdots \\ z^N\overline{H}_{d+N} \end{bmatrix}_{NX1} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{d+1} \\ F_{d+2} \\ \vdots \\ F_{d+N} \end{bmatrix}_{NX1} \quad (2.32)$$

Definindo:

$$\mathbf{f} = \overline{\mathbf{H}}\Delta u(t-1) + \mathbf{F}y(t) \quad (2.33)$$

como resposta livre, que depende das entradas e saídas passadas, chega-se à seguinte expressão:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}$$

onde $\mathbf{F}$, $\overline{\mathbf{H}}$ e $\mathbf{f}$ são vetores de polinômios em z^{-1} .

Para solucionar o problema do GPC, uma sequência de sinais de controle $\Delta u(t)$, $\Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+h_c-1)$ será obtida para minimizar a expressão (2.2), que pode ser escrita na forma matricial:

$$J = \delta(\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w})^T(\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \lambda\Delta\mathbf{u}^T\Delta\mathbf{u} \quad (2.34)$$

sendo $\mathbf{w}$ o vetor de referência futura dado por:

$$\mathbf{w} = [w(t+d+1) \ w(t+d+2) \ \dots \ w(t+d+N)]^T$$

A expressão (2.34) pode ser escrita como:

$$J = \frac{1}{2}\Delta\mathbf{u}^T\mathbf{H}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{b}^T\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f}_0 \quad (2.35)$$

na qual:

$$\mathbf{H} = 2(\delta\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})$$

$$\mathbf{b}^T = 2\delta(\mathbf{f} - \mathbf{w})^T\mathbf{G}$$

$$\mathbf{f}_0 = \delta(\mathbf{f} - \mathbf{w})^T(\mathbf{f} - \mathbf{w})$$

O mínimo de J , assumindo que não existam restrições ao sinal de controle, é linear e é obtido derivando-se J em relação a $\Delta\mathbf{u}$ e igualando a zero. Obtem-se

$$\Delta\mathbf{u} = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{b} = (\delta\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{G}^T\delta(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (2.36)$$

O sinal de controle enviado para o processo é apenas o primeiro elemento do vetor $\Delta\mathbf{u}$, dado por:

$$\Delta u(t) = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (2.37)$$

onde $\mathbf{K}$ é a primeira linha da matriz $(\delta\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{G}^T\delta$.

Na realidade, não se aplica o vetor $\Delta\mathbf{u}$ à planta, mas somente o primeiro elemento de $\Delta\mathbf{u}$. Esta é uma estratégia subótima chamada horizonte de controle retrocedente. O algoritmo do GPC padrão pode ser conferido no Anexo A.

2.2.2 Caso Irrestrito com Distúrbio

Muitos processos são afetados por distúrbios externos causados por perturbações de variáveis que podem ser medidas. Esta situação é típica de vários tipos de processos nos quais a saída é afetada pela variação de um regime de carga. Neste caso, o GPC também utilizará um modelo interno para gerar as previsões futuras do comportamento do processo, porém, dentro deste novo algoritmo, o modelo CARIMA deve ser modificado para que se possa incluir a ação devido ao distúrbio. Desta maneira, o modelo utilizado pelo GPC pode ser descrito pela equação (2.38):

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + D(z^{-1})v(t) + \frac{e(t)}{\Delta} \quad (2.38)$$

onde a variável $v(t)$ é o distúrbio medido no tempo t e $D(z^{-1})$ é um polinômio definido como em (2.39) e as outras variáveis são as mesmas mencionadas anteriormente:

$$D(z^{-1}) = d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_{nd} z^{-nd} \quad (2.39)$$

Multiplicando a equação (2.38) por $\Delta E_j(z^{-1})z^j$:

$$\begin{aligned} E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1})y(t+j) &= E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) \\ &+ E_j(z^{-1})D(z^{-1})\Delta v(t+j) + E_j(z^{-1})e(t+j) \end{aligned} \quad (2.40)$$

Usando 2.6 e algumas manipulações algébricas tem-se:

$$\begin{aligned} y(t+j) &= F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) \\ &+ E_j(z^{-1})D(z^{-1})\Delta v(t+j) + E_j(z^{-1})e(t+j) \end{aligned} \quad (2.41)$$

Como o polinômio $E_j(z^{-1})$ tem grau $j-1$, os termos que multiplicam o ruído $e(t+j)$ estão no futuro. Então, aplicando $E[y(t+j)|y_0, y_1, \dots, y(t)]$ chega-se a:

$$\hat{y}(t+j) = G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})D(z^{-1})\Delta v(t+j)$$

Defina-se o polinômio $M_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})D(z^{-1})$, no qual:

$$M_j = m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2} + \dots + m_{nd+j-1} z^{-(nd+j-1)}$$

Usando os polinômios H_j e $\bar{H}_j$ definidos em (2.10) e (2.12), a equação de previsão para $j = d+l$ será dada por:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+d+l) &= H_{d+l}(z^{-1})\Delta u(t+l-1) + F_{d+l}(z^{-1})y(t) + z^l \bar{H}_{d+l}(z^{-1})\Delta u(t-1) \\ &+ M_{d+l}(z^{-1})\Delta v(t+d+l) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Note que na equação (2.42), os três últimos termos do lado direito dependem apenas dos valores passados da saída do processo, da variável de entrada e do distúrbio medido, e correspondem à resposta livre do processo, enquanto que o primeiro termo depende dos valores futuros do sinal de controle e podem ser considerados a resposta forçada.

O último termo da equação (2.42) depende de um distúrbio determinístico futuro. Em alguns casos, eles são relacionados com a carga do processo e os distúrbios futuros são conhecidos. Em outros casos eles podem ser previstos usando tendências ou por outros meios¹. Para essa última possibilidade, o termo correspondente ao distúrbio determinístico futuro pode ser incluído no cálculo do sinal de controle do GPC.

A equação (2.42) pode ainda ser escrita como:

$$\hat{y}(t+d+l) = H_{d+l}\Delta u(t+l-1) + f_{d+l}$$

¹Se não for possível medir ou prever os distúrbios, o problema pode ser resolvido através de Controle Preditivo Robusto

com $f_{d+l} = F_{d+l}(z^{-1})y(t) + M_{d+l}(z^{-1})\Delta v(t+d+l) + z^l \overline{H}_{d+l}(z^{-1})\Delta u(t-1)$.

Considerando agora um conjunto de previsões $j = d+l, l = 1 \dots N$ passos à frente:

$$\begin{aligned}\hat{y}(t+d+1) &= H_{d+1}(z^{-1})\Delta u(t) + f_{d+1} \\ \hat{y}(t+d+2) &= H_{d+2}(z^{-1})\Delta u(t+1) + f_{d+2} \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+d+N) &= H_{d+N}(z^{-1})\Delta u(t+N-1) + f_{d+N}\end{aligned}\tag{2.43}$$

Desta forma, as expressões podem ser escritas como:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f}\tag{2.44}$$

onde $\mathbf{H}$ está definido em (2.30), $\Delta\mathbf{u}$ em (2.29) e:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_{d+1} \\ f_{d+2} \\ \vdots \\ f_{d+N} \end{bmatrix}_{N \times 1}\tag{2.45}$$

Observa-se que (2.44) tem a mesma forma da equação de previsão geral usada no caso sem distúrbio. O sinal de controle futuro pode ser encontrado da mesma maneira, o que muda neste caso é a forma na qual encontra-se a resposta livre do processo, onde deve-se incluir os distúrbios medidos e os distúrbios futuros previstos. Portanto, a ação de controle será obtida através de (2.37) e leva em consideração os distúrbios (ação *feedforward*).

2.2.3 Estabilidade e Sintonia dos Parâmetros do GPC

A lei de controle preditivo pertence à classe das leis de controle ótimo, pois ambas se baseiam na minimização de uma função custo. Para $N = h_p - h_c$ grande e h_c grande o GPC fornece a solução aproximadamente igual ao do controle ótimo com horizonte infinito, portanto a solução do GPC neste caso será ótima. Já para horizontes finitos a lei de controle do GPC será subótima.

A estabilidade do GPC pode ser provada somente para as seguintes situações (MACIEJOWSKI, 2002):

- 1) Considerando o horizonte de previsão infinito;
- 2) Considerando o horizonte de previsão finito com a restrição no estado final $x(t+h_p) = 0$;
- 3) Calculando as ponderações δ e λ da função custo do problema de controle preditivo com horizonte de previsão finito através da Equação de Ricatti variante no tempo relacionada ao problema de Controle Ótimo Linear Quadrático com Horizonte Infinito (LQR).

No entanto, na maioria das aplicações práticas do controlador preditivo estas situações que garantem a estabilidade não são consideradas, sendo que o bom desempenho e robustez do GPC podem ser obtidos através da sintonia do horizonte final de predição (h_p), do horizonte de controle (h_c) e do fator de supressão do sinal de controle (λ).

Como o ajuste desses parâmetros é de certa forma independente (apenas o horizonte de controle não deve ser maior que o horizonte de predição), existem várias combinações e possibilidades para sua sintonia. Na literatura não há uma regra específica a ser seguida para garantir um bom desempenho do sistema, mas sim uma grande diversidade de estudos a respeito da sintonia desse controlador, que apresentam uma gama de possibilidades para as especificações de h_p , h_c , e λ .

Geralmente o ajuste destes parâmetros é feito através de tentativa e erro, levando em consideração o conhecimento que o projetista adquire a respeito dos efeitos dos parâmetros sintonia na qualidade da resposta transitória e em regime do sistema de controle submetido à entrada degrau. Em (ROSSITER, 2003), discute-se os efeitos da variação destes parâmetros no desempenho dos sistemas de controle os quais serão resumidos a seguir.

Para sistemas estáveis em malha aberta, se h_c é pequeno, a resposta à entrada degrau fica mais lenta (maior tempo de subida e acomodação), à medida que o horizonte de previsão aumenta. Para valores de h_c suficientemente grandes (em geral não muito maiores que 3), o desempenho da resposta ao degrau melhora (sobressinal, tempos de subida e acomodação e erro em regime). Já o efeito do aumento do fator de supressão λ em plantas estáveis é aumentar o amortecimento da resposta ao degrau, e ao mesmo tempo diminuir a variação do sinal de controle. No entanto, o efeito de λ no desempenho não é significativo se o horizonte de previsão for elevado. Segundo (ROSSITER, 2003), o motivo para isto é que, se h_p for muito grande, a função custo é dominada pelo erro de previsão entre a saída futura e o *setpoint*. O desempenho do sistema de controle é mais sensível à variação do fator λ quando o gradiente do termo que pondera a variação do sinal de controle na função custo possuir o mesmo peso que o gradiente do termo que pondera o erro quadrático de previsão. A partir destas observações, (ROSSITER, 2003) conclui no caso de plantas estáveis em malha aberta, que o desempenho da resposta do sistema é otimizado escolhendo h_c grande e $N = h_p - h_c$ o maior possível.

Por exemplo, em (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987) os valores dos fatores de supressão são escolhidos próximos de zero. Em (BANERJEE; SHAH, 1992) sugere que o peso na variação do sinal de controle deve assumir um valor maior que 1 e menor que 2. Já em (MCINTOSH; SHAH; FISHER, 1991) define-se um método dinâmico de sintonia do parâmetro λ , o qual é inicializado com o valor $\lambda_{start} = (m|tr(\mathbf{G}^T \mathbf{G})|)/h_c$ e utiliza a regra de atualização $\lambda = \lambda_{rel}[B(1)]^2$ sempre quando ocorrerem mudanças no modelo da função de transferência. Em (RANI; UNBEHAUEN, 1997) propõe-se

adotar o valor do horizonte de predição igual ao número de amostragens contido no máximo tempo morto estimado (d_{max}) somado ao número de amostragens contido no tempo de acomodação (t_s) dividido por 3.5 ($h_p = d_{max} + (t_s/T_s)/3.5$, onde T_s é o tempo de amostragem) e a partir dele sintonizar λ de acordo com um critério. Em (TRIERWEILER; FARINA, 2003) define-se uma fórmula para calcular o fator de supressão do sinal de controle usando a frequência da malha de controle cujo índice de robustez (RPN) é máximo.

No caso de plantas instáveis em malha aberta, a sintonia dos parâmetros λ , h_p , h_c é mais complexa, tendo em vista que o desempenho em malha fechada piora quando o horizonte de previsão aumenta a partir de um determinado valor. De acordo com (VALENCIA-PALOMO; ROSSITER, 2011), a escolha de h_p deve ser feita com muito cuidado, não sendo um valor próximo de h_c e nem muito maior. Além disto, quando $h_c = 1$ é muito difícil obter uma resposta em malha fechada com bom desempenho (como no caso de algumas plantas instáveis em malha aberta).

Neste trabalho será ilustrada uma metodologia de sintonia do parâmetro de supressão através do lugar das raízes da equação característica gerado a partir da escolha do horizonte de previsão, a qual pode ser aplicada em plantas em malha aberta, estáveis ou instáveis. Essa técnica de sintonia foi brevemente abordada em (MCINTOSH; SHAH; FISHER, 1991), utilizada também para sintonizar os outros parâmetros do controlador GPC. Neste trabalho, a construção do polinômio característico será demonstrada explicitamente em função da variável λ , que será a responsável por determinar a localização dos polos em malha fechada do sistema. Este método possibilita compreender melhor o comportamento transitório do sistema em malha fechada, uma vez obtido o modelo da planta e considerando que $h_c = 1$. Será possível mostrar que a escolha adequada de λ através do lugar das raízes da equação característica na forma $1 + \lambda G_{ma} = 0$, permitirá obter uma resposta em malha fechada com bom desempenho.

2.3 Solução do GPC Irrestrito para Horizonte de Controle igual a Um

Para $h_c = 1$, a matriz $\mathbf{G}$ é um vetor linha com $N = h_p - d$ elementos, e portanto conclui-se que:

$$(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} = \frac{1}{\sum_{l=0}^{N-1} g_l^2 + \lambda}.$$

Tendo em vista que $\mathbf{w} - \mathbf{f}$ também é um vetor linha com N elementos, conclui-se através da definição da resposta livre $\mathbf{f}$ que:

$$\mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) = \left[\sum_{l=0}^{N-1} g_l w_{l+1} - \sum_{l=0}^{N-1} g_l z^{l+1} \overline{H}_{d+l+1} \Delta u(t-1) - \sum_{l=0}^{N-1} g_l F_{d+l+1} y(t) \right]$$

Em vista da expressão (2.36) conclui-se que:

$$\Delta u(t) = \left[\sum_{l=0}^{N-1} g_l w_{l+1} - \sum_{l=0}^{N-1} g_l z^{l+1} \overline{H}_{d+l+1} \Delta u(t-1) - \sum_{l=0}^{N-1} g_l F_{d+l+1} y(t) \right] / \left[\delta \sum_{l=0}^{N-1} g_l^2 + \lambda \right] \quad (2.46)$$

Sejam os coeficientes do polinômio E_j e F_j obtidos através da equação (2.6):

$$E_j(z^{-1}) = 1 + e_1^j z^{-1} + \dots + e_{j-1}^j z^{-(j-1)}, \quad j \geq 2 \quad (2.47)$$

$$F_j(z^{-1}) = f_0^j + f_1^j z^{-1} + \dots + f_n^j a z^{-na}, \quad j \geq 1 \quad (2.48)$$

Tais coeficientes podem ser calculados recursivamente através das expressões encontradas em (CAMACHO; BORDONS, 2000):

$$\begin{aligned} f_i^1 &= -\tilde{a}_{i+1}, & i &= 0, \dots, na \\ f_i^{j+1} &= f_{i+1}^j - f_0^j \tilde{a}_{i+1}, & i &= 0, \dots, na \\ e_j^{j+1} &= f_0^j & j &\geq 1 \end{aligned} \quad (2.49)$$

onde $\tilde{a}_{i+1}$ $i = 0, \dots, na$ são os coeficientes do polinômio $\tilde{A}$ definidos em (2.5). Os coeficientes do polinômio $\overline{H}_j$ dado em (2.12) podem ser assim obtidos:

Algoritmo I

Passo 0: Se $d = 0$, calcule, $g_i^1 = b_i$, $i = 1, \dots, nb$ e, para $l = 1, \dots, N-1$, determine:

$$\begin{aligned} g_1^{l+1} &= f_0^l b_1 \quad \text{se } nb = 1, \\ g_{l+i}^{l+1} &= g_{l+i}^l + f_0^l b_i, \quad i = 1, \dots, nb \quad \text{se } nb > 1 \end{aligned}$$

Passo 1: Se $nb = 0$, e $d \geq 1$, calcule $g_{i+l}^{d+l+1} = g_{i+l}$, $i = 1, \dots, d$ e $l = 0, \dots, N-1$, onde g_{i+l} são coeficientes obtidos através de (2.15).

Passo 2: Se $nb \geq 1$ e $d \geq 1$ calcule os coeficientes g_i^{d+1} , $i = 1, \dots, nb + d$ através do polinômio $G_{d+1} = E_{d+1}B$ definido em (2.8) e determine:

$$\begin{aligned} g_{l+i}^{d+l+1} &= g_{l+i}^{d+l}, \quad i = 1, \dots, d-1 \\ g_{d+l+k}^{d+l+1} &= g_{d+l+k}^{d+l} + f_0^{d+l} b_k, \quad k = 0, \dots, nb; \end{aligned} \quad (2.50)$$

Substituindo (2.15) e (2.48) em (2.46), obtém-se após simplificações:

$$\Delta u(t) = \left[\sum_{l=0}^{N-1} g_l w_{l+1} - \sum_{l=0}^{N-1} g_l \sum_{i=1}^{nb+d} g_{i+l}^{d+l+1} \Delta u(t-i) - \sum_{l=0}^{N-1} g_l \sum_{i=0}^{na} f_i^{d+l+1} y(t-i) \right] / \left[\delta \sum_{l=0}^{N-1} g_l^2 + \lambda \right] \quad (2.51)$$

O algoritmo proposto do GPC com horizonte de controle igual a um para ser implementado em PLCs, está descrito a seguir:

Algoritmo II

Passo 0: Dado um modelo inicial representado por (2.1) para a planta a ser controlada, escolha o parâmetro λ e h_p que forneça o desempenho de resposta transitória especificado. Faça $iter = 0$.

Passo 1: Calcule os coeficientes $g_l, f_k^{d+l+1}, g_{i+l}^{d+l+1}$ para $l = 0, \dots, N-1, k = 1, \dots, na$ e $i = 1, \dots, nb + d$, onde $N = h_p - d$, através de (2.15), (2.49) e (2.50) .

Passo 2: Determine o sinal de controle (2.51) e aplique-o na planta.

Passo 3: : Se os parâmetros do modelo não variarem, faça $iter = iter + 1$ e retorne ao *Passo 2*. Caso contrário determine os parâmetros usando métodos de identificação (AGUIRRE, 2007), faça $iter = iter + 1$ e retorne ao *Passo 0*.

Como em plantas industriais os processos são de primeira e segunda ordem, o número de termos dos somatórios não serão elevados, viabilizando a implementação em sistemas digitais com baixo custo computacional. Além disto, o cálculo dos coeficientes g_l e f_k^{d+l+1} são simplificados para o modelo de primeira ordem com atraso, dado pela expressão:

$$G(z) = Z\left(\frac{k_p}{\tau + 1}e^{-\theta s}\right) = \frac{b_0}{1 - a_1 z^{-1}}z^{-d} \quad (2.52)$$

onde $a_1 = e^{-(T/\tau)}$, $b_0 = K_p(1 - a_1)$, $d = \theta/T$.

Neste caso g_l é calculado através do passo 1 do **Algoritmo I**. Os coeficientes f_k^{d+l+1} podem ser calculados através de uma expressão mais simples conforme mostra o seguinte desenvolvimento. Note, para este modelo de ordem 1, que $F_j(z^{-1}) = f_0^j + f_1^j z^{-1}$ e que através de (2.49) pode-se obter: para $j = 0$, $f_0^1 = (1 + a_1)$, $f_1^1 = -a_1$; para $j = 1$ $f_0^2 = (1 + a_1 + a_1^2)$, $f_1^2 = -(a_1 + a_1^2)$; para $j = 3$ $f_0^3 = (1 + a_1 + a_1^2 + a_1^3)$, $f_1^3 = -(a_1 + a_1^2 + a_1^3)$. Generalizando temos que

$$f_0^j = \sum_{i=0}^j (a_1)^i, j \geq 1 \quad f_1^2 = -a_1, \quad f_1^j = -a_1 f_1^{j-1}, j \geq 2.$$

Assim, o sinal de controle a ser aplicado em plantas com função de transferência dada por (2.52) é:

$$\Delta u(t) = \left[\sum_{l=0}^{N-1} g_l w_{l+1} - \sum_{l=0}^{N-1} g_l \sum_{i=1}^d g_{i+l} \Delta u(t-i) - \sum_{l=0}^{N-1} g_l \sum_{i=0}^1 f_i^{d+l+1} y(t-i) \right] / [\delta \sum_{l=0}^{N-1} g_l^2 + \lambda]$$

Este sinal tem uma estrutura semelhante (com exceção de alguns coeficientes) ao controlador GPC simplificado proposto no Capítulo 5 de (CAMACHO; BORDONS, 2000) com função de transferência de primeira ordem com atraso, o qual foi implementado em PLC da WEG por (JUNIOR, 2013). Este sinal de controle está

apresentado na expressão abaixo:

$$\Delta u(t) = l_w w + \sum_{l=0}^1 ly_l \left[\sum_{i=1}^d g_{i+l} \Delta u(t-i-l) + \sum_{i=0}^1 f_i^{d-l} y(t-i) \right]$$

onde

$$ly_i(a_1, \lambda) = k_{1i}(\lambda) + k_{2i}(\lambda) \frac{a_1}{k_{3i}(\lambda) - a_1}, i = 0, 1 \quad \text{e} \quad l_w = -ly_0 - ly_1$$

Os subcoeficientes k_{ji} são calculados pelo método dos mínimos quadrados, ajustando-se com valores conhecidos de ly_i para diferentes valores de a_1 e λ veja (CAMACHO; BORDONS, 2000). Portanto, para aplicar este controlador em plantas de ordem 1, é necessário conhecer a faixa de variação do polo, e também os valores do parâmetro de sintonia λ que atendam as especificações de resposta transitória. Para obter a ação de controle dada por (2.51) é também necessário escolher adequadamente o fator de supressão e o horizonte de previsão, no entanto, o algoritmo não necessita conhecer a faixa de variação dos polos. Na próxima seção é apresentado o método de sintonia destes parâmetros usando o lugar das raízes.

2.3.1 Estabilidade e sintonia do GPC com $h_c = 1$

A análise de estabilidade do GPC com $h_c = 1$ foi realizada em (ZHANG; XI, 1988), o qual demonstrou matematicamente (veja o Teorema 3) que para uma planta estável em malha aberta, existe N_0 tal que o sistema em malha fechada controlado pelo GPC com $h_c = 1$ é estável quando $N = h_p - d > N_0$. No caso da planta estável apresentar uma resposta ao degrau convexa após o instante k , ou seja, $g_k > g_{k+1} - g_k > g_{k+2} - g_{k+1} > 0$, o Teorema 5 em (ZHANG; XI, 1988) mostra que o sistema em malha fechada controlado pelo GPC com $h_c = 1$ é estável para qualquer $h_m \geq k$ e $\lambda = 0$, onde h_m é o horizonte de previsão mínimo.

No caso de plantas instáveis em malha aberta, nenhum resultado relacionado à escolha dos parâmetros λ e h_p que garantam a estabilidade do sistema em malha fechada foi encontrado na literatura. Além disto, mesmo para sistemas estáveis em malha aberta, o Teorema 3 de (ZHANG; XI, 1988) não especifica qual é o valor de N_0 . Desta forma, elucida-se nesta subseção um algoritmo que determina o polinômio característico do controlador GPC, com horizonte de controle igual a um, na forma $1 + \lambda G_{ma} = 0$, a fim de obter o lugar das raízes para $\lambda \in [0, \infty]$.

Aplicando a transformada Z em (2.46) e separando adequadamente os termos contendo os sinais de entrada e saída, obtém-se:

$$\Delta U(z^{-1}) = \frac{w - \frac{\sum_{l=0}^{N-1} g_l F_{d+l+1}}{\sum_{l=0}^{N-1} g_l} Y(z^{-1})}{\frac{\sum_{l=0}^{N-1} g_l^2 + \sum_{l=0}^{N-1} g_l z^l \bar{H}_{d+l+1} + \lambda}{\sum_{l=0}^{N-1} g_l}} \quad (2.53)$$

Definindo os polinômios $S = \frac{\sum_{l=0}^{N-1} g_l F_{d+l+1}}{\sum_{l=0}^{N-1} g_l}$ e $R = \frac{\sum_{l=0}^{N-1} g_l^2 + \sum_{l=0}^{N-1} g_l z^l \bar{H}_{d+l+1} + \lambda}{\sum_{l=0}^{N-1} g_l}$, concluímos que a lei de controle pode ser colocadas na forma (veja o Diagrama de Blocos na Fig. 4.3 em (CAMACHO; BORDONS, 2000), pg. 62):

$$R(z^{-1})\Delta U(z^{-1}) = W(z^{-1}) - S(z^{-1})Y(z^{-1})$$

Dada a função de transferência da planta $\frac{Y(z^{-1})}{\Delta U(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})z^{-(d+1)}}{\tilde{A}(z^{-1})}$, e a expressão (2.53) conclui-se que:

$$\frac{Y(z^{-1})}{W(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})z^{-(d+1)}}{R(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + B(z^{-1})z^{-(d+1)}S(z^{-1})}$$

Assim, a equação característica $R(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + B(z^{-1})z^{-(d+1)}S(z^{-1}) = 0$ é dada por:

$$\tilde{A}(z^{-1})\left(\sum_{l=0}^{N-1} g_l^2 + \sum_{l=0}^{N-1} g_l z^l \bar{H}_{d+l+1}\right) + \left(\sum_{l=0}^{N-1} g_l F_{d+l+1}\right)B(z^{-1})z^{-(d+1)} + \tilde{A}(z^{-1})\lambda = 0$$

Seja o polinômio:

$$P(z^{-1}) = \left(\sum_{l=0}^{N-1} g_l^2 + \sum_{l=0}^{N-1} g_l z^l \bar{H}_{d+l+1}\right)\tilde{A}(z^{-1}) + B(z^{-1})z^{-(d+1)}\left(\sum_{l=0}^{N-1} g_l F_{d+l+1}\right). \quad (2.54)$$

Dividindo a equação característica por $P(z^{-1})$, obtém-se:

$$1 + \frac{\lambda \tilde{A}(z^{-1})}{P(z^{-1})} = 0 \quad (2.55)$$

Desta forma pode-se avaliar o LR da equação característica para λ variando de zero a infinito. Uma forma mais simples de implementação computacional da equação (2.55), sem precisar dos polinômios E_j e F_j da equação Diophantina, é descrita a seguir. Observe através de (2.6) que $F_{d+l+1} = z^{d+l+1}(1 - E_{d+l+1}\tilde{A}(z^{-1}))$, e de (2.12) que $\bar{H}_{d+l+1}(z^{-1}) = G_{d+l+1}(z^{-1}) - H_{d+l+1}(z^{-1})$. Substituindo estas expressões em (2.54), e considerando que $G_{d+l+1} = E_{d+l+1}B$, conclui-se:

$$\begin{aligned} P(z^{-1}) &= \sum_{l=0}^{N-1} (g_l^2 - g_l z^l H_{d+l+1}) \tilde{A}(z^{-1}) \\ &+ B(z^{-1})z^{-(d+1)} \left(\sum_{l=0}^{N-1} g_l z^l \right) \end{aligned} \quad (2.56)$$

onde os coeficientes de H_{d+l+1} são iguais a $g_i^{d+l+1} = g_i$, $i = 0, \dots, l$ e g_i é dado por (2.15). Portanto, a equação característica pode ser construída desde que a função de transferência em malha aberta seja identificada.

O algoritmo usado para determinar o lugar das raízes do GPC com horizonte de controle igual a um, está descrito a seguir:

Algoritmo III

Passo 0: Dado o horizonte de previsão h_p e o modelo do processo representado por (2.1), calcule os coeficientes $g_j, j = 0, \dots, N-1$, onde $N = h_p - d$, através de (2.15).

Passo 1: Calcule o polinômio P , dado por (2.56), e determine a equação característica (2.55).

Passo 2: Escolha λ usando o LR de maneira que as especificações do sobressinal e tempo de resposta sejam atendidas.

3 *Plantas teste*

Neste capítulo serão apresentadas as plantas com as quais trabalhar-se-á daqui para frente e de onde todos os resultados do Capítulo 4 serão gerados.

A princípio, a base de teste para os resultados deste estudo seriam as plantas propostas por (ASTROM; HAGGLUND, 1995), que representam plantas hipotéticas comumente encontradas na indústria e correspondem a uma gama de modelos variados. Posteriormente, houve o interesse de acrescentar-se a elas duas outras plantas, dessa vez plantas reais de fato existentes em uma indústria siderúrgica. Dessa maneira, a base de estudo contou com cinco modelos de comportamento diferentes, o que permitiu que os métodos propostos fossem testados de maneira diversificada, validando assim, os resultados obtidos de maneira homogênea. Todos os modelos mencionados acima são apresentados com detalhes ao longo deste capítulo, cuja organização está descrita abaixo.

Primeiramente, realiza-se um estudo sobre a planta real de controle de vazão do ar soprado de um regenerador de uma indústria siderúrgica, uma vez que é a única planta contida na base de teste que não é retirada de alguma referência já existente na literatura. Um trabalho minucioso de identificação dessa planta é então conduzido, a título de obter um modelo confiável com o qual as análises posteriores serão efetuadas. Em seguida, apresenta-se as plantas retiradas da literatura: modelos hipotéticos de (ASTROM; HAGGLUND, 1995) e outra planta real de indústria siderúrgica, dessa vez do nível de aço do molde de lingotamento contínuo, retirada de (SANCHOTENE, 2009). Cada uma das plantas aqui citadas é devidamente identificada ao leitor e todas são utilizadas nos *scripts* e nas simulações que compõem o capítulo de resultados.

3.1 **Planta real de controle de vazão de ar em um regenerador de indústria siderúrgica**

Com o intuito de aplicar o projeto futuramente na planta industrial da Arcelor-Mittal em Vitória - ES, foi feito um levantamento de dados da malha de controle de vazão do ar soprado do regenerador 2 para que fosse realizada a identificação dos parâmetros do modelo matemático da planta. Os dados foram recolhidos no dia 14 de Maio de 2014 durante 1 hora e 10 minutos de operação normal da planta e são compostos por 3 vetores de 4200 elementos cada, sendo que o tempo de amostragem

do sistema é igual a 1 segundo. Os vetores representam: o *setpoint* (SP) de vazão do ar soprado em Nm^3/m , a variável de processo (PV) medida de vazão do ar soprado em Nm^3/m e a variável manipulada (MV) do processo, que nesse caso é a abertura da válvula do Soprador 2 em porcentagem. A Figura 1 representa o gráfico de dados da planta coletados em 14/05/2014.

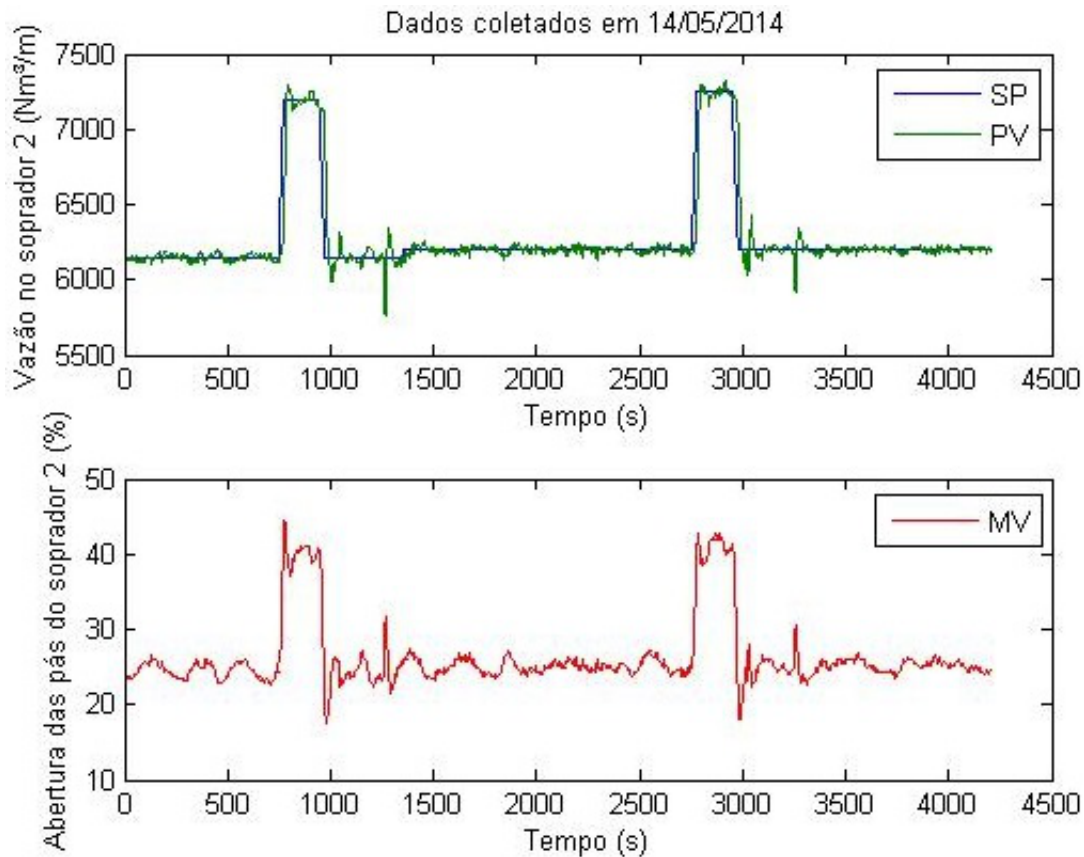


Figura 1: Dados reais recolhidos da malha de vazão de ar soprado em operação normal.

3.1.1 Funcionamento do sistema de ar soprado para o alto forno

Na indústria siderúrgica, o alto forno é responsável por transformar as matérias primas em gusa líquido, para posterior produção do aço. O aquecimento do alto forno é feito por meio de regeneradores: câmaras de material refratário que possuem modo de funcionamento de combustão e ventilação. No modo de combustão as paredes da câmara são aquecidas por tempo determinado até que troque para o modo de ventilação, no qual o ar aquecido é enviado ao alto forno.

Atualmente, na ArcelorMittal, o controle de pressão do ar quente para o alto forno é realizado manualmente através da especificação de controle da vazão de ar frio soprado pelo turbo soprador para o interior dos regeneradores. O *setpoint* do controlador é uma rampa fixa de vazão. A malha de controle de vazão existente pode ser vista na Figura 2.

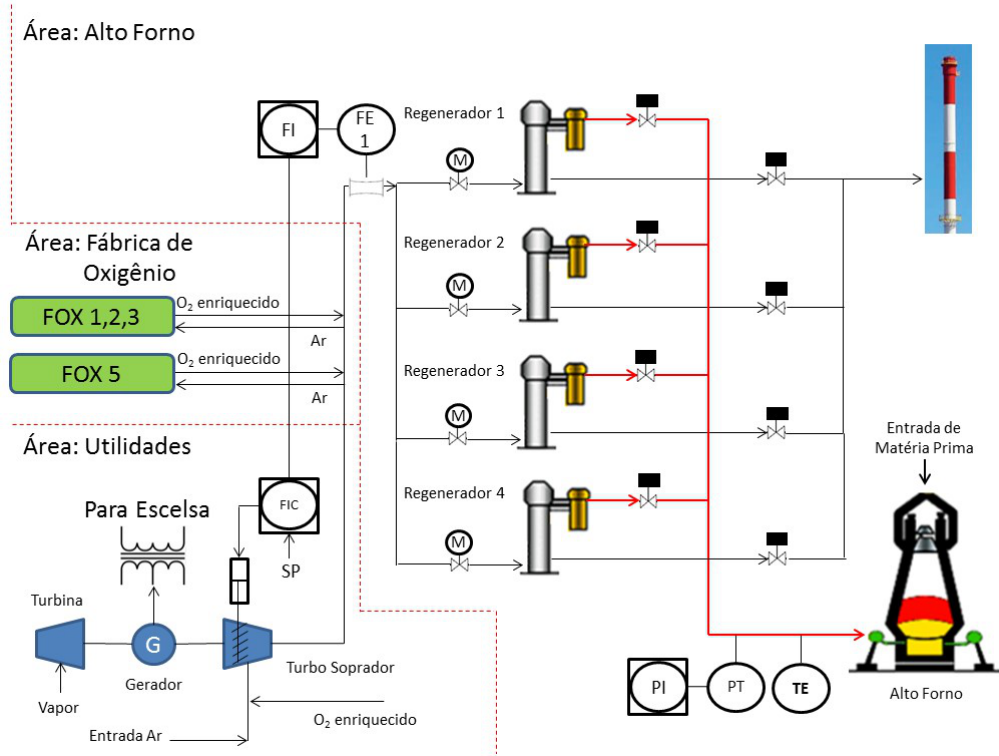


Figura 2: Fluxograma simplificado do controle de vazão do soprador. Fonte: ArcelorMittal.

O operador do alto forno possui diretrizes sobre a vazão de ar requerida no soprador correspondente ao valor desejado de pressão na entrada do forno e pode solicitar eventuais mudanças no *setpoint* dessa malha. Além disso, a cada troca de regeneradores, o soprador recebe um comando de variação automática de seu SP, em forma de rampa de subida, e rampa de descida de certa duração, com um intervalo de tempo entre elas.

3.1.2 Identificação da malha de vazão de ar

A identificação dos parâmetros da malha de vazão de ar do Regenerador 2 da ArcelorMittal Tubarão foi feita através dos dados reais da planta recolhidos e representados em forma de gráfico na Figura 1. O modelo simplificado adotado para representar essa planta foi um modelo FOPDT (primeira ordem mais tempo morto), dado por 3.1, sendo K o ganho da planta em unidade adimensional, θ o atraso de transporte em segundos e τ a constante de tempo da planta em segundos.

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (3.1)$$

Para calcular o real valor do ganho adimensional K , não se pode trabalhar diretamente com os dados de MV e PV, pois eles representam unidades em percentual e em Nm^3/m , respectivamente. Deve-se portanto normalizar os vetores, de acordo com os valores de *range* definidos no PLC para cada variável. Para os dados da abertura da válvula, a faixa de operação vai de 0 a 100, o que significa que os va-

lores de MV não precisam ser ajustados. Já os valores de vazão possuem *range* de 0 a 9000 Nm^3/m , então deve-se dividir todo o vetor da PV por 9000. Em seguida remove-se as médias dos vetores, para que não haja *offset* inserido nas variáveis. A relação entre PV e MV normalizados pode ser observada na Figura 3.

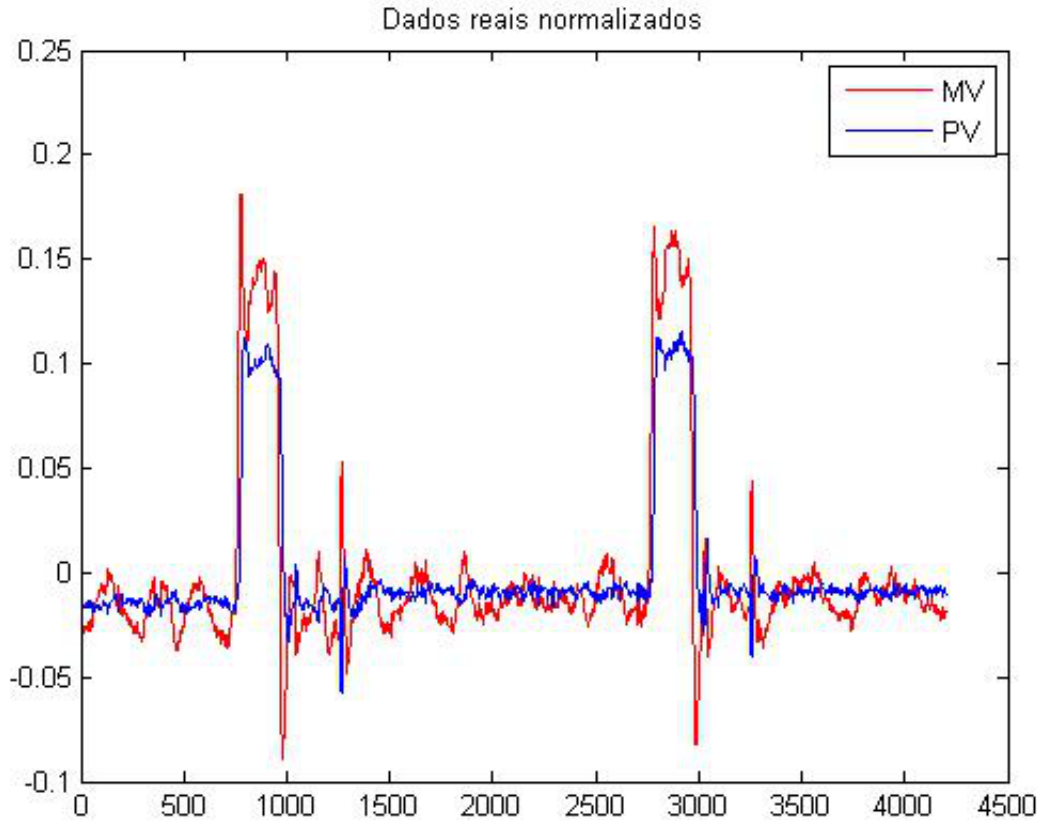


Figura 3: MV e PV da planta normalizados utilizados para o processo de identificação do modelo.

Como é de interesse obter modelos discretos a serem utilizados nas simulações, identificações polinomiais de equações a diferenças também foram obtidas. O modelo discreto estocástico assumido é do tipo ARX (auto-regressivo com entrada exógena), representado como se segue:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + e(k) \quad (3.2)$$

Sendo $y(k)$ a saída do processo PV e $u(k)$ o sinal de controle MV as variáveis medidas a cada intervalo de amostragem de tempo, onde k representa um número inteiro. A variável $e(k)$ representa a incerteza existente no processo por ele não ser determinístico, ou seja, a parte da resposta que não pode ser explicada pelo modelo e que é de natureza aleatória. O parâmetro z^{-1} nada mais é do que um atraso no tempo, ou seja, $z^{-1}y(k) = y(k-1)$. Na prática, isso significa que o valor atual da saída $y(k)$ é influenciada pelos valores dessa variável assumidos anteriormente no tempo, assim como pelo comportamento do sinal de controle. O que vai determinar

como exatamente o comportamento anterior tanto de y e de u vai influenciar na saída presente são a ordem e os coeficientes dos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$, que são dados por:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Para uma melhor visualização, combinam-se as equações 3.2 e 3.3:

$$y(k) = a_1 y(k-1) + \dots + a_{n_a} y(k-n_a) + b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_{n_b} u(k-n_b) \quad (3.4)$$

A partir dessas representações matemáticas, algumas considerações devem ser feitas aqui sobre o comportamento do modelo ARX:

- Em situações reais, trabalha-se apenas com sistemas causais. Isso significa que o comportamento de $y(k)$ é influenciado apenas por ações passadas e não pode ser dependente de comportamentos futuros da planta. Matematicamente, isso significa que a ordem do polinômio $B(z^{-1})$ deve ser menor ou igual à ordem do polinômio $A(z^{-1})$.
- Pelo mesmo motivo, não é possível assumir que uma ação em $u(k)$ resulte em uma mudança instantânea em $y(k)$. Para o propósito desse trabalho, o termo b_0 da equação 3.4 é igual a zero, ou seja, a equação 3.2 passa a ser em função de $u(k-1)$ ao invés de $u(k)$. Deseja-se porém, por motivo de convenção manter-se o termo b_0 na representação matemática. A equação 3.2 passa a ser considerada doravante como:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + e(k) \quad (3.5)$$

Com os mesmos polinômios representados por 3.3.

- Ainda assim, o modelo 3.5 não representa com clareza plantas que possuem atraso de transporte. Nesse caso, para um tempo morto de d unidades de tempo de amostragem, os primeiros d termos do polinômio $B(z^{-1})$ devem ser nulos, ou seja, de b_0 a b_{d-1} . De modo a facilitar essa representação, surge o modelo geral 3.6, que passará a ser adotado daqui em diante:

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d} \times B(z^{-1})u(k-1) + e(k) \quad (3.6)$$

Voltando enfim à questão da identificação da planta do soprador com base em dados reais, deseja-se representar o sistema por meio de um modelo de 1ª ordem, assim como foi feito no caso contínuo. A função de transferência discreta entre $y(k)$ e $u(k-1)$ semelhante àquela representada na equação 3.1 é:

$$y(k) = z^{-d} \times \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1}} u(k-1) \quad (3.7)$$

3.1.2.1 Modelos obtidos na identificação

A partir dos dados devidamente normalizados como mostra a Figura 3, pode então ser feita a identificação dos parâmetros do modelo da planta. De modo a obter um conjunto de dados usado para identificação e outro para validação do modelo, divide-se então os vetores normalizados em dois conjuntos de 2100 elementos cada um. Dessa maneira, o conjunto de dados usado para fazer a identificação corresponde ao primeiro degrau e o conjunto de dados usado para fazer a validação corresponde ao segundo degrau. Chamando-os respectivamente de "Dados1d" e "Dados2d", eles são utilizados pelo *toolbox 'ident'* de identificação de sistemas do *Matlab* como mostra a Figura 4.

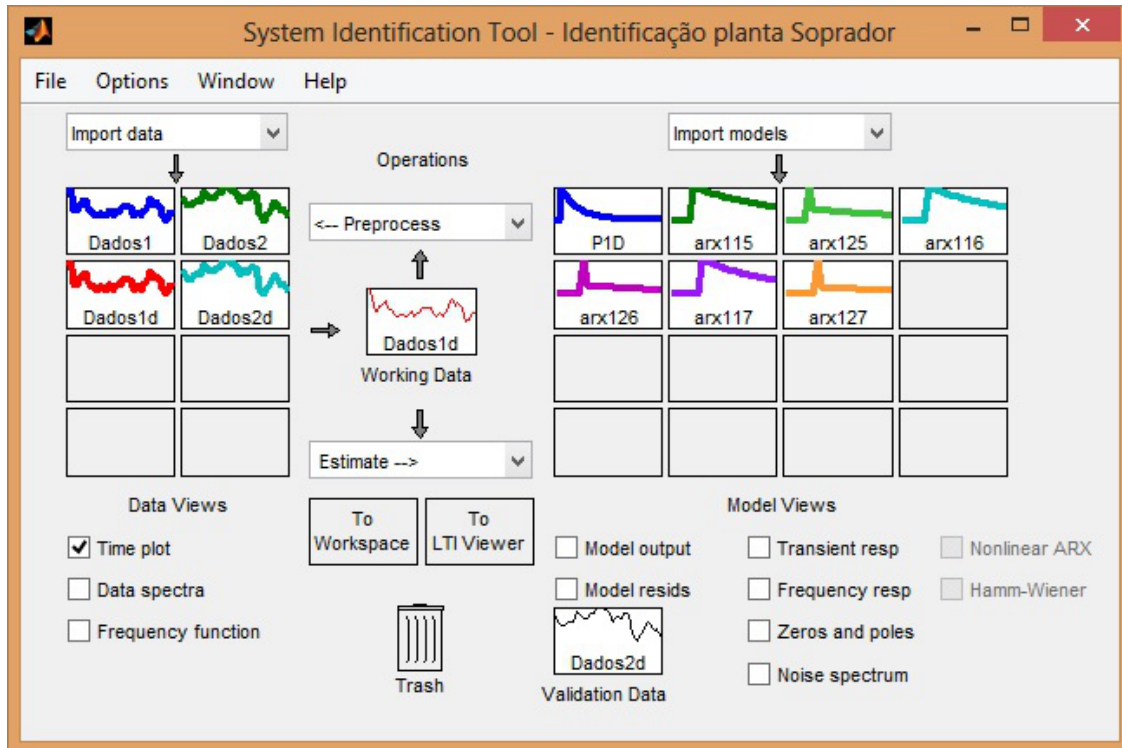


Figura 4: Screenshot da interface do *toolbox ident* do *Matlab*.

A primeira identificação realizada foi assumindo o modelo contínuo da Equação 3.1 e corresponde ao modelo chamado de P1D, representado na classe de modelos da Figura 4. O modelo encontrado foi o seguinte ¹:

$$G(s) = \frac{0.7444}{15.737s + 1} \times e^{-5.616s} \quad (3.8)$$

¹Variando-se os algoritmos de busca de parâmetros contidos na ferramenta *ident*, o modelo em questão foi o mesmo encontrado por três métodos: *Gauss-Newton*, *Adaptive Gauss-Newton* e *Levenberg-Marquardt*. Os métodos *Trust-Region Reflective Newton* e *Gradient Search* resultaram em modelos com menores valores de *fit*, que foram descartados.

O modelo 3.8 apresentou *fit* de 82,18% com os dados de validação do sistema real, uma vez feita a simulação livre, valor considerado bastante satisfatório. Discretizando-se o modelo 3.8 para o tempo de amostragem igual a 1 segundo, obteve-se a seguinte representação em z :

$$y(k) = z^{-6} \times \frac{0.01794z + 0.02789}{z - 0.9384} u(k) \quad (3.9)$$

A equação 3.9 pode ser reescrita de modo a obtermos termos em z^{-1} ao invés de termos em z :

$$y(k) = z^{-6} \times \frac{0.01794 + 0.02789z^{-1}}{1 - 0.9384z^{-1}} u(k) \quad (3.10)$$

Rearranjando novamente a equação 3.10, obtém-se finalmente sua representação no modelo desejado, aquele da forma da equação 3.6:

$$y(k) = z^{-5} \times \frac{0.01794 + 0.02789z^{-1}}{1 - 0.9384z^{-1}} u(k - 1) \quad (3.11)$$

Através da equação 3.11 percebe-se que o atraso é $d = 5$, que a ordem do polinômio $A(z^{-1})$ é $n_a = 1$ e que a ordem do polinômio $B(z^{-1})$ é $n_b = 1$ e não $n_b = 0$, como se esperava. Isso acontece pois o atraso de transporte de 5.616s não é múltiplo do tempo de amostragem da discretização do sistema e o tempo residual de 0.616s é aproximado pelo comando 'c2d' do *Matlab* utilizando o método de discretização Zero-Order Holder (ZOH) na forma de um segundo termo inserido ao numerador da função de transferência discreta (para mais informações a respeito deste comando, conferir seu tutorial no *help* do *Matlab*). A partir dessas informações, foram feitas outras identificações usando o *toolbox ident*, variando-se o atraso em $d = 4, 5, 6$ e a ordem do polinômio $B(z^{-1})$ em $n_b = 0, 1$ ².

Além do modelo 3.8 obtido, outros 6 modelos foram identificados, combinando diferentes n_b e d , como explicado acima. Com o objetivo de não sobrecarregar este trabalho com suas respectivas fórmulas matemáticas, as funções polinomiais de cada um deles serão omitidas. Como elemento de comparação entre eles, a Figura 5 representa o *fit* de cada um deles quando comparado com os dados reais de validação.

Os modelos levantados foram em seguida utilizados numa simulação livre que utiliza os dados reais da PV normalizada nas equações polinomiais de cada modelo e calcula a saída estimada. A Figura 6 representa curvas obtidas e exibe a Integral do Erro Quadrático (ISE) calculada para cada um deles.

Como pode ser notado na Figura 6, as plantas com o parâmetro $n_b = 0$ possuem a medida ISE menor que as plantas com o parâmetro $n_b = 1$. Além disso, nos dois

²Na ferramenta *ident* o modelo ARX convencionado é aquele da Equação 3.2. Isso significa que a ordem do polinômio B a ser definida e o atraso devem ser iguais a $n_b + 1$ e $d + 1$, respectivamente. Por exemplo, para um polinômio $b_0 + b_1 z^{-1}$, o *toolbox* considera que $n_b = 2$ (número de termos do vetor B), enquanto nesse trabalho, considera-se que $n_b = 1$. Da mesma maneira, pode-se visualizar que o atraso da Equação 3.10 é considerado $d = 5$ de acordo com a Equação genérica 3.6, enquanto que no *toolbox* esse parâmetro chamado de n_k é inicializado como 6.

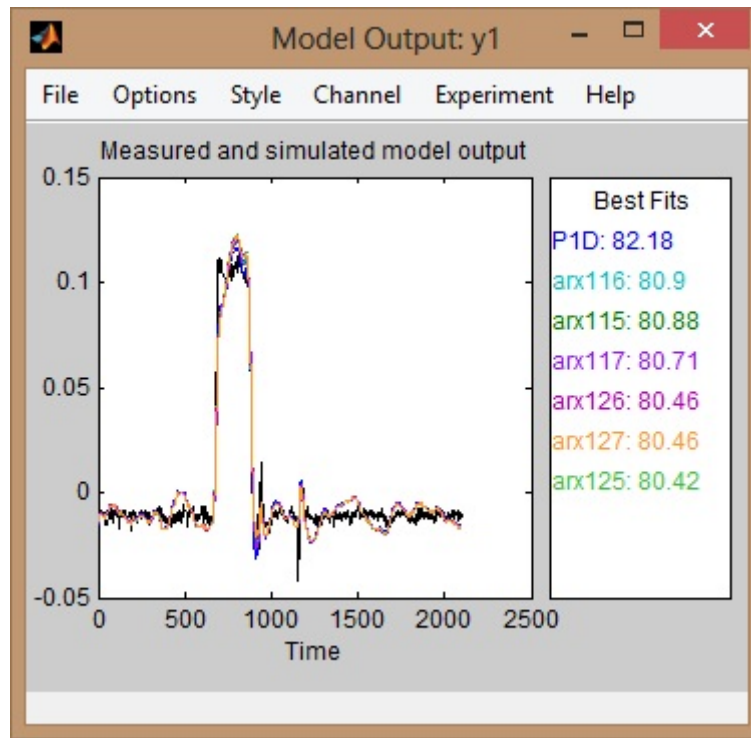


Figura 5: Correspondência em porcentagem dos modelos identificados com os dados reais.

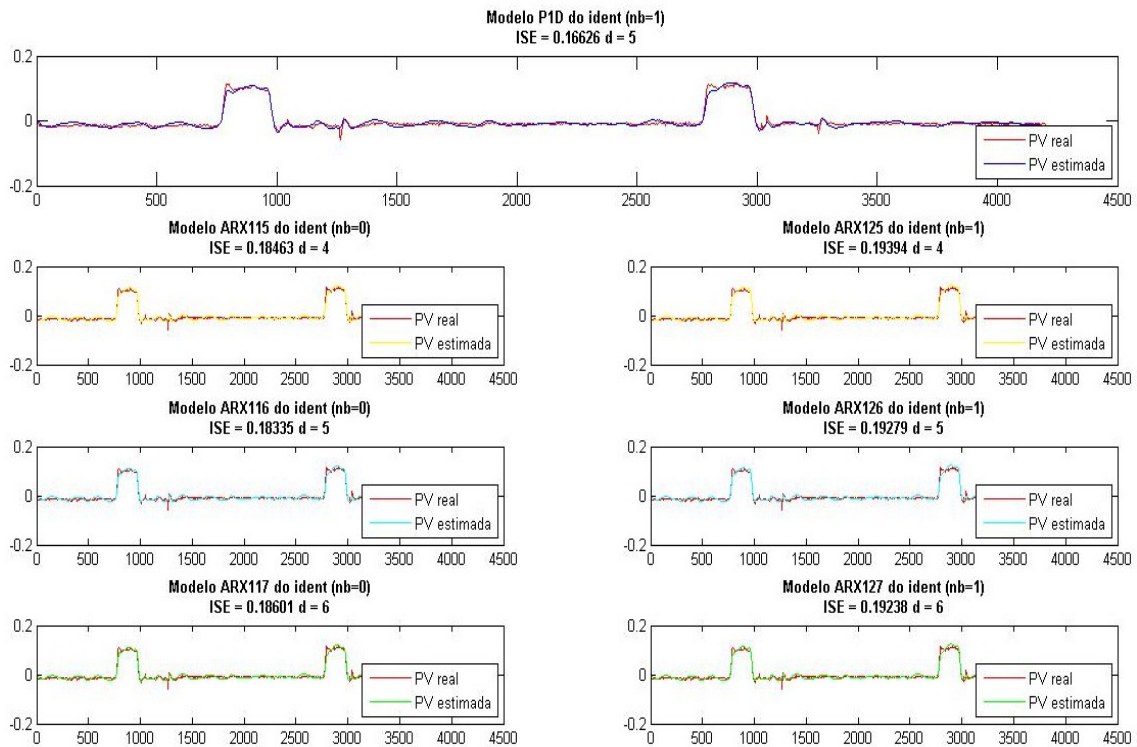


Figura 6: Simulação livre das 7 plantas identificadas com a ferramenta *ident*.

casos é possível perceber que os modelos com atraso $d = 5$ representam melhor os dados reais que aqueles com $d = 4$ e $d = 6$, pelo mesmo motivo. Mas nenhum dos modelos ARX estimados obteve maior exatidão do que o modelo FOPDT chamado de P1D após sua discretização (apesar de apresentar $n_b = 1$), representado pela

equação 3.11. Todos os cálculos do ISE serviram para reforçar aqueles resultados de compatibilidade já apresentados pelo *fit* da Figura 5.

Afim de obter o modelo mais preciso possível, outras quatro identificações foram feitas através de *script* utilizando os algoritmos dos Mínimos Quadrados (MQ) e dos Mínimos Quadrados Recursivos (MQR). Do mesmo modo, a ordem do polinômio $B(z^{-1})$ foi variada em $n_b = 0, 1$, mas dessa vez o atraso escolhido foi de $d = 5$. A Figura 7 compara a simulação livre da planta 3.11 com as das plantas identificadas por esses métodos.

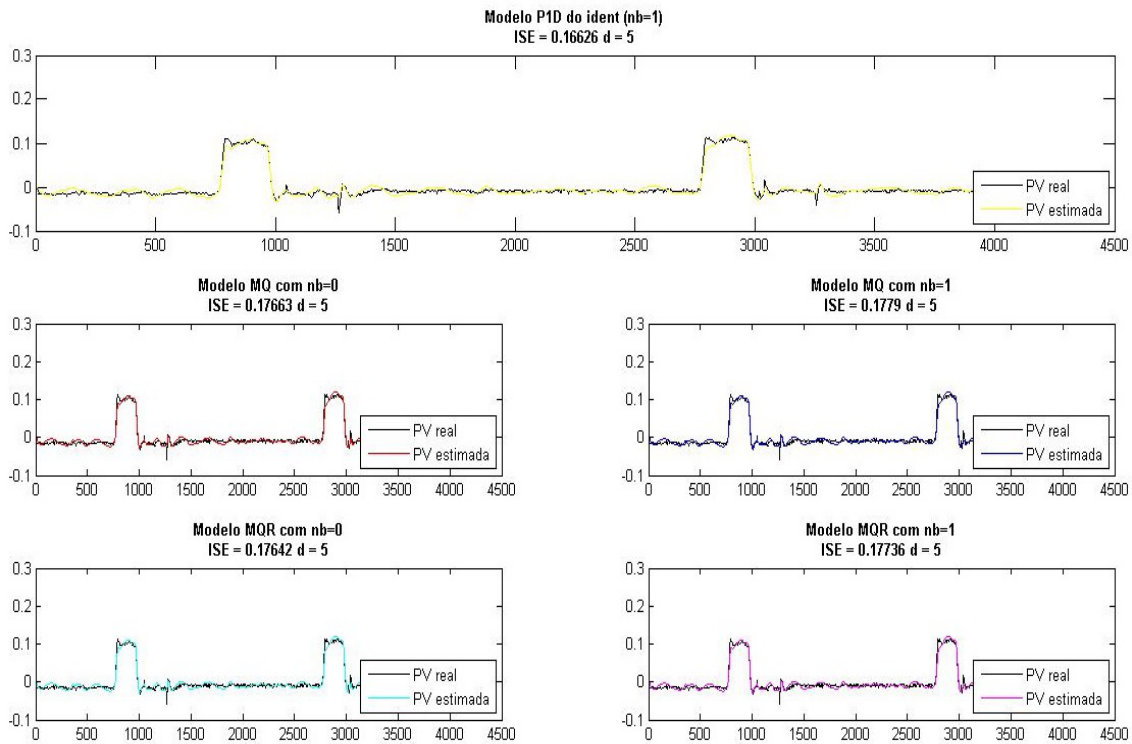


Figura 7: Simulação livre das plantas identificadas via algoritmos MQ e MQR.

Da Figura 7 pode-se concluir que as identificações feitas usando os algoritmos MQ e MQR resultaram em modelos mais precisos que aqueles fornecidos pela ferramenta *ident*, porém nenhuma conclusão nova pode ser tirada: as informações apresentadas por esses gráficos são as mesmas já apresentadas no parágrafo anterior. Finalmente, o modelo 3.11 é aquele de fato o mais apropriado para representar essa planta real e será referido de agora em diante como **planta de vazão do soprador** ou simplesmente **planta do soprador**.

3.2 Plantas utilizadas nas simulações

Nesta seção registra-se os modelos das plantas que serão utilizados a fim de simulação. Além da planta do soprador apresentado na seção anterior, outros modelos comumente encontrados da indústria são empregados. Estas funções de transferên-

cia podem ser encontradas em (ASTROM; HAGGLUND, 1995), e representam uma gama variada de plantas, o que reforça o propósito de deixar este trabalho o mais geral possível. Os modelos apresentados por (ASTROM; HAGGLUND, 1995) são os seguintes:

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(\tau s + 1)^2}, \quad \tau = 0.1, \dots, 10 \quad (3.12)$$

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^n}, \quad n = 3, 4, 8 \quad (3.13)$$

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)(\mu s + 1)(\mu^2 s + 1)(\mu^3 s + 1)}, \quad \mu = 0.2, 0.5, 0.7 \quad (3.14)$$

$$G(s) = \frac{-\mu s + 1}{(s + 1)^3}, \quad \mu = 0.1, \dots, 1 \quad (3.15)$$

A partir das equações 3.12, 3.13, 3.14 e 3.15 foi feito um estudo utilizando o método do lugar das raízes proposto na Seção 2.2.3 variando-se os parâmetros τ , n e μ de todas elas. Esse estudo será detalhado mais à frente com apenas um modelo de segunda ordem mais atraso (SOPDT), um modelo com polo de multiplicidade maior que um e um modelo de fase não-mínima, de modo a não tornar este trabalho demasiado extenso.

A última planta a ser apresentada também é uma planta real retirada de (SANCHOTENE, 2009). Ela corresponde ao modelo de nível de aço do molde de lingotamento contínuo de uma planta siderúrgica e possui a particularidade de ser instável em malha aberta. Uma explicação mais detalhada de seu funcionamento encontra-se no Anexo 5. A equação 3.16 representa o modelo matemático desta planta.

$$G(s) = \frac{11.48}{s^3 + 6.5s^2 + 10s} \times e^{-0.13s} \quad (3.16)$$

Finalmente, agrupando os modelos ³ que serão doravante considerados para as próximas análises, tem-se:

Planta do soprador:

$$G(s) = \frac{0.7444}{15.737s + 1} \times e^{-5.616s} \quad (3.17)$$

$$G(z^{-1}) = z^{-6} \times \frac{0.01794 + 0.02789z^{-1}}{1 - 0.9384z^{-1}} \quad (3.18)$$

³Os períodos de amostragem da **Planta do Soprador** e da **Planta do Molde** utilizados na discretização das mesmas são os tempos reais encontrados na própria indústria, de 1s e 0.1s, respectivamente. Os períodos de amostragem das plantas do Astrom foram todos considerados iguais a 0.2s.

Planta Astrom - segunda ordem mais atraso (SOPDT):

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2} \quad (3.19)$$

$$G(z^{-1}) = z^{-5} \times \frac{0.0175z^{-1} + 0.1534z^{-2}}{1 - 1.637z^{-1} + 0.6703z^{-2}} \quad (3.20)$$

Planta Astrom - polo de multiplicidade maior que um:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3} \quad (3.21)$$

$$G(z^{-1}) = \frac{0.001148z^{-1} + 0.003957z^{-2} + 0.0008508z^{-3}}{1 - 2.456z^{-1} + 2.0118z^{-2} - 0.5488z^{-3}} \quad (3.22)$$

Planta Astrom - fase não-mínima:

$$G(s) = \frac{1 - 0.1s}{(s+1)^3} \quad (3.23)$$

$$G(z^{-1}) = \frac{0.000489z^{-1} + 0.004254z^{-2} + 0.002191z^{-3}}{1 - 2.456z^{-1} + 2.0118z^{-2} - 0.5488z^{-3}} \quad (3.24)$$

Planta do molde:

$$G(s) = \frac{11.48}{s^3 + 6.5s^2 + 10s} \times e^{-0.13s} \quad (3.25)$$

$$G(z^{-1}) = z^{-2} \times \frac{0.0006049 + 0.0053z^{-1} + 0.00267z^{-2} + 2.921 \times 10^{-5}z^{-3}}{1 - 2.449z^{-1} + 1.971z^{-2} - 0.522z^{-3}} \quad (3.26)$$

As plantas acima podem ser referidas de agora em diante por seus nomes em negrito e/ou pelos números de identificação das respectivas equações.

4 *Resultados*

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos por meio de simulações realizadas no software *Matlab* versão 2013. As plantas utilizadas são as plantas teste apresentadas em detalhe no Capítulo 3. A análise dos resultados das implementações dos métodos descritos no Capítulo 2 dar-se-á da seguinte maneira.

Primeiramente, demonstra-se como utilizar o método descrito no Capítulo 2 para fazer a sintonia dos parâmetros h_p e λ do controlador GPC com o horizonte de controle igual a 1 via método do lugar das raízes. Uma vez implementada, essa ferramenta é utilizada para formular um estudo exaustivo acerca das plantas consideradas em questão, de modo a obter as sintonias ótimas dos controladores para cada planta afim de obedecer a um comportamento de transitório pré-definido. A seguir, esse estudo é utilizado para demonstrar como cada planta se comportaria sendo variante no tempo e comparar seus desempenhos de transitório com e sem a presença de um controlador adaptativo. As sintonias escolhidas nessa parte serão utilizadas para as análises subsequentes.

Em seguida, objetiva-se analisar o comportamento do novo algoritmo proposto no Capítulo 2 e compará-lo com o algoritmo antigo já conhecido na literatura (equação (2.37)), com a finalidade de verificar o seu funcionamento consistente e comprovar sua eficiência.

Finalmente, apresenta-se os resultados obtidos de um estudo exaustivo da planta do controle de vazão do ar soprado, que são utilizados num *script* que realiza simulações dessa planta como se operasse em tempo real variando no tempo e ajusta de maneira adaptativa os parâmetros do controlador GPC, sendo essa a parte mais importante do capítulo, pois engloba todos os aspectos estudados e apresentados neste trabalho num só algoritmo geral, que posteriormente pode vir a ser implementado numa situação de controle industrial real.

4.1 Análise via método do lugar das raízes

Selecionadas as plantas teste, analisa-se em seguida para cada uma delas o comportamento dos respectivos controladores GPC de acordo com o método do lugar das raízes possível de ser implementado para o horizonte de controle igual a um, como demonstrado na Seção 2.2.3. Tendo em mente que cada lugar das raízes gerado para uma planta específica varia de acordo com o horizonte de previsão adotado,

deve-se primeiro escolher o h_p desejado de acordo com algum critério e após feita essa escolha, analisa-se o lugar das raízes em busca do valor do fator de supressão λ que melhor atenda às especificações de comportamento desejadas.

4.1.1 Escolha do horizonte de previsão h_p

De modo que a escolha do parâmetro h_p não seja feita de maneira completamente arbitrária, primeiramente define-se uma faixa de trabalho de horizontes de previsão. De acordo com (CLARKE; MOHTADI, 1989), o horizonte de previsão deve ser maior que o atraso de transporte máximo da planta ($h_{p_{min}} = d + 1$) e menor que o número de amostras contidas no tempo de acomodação do sistema ($h_{p_{max}} = t_{95}/T_S$). De maneira a não deixar este estudo exaustivo, adotou-se nas análises somente os horizontes de predição mínimo e máximo. Para cada uma dessas plantas foi aplicado um degrau unitário com a finalidade de detectar seus tempos de acomodação (t_s), exceto na **Planta do molde**, uma vez que é instável e não possui esse parâmetro. A faixa de horizontes de previsão a serem considerados nas plantas teste são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Horizontes de previsão mínimo e máximo das plantas teste.

	$h_{p_{min}}$	$h_{p_{max}}$
Planta soprador	6	17
Segunda ordem mais atraso	6	29
Polo de multiplicidade maior que um	1	32
Fase não-mínima	1	32
Planta molde	2	∞

Uma vez de posse dos valores mínimos e máximos de horizontes de previsão, cabe ao usuário escolher os valores mais adequados a serem utilizados com base em algum critério já existente na literatura que atenda às especificações impostas (se houver). Os autores (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987), (CLARKE; MOHTADI, 1989), (BANERJEE; SHAH, 1992), (RANI; UNBEHAUEN, 1997), (KARACAN; HAPOGLU; ALPBAZ, 2001) e (YOSHITANI; HASEGAWA, 1998) sugerem algumas metodologias. Como o objetivo deste trabalho é encontrar um algoritmo equivalente ao GPC tradicional, mas que gere o menor custo computacional possível, adota-se daqui para frente o horizonte de previsão mínimo. A não ser quando afirmado o contrário, em todas as análises demonstradas a seguir será utilizado o $h_{p_{min}} = d + 1$.

4.1.2 Escolha do fator de supressão λ

Nesta Seção, demonstra-se como fazer a análise do fator λ utilizando a técnica do lugar das raízes para as plantas 3.18, 3.20, 3.22, 3.24 e 3.26. A variação do parâmetro

λ equivale à trajetória percorrida pelos polos no lugar das raízes através do caminho demarcado. Quando $\lambda = 0$, os polos de malha fechada correspondem aos polos de malha aberta. À medida que aumenta-se λ , os polos em malha fechada seguem a trajetória demarcada pelo lugar das raízes da planta, até que atinjam a posição dos zeros em malha aberta, uma vez que λ tenda a infinito. Dessa maneira, cabe ao usuário definir o tipo de comportamento assumido pela planta no transitório, ou seja, definir o compromisso entre o máximo *overshoot* permitido e o máximo *settling time* desejado, minimizando-os simultaneamente. O sobressinal é limitado pelas curvas de amortecimento, enquanto o tempo de assentamento é definido pela distância dos polos do ponto $z = 0$ (as regiões de visualização do *settling time* nada mais são que círculos concêntricos em $z = 0$, que aumentam de raio ao passo que o tempo aumenta). Em ambos os casos, os polos dominantes que definem o tipo de comportamento que a planta assumirá. Ao mesmo tempo que há uma preocupação com esses parâmetros, não pode-se perder de vista o sinal de controle e sua variação, uma vez que na maioria dos casos quanto menor o parâmetro λ , mais perto das condições mínimas o sistema se encontra, porém apresentando grandes valores de $u(t)$ e de $\Delta u(t)$ que não são compatíveis com a realidade. Diante de situações nas quais mais de um valor de λ poderiam resultar no comportamento de *overshoot* desejado, optou-se por escolher aquele que implicaria um tempo de assentamento maior, porém com variações menos bruscas do sinal de controle, por ser uma situação mais compatível com a realidade. Neste trabalho, considerou-se como máximo sobressinal permitido o de 5% e buscou-se paralelamente o mínimo tempo de assentamento possível, sem perder de vista o esforço do controle. Todos os valores de λ escolhidos correspondem a uma posição no lugar das raízes entre as curvas de amortecimento $\zeta = 0.7$ e $\zeta = 0.8$. A seguir apresenta-se os lugares das raízes obtidos para cada uma das plantas teste. Os valores de λ analisados são resumidos em forma de tabela no final desta Seção.

- **Planta soprador:**

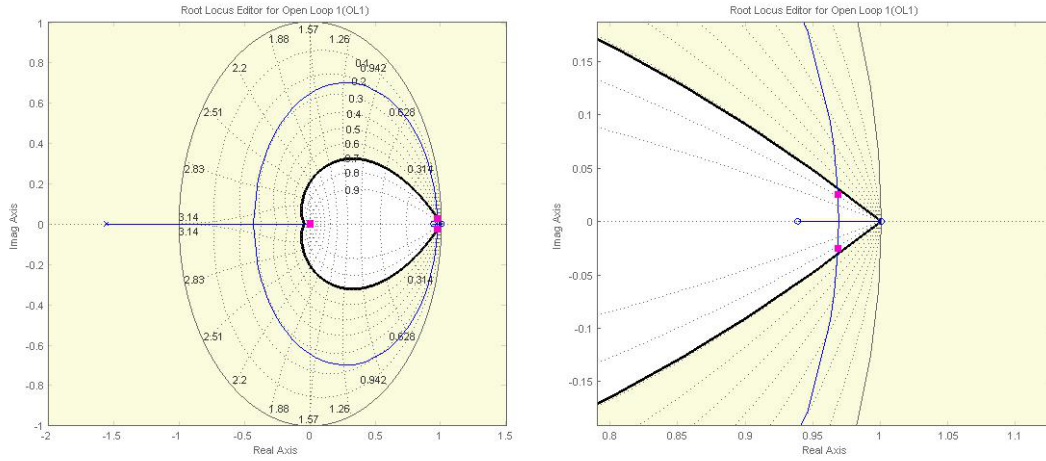
A Figura 8 representa o lugar das raízes da planta 3.18 para $h_p = 6$. Para a planta do soprador, a região branca da Figura 8 representa a área na qual o *overshoot* é garantidamente menor que 5%. Para que isso aconteça, é necessário que todos os polos estejam contidos nessa região e isso só acontece para $\lambda > 0.41$. O valor do fator de supressão escolhido foi de $\lambda = 0.5$, cuja localização dos polos em malha fechada está representada pelos pontos na cor rosa da Figura 8. A função de transferência em malha fechada geradora do lugar das raízes de acordo com a equação 2.55 para a planta do soprador é dada por ¹:

$$1 + \lambda \times \frac{z^8 - 1.938z^7 + 0.9384z^6}{0.000322z^8 + 0.0005004z^7} = 0 \quad (4.1)$$

¹Alguns termos do polinômio $P(z^{-1})$ foram omitidos por apresentarem coeficientes da ordem de 10^{-19} .

Tabela 2: Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta do soprador.

Polos	Zeros
-1.5541	0
-0.0071	0
$-0.0044 + 0.0055i$	0
$-0.0044 - 0.0055i$	0
$0.0063 + 0.0031i$	0
$0.0063 - 0.0031i$	0
$0.0016 + 0.0069i$	1
$0.0016 - 0.0069i$	0.9384

Figura 8: Lugar das raízes da planta do soprador ($h_p = 6$).

- **Planta segunda ordem mais atraso:**

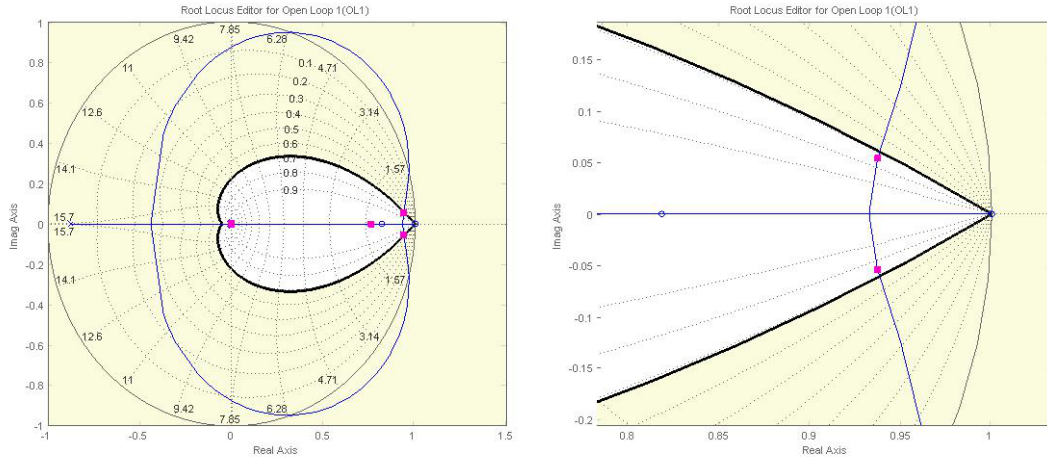
A Figura 9 representa o lugar das raízes da planta 3.20 para $h_p = 6$. Para a planta SOPDT, a região branca da Figura 9 representa a área na qual o *overshoot* é garantidamente menor que 5%. Para que isso aconteça, é necessário que todos os polos estejam contidos nessa região e isso só acontece para $\lambda > 0.32$. O valor do fator de supressão escolhido foi de $\lambda = 0.35$, cuja localização dos polos em malha fechada está representada pelos pontos na cor rosa da Figura 9. A função de transferência em malha fechada geradora do lugar das raízes de acordo com a equação 2.55 para a planta SOPDT é dada por ²:

$$1 + \lambda \times \frac{z^9 - 2.637z^8 + 2.308z^7 - 0.6703z^6}{0.0003071z^9 + 0.0002687z^8} = 0 \quad (4.2)$$

²Alguns termos de $P(z^{-1})$ foram omitidos por apresentarem coeficientes da ordem de 10^{-19} .

Tabela 3: Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta SOPDT.

Polos	Zeros
0	0
-0.8752	0
-0.0085	0
$-0.0053 + 0.0067i$	0
$-0.0053 - 0.0067i$	0
$0.0019 + 0.0083i$	0
$0.0019 - 0.0083i$	1
$0.0077 + 0.0037i$	0.8187
$0.0077 - 0.0037i$	0.8187

Figura 9: Lugar das raízes da planta de segunda ordem mais atraso ($h_p = 6$).

- **Planta de polo com multiplicidade maior que um:**

A Figura 10 representa o lugar das raízes da planta 3.22 para $h_p = 1$. Para a planta de polo com multiplicidade maior que um, a região branca da Figura 10 representa a área na qual o *overshoot* é garantidamente menor que 5%. Para que isso aconteça, é necessário que todos os polos estejam contidos nessa região e isso só acontece para $\lambda > 0.32$. O valor do fator de supressão escolhido foi de $\lambda = 0.35$, cuja localização dos polos em malha fechada está representada pelos pontos na cor rosa da Figura 10. A função de transferência em malha fechada geradora do lugar das raízes de acordo com a equação 2.55 para a planta de polo com multiplicidade maior que um é dada por ³:

$$1 + \lambda \times \frac{z^6 - 3.456z^5 + 4.467z^4 - 2.56z^3 + 0.5488z^2}{1.319 \times 10^{-6}z^6 + 4.544 \times 10^{-6}z^5 + 9.771 \times 10^{-7}z^4} = 0 \quad (4.3)$$

³Alguns termos de $P(z^{-1})$ foram omitidos por apresentarem coeficientes da ordem de 10^{-21} e 10^{-22} .

Tabela 4: Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta de polo com multiplicidade maior que um.

Polos	Zeros
0	0
-3.2150	0
-0.2304	1
0	0.8187
0	0.8187
0	0.8187

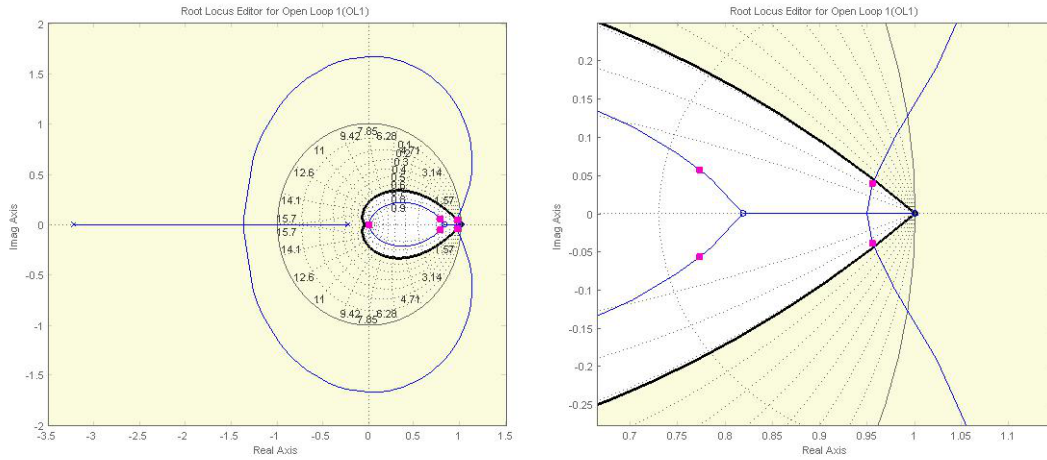


Figura 10: Lugar das raízes da planta de polo com multiplicidade maior que um ($h_p = 1$).

• **Planta de fase não-mínima:**

A Figura 11 representa o lugar das raízes da planta 3.24 para $h_p = 1$. Como pode-se observar pela Figura 11, a planta de fase não-mínima permanece **instável** para qualquer valor de λ adotado. A função de transferência em malha fechada geradora do lugar das raízes de acordo com a equação 2.55 para a planta de fase não-mínima com $h_p = 1$ é dada por ⁴:

$$1 + \lambda \times \frac{z^6 - 3.456z^5 + 4.467z^4 - 2.56z^3 + 0.5488z^2}{2.391 \times 10^{-7}z^6 - 2.08 \times 10^{-6}z^5 - 1.072 \times 10^{-6}z^4} = 0 \quad (4.4)$$

Arbitra-se então $h_p = 2$ e realiza-se outra análise. A Figura 12 representa o lugar das raízes da planta de fase não-mínima para $h_p = 2$. Para a planta de fase não-mínima, a região branca da Figura 12 representa a área na qual o *overshoot* é garantidamente menor que 5%. Para que isso aconteça, é necessário que todos os polos estejam contidos nessa região e isso só acontece para $\lambda > 0.055$. O valor do fator de supressão escolhido foi de $\lambda = 0.06$, cuja localização dos polos em malha fechada está representada pelos pontos na cor rosa da Figura 12. A função

⁴Um termo de $P(z^{-1})$ foi omitido por apresentar coeficiente da ordem de 10^{-22} .

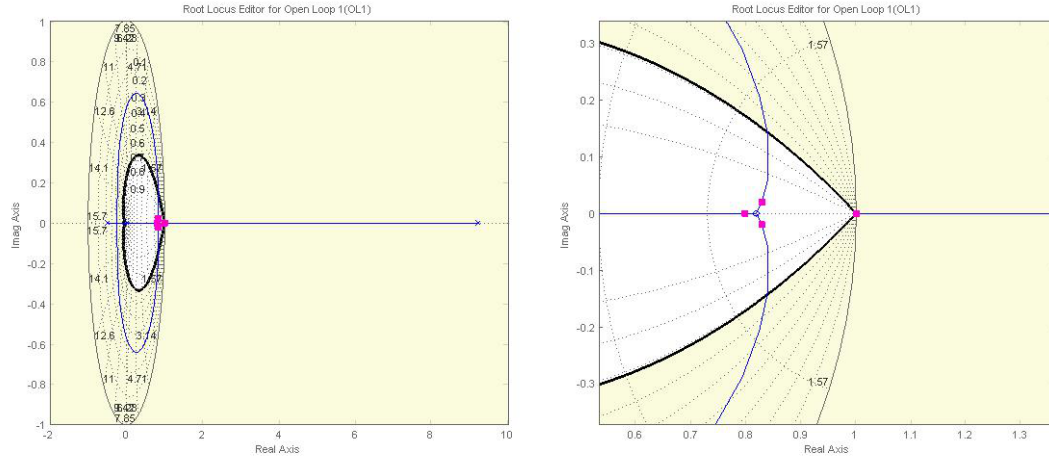


Figura 11: Lugar das raízes da planta de fase não-mínima ($h_p = 1$).

de transferência em malha fechada geradora do lugar das raízes de acordo com a equação 2.55 para a planta de fase não-mínima com $h_p = 2$ é dada por ⁵:

$$1 + \lambda \times \frac{z^6 - 3.456z^5 + 4.467z^4 - 2.56z^3 + 0.5488z^2}{6.812 \times 10^{-6}z^6 + 9.139 \times 10^{-6}z^5 - 4.281 \times 10^{-6}z^4 + 6.88 \times 10^{-7}z^3} = 0 \quad (4.5)$$

Tabela 5: Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta de fase não-mínima.

$h_p = 1$		$h_p = 2$	
Polos	Zeros	Polos	Zeros
0	0	0	0
0	0	-1.7368	0
9.1871	1	$0.1976 + 0.1382i$	1
-0.4878	0.8187	$0.1976 - 0.1382i$	0.8187
0	0.8187	0	0.8187
0	0.8187	0	0.8187

• Planta do Molde:

A Figura 13 representa o Lugar das Raízes da planta 3.26 para $h_p = 2$. Como pode-se observar pela Figura 13, a planta do molde permanece **instável** para qualquer valor de λ adotado. Arbitra-se então $h_p = 3$ e realiza-se outra análise. Ainda assim, a faixa de estabilidade assumida pela planta é muito estreita. Incrementa-se sucessivamente o horizonte de previsão do controlador até $h_p = 8$, quando finalmente atinge-se um ponto em que a faixa de estabilidade da planta é considerada

⁵Alguns termos de $P(z^{-1})$ foram omitidos por apresentarem coeficientes da ordem de 10^{-20} e 10^{-21} .

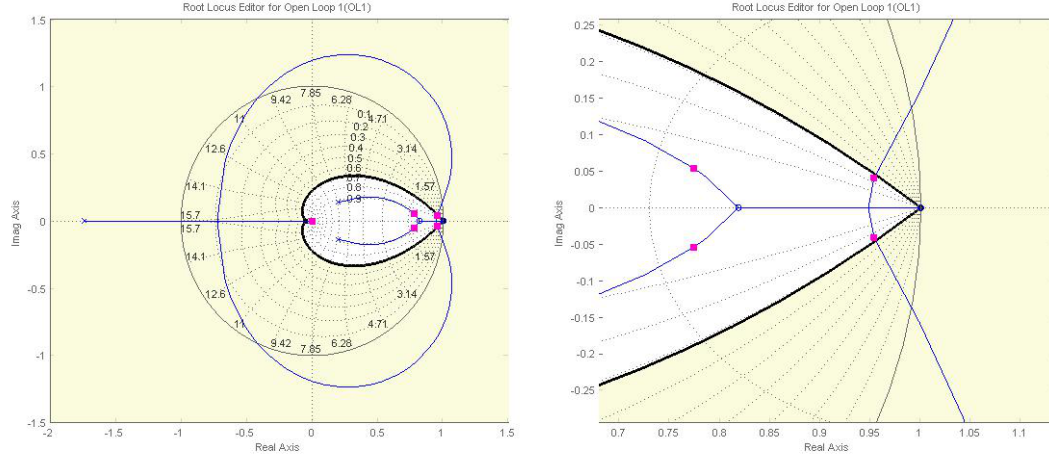


Figura 12: Lugar das raízes da planta de fase não-mínima ($h_p = 2$).

suficiente. A função de transferência em malha fechada geradora do lugar das raízes de acordo com a equação 2.55 para a planta do molde é dada por ⁶:

$$1 + \lambda \times \frac{z^8 - 3.449z^7 + 4.42z^6 - 2.493z^5 + 0.522z^4}{3.66 \times 10^{-7}z^8 + 3.224 \times 10^{-6}z^7 + 1.615 \times 10^{-6}z^6 + 1.767 \times 10^{-8}z^5} = 0 \quad (4.6)$$

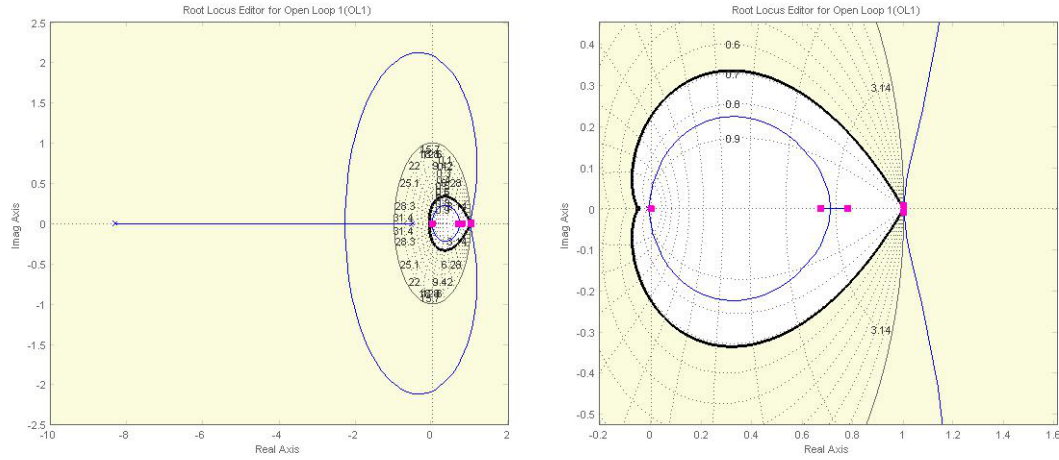


Figura 13: Lugar das raízes da planta do Molde ($h_p = 2$).

A Figura 14 representa o lugar das raízes da planta do molde para $h_p = 8$ (estável para qualquer $\lambda < 1.29$). Para a planta do molde, a região branca da Figura 14 representa a área na qual o *overshoot* é garantidamente menor que 5%. Para que isso aconteça, é necessário que todos os polos estejam contidos nessa região e não acontece para nenhum valor de λ . O valor do fator de supressão escolhido foi de $\lambda = 0.02$, que mais se aproxima da região que define o sobressinal desejado. A localização dos polos definidos pelo λ escolhido está representada pelos pontos na

⁶Alguns termos de $P(z^{-1})$ foram omitidos por apresentarem coeficientes da ordem de 10^{-20} , 10^{-21} e 10^{-24} .

cor rosa da Figura 14. A função de transferência em malha fechada geradora do lugar das raízes de acordo com a equação 2.55 para a planta do molde é dada por ⁷:

$$1 + \lambda \times \frac{z^8 - 3.449z^7 + 4.42z^6 - 2.493z^5 + 0.522z^4}{0.09069z^8 - 0.1846z^7 + 0.1299z^6 - 0.03104z^5 +} = 0 \quad (4.7)$$

Tabela 6: Localização dos polos e zeros em malha aberta da planta do molde.

$h_p = 2$		$h_p = 8$	
Polos	Zeros	Polos	Zeros
-8.2785	0	0	0
-0.5213	0	$0.7217 + 0.2393i$	0
-0.0112	0	$0.7217 - 0.2393i$	0
$-0.0007 + 0.0005i$	0	0.5920	0
$-0.0007 - 0.0005i$	1	$0.0001 + 0.0001i$	1
0.0008	1	$0.0001 - 0.0001i$	1
$0.0003 + 0.0008i$	0.7788	$-0.0001 + 0.0001i$	0.7788
$0.0003 - 0.0008i$	0.6703	$-0.0001 - 0.0001i$	0.6703

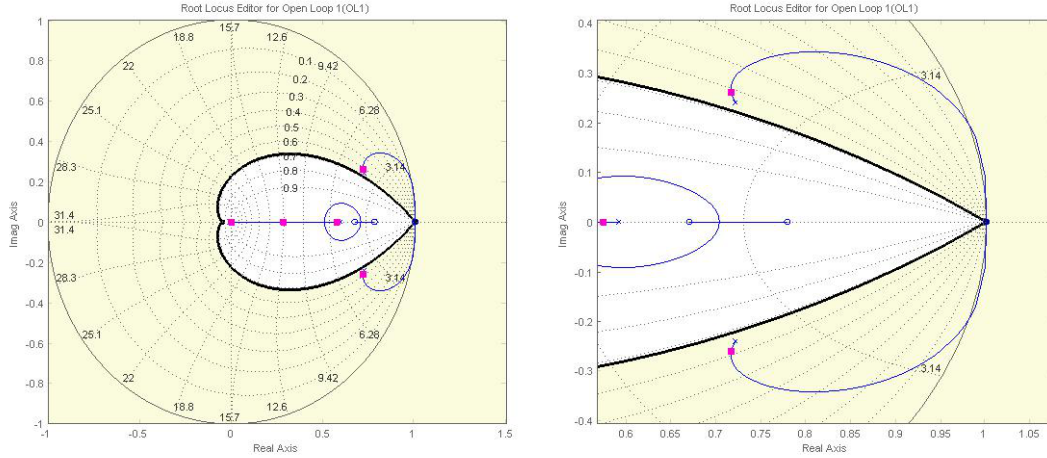


Figura 14: Lugar das raízes da planta do molde ($h_p = 8$).

A Tabela 7 resume todos os dados retirados do estudo feito com as plantas teste para os horizontes de previsão especificados acima. Ela analisa um total de 1000 pontos de amostragem da resposta a um degrau unitário aplicado no instante $100 \times T_s$, sendo T_s o período de amostragem de cada planta. Para cada um dos modelos foram testados 6 valores diferentes do parâmetro λ , de acordo com o lugar das raízes. Os critérios de avaliação adotados foram: integral do erro quadrático (ISE), *overshoot* (OV), tempo de assentamento (t_s), máxima magnitude do sinal de controle ($\max(u(t))$) e máxima variação do sinal de controle ($\max(\Delta u(t))$).

⁷Alguns termos de $P(z^{-1})$ foram omitidos por apresentarem coeficientes da ordem de 10^{-16} , 10^{-17} e 10^{-18} .

Tabela 7: Análise do comportamento das plantas teste de acordo com o parâmetro λ escolhido.

Planta do soprador ($h_p = 6$)						
	$\lambda=1$	$\lambda=0.7$	$\lambda=0.6$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.35$	$\lambda=0.25$
ISE	45.0663	33.8203	30.0679	26.3118	20.664	16.877
OV	0%	0%	0.6%	2.02%	6.58%	12.2%
t_s	188s	120s	99s	80s	102s	91s
$\max(u(t))$	1.3434	1.3446	1.3551	1.3842	1.4874	1.6332
$\max(\Delta u(t))$	0.01794	0.02556	0.0299	0.0359	0.0512	0.0717
Planta SOPDT ($h_p = 6$)						
	$\lambda=1$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.45$	$\lambda=0.35$	$\lambda=0.3$	$\lambda=0.25$
ISE	33.1738	19.0544	17.6615	14.907	13.5568	12.2405
OV	0%	0%	0.31%	2.95%	5.7%	9.75%
t_s	30.4s	12.6s	11s	8s	11.2s	11.2s
$\max(u(t))$	1	1.0002	1.004	1.0389	1.0771	1.1362
$\max(\Delta u(t))$	0.0175	0.035	0.0389	0.05	0.0584	0.07
Planta polo de multiplicidade maior que um ($h_p = 1$)						
	$\lambda=1$	$\lambda=0.06$	$\lambda=0.05$	$\lambda=0.04$	$\lambda=0.035$	$\lambda=0.03$
ISE	388.3828	33.7591	29.5486	25.4209	23.4144	21.4771
OV	0%	0%	0%	1%	2.98%	6.39%
t_s	-	24.4s	19s	13.8s	11.6s	16.8s
$\max(u(t))$	0.6507	1	1	1.0119	1.0361	1.0787
$\max(\Delta u(t))$	0.0011	0.0191	0.023	0.0287	0.0328	0.0383
Planta fase não-mínima ($h_p = 2$)						
	$\lambda=0.09$	$\lambda=0.08$	$\lambda=0.07$	$\lambda=0.06$	$\lambda=0.05$	$\lambda=0.04$
ISE	28.9680	26.6485	24.3584	22.1148	19.9512	17.9438
OV	0%	0%	0.85%	3.03%	7.04%	13.56%
t_s	20.4s	16.4s	13.8s	14.4s	16.4s	15.6s
$\max(u(t))$	1	1.0007	1.0103	1.0372	1.0885	1.176
$\max(\Delta u(t))$	0.0285	0.032	0.0366	0.0427	0.0513	0.0641
Planta do molde ($h_p = 8$)						
	$\lambda=0.3$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.1$	$\lambda=0.07$	$\lambda=0.05$	$\lambda=0.02$
ISE	1.7160	1.0566	0.7898	0.7886	0.8076	0.8611
OV	32.77%	22.75%	10.81%	7.47%	5.69%	3.92%
t_s	4.6s	3.3s	1.7s	1.6s	1.5s	1.1s
$\max(u(t))$	2.7157	2.9024	3.0728	3.1927	3.2218	3.1544
$\max(\Delta u(t))$	0.7993	0.9809	1.2206	1.409	1.6093	2.0455

Os elementos destacados na cor verde representam a sintonia escolhida do fator λ que melhor atende às exigências definidas de comportamento das plantas teste. Esses valores de h_p e λ serão considerados daqui para frente como a sintonia ideal de controlador GPC para os modelos definidos.

4.2 Plantas variantes no tempo

Para esse tipo de planta, o novo algoritmo definido na Seção 2.3 apresenta a vantagem de minimizar o esforço computacional para calcular o elemento diferencial de controle a cada nova iteração. No entanto, quando há mudança nos parâmetros da planta - seja ela em ganho, constante de tempo, atraso de transporte ou localização dos polos e zeros - a sintonia do controlador escolhido para o modelo identificado em um primeiro momento torna-se ineficaz para garantir o comportamento esperado na nova planta. Dessa maneira, uma nova identificação deve ser feita, assim como um novo estudo baseado no método apresentado na Seção 4.1. A desvantagem desse método é que ele não garante uma sintonia adaptativa *online*, de maneira que um estudo *offline* da planta deva ser conduzido, buscando mapear os modelos que descrevam os pontos de operação usuais da mesma.

Com o intuito de demonstrar como isso funcionaria, foram definidas algumas mudanças arbitrárias nas plantas teste de maneira a simular esse comportamento de variação no tempo. Obviamente, um novo estudo como o demonstrado na Seção 4.1 foi conduzido para cada uma delas e novos parâmetros de sintonia ideal obtidos. As plantas modificadas são as descritas pelos modelos 4.8, 4.10, 4.12, 4.14 e 4.16.

Planta do soprador MODIFICADA: Foram modificados os parâmetros ganho e atraso de transporte. A constante de tempo foi mantida.

$$G(s) = \frac{1}{15.737s + 1} \times e^{-8s} \quad (4.8)$$

$$G(z^{-1}) = z^{-8} \times \frac{0.06157z^{-1}}{1 - 0.9384z^{-1}} \quad (4.9)$$

Planta de segunda ordem mais atraso MODIFICADA: A posição dos polos foi modificada de -1 para -0.8500+j0.1 e -0.8500-j0.1. O ganho e o atraso de transporte foram mantidos.

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{s^2 + 1.7s + 0.7325} \quad (4.10)$$

$$G(z^{-1}) = z^{-5} \times \frac{0.01787z^{-1} + 0.01596z^{-2}}{1 - 1.687z^{-1} + 0.7118z^{-2}} \quad (4.11)$$

Planta de polo de multiplicidade maior que um MODIFICADA: A posição dos polos foi modificada de -1 para -0.9. O ganho foi mantido.

$$G(s) = \frac{1}{(s + 0.9)^3} \quad (4.12)$$

$$G(z^{-1}) = \frac{0.001166z^{-1} + 0.004076z^{-2} + 0.0008898z^{-3}}{1 - 2.506z^{-1} + 2.093z^{-2} - 0.5827z^{-3}} \quad (4.13)$$

Planta de fase não-mínima MODIFICADA: A posição dos zeros da planta foi modificada de 10 para 2. O ganho e a posição dos polos foram mantidos.

$$G(s) = \frac{1 - 0.5s}{(s + 1)^3} \quad (4.14)$$

$$G(z^{-1}) = \frac{-0.007039z^{-1} + 0.005441z^{-2} + 0.007554z^{-3}}{1 - 2.456z^{-1} + 2.0118z^{-2} - 0.5488z^{-3}} \quad (4.15)$$

Planta do molde MODIFICADA: O ganho foi reduzido a 50% do valor original e o tempo morto foi reduzido a 70% do valor original.

$$G(s) = \frac{5.93}{s^3 + 6.5s^2 + 10s} \times e^{-0.09s} \quad (4.16)$$

$$G(z^{-1}) = z^{-1} \times \frac{9.724 \times 10^{-07} + 0.001101z^{-1} + 0.002786z^{-2} + 0.0004364z^{-3}}{1 - 2.449z^{-1} + 1.971z^{-2} - 0.522z^{-3}} \quad (4.17)$$

Como foi dito anteriormente, um estudo idêntico àquele apresentado na Seção 4.1 foi conduzido para as novas plantas. Os resultados obtidos estão explicitados na Tabela 8.

Utilizando o resultado do estudo realizado, foram feitas simulações com o objetivo de observar o comportamento dessas plantas numa situação hipotética de variação no tempo. Nesse caso, o controlador GPC proposto faria o uso de uma estratégia de controle adaptativo conhecida como *gain scheduling*, ou escalonamento de ganhos. De acordo com (ASTROM; WITTENMARK, 1995), é possível mudar os parâmetros de um controlador pelo monitoramento das condições de operação do processo, sendo uma boa solução para compensar variações nos parâmetros do processo ou não-linearidades nele contidas. O escalonamento de ganhos pode se basear em linearização de atuadores não-lineares, medidas de variáveis auxiliares, transformações não-lineares, etc. Não há de fato regras gerais que definam como projetar controladores com ganhos escalonados. O que se busca nesse trabalho é associar os valores de h_p e de λ mais adequados às mudanças de parâmetros das plantas, de acordo com as regras e estudos já descritos anteriormente.

O algoritmo utilizado no *script* não é aquele tradicional GPC, que usa equação

Tabela 8: Análise do comportamento das plantas modificadas de acordo com o parâmetro λ escolhido.

Planta do soprador MODIFICADA ($h_p = 9$)						
	$\lambda=4$	$\lambda=3.5$	$\lambda=3$	$\lambda=2.5$	$\lambda=2$	$\lambda=1.5$
ISE	39.7414	35.6649	31.5832	27.4933	23.3891	19.2569
OV	0%	0%	0.17%	1.06%	3.15%	6.95%
t_s	159s	134s	111s	89s	70s	99s
$\max(u(t))$	1	1	1.0024	1.0159	1.0494	1.1166
$\max(\Delta u(t))$	0.0154	0.0176	0.0205	0.0246	0.0307	0.0409
Planta SOPDT MODIFICADA ($h_p = 6$)						
	$\lambda=1$	$\lambda=0.85$	$\lambda=0.7$	$\lambda=0.6$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.4$
ISE	26.0917	23.0727	20.079	18.1074	16.17	14.296
OV	0%	0%	0.61%	2.28%	5.4%	10.50%
t_s	19.4s	15.6s	12s	10s	13s	11.2s
$\max(u(t))$	0.7325	0.7325	0.7382	0.7541	0.7854	0.8393
$\max(\Delta u(t))$	0.0179	0.021	0.0255	0.298	0.0357	0.0446
Planta polo de multiplicidade maior que um MODIFICADA ($h_p = 1$)						
	$\lambda=1$	$\lambda=0.09$	$\lambda=0.075$	$\lambda=0.065$	$\lambda=0.055$	$\lambda=0.045$
ISE	303.8943	36.7272	32.2064	29.2426	26.3492	23.5839
OV	0%	0%	0%	0.58%	2.81%	7.4%
t_s	-	26s	20s	16.4s	13.2s	18.8s
$\max(u(t))$	0.5627	0.729	0.7291	0.734	0.7537	0.7956
$\max(\Delta u(t))$	0.0012	0.013	0.0155	0.0179	0.0212	0.0259
Planta fase não-mínima MODIFICADA ($h_p = 8$)						
	$\lambda=2$	$\lambda=1.2$	$\lambda=1$	$\lambda=0.75$	$\lambda=0.6$	$\lambda=0.4$
ISE	19.3131	12.3058	10.5572	8.3726	7.06	5.2931
OV	0.56%	0.91%	1.09%	1.43%	1.76%	7.5%
t_s	21.4s	12.6s	10.4s	7.4s	6s	7s
$\max(u(t))$	1	1	1	1.0222	1.1427	1.4765
$\max(\Delta u(t))$	0.0711	0.1168	0.1392	0.183	0.2256	0.3268
Planta do molde MODIFICADA ($h_p = 8$)						
	$\lambda=0.1$	$\lambda=0.06$	$\lambda=0.04$	$\lambda=0.03$	$\lambda=0.02$	$\lambda=0.01$
ISE	1.5559	0.9635	0.8448	0.8338	0.8552	0.9056
OV	29.76%	18.2%	11.58%	8.42%	5.76%	3.84%
t_s	4.7s	2.7s	1.8s	1.8s	1.7s	1.2s
$\max(u(t))$	4.9155	5.2846	5.5036	5.4919	5.7013	5.6992
$\max(\Delta u(t))$	1.3728	1.7765	2.0394	2.1664	2.54	3.1666

de Diophantina e faz inversão de matrizes, mas sim o novo algoritmo proposto no Capítulo 2. Para todas as plantas, as simulações contêm um total de 600 pontos de amostragem, com variação do modelo no momento $t = 300 \times Ts$. São aplicados dois degraus, cada um com duração de $150 \times Ts$, um antes da mudança de parâmetros da planta e outro depois. Para cada planta são realizadas duas simulações: uma sem

controle adaptativo, no qual a variação dos parâmetros do modelo não é enxergada e os valores do controlador da planta original são mantidos; e outra com controle adaptativo, supondo que algum método de identificação *online* detecte a mudança e de acordo com ela, ajuste os parâmetros do controlador GPC para aqueles representados na Tabela 8. Os resultados são mostrados por via dos gráficos mostrados a seguir, e pelos índices de OV, t_s e ISE.

• **Planta do soprador:**

A Figura 15 representa o sistema sem e com controle adaptativo, respectivamente. Os valores *default* dos parâmetros do controlador são $h_p = 6$ e $\lambda = 0.5$. Com o controle adaptativo, uma vez detectadas as mudanças da planta, os parâmetros passam a ser $h_p = 9$ e $\lambda = 2$. A Tabela 9 resume a diferença de performance entre o controle adaptativo e não adaptativo. Por ela pode-se notar que no caso da planta do soprador, houve diminuição no sobressinal e no tempo de acomodação, mesmo que o sinal de controle não tenha sofrido alteração significativa.

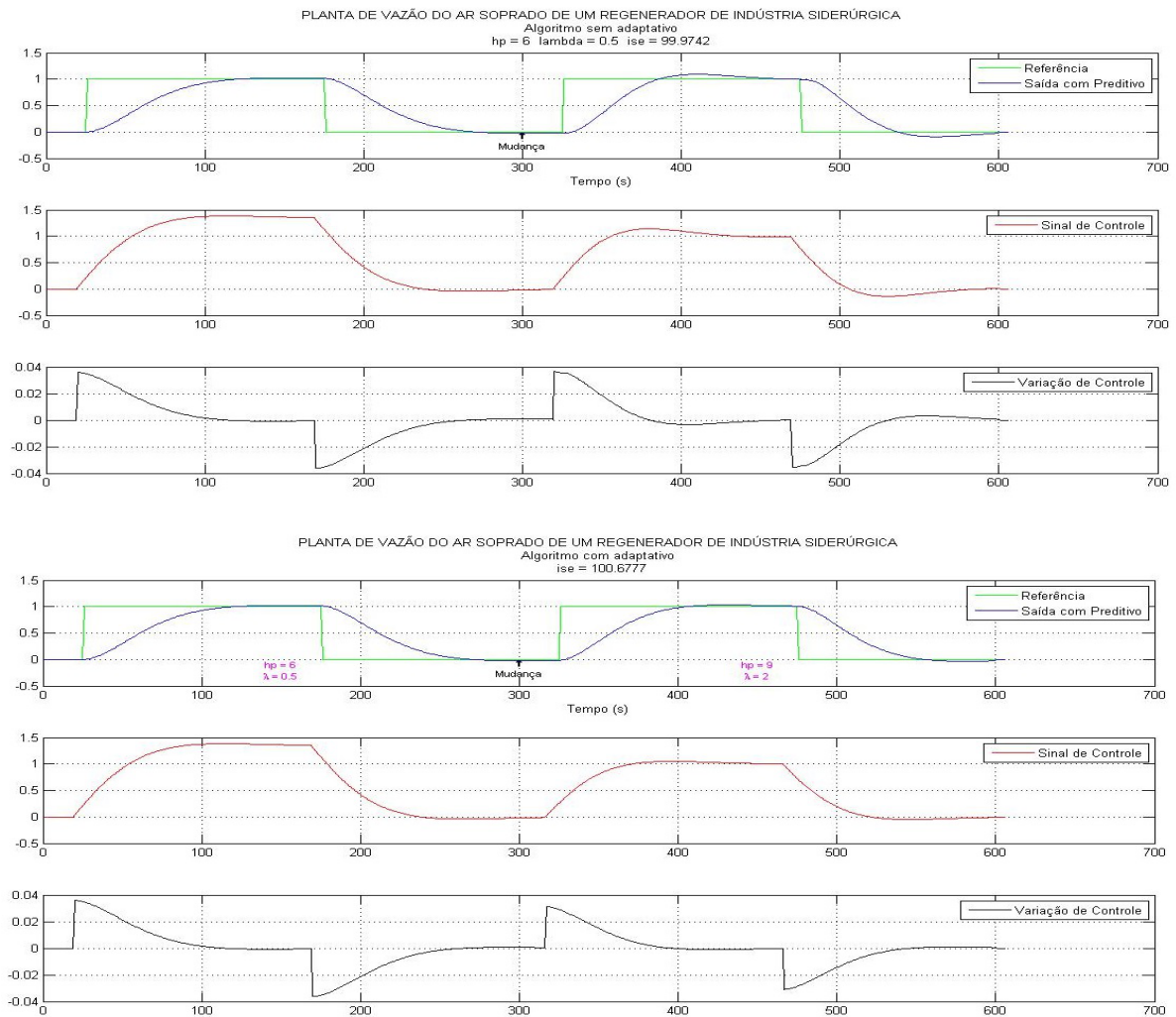


Figura 15: Planta do soprador variante no tempo sem e com controle adaptativo.

Tabela 9: Comparação do comportamento da planta do soprador sem e com controle adaptativo.

Planta do soprador			
ISE		Sem Adaptativo	Com Adaptativo
		99.9742	100.6777
1° degrau		2° degrau	
OV	2%	9.1%	3.2%
t_s	79s	111s	69s
$u(t)$	1.394	1.14	1.05
$\Delta u(t)$	0.03587	0.03644	0.03124

- **Planta de segunda ordem mais atraso:**

A Figura 16 representa o sistema sem e com controle adaptativo, respectivamente. Os valores *default* dos parâmetros do controlador são $h_p = 6$ e $\lambda = 0.35$. Com o controle adaptativo, uma vez detectadas as mudanças da planta, os parâmetros passam a ser $h_p = 6$ e $\lambda = 0.9$. A Tabela 10 resume a diferença de performance entre o controle adaptativo e não adaptativo. Por ela pode-se notar que no caso da planta SOPDT, houve diminuição no sobressinal e no tempo de acomodação, mesmo que o sinal de controle não tenha sofrido alteração significativa.

Tabela 10: Comparação do comportamento da planta do SOPDT sem e com controle adaptativo.

Planta SOPDT			
ISE		Sem Adaptativo	Com Adaptativo
		56.8726	66.0168
1° degrau		2° degrau	
OV	3%	14.7%	2.3%
t_s	7.8s	12.4s	9.6s
$u(t)$	1.039	0.8836	0.7541
$\Delta u(t)$	0.05002	0.05002	0.02977

- **Planta de polo de multiplicidade maior que um:**

A Figura 17 representa o sistema sem e com controle adaptativo, respectivamente. Os valores *default* dos parâmetros do controlador são $h_p = 1$ e $\lambda = 0.035$. Com o controle adaptativo, uma vez detectadas as mudanças da planta, os parâmetros passam a ser $h_p = 2$ e $\lambda = 0.055$. A Tabela 11 resume a diferença de performance entre o controle adaptativo e não adaptativo. Mais uma vez, pode-se notar que

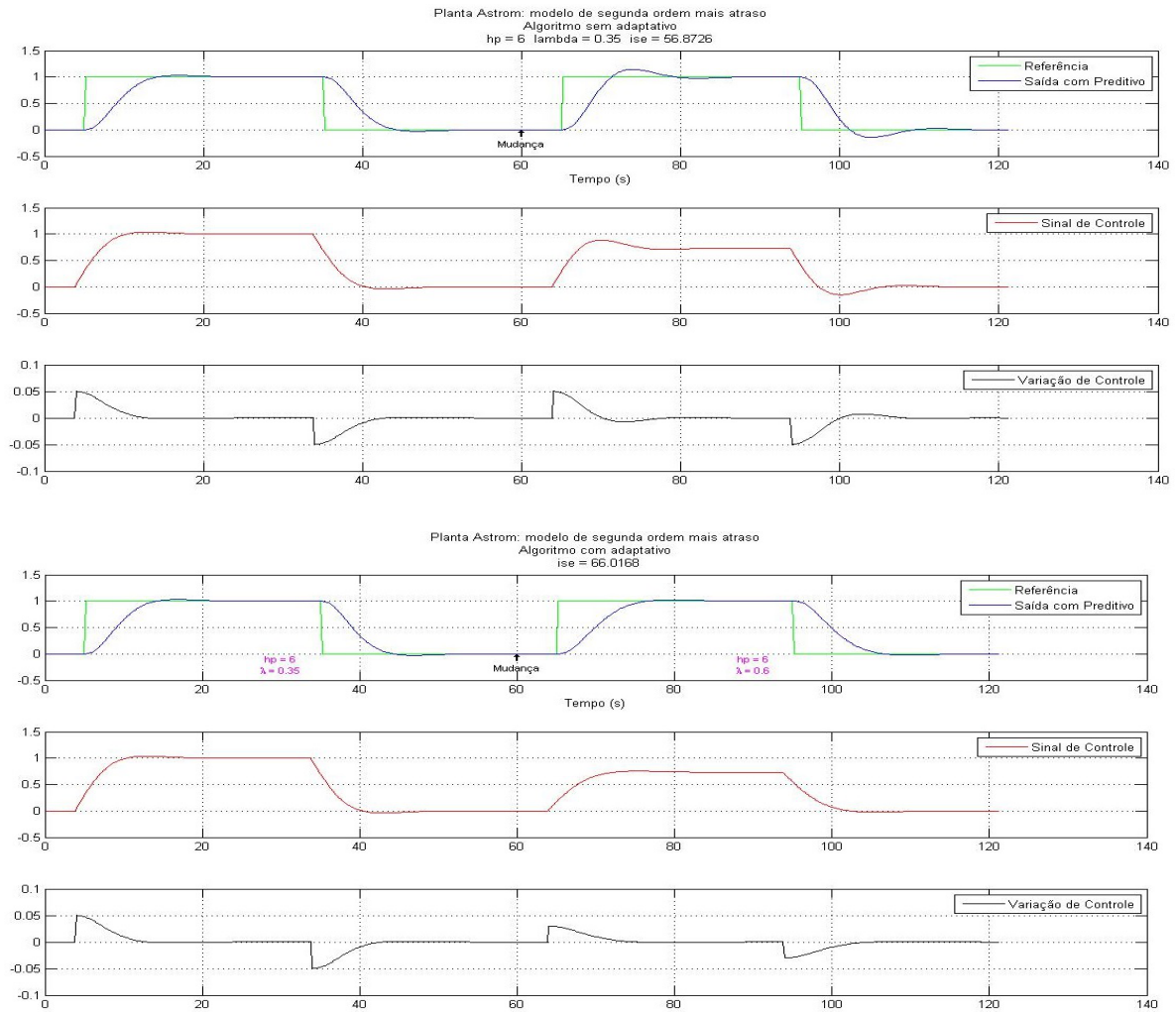


Figura 16: Planta SOPDT variante no tempo sem e com controle adaptativo.

no caso da planta de polo de multiplicidade maior que um, houve diminuição no sobressinal e no tempo de acomodação, mesmo que o sinal de controle não tenha sofrido alteração significativa.

Tabela 11: Comparação do comportamento da planta de polo de multiplicidade maior que um sem e com controle adaptativo.

Planta de polo de multiplicidade maior que um			
		Sem Adaptativo	Com Adaptativo
ISE		89.2275	99.4069
1º degrau		2º degrau	
OV	3%	14.8%	2.8%
t_s	11.4s	17.6s	13s
$u(t)$	1.036	0.8662	0.7537
$\Delta u(t)$	0.03281	0.03278	0.02118

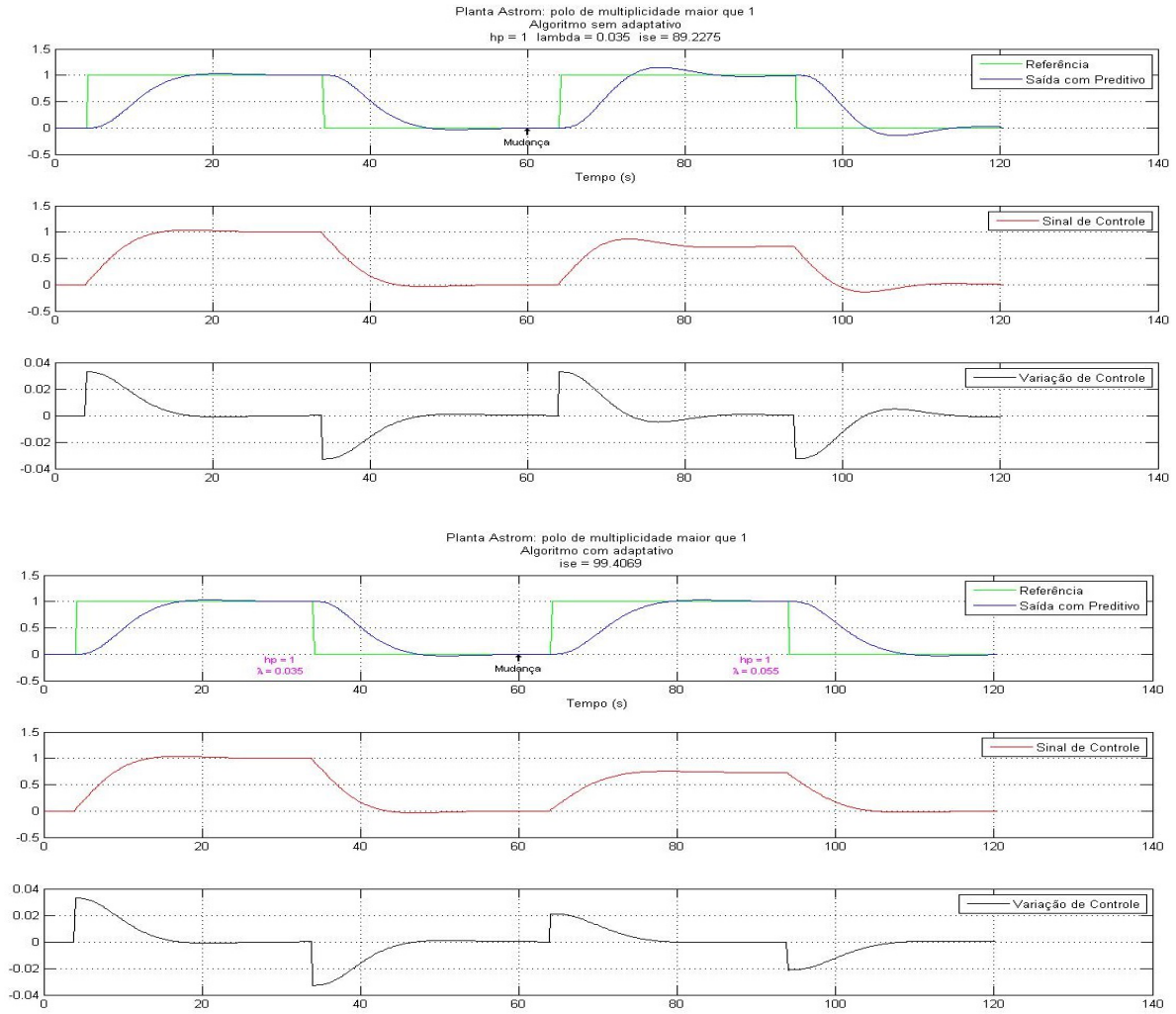


Figura 17: Planta de polo de multiplicidade maior que um variante no tempo sem e com controle adaptativo.

- **Planta de fase não-mínima:**

A Figura 18 representa o sistema sem e com controle adaptativo, respectivamente. Os valores *default* dos parâmetros do controlador são $h_p = 2$ e $\lambda = 0.06$. Com o controle adaptativo, uma vez detectadas as mudanças da planta, os parâmetros passam a ser $h_p = 8$ e $\lambda = 0.6$. A Tabela 12 resume a diferença de performance entre o controle adaptativo e não adaptativo. Por ela pode-se notar que no caso da planta de fase não-mínima, houve diminuição no sobressinal e no tempo de acomodação, contudo houve um aumento na magnitude e na variação do sinal de controle. Este caso em especial apresenta uma propriedade curiosa: embora a planta modificada apresente instabilidade para um $h_p = 2$ independentemente do valor de λ escolhido (premissa retirada da análise do lugar das raízes para as plantas teste modificadas), o mesmo não acontece na simulação da planta variante no tempo sem o controle adaptativo. Isso se deve ao fato de que nessa simulação, parte-se do pressuposto de que o sistema permanece "cego" para quaisquer mudanças, e portanto, não recalcula as matrizes G e K , posteriormente usadas no cálculo do incremento $\Delta u(t)$. Neste

caso em particular isso não afetou de maneira a levar o sistema à instabilidade, o que não significa assumir que isso não poderia acontecer para algum outro caso de modelo, parâmetros ou mudanças diferentes.

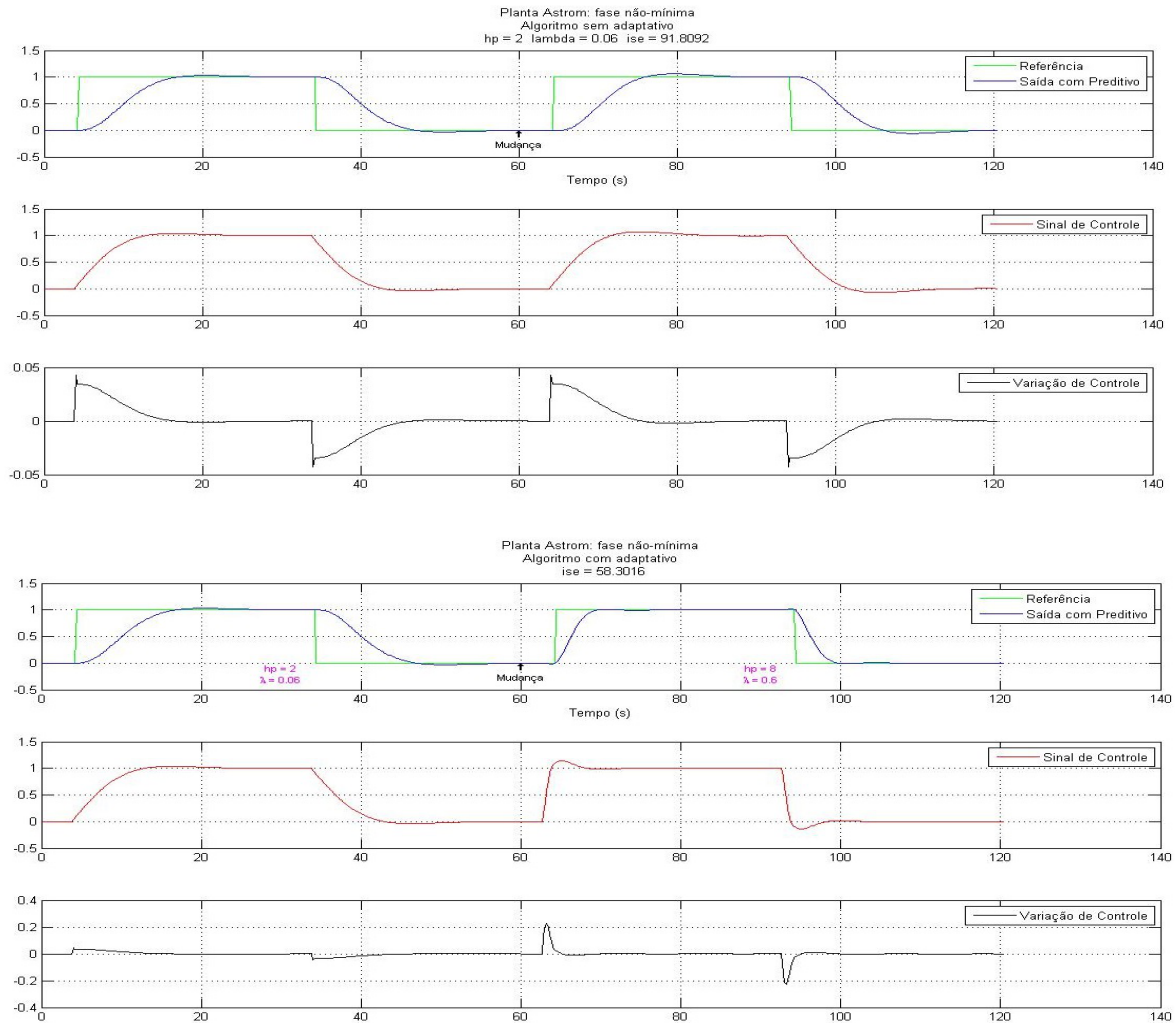


Figura 18: Planta de fase não-mínima variante no tempo sem e com controle adaptativo.

Tabela 12: Comparação do comportamento da planta de fase não-mínima sem e com controle adaptativo.

Planta de fase não mínima			
ISE		Sem Adaptativo	Com Adaptativo
		91.8092	58.3016
1º degrau		2º degrau	
OV	3%	5.9%	0.9%
t_s	11s	17.4s	4.4s
$u(t)$	1.037	1.07	1.143
$\Delta u(t)$	0.04272	0.04269	0.2255

- **Planta do molde:**

A Figura 19 representa o sistema sem e com controle adaptativo, respectivamente. Os valores *default* dos parâmetros do controlador são $h_p = 8$ e $\lambda = 0.02$. Com o controle adaptativo, uma vez detectadas as mudanças da planta, os parâmetros passam a ser $h_p = 8$ e $\lambda = 0.01$. A Tabela 13 resume a diferença de performance entre o controle adaptativo e não adaptativo. Por ela pode-se notar que no caso da planta do molde, houve diminuição no sobressinal e no tempo de acomodação, contudo houve um aumento na magnitude e na variação do sinal de controle. Neste caso é visível a diferença entre haver ou não um controle adaptativo inserido na planta: o *overshoot* da planta chega a 25% se não são ajustados os parâmetros do controlador, além da presença de oscilação significativa no sinal de controle, o que não é desejado. Vale lembrar mais uma vez que dependendo da mudança que ocorra nos parâmetros dessa planta, sem que o controlador seja ajustado, pode ocorrer uma situação de instabilidade.

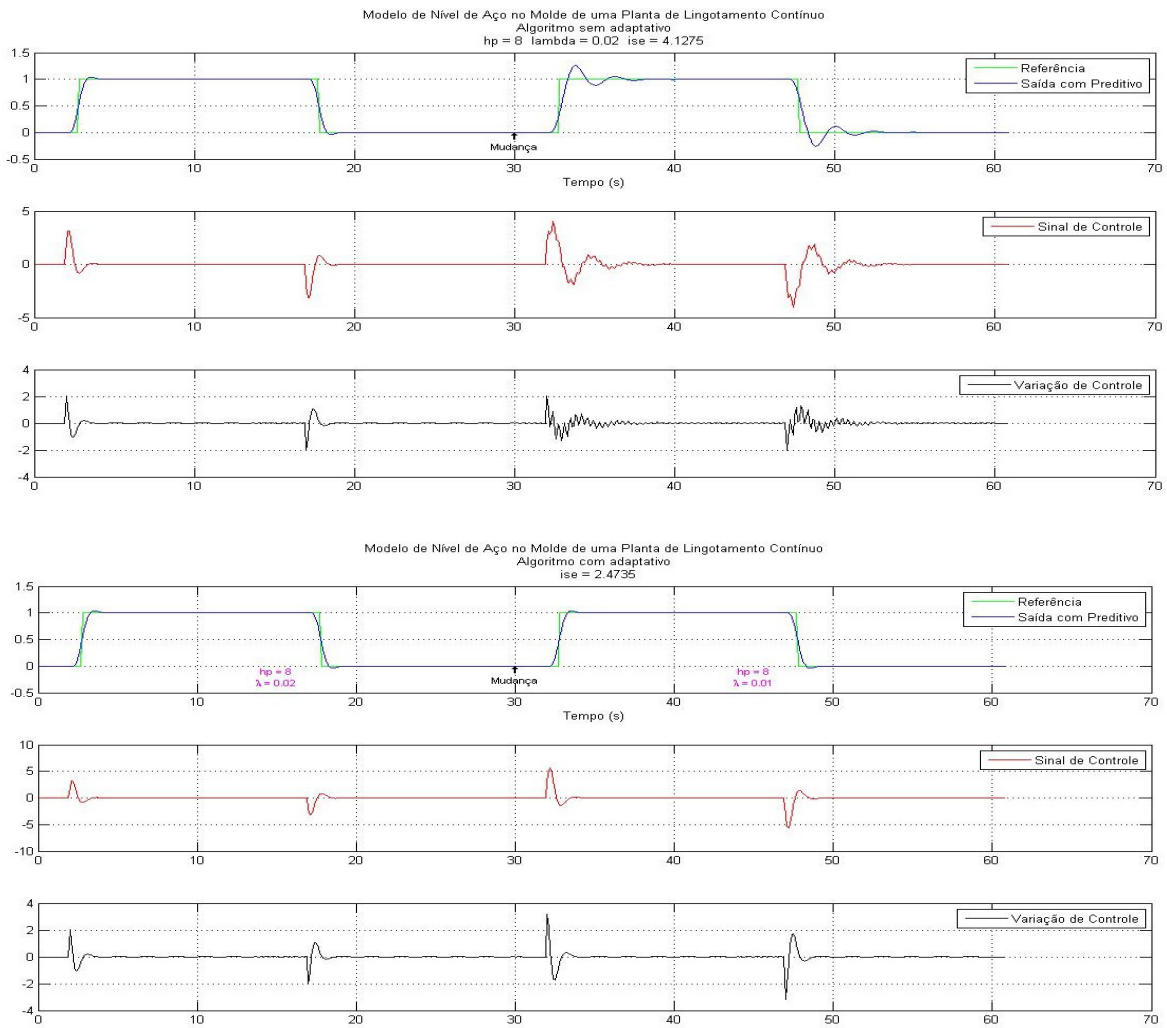


Figura 19: Planta do molde variante no tempo sem e com controle adaptativo.

Tabela 13: Comparação do comportamento da planta do molde sem e com controle adaptativo.

Planta do molde			
ISE		Sem Adaptativo	Com Adaptativo
		4.1275	2.4735
1º degrau		2º degrau	
OV	3.9%	25.7%	3.8%
t_s	1.1s	3.4s	1.1s
$u(t)$	3.154	4.051	5.699
$\Delta u(t)$	2.046	2.046	3.167

4.3 Comparação do algoritmo padrão com o algoritmo proposto

Com o intuito de testar o novo algoritmo proposto (Algoritmo II da Seção 2.3) e comprovar que ele funciona da mesma forma que o tradicional (Algoritmo Padrão do Anexo A), simulações foram realizadas nas plantas teste utilizando os dois algoritmos simultaneamente, para demonstrar que o comportamento assumido pelos dois (dados o mesmo sinal de referência e a mesma sintonia do controlador) é idêntico. A equivalência entre os dois pode ser confirmada pela Figura 20, que evidencia as simulações de todas as plantas teste. Além disso, todos os valores de ISE, OV, t_s , $\max(u(t))$, e $\max(\Delta u(t))$ foram iguais.

Com a finalidade de comparar o desempenho dos dois algoritmos, uma simples operação de registro de tempo da CPU foi inserida no *script*. A ideia é gravar o tempo dentro da simulação no qual o algoritmo de cálculo do diferencial de sinal de controle começa e termina, para calcular o intervalo de computação. Isso é feito para os dois algoritmos. Entretanto, numa primeira sondagem, observou-se que o tempo de computação dos algoritmos é na maioria das vezes infinitesimal, assumindo valores diferentes do zero em apenas alguns instantes de amostragem. A ideia então tornou-se somar o tempo de cálculo dos algoritmos para todas as amostragens, para cada uma das 5 plantas teste. Além disso, computou-se o tempo total de simulação de cada planta teste, o que permitiu a observação de qual percentagem desse tempo é tomada pelos cálculos dos 2 sinais de controle (enquanto o que sobra é usado para a inicialização das variáveis e vetores, simulação da planta real em si e construção do sinal de referência futura). Observou-se que a cada execução do *script* os tempos de cálculo para os algoritmos variavam. Contudo, os tempos de processamento do algoritmo novo adaptado eram sempre inferiores aos do algoritmo antigo, o que demonstra de fato a sua eficácia em uma aplicação real. A Tabela 14 traz a média dos valores obtidos de tempo para os dois algoritmos em 5 simulações, assim como a média do tempo total de execução do *script* e as percentagens do tempo tomadas

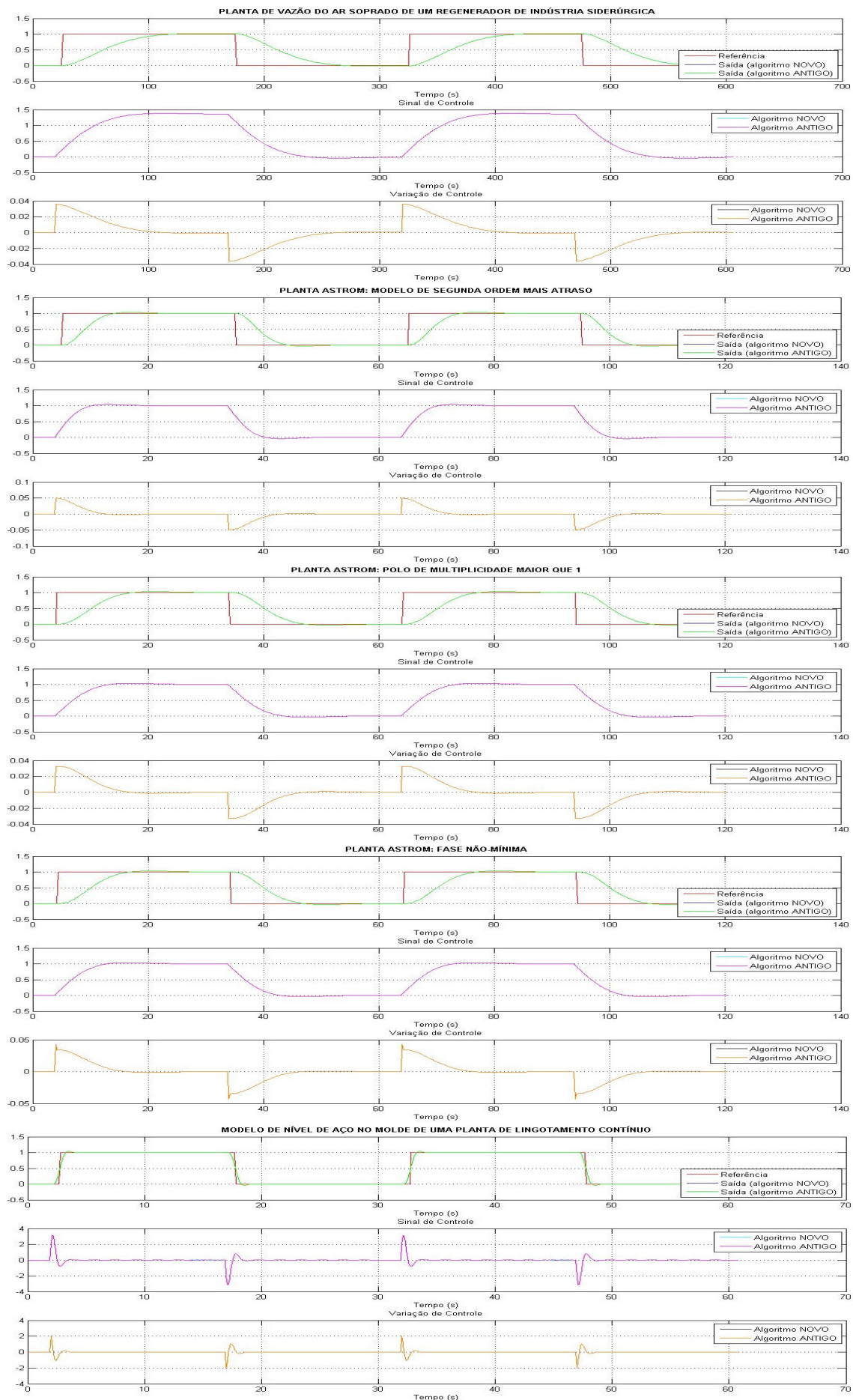


Figura 20: Comparação entre os algoritmos

Tabela 14: Média dos tempos de execução dos algoritmos face ao tempo total de execução do *script*.

PLANTAS	Tempo de execução		
	NOVO	ANTIGO	TOTAL
Soprador	0.0563s	0.0750s	0.3813s
SOPDT	0.0438s	0.1219s	0.2282s
Multiplicidade maior de um	0.0344s	0.0906s	0.1906s
Fase não-mínima	0.0219s	0.1125s	0.2094s
Molde	0.0188s	0.0844s	0.1469s
PLANTAS	Porcentagem		
	NOVO	ANTIGO	AMBOS
Soprador	15.74%	18.36%	34.10%
SOPDT	17.84%	54.33%	72.18%
Multiplicidade maior de um	17.11%	48.61%	65.71%
Fase não-mínima	10.85%	53.98%	64.83%
Molde	14.28%	58.10%	72.38%

pelos respectivos cálculos dos sinais de controle.

4.4 Um estudo aprofundado da planta do soprador

Após provar a equivalência entre os dois algoritmos e constatar que é possível se utilizar do método do lugar das raízes para obter a sintonia desejada do controlador GPC, surgem as questões: seria possível aplicar estas técnicas a uma planta variante no tempo real? Como programar um controlador adaptativo para esse tipo de situação, uma vez que o método exige estudo *offline* da planta em questão? Como mapear todas as possibilidades de valores assumidos pelos parâmetros desse modelo, sem precisar fazer um estudo exaustivo de todas as combinações?

Na tentativa de resolver esse problema, tomou-se a planta do soprador como exemplo. Ela possui três parâmetros: o ganho K , a constante de tempo τ e o atraso de transporte θ . Na Seção 4.2, considerou-se como variantes no tempo, dois desses três parâmetros, a saber, o ganho K e o atraso de transporte θ . Enquanto apenas o atraso influencia na escolha do horizonte de previsão do controlador (no critério adotado de $h_p = d + 1$), o mesmo não ocorre com a escolha de λ , que é influenciada pelos dois parâmetros. A ideia inicial de mapeamento da planta seria a de construir um banco de dados que o controlador pudesse consultar, uma vez identificadas mudanças em seus parâmetros. Dessa maneira, com base nos novos parâmetros detectados, haveria valores de h_p e λ correspondentes, que garantissem o desempenho desejado. Explicando de outro modo, seria construído um quadro em duas dimensões, cujas coordenadas K e θ apontariam para a sintonia adequada

do controlador. Se porventura fosse adotado o pressuposto de que todos os três parâmetros do modelo variam, isso levaria a um mapeamento muito mais complexo: o quadro a ser construído possuiria três dimensões, cujas coordenadas K , τ e θ seriam simultaneamente os apontadores da sintonia. Em termos quantificados, haveria $n_k \times n_\tau \times n_\theta$ possibilidades diferentes ao invés de $n_k \times n_\theta$, sendo n_k , n_τ e n_θ o número de valores assumidos pelos parâmetros K , τ e θ , respectivamente. Por esse motivo, neste trabalho mantém-se o valor original do parâmetro τ e considera-se a situação hipotética de que somente os outros dois parâmetros variam com o tempo.

4.4.1 Sintonia do controlador adaptativo GPC

De posse dessas determinações, iniciou-se o estudo da planta no ponto de operação desejado, com K variando entre 0.1 e 1 e θ variando entre 1s e 10s. O passo de variação de K foi de 0.1 e o passo de variação de θ foi de 0.25s, ou seja, no final da análise, deveria-se ter uma tabela de dimensão 37×10 . Felizmente, não foi necessária a construção de tal tabela. Iniciando-se a análise fixando $\theta = 1s$ e construindo a linha $K = 0.1, \dots, 1$, reparou-se que os λ escolhidos que influenciavam a planta a assumir comportamento idêntico no sentido de apresentar ISE sempre igual a 23.3941, *overshoot* sempre igual a 3.15% e tempo de acomodação sempre igual a 70s (ainda que os valores máximos da magnitude e do incremento do sinal de controle fossem diferentes), tinham aparente relação matemática. A Tabela 15 evidencia os resultados. Por ela, pode-se chegar à seguinte equação (que só é válida nesse caso para $\theta = 1s$):

$$\lambda = 2 \times K^2 \quad (4.18)$$

Em seguida, fixou-se $K = 0.1$ e variou-se θ em 1, 1.25, 1.5 e 1.75. Ao contrário do que aconteceu anteriormente, não foram encontrados valores de λ que proporcionariam comportamento idêntico em termos de *overshoot* e tempo de assentamento⁸, mas foram encontrados valores que apresentam uma relação matemática com a variação de linear de θ e obedecem aos critérios definidos anteriormente, de sobressinal menor que 5% e tempo de assentamento o menor possível. A Tabela 16 demonstra os valores de λ escolhidos. Por ela, pode-se chegar à seguinte equação (que só é válida nesse caso para $K = 0.1$):

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.02 \times [1 - (\theta - 1)] \\ &= 0.02 \times (2 - \theta) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Como pode-se observar na Tabela 16, a medida que θ aumenta, o *overshoot* também aumenta, enquanto o tempo de assentamento diminui. Realizou-se então,

⁸Na verdade, em uma pesquisa mais minuciosa, esses valores foram encontrados, mas exigem uma precisão de 6 casas decimais e a princípio não foi encontrada nenhuma relação matemática entre esses valores e a variação linear de θ .

Tabela 15: Comportamento do λ ideal em função da variação linear de K .

Planta do soprador $\theta = 1s$ $h_p = 2$					
	$K = 0.1$	$K = 0.2$	$K = 0.3$	$K = 0.4$	$K = 0.5$
	$\lambda=0.02$	$\lambda=0.08$	$\lambda=0.18$	$\lambda=0.32$	$\lambda=0.5$
ISE	23.3941	23.3941	23.3941	23.3941	23.3941
OV	3.15%	3.15%	3.15%	3.15%	3.15%
t_s	70s	70s	70s	70s	70s
$\max(u(t))$	10.4944	5.2472	3.4981	2.6236	2.0989
$\max(\Delta u(t))$	0.3073	0.1536	0.1024	0.0768	0.0615
	$K = 0.6$	$K = 0.7$	$K = 0.8$	$K = 0.9$	$K = 1$
	$\lambda=0.72$	$\lambda=0.98$	$\lambda=1.28$	$\lambda=1.62$	$\lambda=2$
ISE	23.3941	23.3941	23.3941	23.3941	23.3941
OV	3.15%	3.15%	3.15%	3.15%	3.15%
t_s	70s	70s	70s	70s	70s
$\max(u(t))$	1.7491	1.4992	1.3118	1.1660	1.0494
$\max(\Delta u(t))$	0.0512	0.0439	0.0384	0.0341	0.0307

Tabela 16: Comportamento do λ ideal em função da variação linear de θ .

Planta do Soprador $K = 0.1$ $h_p = 2$				
	$\theta = 1$	$\theta = 1.25$	$\theta = 1.5$	$\theta = 1.75$
	$\lambda=0.02$	$\lambda=0.015$	$\lambda=0.01$	$\lambda=0.05$
ISE	23.3941	23.4390	23.4908	23.5499
OV	3.15%	3.42%	3.7%	4.01%
t_s	70s	69s	68s	67s
$\max(u(t))$	10.4944	10.5350	10.5779	10.6229
$\max(\Delta u(t))$	0.3073	0.3098	0.3124	0.3150

um teste para $\theta = 1.99s$, com o intuito de conferir se a planta apresentava o comportamento exigido. O sobressinal foi de 4.31% e o tempo de assentamento foi de 66s, garantindo que a lei encontrada é uma boa solução para o cálculo do fator λ . Por outro lado, segundo a equação 4.19, para $\theta \geq 2$, o fator λ assumiria valores nulo ou negativos, o que invalidaria a lei de controle encontrada nesse caso. Dessa maneira, outros testes variando-se θ em 2, 2.25, 2.5 e 2.75 (e assim por diante, com valores até 10) foram realizados, e o resultado encontrado foi curioso: o comportamento apresentado por λ foi idêntico ao teste realizado anteriormente e registrado na Tabela 16, ou seja, λ apresenta variação linear entre dois valores inteiros consecutivos de θ , decrescendo por um fator de 0.02 vezes o incremento da parte decimal, mas apresenta um comportamento não-linear quando atinge o próximo valor inteiro ($\theta = 2, 3, \dots, 10$), dando um salto de volta ao valor inicial. Essa descrição pode ser melhor visualizada na Figura 21.

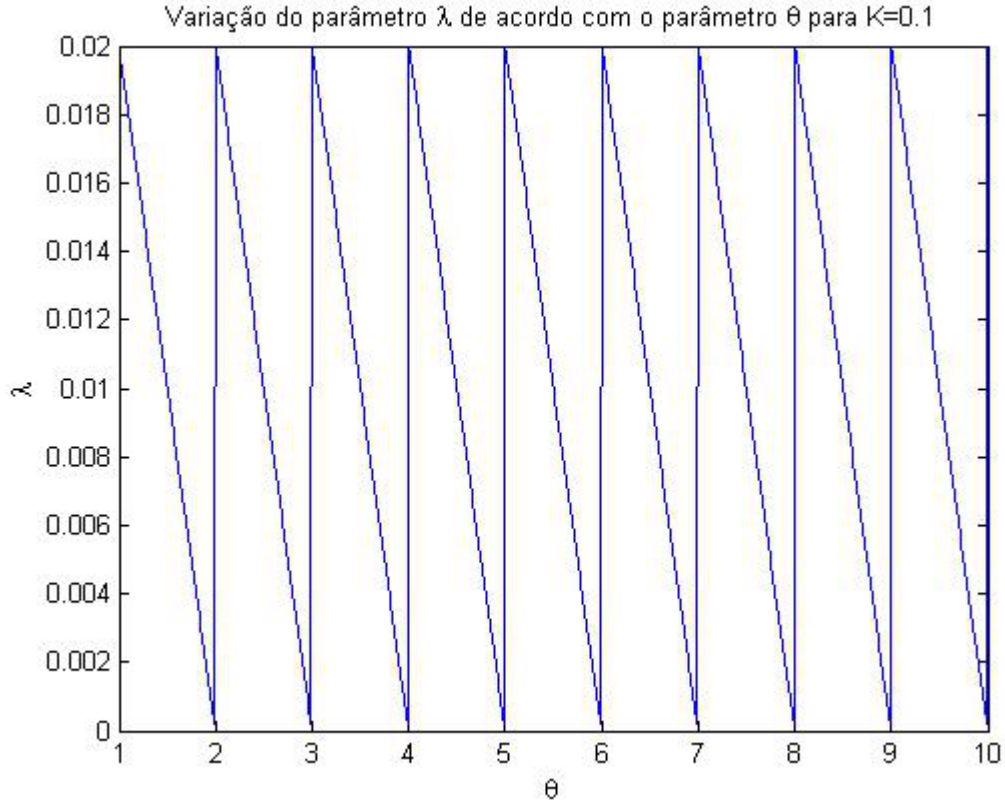


Figura 21: Comportamento do parâmetro λ com a variação do parâmetro θ .

A lei encontrada na equação 4.19 foi então adaptada, para conter todos os casos de variação de θ , mas ainda assim, somente válida para $K = 0.1$:

$$\begin{aligned}\lambda &= 0.02 \times \{1 - [\theta - \text{int}(\theta)]\} \\ \lambda &= 0.02 \times \{1 - [\theta - \text{floor}(\theta)]\}\end{aligned}\tag{4.20}$$

Sendo que $\text{int}(\theta)$ representa a parte inteira de θ , assim como $\text{floor}(\theta)$, que é o comando utilizado para programar essa função no ambiente *Matlab*.

Finalmente, conduziu-se o mesmo estudo variando-se θ da mesma maneira para $K = 0.2, 0.3, \dots, 1$. O resultado não é exatamente surpreendente: θ sempre assume o mesmo comportamento da Figura 21, mas com o valor de pico da onda dente-de-serra seguindo as correspondências de λ com K da Tabela 15. Isso significa que a lei geral nada mais é que a combinação da equação 4.18 com a equação 4.20, que resulta na lei de controle:

$$\lambda = 2 \times K^2 \times \{1 - [\theta - \text{int}(\theta)]\}\tag{4.21}$$

A Tabela 17 fornece alguns exemplos de sintonia do parâmetro λ a título de melhor visualização das conclusões deste estudo, demonstrando os resultados da lei de controle encontrada para alguns casos.

Tabela 17: Alguns exemplos de sintonia do parâmetro λ .

	$n = 1, 2, 3, \dots, 10$			
	$\theta = n$	$\theta = n.25$	$\theta = n.5$	$\theta = n.75$
K = 0.1	$\lambda=0.02$	$\lambda=0.015$	$\lambda=0.01$	$\lambda=0.005$
K = 0.2	$\lambda=0.08$	$\lambda=0.06$	$\lambda=0.04$	$\lambda=0.02$
K = 0.3	$\lambda=0.18$	$\lambda=0.135$	$\lambda=0.09$	$\lambda=0.045$
K = 0.4	$\lambda=0.32$	$\lambda=0.24$	$\lambda=0.16$	$\lambda=0.08$
K = 0.5	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.375$	$\lambda=0.25$	$\lambda=0.125$
K = 0.6	$\lambda=0.72$	$\lambda=0.54$	$\lambda=0.36$	$\lambda=0.18$
K = 0.7	$\lambda=0.98$	$\lambda=0.735$	$\lambda=0.49$	$\lambda=0.245$
K = 0.8	$\lambda=1.3$	$\lambda=0.975$	$\lambda=0.65$	$\lambda=0.325$
K = 0.9	$\lambda=1.5$	$\lambda=1.125$	$\lambda=0.75$	$\lambda=0.375$
K = 1	$\lambda=2$	$\lambda=1.5$	$\lambda=1$	$\lambda=0.5$

4.4.2 Simulação da planta variante no tempo

Na simulação realizada, considerou-se que o sistema está em funcionamento normal, como descrito na Subseção 3.1.1. O sinal de referência foi definido e aproximado em concordância com os dados reais retirados do histórico do soprador, que estão representados graficamente na Figura 1: o tempo de subida da referência é de 25s, o tempo de permanência do degrau é de 170s, o tempo de descida da referência é de 30s e o tempo de espera até o próximo degrau é de 1800s, totalizando um tempo de 2025 segundos, ou 33.75 minutos. O tempo total de simulação foi definido de modo a abranger 5(cinco) ciclos completos de funcionamento do soprador. Além disso, a fim de simular uma variação no tempo não enviesada, incluiu-se uma quantidade aleatória de mudanças (no mínimo uma e no máximo cinco) a ser impostas em tempos aleatórios da simulação. A variação de parâmetros foi programada de modo que a cada vez que o tempo da iteração coincidir com um tempo determinado aleatoriamente no início do *script* para mudança, um incremento também calculado de forma aleatória é somado (ou subtraído) aos atuais valores de K e θ , de maneira a garantir que esses valores permaneçam positivos. Isso significa que a cada execução do código, o número de mudanças, assim como os tempos em que elas ocorrem e o valor dos parâmetros da planta, são sempre diferentes. O código também é programado para que os incrementos dos parâmetros não sejam tão significativos, no sentido manter a mesma ordem de grandeza inicial das variáveis, assim evita-se que haja mudanças muito bruscas nos valores.

A seguir, são apresentados alguns resultados das simulações, mostrando situações diversas. Em todos os exemplos, a primeira mudança só ocorre após o primeiro ciclo, o que significa que no início, o modelo do sistema é a equação original da planta do soprador e os parâmetros do controlador são inicialmente setados em $h_p = 6$ e $\lambda = 0.5$. As curvas com e sem o controle adaptativo são, portanto, inicialmente

iguais, somente se diferenciando quando ocorre a primeira mudança, já que com o controle adaptativo os parâmetros são recalculados enquanto sem o controle adaptativo permanecem os valores iniciais.

A Figura 22 representa uma situação com 2 mudanças em que a presença do controle adaptativo não faz muita diferença. Os parâmetros iniciais do controlador foram suficientes para controlar a planta sem maiores problemas, inclusive atingindo um valor de ISE menor do que aquele com o controlador adaptativo. Observa-se também que as mudanças sofridas pela planta afetaram o seu tempo morto e seu ganho, pois o horizonte de previsão assume os valores de $h_p = 4$ e $h_p = 3$ e o fator λ muda de 0.5 para 0.75 e após para 1.91. Isso não quer dizer que esse seja o caso sempre, como mostram os outros exemplos.

Já a Figura 23 representa uma situação com 4 mudanças na qual a presença do controlador adaptativo faz grande diferença, uma vez que a resposta sem esse controlador torna-se lenta, não conseguindo acompanhar o ciclo de funcionamento do sistema. Nessa situação também pode-se notar mudanças significativas nos parâmetros do controlador, não apenas no horizonte de previsão, mas principalmente no fator λ que assume valores de diferentes ordens de grandeza, cruciais para o bom funcionamento da planta.

A Figura 24 representa uma situação indesejada de mudança no meio de um ciclo, que desestabiliza o controle da planta, causando um *overshoot* de proporções consideráveis. Nenhum dos controladores é capaz de resolver esse problema evitando o sobressinal de quase 100%, então outro tipo de solução deve ser estudado para tentar evitar essa circunstância.

Finalmente, a Figura 25 representa uma situação em que o controlador não-adaptativo não é capaz de controlar o sistema de acordo com o sinal de referência. Observa-se que depois da segunda mudança o controlador já apresenta dificuldade em manter o sistema de acordo com seu *setpoint*, mas é após a terceira mudança que o controlador *default* não garante mais o seguimento da trajetória em nenhum ciclo subsequente. Isso pode ser compreendido, visto as dimensões infinitesimais que assume o parâmetro λ , o que acarreta por sua vez, aumento na magnitude do sinal de controle em proporções exageradas, o que não é condizente com uma situação real. Esse sistema na realidade não seria possível de ser controlado com este horizonte de previsão (talvez uma mudança nesse parâmetro garantisse um controle mais eficiente).

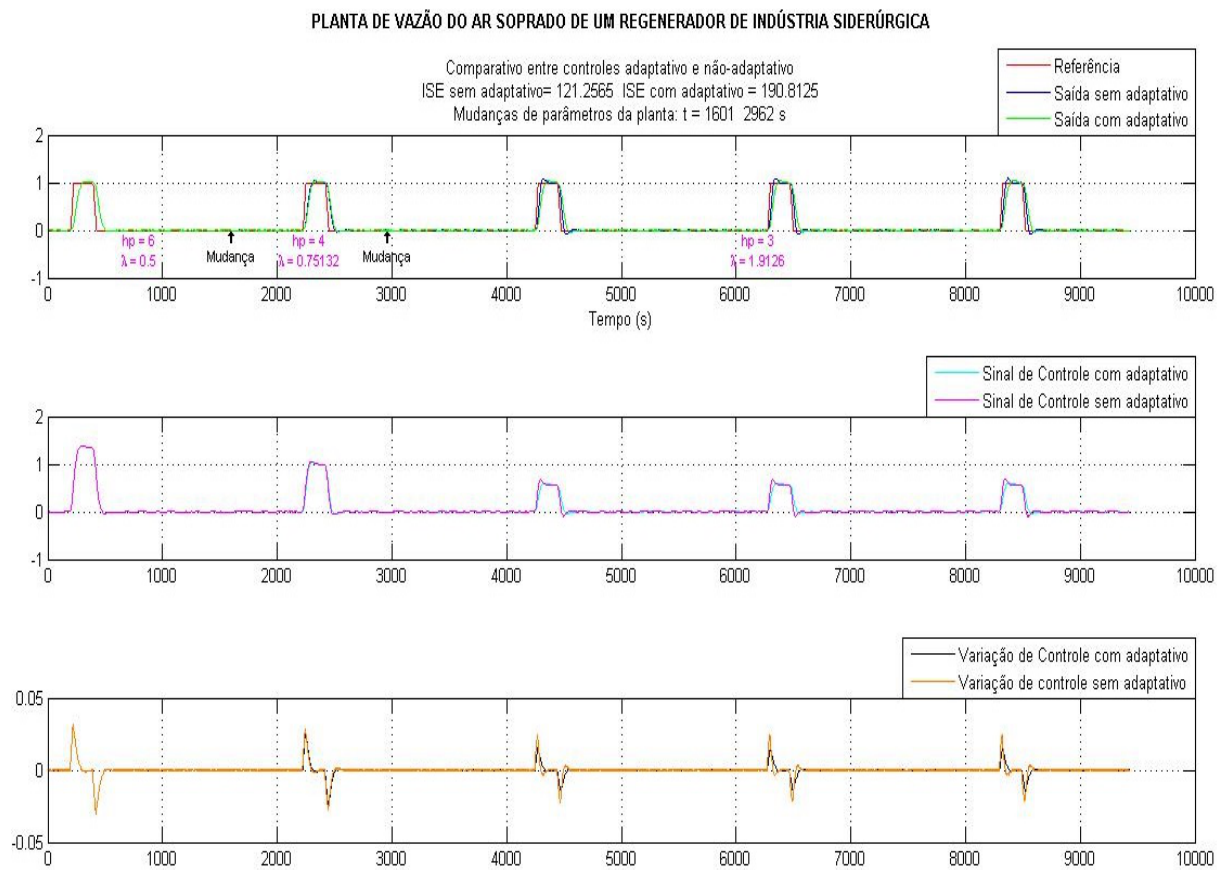


Figura 22: Simulação do sistema variante no tempo com 2 mudanças.

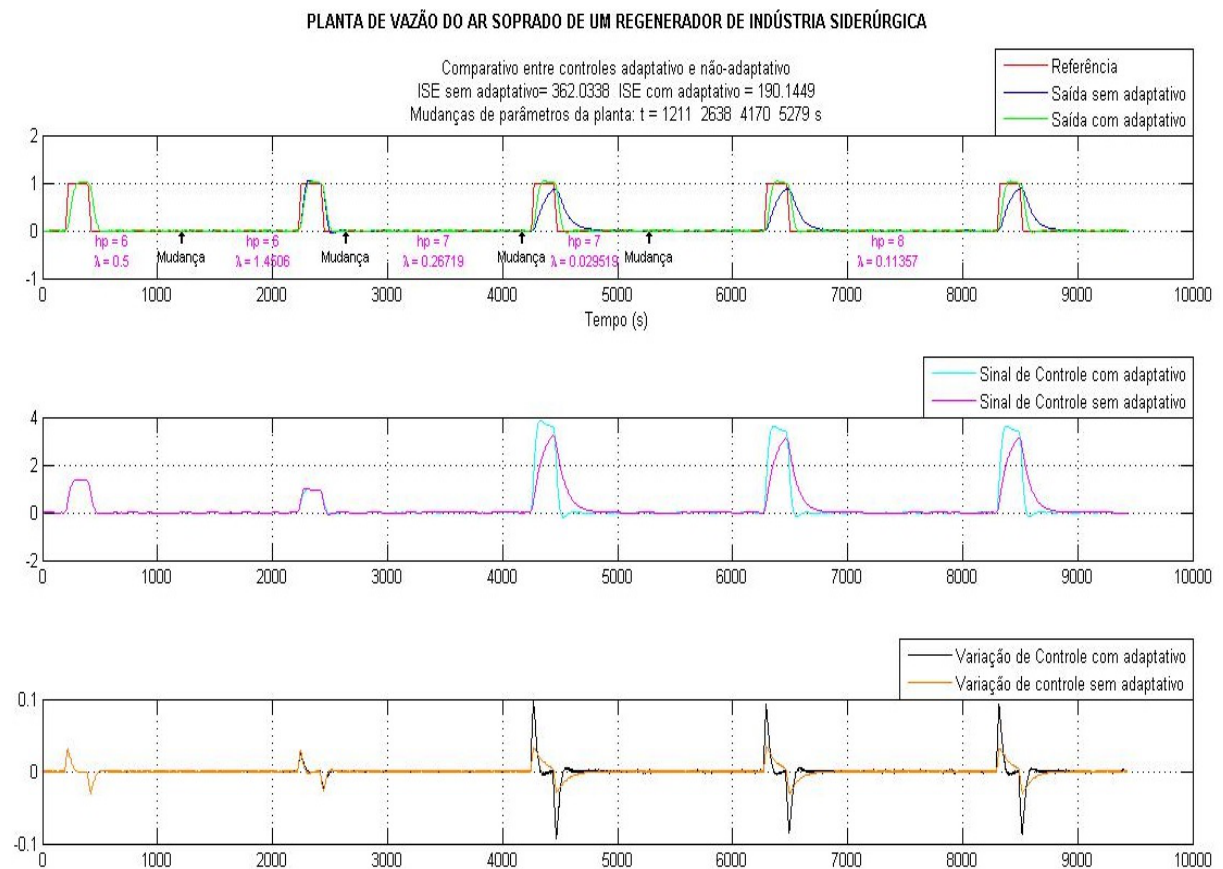


Figura 23: Simulação do sistema variante no tempo com 4 mudanças.

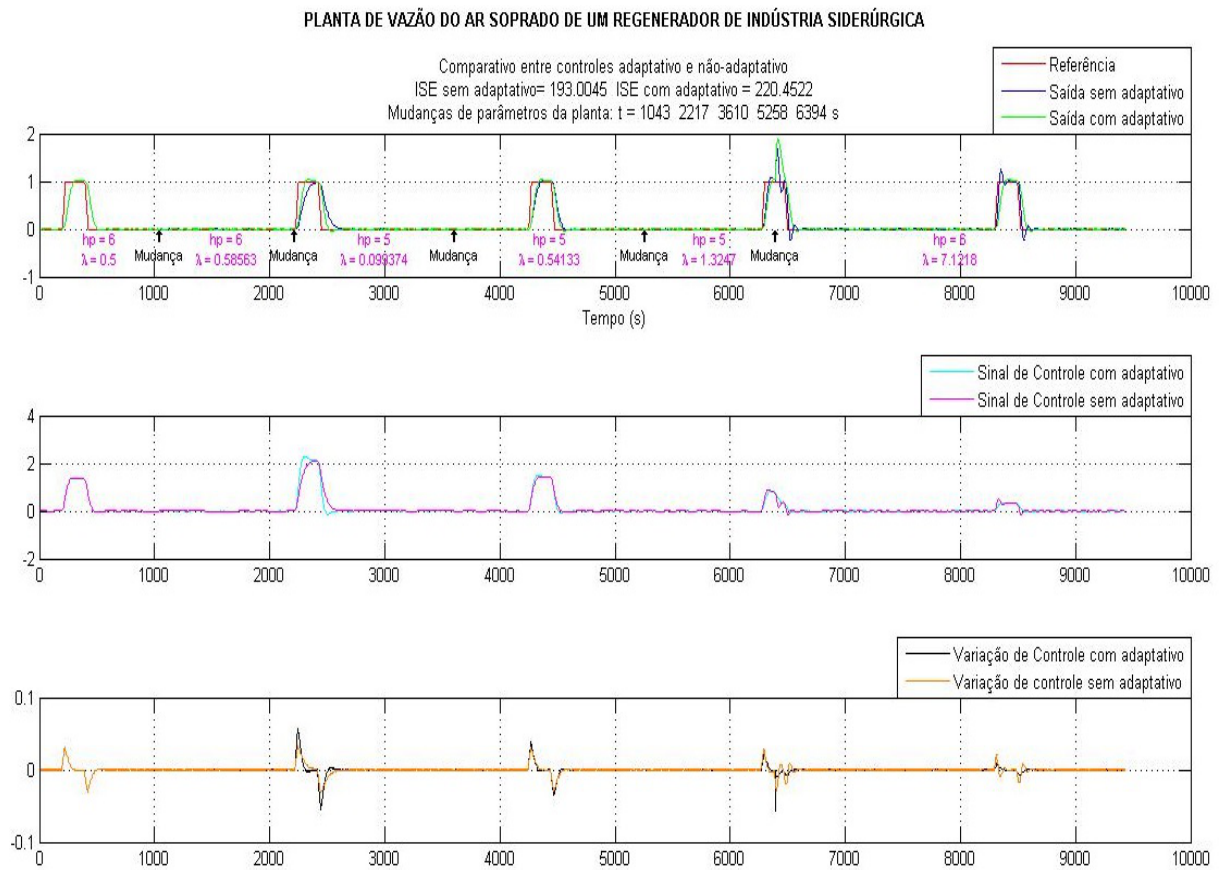


Figura 24: Simulação 1 do sistema variante no tempo com 5 mudanças.

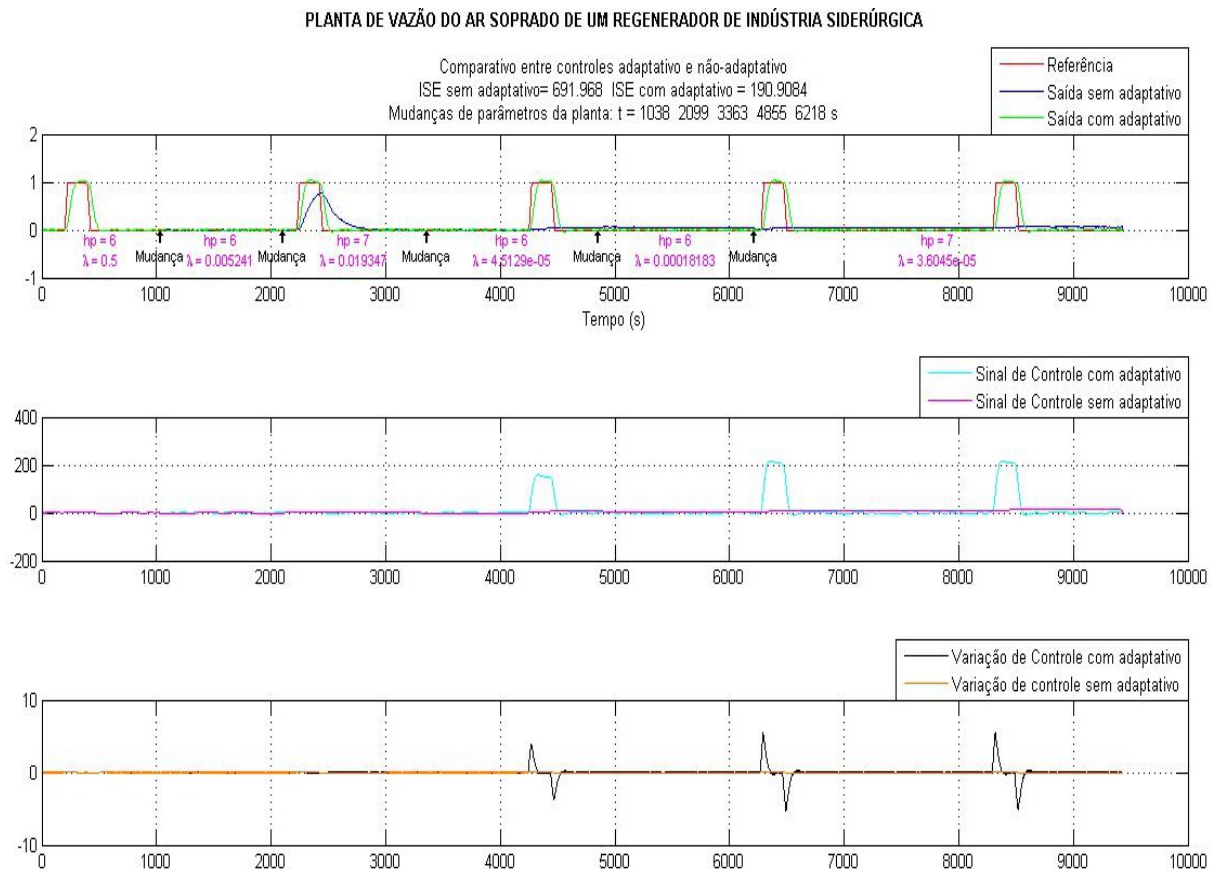


Figura 25: Simulação 2 do sistema variante no tempo com 5 mudanças.

4.4.3 Considerações finais sobre plantas variantes no tempo

Nesta Seção indicou-se o caminho para a implementação do novo algoritmo em um sistema real, realizando-se primeiramente um estudo detalhado da planta a ser controlada, com o intuito de implantar um controlador que possa controlá-la de maneira adaptativa e garantir o bom funcionamento da mesma. Todas essas técnicas são passíveis de falhas - como mostrou-se nas Figuras 24 e 25 - que acontecem pelos mais variados motivos. Algumas considerações podem ser feitas acerca desse tópico:

- Este trabalho não leva em conta o uso de restrições. Isso significa que a magnitude do sinal de controle, assim como sua variação no tempo podem assumir valores muito grandes e indesejados. Para implementar esse algoritmo em uma situação real, um estudo ainda mais aprofundado deve ser efetuado, a fim de evitar que situações limite ocorram.
- A premissa do horizonte de previsão mínima foi utilizada sempre que possível, o que contribui para que os sistemas analisados por vezes se encontrem em situações de vulnerabilidade. Para aumentar a robustez das plantas controladas, um horizonte de previsão maior é desejável, afinal, quanto maior o horizonte de previsão, maior a estabilidade do sistema controlado. O objetivo deste trabalho era o de tornar o algoritmo de controle o mais simples possível do ponto de vista de processamento computacional, o que justifica a escolha do h_p mínimo.
- As simulações realizadas com a planta do soprador variando no tempo não possuem nenhum tipo de identificação acoplada a elas, ou seja, a medida que a planta varia com o tempo, assume-se que essa variação é automaticamente identificada (o que também não corresponde a uma situação real). Um trabalho de identificação *online* em malha fechada foi realizado, mas partindo-se da premissa de que a planta não poderia sair do seu modo de funcionamento normal. Como o sinal de referência não é suficientemente excitante, a maioria dos modelos identificados foram polarizados e quase sempre não-confiáveis. O assunto de identificação em tempo real foi então abandonado, pois acabou fugindo ao escopo deste trabalho. Deixa-se como sugestão para trabalhos futuros.

5 Conclusão

O problema de sintonia do Controlador Preditivo Generalizado vem sendo alvo de estudo nas últimas décadas e apresentando ainda hoje grande evolução contínua, por não existir uma solução geral do ponto de vista da teoria. Novas contribuições são dadas a cada dia ao redor do mundo, o que torna a visão que tem-se sobre a sintonia do controlador GPC algo longe do simplista, uma vez que uma sintonia eficiente e versátil para plantas com parâmetros variantes no tempo depende de pesquisas sobre diferentes áreas da teoria de controle. Seja por *guidelines* com formulações matemáticas, ou por meio da teoria de controle robusto ou utilizando-se de técnicas de metaheurística, cada um dos métodos existentes atualmente de sintonia de seus parâmetros atende a um propósito específico.

Com esse intuito, este trabalho propôs uma nova técnica de sintonia que pode ser aplicada a plantas estáveis ou não, atendendo ao critério da praticidade, uma vez que simplifica a lei de controle do GPC irrestrito com a premissa do horizonte de controle unitário. O resultado é o desenvolvimento de um novo algoritmo de maior simplicidade computacional em relação ao antigo, o que é possível de observar qualitativamente e quantitativamente. Não apenas ele é mais simples pois não se utiliza de divisão de polinômios e inversão de matrizes (tarefas consideradas complexas tanto para o homem, quanto para a máquina), como também é demonstrado que pelo uso de operações mais elementares, o tempo de processamento é sempre inferior.

Atingido esse objetivo, a possibilidade de implementação deste algoritmo em um ambiente real industrial torna-se algo iminente: programar o controlador GPC em ambientes de PLCs pode agora ser tarefa exequível. Além disso, não somente o processamento é favorecido, como também a memória, graças à imposição do horizonte de controle igual a um. Com o intuito de tornar a quantidade de operações realizadas a cada iteração ainda menor, propõe-se também minimizar o horizonte de previsão tanto quanto for possível, desde que garanta sempre a operação da planta dentro dos limites aceitáveis.

O horizonte de controle unitário trouxe também uma outra vantagem: a viabilidade de estudar a planta em questão e sintonizar o parâmetro λ de seu controlador GPC via lugar das raízes. Uma das técnicas mais clássicas da teoria de controle, que permite fazer a sintonia de maneira visual através de especificações do comportamento desejado da planta, é possível de ser usada acoplada à técnica de Controle

Preditivo Generalizado. Une-se a essa contribuição, a possibilidade de definição de um controlador adaptativo para plantas variantes no tempo, por meio de um estudo prévio apoiando-se nas ferramentas descritas acima.

Os resultados obtidos neste trabalho são satisfatórios e condizentes com os objetivos iniciais. A simulação da planta variante no tempo foi um pontapé a mais dado na direção que os trabalhos futuros devem seguir. Como foi aludido no final do Capítulo 4, ainda há um longo caminho a ser percorrido no desenvolvimento desse tema. Para ampliar ainda mais o aspecto prático deste estudo, há uma série de novos passos a serem tomados. O primeiro deles talvez seria incluir restrições nas plantas a serem analisadas e abordar maneiras de garantir que o algoritmo as respeite. Adicionalmente, pode-se acrescentar às simulações perturbações que ora não existem e incluir técnicas de rejeição a elas. Como foi mencionado anteriormente, a forma com que a sintonia do horizonte de previsão foi abordada também pode ser revista, para evitar situações de instabilidade do sistema. Outrossim, um estudo mais aprofundado pode ser realizado acerca das plantas variantes no tempo, posto que neste trabalho, restringiu-se às mudanças em dois dos três parâmetros da planta estudada, o que não condiz com a realidade. Finalmente, outro estudo que se mostra interessante seria o de identificação *online* de plantas variantes no tempo. Sabe-se que existem técnicas de identificação em malha fechada utilizando o método direto, indireto ou união entrada-saída, ou ainda técnicas que permitem abrir a malha para que perturbações em ciclo sejam aplicadas à planta (como o método do relé); mas todas elas exigem sinais oscilatórios que excitam a planta no nível desejado. Seria interessante buscar uma solução para uma planta que não pode ser retirada do seu estado normal de funcionamento e portanto, não pode ser submetida a nenhum dos métodos clássicos. Esse assunto atraiu o interesse da autora, mas acabou por fugir do escopo do trabalho, que foi basicamente propor e demonstrar o uso do novo algoritmo. Deixa-se aqui essas proposições como sugestões futuras.

Referências Bibliográficas

AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. 2nd. ed. Campus Pampulha - Belo Horizonte, 2007. ISBN 978-85-7041-584-4.

AL-GHAZZAWI, A. et al. On-line tuning strategy for model predictive controllers. *Journal of Process Control*, v. 11, n. 3, p. 265–284, 2001.

ALI, E.; ZAFIRIOU, E. Optimization-based tuning of nonlinear model predictive control with state estimation. *Journal of Process Control*, v. 3, n. 2, p. 97–107, May 1993.

ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Designs and Tuning*. 2nd. ed. [S.l.]: ISA: The Instrumentation Systems and Automation Society of America, 1995.

ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. *Adaptive Control*. 2nd. ed. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1995. ISBN 0-201-55866-1.

BANERJEE, P.; SHAH, S. L. Tuning guidelines for robust generalized predictive control. *Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control*, Tucson, AZ, p. 3233–3234, December 1992.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. C. *Model Predictive Control*. 2nd. ed. New York, 2000. ISBN 3-540-76241-8.

CAMPOS, M. C. M. de; GOMES, M. V. de C.; PEREZ, J. M. G. T. *Controle Avançado e Otimização na Indústria do Petróleo*. [S.l.]: Editora Interciência, 2013.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C. Properties of generalized predictive control. *Automatica*, v. 25, n. 6, p. 859–875, 1989.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. S. Generalized predictive control - part i. the basic algorithm. *Automatica*, v. 23, n. 2, p. 137–148, 1987.

CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. L. Dinamic matrix control - a computer control algorithm. *Automatic Control Conference*, 1980.

GARRIGA, J. L.; SOROUGH, M. Model predictive control tuning methods: a review. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 39, p. 3505–3515, 2010.

JERONYMO, D. C.; COELHO, A. A. R. Minimum realization tuning strategy for dynamic matrix control. *19th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, p. 1314–1319, August 2014.

JUNIOR, C. A. A. L. *Síntese de Algoritmos de Controle Preditivo em PLC300-WEG com Aplicação em Plantas em Escala de Laboratório e na Regulação da Velocidade de Turbinas Hidráulicas*. Disserta (Mestrado em Engenharia de Automação e Sistemas) — Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC-SC, Brasil, 2013.

- JUNIOR, C. A. A. L.; COELHO, A. A. R. Implementação de avaliação de algoritmos de controle preditivo embarcados. *Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*, 2013.
- KARACAN, S.; HAPOGLU, H.; ALPBAZ, M. Application of optimal adaptive generalized predictive control to a packed distillation column. *Chemical Engineering Journal*, v. 84, p. 389–393, 2001.
- KUROKAWA, T. et al. Development of mold level control in continuous casting by h_{∞} control theory. *2nd IEEE Conference on Control Applications*, Vancouver, v. 2, p. 865–871, September 1993.
- LEE, J. van der; SVRCEK, W.; YOUNG, B. A tuning algorithm for model predictive controllers based on genetic algorithms and fuzzy decision making. *ISA Transactions*, v. 47, n. 1, p. 53–59, 2008.
- MACIEJOWSKI, J. M. *Predictive Control with Constraints*. England, 2002. ISBN 0-201-39823-0.
- MCINTOSH, A. R.; SHAH, S. L.; FISHER, D. G. Selection of tuning parameters for adaptive generalized predictive control. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 69, p. 97–110, 1991.
- PEREIRA, R. P. A. et al. Implementation of predictive multivariable dmc controller in a pilot plant. *Latin American Applied Research Journal*, v. 44, n. 3, p. 217–224, 2014.
- RANI, K. Y.; UNBEHAUEN, H. Study of predictive controller tuning methods. *Automatica*, v. 33, n. 12, p. 2243–2248, 1997.
- ROSSITER, J. A. *Model-Based Predictive Control: A Practical Approach*. Boca Raton, FL: CRC Press, 2003. ISBN 0-849-31291-4.
- ROSSITER, J. A.; VALENCIA-PALOMO, G. Programmable logic controller implementation of an auto-tuned predictive control based on minimal plant information. *ISA Transactions*, v. 50, n. 7, p. 92–100, 2011.
- SANCHOTENE, F. de B. *Modelagem e Controle do Sistema de Nível de Aço no Molde de uma Planta de Lingotamento Contínuo*. Disserta (Mestrado) — Universidade Federal do Espírito Santo, Brasil, 2009.
- SODERSTROM, T. *Discrete-time Stochastic System: Estimation and Control*. England: Springer, 2002. ISBN 1-852-33649-8.
- SUZUKI, R. et al. Parameter optimization of model predictive control by pso. *IEEE Transactions on Electronics, Information and Systems*, v. 129, n. 3, p. 432–440, 2009.
- TAO, J.; WANG, N. Fuzzy neuron hybrid control for continuous casting. *16th IFAC World Congress*, República Tcheca, v. 16, 2005.
- TRIERWEILER, J. O.; FARINA, L. A. Rpn tuning strategy for model predictive control. *Journal of Process Control*, v. 13, p. 591–598, 2003.

- VALENCIA-PALOMO, G.; ROSSITER, J. A. Efficient suboptimal parametric solutions to predictive control for plc applications. *Control Engineering Practice*, v. 19, n. 7, p. 732–743, 2011.
- WEINKELLER, G. P. C.; SALLES, J. L. F.; FILHO, T. F. Predictive control via multi-parametric programming applied to the dynamic model of a robotic wheelchair. *Latin American Robotics Symposium (LARS)*, p. 179–184, 2012.
- YOO, S.; KUEON, Y. Development of mold level controller using sliding mode control in a continuous casting processing. *5th IEEE Mediterranean Conference on Control and Systems*, Paphos, Cyprus, 1997.
- YOSHITANI, N.; HASEGAWA, A. Model-based control of strip temperature for the heating furnace in continuous annealing. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 6, n. 2, p. 146–156, 1998.
- ZHANG, J.; XI, Y. Some gpc stability results. *International Journal of Control*, v. 70, n. 5, p. 831–840, 1988.

Anexo A

Algoritmo Padrão Utilizado para Implementar o GPC linear SISO

Passo 1) Dados os parâmetros de sintonia e o modelo da planta, determine a matriz de coeficientes G ;

Passo 2) Em cada período de amostragem t , determine o vetor de referência $W(t)$ e o vetor da resposta livre;

Passo 3) Determine a variação do sinal de controle atual $\Delta u(t)$ através da equação 2.37 e o sinal de controle atual $u(t) = \Delta u(t) + u(t - 1)$.

Passo 4) Aplicar o sinal $u(t)$ na planta, fazer $t = t + 1$ e retornar ao passo 2.

Anexo B

O Molde do Lingotamento Contínuo

O processo de lingotamento contínuo consiste, basicamente, na transformação do aço, inicialmente em seu estado líquido, produzido pelo Alto Forno a temperaturas superiores a 1600°C , em placas de aço de formato, espessura, superfície, consistência e propriedades mecânicas conhecidas e controladas segundo padrões existentes.

O processo começa pela torre giratória, que tem a função de receber a panela de aço cheia, liberada pelo convertedor (processo anterior de formação do aço a partir do Ferro Gusa), sustentando-a sobre o distribuidor. A torre giratória também libera a panela vazia para a área de preparação, através de um giro de 180° , permitindo a troca rápida de panelas e dando continuidade ao processo. A Figura 26 mostra o detalhamento de uma torre giratória.

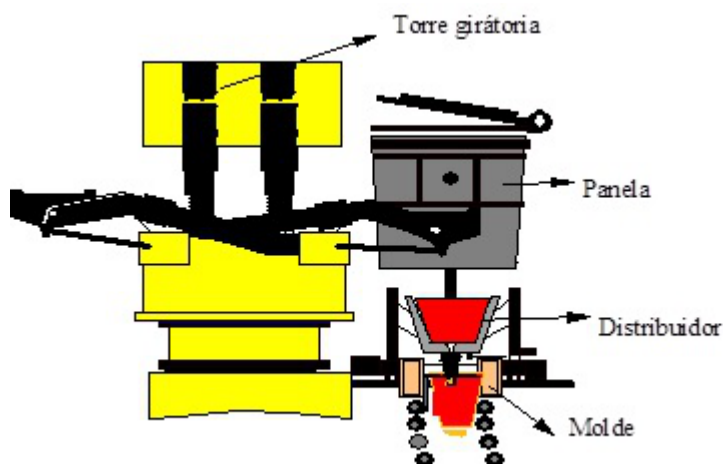


Figura 26: Representação gráfica da Torre Giratória. Fonte: (SANCHOTENE, 2009)

A torre giratória permite que o aço seja distribuído em dois moldes, através de um dispositivo chamado distribuidor, o qual tem a função de manter a alimentação de aço para a máquina de lingotamento contínuo durante a troca de panelas. A temperatura no interior do distribuidor, para ser iniciado o lingotamento, deve ser entre 1000°C a 1100°C .

O distribuidor transfere o aço líquido para o interior dos moldes por meio de peças refratárias, chamadas de válvulas submersas, as quais são adaptadas ao distribuidor de maneira a evitar que o fluxo de aço entre em contato com o ar atmosférico. O objetivo do molde é extrair calor do aço, promovendo a primeira solidificação para formar a superfície da placa e também direcionar o aço aos segmentos da máquina de lingotamento contínuo.

A máquina de lingotamento contínuo possui 14 segmentos, constituídos de rolos superiores e inferiores, por onde a placa é conduzida até a sua completa extração, por meio de tracionamento, feito por dois rolos motrizes em cada um desses segmentos. A função dos rolos é extrair a placa e manter a sua forma, além de suportar a pressão ferrostática¹ do interior da placa ainda em solidificação. Além disto, os rolos realizam o resfriamento secundário da placa através de jatos de água, e também o seu alinhamento progressivo à medida que ela é retirada do interior da máquina.

No decorrer do caminho do aço, entre os rolos dos segmentos, utiliza-se um spray de água e ar, fazendo com que a camada solidificada fique mais espessa e, ao chegar à saída do segmento 14 (parte reta da máquina), o aço já se encontre totalmente solidificado. Após sair de dentro da máquina, o aço solidificado é cortado em dimensões predeterminadas, através de um maçarico automático, sendo agora denominado placa. A constituição básica da máquina está evidenciada na Figura 27.

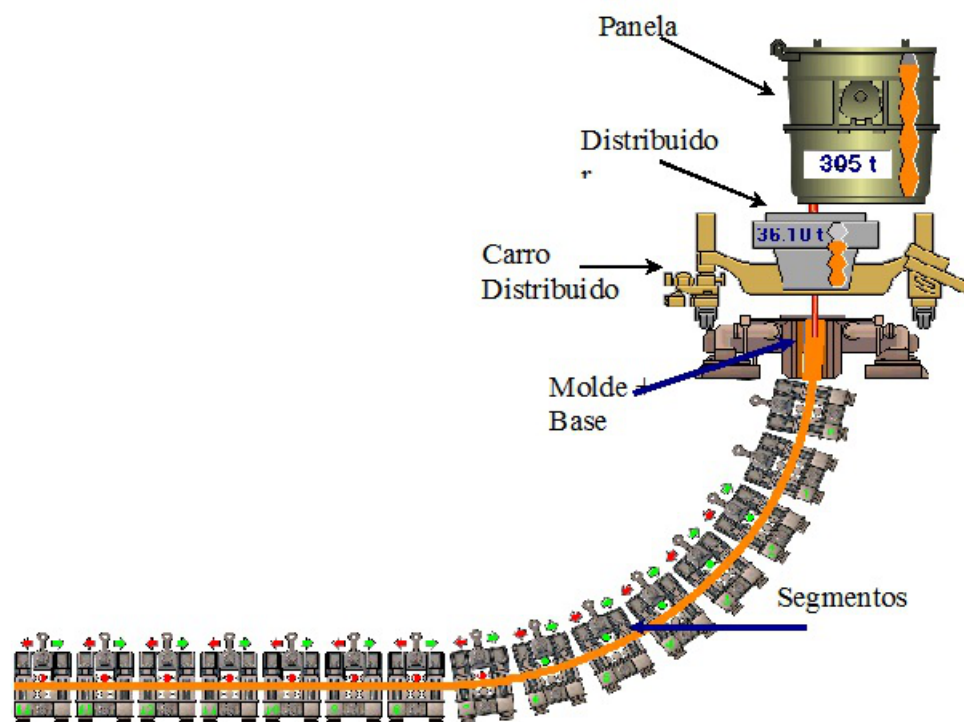


Figura 27: Representação da máquina de lingotamento contínuo. Fonte: (SANCHOTENE, 2009)

Para uma correta refrigeração, no molde, e a correta formação da “pele”, sem a existência de defeitos, é necessário manter um nível constante e predeterminado de aço líquido, no interior do molde, em diferentes condições de processo. Na Figura 28 observamos os detalhes da passagem de aço do distribuidor para o molde, sendo o fluxo de aço controlado por uma válvula gaveta (tipo de válvula utilizado na usina da ArcelorMittal) de tal forma que o nível no interior do molde seja mantido.

¹Pressão interna às paredes de aço solidificado na superfície da placa de aço, provocada pela força de expansão do aço em estado líquido em seu interior, proporcional à altura correspondente.

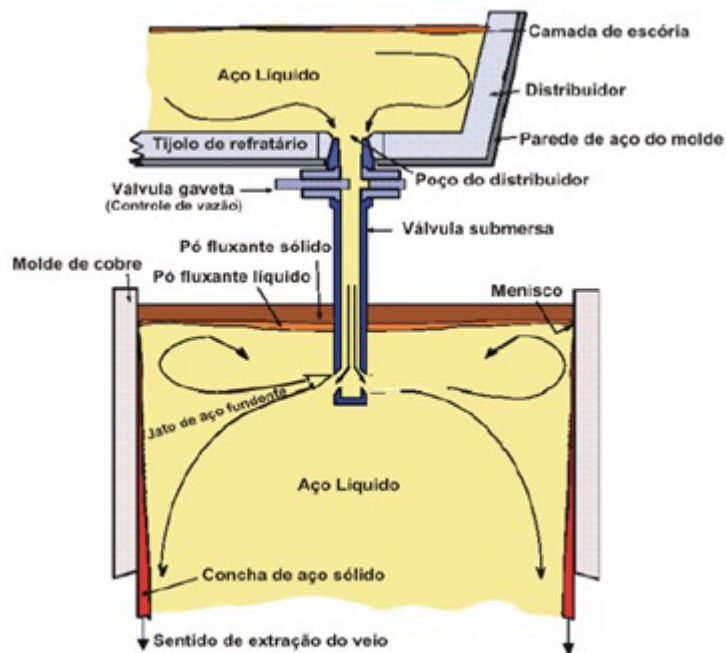


Figura 28: Representação da passagem de aço do distribuidor ao molde. Fonte: (SANCHOTENE, 2009)

Em (SANCHOTENE, 2009) foi demonstrado que o controlador Proporcional, Integral e Derivativo (PID), o mais utilizado no meio industrial, não é suficientemente robusto para controlar o nível do molde diante dos efeitos de distúrbios e variações de parâmetros presentes no processo de lingotamento. Este fato impulsionou a realização de pesquisas na indústria siderúrgica e no meio acadêmico sobre técnicas de controle mais sofisticadas, como no trabalho desenvolvido por (YOO; KUEON, 1997), onde foi aplicada a técnica de Controle por Modo Deslizante; em (KUROKAWA et al., 1993) onde foi desenvolvido um controlador H_{∞} e em (TAO; WANG, 2005) onde foram utilizados a Lógica Fuzzy e as Redes Neurais para resolver o problema de controle do nível do molde.