Universidade Federal do Espírito Santo

Departamento de Física

Programa de Pós-Graduação em Física

Nível Mestrado

Judismar Tadeu Guaitolini Junior

Radiação Cósmica de Fundo: Anisotropias, Polarização e Parâmetros Cosmológicos

Vitória

2012

Judismar Tadeu Guaitolini Junior

Radiação Cósmica de Fundo: Anisotropias, Polarização e Parâmetros Cosmológicos

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física, pelo Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Espírito Santo

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Vitorino de Borba Gonçalves

Vitória

2012

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

Guaitolini Junior, Judismar Tadeu, 1986-

G898r Radiação cósmica de fundo : anisotropias, polarização e parâmetros cosmológicos / Judismar Tadeu Guaitolini Junior. – 2012.

147 f. : il.

Orientador: Sérgio Vitorino de Borba Gonçalves.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas.

1. Cosmologia. 2. Teoria do big bang. 3. Radiação cósmica de fundo. 4. Ondas eletromagnéticas - Polarização. I. Gonçalves, Sergio Vitorino de Borba. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Exatas. III. Título.

CDU: 53

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

"Radiação Cósmica de Fundo: Anisotropias, Polarização e Parâmetros Cosmológicos"

Judismar Tadeu Guaitolini Junior

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada por:

Prof. Dr. Mauricio Ortiz Calvão
(UFRJ)

Sergio V. B. Gonçalves

Prof. Dr. Sergio Vitorino de Borba Gonçalves
(Orientador / UFES)

Prof. Dr. Clisthenis Ponce Constantinidis
(UFES)

AMVelásquez

Prof. Dr. Alan Miguel Velasquez Toribio
(UFES)

Vitória-ES, 10 de abril de 2012.

Ao meu pai.

Agradecimentos

Agradeço inicialmente a Deus, que desde os meus primeiros momentos de estudante permitiu que eu tivesse facilidade com as disciplinas, absorvendo o que havia de fundamental e obtendo a parir daí o que fosse necessário. Resolver problemas e pensar em algum deles por horas, ou até mesmo dias, nunca foi uma tarefa de que eu não gostasse. E na grande maioria das vezes a solução acabava aparecendo em meio aos rabiscos. Não acho que nesse ponto apenas a prática tenha dado conta do recado. Então dou a Ele esse crédito.

Agradeço também aos meus pais que sempre fizeram o possível, e em alguns momentos um pouco mais do que o possível, para que eu pudesse estudar tranquilo. Muito do que sou resulta do empenho que me exigiam desde os primeiros cadernos, do acompanhamento atento de minha mãe e dos ensinamentos sobre caráter de meu pai. Posso dizer que tive tudo o que precisei, não porque foi tudo muito fácil, mas porque mesmo com todas as dificuldades eles lutaram e souberam escolher as coisas certas para me dar.

Às minhas irmãs, Renata e Rafaela, que sempre desempenharam um papel de apoio fundamental. Mesmo depois de crescido, quando minha estatura nem evidenciava mais minha condição de caçula, minhas irmãs me tratavam como tal e ajudavam a não faltar nada. Dinheiro na época em que não tinha, as cópias dos livros quando não podia comprar os originais, tantas outras coisas que não caberiam aqui e algumas outras que nem devo mais me lembrar. Também ao meu sobrinho Gustavo, que por vezes me fez esquecer a rotina de pesquisa, e entre uma brincadeira e outra fazia com que minha mente descansasse, ficando pronta pra voltar ao trabalho.

À minha namorada Geórgia, cuja presença constante ao meu lado (fisicamente ou não) me deu em muitos momentos aquele ânimo que faltava. Trouxe, sem dúvida, muito mais leveza aos meus dias e foi uma ótima companheira e amiga. E foram tantos momentos bons e felizes juntos, que nem me lembro mais do que é não tê-la do lado. Parece que é muito mais tempo do que o calendário possa contar.

Aos meus amigos de graduação e pós-graduação, por terem ajudado a descontrair esses anos de estudo, principalmente nas conversas da hora do café na cantina. E como a hora do café podia ser a qualquer hora do dia, e até mais de uma vez ao dia, esse tempo foi maior do que muitas disciplinas juntas. Gostaria de destacar Igor, Fabrício, André, Rodolfo, Adriano, Raphael e Ulysses, com quem estive a maior parte desse tempo estudando, conversando, dividindo sala e viajando.

Ao meu orientador, professor Sérgio Vitorino, por todos esses anos de pesquisa que começaram antes da metade da minha graduação. Agradeço pelos conselhos, pelos ensinamentos, pelas cobranças, pela paciência, pelos momentos de conversa descontraída em que desaparecia a diferença entre orientador e orientando, e pelo pouco mais de física que aprendi nesse tempo de convívio.

Aos membros da banca, por terem aceitado o convite e pelas sugestões feitas após a leitura dessa dissertação, que sem dúvida ficou melhor após essa contribuição.

Agradeço novamente Geórgia e Igor, mas dessa vez pelo tempo que disponibilizaram para me ajudar nessa dissertação. A contribuição de vocês foi fundamental.

Agradeço finalmente à CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

A radiação cósmica de fundo é o sinal mais antigo que detectamos hoje no universo, e consiste em uma radiação eletromagnética com intensidade máxima na faixa do micro-ondas, com temperatura de $2,725\,K$, e que remonta de um período em que os primeiros átomos de hidrogênio puderam se formar em um universo denso e quente. Juntamente com as medidas do afastamento das galáxias e da abundância dos elementos leves, a radiação cósmica de fundo e as informações obtidas a partir dela, formam os pilares da cosmologia moderna, corroborando o modelo do Big Bang. Nesse trabalho fazemos uma revisão sobre as anisotropias em temperatura e polarização da radiação cósmica de fundo, com ênfase nos parâmetros cosmológicos associados a esses fenômenos, obtemos o espectro de potência angular associado à temperatura dessa radiação de maneira detalhada, e procuramos construir as idéias de maneira gradativa, com o objetivo de tornar esse trabalho tão acessível quanto possível para aqueles que fazem uma primeira leitura do assunto.

Abstract

The cosmic microwave background radiation is the oldest sign that we detect in the universe today, and it consists of an electromagnetic radiation with maximum intensity in the microwave range, with temperature of $2.725\,K$, and which dates from a period when the first hydrogen atoms could form in a dense and hot universe. Together with the measures of the recession of galaxies and the abundance of light elements, the cosmic microwave background radiation and the information derived from it, form the pillars of modern cosmology, in agreement with the Big Bang model. In this work we review the anisotropies in temperature and polarization of the cosmic microwave background radiation, with emphasis on the cosmological parameters associated with these phenomena, we obtain the angular power spectrum associated with the temperature of this radiation in a detailed manner, and we seek to gradually build the ideas, with the purpose of making this work as accessible as possible for those who do a first reading of the subject.

Lista de Figuras

Sumário

Capítulo 1

Introdução

A teoria da Relatividade Geral, proposta por Einstein em 1915, fez com que a nossa maneira de observar o universo sofresse uma grande mudança. Passamos a tratar sua estrutura de maneira geométrica, intimamente relacionada ao seu conteúdo material. Em pouco tempo, com as previsões teóricas de Friedmann e as observações de Hubble do afastamento das galáxias, verificou-se que o universo possuia uma dinâmica e estava expandindo. Assim o velho paradigma de um universo estacionário foi, aos poucos, sendo abandonado pela maioria da comunidade científica.

Uma vez observada a expansão do universo, não demorou muito até que fosse proposta uma volta no tempo, de maneira que ele apresentasse dimensões cada vez menores. Voltando suficientemente no tempo, chegaríamos em um instante de densidade e temperatura infinitas conhecido como Big Bang, e a partir do qual o universo iniciou sua expansão. Conforme a escala do universo foi aumentando, sua temperatura diminuiu e diferentes processos físicos ocorreram no âmbito da física de partículas, física nuclear e física atômica, até que fossem formadas as grandes estruturas que observamos. O modelo cosmológico padrão é hoje o melhor modelo para descrever o universo e possui importantes comprovações observacionais, como o afastamento das galáxias, a medida das abundâncias dos elementos leves e a existência de uma radiação de fundo na faixa do microondas.

A radiação cósmica de fundo (RCF) foi emitida quando o universo tinha cerca de 380000 anos e a temperatura havia baixado o suficiente para que os elétrons pudessem ser aprisionados em poços de potencial de núcleos de átomos de hidrogênio. Na faixa de tempo onde ocorreu a formação dos primeiros átomos, os fótons desacoplaram da matéria e puderam viajar até atingirem o nosso aparelho de observação. Esses fótons da RCF possuem um espectro de corpo negro e carregam informações sobre a temperatura e sobre a densidade de matéria na última superfície de espalhamento.

Muito embora pareça ser extremamente uniforme, quando os instrumentos de medida permitiram um contraste maior nos mapas da RCF visualizamos uma anisotropia que vem do movimento do sistema solar em relação à direção de propagação dos fótons. Aumentando ainda mais o contraste, observamos mais anisotropias na RCF que são causadas por processos físicos que ocorrem no caminho dos fótons, variações de potencial gravitacional na última superfície de espalhamento e até mesmo pelas inomogeneidades causadas pela inflação. Ocorrendo a interação com o plasma quente dos momentos anteriores à recombinação e com as perturbações do espaço-tempo, a RCF também apresenta dois modos de polarização.

Diversos experimentos procuraram medir as flutuações de temperatura da RCF, e entre eles podemos citar o experimento de Tenerife [1], VLA (*Very Large Array*) [2], DASI (*Degree Angular Scale Interferometer*) [3], SZA (*The Sunyaev-Zeldovich Array*) [4], FIRS (*Far Infra-Red Survey*) [5], MAXIMA (*Millimeter Anisotropy eXperiment IMaging Array*) [6], Boomerang (*Balloon Observations of Millimetric Extragalactic Radiation and Geophysics*) [7], COBE (*COsmic Background Explorer*) [8], WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) [9] e mais recentemente o satélite Planck [10][1]. O estudo das anisotropias da RCF, utilizando o espectro de potência angular para formar a ponte entre observação e teoria, é muito importante em cosmologia pois permite estimar parâmetros cosmológicos tais como o parâmetro de densidade Ω, o parâmetro de Hubble ou a constante cosmológica (associada à recente descoberta de que o universo passa por uma fase de expansão

[1]Para uma lista mais completa de experimentos analisando a RCF, veja [11].

acelerada).

Elaboramos essa dissertação com o intuito de fornecer um material tão completo quanto possível sobre a RCF, suas anisotropias em temperatura e polarização. Devido ao grande número de trabalhos publicados nessa área, nossa intenção não foi esgotar o assunto, mas facilitar o acesso aos que pretendem iniciar os estudos no tema, explicando de forma detalhada os passos matemáticos necessários à obtenção dos principais resultados, interpretando as soluções e indicando uma série de referências que complementarão a leitura de nosso texto. Desde os primeiros capítulos, a sequência de conteúdos foi escolhida visando a construção gradativa das idéias que culminarão nos cálculos ligados à anisotropia em temperatura e polarização da RCF.

No capítulo 2, abordamos a teoria da Relatividade Geral, obtendo inicialmente as equações de campo a partir do princípio variacional. Nesse ponto revisamos brevemente o formalismo da álgebra e cálculo tensorial. Na sequência, utilizando a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, obtemos soluções cosmológicas de base para o universo, analisamos a sua dinâmica e definimos parâmetros observacionais importantes no âmbito da cosmologia.

No capítulo 3, apresentamos o modelo cosmológico padrão e discutimos os testes observacionais que fazem dele o modelo que atualmente melhor descreve o nosso universo. Explicamos ainda como a RCF aparece naturalmente no universo jovem, no decorrer da história térmica do universo. O apêndice A complementa esse capítulo abordando o modelo padrão das partículas elementares. Já no capítulo 4, discutimos as principais características da RCF e como o nosso conhecimento sobre ela evoluiu, a partir dos dados observacionais coletados por diferentes sondas e satélites. Definimos nesse momento o espectro de potência angular para a RCF, destacando a sua importância na seleção de modelos cosmológicos.

No capítulo 5, tratamos das anisotropias na distribuição de temperatura da RCF, calculando as contribuições provenientes de velocidades peculiares e de variações no potencial gravitacional no caminho dos fótons. Abordamos inclusive o efeito Sachs-Wolfe, que aparece devido a variações no potencial gravitacional da última superfície de espalhamento. No capítulo 6, passamos ao estudo da polarização de ondas eletromagnéticas, utilizando os parâmetros de Stokes. Interpretamos esses parâmetros, relacionando-os à elipse de polarização, e discutimos os possíveis estados de polarização de uma onda eletromagnética com o auxílio da esfera de Poincaré.

No capítulo 7, estudamos a polarização da RCF obtendo os modos E e B de polarização, e construimos os espectros de potência angular relacionados com esses modos e também com a temperatura. O apêndice B complementa esse capítulo discutindo a teoria dos harmônicos esféricos de spin s. No capítulo 8, calculamos passo a passo o espectro de potência angular, explicando cada etapa do procedimento matemático.

O capítulo 9 encerra essa dissertação apontando as principais considerações que podem ser feitas a partir do estudo desenvolvido e as perspectivas para uma possível continuidade desse trabalho.

Capítulo 2

Relatividade Geral

No ano de 1905, o físico alemão Albert Einstein apresentou para a sociedade uma nova teoria que trazia em seu bojo mudanças que fizeram cair por terra dois pensamentos que eram tomados como completamente bem estabelecidos em sua época, e também antes dela: as idéias de espaço absoluto e de tempo absoluto.

A física que antecedeu as idéias de Einstein estava construída sobre dois grandes pilares: a mecânica de Newton e a teoria eletromagnética de Maxwell. Contudo, essas duas teorias eram contraditórias no que dizia respeito à propagação das informações. De acordo com a teoria da gravitação universal de Newton, se de repente o Sol deixasse de existir, o planeta Terra ”sentiria” a sua ausência instantaneamente e abandonaria o movimento orbital no mesmo instante em que o Sol desaparecesse. Já Maxwell, utilizando o conceito matemático de campos de interação, obteve resultados mostrando que a informação se deslocava com uma velocidade determinada e finita, cujo valor era o mesmo da velocidade da luz. Assim se percebia que a luz também era um fenômeno eletromagnético. No contexto da teoria de Maxwell, o desaparecimento do Sol não seria percebido instantaneamente na Terra, mas apenas depois que a informação percorresse a distância que existe entre os dois corpos celestes, viajando com a velocidade da luz.

Além disso, o experimento realizado em 1887 por Albert A. Michelson e Edward W. Morley para detectar variações na velocidade da luz devido ao movimento da Terra em relação ao éter, mostrou que não deveria existir um tal éter, e que a lei de adição de velocidades da mecânica newtoniana não era coerente com os resultados do experimento. Assim sendo, Einstein optou por abandonar a mecânica de Newton para construir a sua Teoria da Relatividade Restrita, compatível com o eletromagnetismo de Maxwell. Postulando que as leis da física deveriam ser as mesmas quando analisadas por observadores em diferentes referenciais inerciais, e que todos esses observadores deveriam sempre medir a mesma velocidade para a luz, formulou uma teoria em que as equações de Maxwell permanecem invariantes sob transformações de sistemas de coordenadas. Além disso, para que a luz seja sempre observada com a mesma velocidade, observadores em referenciais inerciais com diferentes velocidades devem medir o tempo e o comprimento de formas distintas. Então, é exatamente o postulado da constância da velocidade da luz que rompe com o tempo e o espaço absolutos de Newton. A partir dessa teoria de Einstein, não existe mais um pano de fundo absoluto onde os fenômenos ocorrem, mas sim uma estrutura chamada de espaço-tempo quadridimensional, onde a coordenada temporal assume o papel de quarta dimensão.

Tempo e espaço podem ser dilatados e contraídos de acordo com a velocidade do nosso movimento, obedecendo às chamadas transformações de Lorentz. Todavia, quando Lorentz chegou à formulação matemática dessas transformações ele procurava explicar a contração do éter, meio onde a luz se propagaria e que seria um referencial absoluto onde poderíamos medir as velocidades de quaisquer entidades. A partir da Relatividade Restrita, a necessidade de um tal referencial absoluto foi abandonada.

Uma vez que a teoria de gravitação de Newton não fazia restrições quanto à velocidade de propagação da informação, a existência de sinais viajando mais rápidos do que a luz tornava essa teoria incompatível com a Relatividade Restrita. Einstein percebia o problema, e para solucioná-lo propôs em 1915 a Teoria da Relatividade Geral (RG) onde os fenômenos gravitacionais eram contemplados.

Através de suas experiências mentais baseadas em elevadores subindo ou descendo acelerados, mostrou a equivalência entre referenciais acelerados e o movimento em campos gravitacionais. Era equivalente subir com uma aceleração de $5,0\,m/s^2$, ou estar em repouso em uma região de um planeta onde o campo gravitacional fosse uniforme, causando uma aceleração da gravidade também igual à $5,0\,m/s^2$. A única diferença nas duas situações poderia ser a experiência visual, e por tal motivo imaginava sempre as pessoas em elevadores isolados do exterior.

Um ponto importante na construção da RG era o que dizia respeito à análise de dois observadores em repouso em um campo gravitacional. Tomemos, por exemplo, dois marcianos na superfície de Marte sentados sobre pés de macieira, um acima e outro abaixo do equador. Se uma maçã verde cai de cada árvore, esses seres poderão dizer que é equivalente esperar a maçã cair acelerada, ou então subir acelerado enquanto a maçã permanece em repouso. Contudo, a distância entre esses dois observadores deve permanecer inalterada, visto que na situação real eles permanecem sentados. A única maneira encontrada por Einstein para compatibilizar esses pensamentos, foi imaginar sua teoria dentro do contexto de geometrias não euclidianas, cuja teoria já havia sido bem desenvolvida por Gauss, Riemann e Poincaré. Dentro da RG trabalharemos com espaços-tempo curvos, e a gravitação surge então como efeito da geometria local, que é determinada de acordo com o conteúdo material da região.

2.1 Equações de Campo

Com a finalidade de entender o comportamento de sistemas gravitacionais dentro da RG, como por exemplo, corpos próximos de estrelas ou buracos negros, ou até mesmo para estudar a dinâmica do universo em que vivemos, é necessário que tenhamos em mãos um conjunto de equações de campo, conhecidas como equações de Einstein. Essa equações, sintetizadas em uma única equação tensorial fazem a ligação entre a geometria do espaço-tempo e o seu conteúdo material. Utilizaremos na sequência o princípio variacional para encontrá-las.

A ação de Einstein-Hilbert é escrita como

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int \sqrt{-g}R\, d^4x\,, \tag{2.1}$$

onde g é o determinante da métrica $g_{\mu\nu}$[1] e R é o escalar de Ricci. Antes de variar essa ação, faremos algumas considerações acerca do termos ligados à geometria do espaço-tempo.

Quando queremos caracterizar a curvatura do espaço-tempo quadridimensional da RG, recorremos a um tensor de quarta ordem[2] dado por [12]

$$R^{\rho}{}_{\mu\sigma\nu} = \left(\Gamma^{\rho}_{\mu\nu}\right)_{,\sigma} - \left(\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma}\right)_{,\nu} + \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}\Gamma^{\rho}_{\lambda\sigma} - \Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}\Gamma^{\rho}_{\lambda\nu}\,, \tag{2.2}$$

que é o chamado tensor de Riemann. As vírgulas nessa última equação representam as derivadas ordinárias, e no que segue estaremos utilizando essa definição. Os termos do tipo $\Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta}$ são os símbolos de Christoffel de segunda espécie, dados em função da métrica como

$$\Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}g^{\gamma\lambda}\left(g_{\alpha\lambda,\beta} + g_{\beta\lambda,\alpha} - g_{\alpha\beta,\lambda}\right). \tag{2.3}$$

A derivada covariante, que será representada pelo ponto e vírgula (;)[3] , é dada por

$$V^{\mu}{}_{;\nu} = V^{\mu}{}_{,\nu} + \Gamma^{\mu}_{\lambda\nu}V^{\lambda}\,, \tag{2.4}$$

quando aplicada em um tensor contravariante, e por

$$V_{\mu\,;\nu} = V_{\mu\,,\nu} - \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}V_{\lambda}\,, \tag{2.5}$$

[1] Na presente dissertação estaremos considerando métricas com assinatura $(+\,-\,-\,-)$.

[2] Lembramos aqui que um tensor com índice superior é chamado de tensor contravariante, e um tensor com índice inferior é chamado de tensor covariante. Quando o tensor possui os dois tipos de índices ele é chamado de misto, e a quantidade de índices nos dá a ordem do tensor.

[3] A derivada covariante com relação a uma coordenada x^{μ} poderá ser representada também por ∇_{μ} em situações onde o uso do ponto e vírgula não for conveniente. Da mesma maneira, a derivada ordinária com relação a uma coordenada x^{μ} poderá ser representada pelo símbolo ∂_{μ}.

quando aplicada em um tensor covariante. A derivada covariante é necessária quando os vetores da base de um sistema de coordenadas variam[4], para que não apenas a variação dos tensores seja levada em consideração, mas também a variação que o próprio sistema de coordenadas sofre de um ponto para outro. Os símbolos de Christoffel, também chamados de conexões, aparecem na derivada covariante porque conectam diferentes pontos da variedade em que estamos trabalhando (o espaço-tempo de quatro dimensões). Se a derivada covariante for aplicada em tensores de ordem maior, aparecerão na derivada mais termos ligados às conexões, com sinais positivos, se estiverem relacionados à índices contravariantes, ou negativos, se estiverem relacionados à índices covariantes.

Quando trabalhamos em variedades de 3 dimensões, a curvatura pode ser totalmente determinada pelo tensor de Ricci, definido para qualquer dimensão como

$$R_{\mu\nu} = R^{\rho}{}_{\mu\rho\nu}\,, \tag{2.6}$$

e podemos, a partir desse tensor, obter o escalar de Ricci, dado pelo traço

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}\,. \tag{2.7}$$

Tomando agora as variações de (2.1)

$$\delta S = \frac{1}{16\pi G} \int \left[\delta \left(\sqrt{-g} \right) R + \sqrt{-g}\,\delta R \right] d^4x\,, \tag{2.8}$$

e de (2.7)

$$\delta R = \delta g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} + g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu}\,, \tag{2.9}$$

e agrupando os resultados, obtemos

$$\delta S = \frac{1}{16\pi G} \int \left[\delta \left(\sqrt{-g} \right) R + \sqrt{-g}\,\delta g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} + \sqrt{-g}\,g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} \right] d^4x\,. \tag{2.10}$$

[4]Isso pode acontecer tanto em espaços curvos, quanto em espaços de geometria euclidiana onde sejam utilizadas coordenadas curvilíneas, como as esféricas ou cilíndricas.

Para dar um passo adiante em busca das equações de Einstein, é necessário que utilizemos a identidade

$$\ln(\det M) = \mathtt{Tr}(\ln M) \ , \tag{2.11}$$

válida para uma matriz M quadrada com determinante não nulo. Variando essa equação

$$\delta[\ln(\det M)] = \frac{1}{\det M}\delta(\det M) \ , \tag{2.12}$$

definindo $A = \ln M$ e sabendo que $\mathtt{Tr}A = A_{11} + A_{22} + A_{33} + \cdots + A_{nn}$, teremos

$$\delta(\mathtt{Tr}A) = \delta A_{11} + \cdots + \delta A_{nn} = \frac{\delta M_{11}}{M_{11}} + \frac{\delta M_{22}}{M_{22}} + \cdots + \frac{\delta M_{nn}}{M_{nn}} = \mathtt{Tr}\left(\frac{\delta M}{M}\right) \ , \tag{2.13}$$

ou seja,

$$\delta[\mathtt{Tr}(\ln M)] = \mathtt{Tr}\left(M^{-1}\delta M\right) = \delta[\ln(\det M)] = \frac{1}{\det M}\delta(\det M) \, . \tag{2.14}$$

Tomando o determinante de $g_{\mu\nu}$ e lançando mão da equação (2.14) teremos que

$$\delta g = -g\left(g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}\right) \ , \tag{2.15}$$

o que pode ser utilizado em uma regra da cadeia que nos forneça

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}. \tag{2.16}$$

O uso desse resultado em (2.10) resultará na seguinte simplificação

$$\delta S = \frac{1}{16\pi G}\int\left[R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R\right]\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}d^4x + \int\delta R_{\mu\nu}g^{\mu\nu}\sqrt{-g}d^4x. \tag{2.17}$$

Analisemos agora com cuidado o segundo termo da direita. Tomando a variação de (2.2)

$$\delta R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_\nu\delta\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \delta\Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\delta\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \delta\Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\delta\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} \, , \tag{2.18}$$

e usando a derivada covariante da conexão

$$\left(\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\mu}\right)_{;\lambda} = \left(\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\mu}\right)_{,\lambda} + \Gamma^{\rho}_{\lambda\alpha}\delta\Gamma^{\alpha}_{\nu\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\nu\lambda}\delta\Gamma^{\rho}_{\alpha\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\lambda}\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\alpha} \;, \tag{2.19}$$

podemos chegar na seguinte expressão

$$\delta R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \left(\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}\right)_{;\mu} - \left(\delta\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma}\right)_{;\nu} \;. \tag{2.20}$$

Daí

$$\delta R_{\mu\nu} = \delta R^{\rho}_{\mu\rho\nu} = \left(\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\mu}\right)_{;\rho} - \left(\delta\Gamma^{\rho}_{\rho\mu}\right)_{;\nu} \;, \tag{2.21}$$

que utilizada no segundo termo de (2.17) resulta em

$$\int g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu}\sqrt{-g}d^4x = \int \left(g^{\mu\nu}\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\mu} - g^{\rho\mu}\delta\Gamma^{\lambda}_{\lambda\mu}\right)_{;\rho}\sqrt{-g}d^4x \,. \tag{2.22}$$

Esse termo nada mais é do que uma contribuição de contorno no infinito, que pelo teorema de Stokes pode ser tomada como zero.

Utilizando a variação da ação com relação a $g^{\mu\nu}$

$$\frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}} = 0 \,, \tag{2.23}$$

teremos

$$\int \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right)\sqrt{-g}d^4x = 0 \,, \tag{2.24}$$

de onde obtemos finalmente a equação tensorial covariante

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 0 \,, \tag{2.25}$$

que deve valer sempre, uma vez que o resultado não deve depender da região de integração.

Para relacionar a geometria do espaço-tempo com o conteúdo material, inserimos uma lagrangiana para a matéria ($\mathcal{L}_M$) na ação de Einstein-Hilbert (2.1), e a partir da definição

$$T_{\mu\nu} = \frac{-2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta\left(\sqrt{-g}\mathcal{L}_M\right)}{\delta g^{\mu\nu}} = -2\frac{\delta \mathcal{L}_M}{\delta g^{\mu\nu}} + \delta g_{\mu\nu}\mathcal{L}_M \tag{2.26}$$

obtemos

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi G T_{\mu\nu}\,, \tag{2.27}$$

que são as chamadas equações de Einstein.

O termo $T_{\mu\nu}$ é o tensor momento-energia, que descreve o conteúdo material da região do espaço-tempo em análise. Esse tensor de ordem 2 será construído de diferentes maneiras, de acordo com o tipo de matéria envolvida no sistema. Quando lidamos com poeira, o tensor momento-energia será dado por

$$T^{\mu\nu} = \rho_0 u^\mu u^\nu\,, \tag{2.28}$$

onde ρ_0 é a densidade própria de matéria da poeira, como visto por um observador co-móvel ao fluxo de matéria que possui uma quadrivelocidade u^μ. Se, de outra maneira, trabalhamos com um fluido perfeito teremos

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho_0 + p\right) u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu}\,, \tag{2.29}$$

onde p é a pressão do fluido. Modificações adicionais podem ser implementadas se quisermos trabalhar com fluidos mais realísticos, como considerar viscosidade, condução de calor e efeitos de dissipação de energia.

Quando lidamos com espaços descritos por coordenadas curvilíneas, a lei de conservação para o tensor momento-energia é escrita com o uso da derivada covariante, ao invés da derivada ordinária, como

$$T^{\mu\nu}{}_{;\mu} = 0\,. \tag{2.30}$$

A partir de agora, tendo em mãos as equações de campo da RG e entendendo o significado dos termos ligados à geometria e à matéria, iremos utilizá-las no estudo da dinâmica do espaço-tempo, procurando compreender melhor como evolui o universo em que vivemos.

2.2 Cosmologia Relativística

A Cosmologia é uma área de pesquisa que estuda o universo como um todo, procurando explicar sua dinâmica, incluindo a sua origem, estrutura atual e possíveis destinos finais. De fato, desde os tempos mais remotos que o ser humano olhando para o céu busca explicações para aquilo que é observado, e passando por Aristóteles, Ptolomeu, Copérnico, Kepler e Newton desenvolveu muitos mecanismos engenhosos para dar conta do movimento dos astros, mesmo que hoje esses mecanismos possam não estar de acordo com as leis da Física. Vale ressaltar nesse ponto que não só as explicações sobre a dinâmica celeste, mas todas as áreas da Física estão em constante transformação com o advento de novas teorias, e o que é visto como verdade hoje pode ser descartado ou complementado em alguns anos. Sendo assim, não podemos falar em verdades absolutas, mas tão somente em teorias que estão de acordo com as experiências e com os dados observacionais disponíveis em cada época.

A mecânica newtoniana explicou bem os sistemas interagindo por meio de forças gravitacionais enquanto a escala de interesse e a tecnologia dos aparelhos de medida mantiveram os efeitos da curvatura do espaço-tempo escondidos. Entretanto, a RG se apresentou como uma teoria que possibilitava a obtenção de resultados teóricos consistentes, e com melhor ajuste aos dados observacionais quando a curvatura era levada em conta, como logo foi visto, por exemplo, nos cálculos da precessão do periélio de Mercúrio. Existem hoje desenvolvimentos de cosmologias newtonianas e neo-newtonianas, onde aproxima-se o conteúdo do universo como um fluido perfeito, e alguns resultados interessantes podem ser obtidos. Uma vantagem dessas abordagens é a possibilidade de utilizar a intuição obtida de nossa experiência newtoniana diária. Contudo, a limitação existente nessas teorias e o sucesso nas previsões da RG fazem com que a cosmologia relativística seja aquela de maior interesse.

Para que possamos tratar o problema cosmológico de maneira mais simplificada, assumimos em geral algumas hipóteses importantes. Uma delas é o chamado princípio cosmológico. Com origens no princípio copernicano de que não existiriam pontos privilegiados no universo, o princípio cosmológico assume que em escalas suficientemente grandes o universo é homogêneo (sem pontos privilegiados) e isotrópico (sem direções privilegiadas).

Muito embora a idéia de homogeneidade e isotropia possa parecer estranha quando vemos um quadro tão inomogêneo ao nosso redor, com estrelas, galáxias e aglomerados de galáxias, o universo realmente aparenta ser homogêneo quando tomamos distribuições de matéria em escalas maiores do que 100 Mpc. Apenas como comparação, a distância da Via Láctea até a Grande Nuvem de Magalhães (a galáxia vizinha mais próxima) é de apenas 55 kpc [13]. Outro fato importate é que o universo só terá essa aparência para um grupo especial de observadores, que são os observadores comóveis. Um referencial comóvel segue o fluxo de matéria, e no universo esses referenciais acompanham a expansão em geodésicas do espaço-tempo. Os observadores localizados nesses referenciais sempre medem intervalos de tempo iguais entre dois eventos analisados e a mesma distância espacial. O desenvolvimento a seguir será sob o ponto de vista de um tal observador onde a homogeneidade e isotropia é evidente.

O elemento de linha mais geral pode ser escrito como

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = g_{00}dt^2 + 2g_{0i}dtdx^i + g_{ij}dx^i dx^j \,, \tag{2.31}$$

mas para satisfazer a condição de isotropia devemos ter g_{0i} se anulando. Podemos sempre escolher um grupo de observadores para os quais o seu tempo próprio medido implica que

$g_{00} = 1$, e dessa maneira escrever

$$ds^2 = dt^2 - \gamma_{ij} dx^i dx^j = dt^2 - dl^2\,, \tag{2.32}$$

em que γ_{ij} é a parte puramente espacial da métrica, com dl^2 sendo dado de uma maneira esfericamente simétrica em cada ponto (para garantir isotropia) como

$$dl^2 = e^{\lambda} dr^2 + r^2 \left(d\theta^2 + \mathrm{sen}^2\theta d\phi^2 \right). \tag{2.33}$$

Um espaço de curvatura K constante tem o tensor de Riemann dado em função apenas de combinações da métrica,

$$R_{\mu\nu\rho\lambda} = K \left(g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} \right)\,, \tag{2.34}$$

que para o caso espacial tridimensional nos fornece as relações

$$\gamma^{ik} R_{ijkl} = R_{jl} = 2K\gamma_{jl} \tag{2.35}$$

e

$$R = 6K. \tag{2.36}$$

Calculando os símbolos de Cristhoffel a partir da métrica (2.33) e depois obtendo os termos do tensor de Ricci, na condição de curvatura constante (2.35), chegamos nas equações

$$R_{11} = \frac{\lambda_{,1}}{r} = 2Ke^{\lambda} \tag{2.37}$$

e

$$R_{33} = 1 + \frac{1}{2} r e^{-\lambda} \lambda_{,1} = 2Kr^2\,, \tag{2.38}$$

cuja solução será

$$e^{\lambda} = \frac{1}{1 - Kr^2}\,. \tag{2.39}$$

Daí, a métrica para um espaço tridimensional de curvatura constante será

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2\left(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2\right). \tag{2.40}$$

Uma vez que essa métrica é plano conforme, podemos inserir uma função do tempo que dará o fator de magnificação das distâncias (fator de escala $a(t)$) e mudar a escala espacial, o que resultará para a métrica espaço-temporal finalmente em

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2\left(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2\right)\right], \tag{2.41}$$

que é métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (doravante chamada simplesmente de métrica de FLRW). O fator k que indica a curvatura da parte espacial do universo, pode assumir os valores +1, 0 ou -1. A geometria da variedade em que estamos trabalhando irá depender do valor assumido pela constante k.

Quando $k = +1$ podemos efetuar uma troca de coordenadas, de r para χ, tal que $r = \text{sen}\chi$, e escolhendo

$$\begin{cases} x_1 = a\cos\chi\text{sen}\theta\text{sen}\phi \\ x_2 = a\cos\chi\text{sen}\theta\cos\phi \\ x_3 = a\cos\chi\cos\theta \\ x_4 = a\text{sen}\chi \end{cases}, \tag{2.42}$$

teremos

$$dl^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2, \tag{2.43}$$

cuja geometria é a de uma 3-esfera em um espaço euclidiano quadridimensional. Nesses casos, onde $k = +1$, o espaço-tempo é dito fechado ou compacto.

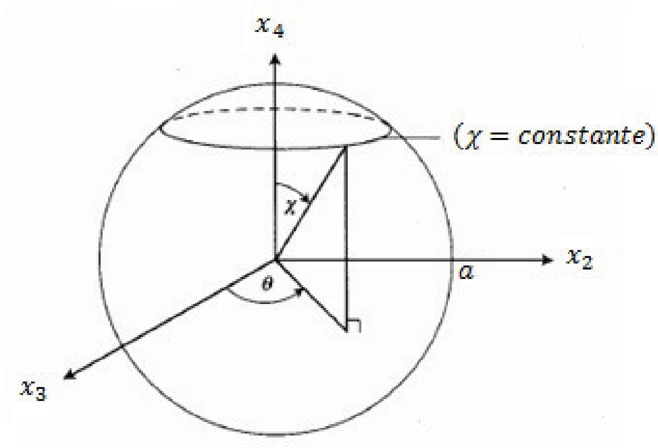

Figura 2.1: Superfície com curvatura constante e positiva, em um espaço euclidiano de quatro dimensões. Adaptado de [12].

Quando $k = 0$ podemos escolher $r = \chi$ e

$$\begin{cases} x_1 = a\chi \text{sen}\theta \cos\phi \\ x_2 = a\chi \text{sen}\theta \text{sen}\phi \\ x_3 = a\chi \cos\theta \end{cases}, \tag{2.44}$$

de onde resulta

$$dl^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \,, \tag{2.45}$$

que possui geometria de espaço euclidiano plano. Um universo com tal geometria é chamado de universo aberto plano.

Finalmente, quando $k = -1$ tomamos $r = \text{senh}\chi$, e escolhendo

$$\begin{cases} x_1 = a \text{senh}\chi \text{sen}\theta \text{sen}\phi \\ x_2 = a \text{senh}\chi \text{sen}\theta \cos\phi \\ x_3 = a \text{senh}\chi \cos\theta \\ x_4 = a \cosh\chi \end{cases}, \tag{2.46}$$

teremos

$$dl^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2\,, \tag{2.47}$$

cuja geometria é a de um hiperbolóide imerso em um espaço minkowskiano quadridimensional. Assim como no caso com $k = 0$, um universo com $k = -1$ é aberto.

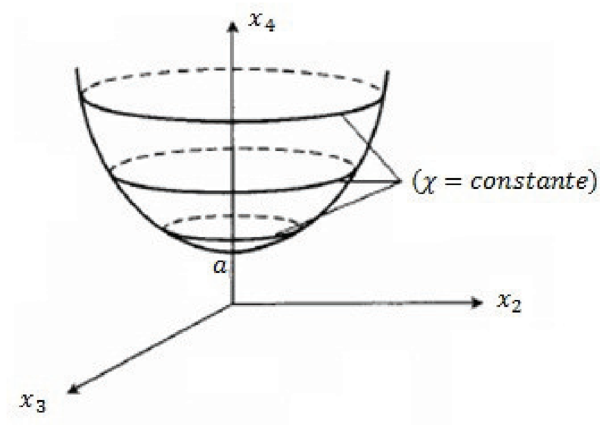

Figura 2.2: Superfície com curvatura constante e negativa, em um espaço minkowskiano de quatro dimensões. Adaptado de [12].

Sintetizando, podemos escrever a parte espacial da métrica de forma geral como

$$dl^2 = a^2\left[d\chi^2 + f^2(\chi)\left(d\theta^2 + \mathrm{sen}^2\theta d\phi^2\right)\right]\,, \tag{2.48}$$

com

$$f(\chi) = \begin{cases} \mathrm{sen}\chi & (se\ k = 1) \\ \chi & (se\ k = 0\ ) \\ \mathrm{senh}\chi & (se\ k = -1) \end{cases}\ . \tag{2.49}$$

Devido ao fator de escala $a(t)$, a métrica (2.41) evolui no tempo de maneira que as distâncias próprias aumentam com $a(t)$. Podemos descrever essa evolução matematicamente como

$$l(t) = l_0 a(t). \tag{2.50}$$

Se temos três pontos no espaço formando um triângulo em determinado instante, um novo triângulo formando em um instante posterior deve ser geometricamente semelhente ao primeiro. Isso se dá, pois associando a existência de $a(t)$ com o princípio cosmológico teremos que a magnificação ou redução deve ser independente da posição do triângulo. De fato, de acordo com essa construção o movimento relativo entre os pontos do espaço-tempo deve ser puramente radial.

Além disso, tomando a separação entre dois pontos como sendo δr, um observador localizado em um desses pontos atribuirá ao outro ponto a velocidade

$$\delta v = \frac{d}{dt}\delta l = \frac{d}{dt}\left[a(t)\delta r\right] = \dot{a}(t)\delta r = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)\delta l\,, \tag{2.51}$$

ou seja, a velocidade relativa entre dois pontos do espaço-tempo é proporcional à distância de separação entre eles. Uma vez que não pode existir nenhum ponto privilegiado no universo, se existir alguma espécie de expansão na estrutura espaço-temporal do universo, qualquer observador verá as galáxias e aglomerados de galáxias se afastando radialmente. Foi exatamente esse afastamento que Edwin Hubble constatou em 1929, quando mediu o desvio para o vermelho sofrido pela luz das galáxias distantes, chegando empiricamente na relação (2.51). Por esse motivo o termo $H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$ é chamado de parâmetro de Hubble, que segundo dados observacionais da sonda WMAP [14], possui hoje o valor de $H_0 = H(t_0) = 100h\,kms^{-1}Mpc^{-1}$, com $h = 0,710 \pm 0,25$.

Se temos agora dois observadores separados pela distâcia δr, e os dois estão observando um mesmo feixe de radiação eletromagnética, como por exemplo a luz proveniente de uma estrela distante, eles irão discordar a respeito do valor medido da frequência da radiação. Sendo ν a frequência medida por um dos observadores, o outro observador que se afasta com velocidade δv irá medir $(\delta\nu + \nu)$. O termo $\delta\nu$ vem do efeito Doppler sofrido pela radiação e obedece à seguinte relação

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = -\delta v = -\frac{\dot{a}}{a}\delta t = -\frac{\delta a}{a}\,, \tag{2.52}$$

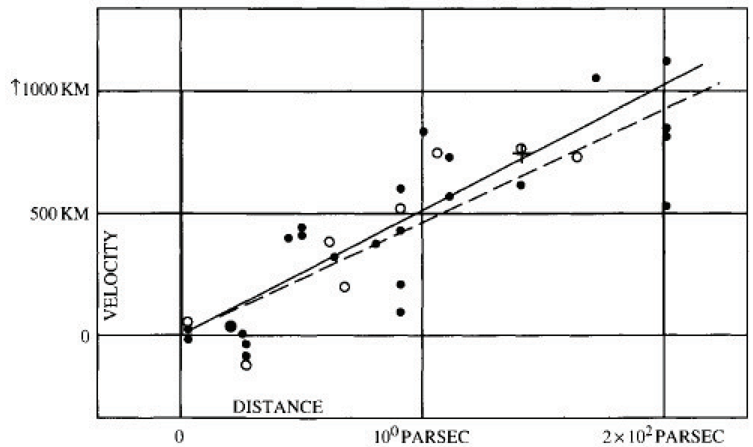

Figura 2.3: Diagrama original construído por Hubble [15].

que integrada dará

$$\nu(t)a(t) = C\,, \tag{2.53}$$

onde C é uma constante de integração. Como podemos ver, a frequência da radiação eletromagnética recebida é inversamente proporcional ao fator de escala, mostrando que quanto mais o universo expande, mais a radiação perde energia no trajeto até nós.

Uma das grandezas mais importantes em cosmologia é o desvio para o vermelho (ou *redshift* z), que é definido a partir da seguinte relação entre a frequência da radiação na época da emissão e no momento da detecção

$$\frac{\nu_e}{\nu_0} = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} \equiv 1 + z. \tag{2.54}$$

Quanto mais distante está a fonte, maior será a perda de energia da radiação e consequentemente maior será z. Sendo assim, quando falamos do estudo de objetos em grandes z, estamos nos referindo a fenômenos que ocorreram há milhões ou até mesmo há bilhões de anos. É de grande interesse fazer essa volta no tempo para compreender o nosso universo, mas ao buscarmos altos desvios para o vermelho nos deparamos com a dificuldade de medir os sinais, já muito enfraquecidos pela longa viagem.

2.3 Dinâmica no Universo de Friedmann

Para encontrar as equações que darão a dinâmica em um universo descrito pela métrica de FLRW, consideraremos o universo preenchido por um fluido perfeito, obedecendo à equação de conservação (2.29) para resolver as equações de Einstein.

Podemos escolher um sistema de referência comóvel tal que a quadrivelocidade esteja na seguinte forma diagonal

$$u^\mu = (1, 0, 0, 0)\,, \tag{2.55}$$

e a partir daí usamos (2.41) para encontrar

$$T_{00} = \rho\,, \tag{2.56a}$$

$$T_{11} = \frac{a^2 p}{(1 - kr^2)}\,, \tag{2.56b}$$

$$T_{22} = a^2 r^2 p \tag{2.56c}$$

e

$$T_{33} = a^2 r^2 \left(\mathrm{sen}^2\theta\right) p\,. \tag{2.56d}$$

Os símbolos de Christoffel não nulos serão

$$\Gamma^i_{j0} = \frac{\dot{a}}{a}\delta^i_j\,, \tag{2.57a}$$

$$\Gamma^0_{ij} = \dot{a}a\gamma_{ij} \tag{2.57b}$$

e

$$\Gamma^k_{ij} = \frac{1}{2}\gamma^{km}\left(\gamma_{im,j} + \gamma_{jm,i} - \gamma_{ij,m}\right)\,, \tag{2.57c}$$

e para o tensor e escalar de Ricci teremos

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a}\,, \tag{2.58a}$$

$$R_{ij} = \left[\ddot{a}a + 2\left(\dot{a}^2 + k\right)\right]\gamma_{ij} \tag{2.58b}$$

e

$$R = 6\left[\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2}\right]. \tag{2.58c}$$

Tomando todos esses resultados, as componentes 00 e 11 de (2.27) fornecerão os resultados

$$\frac{\dot{a}^2 + k^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \tag{2.59}$$

e

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2 + k^2}{a^2} = 8\pi G p\,, \tag{2.60}$$

que ainda podem ser combinados para dar

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \tag{2.61}$$

Essas equações foram encontradas por Friedmann no ano de 1922 e segundo elas um universo estático em que $\dot{a} = \ddot{a} = 0$, como era imaginado na época, só seria possível em um universo com densidade nula. Dessa maneira, as equações de Friedmann evidenciavam um universo dinâmico, quer seja em contração ou em expansão, como medido por Hubble alguns anos depois.

A crença em um universo estático era tão grande que o próprio Einstein não acreditou no resultado de sua teoria e inseriu um termo extra nas equações, chamado de constante cosmológica Λ, para remover essa evolução. Todavia, com os resultados experimentais de Hubble a RG teve mais uma comprovação de que estava correta e Einstein admitiu que a sua constante cosmológica havia sido um erro. Atualmente, termos análogos a Λ são muitas vezes evocados, mas por motivos diferentes daqueles pensados por Einstein originalmente [16] [17] [18].

Utilizando a equação (2.59) podemos determinar o valor de k hoje como

$$\frac{k}{a_0^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_0 - H_0^2 \equiv H_0^2(\Omega - 1)\,, \tag{2.62}$$

onde

$$\Omega \equiv \frac{\rho_0}{\rho_c} \tag{2.63}$$

é o parâmetro de densidade para a densidade atual do universo e

$$\rho_c \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G} \tag{2.64}$$

é a chamada densidade crítica do universo. Se a densidade do universo hoje for igual a essa densidade crítica, então $\Omega = 1$ e $k = 0$, o que implicaria em estarmos vivendo em um universo plano. Se por outro lado $\rho_0 > \rho_c$ teremos $\Omega > 1$ e o nosso universo seria fechado. Quando a densidade é menor do que ρ_c o universo é aberto com geometria hiperbólica.

Podemos associar parâmetros de densidade $\Omega_i(t)$ aos diferentes componentes i do universo, seja para matéria

$$\Omega_M(t) = \frac{\rho_M}{\rho_c}\,, \tag{2.65}$$

curvatura

$$\Omega_k(t) = -\frac{k}{a_0^2 H_0^2}\,, \tag{2.66}$$

ou até mesmo para a constante cosmológica

$$\Omega_\Lambda(t) = \frac{\Lambda}{3H_0^2}\,. \tag{2.67}$$

Quando queremos levar todas as componentes em consideração para resolver um modelo mais realístico basta escrever a partir das equações de Friedmann,

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \sum_i \Omega_i \,. \tag{2.68}$$

Uma vez preenchido apenas por matéria bariônica o universo deveria estar desacelerando, já que $(\rho + 3p) > 0$ implicaria em $\ddot{a} < 0$. Isso é fácil de compreender sob a luz do teorema de Birkhoff. Esse teorema diz que os efeitos gravitacionais sentidos fora de uma região com distribuição esfericamente simétrica de massa são os mesmos gerados pela massa considerada, se ela fosse colocada no centro da esfera. Dessa maneira, qualquer galáxia distante de nós deveria sentir o efeito de atração gravitacional (devido à toda matéria presente na esfera em que somos o centro) e no caso de uma expansão, deveria desacelerar. De acordo com medidas recentes, o universo se encontra atualmente em um regime de expansão acelerada, indo contra o que acabamos de expor. As causas desse fenômeno estão possivelmente ligadas à existência de algo desconhecido por nós, como será exposto adiante.

Derivando a equação (2.59) e combinando o resultado com a equação (2.60), chegamos na seguinte equação de conservação de energia

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \,, \tag{2.69}$$

que também poderia ser encontrada a partir da equação (2.30) de conservação do tensor momento-energia.

Se temos a equação de estado do fluido que preenche o universo, podemos utilizar (2.59) e (2.69) para determinar o comportamento do fator de escala no tempo. No caso de um fluido barotrópico linear teremos

$$p = \omega\rho \;, \tag{2.70}$$

a partir de (2.69) obtemos que

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}\,, \tag{2.71}$$

e utilizando esse resultado em (2.59), com $k = 0$, chegamos em

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3(1+\omega)}}\,. \tag{2.72}$$

Para a matéria bariônica $p = 0$, implicando que

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3}}\,, \tag{2.73}$$

e no caso de um campo de radiação $p = \dfrac{1}{3}\rho$, que leva a

$$a(t) \propto t^{\frac{1}{2}}\,. \tag{2.74}$$

Quando temos o interesse de criar um modelo cosmológico, a verificação da validade do modelo é feita encontrando o comportamento temporal do fator de escala e da densidade, como fizemos em um primeiro momento para a matéria bariônica e radiação. É a partir desse comportamento que poderemos comparar as previsões do modelo com os dados observacionais e saber se ele pode ser útil ou deve ser descartado. No próximo capítulo estaremos discutindo o modelo mais aceito atualmente, que não necessariamente é uma verdade absoluta livre de falhas, mas que melhor descreve as nossas observações acerca do universo que vivemos.

Capítulo 3

Modelo Cosmológico Padrão

Pouco tempo após sua formulação, a RG já possuía importantes comprovações de sua validade como boa teoria para analisar o universo. O problema do periélio de Mercúrio, a observação do desvio da luz feita em Sobral e a predição da expansão do universo são alguns bons exemplos.

O modelo cosmológico padrão é atualmente o modelo que melhor descreve o universo em que vivemos e está construído sobre a hipótese de que a RG pode ser aplicada a todos os pontos do universo e em qualquer época. Além disso o princípio cosmológico discutido no último capítulo também é assumido e isso implica em um grande grau de simetria, restando praticamente apenas o fator de escala $a(t)$ como grau de liberdade. Esse fator descreve as mudanças de distância em cosmologia, de maneira que, se o fator de escala aumenta três vezes a distância entre dois pontos quaisquer também triplica.

Um grau de liberdade restante na construção do modelo está relacionado ao conteúdo material do universo, escolhido de maneira simples como um fluido perfeito barotrópico linear. Nesse tipo de fluido as pressões são proporcionais às respectivas densidades. Termos do tipo constante cosmológica também podem ser incluídos, e essa realmente parece ser uma necessidade no universo atual, como discutiremos ao final do capítulo.

Construído dessa forma, o modelo cosmológico padrão pode ser um pouco idealizado, e apresenta problemas que levam à necessidade de considerar um período inflacionário e a existência de componentes escuras no universo, mas é ainda assim o melhor modelo que temos disponível hoje para descrever o universo.

3.1 Os Pilares do Modelo Cosmológico Padrão

O sucesso do modelo padrão se dá pela sua compatibilidade com as principais observações que temos disponíveis. Qualquer modelo que tenha a pretensão de substituí-lo deve pelo menos concordar com as mesmas observações.

A primeira delas é o afastamento da galáxias, que está de acordo com as equações de Friedmann. Foi a partir da idéia de que o universo está passando por uma fase de expansão que se pensou em retroceder o filme, imaginando tamanhos cada vez menores.

Voltando suficientemente no tempo, chegaremos em um instante em que toda a matéria estava concentrada em um volume muito pequeno e a partir do qual iniciou sua expansão. Lemaître inicialmente deu o nome de átomo primordial a esse volume, mas hoje esse instante é chamado de Big Bang, nome dado de maneira irônica por Fred Hoyle em 1949, uma vez que parte da comunidade científica da época discordava dessas idéias, e preferia uma teoria de universo estacionário.

Muito embora seja chamado de uma grande explosão, esse início não pode ter sido uma explosão no sentido que conhecemos, pois nem mesmo havia um espaço onde luz e som pudessem se propagar. A partir do Big Bang o próprio espaço-tempo surgiu e expandiu, levando consigo a matéria densa e quente nos primeiros momentos e as galáxias e aglomerados nos bilhões de anos seguintes.

Outra observação importante que corrobora esse modelo e que será o nosso objeto de estudo principal, é a existência de uma radiação permeando todo o universo, cuja origem remonta das primeiras centenas de milhares de anos do universo, evidenciando um início realmente quente. O modelo do Big Bang Quente (outro nome dado ao modelo cosmológico padrão) já previa a existência de tal radiação vinte anos antes de sua descoberta, como será visto adiante.

Por fim, o modelo padrão prevê a abundância de elementos leves presentes no universo, fazendo uso da física nuclear para explicar como eles foram formados durante o resfriamento que sucedeu o Big Bang.

Iremos agora avançar pela história conhecida do universo até chegarmos no panorama atual da cosmologia. No meio do caminho, estaremos nos situando no período em que a radiação que permeia o universo foi emitida, para que posteriormente possamos trabalhar sobre ela e compreender sua importância em cosmologia.

3.2 História Térmica do Universo

A partir de agora analisaremos os momentos iniciais do nosso universo, como descrito pelo modelo do Big Bang, indo de encontro a momentos quando o tempo tende a zero.

Hoje, a detecção de uma radiação de fundo com temperatura próxima ao zero absoluto, de aproximadamente $3\,K$, indica que o universo em grandes *redshifts* deveria ter uma temperatura muito alta a partir da qual iniciou o resfriamento. Sendo assim é possível pensar em uma história térmica onde diferentes partículas figuraram em cada estágio, de acordo com a energia envolvida. Uma vez que em alguns momentos lidaremos com energias impraticáveis até mesmo em grandes aceleradores de partículas, a aproximação do instante inicial nos leva a um universo cada vez mais exótico.

A Relatividade Restrita de Einstein já deixava claro que em altas energias partículas[1] podem ser criadas segundo a expressão que relaciona massa e energia

$$E = mc^2 \,, \tag{3.1}$$

e assim a colisão de fótons em um universo altamente energético deve ter dado origem às primeiras partículas subatômicas. Se a energia é suficientemente alta, nem mesmo é necessário o choque entre fótons para a criação de partículas, que podem surgir da energia dos campos eletromagnéticos.

Existindo o equilíbrio térmico, a energia média de cada partícula será proporcional à sua temperatura, podendo ser encontrada de acordo com a expressão para um gás ideal[2]

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} k_B T \,, \tag{3.2}$$

onde k_B é a constante de Boltzmann.

Se queremos ter uma idéia da temperatura necessária para a criação de uma partícula com massa de repouso m_0, igualamos a energia de repouso da partícula com a energia média dos fótons, obtendo

$$T = \frac{2m_0c^2}{3k_B} \,. \tag{3.3}$$

Quanto maior a massa da partícula maior é a temperatura (energia) necessária para viabilizar o processo. Se o objetivo for a criação de um par próton - antipróton, por exemplo, lidaremos com temperaturas da ordem de $10^{13}\,K$.

Com o progressivo resfriamento do universo e a criação dos átomos estáveis, a densidade da energia proveniente da radiação só vem diminuindo e dizemos que hoje o universo é

[1]No decorrer desse capítulo faremos referência a vários tipos de partículas, e dessa maneira será importante ter noções básicas sobre as partículas elementares. Uma breve introdução ao modelo padrão das partículas elementares é feita no apêndice A.

[2]Destacamos que essa expressão é válida apenas para gases ideais não relativísticos e não quânticos.

dominado pela matéria. Contudo, esse domínio não é uma característica de toda a história do universo e existiu uma fase em que a radiação dominava a dinâmica do espaço-tempo.

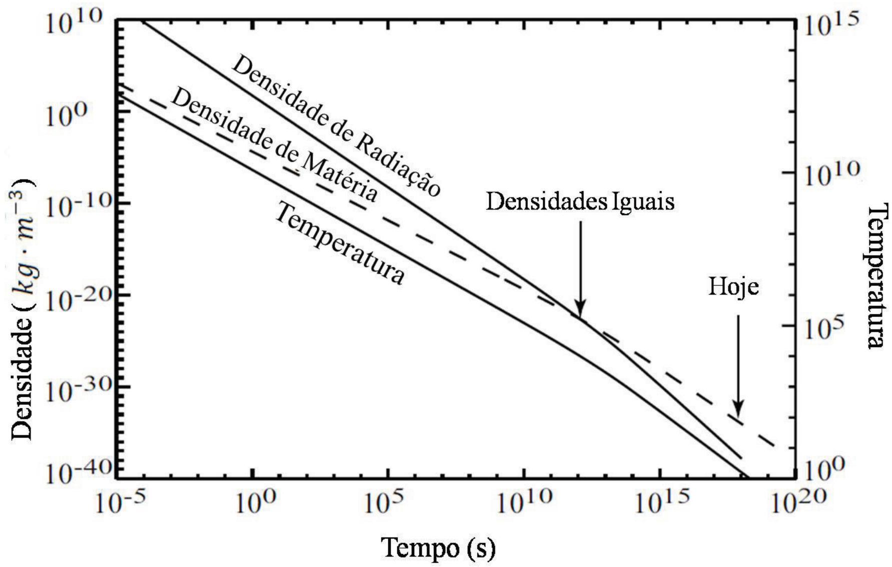

Figura 3.1: Representação da história térmica do universo, mostrando a evolução das densidades de matéria e radiação de acordo com a sua idade e temperatura. As densidades de matéria e radiação são iguais em um tempo de aproximadamente $10^{12}s$ após o Big Bang [19].

A evolução do universo e a sucessão dos fenômenos físicos ocorreu de maneira contínua, mas didaticamente é conveniente separar essa história térmica em diferentes estágios. Na sequência discutiremos brevemente cada um desses estágios.

3.2.1 Era de Planck

O período de tempo que vai da singularidade inicial até 10^{-43} s é conhecido como era de Planck. É importante ter em mente que atribuir um tempo de vida para o universo implica em adotar um marco de criação onde tudo que existe surgiu, incluindo matéria, tempo e espaço. Todavia, existem modelos atuais onde uma singularidade inicial é evitada, seja pela existência de um tunelamento do universo quando o seu tamanho estava inserido no domínio da física quântica, seja pela existência de movimentos seguidos de contração e expansão fazendo com que o universo nunca alcance um fator de escala nulo, e tenha um tempo de existência que vai de $-\infty$ até $+\infty$ [20]. Seja como for, o certo é que explicar o que ocorreu em um universo muito pequeno e denso, em tempos tipicamente menores do que $10^{-43}\,s$ (na sequência mostraremos como essa escala de tempo é obtida), ainda é um objetivo inalcançado para a física moderna, uma vez que a RG não é uma teoria quântica e não está em seu domínio de validade nessa era.

A tentativa de criar uma teoria quântica da gravidade já conta com o empenho de muitos grupos de pesquisa, mas algumas dessas teorias não se apresentam como potencias teorias de unificação, como é o caso da *Loop Quantum Gravity* [21]. A Teoria de Cordas, por outro lado, procura formular uma teoria de gravitação quântica com potencial de unificar as demais interações.

Infelizmente os testes em laboratório acerca dessa época do universo ainda são inviáveis, uma vez que hoje não possuímos tecnologia disponível para lidar com os valores de energia envolvidos nesse estágio. Podemos utilizar as constantes fundamentais da relatividade, da gravitação e da mecânica quântica para encontrar valores típicos da era de Planck. São eles, a energia de Planck

$$E_P = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \simeq 10^{19}\,GeV\,, \tag{3.4}$$

a massa de Planck

$$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \simeq 10^{-5}\,g\,, \tag{3.5}$$

o comprimento de Plack

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \simeq 10^{-35}\,m \tag{3.6}$$

e o tempo de Planck

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \simeq 10^{-43}\,s. \tag{3.7}$$

Apenas como comparação, l_P é menor que o comprimento de onda de qualquer partícula elementar e então até a idéia de partícula (pelo menos como conhecemos) deve se perder nesse início.

3.2.2 Era da Grande Unificação

Nesse período, que durou até cerca de $10^{-35}\,s$, a interação gravitacional saiu do equilíbrio e então apenas as interações forte, fraca e eletromagnética seguiram unificadas. Como uma teoria que unifique essas três interações recebe o nome de GUT (do inglês *Grand Unified Theory*) esse período recebe o nome supracitado.

Quando as partículas são criadas a partir de energia pura, elas devem aparecer em pares de matéria e antimatéria obedecendo à conservação do número de bárions. No entanto uma característica que marca a maioria das GUTs é o fato de que a conservação do número de bárions é violada, e o surgimento de bárions ocorre de maneira preferencial em relação aos antibárions. Sendo assim, remonta desse período o saldo positivo na criação da matéria, chamado de bariogênese e responsável por toda a matéria existente no universo até hoje.

Para que o modelo cosmológico padrão se adequasse de melhor forma aos dados observacionais, e solucionasse alguns problemas que trataremos no final desse capítulo, foi formulada a idéia de uma inflação cósmica, que também deve ter acontecido nesse período. Na inflação o universo expandiu de maneira acelerada por um curto período de tempo, aumentando o fator de escala em muitas ordens de grandeza. Essa expansão ocorreu em um espaço cheio de uma energia associada ao vácuo, com características de constante cosmológica [22] [23], e essa energia aqueceu as partículas no final da inflação. Mesmo assim, ainda mais frio que na transição com a era de Planck, o final da era da grande unificação é marcado pela quebra de simetria entre as interações forte e eletrofraca, dando início à um período dominado pelos hádrons.

3.2.3 Era Hadrônica

Esse período inicia quando os quarks não conseguem mais viajar livremente e aparecem apenas confinados devido à ação da força forte, formando os bárions (com 3 quarks) e mésons (1 quark e 1 antiquark). Esse confinamento dos quarks é inclusive observado na matéria até hoje.

A era hadrônica durou pouco tempo e a partir daí a matéria existente permaneceu com a quantidade congelada no restante da evolução do universo. Ela se encerra quando a temperatura abaixa e a energia chega a um valor de cerca de $100MeV$, onde os píons se aniquilam dando origem a fótons e o conteúdo do universo passa a ser formado por léptons, fótons e os bárions restantes. Nesse momento prótons e nêutrons se apresentam em iguais proporções.

3.2.4 Era Leptônica

Nesse estágio elétrons e pósitrons estão sendo criados continuamente, permanecendo em equilíbrio térmico com neutrinos e fótons. Nessa sopa quente de léptons e fótons estão presentes os núcleons (prótons e nêutrons) que se transformam continuamente uns nos outros de acordo com as seguintes reações

$$p + e^- \longrightarrow n + \nu_e \tag{3.8}$$

e

$$n + e^+ \longrightarrow p + \bar{\nu}_e \, , \tag{3.9}$$

enquanto a temperatura permanece superior a $10^{10}\,K$.

Conforme a temperatura cai, o número de prótons começa a ser superior ao número de nêutrons, fato que ocorre porque sendo a massa dos nêutrons maior, o decaimento para prótons ocorre de maneira espontânea enquanto que a reação contrária necessita de uma energia adicional. Quando a proporção dos núcleons passa a ser de 1 nêutron para cada

7 prótons, a temperatura chega a $10^{10}\,K$ e nesse momento as interações fracas saem do equilíbrio.

Com essa quebra de simetria os neutrinos e antineutrinos que até então permaneciam sempre na mesma temperatura dos demais componentes do universo desacoplam e começam a se mover livremente no universo. Com isso eles devem estar permeando o espaço até hoje, com uma temperatura de cerca de $1,9\,K$ devido à expansão do universo, e uma vez detectados seriam o sinal mais antigo que teríamos dos momentos seguintes ao Big Bang. Os neutrinos, no entanto, devido à perda de energia na viagem e interação muito fraca com a matéria são muito difíceis de serem detectados.

Outro ponto importante nessa quebra de simetria é que a proporção existente entre prótons e nêutrons naquele momento permaneceu fixa nas etapas seguintes da evolução, e o valor dessa proporção tem uma boa previsão teórica no modelo cosmológico padrão, uma vez que a partir dela a quantidade formada de elementos leves tem uma concordância muito grande com o que observamos.

3.2.5 Nucleossíntese

Os estudos em nucleossíntese primordial iniciaram na década de 1940 pelo físico George Gamow e seus colaboradores, que fizeram uma das primeiras aplicações da física do mundo microscópico (no caso, a física nuclear) para explicar observações do mundo macroscópico (cosmologia) [24] [25] [26]. O que Gamow imaginou é que poderia explicar a origem dos elementos químicos a partir da sopa quente e densa de partículas do universo jovem, e seu interesse em juntar os assuntos muito tem a ver com o fato de ter sido aluno de Friedmann, além de entender a física nuclear, publicando inclusive trabalhos nessa área.

Quando a temperatura nesse período do universo cai para $10^9\,K$, ou $0,1\,MeV$, os núcleons já se encontravam em um ambiente em que era possível se combinar de maneira estável, os prótons e nêutrons puderam fundir-se diretamente dando origem ao deutério

(D ou ^2H), um isótopo do elemento hidrogénio, pela reação

$$p + n \longrightarrow D + \gamma. \tag{3.10}$$

Se na sequência ocorrem reações envolvendo deutérios, formam-se os isótopos do elemento hélio (^3He e ^4He) segundo as reações

$$D + D \longrightarrow {}^3He + n \tag{3.11}$$

e

$$^3He + D \longrightarrow {}^4He + p\,, \tag{3.12}$$

ou ainda pode ser formado o trítio (^3H) se um deutério se funde com mais um próton.

Se fizermos a consideração de que em primeira aproximação todos os nêutrons são usados para formar hélio, e considerando que a nucleossíntese se inicia quando a proporção é de 2 nêutrons para cada 14 prótons, nós teremos 1 núcleo de ^4He para 12 núcleos de H. Daí, a fração em massa Y de ^4He seria dada por

$$Y_{He} = \frac{4}{4 + 12} = 0,25\,, \tag{3.13}$$

que é quantidade de hélio que observamos hoje no nosso universo.

Na nucleossíntese os elementos leves foram formados até o ^7Li e a partir daí os elementos mais pesados foram sintetizados no interior das estrelas e nas explosões de supernovas. A teoria da origem dos elementos dessa maneira tem um grande sucesso, pois faz previsões acerca das abundâncias dos elementos leves que concordam muito bem com as observações atuais.

Tomando, por exemplo, a abundância de ^4He no universo hoje, vemos que ela está muito próxima dos 25% o que indica que a teoria está consistente. Poderíamos questionar essa abundância, dizendo que esse isótopo do hélio também pode ser formado continuamente

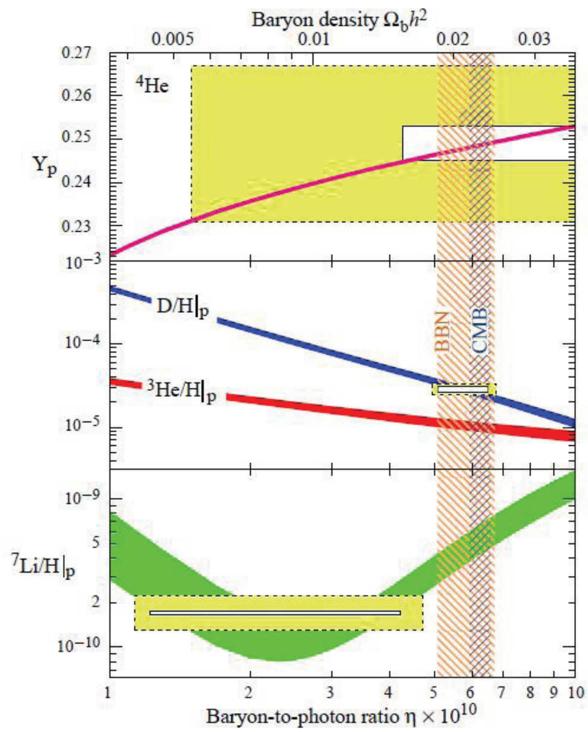

Figura 3.2: Abundâncias dos elementos leves em relação ao hidrogênio. As curvas indicam os valores teóricos e as caixas indicam onde se encontram os valores medidos para cada elemento (caixas menores: erros estatísticos de $\pm 2\sigma$; caixas maiores: erros estatísticos de $\pm 2\sigma$ mais erros sistemáticos). A faixa vertical mais estreita indica a medida da densidade de bárions pelos dados da RCF e a faixa vertical mais larga indica o intervalo de concordância do modelo de nucleossíntese do Big Bang (ambas com nível de confiança de 95 %) [27].

nas estrelas durante os bilhões de anos do universo, mas essa parcela estelar deve ser muito pequena, não provocando erros significativos nos dados observacionais [19].

Por outro lado, a análise da quantidade de deutério no universo é de extrema importância, uma vez que esse elemento não é sintetizado em nenhum outro momento da história, a não ser na nucleossíntese. O que ocorre é o contrário, sendo o deutério consumido no interior das estrelas uma vez que possui um potencial de reação química muito grande. Sendo assim, se a previsão da abundância relativa de deutério estiver sendo observada é sinal de que realmente o modelo foi bem construído.

Além disso, a quantidade de deutério que sobreviveu ao período de nucleossíntese está intimamente ligada à densidade de matéria bariônica existente, sendo menor a quantidade relativa de deutério quanto maior for essa densidade de bárions. Sendo assim, podemos modelar o universo com a matéria bariônica como parâmetro livre, e procurar a densidade de bárions específica com a qual explica-se os dados observacionais relacionados à nucleossíntese.

Os testes atuais indicam que a quantidade de deutério e dos demais elementos leves[3] está de acordo com a nucleossíntese apenas se o parâmetro de densidade bariônica for

$$\Omega_b \approx 0,023h^{-2}. \tag{3.14}$$

Utilizando $h = 0,71$, obtemos que Ω_b corresponde a cerca de apenas 4,5 %. Medidas feitas a partir de observações da sonda WMAP (do inglês *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) concordam com os dados de nucleossíntese, indicando esse valor para a densidade de bárions [14].

Essa baixa densidade de bárions, muito distante do valor crítico $\Omega = 1$ (de acordo com dados da sonda WMAP), será um indicativo de que atualmente parece faltar muita matéria no universo. Existem atualmente teorias que procuram explicar como podemos viver em um universo com Ω tão próximo da unidade, mesmo com a densidade de bárions tão baixa, e grande parte da comunidade científica atribui esse fato à existência de uma componente escura ainda desconhecida.

3.2.6 Recombinação

Na recombinação a componente bariônica do universo deixa de ser ionizada, compondo um plasma quente em equilíbrio térmico com os fótons e elétrons, para se tornar neutra

[3]Na verdade existe atualmente um certo problema nas medidas da abundância do ^7Li. A dificuldade na estimativa existe porque muitos processos astrofísicos podem criar e destruir esse elemento. Ao mesmo tempo que metade do lítio primordial pode ter sido consumido em processos estelares, uma porcentagem considerável pode ser criada em colisões de raios cósmico.

em átomos estaveis.

Com a diminuição da temperatura até cerca de $4000\,K$, existe um momento em que os fótons não possuem mais uma energia capaz de ionizar os átomos e o universo que até então era opaco passa a ser transparente para a propagação dos fótons.

Essa radiação que compõe a chamada radiação cósmica de fundo pôde viajar pelo universo sofrendo apenas os efeitos de sua expansão e chega hoje até nós com um comprimento de onda na faixa do microondas. Essa radiação foi prevista no modelo de nucleossíntese dos elementos leves desenvolvido por Gamow e detectada anos mais tarde, de maneira acidental, sendo o primeiro sinal que temos disponível dos momentos iniciais do universo.

Considerando que essa radiação vem de todas as direções, um determinado observador no universo que obedece ao princípio cosmológico verá essa radiação desacoplando de uma determinada superfície esférica ao seu redor determinada pelo z da época da recombinação, chamada de última superfície de espalhamento. O desacoplamento ocorreu em um *redshift* de aproximadamente 1090, mas como não aconteceu de forma abrupta em todo o universo, podemos associar uma certa largura à última superfície de espalhamento, que compreende o período necessário para terminar a recombinação. Como veremos adiante, flutuações existentes na última superfície de espalhamento serão responsáveis por desvios na isotropia dessa radiação e evidenciam, entre outras coisas, os ainda pequenos aglomerados de matéria que viriam a formar as grandes estruturas.

3.2.7 Inflação e Setor Escuro do Universo

Mesmo com todos os sucessos observacionais, o modelo padrão até pouco tempo atrás ainda trazia consigo alguns problemas sem explicação. A princípio não havia um motivo para o universo hoje estar tão próximo de ter $k = 0$, implicando em um universo primordial ainda mais próximo da curvatura nula. Esse era o conhecido problema da planaridade do universo.

Além disso, observações da RCF indicando uma radiação isotrópica vinham contra o que o modelo padrão previa, uma vez que regiões distantes observadas no céu deveriam estar desconectadas no passado. Não havia motivo para que temperatura da radiação medida em dois pontos diferentes fossem iguais, e esse era o problema do horizonte.

Analisando as flutuações de temperatura da RCF, também era não era possível explicar as perturbações primordiais, que deviam ser bem menores e demorar muito mais tempo para formar as estruturas que já observamos. Por outro lado, também existia o problema do monopolo, que sugeria um universo hoje dominado por partículas exóticas que não são observadas.

Com o intuito de resolver problemas como esses, Alan Guth propôs em 1981 o modelo inflacionário, onde o universo passaria por um fase de expansão acelerada em que o fator de escala crescia exponencialmente, poucos instantes após o Big Bang [28]. Muito embora o crescimento exponencial desse modelo solucionasse todas as questões citadas acima, ele acarretava em outros problemas como, por exemplo, o da nucleação de bolhas de uma nova fase dentro da fase antiga, devido a uma quebra de simetria [29].

No ano seguinte à proposta inicial de Guth, Andrei Linde propôs a existência de um campo escalar, conhecido como inflaton [30], que dava conta de reger a expansão acelerada e exponencial do universo, solucionando ainda as mesmas questões já esclarecidas pelo modelo anterior e evitando o problema da nucleação. O modelo de Guth ficou conhecido como *Old Inflation* e o modelo de Linde como *New Inflation*.

Além de um modelo inflacionário, a cosmologia moderna teve ainda que sofrer algumas modificações no que diz respeito ao conteúdo material do universo. Para que possamos explicar as curvas de rotação de galáxias e também a formação de estruturas, aparentemente falta matéria no universo. Essa matéria não deve interagir com a matéria bariônica visível e dessa maneira recebe o nome de matéria escura. A presença de halos de matéria escura corrige a curva de rotação de alguns tipos de galáxias, e a aglomeração dessa matéria essencialmente não relativística (*Cold Dark Matter* ou CDM) no início do universo gerou poços de potencial que aceleraram o processo de formação das estruturas [31].

Por fim, um problema recente surgiu em 1998 quando observou-se que o universo além de passar por uma fase de expansão estava acelerando [32] [33]. Esse panorama não era o esperado levando em consideração o teorema de Birkhoff, e uma solução encontrada foi adicionar ao universo uma Energia Escura que deve estar dominando o universo atual, sendo responsável por mais de 70 % de sua densidade de energia. Essa energia escura tem um comportamento de constante cosmológica Λ e ainda não temos uma explicação sobre sua natureza [4].

Sendo assim, o modelo cosmológico padrão tal como descrito no início desse capítulo foi complementado por um período inflacionário e por duas componentes escuras, ficando conhecido como o modelo ΛCDM[5].

[4] Existem também trabalhos que propõem modificações na RG de acordo com as escalas cosmológicas envolvidas no problema, para que a aceleração do universo seja vista como resultado dessa modificação, sem que seja necessário adicionar uma energia escura [20] [34].

[5] Para maiores informações sobre o modelo ΛCDM, como detalhes sobre a inflação e sobre as componentes escuras do universo, veja [35] e [36].