UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

MARIANA OLIVEIRA TEIXEIRA

REDUÇÃO DA EMISSÃO DE CO_2 DE LAJES MISTAS DE AÇO E CONCRETO VIA ALGORITMOS METAHEURÍSTICOS

VITÓRIA
2023

MARIANA OLIVEIRA TEIXEIRA

REDUÇÃO DA EMISSÃO DE CO_2 DE LAJES MISTAS DE AÇO E CONCRETO VIA ALGORITMOS METAHEURÍSTICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração em Estruturas.

Orientadora: Profª. Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.
Coorientador: Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves

VITÓRIA

2023

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

---

Teixeira, Mariana Oliveira, 1994-
T266r Redução da Emissão de CO2 de Lajes Mistas de Aço e Concreto via Algoritmos Metaheurísticos / Mariana Oliveira Teixeira. - 2023.
144 f. : il.

Orientadora: Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.
Coorientador: Élcio Cassimiro Alves.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Lajes. 2. Otimização estrutural. 3. Engenharia de estruturas. I. Calenzani, Adenilcia Fernanda Grobério. II. Alves, Élcio Cassimiro. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 624

MARIANA OLIVEIRA TEIXEIRA

REDUÇÃO DA EMISSÃO DE CO_2 DE LAJES MISTAS DE AÇO E CONCRETO VIA ALGORITMOS METAHEURÍSTICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração em Estruturas.

Aprovado em 29 de agosto de 2023

COMISSÃO EXAMINADORA

Profª Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani Universidade Federal do Espírito Santo Orientadora	Profª. Dra. Janaina Pena Soares de Oliveira Valle Instituto Federal do Espírito Santo Membro externo
Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves Universidade Federal do Espírito Santo Coorientador	Prof. Dr. Francisco de Assis das Neves Universidade Federal de Ouro Preto Membro externo
	Prof. Dr. Guilherme Santana Alencar Universidade de Brasília Membro externo

AGRADECIMENTOS

À Deus, em primeiro lugar, que sempre guiou o meu caminho e colocou pessoas especiais nessa trajetória.

Aos professores orientadores, que me acompanharam nesse processo, dando todo o auxílio necessário com dedicação e paciência. Também agradeço por estarem disponíveis em horários extracurriculares para me atender devido a minha rotina de trabalho e pelos ensinamentos que me permitiram apresentar um bom trabalho.

À minha família e amigos, que confiaram no meu potencial, me incentivaram a cada momento e não permitiram que eu desistisse. Agradeço também por compreenderem minha ausência enquanto eu me dedicava à realização deste trabalho.

Ao meu esposo, que esteve ao meu lado durante essa trajetória, sempre paciente e me ajudando a vencer um dia de cada vez.

Por fim, sou grata a todos que de alguma forma participaram da realização desse trabalho.

RESUMO

As lajes mistas de aço e concreto são elementos estruturais que se destacam por suas vantagens, como a possibilidade de construção sem escoramento, a facilidade de instalação, rapidez construtiva e a redução da armadura de tração nas regiões de momento positivo. Entretanto, nota-se que na prática esse sistema ainda possui potencialidades não exploradas, como por exemplo, a não consideração de continuidade das lajes mistas sob os apoios e a não consideração de armadura de tração positiva adicional à forma de aço. Além disso, como a construção civil é um dos principais responsáveis pela emissão de CO_2 na atmosfera, pesquisas que busquem soluções estruturais menos poluidoras ao meio ambiente se fazem necessárias. Nesse contexto, esta pesquisa busca apresentar a solução estrutural ótima, de menor emissão de CO_2, para a construção de lajes mistas de aço e concreto, considerando vãos biapoiados e contínuos e o dimensionamento na fase mista. Um programa computacional foi desenvolvido na plataforma de programação e computação numérica MATLAB® para a análise e o dimensionamento de lajes mistas conforme a ABNT NBR 8800:2008. Para a otimização estrutural foram utilizados os Algoritmos Enxame de Partículas e Lobo Cinzento. A ferramenta foi devidamente validada e uma análise de lajes mistas biapoiadas e contínuas compostas por três diferentes fôrmas de aço disponíveis no mercado, variando-se a espessura da capa de concreto, a espessura da fôrma, a resistência à compressão do concreto e o diâmetro das armaduras de tração nas regiões de momento positivo e negativo foi realizada. Os resultados apontam que quando comparadas as soluções ótimas com as fornecidas pelos fabricantes pode-se reduzir as emissões em até 40% e que as lajes biapoiadas são mais eficientes do que as contínuas do ponto de vista ambiental. Adicionalmente, verificou-se que a inserção de armadura positiva adicional reduz a emissão de CO_2 da laje, pois reduz o consumo de aço das fôrmas, que é o material responsável pela maior parte das emissões.

Palavras-Chave: Lajes mistas biapoiadas. Lajes mistas contínuas. Otimização. Algoritmo Enxame de Partículas. Algoritmo Lobo Cinzento. Armadura adicional.

ABSTRACT

Steel and concrete composite slabs are structural elements that stand out for their advantages, such as the possibility of construction without shoring, ease of installation, construction speed and reduction of tensile reinforcement in regions of positive moment. However, it is noted that in practice this system still has unexplored potential, such as, for example, not considering of continuity of composite slabs under the supports and not considering additional positive tensile reinforcement to the steel formwork. In addition, as civil construction is one of the main responsible for the emission of CO_2 into the atmosphere, researches that seek less polluting structural solutions to the environment are necessary. In this context, this research looking for to present the optimal structural solution, with the lowest CO_2 emissions, for the construction of composite steel and concrete slabs, considering simply-supported and continuous spans and the dimensioning in the composite phase. A computer program was developed in the MATLAB® numerical computation and programming platform for the analysis and dimensioning of composite slabs according to ABNT NBR 8800:2008. For the structural optimization, the Particle Swarm and Gray Wolf Algorithms were used. The tool was rightly validated and an analysis of simply-supported and continuous composite slabs composed of three different steel formwork available on the market, varying the thickness of the concrete layer, the thickness of the formwork, the compressive strength of the concrete and the diameter of the tensile reinforcement in the positive and negative moment regions was performed. The results indicate that, when comparing the optimal solutions with those provided by the manufacturers, emissions can be reduced by up to 40% and that the simply-supporting slabs are more efficient than the continuous slabs from an environmental point of view. Additionally, it was verified that the insertion of additional positive reinforcement reduces the emission of CO_2 from the slab, as it reduces the consumption of steel in the formwork, which is the material responsible for most of the emissions.

Keywords: Simply-supported composite slabs. Continuous composite slabs. Optimization. Particle Swarm Algorithm. Grey Wolf Optimizer. Additional reinforcement.

LISTA DE SÍMBOLO

Letras romanas minúsculas

a – Altura do bloco de compressão do concreto

b – Largura unitária da laje

b_n – Largura entre duas nervuras consecutivas

b_{tr} – Largura da seção homogeneizada

b_0 – Largura média das nervuras.

c_{min} – Cobrimento mínimo

d_F – Distância da face superior da laje de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma

d_s – Distância da face superior da laje de concreto ao centro da armadura longitudinal de tração

e – Distância do centro geométrico da área efetiva da fôrma à sua face inferior

e_p – Distância da LNP da seção efetiva da fôrma à sua face inferior

esp_{A_N} – Espaçamento para a armadura negativa

$esp_{máx}$ – Espaçamento máximo para a armadura negativa

esp_{min} – Espaçamento mínimo para a armadura negativa

f_{cd} – Resistência de cálculo do concreto à compressão

f_{ck} – Resistência característica do concreto à compressão

f_{ctd} – Resistência de projeto do concreto

$f_{ctk,inf}$ – Resistência à tração direta característica inferior do concreto

f_{sd} – Resistência de cálculo da armadura

f_{sk} – Resistência característica da armadura

f_{yFd} – Resistência de cálculo ao escoamento do aço da fôrma

g – Carga permanente

h_t – Altura total da laje mista

h_0 – Distância da face inferior da fôrma à LNP

k – Constante empírica obtida por meio de ensaio

k_1 – Soma da força de atrito nos apoios

k_2 – Constante de proporcionalidade

l_b – Limite inferior das variáveis de projeto

m – Constante empírica obtida por meio de ensaio

p_F – Massa da fôrma de aço

p_T – Massa da tela de fissuração devido a retração e temperatura

q – Carga variável

$s_{máx}$ – Espaçamento máximo para armadura de fissuração sem verificação de abertura

t_c – Altura da capa de concreto acima da fôrma de aço

t_f – Espessura da fôrma de aço

u_b – Limite superior das variáveis de projeto

y – Distância entre a força de compressão e a força de tração da chapa de aço

y_s – Distância entre a força de tração da fôrma e a força de tração da armadura

z – Braço de alavanca do momento fletor negativo

z_c – Distância do centro de gravidade da área comprimida do concreto ao topo da laje

z_s – Distância da armadura negativa ao topo da laje

Letras romanas maiúsculas

A_{A_d} – Área da armadura positiva adicional otimizada

A_{A_N} – Área da armadura negativa de acordo com o número de barras

A_c – Área de concreto acima da face superior da fôrma

A_N – Área da armadura negativa otimizada

$A_{\phi A_N}$ – Área de uma barra de aço da armadura negativa otimizada

A_L – Área da laje

$A_{F,ef}$ – Área da seção efetiva da fôrma

A_s – Área da armadura longitudinal de tração

$A_{s,fiss}$ – Área da armadura de fissuração sem verificação de abertura

$A_{s,fiss,retração}$ – Área da armadura de fissuração devido a retração e temperatura

$A_{s,mín}$ – Área da armadura mínima

A_v – Área resistente do concreto ao cisalhamento vertical

B_L – Largura da laje mista

CO_{2A_d} – Emissão de CO_2 da armadura positiva adicional

CO_{2A_N} – Emissão de CO_2 da armadura negativa

CO_{2C} – Emissão de CO_2 do concreto

CO_{2F} – Emissão de CO_2 da fôrma de aço

CO_{2Fiss} – Emissão de CO_2 da armadura de fissuração sem verificação de abertura

CO_{2T} – Emissão de CO_2 da tela de fissuração devido a retração e temperatura

E – Módulo de elasticidade do aço

E_c – Módulo de elasticidade secante do concreto

Em_{A_d} – Emissão de CO_2 da armadura adicional

Em_{A_N} – Emissão de CO_2 da armadura negativa

Em_C – Emissão de CO_2 do concreto

Em_F – Emissão de CO_2 da fôrma de aço

Em_T – Emissão de CO_2 da tela de retração de temperatura

Em_{Fiss} – Emissão de CO_2 da armadura de fissuração sem verificação de abertura

I – Momento de inércia

$I_{F,ef}$ – Momento de inércia da fôrma de aço

I_{tr} – Momento de inércia da seção homogeneizada

L – Vão da laje mista

L_F – Vão teórico da laje na direção das nervuras

L_s – Vão de cisalhamento

M_{pa} – Momento de plastificação da fôrma de aço dividido pelo coeficiente de ponderação da resistência

$M_{pl,Rd}$ – Momento fletor resistente plástico

M_{pr} – Momento de plastificação da fôrma de aço reduzido pela presença da força axial

M_{Rd}^{+} – Momento resistente positivo de cálculo

M_{Rd}^{-} – Momento resistente negativo de cálculo

M_{Sd}^{+} – Momento solicitante positivo de cálculo

M_{Sd}^{-} – Momento solicitante negativo de cálculo

N_{A_N} – Quantidade de barras de aço da armadura negativa otimizada

$N_{Apoio_{int}}$ – Número de apoios internos da laje contínua

N_c – Força resistente de compressão do concreto devido ao momento negativo

N_{cf} – Força resistente de compressão do concreto

N_{pa} – Força resistente de tração da fôrma de aço

N_s – Força resistente de tração na armadura

N_V – Número de vãos da laje

R_1 – Reação 1

R_1 – Reação 2

T – Força de tração

V_c – Volume de concreto

$V_{l,Rd}$ – Força cortante longitudinal resistente de cálculo

$V_{máx}$ – Limite da força cortante

V_{Sd} – Força cortante longitudinal solicitante de cálculo

V_t – Força cortante vertical

$V_{v,c,Rd}$ – Força cortante vertical resistente de cálculo do concreto

$V_{v,F,Rd}$ – Força cortante vertical resistente de cálculo da fôrma de aço incorporada

$V_{v,Rd}$ – Força cortante vertical resistente de cálculo

$V_{v,Sd}$ – Força cortante vertical solicitante de cálculo

Letras gregas

$\propto_E$ – Relação entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do concreto

γ_{a1} – Coeficiente de ponderação da resistência

γ_a – Coeficiente de ponderação da resistência para o aço

γ_c – Coeficiente de ponderação da resistência para o concreto

γ_{sl} – Coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal

δ – Deslocamento vertical

δ_{lim} – Limite de deslocamento vertical

Δ_c – Tolerância de execução do cobrimento

ρ_{A_N} – Taxa de armadura negativa

$\rho_{aço}$ – Massa específica do aço

ρ_{A_d} – Taxa de armadura positiva adicional

ρ_c – Massa específica do concreto

$\rho_{mín}$ – Taxas mínimas de armadura de flexão

σ_s – Tensão na barra de aço

τ_{Rd} – Tensão de cisalhamento resistente de cálculo

ϕ_{A_d} – Diâmetro da armadura positiva

ϕ_{A_N} – Diâmetro da armadura negativa

$\phi_{A_{N,máx}}$ – Diâmetro máximo da armadura negativa

ϕ_{barra} – Diâmetro da armadura de tração

$\phi_{fiss,retração}$ – Diâmetro da armadura devido a retração e temperatura

$\phi_{máx}$ – Diâmetro máximo para armadura de fissuração sem verificação de abertura

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Laje mista de aço e concreto 22
Figura 1.2 - Distribuição do momento fletor em laje mista contínua.....23
Figura 1.3 – Detalhe da armadura adicional 24
Figura 1.4 – Análise do GWP para concretos de baixa resistência.....25
Figura 2.1 - Analogia de um bando de pássaros em um espaço de busca de 3D 32
Figura 2.2 – Hierarquia dos lobos cinzentos 34
Figura 2.3 – Esquema de caça alimento 34
Figura 2.4 – Comportamento de lajes de aço e concreto sem comportamento misto 36
Figura 2.5 – Tipos de ligações entre a fôrma de aço e o concreto.....37
Figura 2.6 – Seções críticas dos possíveis modos de colapso de uma laje mista 39
Figura 2.7 – Modos de colapso de acordo com o tamanho do vão.....39
Figura 2.8 – Diagrama de tensões para momento positivo – LNP acima da fôrma de aço 42
Figura 2.9 – Diagrama de tensões para momento positivo – LNP acima da forma de aço – com armadura adicional 43
Figura 2.10 - Diagrama de tensões para momento positivo – LNP na fôrma de aço 44
Figura 2.11 - Diagrama de tensões para momento positivo – LNP na fôrma de aço – com armadura adicional 45
Figura 2.12 - Diagrama de tensões para momento negativo – LNP na fôrma de aço 46
Figura 2.13 – Diagrama com tensões que geram o braço de alavanca 48
Figura 2.14 – Área resistente do concreto 52
Figura 2.15 – Homogeneização da seção transversal mista.....55
Figura 2.16 – Considerações para o cálculo da inércia transformada da laje 55
Figura 2.17 – Espessura do concreto acima da fôrma de aço 57
Figura 2.18 – Dimensões normativas para os apoios da laje mista 57
Figura 3.1 – Variáveis da laje mista biapoiada.....65
Figura 3.2 – Variáveis da laje mista contínua.....65
Figura 3.3 – Interface do programa desenvolvido 72

Figura 3.4 – Aba de resultados do programa 72
Figura 3.5 – Gráfico das restrições gerados pelo programa 73
Figura 3.6 – Gráfico de convergência das soluções ótimas encontradas pelo programa 73
Figura 3.7 – Composição das emissões 74
Figura 3.8 – Propriedades da laje mista utilizada no exemplo 75
Figura 3.9 – Propriedades da laje mista utilizada no exemplo 76
Figura 4.1 – Comparação entre PSO e GWO 79
Figura 4.2 - Razão da Emissão de CO_2 - Solução do fabricante/ Solução otimizada80
Figura 4.3 – Emissão de CO_2 por componente 80
Figura 4.4 – Análise das restrições para laje mista MF50 e vão de 2,5 m 81
Figura 4.5 - Razão da Emissão de CO2 - Solução do fabricante/ Solução otimizada para vãos de 2,5 m, 3,5 m e 4,5 m 83
Figura 4.6 - Emissão de CO_2 para cada componente da laje mista - MF75 com vão 2,5 m 84
Figura 4.7 - Emissão de CO_2 para cada componente da laje mista - MF75 com vão 3,5 m 84
Figura 4.8 - Emissão de CO_2 para cada componente da laje mista - MF75 com vão 4,5 m 85
Figura 4.9 – Altura da capa de concreto selecionada para cada vão 85
Figura 4.10 – Espessura da fôrma de aço MF75 selecionada para cada vão 85
Figura 4.11 – Taxa de armadura adicional selecionada para cada vão 86
Figura 4.12 – Resistência característica do concreto selecionada para cada vão 86
Figura 4.13 – Análise das restrições para lajes MF75 e vão de 2,5 m, 3,5 m e 4,5 m 87
Figura 5.1 – Comparação entre GWO e PSO 92
Figura 5.2 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 2,6 m.....93
Figura 5.3 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 3,4 m.....94

Figura 5.4 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 4 m 94
Figura 5.5 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 2,6 m 95
Figura 5.6 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 3,4 m 96
Figura 5.7 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 4 m 96
Figura 5.8 - Altura da capa de concreto selecionada para cada vão.....97
Figura 5.9 – Espessura da fôrma de aço selecionada para cada vão.....97
Figura 5.10 – Taxa de armadura adicional selecionada para cada vão 97
Figura 5.11 – Resistência característica do concreto selecionada para cada vão 97
Figura 5.12 - Taxa de armadura negativa selecionada para cada vão.....97
Figura 5.13 - Diâmetro da armadura negativa selecionada para cada vão de laje....97
Figura 5.14 – Análise das restrições para lajes Polydeck 59S e vão de 2,6 m, 3,4 m e 4 m 100
Figura 5.15 – Comparação entre GWO e PSO 104
Figura 5.16 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 2,6 m 104
Figura 5.17 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 3,4 m 105
Figura 5.18 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 4 m 105
Figura 5.19 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 2,6 m .106
Figura 5.20 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 3,4 m .107
Figura 5.21 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 4 m 107
Figura 5.22 - Altura da capa de concreto selecionada para cada vão.....108
Figura 5.23 – Espessura da fôrma de aço selecionada para cada vão.....108
Figura 5.24 – Taxa de armadura adicional selecionada para cada vão 108
Figura 5.25 – Resistência característica do concreto selecionada para cada vão ..108
Figura 5.26 - Taxa de armadura negativa selecionada para cada vão.....108
Figura 5.27 - Diâmetro da armadura negativa selecionada para cada vão de laje..108
Figura 5.28 – Análise das restrições para lajes Polydeck 59S e vão de 2,6 m, 3,4 m e 4 m 110

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – GWP's relativo ao CO_2 25
Tabela 2 – Flechas máximas..... 41
Tabela 3 – Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência..... 53
Tabela 4 – Relação entre classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10mm$ 53
Tabela 5 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas 54
Tabela 6 - Emissão de CO_2 na produção do concreto e do aço..... 68
Tabela 7 - Espaço de busca das variáveis de projeto 69
Tabela 8 – Valores de m e k das fôrmas de aço 71
Tabela 9 – Propriedades definidas para o exemplo 75
Tabela 10 – Propriedades definidas para o exemplo 76
Tabela 11 – Casos de carga analisados 77
Tabela 12 – Resultado das emissões totais de CO_2 de cada algoritmo 78
Tabela 13 – Comparação entre os resultados do fabricante e da solução otimizada 82
Tabela 14 – Casos de carga analisados 88
Tabela 15 - Resultado das emissões totais de CO2 para cada algoritmo 89
Tabela 16 - Eficiência entre PSO e GWO 91
Tabela 17 - Comparação entre o resultado do Fabricante e a solução otimizada para o vão de 2,6 m..... 92
Tabela 18 – Porcentagem de casos governados de acordo com os esforços 100
Tabela 19 – Casos de carga analisados 101
Tabela 20 - Resultado das emissões para cada algoritmo..... 102
Tabela 21 - Eficiência entre PSO e GWO 103
Tabela 22 – Porcentagem de casos governados de acordo com os esforços 111
Tabela 23 – Propriedades encontradas para as lajes mistas 113
Tabela 24 – Emissão de CO_2 113
Tabela 25 – Propriedades definidas para o exemplo 135
Tabela 26 – Propriedades definidas para o exemplo 138

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Relação dos artigos de lajes mistas produzidos nos últimos 10 anos 26
Quadro 2 – Equações de variável, função e restrição 31
Quadro 3 – Equações do algoritmo PSO 33
Quadro 4 – Equações do algoritmo GWO 35
Quadro 5 - Equações para o cálculo do Momento Fletor Positivo de Cálculo acima da fôrma de aço 43
Quadro 6 - Equações para o cálculo do Momento Fletor Positivo de Cálculo na fôrma de aço 46
Quadro 7 – Equações para o momento fletor negativo 47
Quadro 8 – Equações primárias para encontrar o cisalhamento longitudinal 49
Quadro 9 – Equações para a força cortante vertical resistente 51
Quadro 10 – Considerações da ABNT NBR 8800:2008 para cálculo de força cortante vertical 52
Quadro 11 – Equações para encontrar a flecha em lajes mistas sem armadura adicional 56
Quadro 12 – Equações para encontrar a flecha em lajes mistas com armadura adicional 56
Quadro 13 – Fluxograma para verificação do cisalhamento 64
Quadro 14 - Fôrmas de aço nacionais a serem estudadas 71

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 21

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO 21

1.2 JUSTIFICATIVA 26

1.3 OBJETIVOS 27

1.3.1 Objetivo geral 27

1.3.2 Objetivo específico 28

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO 28

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 30

2.1 INTRODUÇÃO 30

2.2 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL 30

2.3 LAJES MISTAS DE AÇO E CONCRETO 35

2.3.1 Transferência de cisalhamento nas lajes mistas 36

2.3.2 Comportamento das lajes mistas de aço e concreto 37

2.3.3 Modos de colapso nas lajes mistas de aço e concreto 38

2.3.4 Análise estrutural 40

2.3.5 Dimensionamento de lajes mistas 41

2.4 ESTADO DA ARTE 58

3 FORMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO 64

3.1 INTRODUÇÃO 64

3.2 FLUXOGRAMAS DE VERIFICAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO 64

3.3 FORMULAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO 64

3.4 FUNÇÃO OBJETIVO 65

3.5 ESPAÇO DE BUSCA DA SOLUÇÃO ÓTIMA 68

3.6 RESTRIÇÕES DE PROJETO 69

3.7 FERRAMENTA COMPUTACIONAL 70

3.8 VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL 74

3.8.1 Primeiro exemplo – Laje mista simplesmente apoiada 74

3.8.2 Segundo exemplo – Laje mista contínua 75

4 OTIMIZAÇÃO DE LAJE MISTA BIAPOIADA 77

4.1 RESULTADO PARA LAJES COM MF50 E VÃO DE 2,5 m 79

4.2 m RESULTADO PARA LAJES COM MF75 E VÃO DE 2,5 m, 3,5 m E 4,5 m 82

5 OTIMIZAÇÃO DE LAJE MISTA CONTÍNUA 88

5.1 LAJE MISTA CONTÍNUA COM DOIS VÃOS 88

5.2 LAJE MISTA CONTÍNUA COM TRÊS VÃOS 101

6 ANÁLISE COMPARATIVA DE LAJES MISTAS SIMPLEMENTE APOIADA E COM CONTINUIDADE 112

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 115

8 REFERÊNCIAS 117

APÊNDICE A – FLUXOGRAMA DAS LAJES MISTAS NA FASE DE SERVIÇO .128

APÊNDICE B – RESOLUÇÃO DOS EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO.....135

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Na década de 50 surgiu o sistema de lajes mistas na Europa, com o emprego de fôrmas corrugadas de aço apoiadas em perfis de aço. Ao longo do seu desenvolvimento, passaram a ser usadas fôrmas de aço com reentrâncias e corrugações na alma e mesa, que podem substituir parte ou toda a armadura positiva das lajes (CORDEIRO, 2014).

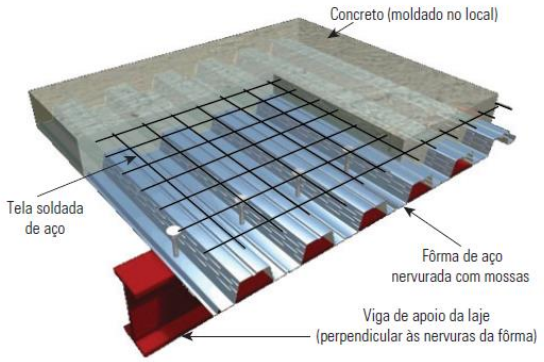
No Brasil, a normatização do uso de estruturas mistas se dá em 1986 com a publicação da ABNT NBR 8800 apresentando o dimensionamento e execução de vigas mistas de aço e concreto. Em seguida, foi publicada a ABNT NBR 14323:1999 que incluiu o dimensionamento de pilares e lajes mistas. Atualmente, a versão vigente da ABNT NBR 8800 é a de 2008 que rege o projeto e dimensionamento de estruturas mistas em aço e concreto, abrangendo de forma completa o dimensionamento de elementos mistos de aço e concreto (vigas mistas, lajes mistas, pilares mistos e ligações mistas), suas especificações e disposições construtivas.

As lajes mistas de aço e concreto, Figura 1.1, são elementos estruturais formados por fôrmas de aço e concreto armado, amplamente usados em sistemas de pisos das mais variadas edificações. Essas estruturas são consideradas vantajosas uma vez que não necessitam de escoramento (na maioria dos casos) e a fôrma de aço fica incorporada à laje, funcionando, antes do endurecimento do concreto, como suporte para as ações permanentes e a sobrecarga de construção, e, após o endurecimento do concreto, atuando como parte ou como toda a armadura de tração da laje. Outra vantagem é a redução de fôrmas para a construção, visto que a fôrma de aço exerce essa função, e o uso das fôrmas como plataforma de trabalho.

Entretanto, como desvantagens, é necessário a utilização de forros para preservar a estética da construção, uso de mão de obra especializada e uma maior quantidade de

vigas secundárias, pois as lajes mistas são unidirecionais e alcançam um vão de no máximo 4m quando construídas com fôrmas de aço de altura entre 50 e 75 mm.

Figura 1.1 - Laje mista de aço e concreto

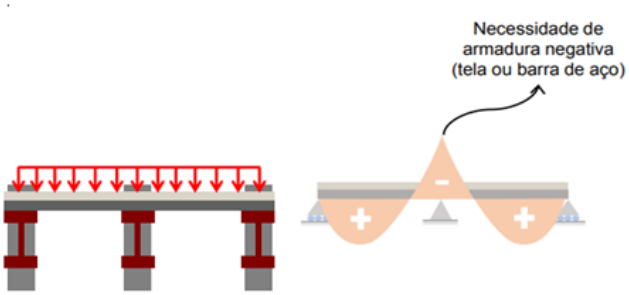


Fonte: Fakury *et al*. (2016).

Na prática, as lajes mistas são analisadas como uma sucessão de vãos simplesmente apoiados, desde que seja garantida a colocação de uma armadura de fissuração acima das nervuras, na zona dos apoios intermediários. Também, por simplicidade, observa-se que a maioria dos estudos experimentais e modelos numéricos são realizados em lajes mistas biapoiadas, o que tende a restringir as conclusões das análises.

Entretanto, devido ao modo de execução das lajes mistas, essas estruturas são construídas como lajes mistas contínuas, Figura 1.2. Isto porque, as fôrmas de aço podem ter até 12 metros de comprimento e, ao serem posicionadas sobre os vãos, localizam-se também sobre os apoios intermediários, havendo, portanto, continuidade. Porém, a consideração da continuidade das lajes em sistemas mistos de aço e concreto necessita obrigatoriamente que seja dimensionada a armadura negativa para combater os momentos que surgirão nos apoios intermediários.

Figura 1.2 - Distribuição do momento fletor em laje mista contínua



Fonte: Favarato (2021).

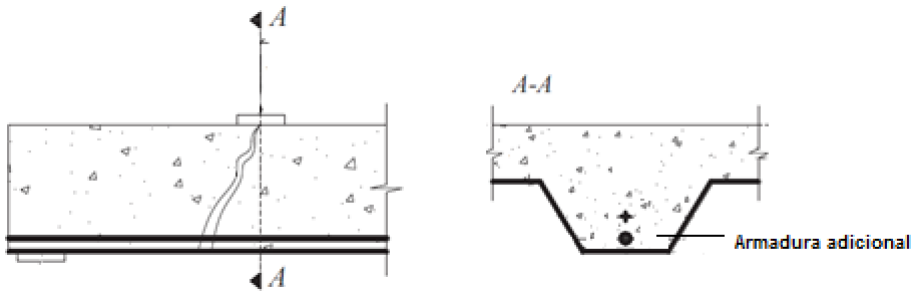
De acordo com o EN-1994-1-1:2004, um dos métodos para verificação dos estados limites últimos em lajes mistas contínuas consiste na determinação dos esforços por meio de análise global elástica linear, considerando a seção não fissurada ao longo do vão. Nesta análise, primeiramente determinam-se os momentos fletores negativos nos apoios internos para depois serem redistribuídos entres os vãos. Em seguida, calcula-se a quantidade de armadura necessária para suportar tanto os esforços de momento positivo quanto negativo. Por outro lado, em lajes biapoiadas, a determinação dos esforços é simples e direta.

No dimensionamento de lajes mistas é necessário assegurar que o sistema misto seja capaz de suportar todas as ações de cálculo e que todos os estados limites últimos sejam adequadamente verificados, como os relacionados ao momento fletor, esforço cortante vertical e longitudinal. Além disso, os estados limites de serviço, como vibração, fissuração e flecha, também precisam ser verificados.

Tradicionalmente, o dimensionamento de lajes mistas é realizado de forma simplificada com o auxílio de tabelas de vãos e cargas fornecidas pelos fabricantes das fôrmas de aço. Entretanto, esse dimensionamento tabelado não é capaz de fornecer soluções otimizadas. Para que isto ocorra, é necessária uma análise criteriosa do problema para um determinado intervalo de busca, respeitando a sequência de verificação dos estados limites aplicáveis, o que requer um número considerável de cálculos.

Além disso, nas lajes mistas, também é possível utilizar elementos que favorecem o desempenho das estruturas. Como exemplo, têm-se as armaduras de tração adicionais, Figura 1.3 (GROSSI, SANTOS e MALITE, 2020), que servem de reforço às lajes, evitando um aumento da espessura da chapa e aumentando a rigidez da estrutura. Estes elementos, apesar de oferecerem um ganho de rigidez às estruturas, são pouco utilizados nas lajes mistas devido à falta de um dimensionamento rápido e adequado.

Figura 1.3 – Detalhe da armadura adicional



Fonte: Grossi, Santos e Malite (2020).

Outro fator importante sobre as lajes mistas é o impacto que essas estruturas possuem no custo de uma construção. Essas lajes utilizam fôrmas de aço produzidas por empresas especializadas e necessitam de uma mão de obra qualificada, além disso, por usualmente serem verificadas por tabelas não otimizadas há uma certa folga no seu dimensionamento, resultando desta forma em um gasto dispensável.

Em 1997 foi assinado o Protocolo de Kyoto que tinha como meta a redução dos gases causadores do efeito estufa. Desde então, vem sendo criadas estratégias para a redução de gases, como a criação do Mercado de Carbono. No Mercado de Carbono, a redução de uma tonelada de CO_2 equivale a um crédito de carbono (SENADO,s.d.).

Outros gases, causadores do efeito estufa, também podem ser convertidos através do Carbono Equivalente. De acordo com o relatório de Alterações Climáticas de Forster *et al.* (2007), é possível comparar o potencial de aquecimento global (Global Warming Potencial - GWP) de cada gás no efeito estufa em 100 anos, em relação ao

potencial de dano do CO_2 no mesmo período. Como exemplo, tem-se a Tabela 1 com os valores de GWP relativos ao CO_2 de alguns gases.

Tabela 1 – GWP's relativo ao CO_2

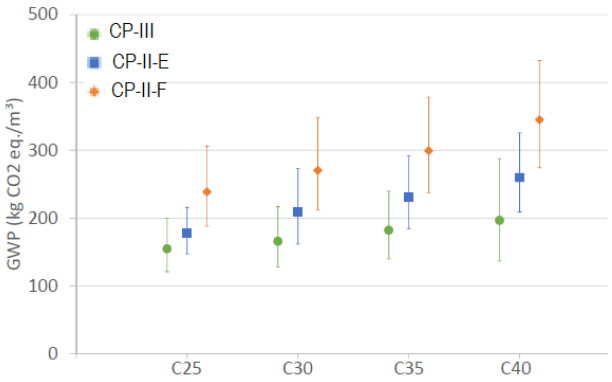
Gás	Fórmula química	GWP relativo/CO_2 em 100 anos
Dióxido de carbono	CO_2	1
Metano	CH_4	21
Óxido nitroso	N_2O	310

Fonte: Forster *et al.* (2007).

O parâmetro GWP é um dos indicadores de impacto ambiental utilizados para a Declarações Ambientais de Produto (Environmental Product Declarations – EPD's). Este indicador é utilizado para fazer a Avaliação do Ciclo de Vida (ACV), que corresponde ao método capaz de medir o desempenho ambiental na construção.

Na Figura 1.4 tem-se uma representação desse indicador extraída do estudo de Silva *et al.* (2020), sendo possível constatar que quanto maior a resistência característica do concreto, maior a emissão de CO_2.

Figura 1.4 – Análise do GWP para concretos de baixa resistência



Fonte: Silva et al. (2020).

Na busca por estruturas menos poluidoras ao meio ambiente, avaliar a emissão de gases gerados pela construção civil, especificamente no processo de fabricação das lajes mistas, é um assunto de vital importância e por isso será tratado nesta pesquisa. Além disso, como há poucos estudos na literatura que destinam-se às lajes mistas

contínuas, conforme Quadro 1, a pesquisa irá avaliar também o desempenho das soluções de lajes mistas contínuas em relação às biapoiadas.

Quadro 1 – Relação dos artigos de lajes mistas produzidos nos últimos 10 anos

Ano	Autor	Tipo de laje	Tema
2013	Cifuentes e Medina	Biapoiadas	Cisalhamento longitudinal na interface entre os materiais
	Abas *et al.*	Contínuas	Resistência de lajes mistas com o uso de fibra reforçada
2014	Gholamhoseini *et al.*	Biapoiadas	Cisalhamento longitudinal e a aderência entre a fôrma de aço e o concreto
2017	Kataoka, Friedrich e El Debs	Biapoiadas	Comportamento de lajes mistas ao cisalhamento longitudinal
2019	Pereira e Simões	Biapoiadas	Contribuição da fôrma de aço ao cisalhamento vertical
	Ahmed *et al.*	Biapoiadas	Resistência ao cisalhamento longitudinal
	Sheet *et al.*	Biapoiadas	Comportamento ao cisalhamento em lajes mistas
2020	Grossi, Santos e Malite	Biapoiadas	Cisalhamento longitudinal com armadura positiva adicional
	Pereira e Simões	Biapoiadas e contínuas	Cisalhamento longitudinal com barras transversais
	Zhang *et al.*	Contínuas	Comportamento de lajes mistas com agregado reciclado
2021	Celis-Imbajoa, Paredes e Bedoya-Ruiz	Biapoiadas	Capacidade de carga em lajes mistas com e sem armadura adicional
	Bolina, Futikian e Rodrigues	Contínuas	Efeito da continuidade em lajes mistas em situações de incêndio
	Tian *et al.*	Contínuas	Análise experimental e numérica em lajes mistas
2023	Teixeira *et al.*	Biapoiadas	Dimensionamento e otimização de lajes mistas

Fonte: Autora (2023).

1.2 JUSTIFICATIVA

As lajes mistas de aço e concreto vêm sendo utilizadas com frequência na construção civil. No entanto, percebe-se que esse ramo de estudo ainda possui assuntos pouco explorados, como é o caso do uso de lajes mistas contínuas. Sabe-se que as lajes mistas contínuas fornecem estruturas mais rígidas que as biapoiadas. Entretanto, devido à dificuldade de se calcular os esforços internos atuantes e determinar as armaduras necessárias, é comum considerar o sistema como uma sequência de vãos biapoiados. Além disso, as lajes mistas podem ser reforçadas por armaduras positivas

adicionais à fôrma de aço, o que é pouco empregado na prática por falta de conhecimento sobre o comportamento desse tipo de estrutura.

Dessa forma, o presente estudo é uma extensão do trabalho de Loureiro (2022), que teve como objetivo propor um programa computacional para otimização de fôrmas de aço de lajes mistas considerando a fase de construção. Diferentemente do trabalho de Loureiro (2022), que verifica apenas o perfil da fôrma de aço na fase de construção, esta pesquisa analisa a fase mista com os dois materiais, aço e concreto, contribuindo na resistência aos esforços solicitantes. Esse modelo de análise busca soluções ótimas através da maximização e minimização dos parâmetros em estudo, fornecendo os valores mais adequados ao problema.

Hoje em dia, uma busca constante por elementos estruturais que forneçam menor impacto ao meio ambiente se faz necessário. Por este motivo, nesta pesquisa, as lajes mistas serão verificadas em relação à taxa de emissão de CO_2. O processo de otimização proposto retornará a estrutura com propriedades mais satisfatórias e com menor emissão de CO_2.

Como existem poucos estudos que comparam sistemas mistos de lajes biapoiadas e contínuas, essa pesquisa preencherá uma lacuna do conhecimento avaliando a hipótese se a adoção de lajes mistas contínuas proporciona estruturas mais viáveis no que se refere a impactos ambientais, como a taxa de emissão de CO_2 gerada no processo de fabricação. Também haverá uma contribuição no estudo da utilização de armaduras adicionais nesse tipo de estrutura e um incentivo ao uso de soluções de lajes mistas com um menor impacto ambiental.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

Propor a formulação do problema de otimização de lajes mistas simplesmente apoiadas e contínuas para a fase mista com armadura adicional, considerando

minimização das emissões de CO_2 proveniente do processo de fabricação dessas estruturas.

1.3.2 Objetivo específico

Para que a pesquisa tenha seu objetivo geral atingido, os seguintes objetivos específicos são necessários:

- Propor um código computacional que seja capaz de otimizar o dimensionamento de lajes mistas segundo a norma brasileira ABNT NBR 8800:2008;
- Avaliar e comparar o uso de lajes mistas de aço e concreto contínuas e biapoiadas na fase mista;
- Realizar uma análise comparativa da solução ótima obtida nesta pesquisa com a solução fornecida por fabricantes e utilizada no mercado nacional;
- Avaliar o uso de barras adicionais na região de momento positivo nas lajes mistas contínuas e biapoiadas;
- Investigar a taxa de emissão de CO_2 para as soluções otimizadas de lajes mistas contínuas e biapoiadas, bem como avaliar os parâmetros mais importantes na emissão final da estrutura.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

No **Capítulo 1** é apresentada uma contextualização sobre lajes mistas, as vantagens desse sistema estrutural e a justificativa sobre o estudo de lajes mistas. Além disso, estão esclarecidos os objetivos, o problema de pesquisa e a estrutura da dissertação.

O **Capítulo 2** refere-se à revisão bibliográfica, que aborda a conceituação teórica de otimização estrutural e de lajes mistas, incluindo o dimensionamento dessas lajes mistas na fase mista segundo a ABNT NBR 8800:2008 e o estado da arte com os estudos recentes sobre lajes mistas e otimização.

No **Capítulo 3** de formulação e implementação computacional estão descritas as variáveis da pesquisa, a formulação do problema de otimização, a plataforma de programação, a ferramenta computacional elaborada e os exemplos utilizados para a validação dessa ferramenta.

Nos **Capítulos 4 e 5** estão apresentados as análises realizadas e os resultados de lajes mistas biapoiadas e lajes mistas contínuas, respectivamente, com base nas soluções ótimas em relação aos impactos ambientais. Cada capítulo possui um exemplo de validação juntamente com os fluxogramas desenvolvidos.

O **Capítulo 6** destina-se à análise de desempenho das lajes mistas biapoiadas e contínuas. Nesse capítulo é apresentado uma análise comparativa entre as lajes e a solução mais vantajosa entre elas em relação ao aspecto ambiental.

Por fim, no **Capítulo 7**, são apresentadas as conclusões encontradas ao longo da pesquisa e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo uma revisão bibliográfica sobre o tema abordado nesta pesquisa é apresentada. No subitem 2.2 deste capítulo será discorrido sobre otimização estrutural e uma breve explicação sobre os algoritmos de otimização a serem utilizados nesta pesquisa. O subitem 2.3 fornece conceitos sobre o comportamento de lajes mistas de aço e concreto e aborda também o dimensionamento dessas lajes segundo a ABNT NBR 8800:2008. Por fim, no subitem 2.4, é apresentado um estado da arte com os trabalhos mais recentes sobre lajes mistas de aço e concreto e otimização de estruturas.

2.2 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Diante de um mundo cada vez mais preocupado com suas condições econômicas e ambientais, a Engenharia Civil tem buscado melhorar suas estruturas a fim de que atendam aos critérios normativos, com menor custo de produção e menor uso de materiais poluentes.

Uma das soluções utilizadas pela engenharia é a técnica de otimização estrutural, onde busca-se por meio da análise das variáveis que compõem o problema, minimizar ou maximizar o objetivo. De acordo com Lemonge (1999, apud VÉLEZ, 2015), com a otimização estrutural, a melhor escolha encontrada não depende da experiência vivenciada pelo projetista, mas sim, do uso de novos critérios que permitem essa avaliação. Esses critérios podem ser a combinação entre peças disponíveis no mercado, o tempo de execução, o tipo de material escolhido, a confiabilidade dos dados, entre outros.

De acordo com Haftka e Gurdal (2012, apud LAGE, 2019), a otimização da estrutura demonstra que existe uma liberdade nas análises, uma vez que é composta por variáveis, função objetivo e restrições. As variáveis são os parâmetros que podem

variar dentro de uma faixa de valores permitidos e que são expressos por um vetor representado na Equação (2.1), a qual se encontra no Quadro 2.

Quadro 2 – Equações de variável, função e restrição

Variável	$x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$	(2.1)
Função objetivo	$f\ (x)$	(2.2)
	$f(x) = \left[f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots\ f_p(x)\right]$	(2.3)
Restrições	$g_i(x) \geq 0 \qquad j = 1, \dots, n_g$	(2.4)
	$h_k(x) = 0 \qquad k = 1, \dots, n_e$	(2.5)

Fonte: Lage (2019).

A função objetivo é a função que deseja ser melhorada, seja minimizando o peso, o deslocamento ou outros critérios, e que é capaz de indicar a eficácia do projeto desenvolvido. Quando a otimização possui um objetivo é chamada de otimização simples, mas quando possui mais de um objetivo, a função objetivo é chamada de otimização multicritério. As restrições são limitações que interferem no intervalo de mudança das variáveis, que podem ser de desigualdade e de igualdade conforme apresentadas nas equações (2.2) e (2.3)(2.5).

Os algoritmos de otimização podem ser classificados em determinísticos, quando são baseados em gradientes da função objetivo e das restrições, ou probabilísticos que em geral são métodos inspirados em eventos da natureza.

Dentre os algoritmos inspirados em eventos da natureza destaca-se o Algoritmo por Enxame de Partículas (PSO), que tem como base o comportamento de animais na busca por alimentos e foi proposto por Kennedy e Eberhart (1995). O PSO se popularizou por ser um método de fácil implementação computacional e por ser eficiente na busca por soluções com variáveis discretas e com várias restrições.

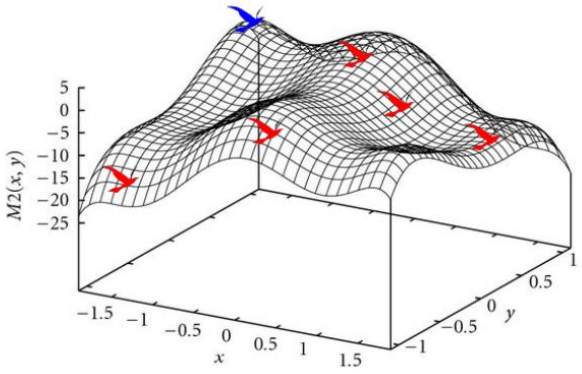
Além do PSO, outro algoritmo inspirado em comportamento de bando é o Otimizador Lobo Cinzento (GWO), inspirado no comportamento das alcateias de lobos no processo de caça e proposto por Mirjalili *et al.* (2014). A apresentação detalhada dos algoritmos é realizada nos itens que seguem.

2.1.1 Algoritmo de Enxame de Partículas (PSO)

Nesta técnica, os pesquisadores buscaram simular o comportamento social coletivo de aves e peixes. Isso porque a sincronia, a mudança de direção, o espalhamento e o reagrupamento entre os animais do mesmo grupo demonstravam que o compartilhamento social de informações oferecia uma vantagem evolutiva.

Os animais, ao atuarem em bando, analisam um determinado local a fim de encontrar alimento. Este local é representado pela função objetivo, que direciona para as soluções ótimas desejadas. Na Figura 2.1 o pássaro azul representa a solução ótima do problema.

Figura 2.1 - Analogia de um bando de pássaros em um espaço de busca de 3D



Fonte: Computação inteligente (2016).

As etapas utilizadas no algoritmo PSO são:

- Inicializar com uma população aleatória de partículas com posições e velocidades definidas;

- Executar iterações e avaliar a posição de cada partícula de acordo com a função objetivo;

- Caso a posição atual seja melhor que a anterior, atualiza-se a velocidade e posição das partículas.

Cada partícula é formada pelos vetores de posição atual $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3} \dots x_{id})$, de velocidade $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, v_{i3} \dots v_{id})$, da posição ótima de cada partícula $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, p_{i3} \dots p_{id})$ e da posição ótima do enxame de partícula $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, p_{g3} \dots p_{gd})$.

Para encontrar a melhor posição de acordo com a função objetivo analisa-se a condição para a posição ótima de $f(X_i) < (P_i)$ e a posição ótima do enxame de $f(P_i) < (P_g)$.

De acordo com Kennedy e Eberhart (1995), a velocidade atualizada é calculada pela Equação (2.6). Para aumentar a eficiência, Shi e Eberhart (1998) propuseram a inserção do fator de inércia (w) no algoritmo PSO. Assim, a velocidade e a posição são modificadas conforme as Equações (2.7) e (2.8) apresentadas no Quadro 3.

Quadro 3 – Equações do algoritmo PSO

$v_{id} = v_{id} + c_1.rand_1\left(p_{id} - x_i\right) + c_2.rand_2\left(p_{gd} - x_i\right)$	(2.6)
$v_{id} = w.v_{id}(\mathrm{t}) + c_1.rand_1\left(p_{id}(\mathrm{t}) - x_i(\mathrm{t})\right) + c_2.rand_2\left(p_{gd}(\mathrm{t}) - x_i(\mathrm{t})\right)$	(2.7)
$x_{id}(t+1) = x_i(t) + v_{id}(t+1)$	(2.8)

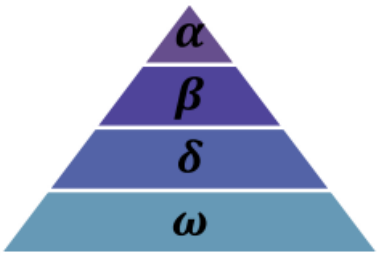
Sendo c_1 e c_2 constantes de aceleração e $rand_1 e\, rand_2$ números aleatórios que variam entre 0 e 1.

O algoritmo PSO tem sido utilizado em muitas pesquisas na área de estruturas, como nos estudos de Huang *et al.* (2022), Vahidi *et al.* (2019), Shao *et al.* (2023), Etli *et al.* (2020), Oliveira, Almeida e Gomes (2022) e Eissa e Celikag (2022). Outros pesquisadores como Mahapatra, Panda e Pattanayak (2022), Anil *et al.* (2020), Benemaran e Esmaeili-falak (2020), Biabani, Shojaee e Hamzehei-javaran (2022) e Tong *et al.* (2022) também inseriram o PSO em seus estudos.

2.1.2 O Algoritmo do Lobo Cinzento (GWO)

Outro algoritmo que será utilizado neste trabalho é o Otimizador Lobo Cinzento (GWO) proposto por Mirjalili *et al.* (2014). Esse método utiliza a análise de quatro tipos de lobos: alfa, beta, delta e ômega. A maior predominância na tomada de decisões é do lobo alfa como pode ser observado na Figura 2.2.

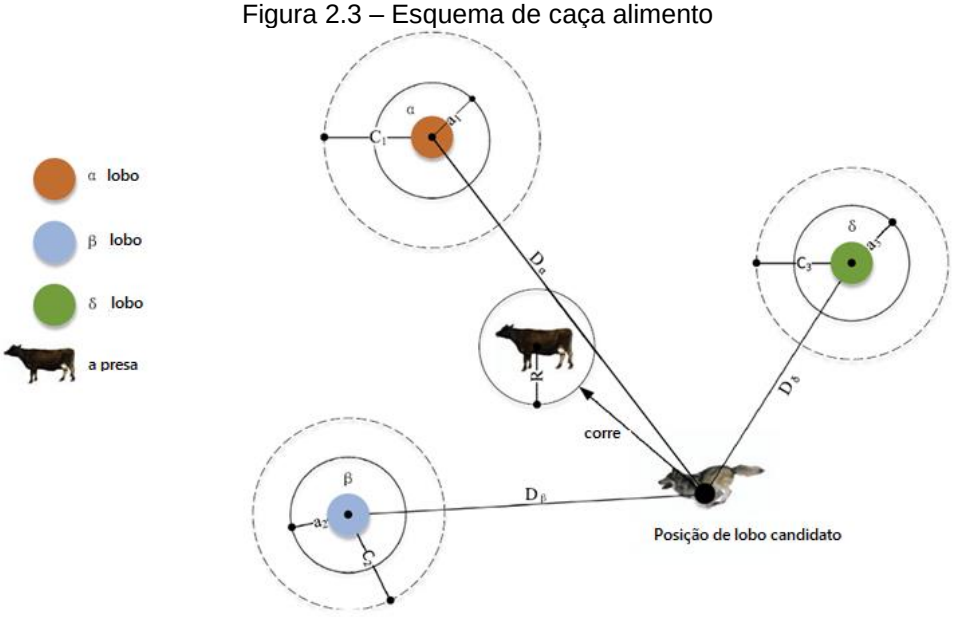
Figura 2.2 – Hierarquia dos lobos cinzentos



Fonte: Mirjalili *et al.* (2014).

Esses lobos procuram a presa (Figura 2.3), sendo que, no algoritmo, os lobos alfa, beta e delta são reconhecidos como os que estão mais próximos a ela. Os lobos ômega seguem os líderes, cercando ou procurando novas soluções. No algoritmo, a presa equivale à solução e as melhores soluções seguem a ordem de domínio dos lobos.

Figura 2.3 – Esquema de caça alimento



Fonte: Lu, Gao e Yi (2018).

Nos estudos de Mirjalili *et al.* (2014) são propostas as Equações (2.9), (2.10), (2.11) e (2.12) apresentadas no Quadro 4, que modelam o comportamento dos lobos, representado pelo vetor D.

Quadro 4 – Equações do algoritmo GWO

$D = \lvert C.X_p(t) - X(t)$	(2.9)
$\mathrm{X(t+1)} = X_p(t) - A.D$	(2.10)
$\mathrm{A} = 2\mathrm{a}.rand_1 - a$	(2.11)
$\mathrm{C} = 2.rand_2$	(2.12)

Sendo A e C coeficientes, X_p a posição da solução ótima, X é a posição de um elemento, a é o componente que diminui de 2 a 0 e $rand_1$ e $rand_2$ são vetores aleatórios que variam de 0 a 1.

Uma vez determinado o posicionamento dos lobos *alfa, beta e delta*, representando as melhores soluções do problema, a solução em cada iteração do algoritmo é dada como sendo uma média dessas soluções ou seja:

$$X_{best} = \frac{(X_\alpha + X_\beta + X_\delta)}{3} \quad (2.13)$$

Na engenharia, o GWO vem sendo utilizado e aplicado em pesquisas, como por exemplos nos estudos de Sang-To *et al.* (2022) e Kumar e Kumar (2017).

2.3 LAJES MISTAS DE AÇO E CONCRETO

Uma laje mista de aço e concreto compreende a fôrma perfilada de aço, as armaduras e o concreto moldado in loco. Nesse tipo de laje, as fôrmas atuam como suporte das ações permanentes e sobrecargas de construção antes do endurecimento do concreto e, depois do endurecimento do concreto, na fase mista, como parte ou toda armadura de tração na laje.

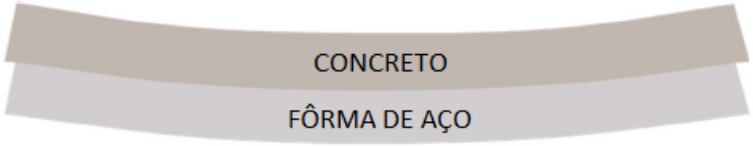
De acordo com a ABNT NBR 8800:2008, a fôrma de aço suporta individualmente essas ações antes do concreto atingir 75% da resistência à compressão. Após o endurecimento do concreto, a fôrma de aço e o concreto atuam em conjunto.

As lajes mistas são vantajosas por dispensarem escoramentos ao longo de uma construção, o que diminui o desperdício de material utilizado. Além disso, é de rápida execução, fácil instalação de dutos e forros, fornece segurança aos operários por trabalhar como plataforma e reduz ou elimina a armadura de tração na região de momento fletor positivo. Entretanto, as lajes mistas possuem algumas desvantagens como a necessidade de utilização de forros, devido à motivos estéticos, e o uso de uma maior quantidade de vigas secundárias devido ao comprimento do vão suportado pelas lajes mistas.

2.3.1 Transferência de cisalhamento nas lajes mistas

Uma laje é identificada como mista de aço e concreto se há transferência de cisalhamento na interface aço e concreto, apenas assim os esforços são resistidos pela ação conjunta dos dois materiais na fase de serviço. Caso não haja transferência de cisalhamento entre a fôrma de aço e o concreto armado, os dois materiais resistirão aos esforços separadamente e haverá um deslizamento entre os dois materiais, conforme ilustrado na Figura 2.4.

Figura 2.4 – Comportamento de lajes de aço e concreto sem comportamento misto



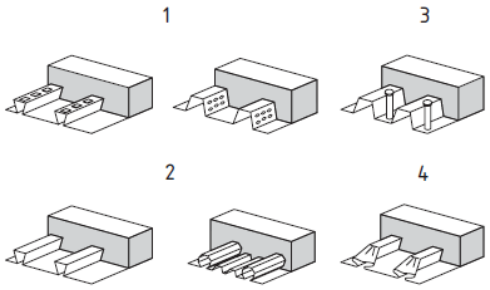
Fonte: Açomais (2020).

Não se pode presumir que exista uma ligação natural efetiva entre o aço e o concreto ou que a simples aderência entre os dois materiais seja capaz de manter o comportamento misto. A maneira efetiva de transmissão do cisalhamento longitudinal se dá por meio de ligação mecânica (mudanças na geometria da fôrma, como as

reentrâncias, chamadas de mossas, Figura 2.5 (1) ou por meio do atrito que surge no concreto confinado em fôrmas de cantos reentrantes, Figura 2.5 (2).

Além disso, pode ser realizada uma amarração de extremidade, Figura 2.5 (3), desde que tenha sido executada uma das ligações anteriores. Tem-se também a opção de realizar uma deformação de extremidade das nervuras, caso tenha sido executada a ligação por atrito, Figura 2.5 (4).

Figura 2.5 – Tipos de ligações entre a fôrma de aço e o concreto



Fonte: EN 1994 1-1:2004.

2.3.2 Comportamento das lajes mistas de aço e concreto

De acordo com Schuster (1982), as lajes mistas tem um comportamento comum e podem ser divididas em três estágios: primeiro estágio de comportamento, segundo estágio de comportamento e estágio final.

Schuster (1982) define que no primeiro estágio a carga é suportada em conjunto pela fôrma de aço e pelo concreto. Assim, a ligação entre os elementos é capaz de transmitir os esforços de cisalhamento, mantendo a ação mista. Dessa forma, os dois materiais sofrem juntos uma flexão antes de ocorrer a ruptura. Ao ocorrer um incremento de carga, inicia-se uma separação vertical entre os materiais, isto porque os materiais possuem diferentes rigidezes à flexão. Neste momento, apenas o concreto suporta a carga adicional. Aumentando-se o carregamento, os fatores subsequentes se elevam, reduzindo cada vez mais a ação mista na região. Essa sequência de fatores forma o primeiro estágio de comportamento.

Quando a carga adicional for maior que a máxima suportada pelo concreto, iniciam-se as fissuras. Quase ao mesmo tempo, inicia-se um deslizamento entre a fôrma de aço e o concreto, que ocasiona um deslizamento de borda entre os materiais, conhecido como *end-slip.* Esse processo caracteriza o segundo estágio de comportamento.

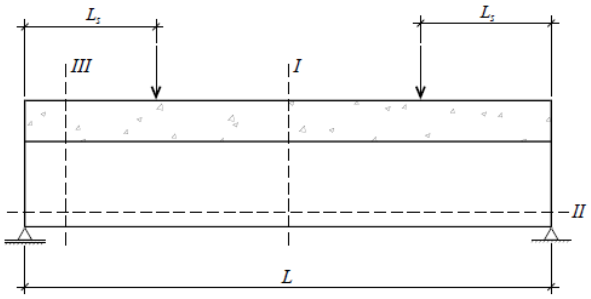
Aumentando-se a carga, ocorre fissuração excessiva e um maior desprendimento do concreto na fôrma de aço. A falha é, então, iniciada quando a resistência à flexão da seção composta se rompe próximo às cargas aplicadas aumentando a separação vertical, que interfere na resistência ao cisalhamento e, consequentemente, aumenta o deslizamento, resultando em um deslizamento final. Nesta etapa, a laje não consegue suportar acréscimos de carregamentos, assim existe a formação de um mecanismo plástico em uma seção qualquer localizada na região de momento máximo.

Este processo continua até que a resistência à flexão e ao cisalhamento sejam esgotados, e, assim, será atingida a carga final. Esta etapa, que é o colapso do sistema, representa o estágio de comportamento final.

2.3.3 Modos de colapso nas lajes mistas de aço e concreto

Com relação aos estados-limites últimos, as lajes mistas podem entrar em colapso devido ao momento fletor, ao cisalhamento longitudinal ou ao cisalhamento vertical. Quando o colapso ocorre na seção I (Figura 2.6), tem-se que o momento solicitante é maior que o momento de plastificação. Além disso, pressupõe-se que existe uma interação completa entre a fôrma de aço e o concreto. Este tipo de colapso, por momento fletor, ocorre em lajes mistas de vãos médio a grande com alto grau de interação entre os materiais.

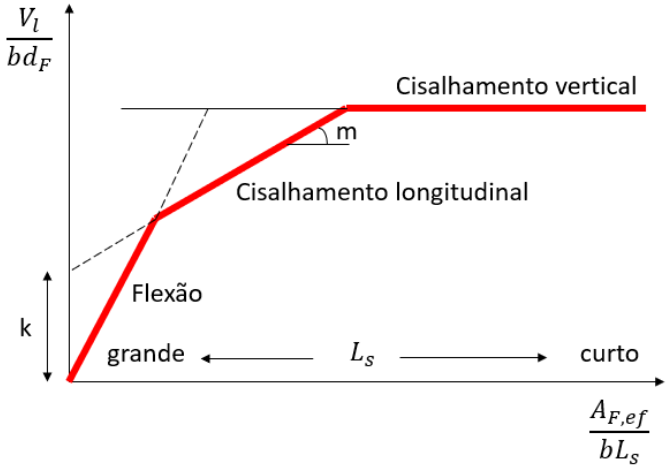
Figura 2.6 – Seções críticas dos possíveis modos de colapso de uma laje mista



Fonte: Grossi (2016).

Na seção II (Figura 2.6), ocorre o colapso por cisalhamento longitudinal, sendo caracterizado pela ação mista com interação parcial. Este colapso ocorre ao longo do vão de cisalhamento e a resistência última é comandada pela interface entre a fôrma de aço e o concreto. Já na seção III (Figura 2.6), o colapso é por cisalhamento vertical e geralmente ocorre em lajes mistas com vãos pequenos e cargas de alta intensidade. Neste colapso, o esforço cortante solicitante é maior que o esforço cortante resistente. A Figura 2.7 apresenta a relação entre os modos de colapso mencionados e o tamanho do vão das lajes mistas.

Figura 2.7 – Modos de colapso de acordo com o tamanho do vão



Fonte: Adaptado de Calado e Santos (2015).

2.3.4 Análise estrutural

Para análise de estruturas, a ABNT NBR 8800:2008 indica o tipo de análise que deve ser feita de acordo com o material e o efeito dos deslocamentos. Em relação aos materiais, os esforços internos podem ser definidos por análise global elástica ou análise global plástica, através dos seus respectivos diagramas tensão-deformação.

A ABNT NBR 8800:2008 também indica que a análise global plástica pode ser utilizada para avaliar seções compactas, desde que possuam capacidade de rotação necessária para a formação de rótulas plásticas e redistribuição de esforço solicitantes. Além disso, pode-se considerar a não-linearidade do material, em algumas ocasiões, utilizando uma análise elástica e reduzindo a rigidez das barras.

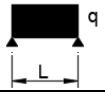
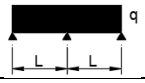
Em relação aos deslocamentos, os esforços internos podem ser encontrados por análise linear ou análise não-linear, baseado na geometria indeformada ou deformada da estrutura, respectivamente. Se os deslocamentos influenciarem os esforços internos, deve ser utilizada a análise não-linear.

De acordo com Johnson (2004), lajes mistas são geralmente analisadas para os momentos fletores últimos da mesma forma que vigas mistas contínuas de seção de classe 2. A análise elástica com a seção não fissurada é usada, com redistribuição de até 30% de momentos negativos, assumindo que toda a carga aja na seção mista. A análise rígido-plástica é permitida pelo EN-1994-1-1:2004 se todas as seções transversais nas rótulas plásticas tiverem comprovada capacidade de rotação.

Neste trabalho, os esforços solicitantes são obtidos com o auxílio do *software* Ftool versão educacional (2002). A ferramenta desenvolvida analisa as situações possíveis de carregamento para as lajes biapoiadas e contínuas e, em seguida, encontra as piores situações para o momento fletor positivo, esforço cortante e momento fletor negativo. Para o cálculo dos deslocamentos derivados da análise elástica linear foram utilizadas as equações da Tabela 2, sendo q a carga variável na laje mista. É previsto

também realizar redistribuição de momentos nos apoios internos nos casos de lajes contínuas.

Tabela 2 – Flechas máximas

Análises	Tipo de vão		Equação
Deslocamento	Vão simples biapoiado		$\delta = \frac{0{,}0130 q\, L^4}{EI}$
	Vão duplo contínuo		$\delta = \frac{0{,}0054 q\, L^4}{EI}$
	Vão triplo contínuo		$\delta = \frac{0{,}0069 q\, L^4}{EI}$

Fonte: Adaptado de ANSI/SDI (2017).

2.3.5 Dimensionamento de lajes mistas

O dimensionamento das lajes mistas será realizado de acordo com a ABNT NBR 8800:2008 e com os trabalhos de Grossi, Santos e Malite (2020) e Grossi (2016).

2.3.5.1 Ações a serem consideradas

As ações consideradas nos cálculos das lajes mistas são as ações permanentes e ações variáveis, com o intuito de analisar os efeitos produzidos por todas as ações presentes na estrutura. De acordo com a ABNT NBR 8681:2004, as ações permanentes são aquelas que possuem valores constantes, ou com pequena variação, ao longo da vida útil da estrutura. Já as ações variáveis, são as que possuem variações significativas ao longo da vida útil da construção. Estas ações são, geralmente, causadas devido ao uso e ocupação da estrutura.

2.3.5.2 Verificação ao momento fletor positivo

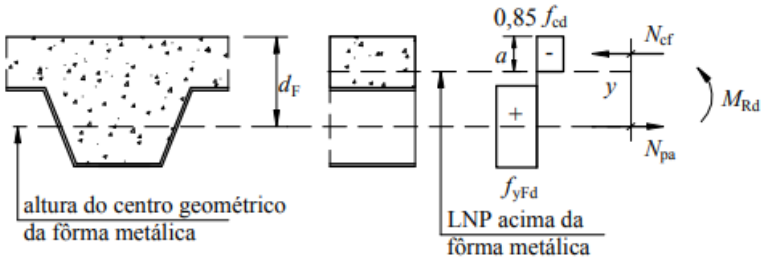
Nas regiões de momento fletor positivo, os esforços de tração nas lajes mistas são resistidos pela fôrma de aço. Em contrapartida, nas regiões de momento fletor

negativo das lajes contínuas, a contribuição da fôrma de aço pode ser considerada na resistência aos esforços de compressão.

No cálculo do momento fletor resistente positivo de cálculo, para o caso de interação total, são consideradas duas situações para a Linha Neutra Plástica (LNP), acima da fôrma de aço e na fôrma de aço. Ademais, de acordo com a ABNT NBR 8800:2008, as lajes são calculadas para uma largura unitária (b) com valor igual a 1.000 mm.

A linha neutra plástica (LNP) encontra-se acima da fôrma de aço quando a força resistente de compressão do concreto ($0{,}85bt_cf_{cd}$) é superior ou igual à força resistente de tração da fôrma de aço ($A_{F,ef}f_{yFd}$), a fim de equilibrar as forças na seção transversal. A Figura 2.8 apresenta o diagrama de tensões para momento fletor positivo quando a linha neutra plástica se encontra acima da face superior da fôrma de aço. Para calcular o momento fletor positivo resistente de cálculo, nos casos em que a LNP está acima da fôrma de aço, utilizam-se as Equações (2.14), (2.150 e (2.16) apresentadas no Quadro 5.

Figura 2.8 – Diagrama de tensões para momento positivo – LNP acima da fôrma de aço

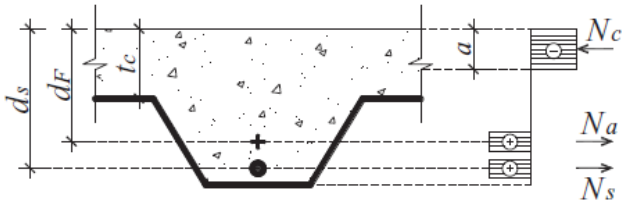


Fonte: ABNT NBR 8800:2008.

A altura da camada de compressão do concreto é representada por a, a distância da face superior da laje de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma é dada por d_F e a área da seção efetiva da fôrma é dada por $A_{F,ef}$. A tensão no concreto é igual a 0,85 do valor da resistência de cálculo à compressão ($0{,}85f_{cd}$) e a tensão no aço é igual à resistência de cálculo ao escoamento por tração (f_{yFd}).

A Figura 2.9 apresenta o diagrama de tensões para momento fletor positivo quando a linha neutra plástica se encontra acima da face superior da fôrma de aço de lajes mistas com armadura adicional. Para calcular esse momento fletor positivo resistente de cálculo utilizam-se as Equações (2.17), (2.18), (2.19) e (2.20), apresentadas no Quadro 5.

Figura 2.9 – Diagrama de tensões para momento positivo – LNP acima da forma de aço – com armadura adicional



Fonte: Grossi, Santos e Malite (2020).

A distância da face superior da laje de concreto ao centro da armadura longitudinal de tração é representada por d_s e a força resistente de tração na armadura é dada por N_s.

Quadro 5 - Equações para o cálculo do Momento Fletor Positivo de Cálculo acima da fôrma de aço

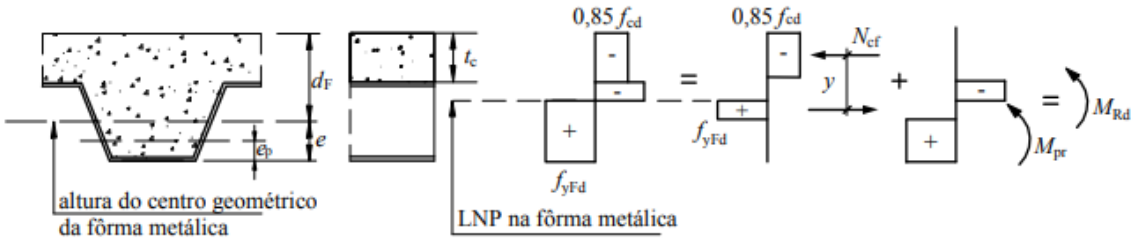
Posição da LNP		Equação	Nº da equação
Acima da fôrma de aço	Sem amadura adicional	$N_{pa} = A_{F,ef} f_{yFd}$	(2.14)
		$a = \frac{N_{pa}}{0{,}85 f_{cd} b}$	(2.15)
		$M_{Rd}^{+} = N_{pa}(d_F - 0{,}5a)$	(2.16)
	Com armadura adicional	$N_{pa} = A_{F,ef} f_{yFd}$	(2.17)
		$N_s = A_s f_{sd}$	(2.18)
		$a = \frac{N_{pa} + N_s}{0.85 f_{cd} b}$	(2.19)
		$M_{Rd}^{+} = N_{pa}(d_F - 0.5a) + N_s(d_s - 0.5a)$	(2.20)

Fonte: ABNT NBR 8800:2008

A LNP encontra-se na fôrma de aço quando a força resistente de compressão do concreto ($0{,}85 b t_c f_{cd}$) acima das nervuras é inferior à força resistente de tração da fôrma de aço ($A_{F,ef} f_{yFd}$). A Figura 2.10 apresenta o diagrama de tensões para

momento positivo quando a linha neutra plástica se encontra na fôrma de aço. Para calcular o momento fletor positivo resistente de cálculo, nos casos em que a LNP cai na fôrma de aço, utilizam-se as Equações (2.21), (2.22), (2.23) e (2.24) apresentadas no Quadro 6.

Figura 2.10 - Diagrama de tensões para momento positivo – LNP na fôrma de aço

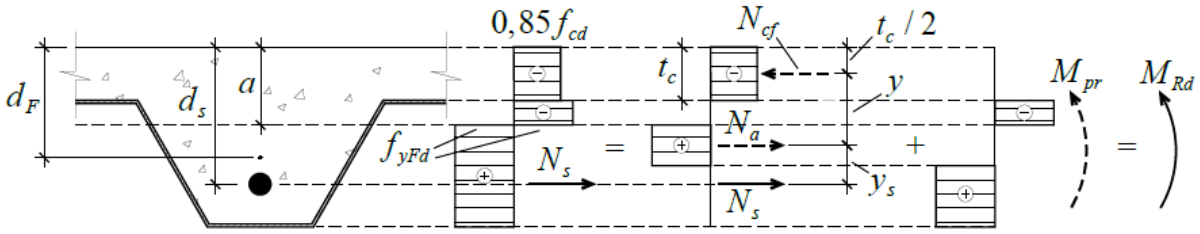


Fonte: ABNT NBR 8800:2008.

Observa-se na Figura 2.10 que a distância entre a força de compressão e a força de tração da fôrma de aço é representada por y. Para encontrar esse valor é necessário conhecer a altura total da laje (h_t), altura da capa de concreto (t_c), distância da LNP da fôrma à face inferior da seção transversal (e_p) e a distância do centro geométrico da fôrma à face inferior da seção transversal (e). Além disso, o momento de plastificação da fôrma de aço, considerando sua seção efetiva, dividido pelo coeficiente de ponderação da resistência (γ_{a1}) é dado por M_{pa} e o momento de plastificação da fôrma de aço reduzido pela presença da força axial é dado por M_{pr}.

A Figura 2.11 apresenta o diagrama de tensões para momento positivo quando a linha neutra plástica se encontra na fôrma de aço de lajes mistas com armadura adicional. Para calcular o momento fletor positivo resistente de cálculo utilizam-se as Equações (2.25), (2.26), (2.27), (2.28), (2.29) e (2.30) apresentadas no Quadro 6.

Figura 2.11 - Diagrama de tensões para momento positivo – LNP na fôrma de aço – com armadura adicional



Fonte: Adaptado de Grossi (2016).

Observa-se na Figura 2.11 que a distância entre a força de tração da fôrma e a força de tração da armadura adicional é representada por y_s e a distância entre a força de compressão e a força de tração da fôrma de aço é representada por y. Além disso, o momento de plastificação da fôrma de aço reduzido pela presença da força axial é dado por M_{pr}. Para calcular o y e o M_{pr} é preciso conhecer a força resistente de tração na armadura é dada por N_s.

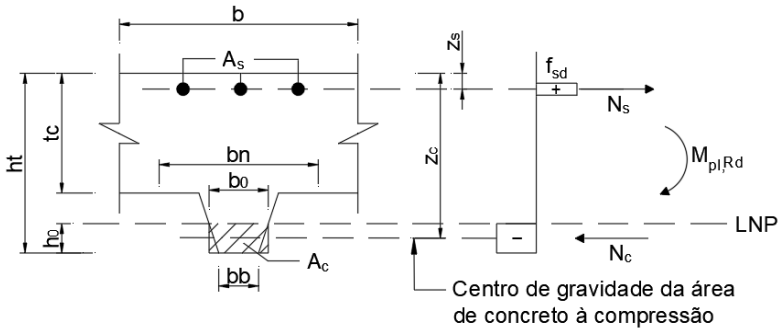
Quadro 6 - Equações para o cálculo do Momento Fletor Positivo de Cálculo na fôrma de aço

Na fôrma de aço	Sem amadura adicional	$N_{cf} = 0{,}85bt_cf_{cd}$	(2.21)
		$M_{pr} = 1{,}25M_{pa}\left(1 - \frac{N_{cf}}{N_{pa}}\right) \leq M_{pa}$	(2.22)
		$y = h_t - 0{,}5t_c - e_p + (e_p - e)\frac{N_{cf}}{N_{pa}}$	(2.23)
		$M_{Rd}^{+} = N_{cf}y + M_{pr}$	(2.24)
	Com armadura adicional	$N_{cf} = 0{,}85bt_cf_{cd}$	(2.25)
		$N_s = A_sf_{sd}$	(2.26)
		$y = h_t - 0{,}5t_c - e_p + (e_p - e)\frac{\lvert N_{cf} - N_s\rvert}{N_{pa}}$	(2.27)
		$y_s = d_s - y - 0{,}5t_c$	(2.28)
		$M_{pr} = 1{,}25M_{pa}\left(1 - \frac{\lvert N_{cf} - N_s\rvert}{N_{pa}}\right) \leq M_{pa}$	(2.29)
		$M_{Rd}^{+} = N_{cf}y + N_sy_s + M_{pr}$	(2.30)

2.3.5.3 Verificação ao momento fletor negativo

Para calcular o momento fletor resistente negativo de cálculo, faz-se uma sequência de cálculos conservadora, desprezando-se a contribuição da fôrma de aço comprimida. Na Figura 2.12 está apresentado o diagrama de tensões para momento negativo quando a linha neutra plástica se encontra na fôrma de aço.

Figura 2.12 - Diagrama de tensões para momento negativo – LNP na fôrma de aço



Fonte: Adaptada de Calado e Santos (2013).

O cálculo das forças de compressão do concreto (N_c) e de tração da armadura (N_s) podem ser realizados pelas Equações (2.31) e (2.32), ambas apresentadas no Quadro 7. Além disso, para encontrar a linha neutra plástica, é necessário que a condição da Equação (2.33) seja atendida.

O momento fletor resistente plástico pode ser encontrado a partir da Equação (2.34) e a posição da linha neutra plástica (a) é encontrada pela Equação (2.35), considerando que a nervura possui uma largura média representada por b_0. O braço de alavanca do momento fletor (z) é dado pela Equação (2.45), sendo z_s a distância da armadura negativa ao topo da laje e z_c a distância do centro de gravidade da área comprimida do concreto ao topo da laje. Além disso, a área resistente do concreto é representada por A_c, A_s representa a armadura negativa, f_{sd} é a resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura, f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto à compressão e $M_{pl,Rd}$ é o momento fletor resistente plástico. Assim, é possível encontrar o momento fletor resistente negativo de cálculo através da Equação (2.37).

Quadro 7 – Equações para o momento fletor negativo

$N_c = 0{,}85 f_{cd} A_c$	(2.31)
$N_s = A_s f_{sd}$	(2.32)
$-N_c + N_s = 0$	(2.33)
$M_{pl,Rd} = N_c z_c - N_s z_s$	(2.34)
$a = h_t - \frac{A_s f_{sd}}{0{,}85 f_{cd} b_0}$	(2.35)
$z = z_c - z_s$	(2.36)
$M_{Rd}^{-} = A_s f_{sd} z$	(2.37)

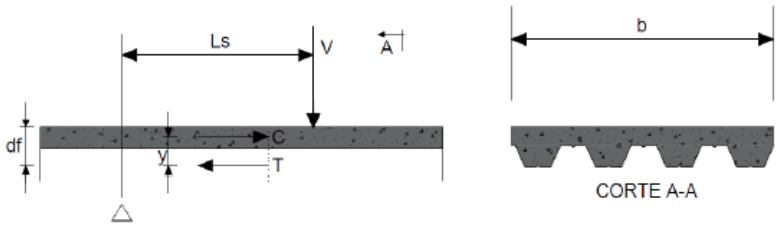
Fonte: Calado e Santos (2013).

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014 a armadura negativa na capa de concreto deve atender restrições de espaçamento máximo e diâmetro. O espaçamento máximo deve ser igual a duas vezes a altura da laje mista ou 20 cm e o diâmetro máximo da armadura igual a um oitavo da capa de concreto da laje mista.

2.3.5.4 Verificação ao cisalhamento longitudinal

Na determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal, utiliza-se o método *m-k*, que é considerado o método padrão para calcular a força cortante longitudinal resistente de cálculo ($V_{l,Rd}$). Esta força deve ser maior ou igual ao esforço de cisalhamento solicitante máximo (V_{Sd}). Para o desenvolvimento do método *m-k*, são necessários ensaios experimentais em lajes mistas simplesmente apoiadas com duas cargas concentradas dispostas simetricamente aos apoios, com uma distância L_s, como apresentado na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Diagrama com tensões que geram o braço de alavanca



Fonte: Martins, Queiroz e Pimenta (2012).

Considerando que a altura do bloco de compressão do concreto (a), representado na Figura 2.8, é muito pequena quando comparada à d_F , de maneira que $y = d_F - \frac{a}{2} \cong d_F$, pode-se adotar y igual a d_F. Além disso, a área que representa o cisalhamento equivale a b x L_s e a força de tração (T) pode ser adotada como a soma da força de atrito nos apoios (k_1) e a força resistente ao cisalhamento longitudinal ($k_2 b L_s$), sendo k_2 uma constante de proporcionalidade. Além disso, utiliza-se um coeficiente de ponderação da resistência, representado por γ_{sl}.

Ao se igualar as Equações (2.38) e (2.41), é possível encontrar a força cortante longitudinal resistente de cálculo ($V_{l,Rd}$) dividindo pelo coeficiente de ponderação da resistência conforme Equação (2.43) e fazendo $m = k_1/A_{F,ef}$ e $k = k_2$.

Quadro 8 – Equações primárias para encontrar o cisalhamento longitudinal

$M_{Sd} = V\ L_s$	(2.38)
$M_{Rd} = T\ y$	(2.39)
$M_{Rd} = T\ d_F$	(2.40)
$M_{Rd} = (k_1 + k_2 b L_s) d_F$	(2.41)
$VL_s = k_1 d_F \frac{b\ A_{F,ef}}{b\ A_{F,ef}} + k_2 b L_s d_F$	(2.42)
$V_{l,Rd} = \frac{b d_F \left[\left(\frac{m A_{F,ef}}{b L_s}\right) + k\right]}{\gamma_{sl}}$	(2.43)

Fonte: ABNT NBR 8800:2008

Durante o ensaio, são registradas as cargas aplicadas na laje, a flecha e o deslizamento entre a fôrma e o concreto, em intervalos de tempos iguais. Para analisar as informações, cria-se um gráfico com coordenadas x e y, sendo x a área efetiva da fôrma dividida pelo produto da largura (b) com o vão de cisalhamento (L_s) e sendo y a força cortante vertical (V_t) dividida pelo produto da largura (b) com a distância da face superior da laje de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma (d_F). Dessa forma, cada ponto terá como coordenada o equivalente a $\left(\frac{A_{F,ef}}{bL_s}, \frac{V_t}{bd_F}\right)$ e pode ser traçado no gráfico.

Em seguida é realizado uma regressão linear destes pontos e se obtém alguns parâmetros como o coeficiente m representado pela inclinação da reta. Este coeficiente é dado em N/mm² e expressa o atrito na interface. Enquanto o coeficiente k, que é a ordenada na origem, também é dado em N/mm² e representa a capacidade resistente da conexão entre os materiais.

O vão de cisalhamento deve ser adotado como um dos critérios definidos pela ABNT NBR 8800:2008, apresentados abaixo:

- para lajes com cargas uniformemente distribuídas, utiliza-se um vão de cisalhamento de $L_F/4$, sendo L_F o vão teórico da laje na direção das nervuras;
- pode-se adotar como a distância entre carga aplicada e o apoio mais próximo para duas cargas concentradas simétricas;

- pode-se considerar como a relação entre o máximo momento e a maior reação de apoio, para outras condições de carregamento, incluindo combinação de carga distribuída ou cargas concentradas assimétricas.

Além disso, a norma permite que nos casos de lajes mistas contínuas seja considerado um vão simplesmente apoiado equivalente para a determinação da resistência ao cisalhamento. Este vão pode ser considerado igual a 80% do vão real, para vãos internos, e 90% para vãos de extremidade.

A resistência ao cisalhamento longitudinal pode ser aumentada pela presença de conectores de cisalhamento nas vigas de apoio das lajes ou por outros meios que restrinjam o movimento relativo entre fôrma de aço e o concreto, conforme o EN 1994-1-1:2004. A presença de armadura de tração adicional à forma de aço também altera a resistência ao cisalhamento longitudinal. Assim, Grossi, Santos e Malite (2020), após calibração por meio de ensaios tipo m-k, propuseram a Equação (2.44) para levar em consideração a influência da armadura adicional no esforço de cisalhamento longitudinal de cálculo ($V_{l,Rd}$).

$$V_{l,Rd} = \frac{bd_F\left[\frac{mA_{F,ef}}{bL_s} + k + \frac{N_s d_s}{bd_F L_s}\right]}{\gamma_{sl}} \tag{2.44}$$

onde d_s é a distância do topo da laje ao centro de gravidade da armadura adicional, ver Figura 2.9. Segundo Johnson (2004), o método m-k tem sido uma ferramenta adequada de projeto para vãos curtos e comportamento frágil. Entretanto, para explorar o comportamento dúctil das novas formas de aço, que vencem maiores vãos e possuem boa resistência na interface aço-concreto, é necessário usar o método da resistência parcial. Além disso, muitos ensaios são necessários antes que o intervalo de aplicação possa ser estendido, por exemplo, para incluir ancoragem de extremidade ou usar barras de armadura longitudinal. Nesta pesquisa, optou-se por usar o método m-k porque os coeficientes das formas nacionais eram conhecidos. Na análise de lajes com armadura adicional, utilizou-se a expressão de Grossi, Santos e Malite (2020), Equação (2.44).

A ABNT NBR 8800:2008 prescreve que a resistência ao cisalhamento longitudinal também pode ser calculada pelo método parcial de acordo com o EN 1994-1-1:2004.

2.3.5.5 Verificação ao cisalhamento vertical

O cisalhamento vertical é uma das formas de colapso que a laje mista pode sofrer, caracterizado pelo cisalhamento do concreto e pela fissuração inclinada. Para determinar a força cortante vertical resistente de cálculo ($V_{v,Rd}$) de lajes mistas é necessário conhecer o somatório da força cortante vertical resistente de cálculo da fôrma de aço incorporada ($V_{v,F,Rd}$), determinada de acordo com a ABNT NBR 14762:2010, com a força cortante vertical resistente de cálculo do concreto ($V_{v,c,Rd}$), sendo que este valor deve ser menor que a força cortante máxima ($V_{máx}$).

Para encontrar a força cortante vertical resistente de cálculo do concreto, utilizam-se as Equações (2.45), (2.46) e (2.47), descritas no Quadro 9. Sendo que a largura entre duas nervuras consecutivas é representada por (b_n) e η é dado no Anexo O da ABNT NBR 8800:2008.

Quadro 9 – Equações para a força cortante vertical resistente

$V_{v,Rd} = V_{v,F,Rd} + V_{v,c,Rd} \leq V_{máx}$	(2.45)
$V_{v,c,Rd} = \frac{1000\tau_{Rd}k_v(1{,}2 + 40\rho)A_v}{b_n}$	(2.46)
$V_{máx} = \frac{1000 \times 0{,}285(f_{ck})^{1/2}A_v}{b_n}$	(2.47)

Fonte: ABNT NBR 8800:2008

Para realizar estes cálculos, é necessário utilizar as considerações apresentadas no Quadro 10 conforme descrito pela NBR 8800:2008.

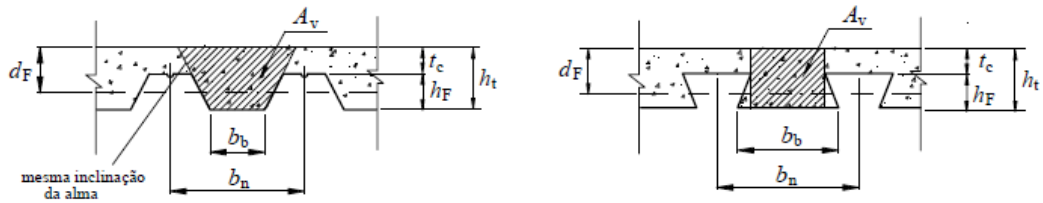
Quadro 10 – Considerações da ABNT NBR 8800:2008 para cálculo de força cortante vertical

$\rho = \frac{A_s}{A_v} \leq 0{,}02$	A_s é a área da armadura longitudinal de tração, referente à área A_v. A_v é a área resistente do concreto.
$k_v = \left(1{,}6 - \frac{d}{1000}\right) \geq 1{,}0$ caso haja armadura longitudinal de tração que se estenda a não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada;	d é a distância da face superior da laje de concreto ao centro da armadura longitudinal de tração. $l_{b,nec}$ é o comprimento de ancoragem necessário, para concreto de densidade normal, ou para concreto de baixa densidade.
$k_v = 1{,}0$ nos outros casos	
$\tau_{Rd} = 0{,}25 f_{ctd}$	τ_{Rd} é a tensão de cisalhamento resistente de cálculo. f_{ctd} é a resistência de cálculo do concreto à tração.
$f_{ctd} = \frac{\eta f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$	$f_{ctk,inf}$ é a resistência à tração direta característica inferior do concreto igual a $0{,}21 {f_{ck}}^{2/3}$ expressa em megapascal (MPa).

Fonte: ABNT NBR 8800:2008

Na Figura 2.14 são ilustrados alguns dos parâmetros citados no Quadro 10.

Figura 2.14 – Área resistente do concreto



Fonte: ABNT NBR 8800:2008

2.3.5.6 Verificação do ELS de fissuração do concreto

Pela ABNT NBR 8800:2008, o estado-limite de fissuração do concreto em regiões de momento negativo de lajes contínuas deve ser verificado de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 para o concreto de densidade normal ou, na ausência de Norma Brasileira aplicável, de acordo com o EN 1992-1-1:2004 para o concreto de baixa densidade. Para lajes calculadas como simplesmente apoiadas, deve-se colocar armadura para combater os efeitos de retração e temperatura com área não menor que 0,1% da área de concreto acima da face superior da fôrma. Essa armadura deve ser colocada preferencialmente a 20 mm abaixo do topo da laje.

Nas lajes contínuas, é preciso verificar a fissuração do concreto nas regiões de momento negativo de acordo com a ABNT NBR 6118:2014. Para dispensar a avaliação da grandeza da abertura de fissuras e atender ao estado-limite de fissuração (para aberturas máximas esperadas da ordem de 0,3 mm em concreto armado), um elemento estrutural deve ser dimensionado respeitando as restrições de diâmetro e espaçamento apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência

Tensão na barra	Valores máximos	
	Concreto sem armaduras ativas	
σ_s (MPa)	$\phi_{máx}$	$s_{máx}$
160	32	30
200	25	25
240	20	20
280	16	15
320	12,5	10
360	10	5
400	8	-

Fonte: Adaptada da ABNT NBR 6118:2014.

Também, deve-se atender as exigências de cobrimento feitas pela norma:

- garantir um cobrimento mínimo (c_{min}) acrescido da tolerância de execução (Δ_c), sendo que esse cobrimento deve seguir a Tabela 4 para tolerância igual a 10mm;

Tabela 4 – Relação entre classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta_c = 10mm$

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45

Fonte: Adaptada da ABNT NBR 6118:2014

- Δ_c deve ser maior ou igual 10 mm para obras correntes;

- Δ_c pode ser reduzido para 5 mm em situações que seja garantida a qualidade e rígidos limites de tolerância das medidas;

- cobrimento nominal deve ser sempre maior ou igual ao diâmetro da barra.

Além disso, o diâmetro do agregado escolhido deve ser menor ou igual a 1,2 vezes a espessura do cobrimento nominal. A armadura mínima, calculada pela Equação (2.48), pode ser considerada atendida se as taxas mínimas, apresentadas na Tabela 5, forem respeitadas.

$$A_{s,mín} = \rho_{mín} A_c \tag{2.48}$$

onde A_c é a área da seção transversal da laje de concreto.

Tabela 5 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Valores de $\rho_{mín}$ $\left({}^{A_{s,min}}/_{A_c}\right)$ em %							
f_{ck} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
Seção retangular	0,15	0,15	0,15	0,164	0,179	0,194	0,208

Fonte: Adaptada da ABNT NBR 6118:2014

Deve-se verificar também se a soma das armaduras de tração e compressão não está excedendo em 4% da área da seção transversal da laje.

2.3.5.7 Verificação do ELS de deslocamento vertical excessivo

O deslocamento vertical de lajes mistas de aço e concreto não pode ser maior que ${}^{L_F}/_{350}$, considerando apenas o efeito das ações variáveis, onde L_F é o vão teórico da laje na direção das nervuras.

Para determinar o valor da flecha, é necessário homogeneizar seção transversal, transformando a mesa colaborante de concreto em aço em função da razão modular ($\propto_E$) que é a razão entre o módulo de elasticidade do aço (E) pelo módulo de elasticidade secante do concreto (E_c), Equação (2.49) do Quadro 11.

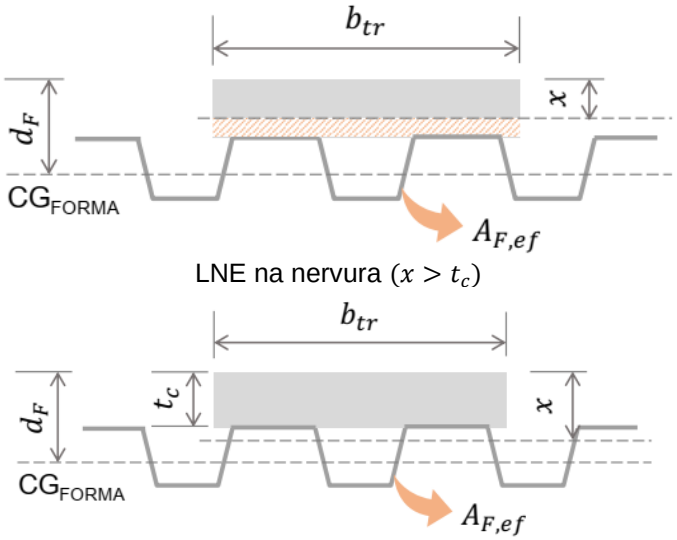
Para encontrar a seção equivalente em aço (largura correspondente à seção, representada por b_{tr}, como representada na Figura 2.15, utiliza-se a Equação (2.50) que consta no Quadro 11.

Figura 2.15 – Homogeneização da seção transversal mista

Fonte: Favarato (2021).

Em seguida, é preciso calcular a posição da linha neutra elástica da seção homogeneizada seguindo as Equações (2.51) e (2.52), descritas no Quadro 11. Neste cálculo, o concreto tracionado é desprezado, assim como o concreto no interior das nervuras, o que pode ser observado na Figura 2.16.

Figura 2.16 – Considerações para o cálculo da inércia transformada da laje



Fonte: Adaptada de Favarato (2021).

Conhecendo-se a linha neutra elástica (LNE), calcula-se o momento de inércia da seção homogeneizada (I_{tr}). Nas lajes mistas sem armadura adicional, quando a LNE encontra-se na capa de concreto, deve-se utilizar a Equação (2.53), e quando a LNE encontra-se na nervura utiliza-se a Equação (2.54), ambas apresentadas no Quadro 11.

Quadro 11 – Equações para encontrar a flecha em lajes mistas sem armadura adicional

$\propto_E = \frac{E}{E_c}$	(2.49)
$b_{tr} = \frac{1000}{\propto_E}$	(2.50)
$\sum Q_{LNE} = 0$	(2.51)
$b_{tr} x \left(\frac{x}{2}\right) - A_{F,ef}(d_F - x) = 0 \qquad \text{Sendo } x \leq t_c$	(2.52)
$I_{tr} = I_{F,ef} + A_{F,ef}(d_F - x)^2 + \frac{b_{tr} x^2}{3}$	(2.53)
$I_{tr} = I_{F,ef} + A_{F,ef}(d_F - x)^2 + \frac{b_{tr} {t_c}^3}{12} + b_{tr} t_c \left(x - \frac{t_c}{2}\right)^2$	(2.54)

Fonte: ABNT NBR 8800:2008.

Sendo que o momento de inércia da fôrma de aço é dado por $I_{F,ef}$, a altura da capa de concreto é representada por t_c e x corresponde à altura da seção homogeneizada.

Nas lajes mistas com armadura adicional, quando a LNE encontra-se na capa de concreto, deve-se utilizar a Equação (2.59), e quando a LNE encontra-se na nervura utiliza-se a Equação (2.60), ambas apresentadas no Quadro 12.

Quadro 12 – Equações para encontrar a flecha em lajes mistas com armadura adicional

$\propto_E = \frac{E}{E_c}$	(2.55)
$b_{tr} = \frac{1000}{\propto_E}$	(2.56)
$\sum Q_{LNE} = 0$	(2.57)
$b_{tr} x \left(\frac{x}{2}\right) - A_{F,ef}(d_F - x) - A_s(d_s - x) = 0 \qquad \text{Sendo } x \leq t_c$	(2.58)
$I_{tr} = I_{F,ef} + A_{F,ef}(d_F - x)^2 + \frac{b_{tr} x^3}{3} + n_s \frac{\pi \phi^2}{4}\left[\frac{\phi^2}{16} + (x - d_s)^2\right]$	(2.59)
$I_{tr} = I_{F,ef} + A_{F,ef}(d_F - x)^2 + \frac{b_{tr} {t_c}^3}{12} + b_{tr} t_c \left(x - \frac{t_c}{2}\right)^2 + n_s \frac{\pi \phi^2}{4}\left[\frac{\phi^2}{16} + (x - d_s)^2\right]$	(2.60)

Fonte: ABNT NBR 8800:2008

2.3.5.8 Disposições construtivas

A ABNT NBR 8800:2008 determina alguns parâmetros a serem seguidos:

- A espessura do concreto acima do topo da fôrma de aço deve ser de no mínimo 50 mm (Figura 2.17).

Figura 2.17 – Espessura do concreto acima da fôrma de aço

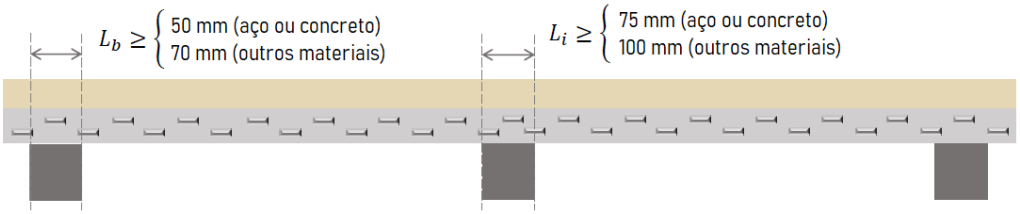
Fonte: Favarato (2021).

- O agregado graúdo deve ter como dimensão máxima: $0{,}40t_c$, 30 mm e $b_0/3$, sendo b_0 a largura mínima das nervuras para fôrmas reentrantes e a largura média das nervuras para fôrmas trapezoidais.

- As armaduras adicionais para resistir aos momentos fletores positivos e negativos devem seguir a ABNT NBR 6118:2014, para os casos de concreto com densidade normal, e seguir o EN 1992-1-1:2004, quando não houver especificação na norma brasileira, para os casos de concreto com baixa densidade.

- o comprimento de apoio da laje mista deve ser o valor mínimo capaz de evitar os estados limites correspondentes, como enrugamento da alma da fôrma de aço ou esmagamento do apoio. No entanto, este valor deve ser maior ou igual a 75 mm para apoio em aço ou concreto e 100 mm para apoio de outros materiais. Além disso, nas extremidades da fôrma esses valores podem ser reduzidos para 50 mm e 70 mm, respectivamente (Figura 2.18).

Figura 2.18 – Dimensões normativas para os apoios da laje mista



Fonte: Adaptada de Favarato (2021).

2.4 ESTADO DA ARTE

Pelo fato das lajes mistas de aço e concreto terem uma boa capacidade de suporte, esse tipo de estrutura vem sendo muito utilizada nas indústrias e edifícios. Dessa forma, diversos estudos sobre lajes mistas buscam melhorar o comportamento dessas estruturas e encontrar a melhor relação entre os materiais que a constitui, no caso a fôrma de aço, o concreto e as armaduras.

Cifuentes e Medina (2013) analisaram o comportamento ao cisalhamento longitudinal da interface entre o materiais (fôrma de aço e concreto) nas lajes mistas biapoiadas. Nesta pesquisa, os autores realizaram ensaios experimentais e utilizaram uma carga cíclica para analisar o efeito da carga ao longo da vida útil. Os autores demonstraram que a rigidez da conexão de cisalhamento é influenciada pela espessura das fôrmas de aço. Além disso, observaram que quanto maior a espessura das fôrmas de aço, maior a resistência ao cisalhamento e menor o efeito da carga cíclica.

Abas *et al.* (2013) estudaram maneiras de melhorar o desempenho das lajes mistas contínuas. Em sua pesquisa, foi analisado o uso e influência da fibra de aço na região de momento negativo e na redistribuição dos momentos. Foi verificado que as fibras de aço fornecem um maior controle de fissuração, além de aumentar a capacidade de carga de lajes mistas contínuas.

Na pesquisa de Gholamhoseini *et al.* (2014) é analisada a aderência entre a fôrma de aço e o concreto em lajes mistas biapoiadas e avaliada a tensão de cisalhamento longitudinal. Nesta pesquisa foi criado um modelo numérico para avaliar esses fatores e demonstrou-se que a capacidade de resistência ao momento fletor pós-fissuração aumentou e que foi controlada pelo deslizamento na interface concreto-aço.

Ahmed *et al.* (2019) também estudaram a resistência longitudinal em lajes mistas biapoiadas. Por meio de ensaios experimentais, os autores demonstraram que existe uma relação entre a resistência ao cisalhamento longitudinal e a razão $^{d_F}/_{L_s}$, sendo

d_F a distância da capa de concreto ao centróide da fôrma e L_s o vão de cisalhamento. Isto facilita a análise ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas, uma vez que cada laje mista possui um valor diferente de m e k. Também foi verificada a eficácia da conexão ao cisalhamento com a avaliação dos deslizamentos e o comportamento de acordo com o vão da laje. Com esta pesquisa, percebe-se que existem aspectos sobre as formulações das lajes mistas que podem ser aprimorados.

Sheet *et al*. (2019) estudaram o cisalhamento em lajes mistas biapoiadas com diferentes fôrmas de aço. Neste estudo, é proposta uma equação para avaliar a tensão de cisalhamento através do método m-k. Kataoka, Friedrich e El Debs (2017) estudaram o cisalhamento de lajes mistas com uso de uma fôrma de aço desenvolvida no estudo. A fôrma de aço projetada foi considerada adequada.

Pereira e Simões (2019) analisaram a resistência ao cisalhamento vertical de lajes mistas biapoiadas. Os autores fizeram análises experimentais, seguindo os critérios normativos, e em seguida, compararam os resultados com as previsões da EN 1994-1-1:2004. Embora as fôrmas de aço não sejam consideradas no cálculo da resistência ao cisalhamento vertical pelo EN 1994-1-1:2004, foi notado experimentalmente, sua expressiva contribuição na resistência ao cisalhamento vertical, o que demonstra que a EN 1994-1-1:2004 atua de forma conservadora.

Pereira e Simões (2020) propuseram um sistema para aumentar a resistência ao cisalhamento longitudinal de lajes mistas contínuas e biapoiadas. Esse sistema trata-se da inserção de barras transversais adicionais no topo das nervuras da fôrma, o qual foi capaz de aumentar a resistência ao cisalhamento longitudinal e dar maior ductilidade às lajes mistas.

Grossi, Santos e Malite (2020) realizaram estudos sobre o uso de barras adicionais em lajes mistas biapoiadas. Nesta pesquisa, os autores elaboraram ensaios experimentais com um número restrito de lajes e, para validação dos dados, utilizaram formulações analíticas com uma variedade maior de lajes. Através destes estudos, foi possível perceber que as barras adicionais inseridas nas regiões de momento positivo

das lajes aumentaram o comportamento dúctil e a capacidade de carga das lajes mistas. Os autores conseguiram demonstrar que existe uma relação direta entre a rigidez e o incremento de área da armadura positiva.

Zhang *et al.* (2020) buscaram analisar o comportamento de lajes mistas contínuas executadas com agregado reciclado. Neste estudo foram analisadas três lajes mistas contínuas com o objetivo de analisar os efeitos da retração quando se usa agregados reciclados.

Tian *et al.* (2021) realizaram ensaios experimentais e análises numéricas em dois tipos de lajes mistas contínuas, uma com conexão por pinos e outra com conexão por chapa dobrada. Com este estudo foi possível demonstrar que as lajes mistas contínuas com conexão por chapa dobrada têm maior capacidade de carga e melhor desempenho.

Bolina, Futikian e Rodrigues (2021) realizaram estudos em lajes mistas contínuas afim de entender seu desempenho em situação de incêndio. De acordo com os autores, era necessário verificar o efeito da continuidade entre painéis em situações de incêndio, avaliando o desempenho estrutural da fôrma de aço contínua.

Celis-Imbajoa, Paredes e Bedoya-Ruiz (2021) realizaram um estudo experimental e analítico sobre a capacidade resistente de lajes mistas biapoiadas com e sem armadura adicional . Foram analisados a resistência à flexão, esbeltez, deflexão e carga máxima. Já nos estudos de Fonseca, Marques e Simões (2015), foi analisado o comportamento das lajes mistas biapoiadas para um novo tipo de ancoragem de extremida.

Atualmente, temas de otimização de estruturas mistas tem sido objeto de estudo de diversas pesquisas. Poitras, Lefrançois e Cormier (2011) utilizaram o PSO para analisar pisos mistos, por meio da otimização do peso ou custo. No trabalho de Vosoughi and Gerist (2014), o PSO foi utilizado para verificar danos em vigas mistas.

Kravanja, Zula e Klansek (2017), propuseram otimizações multiparamétricas de sistemas de piso com viga mista com base em fatores como custo, mão de obra, comprimento de vão, resistência dos materiais, e outros. Lin, Wang e Xu (2019) propuseram a otimização da distribuição dos conetores de cisalhamento em vigas mistas por meio do PSO.

Tormen *et al.* (2020) teve como objetivo otimizar vigas mistas visando o menor custo e impacto ambiental utilizando o *software* Fortran. A pesquisa foi baseada em perfis comercializados, o que facilita a execução das soluções encontradas. Silva, Das Neves e Júnior (2020) buscaram pesquisar sobre a otimização de vigas mistas com interação parcial utilizando um algoritmo de programação não linear. Com este estudo, foi possível verificar a influência do deslizamento na interface aço-concreto e do grau de interação da conexão no comportamento da viga.

CAO *et al.* (2021) estudaram vigas mistas e elaboram um modelo numérico. Foram realizados testes em algumas vigas mistas com a utilização de sensores afim de analisar as vibrações ocorridas. A partir disso, foi proposto um modelo numérico com o Algoritmo Genético para prever as vibrações que poderiam ocorrer na estrutura.

Além das pesquisas com o algoritmo PSO, pode-se destacar os trabalhos que fizeram uso do GWO em diversos temas da engenharia estrutural. Estudos como o de Lu, Gao e Yi (2018) sobre a otimização topológica de estruturas celulares, onde o algoritmo GWO se mostrou eficiente na busca pelas soluções do problema.

Kohli e Arora (2018) estudaram maneiras de melhorar a velocidade de convergência global das soluções por meio da aplicação de mapas caóticos de posicionamento. Os autores sugerem diferentes formas de representar matematicamente esses mapas. Neste trabalho está sendo utilizado o mapeamento de Chebyshev.

Shariati *et al.* (2022) que estudaram a previsão da resistência à compressão do concreto com substituição parcial do cimento com cinza volante e escória de alto forno. Ghalambaz, Yengejeh e Davami (2021) aplicaram o GWO na otimização de energia

de edificações. Com essa pesquisa, os autores buscaram simular o comportamento térmico e estimar o consumo de energia de edificações.

Kalananda e Komanapalli (2023) propõe uma modificação no GWO para melhorar a convergência na busca por soluções de problemas com restrições de engenharia. Senel *et al.* (2019) propõe uma hibridização entre o PSO e o GWO para obter um novo algoritmo para solução de problemas de engenharia, entre outros. Os autores encontraram melhores soluções ótimas e com menor número de interações.

Além dos trabalhos de sistema de mistos de aço e concreto, estudos de otimização estrutural, com foco na minimização das emissões de CO_2 vem sendo propostos de modo a minimizar os impactos ambientais com o objetivo de encontrar estruturas mais sustentáveis.

Santoro e Kripka (2020) analisaram as emissões de CO_2 das matérias-primas do concreto armado considerando a sua produção e o transporte. Guimarães *et al.* (2022) avaliaram os impactos ambientais dos pilares tubulares mistos preenchidos e demonstraram que as melhores soluções foram as obtidas com concreto de maior resistência.

Arpini *et al*. (2022) apresentaram uma otimização em relação os impactos ambientais e econômicos por meio do AG. Os autores encontraram soluções ótimas com menores geometrias e peso. No entanto, também concluíram que a solução ótima para as emissões de CO_2 não equivale, em alguns casos, para a mesma solução otimizada pelo custo.

Fiorotti *et al.* (2023) apresentam um estudo para minimizar as emissões de CO_2 e o custo para vigas protendidas de aço com utilização do Algoritmo Genético. Erlacher, Calenzani e Alves (2023) analisaram as emissões de CO_2 na otimização topológica de treliças mistas de aço e concreto via PSO e AG. Os autores analisaram perfis tubulares com e sem preenchimento de concreto e cantoneiras duplas. A solução de

perfis tubulares com preenchimento de concreto foram as mais viáveis ambientalmente.

Dos Santos, Alves e Kripka (2023) apresentam um estudo considerando otimização multiobjetivo para minimizar o custo, emissão de CO_2 e abertura de fissuras em vigas de concreto armado usado o algoritmo *nsga* na plataforma do Excel. Teixeira *et al.* (2023) apresenta um estudo de minimização de CO_2 para lajes mistas biapoiadas utilizando os algoritmos PSO e GWO. Um estudo comparativo com um fornecedor de formas nacionais foi realizado e a redução da emissão final acima de 30%.

Dessa forma, pode-se observar que ainda existem vários aspectos das lajes mistas para serem avaliados e este estudo irá contribuir na busca por soluções ótimas para as lajes mistas contínuas e biapoiadas.

3 FORMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os fluxogramas elaborados para a verificação do dimensionamento das lajes mistas de aço e concreto na fase mista, a ferramenta computacional desenvolvida e a formulação utilizada.

3.2 FLUXOGRAMAS DE VERIFICAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO

Foram desenvolvidos fluxogramas de cálculo para a verificação das lajes mistas, conforme a lista do Quadro 13, presente no APÊNDICE A. Esses fluxogramas apresentam a sequência de formulações utilizadas no dimensionamento.

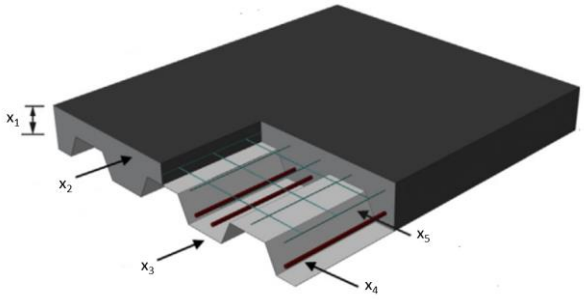
Quadro 13 – Fluxograma para verificação do cisalhamento

Fluxogramas	Apêndice
Momento resistente positivo de cálculo	A.1
Força cortante longitudinal resistente de cálculo	A.2
Força cortante vertical resistente de cálculo	A.3
Deslocamento vertical	A.4
Controle da fissuração devido à retração e temperatura	A.5
Controle de fissuração sem verificação da abertura de fissura – Lajes mistas contínuas	A.6
Momento resistente negativo de cálculo – Lajes mistas contínuas	A.7

3.3 FORMULAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO

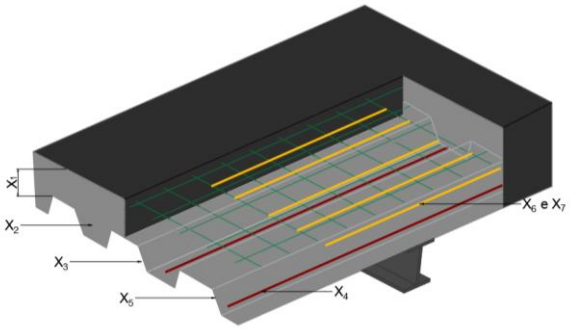
Para análise do problema de otimização foram consideradas como variáveis de projeto a espessura do concreto acima da fôrma ($x_1 = t_c$), a resistência característica do concreto à compressão ($x_2 = f_{ck}$), a espessura da fôrma de aço ($x_3 = t_f$), a taxa de armadura positiva adicional ($x_4 = \rho_{A_d}$), o tipo de fôrma de aço de acordo com o fabricante (x_5), a taxa de armadura negativa ($x_6 = \rho_{A_N}$) e o diâmetro da armadura negativa ($x_7 = \phi_{A_N}$). A laje mista com a indicação das variáveis de projeto para a laje mista biapoiada e contínua são apresentadas na Figura 3.1 e Figura 3.2.

Figura 3.1 – Variáveis da laje mista biapoiada



Fonte: Adaptado de Grossi, Santos e Malite (2020).

Figura 3.2 – Variáveis da laje mista contínua



Fonte: Autora (2023).

3.4 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo do problema tem por finalidade encontrar a melhor solução do ponto de vista de impactos ambientais gerados na construção de lajes mistas, ou seja, aquela que implica na menor emissão total de CO_2, calculada a partir da emissão de cada componente da laje mista, Na Equação (3.1) e (3.2) são apresentadas as funções objetivos para lajes mistas biapoiadas e contínuas, respectivamente.

$$Min\ CO_2 = Em_{\mathrm{F}} + Em_{\mathrm{C}} + Em_{A_d} + Em_T \tag{3.1}$$

$$Min\ CO_2 = Em_F + Em_{\mathrm{C}} + Em_{A_d} + Em_T + Em_{A_N} + Em_{Fiss} \tag{3.2}$$

onde Em_F, Em_C, Em_{A_d}, Em_T, Em_{A_N} e Em_{Fiss} correspondem, respectivamente, às emissões de CO_2, em $kgCO_2$, da fôrma de aço, do concreto, da armadura positiva adicional, tela de fissuração devido à retração, da armadura negativa e da armadura de fissuração. A emissão da fôrma é determinada pela Equação (3.3).

$$Em_F = p_F . A_L . CO_{2F} . N_V \tag{3.3}$$

onde p_F é a massa da fôrma de aço por unidade de área (kg/m^2), A_L é a área da laje (m^2), CO_{2F} é a emissão de CO_2 da fôrma de aço por quilo ($kgCO_2/kg$) e N_V o número de vãos da laje. A emissão do concreto é determinada pela Equação (3.4).

$$Em_C = V_c . CO_{2C} . N_V \tag{3.4}$$

onde V_c é o volume de concreto (m³), CO_{2C} é a emissão de CO_2 do concreto por unidade de volume (kgCO_2/m³). A emissão da armadura adicional é representada pela Equação (3.5).

$$Em_{A_d} = L.\rho_{aço}.CO_{2A_d}.A_{A_d}.N_V \quad (3.5)$$

onde L é o vão da laje mista (m), $\rho_{aço}$ é a massa específica do aço (kg/m³), CO_{2A_d} é a emissão de CO_2 das barras de aço por quilo (kgCO_2/kg). Para a armadura adicional estão sendo consideradas barras de aço de ∅ 5 mm, variando apenas a taxa de uso. Assim, a área da armadura adicional é dada por A_{A_d} e definida pela Equação (3.6).

$$A_{A_d} = \rho_{A_d}.t_c.B_L \quad (3.6)$$

onde ρ_{A_d} é a taxa de armadura que é otimizada durante cada etapa do processo de otimização, t_c é a espessura da capa de concreto (m) e B_L é a largura da laje mista (m), tomada como 1 m. A emissão da tela é representada pela Equação (3.7).

$$Em_T = p_T.A_L.CO_{2T}.N_V \quad (3.7)$$

onde p_T é a massa da tela por unidade de área(kg/m²), CO_{2T} é a emissão de CO_2 por quilo de tela (kgCO_2/kg). A emissão da armadura negativa é representada pela Equação (3.8).

$$Em_{A_N} = 0.5L.\rho_{aço}.CO_{2A_N}.A_{A_N}.N_{Apoio_{int}} \quad (3.8)$$

onde L é o vão da laje mista (m), $\rho_{aço}$ é a massa específica do aço (kg/m³), CO_{2A_N} é a emissão de CO_2 das barras de aço por quilo (kgCO_2/kg) e $N_{Apoio_{int}}$ o número de apoios internos da laje contínua. Sendo que A_N é a área de aço da armadura negativa baseada na taxa de armadura negativa (m²) representada pela Equação (3.9), N_{A_N} a quantidade de barras de aço para a armadura negativa definida pela Equação (3.10) e A_{A_N} a área da armadura negativa utilizada de acordo com o número de barras (m²) e calculada pela Equação (3.11).

$$A_N = \rho_{A_N}.t_c.B_L \quad (3.9)$$

$$N_{A_N} = (A_N/A_{\phi A_N}) + 1 \quad (3.10)$$

$$A_{A_N} = N_{A_N}.A_{\phi A_N} \quad (3.11)$$

onde ρ_{A_N} é a taxa de armadura negativa que é otimizada durante cada etapa do processo de otimização, t_c é a espessura da capa de concreto (m), B_L é a largura da laje mista (m), tomada como 1 m, e $A_{\phi A_N}$ a área de uma barra de aço (m²). A emissão da armadura de fissuração é representada pela Equação (3.12).

$$Em_{Fiss} = 0.5L.\rho_{aço}.CO_{2Fiss}.A_{s,fiss}.N_{Apoio_{int}} \quad (3.12)$$

onde L é o vão da laje mista (m), $\rho_{aço}$ é a massa específica do aço (kg/m³), CO_{2Fiss} é a emissão de CO_2 das barras de aço por quilo (kgCO_2/kg) e $A_{s,fiss}$ a área da armadura de fissuração (m²). Para a armadura de fissuração está sendo considerada a área de aço necessária para impedir a abertura, nos casos em que a armadura negativa não é suficiente para resistir a essa deformação. Assim, $A_{s,fiss}$ é definida pela Equação (3.13).

$$A_{s,fiss} = [(\rho_{min}.t_c.B_L) - A_N].N_{Apoio_{int}} \quad (3.13)$$

onde ρ_{min} é a taxa mínima de armadura de flexão de acordo com a NBR6118:20014, t_c é a espessura da capa de concreto (m), B_L é a largura da laje mista (m), tomada como 1 m. Os valores das emissões de CO_2 para o concreto e para o aço foram propostos por Santoro e Kripka (2020) e pela *Worldsteel Association* (2020), respectivamente. A Tabela 6 apresenta as emissões de CO_2 para o concreto e para o aço.

Tabela 6 - Emissão de CO_2 na produção do concreto e do aço

Componente	Tensão resistente	Emissão de CO_2 ($kgCO_2/m^3$)	Fonte
Concreto	20 MPa	129,85	Santoro and Kripka (2020)
	25 MPa	142,71	
	30 MPa	153,68	
	35 MPa	163,25	
	40 MPa	171,73	
	45 MPa	189,60	
	50 MPa	199,72	
Fôrma de aço	280 MPa	2,6380	Worldsteel Association (2020)
Armadura adicional	600 MPa	1,9240	
Tela			
Armadura de fissuração			
Armadura negativa			

3.5 ESPAÇO DE BUSCA DA SOLUÇÃO ÓTIMA

Para a solução do problema de otimização as variáveis de projeto foram consideradas como discretas. Desta forma, os limites inferior e superior são representados por vetores que contém as informações referentes a cada variável de projeto. Os vetores das variáveis de projeto são apresentados nas Equações (3.14) e (3.15) para as lajes biapoiadas e nas Equações (3.16) e (3.17) para as lajes contínuas.

$$l_b = \{1, 1, 1, 1, 1\} \tag{3.14}$$

$$u_b = \{16{,}7{,}3{,}5{,}2\} \tag{3.15}$$

$$l_b = \{1, lbfck, 1, 1, 1{,}1{,}1\} \tag{3.16}$$

$$u_b = \{15{,}7{,}3{,}6{,}1{,}24{,}5\} \tag{3.17}$$

onde o vetor l_b representa o limite inferior das variáveis de projeto e indica a posição do primeiro valor correspondente ao intervalo e o vetor u_b representa o limite superior das variáveis de projeto e corresponde ao limite máximo de cada variável. Os intervalos das variáveis utilizados para os casos analisados, estão apresentadas na Tabela 7.

Tabela 7 - Espaço de busca das variáveis de projeto

Laje	Variáveis	Intervalos
Biapoiada	Espessura da capa de concreto (mm)	50 a 125, incremento de 5
	Resistência característica à compressão do concreto (MPa)	20 a 50, incremento de 5
	Espessura da fôrma de aço (mm)	0,8; 0,95 e 1,25
	Taxa de armadura adicional (%)	0; 0,05; 0,1; 0,15 e 0,2
	Fôrma de aço	MF50 e MF75
Contínua	Espessura da capa de concreto (mm)	51 a 191, incremento de 10
	Resistência característica à compressão do concreto (MPa)	20 a 50, incremento de 5
	Espessura da fôrma de aço (mm)	0,8; 0,95 e1,25
	Taxa de armadura positiva adicional (%)	0; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2 e 0,25
	Fôrma de aço	Polydeck 59S
	Taxa de armadura negativa (%)	0,15 a 4, incremento de 0,05
	Diâmetro da armadura negativa (mm)	3,8; 4,2; 5; 6,3 e 8

Também foram consideradas para a busca das soluções ótimas 75 iterações para uma população inicial de 100 indivíduos.

3.6 RESTRIÇÕES DE PROJETO

Neste estudo foram definidas 4 restrições de projeto para lajes biapoiadas e 8 restrições para lajes contínuas com base nos critérios de dimensionamento estabelecidos pela ABNT NBR 8800:2008, sendo elas:

$$C(1): \frac{M_{Sd}^{+}}{M_{Rd}} - 1 \leq 0 \tag{3.18}$$

$$C(2): \frac{V_{Sd}}{V_{v,Rd}} - 1 \leq 0 \tag{3.19}$$

$$C(3): \frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}} - 1 \leq 0 \tag{3.20}$$

$$C(4): \frac{\delta}{\delta_{máx}} - 1 \leq 0 \tag{3.21}$$

$$C(5): \frac{M_{Sd}^{-}}{M_{Rd}} - 1 \leq 0 \tag{3.22}$$

$$C(6): \frac{esp_{A_N}}{esp_{máx}} - 1 \leq 0 \tag{3.23}$$

$$C(7): 1 - \frac{esp_{A_N}}{esp_{min}} \leq 0 \tag{3.24}$$

$$C(8): 1 - \frac{\phi_{A_N}}{t_c/8} \leq 0 \qquad (3.25)$$

onde a restrição $\boldsymbol{C(1)}$ se refere aos estados limites relativos ao momento fletor positivo, a restrição $\boldsymbol{C(2)}$ aos estados limites de cisalhamento vertical e a restrição $\boldsymbol{C(3)}$ ao estado limite de cisalhamento longitudinal. A restrição $\boldsymbol{C(4)}$ verifica o estado limite de serviço de flecha excessiva, a restrição $\boldsymbol{C(5)}$ se refere ao estado limite relativo ao momento fletor negativo, $\boldsymbol{C(6)}$ e $\boldsymbol{C(7)}$ ao espaçamento máximo e mínimo, respectivamente, para a armadura negativa e $\boldsymbol{C(8)}$ o diâmetro máximo para a armadura negativa de acordo com a espessura da capa de concreto.

3.7 FERRAMENTA COMPUTACIONAL

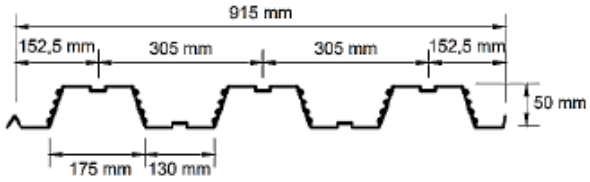
A ferramenta computacional desenvolvida engloba o dimensionamento e a otimização da laje mista biapoiada e contínua. O *software* escolhido para a criação do programa computacional é o MATrix LABoratory (MATLAB) por possuir uma linguagem computacional com técnica simples e eficiente e por trabalhar com mais de uma variável em um processo iterativo. Para a otimização das soluções foram escolhidos dois algoritmos: Algoritmo de Enxame de Partículas (PSO) e o Otimizador Lobo Cinzento (GWO).

O programa utiliza três modelos de fôrma de aço nacionais: MF 75 e MF 50 (METFORM, 2019) e Polydeck 59S (ARCELORMITTAL PERFILOR, 2022) apresentadas no Quadro 14.

Quadro 14 - Fôrmas de aço nacionais a serem estudadas

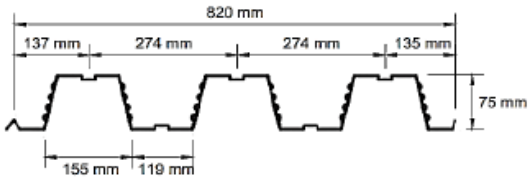
Fôrmas nacionais

MF50



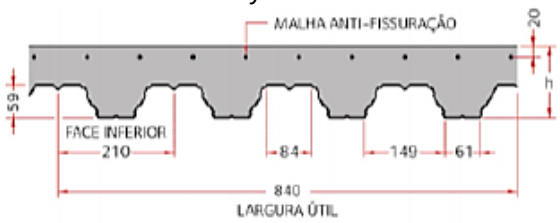
Fonte: Metform (2019).

MF75



Fonte: Metform (2019).

Polydeck 59S



Fonte: ArcelorMittal Perfilor (2022).

As fôrmas de aço da Metform foram analisadas apenas como biapoiadas uma vez que o catálogo contém apenas lajes mistas biapoiadas. No caso do fabricante Polydeck, as fôrmas de aço foram analisadas como biapoiadas e contínuas para dois e três vãos.

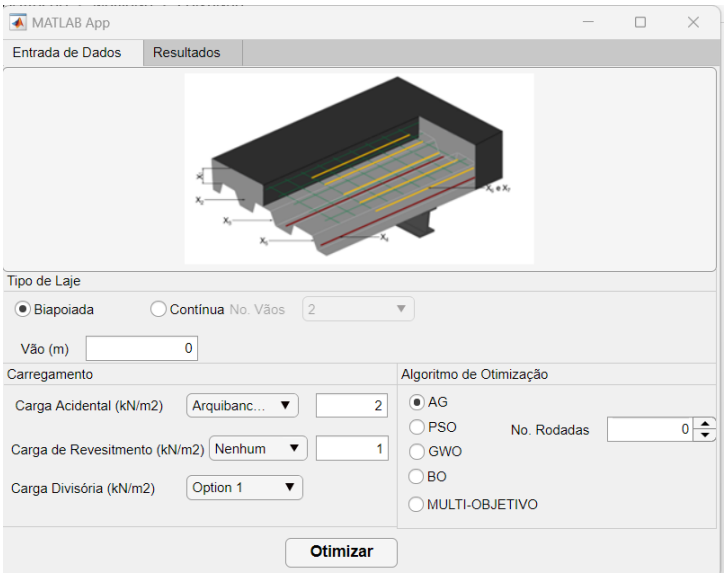
Os coeficientes “m” e “k” das lajes mistas foram obtidos por meio de consulta a fabricante Metform e pelo manual Polydeck 59S (ARCELORMITTAL PERFILOR, 2005). Para as fôrmas de aço MF50 e MF75, os valores do coeficiente *m* foram convertidos em N/mm² uma vez que seus valores foram disponibilizados pelo fabricante em N/mm. A Tabela 8 apresenta os valores de *m* e *k* utilizados na pesquisa.

Tabela 8 – Valores de m e k das fôrmas de aço

Fôrmas de aço	t_f (mm)	m (N/mm²)	k (N/mm²)
MF50	0,8	126,93	- 0,013549
	0,95	132,41	-0,026008
	1,25	139,14	-0,050924
MF75	0,8	136,82	0,001697
	0,95	128,36	0,014196
	1,25	117,97	0,039194
Polydeck 59S	0,8; 0,95; 1,25	200,4	0,005

A lista de sobrecarga utilizada no programa foi definida de acordo com a ABNT NBR 6120:2019 e podem ser definidas pelo usuário. A interface do programa desenvolvido está apresentada na Figura 3.3.

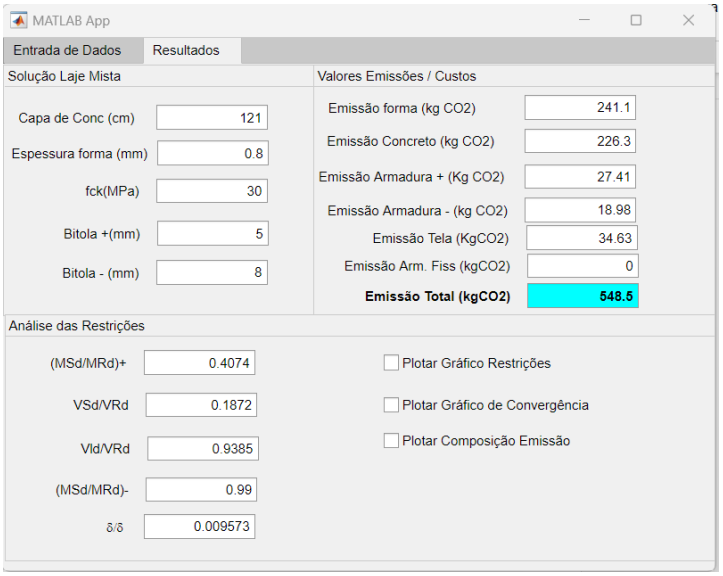
Figura 3.3 – Interface do programa desenvolvido



Fonte: Autora (2023)

Além da aba de entrada de dados, com as informações gerais do problema a ser analisado, o programa tem a aba de Resultados (Figura 3.4) onde são fornecidas a resposta da otimização bem como a análise das emissões finais e estados limites verificados.

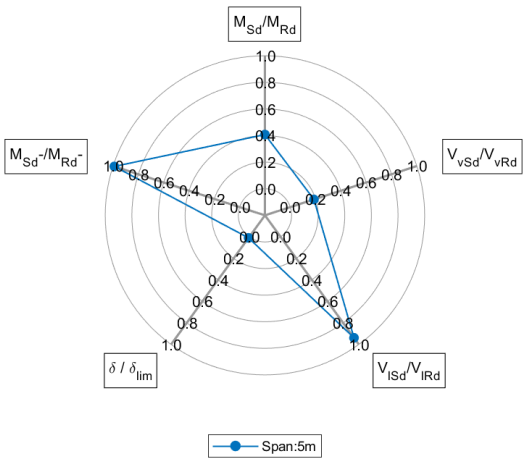
Figura 3.4 – Aba de resultados do programa



Fonte: Autora (2023)

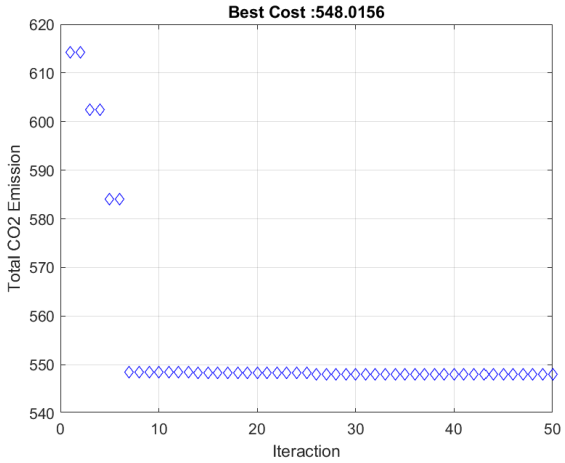
Nesta aba, podem ser gerados os gráficos com análises das restrições, convergência do algoritmo, bem como a composição das emissões apresentados nas Figura 3.5, Figura 3.6 e Figura 3.7 respectivamente.

Figura 3.5 – Gráfico das restrições gerados pelo programa



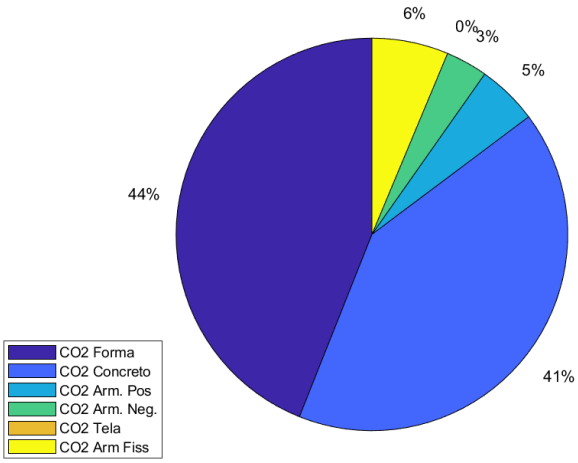
Fonte: Autora (2023)

Figura 3.6 – Gráfico de convergência das soluções ótimas encontradas pelo programa



Fonte: Autora (2023)

Figura 3.7 – Composição das emissões



Fonte: Autora (2023)

Para os coeficientes de ponderação das ações permanentes e variáveis, as cargas foram consideradas agrupadas e escolhidos os seguintes valores de acordo com a NBR 8800:2008:

- Para carga variável maior que 5 kN/m²: 1,35 para carga permanente e 1,50 para carga variável;
- Para carga variável menor que 5 kN/m²: 1,40 para carga permanente e 1,40 para carga variável.

3.8 VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL

A confiabilidade da ferramenta computacional foi garantida pela comparação de seus resultados com os de exemplos numéricos resolvidos manualmente. A resolução destes exemplos está detalhada no Apêndice B.

3.8.1 Primeiro exemplo – Laje mista simplesmente apoiada

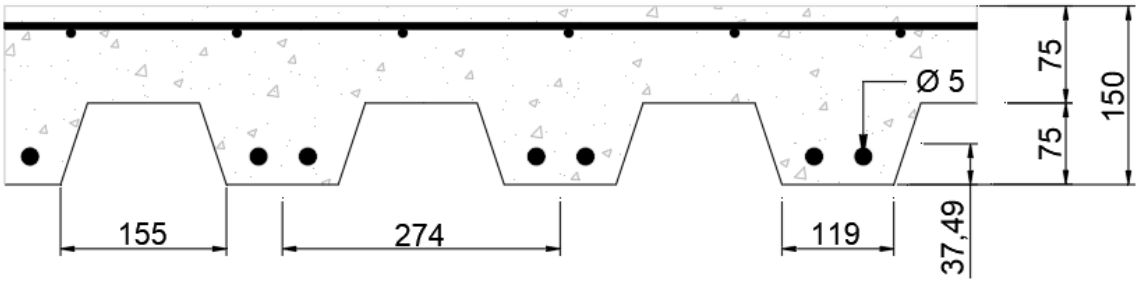
Visando validar as rotinas de cálculo de lajes mistas biapoiadas, foi criado um exemplo com base no exercício de Queiroz *et al.* (2001), que trata da verificação de uma laje biapoiada, com vão de 2,5 m, carga total de cálculo igual a 17,14 kN/m² e classe de

agressividade III. Foram consideradas 6 barras de 5 mm de diâmetro como armadura adicional e a tela de combate à fissuração devido à retração e temperatura sugerida pelo fabricante. As propriedades definidas para o exemplo estão apresentadas na Tabela 9 e na Figura 3.8.

Tabela 9 – Propriedades definidas para o exemplo

Propriedade	Valor	Unidade	Propriedade	Valor	Unidade
t_f	0,80	mm	m	136,82	N/mm²
t_c	75	mm	k	0,001697	N/mm²
Fôrma	MF75	-	b_n	274	mm
h_t	150	mm	b_b	119	mm
e	37,49	mm	b_t	155	mm
$A_{F,ef}$	1112	mm²	$V_{v,F,R,d}$	40,2	kN/m
I_{ef}	1017138	mm⁴	E_a	200	GPa
$f_{y,k}$	280	MPa	cobrimento	35	mm
γ_a	1,15	-	f_{ck}	30	MPa
-	-	-	γ_c	1,40	-

Figura 3.8 – Propriedades da laje mista utilizada no exemplo



Fonte: Autora (2023).

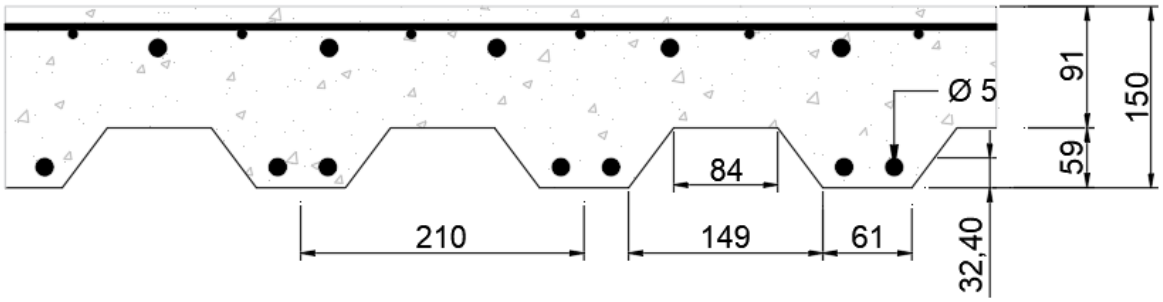
3.8.2 Segundo exemplo – Laje mista contínua

Para validar a ferramenta computacional no que se refere ao cálculo de lajes contínuas, foi proposto um exemplo de laje contínua com dois vãos, representando um piso de sala residencial, carga permanente de revestimento de 1,0 kN/m², vão de 3,6 m e classe de agressividade III. São utilizadas 6 barras de 5 mm de diâmetro como armadura adicional e 5 barras de 8 mm como armadura negativa. As propriedades do exemplo estão apresentadas na Tabela 10 e na Figura 3.9.

Tabela 10 – Propriedades definidas para o exemplo

Propriedade	Valor	Unidade	Propriedade	Valor	Unidade
t_f	0,80	mm	m	200,4	N/mm²
t_c	91	mm	k	0,005	N/mm²
Fôrma	Polydeck 59S	-	b_n	210	mm
h_t	150	mm	b_b	84	Mm
e	32,40	mm	b_t	149	kN/m
$A_{F,ef}$	1086	mm²	E_a	200	GPa
I_{ef}	551500	mm⁴	cobrimento	35	mm
$f_{y,k}$	280	MPa	f_{ck}	30	MPa
γ_a	1,15	-	γ_c	1,40	-

Figura 3.9 – Propriedades da laje mista utilizada no exemplo



Fonte: Autora (2023).

4 OTIMIZAÇÃO DE LAJE MISTA BIAPOIADA

Neste estudo foram analisadas lajes mistas biapoiadas constituídas pelas fôrmas de aço MF50 e MF75 e que possuem as geometrias apresentadas no Quadro 14. A análise foi realizada com o vão de 2,5 m para a MF50 e com os vãos de 2,5 m, 3,5 m e 4,5 m para a MF75. Também foi considerada como carga sobreposta o valor fornecido pelo fabricante para todos os casos abordados no catálogo. Ressalta-se que o catálogo do fabricante não prevê carga para o vão de 4,5 m e, para este caso, foi utilizado a carga sobreposta do vão de 4 m. Os resultados desta análise foram publicados pela autora e orientadores no trabalho de Teixeira *et al.* (2023).

Estão sendo considerados o módulo de elasticidade do aço (E_{a}) igual a 200 GPa, a massa específica do aço de 7850 kg/m³, o fator de ponderação da resistência para o concreto (γ_c), fôrma de aço (γ_a), armadura (γ_a), e da resistência ao cisalhamento longitudinal (γ_{sl}) igual a 1.4, 1.15, 1.15, 1.43 respectivamente. Para verificar a eficiência dos valores encontrados, foi realizada uma comparação entre os algoritmos de otimização PSO e GWO. Na Tabela 11 estão apresentados os 24 casos de cargas definidos pelo fabricante que foram utilizados para otimizar as lajes mistas de acordo com a menor emissão de CO_2.

Tabela 11 – Casos de carga analisados

Casos de carga	MF50 2,5 m	MF75 2,5 m	MF75 3,5 m	MF75 4,5 m
	kN/m²	kN/m²	kN/m²	kN/m²
1	3,82	6,79	2,37	1,29
2	4,94	8,36	3,26	2,00
3	7,18	11,50	5,03	3,42
4	4,34	7,54	2,63	1,44
5	5,61	9,28	3,62	2,23
6	8,15	12,76	5,59	3,81
7	4,86	8,28	2,90	1,59
8	6,28	10,20	3,98	2,45
9	9,13	14,02	6,15	4,19
10	5,38	9,03	3,17	1,73
11	6,96	11,11	4,35	2,68
12	10,10	15,28	6,71	4,58
13	5,90	9,77	3,43	1,88
14	7,63	12,03	4,71	2,91

Casos de carga	MF50 2,5 m	MF75 2,5 m	MF75 3,5 m	MF75 4,5 m
	kN/m²	kN/m²	kN/m²	kN/m²
15	11,08	16,54	7,27	4,96
16	6,42	10,52	3,70	2,03
17	8,30	12,94	5,07	3,14
18	12,05	17,80	7,83	5,35
19	6,95	11,26	3,96	2,18
20	8,97	13,86	5,44	3,36
21	13,03	19,06	8,39	5,73
22	7,47	12,00	4,23	2,33
23	9,64	14,78	5,80	3,59
24	14,00	20,00	8,94	6,12

Na Tabela 12 estão apresentadas as emissões totais encontradas para cada algoritmo.

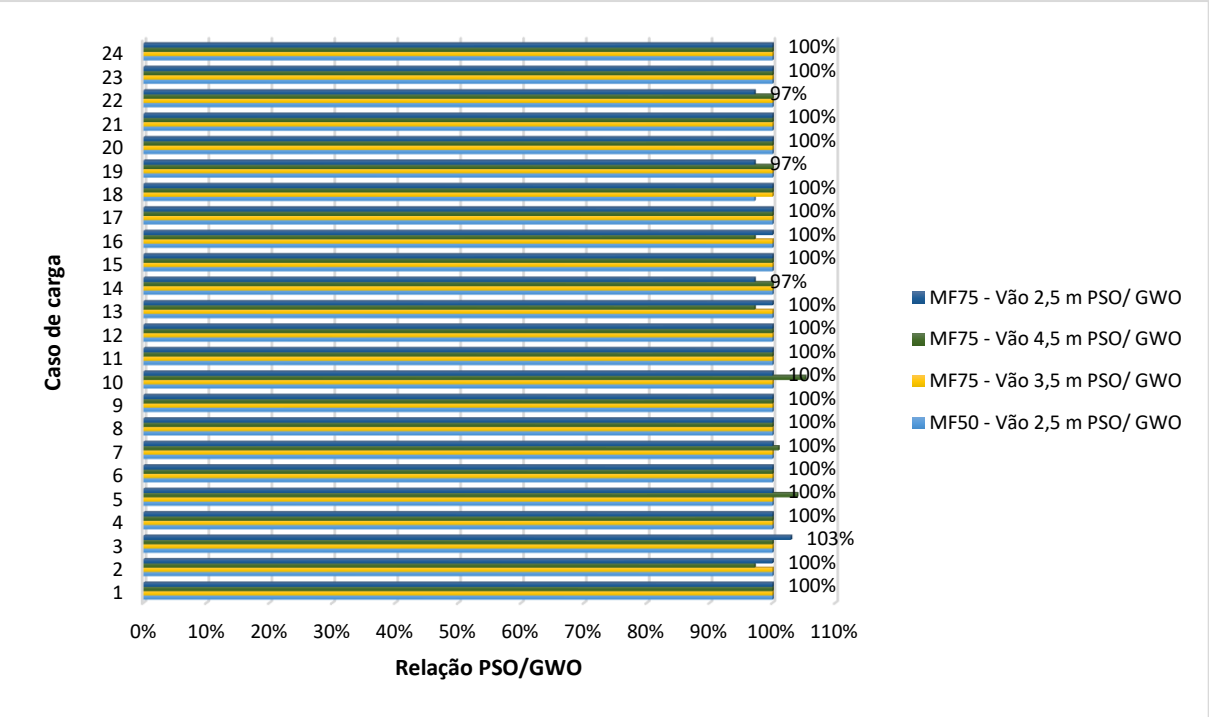
Tabela 12 – Resultado das emissões totais de CO_2 de cada algoritmo

	MF50 - 2,5m		MF75 - 2,5m		MF75 - 3,5m		MF75 - 4,5m	
Casos de carga	PSO (kg)	GWO (kg)	PSO (kg)	GWO (kg)	PSO (kg)	GWO (kg)	PSO (kg)	GWO (kg)
1	85,50	85,50	86,44	86,44	119,70	119,70	159,00	159,00
2	85,50	85,50	88,33	88,33	123,66	123,66	167,90	172,84
3	86,44	86,44	96,02	93,28	134,43	134,43	179,63	179,63
4	85,50	85,50	86,44	86,44	121,02	121,02	160,69	160,69
5	85,50	85,50	89,27	89,27	124,98	124,98	179,63	172,84
6	87,39	87,39	96,96	96,96	135,75	135,75	183,23	183,23
7	85,50	85,50	87,39	87,39	122,34	122,34	165,86	164,30
8	85,50	85,50	91,28	91,28	124,98	124,98	174,54	174,54
9	88,33	88,33	97,91	97,91	137,07	137,07	186,84	186,84
10	85,50	85,50	88,33	88,33	122,34	122,34	172,84	164,30
11	86,44	86,44	93,28	93,28	127,79	127,79	176,23	176,23
12	91,28	91,28	98,85	98,85	138,39	138,39	190,44	190,43
13	85,50	85,50	89,27	89,27	123,66	123,66	167,90	172,84
14	87,39	87,39	93,28	96,02	134,43	134,43	176,23	176,23
15	93,28	93,28	99,80	99,80	139,71	139,71	194,04	194,04
16	85,50	85,50	91,28	91,28	124,98	124,98	167,90	172,83
17	87,39	87,39	96,96	96,96	134,43	134,43	177,93	177,93
18	93,28	96,02	101,80	101,80	142,52	142,52	197,64	197,64
19	86,44	86,44	93,28	96,02	124,98	124,98	172,84	172,84
20	88,33	88,33	97,91	97,91	135,75	135,75	179,63	179,63
21	96,96	96,96	103,80	103,80	145,32	145,32	204,01	204,01
22	86,44	86,44	93,28	96,02	127,79	127,79	174,54	174,53
23	89,27	89,27	98,85	98,85	135,75	135,75	179,63	179,63

	MF50 - 2,5m		MF75 - 2,5m		MF75 - 3,5m		MF75 - 4,5m	
Casos de carga	PSO (kg)	GWO (kg)	PSO (kg)	GWO (kg)	PSO (kg)	GWO (kg)	PSO (kg)	GWO (kg)
24	97,91	97,91	105,80	105,80	145,32	145,32	207,61	207,61

A Figura 4.1 apresenta a razão entre as emissões de CO_2 do PSO e do GWO. É possível perceber que os resultados encontrados foram iguais em 89,5 % dos casos analisados.

Figura 4.1 – Comparação entre PSO e GWO

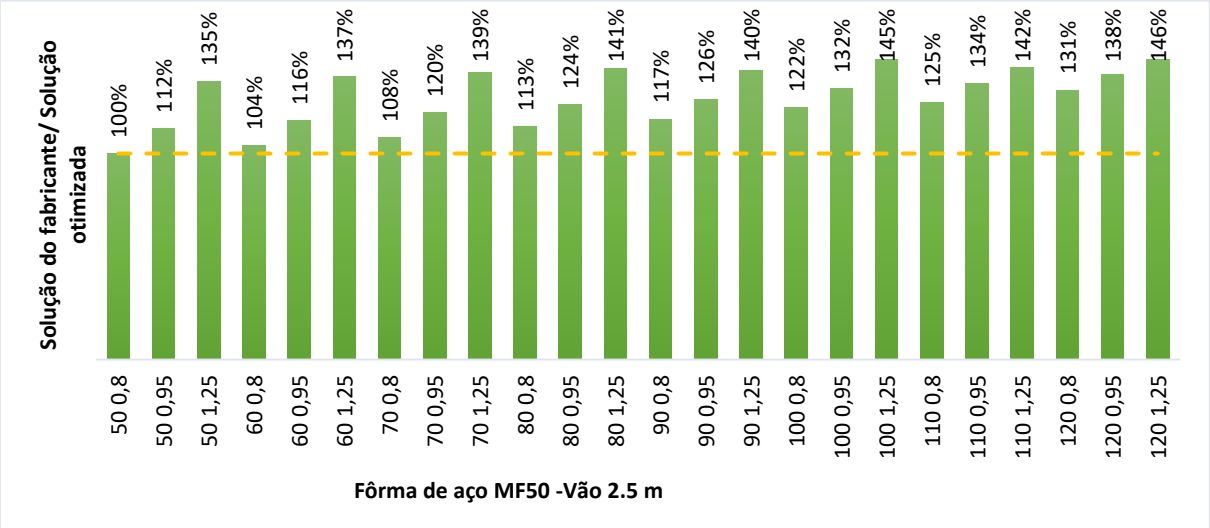


Fonte: Autora (2023)

4.1 RESULTADO PARA LAJES COM MF50 E VÃO DE 2,5 m

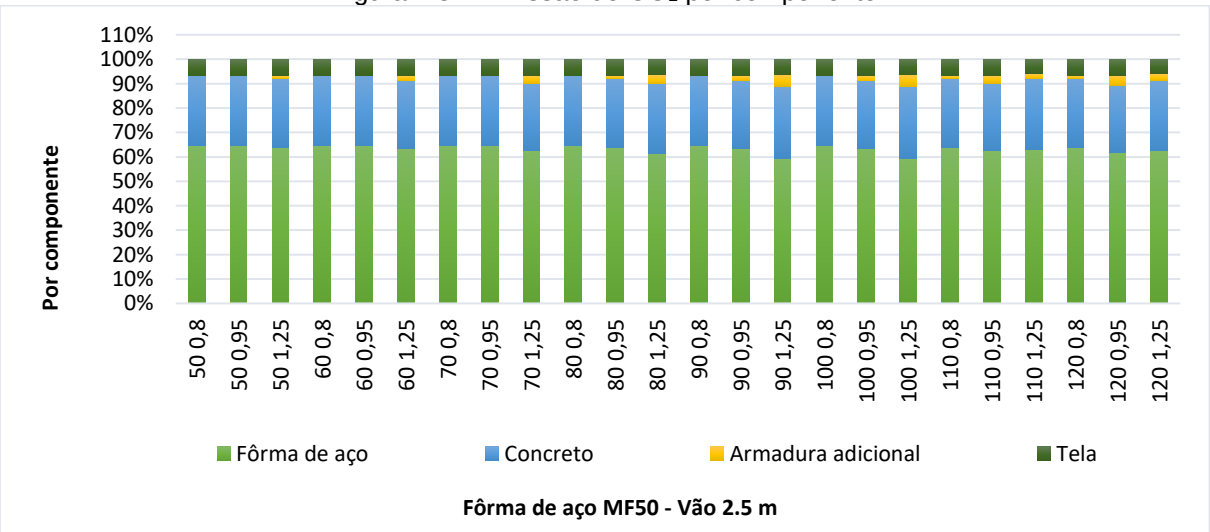
Os resultados encontrados para as lajes biapoiadas com a fôrma de aço MF50 e vão de 2,5 m podem ser observados na Figura 4.2, que apresenta a razão entre as emissões de CO_2 do fabricante e da solução otimizada, e na Figura 4.3, que apresenta a emissão de CO_2 por componente da laje mista biapoiada.

Figura 4.2 - Razão da Emissão de CO_2 - Solução do fabricante/ Solução otimizada



Fonte: Autora 2023

Figura 4.3 – Emissão de CO_2 por componente



Fonte: Autora (2023)

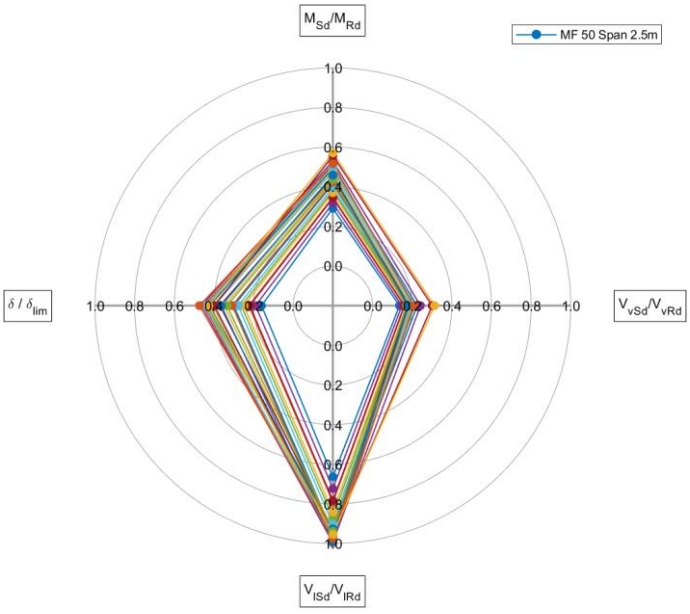
A Figura 4.2 demonstra que todas as soluções propostas pelo algoritmo foram melhores do que as soluções definidas pelo fabricante, com exceção do primeiro caso. Isso porque, para essa situação, foram escolhidas as condições mínimas para a laje mista como definido em catálogo. Observa-se também que para as lajes com fôrma

de aço de 1,25 mm de espessura, os resultados do fabricante foram maiores em no máximo 46% em relação aos do algoritmo.

Na Figura 4.3 é possível analisar que a fôrma de aço foi o elemento que mais contribuiu para a emissão de CO_2. Nota-se que a armadura adicional tem uma importante contribuição, uma vez que influencia na redução da espessura da fôrma de aço e contribuiu pouco na emissão total de CO_2 da estrutura.

A Figura 4.4 apresenta os valores das restrições da laje mista com MF50 e vão de 2,5 m. Observa-se que o cisalhamento longitudinal é a restrição que governa o dimensionamento da laje.

Figura 4.4 – Análise das restrições para laje mista MF50 e vão de 2,5 m



Fonte: Autora (2023)

A título de exemplo, a Tabela 13 apresenta a solução obtida para o caso 12 de carga para o vão de 2,5 m, fôrma de aço MF50 e espessura de 1,25 mm e altura total da laje de 130 mm.

Tabela 13 – Comparação entre os resultados do fabricante e da solução otimizada

Solução	Propriedades						
	h_t (mm)	h_f	t_c (mm)	t_f (mm)	f_{ck} (MPa)	ρ_{A_d} (%)	Carga (kN/m²)
Fabricante	130	MF50	80	1,25	20	0	10,10
Autora PSO	105		55	0,8	20	0,15	
Autora GWO	105		55	0,8	20	0,15	

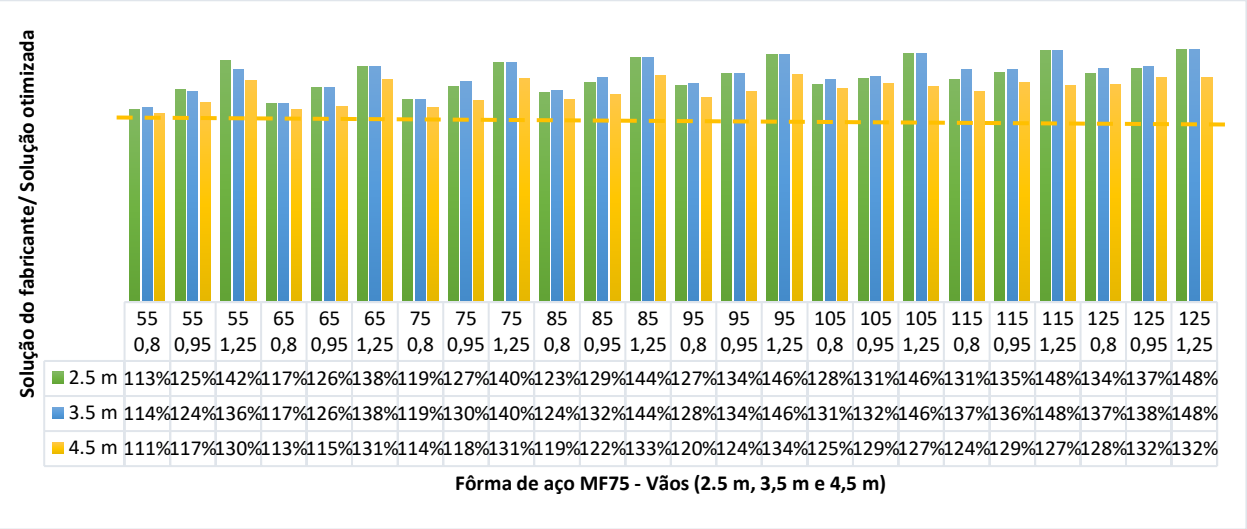
Solução	Emissão de CO_2					
	Fôrma (kg)	Concreto (kg)	Armadura adicional (kg)	Tela (kg)	Total (kg)	Fabricante/ Otimização (%)
Fabricante	86,5	34,09	0	7,12	127,66	-
Autora PSO	55,33	25,97	3,12	5,82	90,24	41
Autora GWO	55,33	25,97	3,12	5,82	90,24	41

Observa-se que os algoritmos de otimização adotaram como solução ótima a laje mista com altura total de 105 mm, espessura de fôrma de aço de 0,8 mm, taxa de armadura adicional de 0,15% e f_{ck} de 20 MPa. Dessa maneira, o valor definido pelo fabricante é 41% maior que o encontrado pelos algoritmos. Os valores encontrados pelos algoritmos para emissão de CO_2 foram menores em 36% para a fôrma de aço, 23,8% para o concreto, 18,2% para a tela em comparação com as emissões do fabricante.

4.2 RESULTADO PARA LAJES COM MF75 E VÃO DE 2,5 m, 3,5 m E 4,5 m

Os resultados encontrados para as lajes biapoiadas com a fôrma de aço MF75 e vão de 2,5 m, 3,5 m e 4,5 m podem ser observados nas Figura 4.5, que apresenta a razão entre as emissões de CO_2 do fabricante e da solução otimizada.

Figura 4.5 - Razão da Emissão de CO2 - Solução do fabricante/ Solução otimizada para vãos de 2,5 m, 3,5 m e 4,5 m

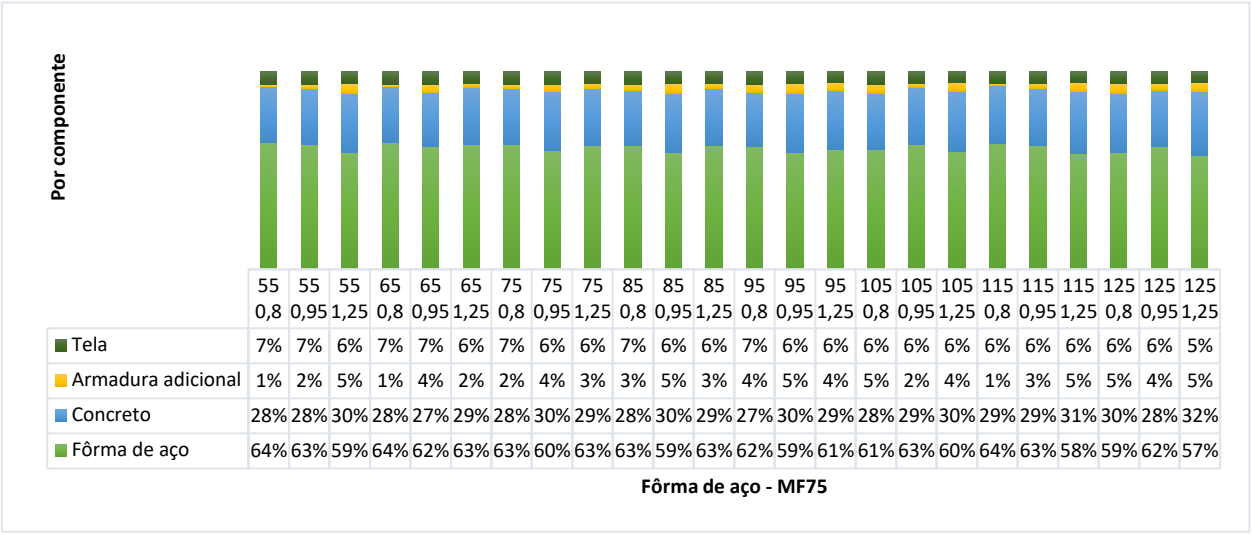


	55 0,8	55 0,95	55 1,25	65 0,8	65 0,95	65 1,25	75 0,8	75 0,95	75 1,25	85 0,8	85 0,95	85 1,25	95 0,8	95 0,95	95 1,25	105 0,8	105 0,95	105 1,25	115 0,8	115 0,95	115 1,25	125 0,8	125 0,95	125 1,25
2.5 m	113%	125%	142%	117%	126%	138%	119%	127%	140%	123%	129%	144%	127%	134%	146%	128%	131%	146%	131%	135%	148%	134%	137%	148%
3.5 m	114%	124%	136%	117%	126%	138%	119%	130%	140%	124%	132%	144%	128%	134%	146%	131%	132%	146%	137%	136%	148%	137%	138%	148%
4.5 m	111%	117%	130%	113%	115%	131%	114%	118%	131%	119%	122%	133%	120%	124%	134%	125%	129%	127%	124%	129%	127%	128%	132%	132%

Fonte: Autora (2023).

Conforme pode ser observado na Figura 4.5, os resultados da otimização são melhores que as soluções do fabricante. Os melhores resultados foram obtidos para a fôrma de aço de 1,25 mm, que apresentaram resultados maiores para o fabricante em 42% para o vão de 2,5 m, 36% para o vão de 3,5 m e 27% para o vão de 4,5 m. O vão de 4,5 m foi comparado com o vão de 4 m do catálogo do fabricante, uma vez que o fabricante não possui valores de carga para o vão de 4,5 m. Esses valores estão destacados na Tabela 11. De acordo com a Figura 4.5, as soluções otimizadas foram melhores em todas as situações. A Figura 4.6, Figura 4.7 e Figura 4.8 apresentam a emissão de CO_2 para cada componente das lajes mistas encontradas nas soluções ótimas, para os vãos de 2,5 m, 3,5 m e 4,5 m, respectivamente.

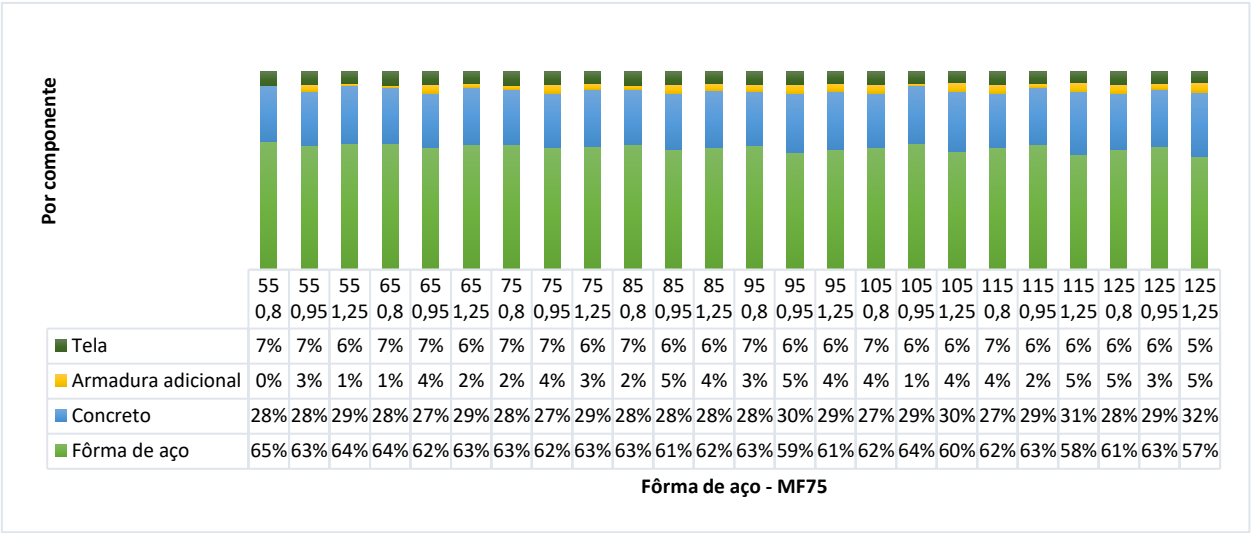
Figura 4.6 - Emissão de CO_2 para cada componente da laje mista - MF75 com vão 2,5 m



	55 0,8	55 0,95	55 1,25	65 0,8	65 0,95	65 1,25	75 0,8	75 0,95	75 1,25	85 0,8	85 0,95	85 1,25	95 0,8	95 0,95	95 1,25	105 0,8	105 0,95	105 1,25	115 0,8	115 0,95	115 1,25	125 0,8	125 0,95	125 1,25
Tela	7%	7%	6%	7%	7%	6%	7%	6%	6%	7%	6%	6%	7%	6%	6%	6%	6%	6%	6%	6%	6%	6%	6%	5%
Armadura adicional	1%	2%	5%	1%	4%	2%	2%	4%	3%	3%	5%	3%	4%	5%	4%	5%	2%	4%	1%	3%	5%	5%	4%	5%
Concreto	28%	28%	30%	28%	27%	29%	28%	30%	29%	28%	30%	29%	27%	30%	29%	28%	29%	30%	29%	29%	31%	30%	28%	32%
Fôrma de aço	64%	63%	59%	64%	62%	63%	63%	60%	63%	63%	59%	63%	62%	59%	61%	61%	63%	60%	64%	63%	58%	59%	62%	57%

Fonte: Autora (2023).

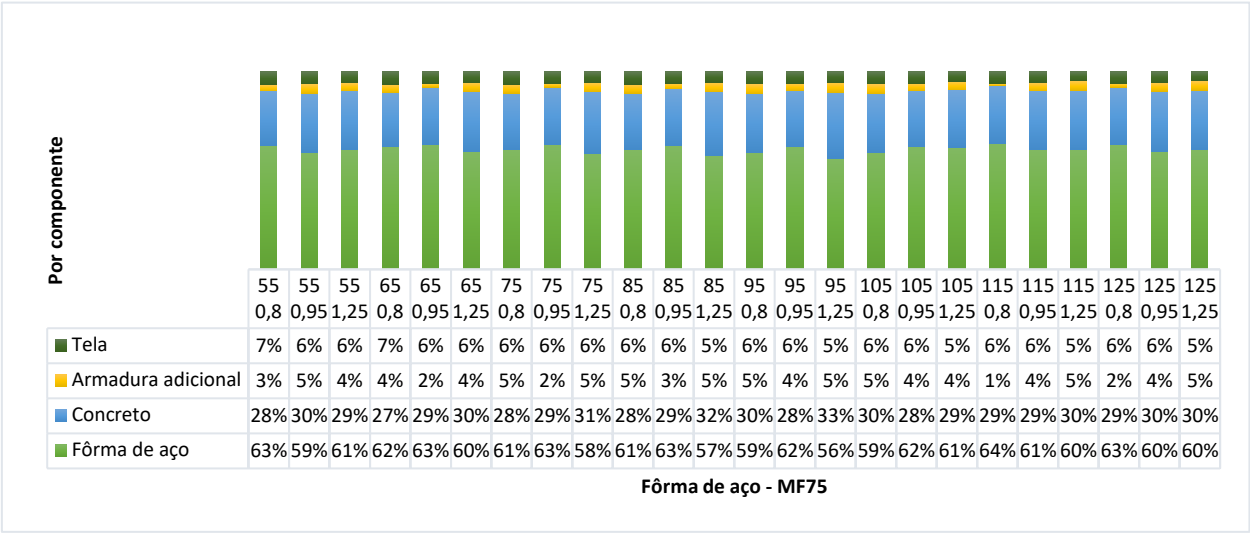
Figura 4.7 - Emissão de CO_2 para cada componente da laje mista - MF75 com vão 3,5 m



	55 0,8	55 0,95	55 1,25	65 0,8	65 0,95	65 1,25	75 0,8	75 0,95	75 1,25	85 0,8	85 0,95	85 1,25	95 0,8	95 0,95	95 1,25	105 0,8	105 0,95	105 1,25	115 0,8	115 0,95	115 1,25	125 0,8	125 0,95	125 1,25
Tela	7%	7%	6%	7%	7%	6%	7%	7%	6%	7%	6%	6%	7%	6%	6%	7%	6%	6%	7%	6%	6%	6%	6%	5%
Armadura adicional	0%	3%	1%	1%	4%	2%	2%	4%	3%	2%	5%	4%	3%	5%	4%	4%	1%	4%	4%	2%	5%	5%	3%	5%
Concreto	28%	28%	29%	28%	27%	29%	28%	27%	29%	28%	28%	28%	28%	30%	29%	27%	29%	30%	27%	29%	31%	28%	29%	32%
Fôrma de aço	65%	63%	64%	64%	62%	63%	63%	62%	63%	63%	61%	62%	63%	59%	61%	62%	64%	60%	62%	63%	58%	61%	63%	57%

Fonte: Autora (2023).

Figura 4.8 - Emissão de CO_2 para cada componente da laje mista - MF75 com vão 4,5 m

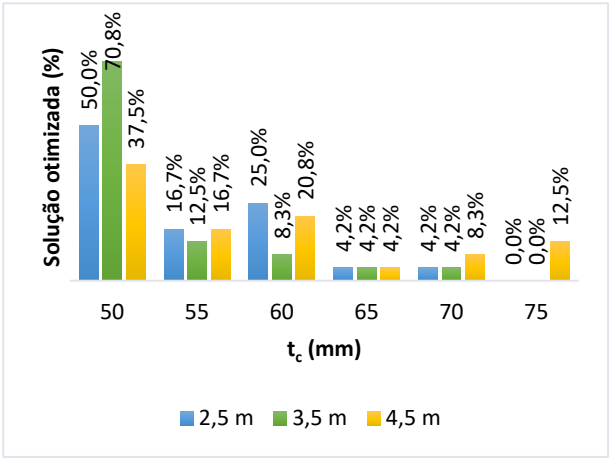


	55 0,8	55 0,95	55 1,25	65 0,8	65 0,95	65 1,25	75 0,8	75 0,95	75 1,25	85 0,8	85 0,95	85 1,25	95 0,8	95 0,95	95 1,25	105 0,8	105 0,95	105 1,25	115 0,8	115 0,95	115 1,25	125 0,8	125 0,95	125 1,25
Tela	7%	6%	6%	7%	6%	6%	6%	6%	6%	6%	6%	5%	6%	6%	5%	6%	6%	5%	6%	6%	5%	6%	6%	5%
Armadura adicional	3%	5%	4%	4%	2%	4%	5%	2%	5%	5%	3%	5%	5%	4%	5%	5%	4%	4%	1%	4%	5%	2%	4%	5%
Concreto	28%	30%	29%	27%	29%	30%	28%	29%	31%	28%	29%	32%	30%	28%	33%	30%	28%	29%	29%	29%	30%	29%	30%	30%
Fôrma de aço	63%	59%	61%	62%	63%	60%	61%	63%	58%	61%	63%	57%	59%	62%	56%	59%	62%	61%	64%	61%	60%	63%	60%	60%

Fonte: Autora (2023).

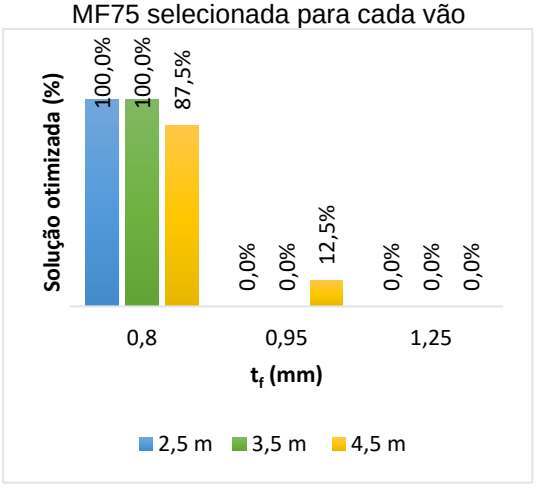
Na análise de emissão de CO_2 por componente, percebe-se novamente que a fôrma de aço apresentou maior impacto na emissão de CO_2. Além disso, nota-se que foi escolhido utilizar armadura adicional positiva em 96% os casos da MF75. A Figura 4.9, Figura 4.10, Figura 4.11 e Figura 4.12 apresenta a frequência da altura da capa de concreto, espessura da fôrma de aço, armadura adicional e f_{ck} selecionadas nas soluções ótimas das lajes com a fôrma MF75.

Figura 4.9 – Altura da capa de concreto selecionada para cada vão



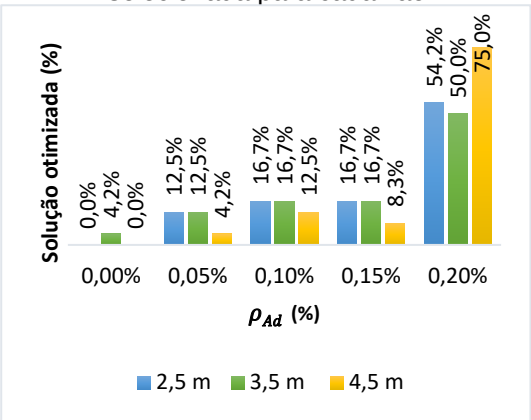
Fonte: Autora (2023).

Figura 4.10 – Espessura da fôrma de aço MF75 selecionada para cada vão



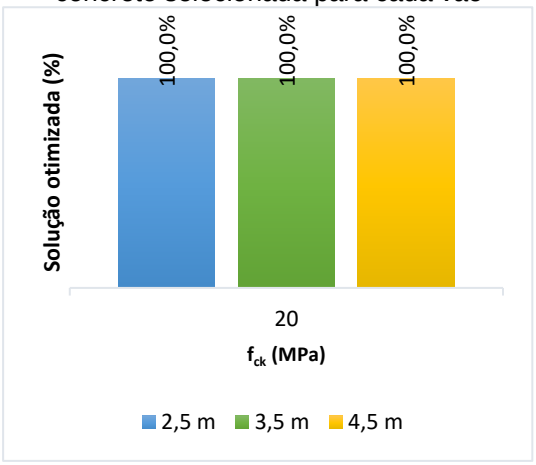
Fonte: Autora (2023).

Figura 4.11 – Taxa de armadura adicional selecionada para cada vão



Fonte: Autora (2023)

Figura 4.12 – Resistência característica do concreto selecionada para cada vão



Fonte: Autora (2023)

É possível observar que a altura da capa de concreto de 50 mm foi a mais utilizada nos três casos de vãos analisados. Dessa maneira, foi possível minimizar a emissão de CO_2 provocada pelo concreto, uma vez que o volume de concreto reduziu. Nota-se a espessura da fôrma de aço de 0,8 mm foi adotada em, no mínimo, 87,5% das soluções ótimas. A seleção por fôrmas de aço com a menor espessura é justificada pela alta contribuição da fôrma de aço na emissão de CO_2. Assim, a emissão de CO_2 total da estrutura pode ser reduzida.

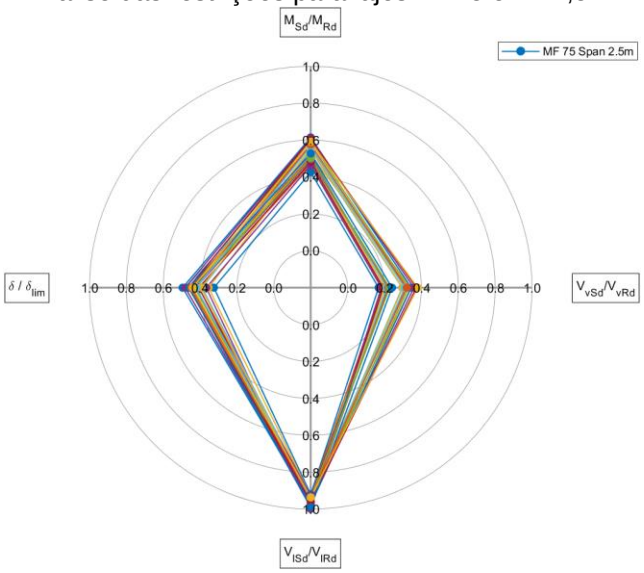
A taxa de armadura adicional mais utilizada foi a de 0,2%, equivalente a 2 barras de 5 mm em cada nervura em uma laje com capa de concreto de 50 mm. Entretanto, percebe-se que todos os valores possíveis para a taxa de armadura adicional foram utilizados. Isso demonstra que o uso da armadura adicional em lajes biapoiadas é vantajoso, pois é capaz de fornecer maior capacidade resistente à laje com pouco impacto na emissão de CO_2. Esse valor sofre uma variação devido às cargas impostas à laje e por possuir uma região definida para se localizar.

Para a resistência característica do concreto, foi escolhido em 100% dos casos o valor de 20 MPa. Isso por que o concreto representa o segundo elemento com maior impacto na emissão de CO_2, como pode ser analisado por meio da Figura 4.6, Figura 4.7 e Figura 4.8. Assim, as soluções otimizadas de menores resistências correspondem a uma menor emissão de CO_2.

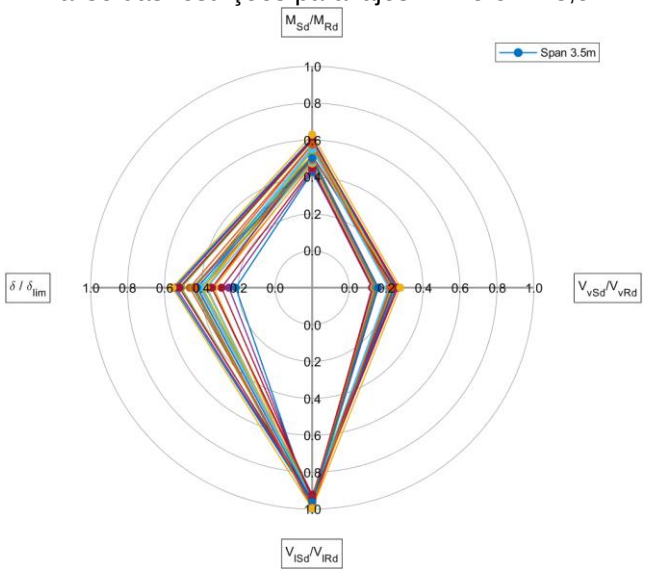
Por fim, a Figura 4.13 apresenta a análise das restrições que controlam o processo de otimização das lajes com a fôrma de aço MF75 e vão de 2,5 m, 3,5 m e 4,5 m. Similarmente a laje com MF50 e vão de 2,5 m, o cisalhamento longitudinal governou o dimensionamento das lajes, e em seguida, a flecha.

Figura 4.13 – Análise das restrições para lajes MF75 e vão de 2,5 m, 3,5 m e 4,5 m

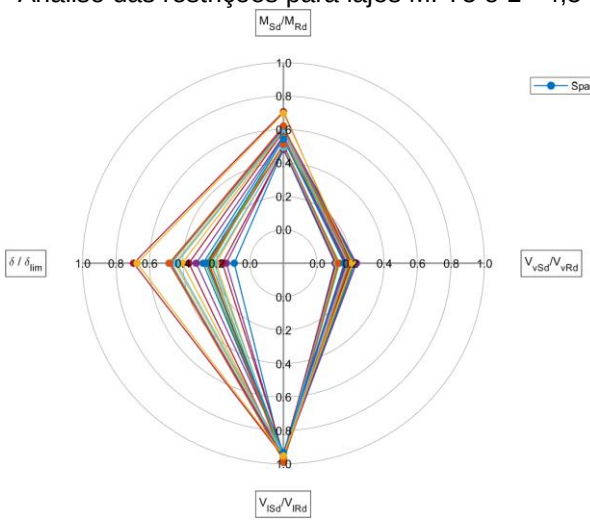
Análise das restrições para lajes MF75 e L= 2,5 m



Análise das restrições para lajes MF75 e L= 3,5 m



Análise das restrições para lajes MF75 e L= 4,5 m



Fonte: Autora (2023)

5 OTIMIZAÇÃO DE LAJE MISTA CONTÍNUA

Neste estudo foram analisadas lajes mistas contínuas constituídas pela fôrma de aço Polydeck 59S e que possui a geometria apresentada no Quadro 14. A análise foi realizada com dois e três vãos, para vãos com tamanhos de 2,6 m, 3,4 m e 4 m. Também foi considerada como carga sobreposta o valor fornecido pelo fabricante para todos os casos abordados no catálogo. Ressalta-se que para laje contínua com dois vãos, o catálogo do fabricante não prevê todas as cargas para o caso de 4,0 m, então utilizou-se a carga do vão de 3,4 m. E, que para a situação de laje contínua com três vãos, o catálogo do fabricante também não prevê todas as cargas para o vão de 3,4 m e 4 m, ou seja, não sendo dimensionadas para certas situações de cargas. Nestes casos, foi adotada a carga do vão de 3,2 m para o vão de 3,4 m e foram adotadas as cargas do vão de 3,4 m para o vão de 4 m, que seria uma situação mais desfavorável para esses vãos de forma a verificar o dimensionamento final.

Estão sendo considerados o módulo de elasticidade do aço (E_a) igual a 200 GPa, a massa específica do aço de 7850 kg/m³, o fator de ponderação da resistência para o concreto (γ_c), fôrma de aço (γ_a), armadura (γ_a) e da resistência ao cisalhamento longitudinal (γ_{sl}) igual a 1.4, 1.15, 1.15, 1.43 respectivamente.

5.1 LAJE MISTA CONTÍNUA COM DOIS VÃOS

Para verificar a eficiência dos valores encontrados, foi realizada uma comparação entre os algoritmos de otimização PSO e GWO. Na Tabela 14 estão apresentados os 45 casos de cargas definidos pelo fabricante que foram utilizados para otimizar as lajes mistas de acordo com a menor emissão de CO_2.

Tabela 14 – Casos de carga analisados

Caso de carga	2,6 m kN/m²	Caso de carga	2,6 m kN/m²	Caso de carga	3,4 m kN/m²	Caso de carga	3,4 m kN/m²	Caso de carga	4 m kN/m²	Caso de carga	4 m kN/m²
1	7,52	24	20,23	1	4,45	24	12,29	1	4,45	24	5,51
2	8,74	25	10,12	2	5,16	25	4,51	2	5,16	25	4,51
3	10,58	26	15,86	3	7,14	26	5,8	3	7,14	26	3,23
4	8,27	27	21,61	4	2,88	27	9,43	4	2,88	27	5,82

Caso de carga	2,6 m kN/m²	Caso de carga	2,6 m kN/m²	Caso de carga	3,4 m kN/m²	Caso de carga	3,4 m kN/m²	Caso de carga	4 m kN/m²	Caso de carga	4 m kN/m²
5	9,62	28	10,67	5	5,69	28	4,75	5	5,69	28	4,75
6	11,96	29	16,76	6	7,89	29	6,11	6	3,64	29	3,39
7	9,03	30	22,99	7	3,11	30	9,96	7	3,11	30	6,14
8	10,51	31	11,22	8	6,21	31	4,98	8	6,21	31	2,54
9	13,34	32	17,66	9	8,62	32	6,42	9	3,95	32	3,56
10	9,79	33	24,36	10	3,34	33	10,48	10	3,34	33	6,46
11	11,4	34	11,77	11	4,26	34	5,22	11	4,26	34	2,66
12	14,71	35	18,56	12	9,35	35	6,74	12	4,26	35	3,73
13	10,55	36	25,74	13	3,57	36	11,00	13	3,57	36	6,78
14	12,28	37	12,33	14	4,57	37	5,46	14	2,57	37	2,77
15	16,09	38	15,09	15	10,08	38	7,05	15	4,57	38	3,9
16	11,32	39	27,12	16	3,8	39	11,53	16	3,8	39	7,1
17	13,17	40	12,89	17	4,87	40	5,7	17	2,73	40	2,89
18	17,47	41	15,78	18	10,81	41	7,36	18	4,88	41	4,07
19	12,08	42	28,41	19	4,04	42	12,06	19	4,04	42	7,42
20	14,07	43	13,44	20	5,18	43	5,94	20	2,9	43	3,01
21	18,85	44	16,46	21	11,55	44	7,68	21	5,19	44	4,24
22	12,85	45	29,68	22	4,27	45	12,58	22	4,27	45	7,74
23	14,96	-	-	23	5,49	-	-	23	3,06	-	-

Os itens marcados na Tabela 14 representam os valores adotados para as análises, uma vez que o catálogo do fabricante não disponibiliza valores para essas situações. Na Tabela 15 estão apresentadas as emissões totais de CO_2 encontradas para cada algoritmo ao utilizar as cargas da tabela anterior.

Tabela 15 - Resultado das emissões totais de CO2 para cada algoritmo

Casos de carga	Vão 2,6 m		Vão 3,4 m		Vão 4 m	
	PSO	GWO	PSO	GWO	PSO	GWO
	kg	kg	kg	kg	kg	kg
1	204,13	204,13	272,77	272,77	352,81	352,81
2	208,59	208,59	277,22	277,22	364,35	364,35
3	216,46	214,61	299,63	299,63	392,12	392,12
4	207,97	207,97	265,34	265,34	326,14	326,14
5	212,12	212,12	283,87	283,87	370,16	370,16
6	220,08	220,08	309,54	309,70	334,90	334,90
7	208,59	208,59	265,58	265,58	333,02	326,14
8	211,99	211,99	292,03	290,46	384,19	384,19

Casos de carga	Vão 2,6 m		Vão 3,4 m		Vão 4 m	
	PSO	GWO	PSO	GWO	PSO	GWO
	kg	kg	kg	kg	kg	kg
9	228,10	228,10	314,64	314,64	343,57	343,57
10	211,99	211,99	266,14	266,14	333,96	330,17
11	217,07	217,07	272,77	272,77	348,20	348,20
12	230,74	230,74	317,33	317,33	348,19	348,19
13	211,99	211,99	266,94	266,94	334,90	334,90
14	221,34	221,34	272,77	272,77	320,90	320,90
15	237,85	237,85	328,35	327,86	352,81	352,81
16	217,07	217,07	271,17	271,17	341,73	341,73
17	225,98	226,18	277,22	277,22	320,90	320,90
18	241,68	241,68	334,31	333,30	359,27	359,27
19	221,34	221,34	271,97	271,97	347,66	344,51
20	229,13	229,13	277,22	277,22	326,14	326,14
21	251,09	250,71	336,89	336,89	364,35	364,35
22	224,95	223,93	272,77	272,77	349,80	348,19
23	233,30	233,30	280,64	280,64	326,14	326,14
24	252,08	252,08	347,04	347,04	370,16	370,16
25	211,99	211,99	272,77	272,77	352,81	352,81
26	237,12	236,71	283,87	283,87	326,14	326,14
27	256,64	256,64	317,33	317,33	370,16	370,16
28	214,61	214,61	277,22	277,22	354,98	354,98
29	241,81	240,60	289,44	289,44	330,17	330,17
30	265,38	265,38	328,35	327,85	375,06	375,06
31	217,07	217,07	277,22	277,22	320,90	320,90
32	242,80	242,80	292,03	292,03	333,96	333,96
33	269,70	266,36	329,64	329,64	380,79	385,71
34	217,69	217,69	277,22	277,22	320,90	320,90
35	249,73	249,73	295,51	295,51	334,90	334,90
36	278,47	278,47	335,60	335,60	385,71	385,71
37	221,34	221,34	283,87	280,64	320,90	320,90
38	233,30	233,30	299,63	299,41	341,73	343,56
39	278,47	278,47	336,89	336,89	382,34	392,12
40	224,95	223,93	283,87	283,87	326,14	326,14
41	236,71	236,71	299,89	299,89	342,67	344,50
42	284,21	284,21	341,07	341,07	386,58	393,64

Casos de carga	Vão 2,6 m		Vão 3,4 m		Vão 4 m	
	PSO	GWO	PSO	GWO	PSO	GWO
	kg	kg	kg	kg	kg	kg
43	228,10	228,10	284,67	284,67	326,14	326,14
44	238,63	238,63	305,08	305,08	344,50	344,50
45	290,55	287,22	352,68	347,04	401,26	401,26

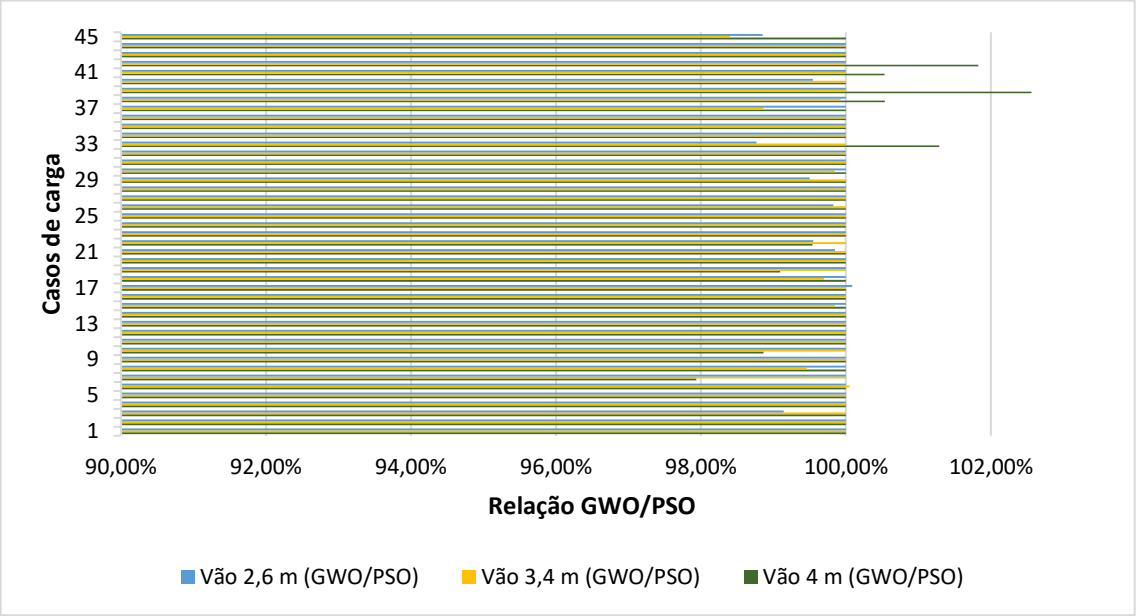
É possível observar que os resultados encontrados apresentaram uma variação de no máximo 2,6% entre os algoritmos. Na Tabela 16 estão apresentadas as relações entre os algoritmos, quantificando os valores iguais e menores encontrados entre os algoritmos.

Tabela 16 - Eficiência entre PSO e GWO

Solução	Vão 2,6 m			Vão 3,4 m			Vão 4 m		
Razão	< 100%	= 100%	> 100%	< 100%	= 100%	> 100%	< 100%	= 100%	> 100%
(GWO/PSO)	8	36	1	7	37	1	4	36	5
	18%	80%	2%	16%	82%	2%	9%	80%	11%

A Tabela 16 demonstra que no mínimo 80% dos resultados foram iguais, sendo que o algoritmo GWO encontrou valores mais otimizados para os vãos de 2,6 m e 3,4 m. Como exemplo, para o vão de 4 m o algoritmo PSO encontrou 5 resultados melhores e 36 resultados iguais aos do GWO. A Figura 5.1 apresenta a razão entre as emissões de CO_2 do GWO e PSO.

Figura 5.1 – Comparação entre GWO e PSO



Fonte: Autora (2023).

A título de exemplificação, a Tabela 17 apresenta a solução obtida para o caso de vão de 2,6 m, fôrma de aço Polydeck 59S de espessura 1,25 mm, altura total da laje de 210 mm e carga sobreposta de 24,36 kN/m^2 comparando com os resultados do catálogo do fabricante.

Tabela 17 - Comparação entre o resultado do Fabricante e a solução otimizada para o vão de 2,6 m

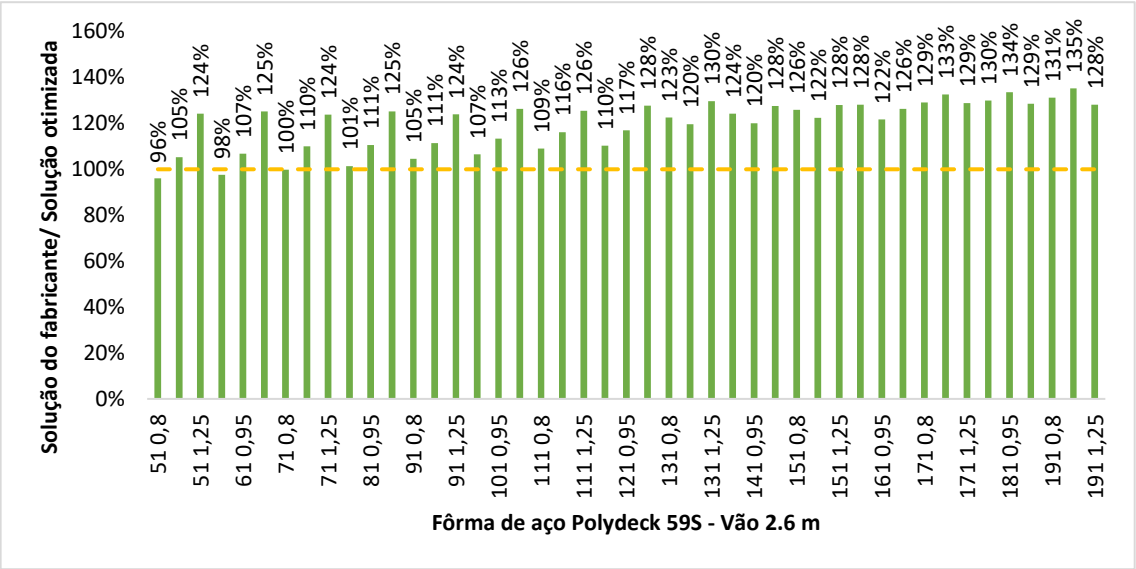
Solução	Propriedades							
	h_t (mm)	h_f (mm)	t_c (mm)	t_f (mm)	f_{ck} (MPa)	ρ_{A_d} (%)	ρ_{A_N} (%)	Carga (kN/m²)
Fabricante	210	59	151	1,25	20	0	TS283	24,36
Autora PSO	170	59	111	0,8	35	0,0010	0,35	24,36
Autora GWO	150	59	91	0,8	40	0,002	0,5	24,36
Solução	Emissão de CO_2							
	Fôrma (kg)	Concreto (kg)	Armadura adicional (kg)	Tela (kg)	Armadura negativa (kg)	Armadura fissuração (kg)	Total (kg)	Fabricante/ Otimização
Fabricante	196,02	119,514	0	22,01	15,16	0	352,71	-
Autora PSO	125,38	109,697	8,72	18,01	7,90	0	269,70	131%
Autora GWO	125,38	104,721	14,29	12,11	9,87	0	266,36	132%

Conforme pode ser observado na Tabela 17, para o mesmo nível de carga os algoritmos de otimização forneceram soluções melhores que a do fabricante. Dentre essas soluções, os resultados do GWO obtiveram menor emissão total de CO_2 ao adotarem uma laje com altura final de 150 mm, espessura da fôrma de 0,8 mm e f_{ck} igual a 40 MPa, demonstrando que a redução da quantidade de concreto pode ser compensada com o uso de uma maior resistência caraterística do concreto. Também foi adotada uma taxa de armadura positiva adicional de 0,2% e uma taxa de armadura negativa igual a 0,5%, apontando a vantagem da utilização da armadura como elemento para aumentar o esforço resistente da laje.

Todas as parcelas que compõem a emissão total de CO_2 da laje foram reduzidas em relação aos resultados do fabricante. Em comparação com o PSO, a emissão por elemento da solução do fabricante foi maior em 56,3% para a fôrma, 8,9% para o concreto e 22% para a tela de fissuração e 91,8% para a armadura negativa.

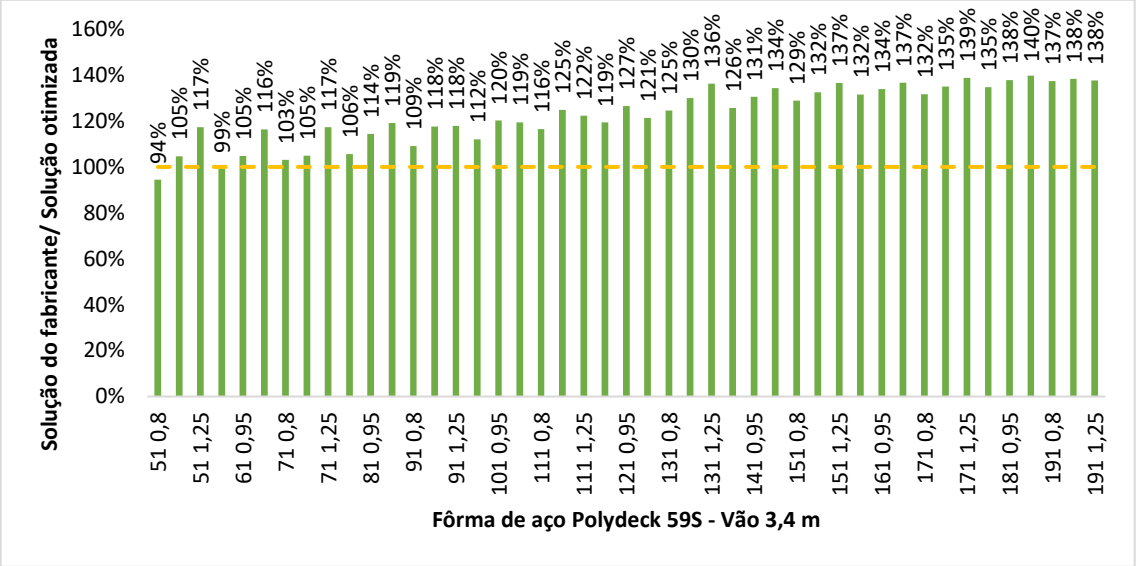
Na Figura 5.2, Figura 5.3 e Figura 5.4 pode-se visualizar a razão entre a emissão de CO_2 das soluções do fabricante e do problema de otimização para os vãos de 2,6 m, 3,4 m e 4 m respectivamente.

Figura 5.2 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 2,6 m



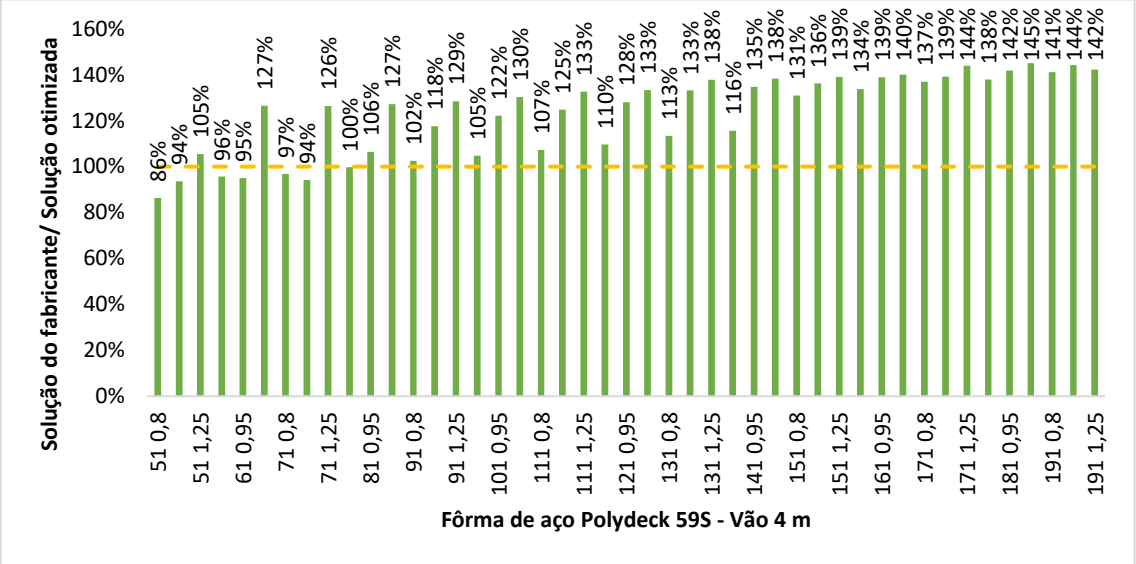
Fonte: Autora (2023).

Figura 5.3 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 3,4 m



Fonte: Autora (2023).

Figura 5.4 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 4 m



Fonte: Autora (2023).

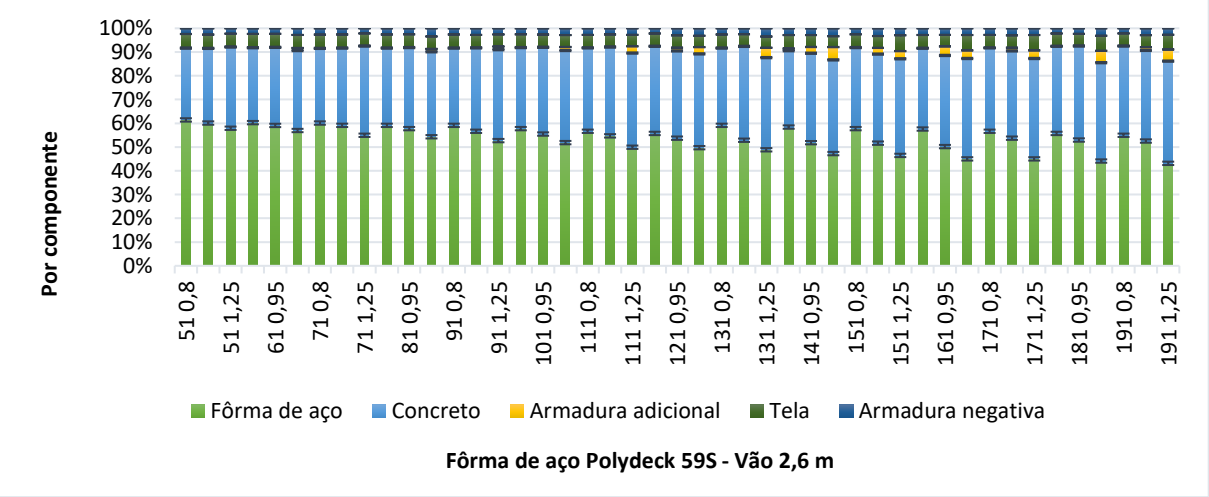
Vale ressaltar que existe uma diferença na emissão total do fabricante, uma vez que o catálogo utiliza um concreto com f_{ck} igual a 22 MPa, mas que na análise das emissões, foi considerado um f_{ck} igual a 20 MPa devido aos dados disponíveis. Isto

significa que o valor considerado para a emissão de CO_2 do fabricante apresentada no estudo corresponde a um valor menor que o efetivamente produzido.

Observa-se que para os vãos de 2,6 m e 3,4 m as soluções ótimas foram melhores que as soluções propostas pelo fabricante, com a exceção de dois casos. Para essas situações foram adotados concretos com f_{ck} de 30 e 35 MPa e a altura mínima para a capa de concreto. No vão de 4 m, o valor do fabricante foi menor em seis casos. Essas situações não apresentam valores de cargas no catálogo, assim, foram utilizadas as cargas correspondentes do vão de 3,4 m, casos.

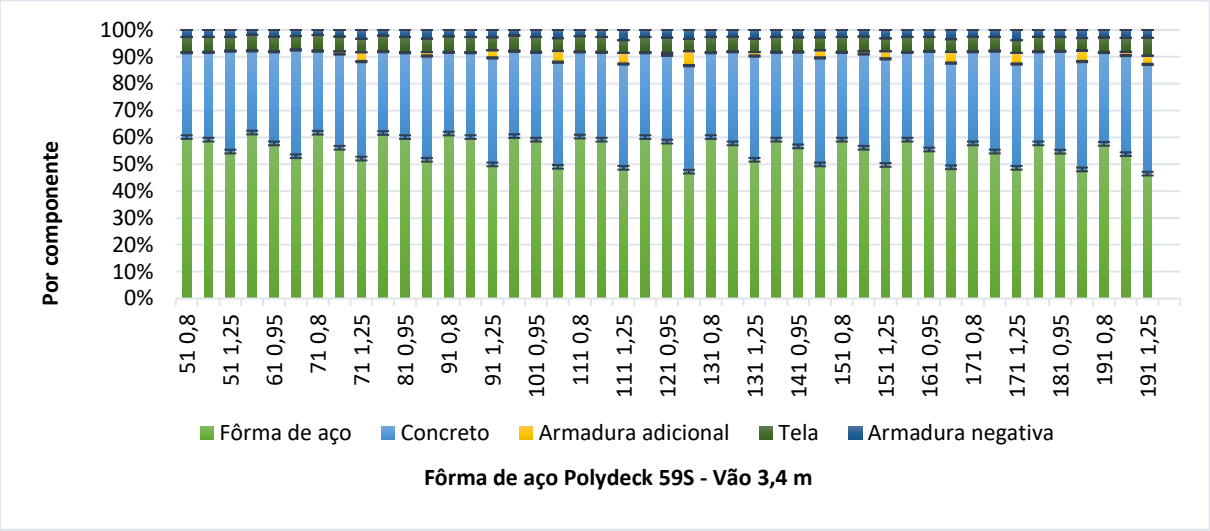
A Figura 5.5, Figura 5.6 e Figura 5.7 apresentam as parcelas de emissão de CO_2 de cada componente da laje mista para cada tamanho de vão. Nota-se que a fôrma da laje é o elemento com maior contribuição na emissão de CO_2 total da estrutura, tendo-se na sequência o concreto, a tela de fissuração, a armadura negativa e a armadura positiva adicional. Importante observar que a armadura positiva adicional auxilia na redução da espessura da fôrma com uma pequena influência na emissão de CO_2 total da estrutura.

Figura 5.5 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 2,6 m



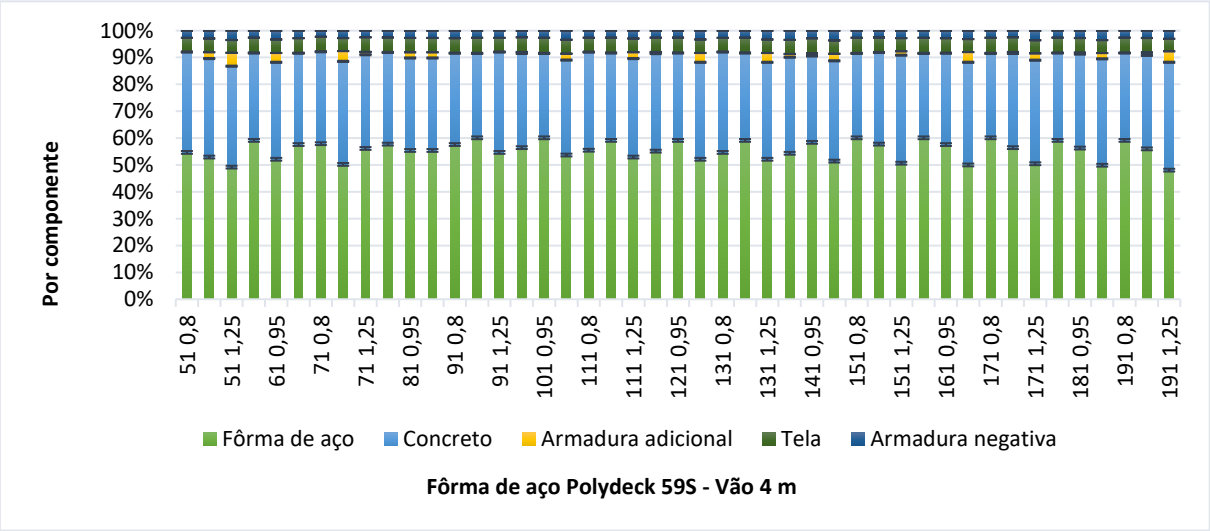
Fonte: Autora (2023).

Figura 5.6 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 3,4 m



Fonte: Autora (2023).

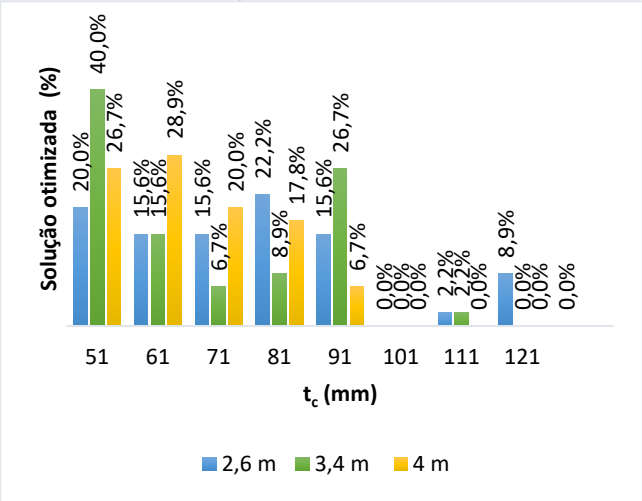
Figura 5.7 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 4 m



Fonte: Autora (2023).

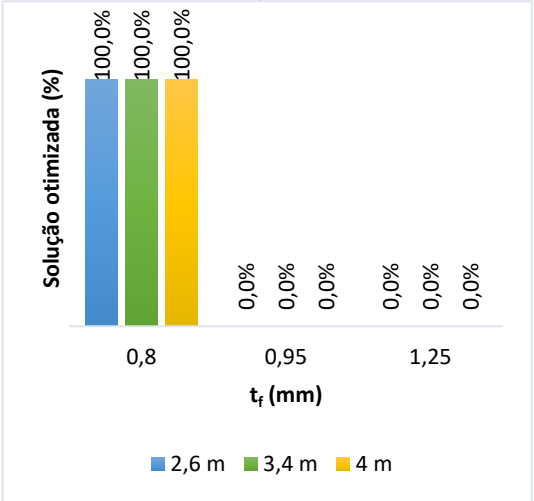
A Figura 5.8, Figura 5.9, Figura 5.10 e Figura 5.11 apresentam a frequência da altura da capa de concreto, espessura da fôrma de aço, armadura adicional e f_{ck} selecionados nas soluções ótimas das lajes. E a Figura 5.12 e Figura 5.13 a taxa da armadura negativa utilizada e a bitola dessa armadura.

Figura 5.8 - Altura da capa de concreto selecionada para cada vão



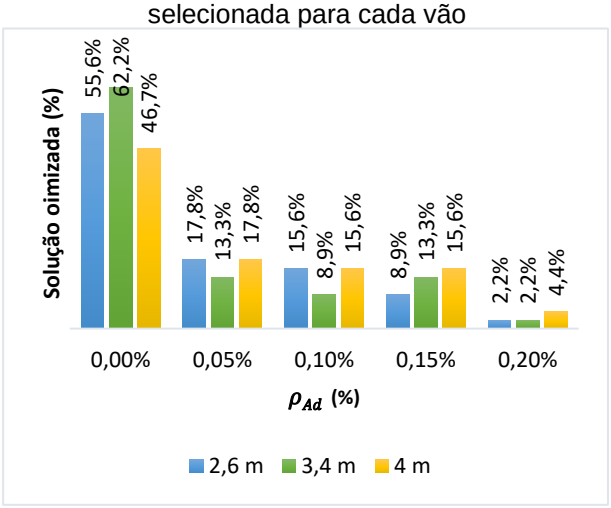
Fonte: Autora (2023)

Figura 5.9 – Espessura da fôrma de aço selecionada para cada vão



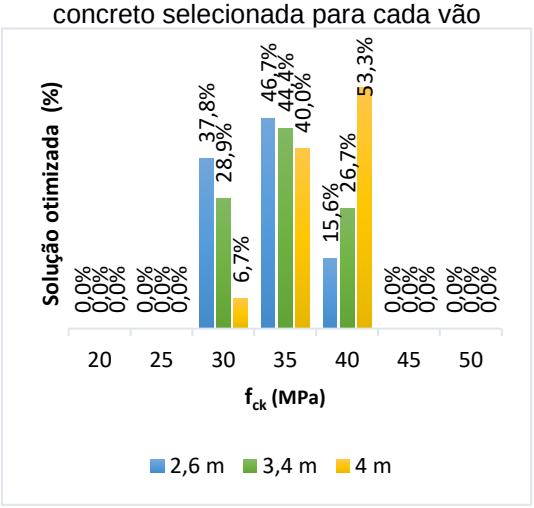
Fonte: Autora (2023)

Figura 5.10 – Taxa de armadura adicional selecionada para cada vão



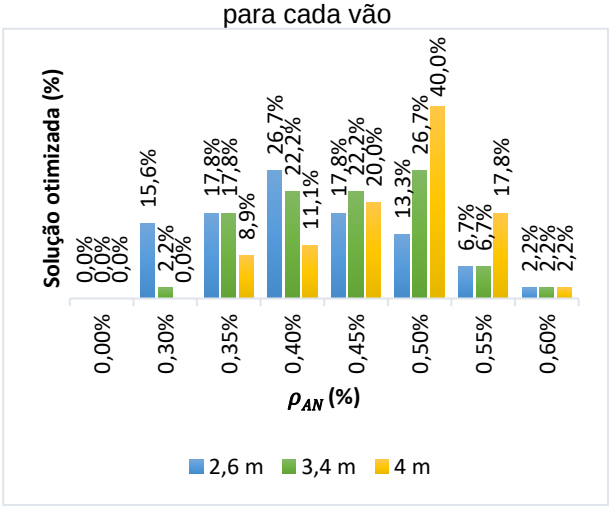
Fonte: Autora (2023).

Figura 5.11 – Resistência característica do concreto selecionada para cada vão



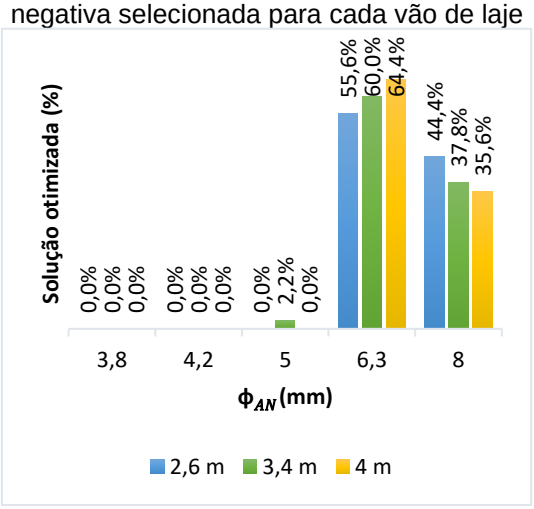
Fonte: Autora (2023).

Figura 5.12 - Taxa de armadura negativa selecionada para cada vão



Fonte: Autora (2023).

Figura 5.13 - Diâmetro da armadura negativa selecionada para cada vão de laje



Fonte: Autora (2023).

A Figura 5.8 demonstra que a altura de capa de concreto mais utilizada foi diferente para cada caso, sendo que os valores escolhidos com maior frequência foram 81 mm, 51 mm e 61 mm para os vãos de 2,6 m, 3,4 m e 4 m, respectivamente. Na Figura 5.9, observa-se que a fôrma de aço com espessura de 0,8 mm foi utilizada em 100% dos casos. Como já comentado, a fôrma de aço foi o elemento que mais contribuiu para a emissão de CO_2. Assim, a solução do problema de otimização priorizou reduzir a espessura da fôrma a fim de atender as restrições do problema com o menor volume da fôrma de aço.

Percebe-se pela Figura 5.10 que a taxa de armadura positiva adicional mais utilizada foi a de 0. Isso porque a laje, ao trabalhar como contínua, pode ter como restrição que governa, o momento fletor negativo, assim, a inserção de armadura adicional positiva não ajudaria.

Também é possível observar que os demais valores para as taxas foram utilizados, tendo como segunda maior utilização a taxa de 0,05% e, seguindo em ordem decrescente até a taxa de 0,2%. Esses valores confirmam a redução do uso da armadura positiva, uma vez que a maior taxa obteve menor uso em todos os vãos. Ainda assim, analisa-se que o uso da armadura positiva adicional ocorreu em, aproximadamente, 40% dos casos. Isso porque esse elemento impacta pouco a emissão de CO_2 elevando a resistência à flexão da laje, não sem necessário o uso de fôrma de aço com maiores espessuras.

Como observado na Figura 5.11, o f_{ck} escolhido com maior frequência para cada situação foi 35 MPa para os vãos de 2,6 m e 3,4 m e de 40 MPa para o vão de 4 m. Ao comparar juntamente com a Figura 5.8, percebe-se que para o vão de 2,6 m, devido a dimensão, foram adotados t_c de 81 mm e f_{ck} de 35 MPa na maioria dos casos. Isso porque o uso de uma capa mais espessa não acarretaria um elevado volume de concreto, não emitindo altos valores de CO_2. Para o vão de 3,5 m, utilizou-se com maior frequência a menor capa de concreto e f_{ck} de 35 MPa. Isso se justifica por ser um vão de tamanho médio, tem sua condição atendida ao utilizar um f_{ck} maior. Para o vão de 4 m, adotou-se em maior quantidade a capa de concreto de 61 mm e

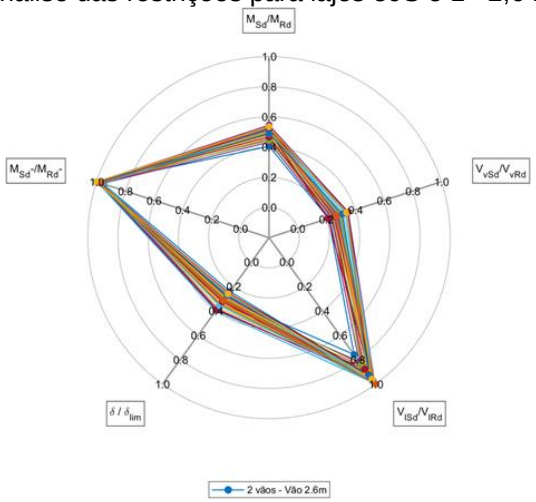
f_{ck} de 40 MPa. Dessa forma, o volume de concreto pode ser reduzido e ainda foi capaz de resistir aos esforços solicitados, uma vez que esse vão possui limitações no catálogo do fabricante, e com uma menor contribuição na emissão final da laje.

Para as armaduras negativas, observa-se que as taxas com maior frequência foram de 0,4% para o vão de 2,6 m e de 0,5% para os vãos de 3,4 m e 4 m. Em relação aos diâmetros das barras, o mais utilizado em todos os vãos foi o de 6,3 mm. O diâmetro das barras foi escolhido para resistir ao esforço de momento fletor negativo e para atender a relação de diâmetro máximo na laje em relação à capa de concreto.

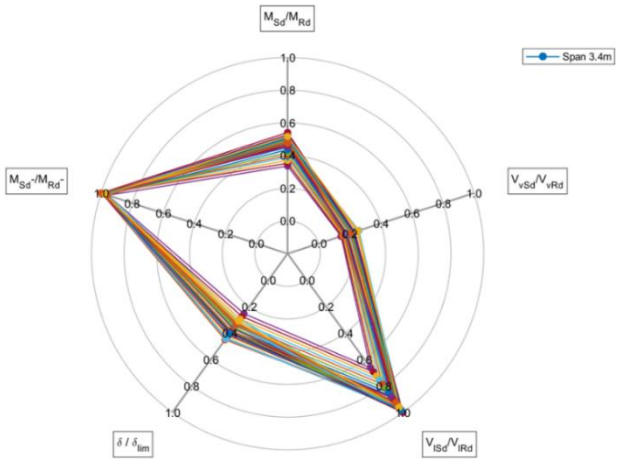
Por fim, a Figura 5.14 apresenta a análise das restrições que controlam o processo de otimização das lajes com a fôrma de aço Polydeck 59S e vão de 2,6 m, 3,4 m e 4 m. Os critérios que governaram o dimensionamento foram o esforço cortante longitudinal e o momento fletor negativo.

Figura 5.14 – Análise das restrições para lajes Polydeck 59S e vão de 2,6 m, 3,4 m e 4 m

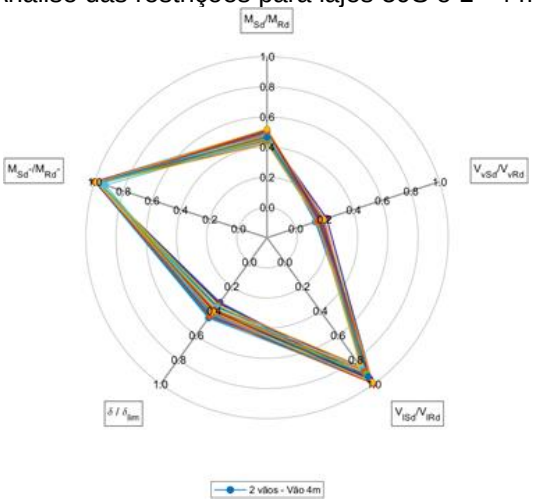
Análise das restrições para lajes 59S e L= 2,6 m



Análise das restrições para lajes 59S e L= 3,4 m



Análise das restrições para lajes 59S e L= 4 m



Fonte: Autora (2023).

A Tabela 18 apresenta a porcentagem dos casos que são governados pelo esforço cortante longitudinal e pelo momento fletor negativo. Percebe-se que para a laje contínua com dois vão, o momento fletor negativo governou na maioria dos casos.

Tabela 18 – Porcentagem de casos governados de acordo com os esforços

Solução	Vão 2,6 m		Vão 3,4 m		Vão 4 m	
Restrição	$\frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}}$	$\frac{M_{Sd}^-}{M_{Rd}}$	$\frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}}$	$\frac{M_{Sd}^-}{M_{Rd}}$	$\frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}}$	$\frac{M_{Sd}^-}{M_{Rd}}$
Porcentagem de casos	16%	84%	0%	100%	9%	91%

5.2 LAJE MISTA CONTÍNUA COM TRÊS VÃOS

Para verificar a eficiência dos valores encontrados, foi realizada uma comparação entre os algoritmos de otimização PSO, GWO. Na Tabela 19 estão apresentados os 45 casos de cargas definidos pelo fabricante e que foram utilizados para otimizar as lajes mistas de acordo com a menor emissão de CO_2.

Tabela 19 – Casos de carga analisados

Caso de carga	2,6 m kN/m²	Caso de carga	2,6 m kN/m²	Caso de carga	3,4 m kN/m²	Caso de carga	3,4 m kN/m²	Caso de carga	4 m kN/m²	Caso de carga	4 m kN/m²
1	7,19	24	19,96	1	4,79	24	8,17	1	4,79	24	4,93
2	8,37	25	9,31	2	4,94	25	3,98	2	4,94	25	3,98
3	10,73	26	15,18	3	6,86	26	5,20	3	6,86	26	2,76
4	7,92	27	21,16	4	2,56	27	8,65	4	2,56	27	5,21
5	9,21	28	9,82	5	3,3	28	4,18	5	3,3	28	4,18
6	12,12	29	16,04	6	7,55	29	5,48	6	3,28	29	2,90
7	8,65	30	22,36	7	2,76	30	9,12	7	2,76	30	5,49
8	10,06	31	10,32	8	3,57	31	4,39	8	3,57	31	4,39
9	13,52	32	16,90	9	8,25	32	5,76	9	3,55	32	3,04
10	9,37	33	23,56	10	2,96	33	9,60	10	2,96	33	5,78
11	10,91	34	10,83	11	3,84	34	4,60	11	3,84	34	4,60
12	14,92	35	17,76	12	8,95	35	6,03	12	3,82	35	3,18
13	10,1	36	24,77	13	3,16	36	10,08	13	3,16	36	6,06
14	11,76	37	11,34	14	4,11	37	4,81	14	4,11	37	4,81
15	16,32	38	13,96	15	6,76	38	6,31	15	4,10	38	3,32
16	10,84	39	25,98	16	3,36	39	10,56	16	3,36	39	6,34
17	12,61	40	11,85	17	4,38	40	5,01	17	4,38	40	5,01
18	17,56	41	14,59	18	7,23	41	6,59	18	4,37	41	3,46
19	11,57	42	27,19	19	3,57	42	11,04	19	3,57	42	6,63
20	13,47	43	12,63	20	4,65	43	5,22	20	4,65	43	5,22
21	18,76	44	15,23	21	7,7	44	6,87	21	4,65	44	3,60
22	12,3	45	28,41	22	3,77	45	11,53	22	3,77	45	6,92
23	14,32	-	-	23	4,93	-	-	23	2,62	-	-

Os itens marcados na tabela representam os valores adotados para as análises, uma vez que o catálogo do fabricante não disponibiliza valores para essas situações. Na Tabela 20 estão apresentadas as emissões totais de CO_2 encontradas para cada algoritmo ao utilizar as cargas da tabela anterior.

Tabela 20 - Resultado das emissões para cada algoritmo

Casos de carga	Vão 2,6 m		Vão 2,6 m		Vão 4 m	
	PSO	GWO	PSO	GWO	PSO	GWO
	kg	kg	kg	kg	kg	kg
1	306,19	306,19	411,15	411,15	525,12	525,12
2	308,64	308,64	411,15	411,15	532,48	533,09
3	320,63	320,63	435,70	435,70	570,79	570,79
4	307,42	307,42	414,00	390,22	474,83	474,83
5	314,41	314,41	398,87	398,87	485,59	485,59
6	327,14	327,14	450,64	447,95	485,59	485,59
7	308,64	308,64	393,33	390,22	481,83	481,83
8	315,63	315,63	400,41	400,41	495,16	495,16
9	335,06	335,06	459,56	460,08	495,16	495,16
10	314,41	314,41	427,85	390,22	483,71	483,71
11	321,85	321,85	402,01	402,01	502,70	502,70
12	344,60	344,60	474,54	470,96	498,08	498,08
13	315,63	315,63	406,58	391,41	485,59	485,59
14	327,14	327,14	403,61	403,61	504,58	504,58
15	353,40	354,24	434,96	434,96	504,58	510,71
16	320,63	320,63	398,87	398,87	485,59	485,59
17	331,96	331,96	405,21	405,21	512,59	512,59
18	362,88	362,88	445,69	445,69	512,59	512,59
19	327,14	323,75	400,41	400,41	495,16	495,16
20	334,67	335,06	411,15	411,15	525,12	525,12
21	370,95	369,03	452,61	453,13	525,12	525,12
22	331,96	331,96	400,89	400,89	498,08	498,08
23	344,06	342,31	411,15	411,15	474,83	474,83
24	373,31	373,31	459,56	460,08	532,48	533,09
25	314,41	314,41	402,01	402,01	504,58	504,58
26	350,29	350,69	412,75	412,75	481,83	481,83
27	384,79	384,79	462,14	462,14	539,52	539,52
28	315,63	315,63	403,61	403,61	510,71	510,71
29	351,43	351,43	414,35	414,35	483,71	483,71
30	387,42	387,42	474,92	474,92	541,95	541,95
31	315,63	315,63	405,21	405,21	512,59	512,59
32	360,14	360,14	420,89	420,89	483,71	483,71
33	394,76	394,76	474,92	474,92	554,07	554,07

Casos de carga	Vão 2,6 m		Vão 2,6 m		Vão 4 m	
	PSO	GWO	PSO	GWO	PSO	GWO
	kg	kg	kg	kg	kg	kg
34	320,63	320,63	409,55	409,55	524,34	524,34
35	363,18	363,18	427,29	427,80	485,59	485,59
36	400,54	400,54	485,09	482,59	558,28	558,73
37	323,08	323,08	411,15	411,15	527,00	527,00
38	341,33	341,33	434,10	428,89	485,59	485,59
39	407,87	407,87	487,67	487,67	563,35	563,35
40	327,14	327,14	412,75	412,75	532,53	532,53
41	344,60	344,60	434,10	434,10	493,28	487,47
42	413,90	422,32	500,60	500,60	570,69	567,75
43	331,96	335,06	412,75	412,75	539,52	539,52
44	350,29	354,24	435,70	435,70	495,16	495,16
45	422,32	425,31	503,19	503,19	573,73	573,73

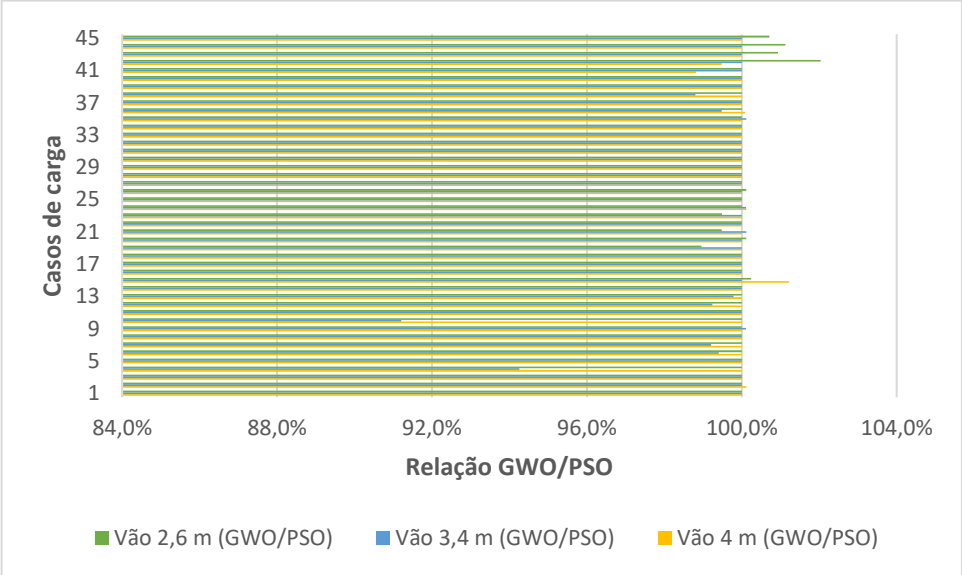
É possível observar que os resultados encontrados apresentaram uma variação de no máximo 8,8% entre os algoritmos. Na Tabela 21 estão apresentadas as relações entre os algoritmos, quantificando os valores iguais e menores encontrados entre os algoritmos.

Tabela 21 - Eficiência entre PSO e GWO

Solução	Vão 2,6 m			Vão 3,4 m			Vão 4 m		
Razão	< 100%	= 100%	> 100%	< 100%	= 100%	> 100%	< 100%	= 100%	> 100%
(GWO/PSO)	3	35	7	8	33	4	2	39	4
	7%	78%	15%	18%	73%	9%	4%	87%	9%

A Tabela 21 demonstra que a maioria dos resultados foram iguais, sendo que o algoritmo PSO encontrou valores mais otimizados para os vãos de 2,6 m e 4 m. A título de explicação, para o vão de 2,6 m o algoritmo PSO encontrou 7 resultados melhores que o GWO. A Figura 5.15 apresenta a razão entre as emissões de CO_2 do GWO e do PSO.

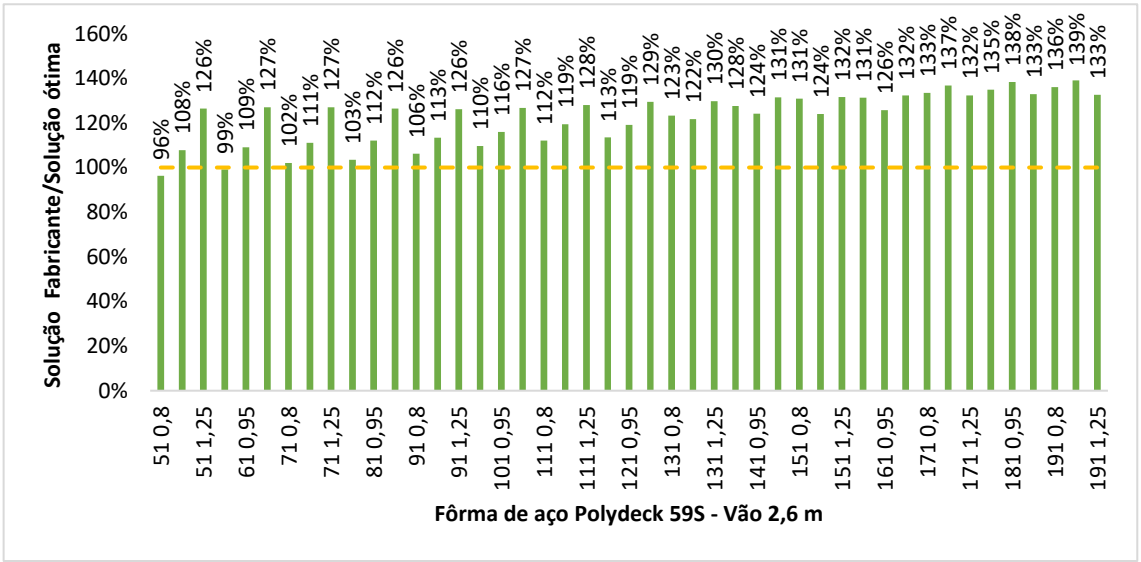
Figura 5.15 – Comparação entre GWO e PSO



Fonte: Autora (2023).

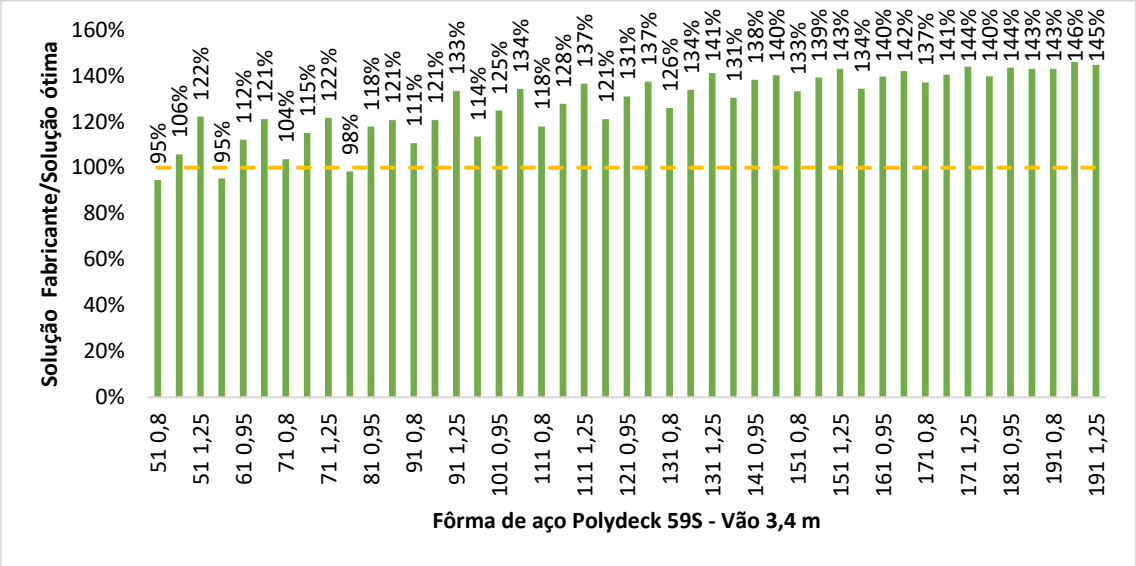
Na Figura 5.16, Figura 5.17 e Figura 5.18 pode-se visualizar a razão entre a emissão de CO_2 das soluções do fabricante e do problema de otimização para os vãos de 2,6 m, 3,4 m e 4 m respectivamente.

Figura 5.16 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 2,6 m



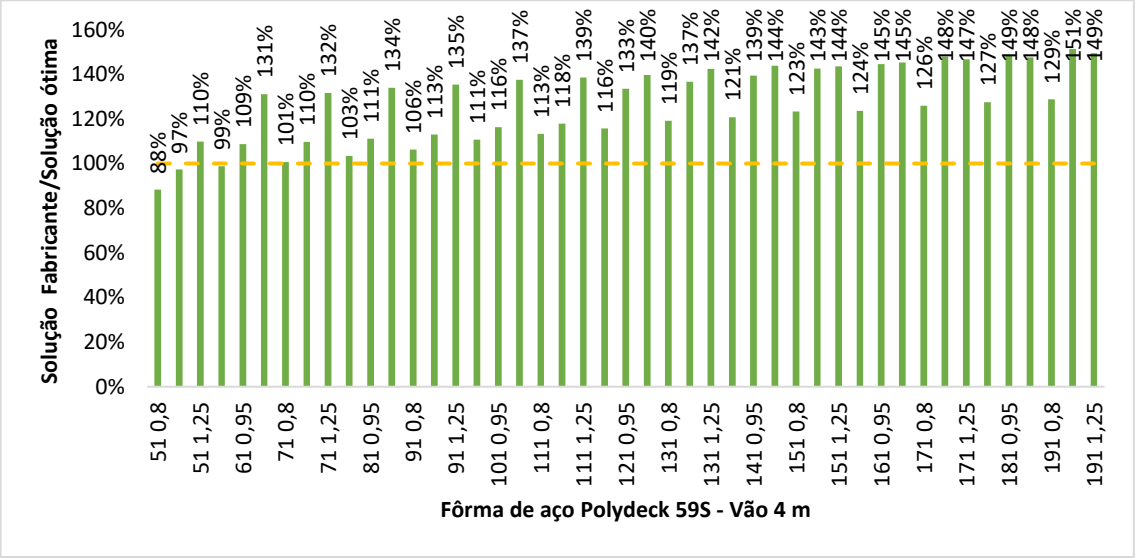
Fonte: Autora (2023).

Figura 5.17 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 3,4 m



Fonte: Autora (2023).

Figura 5.18 - Razão da emissão de CO_2 - Solução do fabricante/solução otimizada para vão 4 m



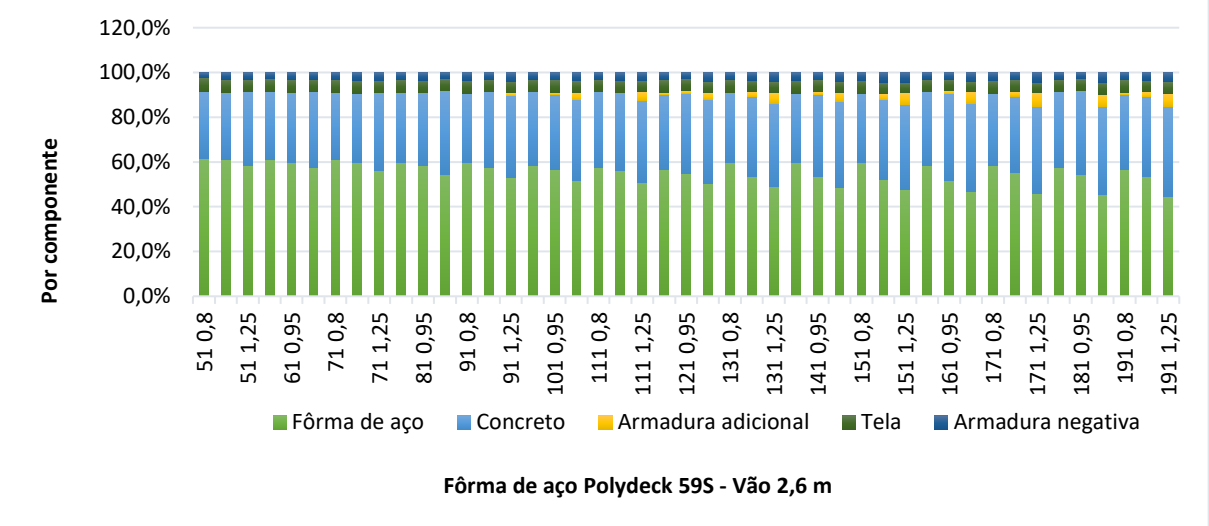
Fonte: Autora (2023).

Observa-se que as soluções ótimas foram melhores que as soluções propostas pelo fabricante em 93% das situações. O primeiro caso do vão de 3,4 m obteve um valor maior de emissão de CO_2 do que o fabricante, uma vez que o catálogo não fornece valor de carga para essa situação. Assim, foi utilizado um valor de carga

correspondente ao vão de 3,2 m do catálogo e demonstrou que é possível encontrar soluções de laje mista, para essa carga, para o vão de 3,4 m. Para o vão de 4 m, alguns casos não possuíam valores dados pelo fabricante, com apresentado na Tabela 19, sendo valores do vão de 3,4 m.

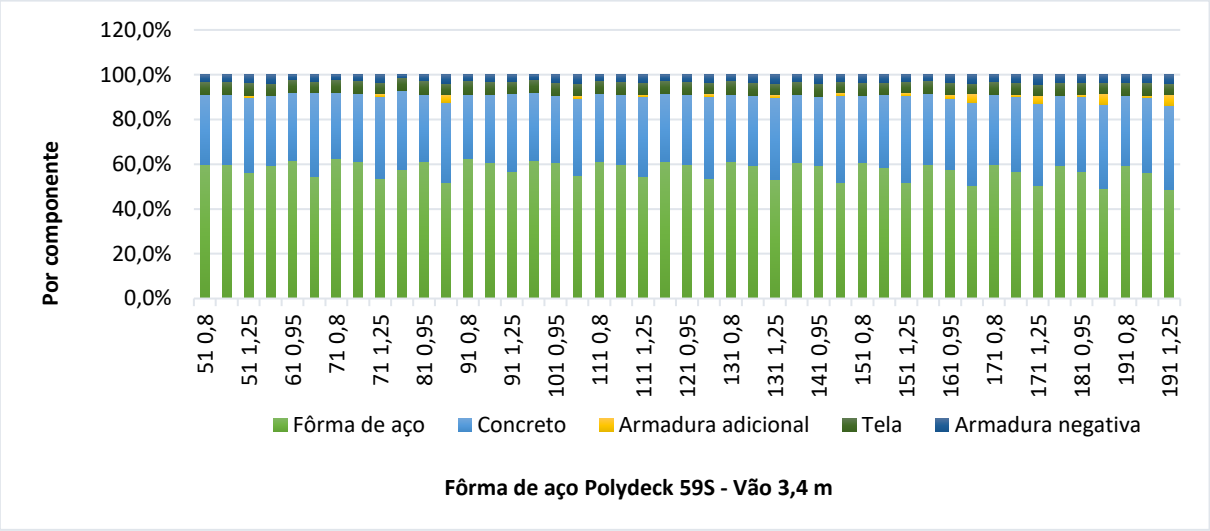
A Figura 5.19, Figura 5.20 e Figura 5.21 apresentam as parcelas de emissão de CO_2 de cada componente da laje mista para cada tamanho de vão. Nota-se que a ordem de contribuição na emissão de CO_2 total da estrutura se manteve: fôrma de aço, concreto, tela de fissuração, armadura negativa e a armadura positiva adicional.

Figura 5.19 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 2,6 m



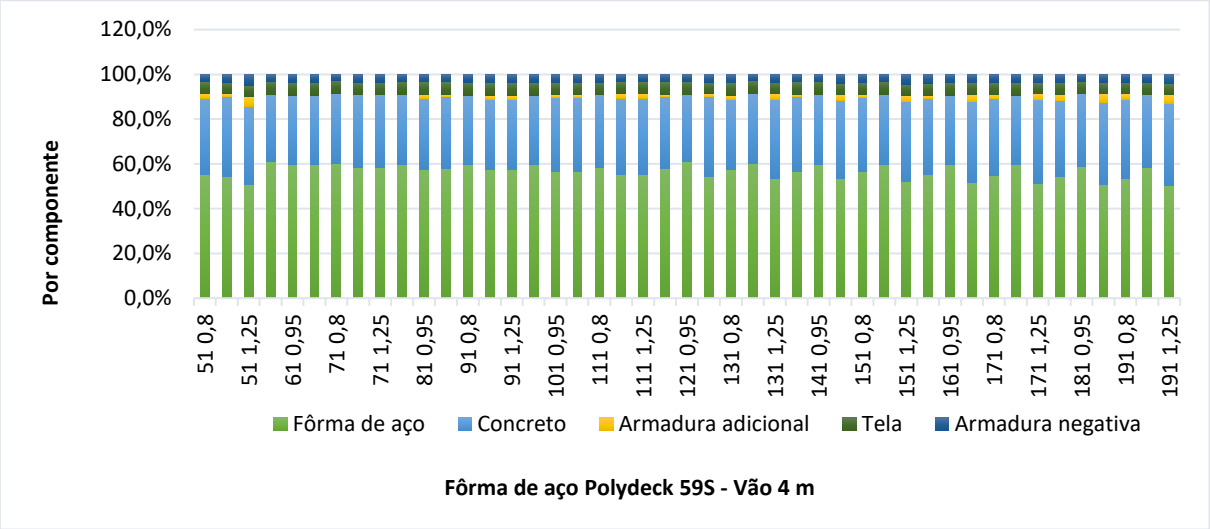
Fonte: Autora (2023).

Figura 5.20 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 3,4 m



Fonte: Autora (2023).

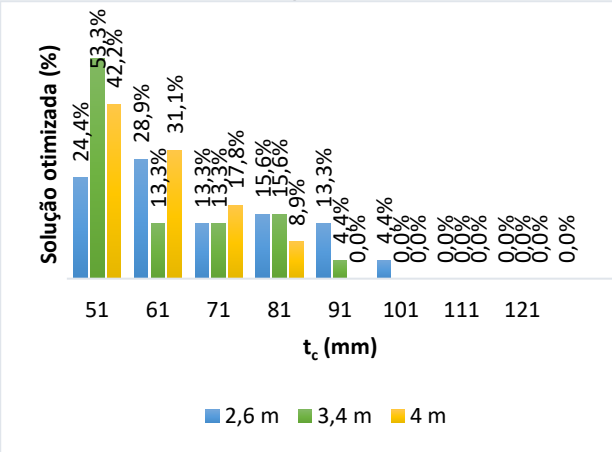
Figura 5.21 - Emissão de CO_2 por componente do Polydeck 59S e vão de 4 m



Fonte: Autora (2023).

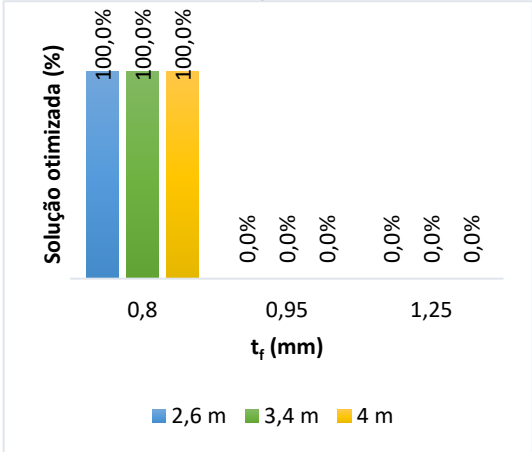
A Figura 5.22, Figura 5.23, Figura 5.24 e Figura 5.25 apresentam a frequência da altura da capa de concreto, espessura da fôrma de aço, armadura adicional e f_{ck} selecionados nas soluções ótimas das lajes. E a Figura 5.26 e Figura 5.27 a taxa da armadura negativa utilizada e a bitola dessa armadura.

Figura 5.22 - Altura da capa de concreto selecionada para cada vão



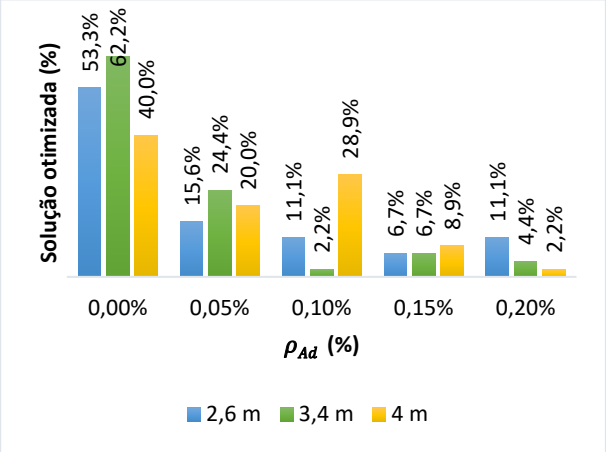
Fonte: Autora (2023)

Figura 5.23 – Espessura da fôrma de aço selecionada para cada vão



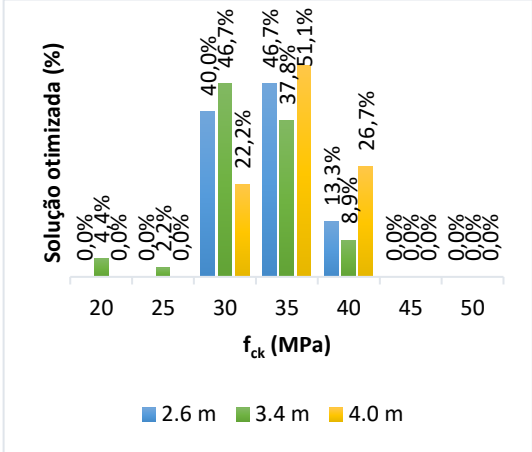
Fonte: Autora (2023)

Figura 5.24 – Taxa de armadura adicional selecionada para cada vão



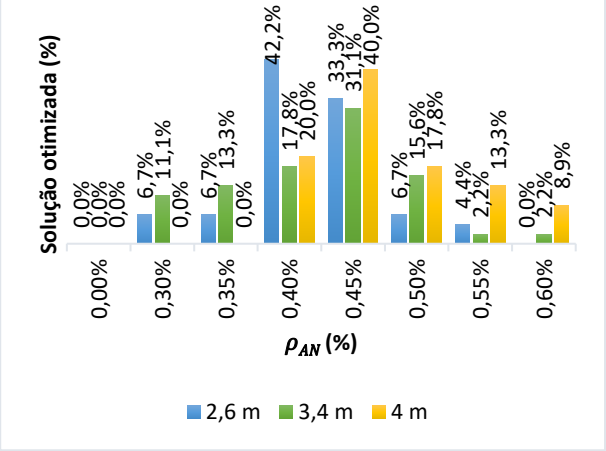
Fonte: Autora (2023)

Figura 5.25 – Resistência característica do concreto selecionada para cada vão



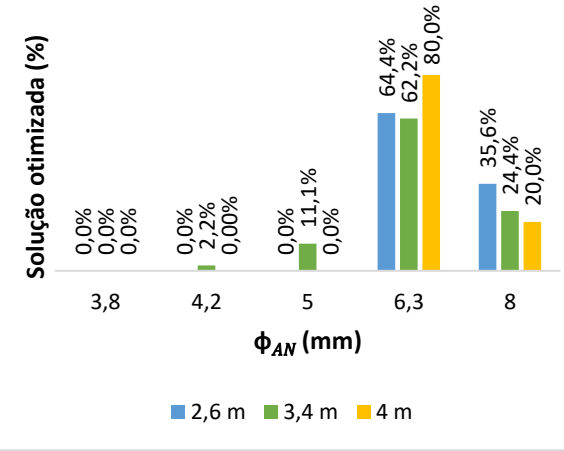
Fonte: Autora (2023)

Figura 5.26 - Taxa de armadura negativa selecionada para cada vão



Fonte: Autora (2023)

Figura 5.27 - Diâmetro da armadura negativa selecionada para cada vão de laje



Fonte: Autora (2023)

A Figura 5.22 demonstra que a altura de capa de concreto mais utilizada foi diferente para cada caso, sendo que os valores escolhidos com maior frequência foram 61 mm para o vão de 2,6 m e 51 mm para os vãos 3,4 m e 4 m. Na Figura 5.23, observa-se que a fôrma de aço com espessura de 0,8 mm foi utilizada em 100% dos casos.

Percebe-se pela Figura 5.24 que a taxa de armadura positiva mais utilizada foi a de 0. Mas, também é possível observar que os demais valores para as taxas foram utilizados, tendo como segunda maior utilização a taxa de 0,05% para os vãos 2,6 m e 3,4 m e a taxa de 0,1% para o vão de 4 m. Ainda assim, analisa-se que o uso da armadura positiva adicional ocorreu em, no mínimo, 15% dos casos. Isso porque esse elemento impacta pouco a emissão de CO_2 elevando a resistência à flexão da laje.

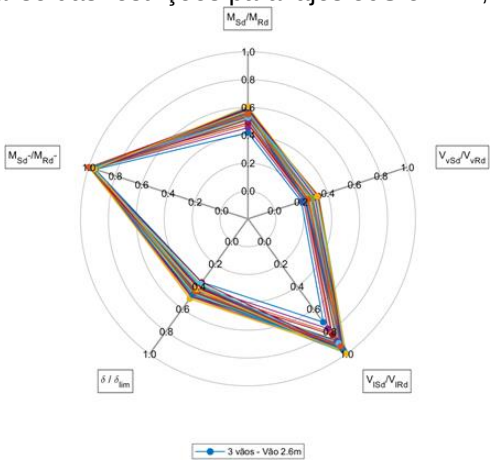
A partir da Figura 5.25 observa-se que as resistências características do concreto escolhidas foram 35 MPa para os vãos de 2,6 m e 4 m e de 30 MPa para o vão de 3,4 m. Ao relacionar esses dados com Figura 5.22, percebe-se que para o vão de 2,6 m, devido a dimensão, foram adotadas capas de 61 mm e f_{ck} de 35 MPa na maioria dos casos. A escolha desses dados pode ser explicada pelo motivo de que o uso de uma capa de concreto mais espessa não acarretaria um volume elevado de concreto para esse caso, não emitindo altos valores de CO_2. Para o vão de 3,4 m, utilizou-se com maior frequência a capa de concreto de 51 mm e f_{ck} de 30 MPa, por ser um vão médio para as fôrmas de aço e sendo preciso apenas uma resistência característica do concreto maior. Para o vão de 4 m adotou-se em maior quantidade a capa de concreto de 51 mm e f_{ck} de 35 MPa. Dessa maneira, o volume de concreto pode ser reduzido e ainda foi capaz de resistir aos esforços solicitados, uma vez que esse vão possui limitações no catálogo do fabricante.

Para as armaduras negativas, observa-se que as taxas escolhidas com maior frequência foram de 0,4% para o vão de 2,6 m e de 0,45% para os vãos de 3,4 m e 4 m. Em relação aos diâmetros das barras, o mais utilizado em todos os vãos foi o de 6,3 mm. O diâmetro das barras foi escolhido para resistir ao esforço de momento fletor negativo e atendendo a relação de diâmetro máximo na laje em relação a capa de concreto.

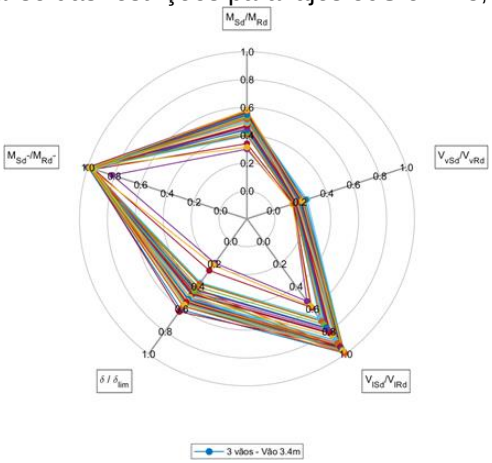
Por fim, a Figura 5.28 apresenta a análise das restrições que controlam o processo de otimização das lajes com a fôrma de aço Polydeck 59S e vão de 2,6 m, 3,4 m e 4 m. Os critérios que governaram os dimensionamentos foram o esforço cortante longitudinal e o momento fletor negativo.

Figura 5.28 – Análise das restrições para lajes Polydeck 59S e vão de 2,6 m, 3,4 m e 4 m

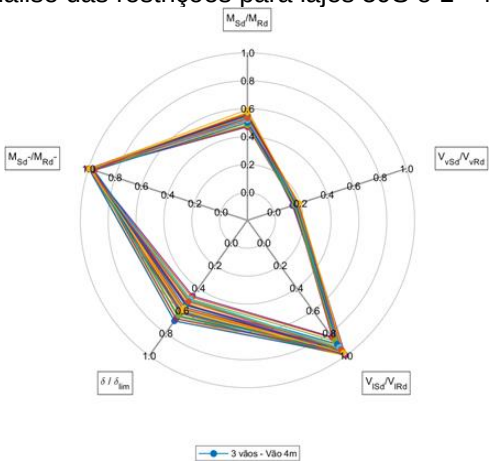
Análise das restrições para lajes 59S e L= 2,6 m



Análise das restrições para lajes 59S e L= 3,4 m



Análise das restrições para lajes 59S e L= 4 m



Fonte: Autora (2023).

A Tabela 22 a seguir apresenta a porcentagem dos casos que são governados pelo esforço cortante longitudinal e pelo momento fletor negativo para a laje contínua com três vãos. Percebe-se que o momento fletor negativo governou na maioria dos casos.

Tabela 22 – Porcentagem de casos governados de acordo com os esforços

Solução	Vão 2,6 m		Vão 3,4 m		Vão 4 m	
Restrição	$\frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}}$	$\frac{M_{Sd}^{-}}{M_{Rd}}$	$\frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}}$	$\frac{M_{Sd}^{-}}{M_{Rd}}$	$\frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}}$	$\frac{M_{Sd}^{-}}{M_{Rd}}$
Porcentagem de casos	9%	91%	0%	100%	22%	78%

6 ANÁLISE COMPARATIVA DE LAJES MISTAS SIMPLEMENTE APOIADA E COM CONTINUIDADE

As lajes mistas de aço e concreto proporcionam uma construção rápida e segura aos envolvidos e por isso vem sendo utilizadas com maior frequência em edifícios comerciais e industriais. No entanto, alguns fabricantes, como a Metform, fornecem catálogos de lajes mistas atuando apenas como biapoiadas, não oferecendo a opção da consideração da continuidade entre as lajes.

Neste capítulo é proposto resolver e otimizar um exemplo de laje mista, tendo as mesmas características de carregamento e geometria para as seguintes situações: um vão simplesmente apoiado, dois vãos com continuidade no apoio interno e três vãos com continuidade nos apoios internos. O objetivo é comparar, do ponto de vista ambiental, qual solução terá menor emissão de CO_2 e fazer uma análise crítica.

O carregamento foi estabelecido de acordo com a ABNT NBR 6120:2019 para o uso em sala de edifício comercial, corporativo e de escritório, cujo valor da sobrecarga é de 2,5 kN/m². É previsto revestimento de piso de edifícios residenciais e comerciais, com 5 cm de espessura, o que implica em um carregamento permanente de 1,0 kN/m². Utilizou-se o critério de majoração para cargas agrupadas e carga variável menor que 5 kN/m², sendo adotado coeficiente de majoração das ações igual a 1,4 tanto para carga permanente quanto para carga variável.

Considerando vãos com comprimentos iguais a 5 m para as três situações, vão biapoiado, dois vãos e três vãos, as lajes foram otimizadas com a fôrma de aço 59S. Pela Tabela 23, pode-se observar as propriedades otimizadas para cada caso. Nas lajes contínuas a altura da capa de concreto selecionada foi maior, assim como a resistência característica à compressão do concreto. Nota-se também, que a laje mista com três vãos apresentou resultados melhores do que laje mista de dois vãos.

Vale destacar que a altura da capa de concreto e a resistência característica do concreto sendo maior nas lajes contínuas, faz que elas apresentem uma maior emissão de CO_2. O peso da tela foi maior para as lajes contínuas, uma vez que a

quantidade da tela depende da altura da capa de concreto. Além disso, a continuidade necessita de armaduras negativas nos apoios intermediários, o que influenciou em um acréscimo de armadura em relação as lajes mistas biapoiadas.

Tabela 23 – Propriedades encontradas para as lajes mistas

Solução	Propriedades						
	h_t (mm)	h_f (mm)	t_c (mm)	t_f (mm)	f_{ck} (MPa)	ρ_{A_d} (%)	ρ_{A_N} (%)
Biapoiada	150	59	91	0,8	20	0,2	-
Contínua 2 vãos	180	59	121	0,8	35	0,2	0,4
Contínua 3 vãos	160	59	101	0,8	40	0,25	0,4

A Tabela 24 apresenta a emissão de CO_2, em $kgCO_2$ e em $kgCO_2$ de cada componente das lajes analisadas, assim como a emissão total. Verifica-se que a emissão total de CO_2 por metro linear nas lajes mistas biapoiadas foi de 44 $kgCO_2$ e nas lajes mistas contínuas com dois vãos e três vãos foi de 57,17 $kgCO_2$ e 54 $kgCO_2$, respectivamente.

Tabela 24 – Emissão de CO_2

Solução	Unidade	Fôrma	Concreto	Armadura adicional	Tela	Armadura negativa	Armadura fissuração	Total
Biapoiada	$kgCO_2$	120,56	76,137	13,74	11,64	0	0	222,08
	$kgCO_2/m$	24,11	15,22	2,75	2,33	0	0	44
Contínua 2 vãos	$kgCO_2$	241,11	240,417	36,55	34,63	18,98	0	571,69
	$kgCO_2/m$	24,11	24,4	3,66	3,46	1,89	0	57,17
Contínua 3 vãos	$kgCO_2$	361,67	327,839	57,20	42,71	34,16	0	823,59
	$kgCO_2/m$	24,11	21,86	3,81	2,85	2,28	0	54

As soluções para as lajes mistas biapoiadas emitem menor emissão de CO_2, sendo, portanto, as mais interessantes do ponto de vista ambiental. A restrição que governou o dimensionamento das lajes mistas biapoiadas analisadas foi o cisalhamento longitudinal, já nas lajes contínuas, houve predominância da restrição a momento fletor negativo. Para atender a verificação do ELU relativo a momento fletor negativo, os algoritmos de otimização selecionaram concretos de maior f_{ck} para as lajes contínuas e consequentemente, o uso de armadura negativa se mostrou inviável para redução da emissão de CO_2. Entretanto, ressalta-se que nos casos em que se é

necessário controle de fissuração e deslocamento, assim como uma maior rigidez, as lajes contínuas devem ser utilizadas.

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 CONCLUSÕES

O objetivo desta pesquisa foi propor a formulação do problema de otimização para lajes mistas visando a minimização das emissões de CO_2 proveniente do processo de fabricação. Foram realizadas análises para lajes simplesmente apoiadas, lajes contínuas de 2 e 3 vãos, além de uma análise comparativa do desempenho entre elas no que diz respeito a emissão final.

Em relação aos algoritmos de otimização, pode-se concluir que tanto o PSO quanto o GWO foram eficientes na busca pelas soluções, tendo em vista o alto percentual de soluções iguais, e nas soluções diferentes o GWO foi ligeiramente melhor que o PSO na determinação da emissão total de CO_2 da laje mista.

Ao comparar as soluções ótimas com as fornecidas pelos fabricantes, é possível concluir que as soluções do fabricante apresentaram emissão de CO_2 superiores às encontradas pelo algoritmo, em até 54%. A ordem da contribuição dos componentes da laje mista na emissão de CO_2 total da laje foi: fôrma de aço, concreto, tela de fissuração, armadura negativa e armadura positiva adicional, da maior para a menor contribuição.

Destaca-se que na maioria dos casos, as soluções ótimas adotaram fôrma de aço com espessura de 0,8 mm. Essa fôrma de aço possui menor peso, o que ocasiona em uma menor emissão de CO_2. Também se observou vantagem em utilizar a armadura positiva adicional, principalmente nas lajes biapoiadas, uma vez que esta contribui para o aumento da resistência ao cisalhamento longitudinal da laje e impacta pouco na emissão de CO_2. Nas lajes mistas contínuas, o uso de armadura adicional foi reduzido, porque a restrição que governou o dimensionamento foi, em muitos casos, a plastificação por momento fletor negativo.

A seleção da resistência característica à compressão do concreto pelos algoritmos de otimização foi diferenciada para os casos das lajes biapoiadas e contínuas. Nas lajes mistas biapoiadas, as soluções ótimas adotaram valores de f_{ck} igual a 20 MPa. Já nas soluções ótimas das lajes mistas contínuas foram adotados f_{ck} iguais a 30 MPa, 35 MPa e 40 MPa. Nas lajes mistas contínuas, menores taxas de armadura negativa foram utilizadas, não impactando na emissão total de CO_2.

A comparação entre lajes mistas biapoiadas e contínuas demonstrou que, lajes contínuas utilizam um maior f_{ck} e uma maior capa de concreto, o que acarreta uma maior emissão de CO_2. As soluções para as lajes mistas biapoiadas são, portanto, mais interessantes do ponto de vista ambiental.

Por fim, pode-se concluir que a formulação e o algoritmo utilizados nesta pesquisa forneceram resultados otimizados em relação aos do fabricante, atendendo aos mesmos critérios de projeto e normas técnicas. Além disso, a pesquisa pode aprofundar os conhecimentos sobre as lajes mistas contínuas.

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados obtidos sugere-se os seguintes temas para pesquisas futuras:

- Realizar um estudo que incorpore o dimensionamento da fôrma antes da cura do concreto concomitantemente com a otimização do sistema desenvolvido, de maneira integrada;
- Ampliar o estudo da laje para um sistema de piso misto completo, onde todo o sistema seja otimizado de forma a verificar o impacto da otimização da laje no sistema de piso misto completo;
- Analisar as lajes mistas de acordo com as normas internacionais e comparar com as normas brasileiras;
- Acrescentar outros algoritmos de otimização para verificar a eficiência;
- Incluir a função multiobjetivo para encontrar o vão ideal da laje mista otimizada.

8 REFERÊNCIAS

ABAS, F. M. *et al.* Strength and serviceability of continuous composite slabs with deep trapezoidal steel decking and steel fibre reinforced concrete. **Engineering Structures,** v. 49, p. 866–875, 2013.

AÇOMAIS. **Açomais**. Disponível em: <https://acomais.com.br/steel-deck-por-que-utilizar/>. Acesso em: 8 jan. 2022.

AHMED, S. M. *et al.* Prediction of longitudinal shear resistance of steel-concrete composite slabs. **Engineering Structures**, v. 193, p. 295–300, 2019.

ARCELORMITTAL CONSTRUCTION. **Composite floors**. 2021. Disponível em: <https://construction.arcelormittal.com/fr-en/search/products/all/floors/composite-floors>. Acesso em: 15 jan. 2023.

ARCELORMITTAL PERFILOR. **Polydeck 59S – O Steel Deck da ArcelorMittal**. 2022 Disponível em: <https://brasil.arcelormittal.com/produtos-solucoes/construcao-civil/Polydeck-59s>. Acesso em: 10 fev. 2022.

ARCELORMITTAL PERFILOR. **Polydeck 59S - Manual Geral para Dimensionamento**. São Paulo: Perfilor, 2005. 32 p.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSITUTE/STEEL DECK INSTITUTE. **C-2017**: Standard for Composite Steel Floor Deck-Slabs. USA: ANSI/SDI, 2017.

ANIL, K. L. *et al.* Optimal fiber volume fraction prediction of layered composite using frequency constraints-A hybrid FEM approach. **Computers and Concrete, An International Journal**, v. 25, n. 4, p. 303-310, 2020.

ARPINI, P. A. T. *et al.* Optimum design of a composite floor system considering environmental and economic impacts. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 15, n. 3, 2022.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120:** Ações para o cálculo de estruturas de Edificações. Rio de Janeiro. 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681:** Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800:** Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14323**: Dimensionamento de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios em situação de incêndio. Rio de Janeiro, 1999.

BENEMARAN, R. S.; ESMAEILI-FALAK, M. Optimization of cost and mechanical properties of concrete with admixtures using MARS and PSO. **Computers and Concrete, An International Journal**, v. 26, n. 4, p. 309-316, 2020.

BIABANI, F.; SHOJAEE, S.; HAMZEHEI-JAVARAN, S. A new insight into metaheuristic optimization method using a hybrid of PSO, GSA, and GWO. In: **Structures**. Elsevier, 2022. p. 1168-1189.

BOLINA, F. L.; TUTIKIAN, B.; RODRIGUES, J. P. C. Experimental analysis on the structural continuity effect in steel decking concrete slabs subjected to fire. **Engineering Structures**, v. 240, n. July 2020, 2021.

CALADO, L.; SANTOS, J. **Estruturas Mistas de Aço e Betão**. 2ª Edição. IST Press, Lisboa. DL, v. 366567, n. 13, p. 108-258, 2013.

CAO, Y. *et al*. Optimization algorithms for composite beam as smart active control of structures using genetic algorithms. **Smart Structures and Systems**. v. 27, n. 6, p. 1041-1052, 2021.

CORDEIRO, L. C. S. **Sobre as lajes mistas de aço e concreto em situação de incêndio**. 2014. Dissertação. Universidade de São Paulo.

CELIS-IMBAJOA, E. I.; PAREDES, J. A.; BEDOYA-RUIZ, D. Experimental and analytical study at maximum load of composite slabs with and without conventional reinforcement, applying the serial/parallel mixing theory and FEM. **Engineering Structures**, v. 243, p. 112700, 2021.

CIFUENTES, H.; MEDINA, F. Experimental study on shear bond behavior of composite slabs according to Eurocode 4. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 82, p. 99–110, 2013.

EISSA, M.; CELIKAG, M. Composite Behavior of Reinforced Concrete T-Beam with Composite Slab. **Arabian Journal For Science And Engineering**, [S.L.], v. 47, n. 10, p. 13073-13093, 17 mar. 2022. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1007/s13369-022-06699-4.

ERLACHER, G.; CALENZANI, A. F. G.; ALVES, E. C. Topological optimization of composite trusses considering CO2 emission via metaheuristics algorithms. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 16, p. 1-18, 2023.

ETLI, S. *et al*. Assessment of Seismic Behavior Factor of Code-Designed Steel–Concrete Composite Buildings. **Arabian Journal For Science And Engineering**, [S.L.], v. 46, n. 5, p. 4271-4292, 9 set. 2020. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1007/s13369-020-04913-9.

EUROPEAN COMMITTE FOR STANDARDIZATION. **EN 1992-1-1, Eurocode 2:** Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels: CEN, 2005.

EUROPEAN COMMITTE FOR STANDARDIZATION. **EN 1994 1-1, Eurocode 4:** Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels: CEN, 2004.

FAKURY, R.; SILVA, A.; CALDAS, R. **Dimensionamento aço e mistos de aço e concreto**. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, 2016. 514 p.

FAVARATO, L. F. Notas de Aula – Aula 2: Lajes Mistas de Aço e Concreto, **Vitória: Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico**, 2021.

FIOROTTI, K. M.; SILVA, G. F.; CALENZANI, A. F. G.; ALVES, E. C. Optimization of steel beams with external pretension, considering the environmental and financial impact. **Asian Journal of Civil Engineering (building and housing)**, p. 1, 2023.

FLORIDES, M. M.; CASHELL, K. A. Numerical Modelling of Composite Floor Slabs Subject to Large Deflections. **Structures**, v. 9, p. 112–122, 2017.

FONSECA, A.; MARQUES, B.; SIMÕES, R. Improvement of the behaviour of composite slabs: A new type of end anchorage. **Steel and Composite Structures**, v. 19, n. 6, p. 1381–1402, 2015.

FORSTER, P. *et al.* Changes in atmospheric constituents and in radiative forcing. Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the 4th Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, 2007.

GHALAMBAZ, M.; YENGEJEH, R. J.; DAVAMI, A. H. Building energy optimization using Grey Wolf Optimizer (GWO). **Case Studies In Thermal Engineering**, [S.L.], v. 27, p. 101250, out. 2021. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.csite.2021.101250.

GHOLAMHOSEINI, A. *et al.* Longitudinal shear stress and bond-slip relationships in composite concrete slabs. **Engineering Structures**, v. 69, p. 37–48, 2014.

GROSSI, L. G. F. **Sobre o Comportamento Estrutural e o Dimensionamento de Lajes Mistas de Aço e Concreto com Armadura Adicional**. 2016. 275 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, 2016.

GROSSI, L. G. F.; SANTOS, C. F. R.; MALITE, M. Longitudinal shear strength prediction for steel-concrete composite 90 slabs with additional reinforcement bars. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 166, p. 105908, 2020.

GUIMARÃES, S. A. *et al.* Optimum design of steel columns filled with concrete via genetic algorithm: environmental impact and cost analysis. **REM-International Engineering Journal**, *75*, 117-128 (2022) https://doi.org/10.1590/0370-44672021750034.

HUANG, Y. *et al*. Prediction for Effective Flange Width of Steel–Concrete Composite Beam with TALHGs. **Arabian Journal For Science And Engineering**, [S.L.], v. 47, n. 4, p. 5199-5218, 29 jan. 2022. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1007/s13369-021-06427-4.

KALANANDA, V. K. R. A.; KOMANAPALLI, V. L. N. A competitive learning-based Grey wolf Optimizer for engineering problems and its application to multi-layer perceptron training. **Multimedia Tools and Applications**, p. 1-59, 2023.

KATAOKA, M. N.; FRIEDRICH, J. T.; EL DEBS, A. L. H. C. Experimental investigation of longitudinal shear behavior for composite floor slab. **Steel and Composite Structures**, v. 23, n. 3, p. 351–362, 2017.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle Swarm Optimization. **Proceedings of ICNN'95 – International Conference on Neural Networks**. p. 1942–1948 (1995) doi: 10.1109/ICNN.1995.488968.

KOHLI, M.; ARORA, S. Chaotic grey wolf optimization algorithm for constrained optimization problems. **Journal Of Computational Design And Engineering**, [S.L.], v. 5, n. 4, p. 458-472. 2017. Oxford University Press (OUP). http://dx.doi.org/10.1016/j.jcde.2017.02.005.

KRAVANJA, S.; ŽULA, T.; KLANŠEK, U. Multi-parametric MINLP optimization study of a composite I beam floor system. **Engineering Structures**, v. 130, p. 316–335, 2017.

KUMAR, V.; KUMAR, D. An astrophysics-inspired grey wolf algorithm for numerical optimization and its application to engineering design problems. **Advances in Engineering Software**, v. 112, p. 231-254, 2017.

LAGE, C. M. **Otimização do projeto de estruturas treliçadas formadas por perfis tubulares soldados, usando algoritmos genéticos e método dos elementos finitos.** 2019. 174 f. Tese (Doutorado) – Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2019.

LIN, J. P.; WANG, G.; Xu, R. **Particle Swarm Optimization–Based Finite-Element Analyses and Designs of Shear Connector Distributions for Partial-Interaction Composite Beams.** *Journal of Bridge Engineering*, *24*(4), 04019017 (2019) https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001371.

LOUREIRO, M.C. **Otimização da Geometria de Telha-fôrma de aço colaborante para Lajes Mistas de Aço e Concreto.** 2023. 197 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, 2023.

LU, C.; GAO, L.; YI, J. Grey wolf optimizer with cellular topological structure. **Expert Systems With Applications**, [S.L.], v. 107, p. 89-114, out. 2018. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2018.04.012.

MAHAPATRA, A. K.; PANDA, N.; PATTANAYAK, Binod, K. Hybrid PSO (SGPSO) with the Incorporation of discretization operator for training RBF neural network and optimal feature selection. **Arabian Journal for Science and Engineering**, p. 1-29, 2022.

MARTA, L. F. FTOOL - **Um programa gráfico-interativo para ensino de comportamento de estruturas**. Versão educacional, v. 2, p. 33, 2002.

MARTINS, A. G; QUEIROZ, G.; PIMENTA, J. R. **Manual de Construção em Aço:** Estruturas mistas. 2 ed. Vol 1. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil/CBCA, 2012.

METFORM. **Catálogo de telha-fôrma (steel deck).** Betim, 2019. v. 55, n. 31.

MIRJALILI, S., MIRJALILI, S. M. and LEWIS A. Grey wolf optimizer. **Advances in Engineering Software**, 69, 46–6 (2014) https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007.

OLIVEIRA, L. C.; ALMEIDA, F. S. de; GOMES, H. M. Optimization of RC polygonal cross-sections under compression and biaxial bending with QPSO. **Computers And Concrete**, [S.L.], v. 30, n. 2, p. 127-141, 25 ago. 2022. http://dx.doi.org/10.12989/CAC.2022.30.2.127.

PACHECO, A. **Computação Inteligente.** Disponível em: http://computacaointeligente.com.br/algoritmos/otimizacao-por-enxame-de-particulas/>, Acesso em: 07 mai, 2023.

PEREIRA, M.; SIMÕES, R. Contribution of steel sheeting to the vertical shear capacity of composite slabs. **Journal of Constructional Steel Research**, v, 161, p. 275–284, 2019.

POITRAS, G. L. G. C. G.; LEFRANÇOIS, G.; CORMIER, G. Optimization of steel floor systems using particle swarm optimization. **Journal of Constructional Steel Research**, *67*(8), p. 1225-1231 (2011) https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2011.02.016.

SANG-TO, T. *et al.* A new movement strategy of grey wolf optimizer for optimization problems and structural damage identification. **Advances in Engineering Software**, v. 173, p. 103276, 2022.

SANTORO, J. F.; KRIPKA, M. Minimizing environmental impact from optimized sizing of reinforced concrete elements. **Computers and concrete**. v. 25, n. 2, p. 111-118 (2020) https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.2.111.

SANTOS, N. R.; ALVES, E. C.; KRIPKA, M. Towards sustainable reinforced concrete beams: multi-objective optimization for cost, CO2 emission, and crack prevention. **Asian Journal of Civil Engineering (building and housing)**, p. 1-10, 2023.

SENADO. **Senado notícias**, s.d. Protocolo de Kyoto. Disponível em: < https://www12.senado.leg.br/noticias/entenda-o-assunto/protocolo-de-kyoto>. Acesso em: 10 de nov. de 2021.

SHARIATI, M. *et al*. A novel hybrid extreme learning machine–grey wolf optimizer (ELM-GWO) model to predict compressive strength of concrete with partial replacements for cement. **Engineering With Computers**, [S.L.], v. 38, n. 1, p. 757-

779, 20 jun. 2020. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1007/s00366-020-01081-0.

SHI, Y.; EBERHART, R. Modified particle swarm optimizer. In: **1998 IEEE international conference on evolutionary computation proceedings. IEEE world congress on computational intelligence (Cat. No. 98TH8360)**. IEEE, 1998. p. 69-73., 1998.

SIMOES, R.; PEREIRA, M. An innovative system to increase the longitudinal shear capacity of composite slabs. **Steel and Composite Structures**, An International Journal, v. 35, n. 4, p. 509-525, 2020.

SCHUSTER, R. M. Shear-bond capacity of composite slabs. **6th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**. p. 23, 1982.

ŞENEL, F. A. *et al*. A novel hybrid PSO–GWO algorithm for optimization problems. **Engineering With Computers**, [S.L.], v. 35, n. 4, p. 1359-1373, 3 dez. 2018. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1007/s00366-018-0668-5.

SHAO, J. *et al*. Multi-objective optimization of double-walled steel cofferdams based on response surface methodology and particle swarm optimization algorithm. **Structures**, [S.L.], v. 49, p. 256-266, mar. 2023. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.istruc.2023.01.092.

SHEET, I. S. *et al.* Shear bond behaviour of elemental composite beams with different configurations. **Engineering Structures**, v. 201, p. 109742, 2019.

SILVA, A. R.; DAS NEVES, F. de A.; SOUSA, J. B. M. Optimization of partially connected composite beams using nonlinear programming. **Structures**, v. 25, n. August 2019, p. 743–759, 2020.

SILVA, F. B. *et al.* Avaliação do ciclo de vida do concreto dosado em central com base em dados da indústria brasileira. **Concreto & Construções**, ed. 98, p. 91–97, 2020.

TEIXEIRA, M. O. *et al*. Design of simply supported composite slabs of steel and concrete via metaheuristic optimization algorithm. **Asian Journal of Civil Engineering (building and housing)**, p. 1-16, 2023.

TIAN, J. *et al*. Experimental and numerical study of continuous span concrete composite slabs. **Structures**, v. 34, p. 827–839, 2021.

TONG, F. *et al.* The prediction of concrete dam displacement using Copula-PSO-ANFIS hybrid model. **Arabian Journal for Science and Engineering**, v. 47, n. 4, p. 4335-4350, 2022.

TORMEN, A. F. *et al*. Optimization of steel-concrete composite beams considering cost and environmental impact. Steel and Composite Structures, v. 34, n. 3, p. 409–421, 2020.

VAHIDI, M. *et al.* Evolutionary-base finite element model updating and damage detection using modal testing results. **Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal**, v. 70, n. 3, p. 339-350, 2019.

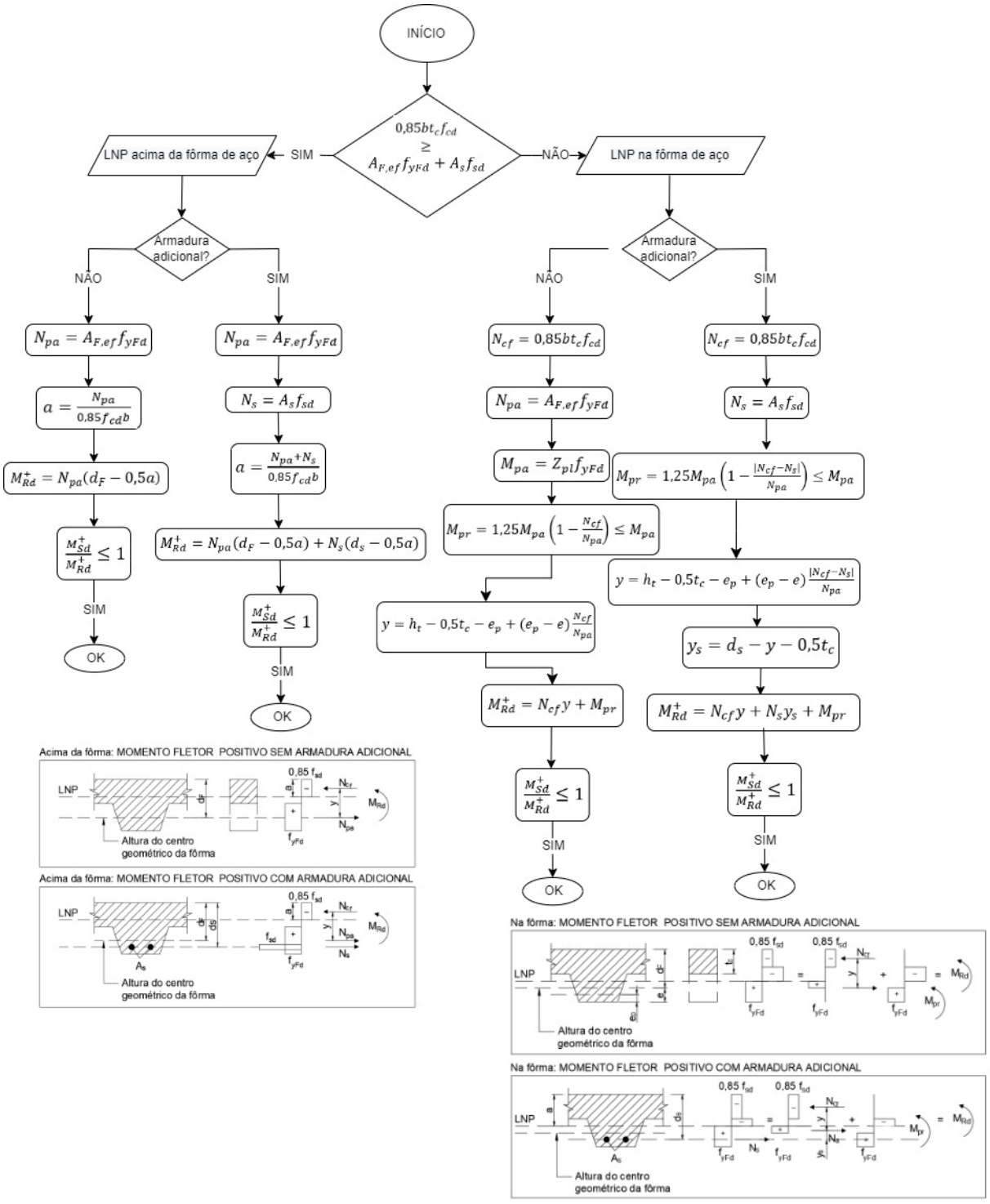
VÉLEZ, D. I. A. Otimização de estruturas reticuladas utilizando algoritmos genéticos. 2015. 115 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade Tecnológica, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

VOSOUGHI, A. R.; GERIST, S. New hybrid FE-PSO-CGAs sensitivity base technique for damage detection of laminated composite beams. **Composite Structures**, 118, 68-73 (2014) https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.07.012.

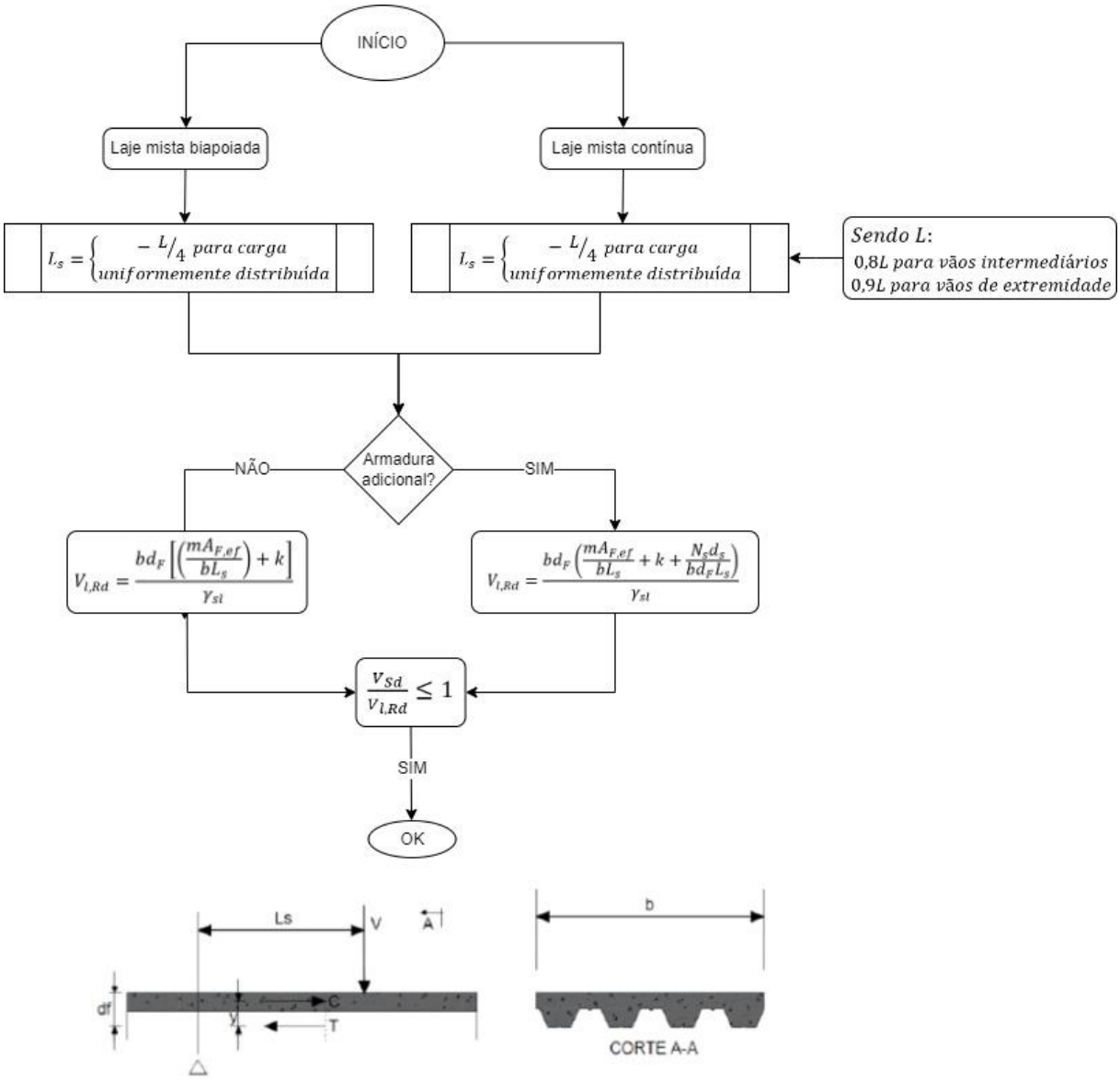
ZHANG, H. *et al.* Long-term behavior of continuous composite slabs made with 100% fine and coarse recycled aggregate. **Engineering Structures**, v. 212, p. 110464, 2020.

APÊNDICE A – FLUXOGRAMA DAS LAJES MISTAS NA FASE DE SERVIÇO

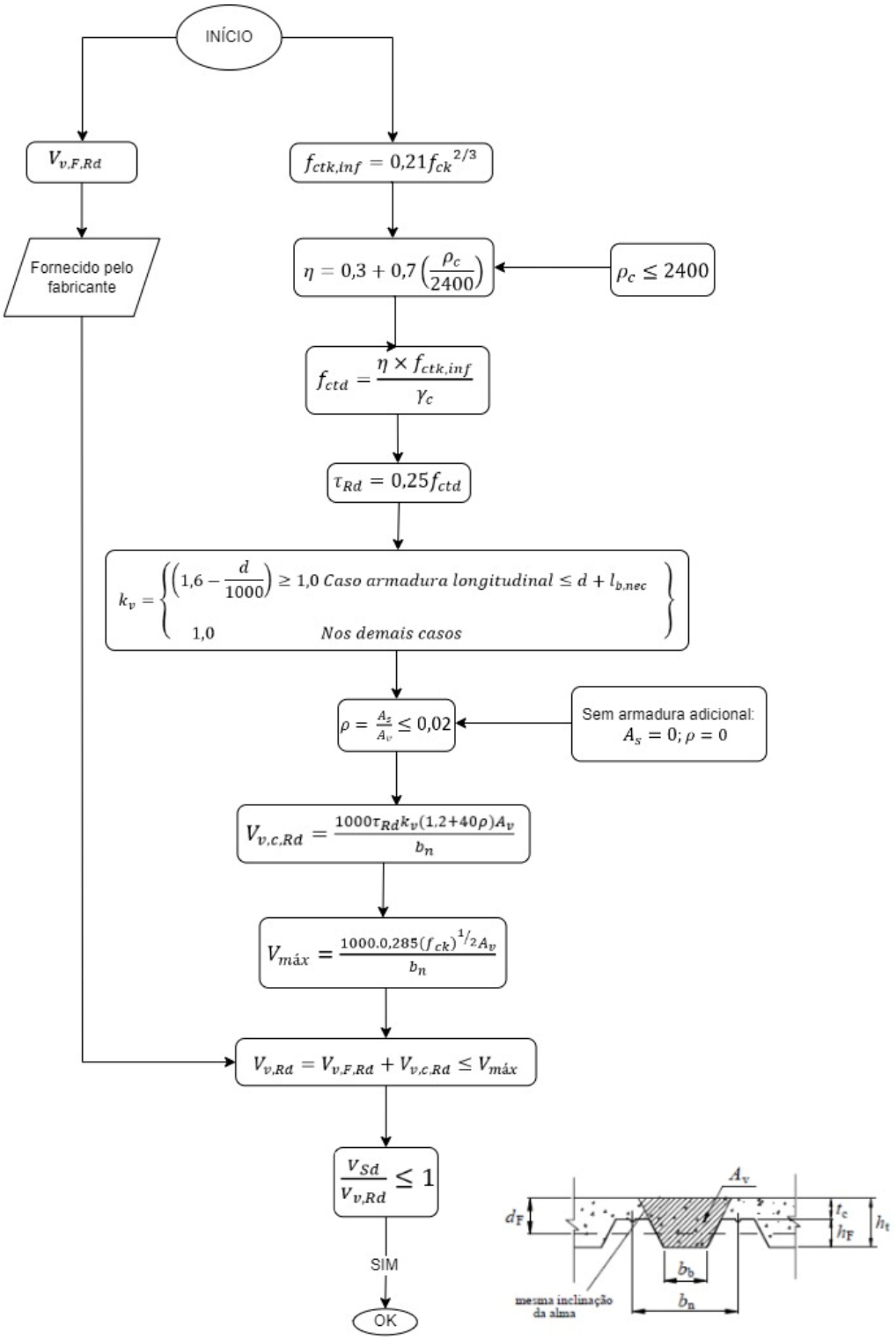
A.1 MOMENTO RESISTENTE POSITIVO DE CÁLCULO



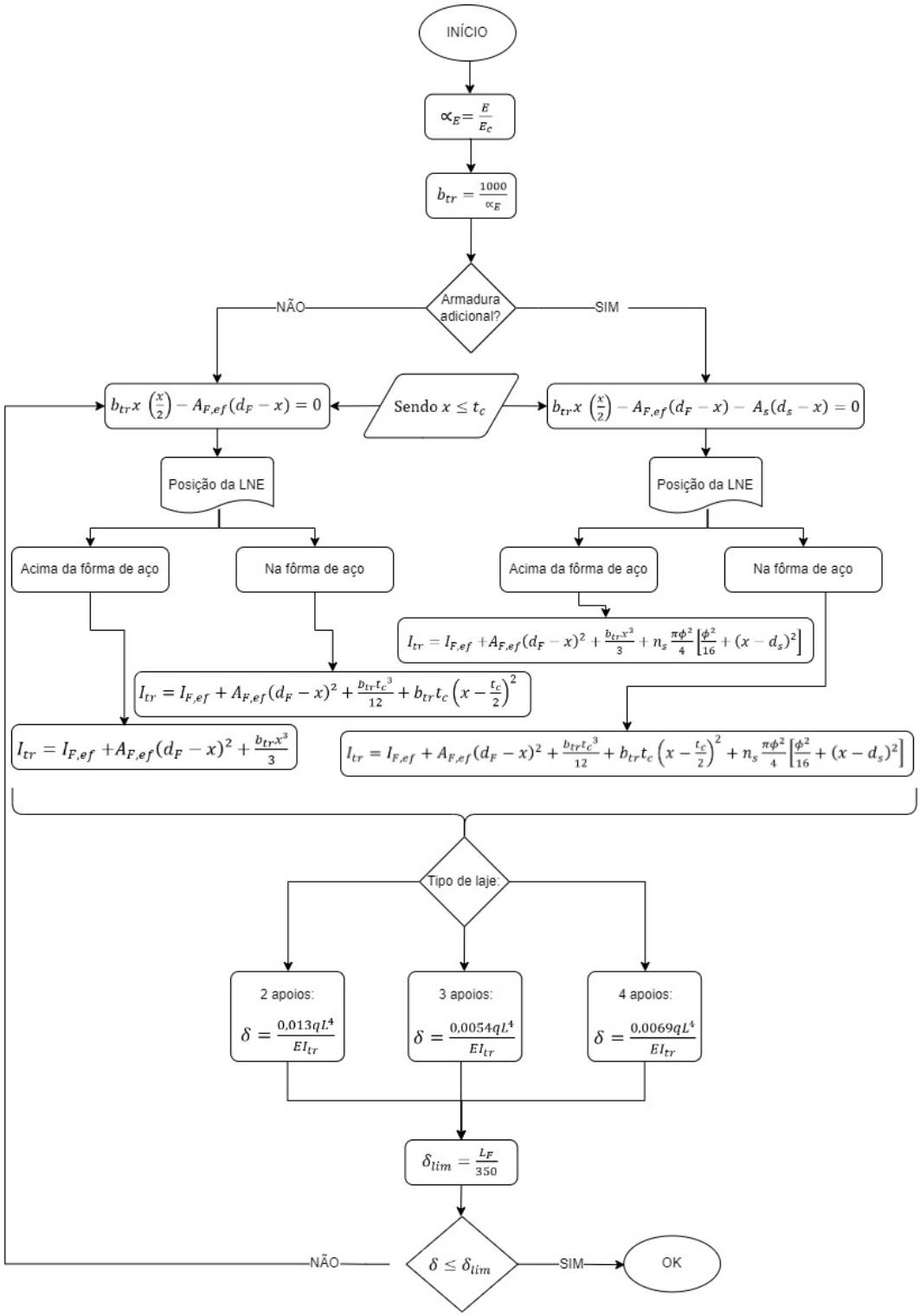
A.2 FORÇA CORTANTE LONGITUDINAL RESISTENTE DE CÁLCULO



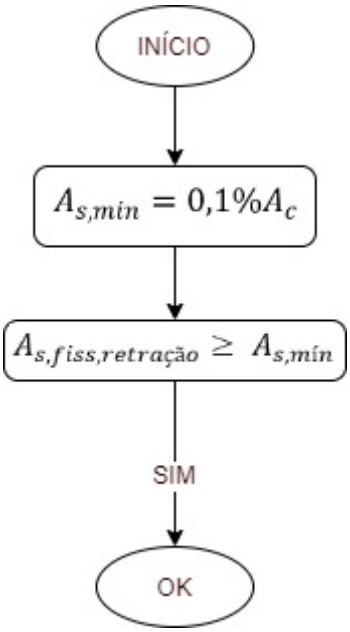
A.3 FORÇA CORTANTE VERTICAL RESISTENTE DE CÁLCULO



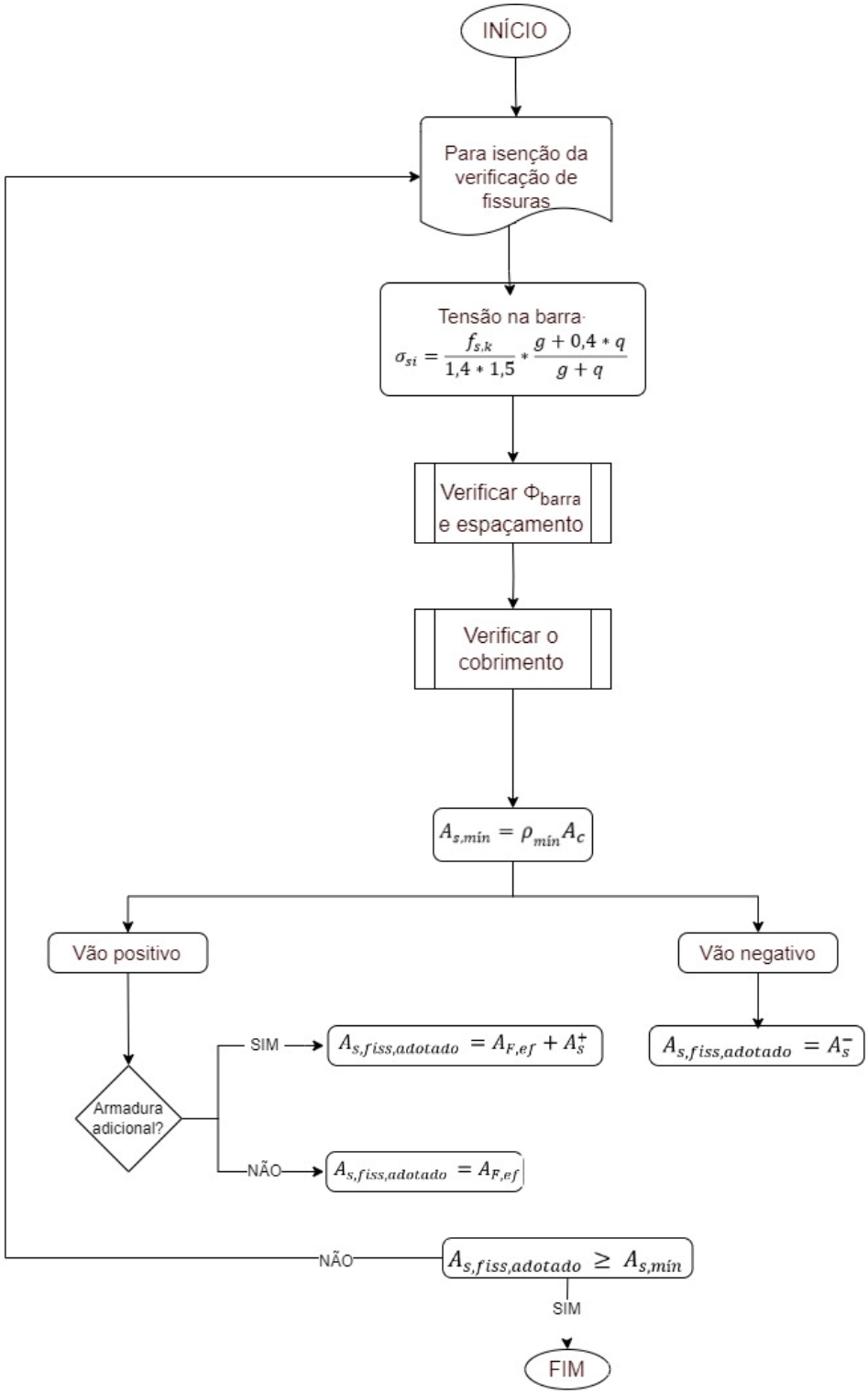
A.4 DESLOCAMENTO VERTICAL



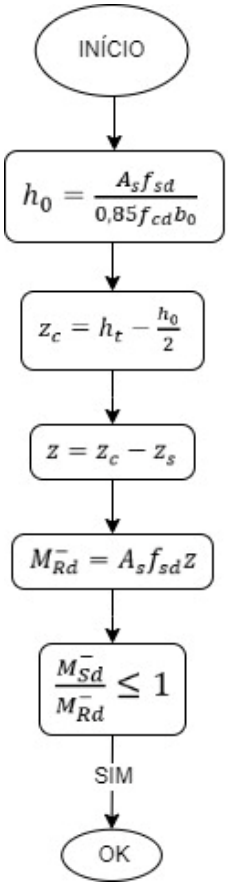
A.5 CONTROLE DA FISSURAÇÃO DEVIDO A RETRAÇÃO E TEMPERATURA

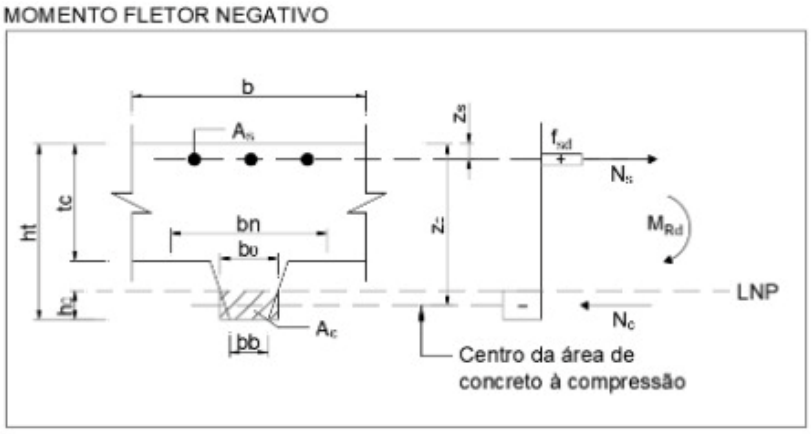


A.6 CONTROLE DE FISSURAÇÃO SEM A VERIFICAÇÃO DA ABERTURA DE FISSURAS - LAJES MISTAS CONTÍNUAS



A.7 MOMENTO RESISTENTE NEGATIVO DE CÁLCULO - LAJES MISTAS CONTÍNUAS





APÊNDICE B – RESOLUÇÃO DOS EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO

B.1 – RESOLUÇÃO DO PRIMEIRO EXEMPLO - LAJE MISTA BIAPOIADA

Tabela 25 – Propriedades definidas para o exemplo

Propriedade	Valor	Unidade	Propriedade	Valor	Unidade
t_f	0,80	mm	m	136,82	N/mm²
t_c	75	mm	k	0,001697	N/mm²
Fôrma	MF75	-	b_n	274	mm
h_t	150	mm	b_b	119	mm
e	37,49	mm	b_t	155	mm
$A_{F,ef}$	1112	mm²	$V_{v,F,R,d}$	40,2	kN/m
I_{ef}	1017138	mm⁴	E_a	200	GPa
$f_{y,k}$	280	MPa	cobrimento	35	mm
γ_a	1,15	-	f_{ck}	30	MPa
-	-	-	γ_c	1,40	-

a) Esforços solicitantes de cálculo máximos

O momento fletor positivo solicitante de cálculo e o esforço cortante solicitante de cálculo estão apresentados abaixo:

$$M_{Sd}^{+} = \frac{ql^2}{8} \qquad \therefore M_{Sd}^{+} = 13{,}39\ kNm/m$$

$$V_{Sd} = \frac{ql}{2} \qquad \therefore V_{Sd} = 21{,}43\ kN/m$$

b) Verificação de ELU ao momento fletor

Para o cálculo do momento fletor positivo será seguido o Apêndice A.1:

$0{,}85bt_cf_{cd} = 1366{,}07\ kN$
$A_sf_{sd} = 61{,}47\ kN$
$A_{F,ef}f_{yFd} = 270{,}75\ kN$

$0{,}85bt_cf_{cd} \geq A_{F,ef}f_{yFd} + A_sf_{sd}$
LNP na capa de concreto

Seguindo os cálculos, encontram-se como resultados:

$N_{pa} = A_{F,ef}f_{yFd}$ $\qquad \therefore N_{pa} = 270{,}75\ kN$

$N_s = A_sf_{sd}$ $\qquad \therefore N_s = 61{,}47\ kN$

$a = \frac{N_{pa} + N_s}{0{,}85f_{cd}b}$ $\qquad \therefore a = 0{,}0182\ m$

$d_F = h_t - e$ $\qquad \therefore d_F = 0{,}11251\ m$

$d_s = h_t - {}^{\Phi_{A_d}}/_{2} - cobrimento - t_f$ $\qquad \therefore d_s = 0{,}11117\ m$

$M_{Rd}^{+} = N_{pa}(d_F - 0{,}5a) + N_s(d_s - 0{,}5a)$ $\qquad \therefore M_{Rd}^{+} = 34{,}30\ kNm/m$

$$\frac{M_{Sd}^{+}}{M_{Rd}^{+}} \leq 1 \qquad \therefore \frac{M_{Sd}^{+}}{M_{Rd}^{+}} = 0{,}39 \leq 1$$

A verificação ao momento fletor foi atendida.

c) Verificação de ELU ao cisalhamento longitudinal

Para o cálculo do cisalhamento longitudinal será seguido o Apêndice A.2 e considerado o coeficiente de segurança do (γ_{sl}) igual a 1,43:

$$L_s = \frac{L}{4} \qquad \therefore L_s = 0{,}625\ m$$

$$V_{l,Rd} = \frac{bd_F\left(\frac{mA_{F,ef}}{bL_s} + k + \frac{N_s d_s}{bd_F L_s}\right)}{\gamma_{s1}} \qquad \therefore V_{l,Rd} = 26{,}97\ N/m$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}} \leq 1 \qquad \therefore \frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}} = 0{,}79 \leq 1$$

A verificação ao cisalhamento longitudinal foi atendida.

d) Verificação de ELU ao cisalhamento vertical

Para o cálculo do cisalhamento vertical será seguido o Apêndice A.3:

$$f_{ctk,inf} = 0{,}21 \times {f_{ck}}^{2/3} \qquad \therefore f_{ctk,inf} = 2{,}03$$

$$\eta = 0{,}3 + 0{,}7\left(\frac{\rho_c}{2400}\right) \qquad \therefore \eta = 1{,}0$$

$$f_{ctd} = \frac{\eta \times f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \qquad \therefore f_{ctd} = 1{,}45$$

$$\tau_{Rd} = 0{,}25 \times f_{ctd} \qquad \therefore \tau_{Rd} = 0{,}362\ MPa$$

Além disso, é preciso calcular a área resistente de concreto (A_v) que depende de cada fôrma. Para este caso, A_v é igual a 23.250 mm² e a resistência ao cisalhamento da fôrma ($V_{v,F,Rd}$) fornecida pelo cliente igual a 40,2 kN/m.

$$k_v = 1{,}6 - {d_s}/{1000} \qquad \therefore k_v = 1{,}49\ mm$$

$$\rho = {A_s}/{A_v} \leq 0{,}02 \qquad \therefore \rho = 0{,}005$$

$$V_{v,c,Rd} = \frac{1000\tau_{Rd}k_v(1{,}2 + 40\rho)A_v}{b_n} \qquad \therefore V_{v,c,Rd} = 64{,}14\ kN/m$$

$$V_{v,Rd} = V_{v,F,Rd} + V_{v,c,Rd} \qquad \therefore V_{v,Rd} = 104{,}34\ kN/m$$

$$V_{máx} = \frac{1000.0{,}285(f_{ck})^{1/2}A_v}{b_n} \qquad \therefore V_{máx} = 132{,}46\ kN/m$$

Deve-se verificar a relação:

$V_{v,Rd} \leq V_{máx}$ Condição aprovada.

$\frac{V_{Sd}}{V_{v,Rd}} \leq 1$ $\therefore \frac{V_{Sd}}{V_{v,Rd}} = 0{,}21 \leq 1$

A verificação ao cisalhamento vertical foi atendida.

e) Verificação de ELS de flecha excessiva

Considerando uma carga variável igual a 5 kN/m² e o agregado como brita, o cálculo da flecha será realizado de acordo com o Apêndice A.4:

$\propto_i = 0{,}8 + 0{,}2\frac{f_{ck}}{80} < 1{,}0$ $\therefore \propto_i = 0{,}88$

$\propto_e = 1{,}0$ (brita)

$E_{cs} = \propto_e \propto_i 5600\sqrt{f_{ck}}$ $\therefore E_{cs} = 26.838\ MPa$

$\propto_E = \frac{E}{E_{cs}}$ $\therefore \propto_E = 7{,}45$

Deve ser encontrada a seção homogeneizada, transformando o concreto em aço:

$b_{tr} = {}^{1000}/_{\propto_E}$ $\therefore b_{tr} = 134{,}2\ mm$

$b_{tr}x\left(\frac{x}{2}\right) - A_{F,ef}(d_F - x) - A_s(d_s - x) = 0$ Sendo $x \leq t_c$

$\therefore x = 34{,}98\ mm$

Sendo x um valor positivo e menor que t_c, encontra-se o valor do momento de inércia:

$$I_{tr} = I_{F,ef} + A_{F,ef}(d_F - x)^2 + \frac{b_{tr}x^3}{3} + n_s\frac{\pi\phi^2}{4}\left[\frac{\phi^2}{16} + (x - d_s)^2\right] \quad \therefore I_{tr} = 10.065.208\ mm^4/m$$

$\delta = \frac{0{,}013qL^4}{EI_{tr}}$ $\therefore \delta = 1{,}23\ mm$

$\delta_{lim} = \frac{L_F}{350}$ $\therefore \delta_{lim} = 7{,}14\ mm$

Como $\delta \leq \delta_{lim}$, a verificação é atendida.

f) Verificação de ELS de fissuração devido a retração e temperatura

Para o cálculo da fissuração devido a retração e temperatura será seguido o Apêndice A.5:

$A_c = 1000 * 75$ $\therefore A_c = 75.000\ mm^2$

$A_{s,min} = 0{,}1\% A_c$ $\therefore A_{s,min} = 75\ {}^{mm^2}/_{m}$

Assim, a armadura de fissuração ($A_{s,fiss,retração}$) a ser adotada será Q75 ϕ3,8 x ϕ3,8. Essa tela possui área de 0,75 cm²/m de acordo com a tabela do fabricante. Assim, a verificação $A_{s,fiss,retração} \geq A_{s,mín}$ é atendida.

g) Conclusão da validação do programa

Os cálculos apresentados nesse capítulo foram confrontados com os resultados do programa. Os valores apresentados ficaram próximos, comprovando a eficiência do programa para o dimensionamento de lajes mistas biapoiadas.

B.2 – RESOLUÇÃO DO SEGUNDO EXEMPLO - LAJE MISTA CONTÍNUA

Tabela 26 – Propriedades definidas para o exemplo

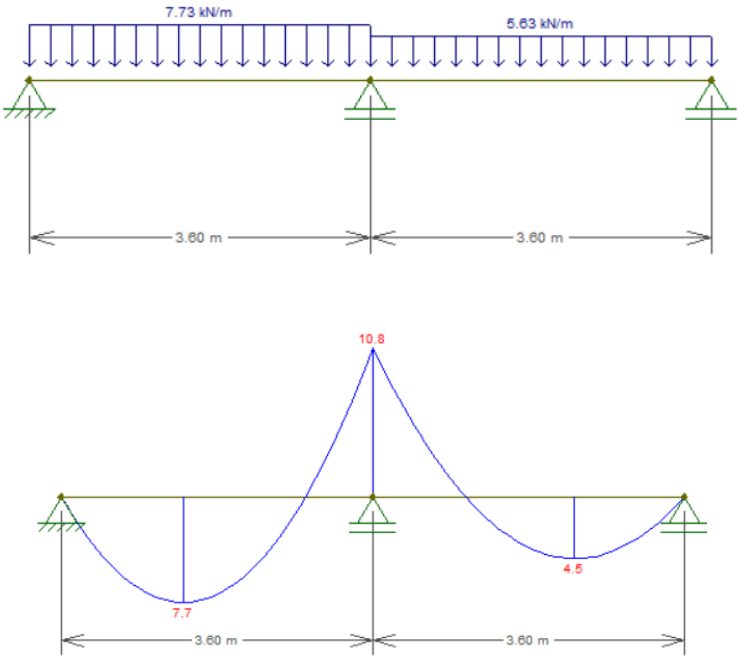
Propriedade	Valor	Unidade	Propriedade	Valor	Unidade
t_f	0,80	mm	m	200,4	N/mm²
t_c	91	mm	k	0,005	N/mm²
Fôrma	Polydeck 59S	-	b_n	210	mm
h_t	150	mm	b_b	84	Mm
e	32,40	mm	b_t	149	kN/m
$A_{F,ef}$	1086	mm²	E_a	200	GPa
I_{ef}	551500	mm⁴	cobrimento	35	mm
$f_{y,k}$	280	MPa	f_{ck}	30	MPa
γ_a	1,15	-	γ_c	1,40	-

a) Esforços solicitantes de cálculo máximos

As cargas utilizadas no exemplo estão apresentadas abaixo:

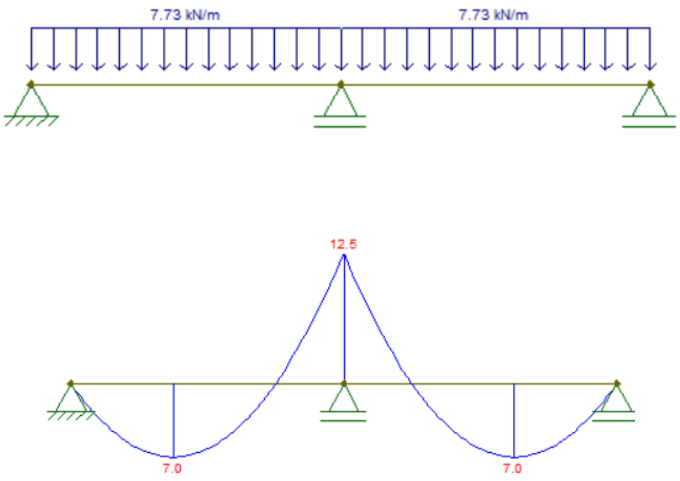
Cargas permanentes	Carga variável
Peso próprio da fôrma de aço: 0,09 kN/m²	Sobrecarga de uso e ocupação = 1,5 kN/m²
Peso próprio do concreto: 2,93 kN/m²	Carga variável de cálculo = 2,1 kN/m²
Carga permanente de revestimento: 1,0 kN/m²	
Carga permanente total de cálculo = 5,63 kN/m²	

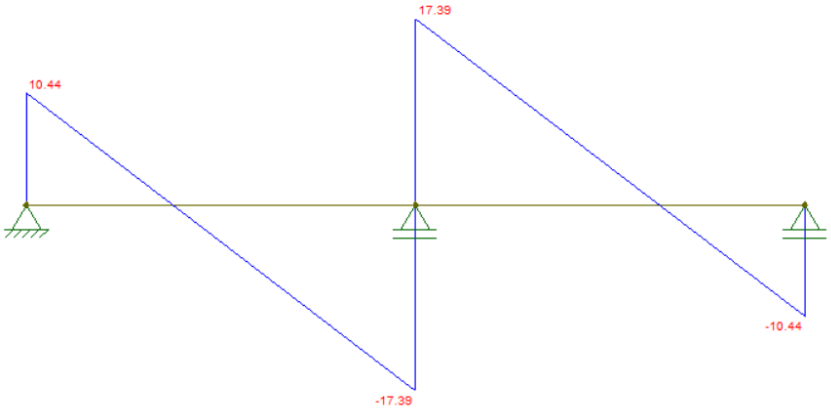
Para o cálculo dos esforços foram consideradas as piores situações. A seguir estão apresentadas a distribuição de cargas e o diagrama de momento fletor para o momento fletor positivo solicitante de cálculo.



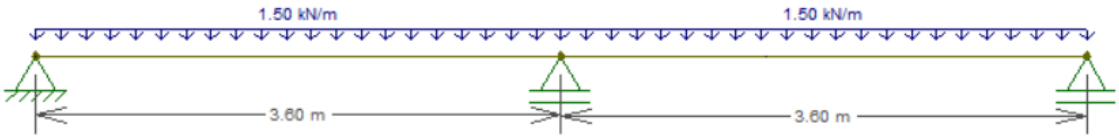
O momento positivo solicitante máximo encontrado é $M_{Sd}^{+} = 7{,}7\ kNm/m$. Entretanto, devido a redistribuição de momento negativo em 30% na laje mista contínuas, o momento fletor solicitante positivo pode ser alterado para $M_{Sd}^{+} = 10{,}01\ kNm/m$.

A seguir estão apresentadas a distribuição de cargas e o diagrama de esforços para o momento fletor negativo solicitante e esforço cortante de cisalhamento de cálculo.





O momento negativo solicitante máximo encontrado é $M_{Sd}^{-} = 12{,}50\ kNm/m$. O momento fletor negativo pode ser reduzido em até 30% ao ser redistribuído para as outras vigas. Com esta redução, parte do momento no apoio será distribuído para o momento fletor positivo, resultando em $M_{Sd}^{-} = 8{,}75\ kNm/m$. O esforço cortante de cálculo é $V_{Sd} = -17{,}39\ kN/m$. A seguir está apresentada a distribuição de cargas para a flecha.



b) Verificação de ELU ao momento fletor

Para o cálculo do momento fletor positivo será seguido o Apêndice A.1:

$0{,}85bt_c f_{cd} = 1657{,}5\ kN$
$A_s f_{sd} = 61{,}47\ kN$
$A_{F,ef} f_{yFd} = 264{,}42\ kN$

$0{,}85bt_c f_{cd} \geq A_{F,ef} f_{yFd} + A_s f_{sd}$
LNP na capa de concreto

Seguindo os cálculos, encontram-se como resultados:

$N_{pa} = A_{F,ef} f_{yFd}$ $\quad \therefore N_{pa} = 264{,}42\ kN$
$N_s = A_s f_{sd}$ $\quad \therefore N_s = 61{,}47\ kN$
$a = \dfrac{N_{pa} + N_s}{0{,}85 f_{cd} b}$ $\quad \therefore a = 0{,}0179\ m$
$d_F = h_t - e$ $\quad \therefore d_F = 0{,}1176\ m$

$d_s = h_t - {\Phi^+}/{2} - cobrimento - t_f$ $\therefore\ d_s = 0{,}1117\ m$

$M_{Rd}^+ = N_{pa}(d_F - 0{,}5a) + N_s(d_s - 0{,}5a)$ $\therefore\ M_{Rd}^+ = 35{,}05\ kNm/m$

$\frac{M_{Sd}^+}{M_{Rd}^+} \leq 1$ $\therefore\ \frac{M_{Sd}^+}{M_{Rd}^+} = 0{,}29 \leq 1$

A verificação ao momento fletor foi atendida.

c) Verificação de ELU ao momento fletor resistente negativo

Para o cálculo do momento fletor positivo será seguido o Apêndice A.7. Deve ser realizada a verificação da armadura negativa a ser utilizada.

$A_s = 251{,}33\ mm^2$

$\phi_{A_{N,máx}} \leq {t_c}/{8}$ $\phi_{A_{N,máx}} = 11{,}375\ mm$

O diâmetro escolhido atende a condição normativa.

$h_0 = {A_s f_{sd}}/{0{,}85 f_{cd} b_0}$ $\therefore\ h_0 = 77\ mm$

$z_c = h_t - \frac{h_0}{2}$ $\therefore\ z_c = 111{,}50\ mm$

$z_s = cobrimento + \phi_{fiss,retração} + {\Phi_{A_N}}/{2}$ $\therefore\ z_s = 42{,}8\ mm$

$z = z_c - z_s$ $\therefore\ z = 68{,}70\ mm$

$M_{Rd}^- = A_s f_{sd} z$ $\therefore\ M_{Rd}^- = 9{,}01\ kNm/m$

A relação a seguir deve ser verificada:

$\frac{M_{Sd}^-}{M_{Rd}^-} \leq 1$ $\therefore\ \frac{M_{Sd}^-}{M_{Rd}^-} = 0{,}97 \leq 1$

Verificando o espaçamento mínimo entre barras:

$esp_{min} \geq 10\ cm$

$esp_{máx} \leq \begin{cases} 2h_t \\ 20\ cm \end{cases}$ $\therefore esp_{máx} \leq \begin{cases} 2h_t = 30\ cm \\ 20\ cm \end{cases}$

$esp.adotado = \frac{b - quant.barras * \phi^-}{quant.barras - 1}$ $esp.adotado = 13{,}7\ cm/m$

Logo, o espaçamento adotado é menor que 20 cm, atendendo aos critérios de espaçamento.

d) Verificação de ELU ao cisalhamento longitudinal

Para o cálculo do cisalhamento longitudinal será seguido o Apêndice A.2 e considerado o coeficiente de segurança do (γ_{s1}) igual a 1,43:

$$L_s = \frac{0{,}9L}{4} \qquad \therefore\ L_s = 0{,}81\ m$$

$$V_{l,Rd} = \frac{bd_F\left(\frac{mA_{F,ef}}{bL_s} + k + \frac{N_s d_s}{bd_F L_s}\right)}{\gamma_{s1}} \qquad \therefore\ V_{l,Rd} = 28{,}43\ N/m$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}} \leq 1 \qquad \therefore \frac{V_{Sd}}{V_{l,Rd}} = 0{,}61 \leq 1$$

A verificação ao cisalhamento longitudinal foi atendida.

e) Verificação de ELU ao cisalhamento vertical

Para o cálculo do cisalhamento vertical será seguido o Apêndice A.3:

$$f_{ctk,inf} = 0{,}21 \times {f_{ck}}^{2/3} \qquad \therefore f_{ctk,inf} = 2{,}03$$

$$\eta = 0{,}3 + 0{,}7\left(\frac{\rho_c}{2400}\right) \qquad \therefore \eta = 1{,}0$$

$$f_{ctd} = \frac{\eta \times f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \qquad \therefore f_{ctd} = 1{,}45$$

$$\tau_{Rd} = 0{,}25 \times f_{ctd} \qquad \therefore\ \tau_{Rd} = 0{,}362\ MPa$$

Além disso, é preciso calcular a área resistente de concreto (A_v) que depende de cada fôrma. Para este caso, A_v é igual a 21.544 mm² e a resistência ao cisalhamento da fôrma ($V_{v,F,Rd}$) calculada 44,8 kN/m na fase de serviço.

$$k_v = 1{,}6 - {d_s}/{1000} \qquad \therefore k_v = 1{,}49\ mm$$

$$\rho = {A_s}/{A_v} \leq 0{,}02 \qquad \therefore \rho = 0{,}005$$

$$V_{v,c,Rd} = \frac{1000\tau_{Rd}k_v(1{,}2 + 40\rho)A_v}{b_n} \qquad \therefore V_{v,c,Rd} = 78{,}43\ kN/m$$

$$V_{v,Rd} = V_{v,F,Rd} + V_{v,c,Rd} \qquad \therefore V_{v,Rd} = 123{,}23\ kN/m$$

$$V_{máx} = \frac{1000 \text{ x } 0{,}285(f_{ck})^{1}/_{2}A_v}{b_n} \qquad \therefore V_{máx} = 160{,}14\ kN/m$$

Deve-se verificar a relação:

$$V_{v,Rd} \leq V_{máx}$$

Condição aprovada.

$$\frac{V_{Sd}}{V_{v,Rd}} \leq 1 \qquad \therefore \frac{V_{Sd}}{V_{v,Rd}} = 0{,}14 \leq 1$$

A verificação ao cisalhamento vertical foi atendida.

f) Verificação de ELS de flecha excessiva

Considerando o agregado como brita, o cálculo da flecha será realizado de acordo com o Apêndice A.4:

$\propto_i = 0{,}8 + 0{,}2\frac{f_{ck}}{80} < 1{,}0$ $\quad \therefore \propto_i = 0{,}88$

$\propto_e = 1{,}0$ (brita)

$E_{cs} = \propto_e \propto_i 5600\sqrt{f_{ck}}$ $\quad \therefore E_{cs} = 26.838\ MPa$

$\propto_E = \frac{E}{E_{cs}}$ $\quad \therefore \propto_E = 7{,}45$

Deve ser encontrada a seção homogeneizada, transformando o concreto em aço:

$b_{tr} = {}^{1000}/_{\propto_E}$ $\quad \therefore b_{tr} = 134{,}2\ mm$

$b_{tr}x\left(\frac{x}{2}\right) - A_{F,ef}(d_F - x) - A_s(d_s - x) = 0$ $\quad$ Sendo $x \leq t_c$

$\therefore x = 37{,}72\ mm$

Sendo x um valor positivo e menor que t_c, encontra-se o valor do momento de inércia:

$$I_{tr} = I_{F,ef} + A_{F,ef}(d_F - x)^2 + \frac{b_{tr}x^3}{3} + n_s\frac{\pi\phi^2}{4}\left[\frac{\phi^2}{16} + (x - d_s)^2\right] \quad \therefore I_{tr} = 10.526.629\ mm^4/m$$

$\delta = \frac{0{,}054qL^4}{EI_{tr}}$ $\quad \therefore \delta = 0{,}65\ mm$

$\delta_{lim} = \frac{L_F}{350}$ $\quad \therefore \delta_{lim} = 10{,}29\ mm$

Como $\delta \leq \delta_{lim}$, a verificação é atendida.

g) Verificação de ELS de fissuração devido a retração e temperatura

O cálculo da fissuração devido a retração e temperatura seguirá o Apêndice A.5:

$A_c = 1000 * 91$ $\quad \therefore A_c = 91.000\ mm^2$

$A_{s,min} = 0{,}1\%A_c$ $\quad \therefore A_{s,min} = 91\ {}^{mm^2}/_m$

Assim, a armadura de fissuração ($A_{s,fiss,retração}$) a ser adotada será Q92 ϕ4,2 x ϕ4,2. Essa tela possui área de 0,92 cm²/m de acordo com a tabela do fabricante. Assim, a verificação $A_{s,fiss,retração} \geq A_{s,mín}$ é atendida.

h) Verificação de ELS de controle de fissuração sem a verificação da abertura de fissura

Para o cálculo da fissuração sem a verificação da abertura de fissura será seguido o Apêndice A.6. Na região de momento negativo, deve ser verificado se a armadura negativa é capaz de resistir a fissuração. Para isso, deve ser analisada a tensão na barra de aço da seguinte maneira:

$$\sigma_{si} = \frac{f_{s,k}}{1{,}4 * 1{,}15} * \frac{g + 0{,}4 * q}{g + q} \qquad \therefore \sigma_{si} = 196{,}94\ MPa$$

Como a tensão encontrada na armadura é menor que 400 MPa, o diâmetro máximo para a armadura de fissuração deve ser de até 8 mm. Verifica-se que a armadura negativa adotada atende a esse critério.

Também deve ser verificado o cobrimento adotado, o qual deve ser:

$$cobrimento \geq \phi_{barra} \qquad 35\ cm \geq 8\ mm$$

Como a área de fissuração será igual a área de armadura negativa, equivalente a 251,33 mm², deve ser verificado se a área de fissuração atende ao critério de área mínima, como apresentado a seguir.

$$A_c = 1000 * 91 \qquad \therefore A_c = 91.000\ mm^2$$
$$A_{s,min} = \rho_{min} A_c \qquad \therefore A_{s,min} = 136{,}5\ mm^2$$
$$A_s = 251{,}33\ mm^2$$

Assim, observa-se que a área de armadura negativa adotada atende a todos os critérios, não sendo necessário acrescentar uma armadura para a fissuração.

i) Conclusão da validação do programa

Os cálculos apresentados nesse capítulo foram confrontados com os resultados do programa. Os valores apresentados ficaram próximos, comprovando a eficiência do programa para o dimensionamento de lajes mistas contínuas.