

Leone Bernardo Florindo

**Identificação de falhas em compósitos
laminados usando *Unscented Kalman Filter***

Vitória, ES

2018

Leone Bernardo Florindo

Identificação de falhas em compósitos laminados usando
Unscented Kalman Filter

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES

Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Wellington Betencurte da Silva

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Alberto da Silva Abreu

Vitória, ES

2018

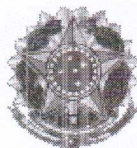
Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)
Bibliotecária: Michele Rodrigues da Silva – CRB-6 ES-000630/O

Florindo, Leone Bernardo, 1990-
F637i Identificação de falhas em compósitos laminados usando
Unscented Kalman Filter / Leone Bernardo Florindo. – 2018.
68 f. : il.

Orientador: Wellington Betencurte da Silva.
Coorientador: Luiz Alberto da Silva Abreu.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) –
Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Problemas inversos (Equações diferenciais). 2. Kalman, filtragem de. 3. Filtros bayesianos. 4. Condutância térmica de contato. 5. Compósitos laminados. I. Silva, Wellington Betencurte da. II. Abreu, Luiz Alberto da Silva. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 621



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

“Identificação de falhas em compósitos laminados usando Unscented Kalman Filter”

LEONE BERNARDO FLORINDO

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Wellington Betencurte da Silva
(Orientador – PPGEM/UFES)

Prof. Dr. Luiz Alberto da Silva Abreu
(Co-orientador – UERJ)

Prof. Dr. Márcio Ferreira Martins
(Examinador interno -PPGEMUFES)

Prof. Dr. Vinícius Barroso Soares
(Examinador externo – CENUNES/UFES)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Vitória (ES), 09 de março de 2018.

Em conformidade com as normas prescritas na portaria normativa nº. 02/2016, as assinaturas do co-orientador (Prof. Dr. Luiz Alberto da Silva Abreu) serão representadas neste documento pela respectiva assinatura do presidente da comissão julgadora, o Prof. Dr. Wellington Betencurte da Silva.

A minha vida é dedicada a Deus, logo este trabalho não poderia ser diferente.

AGRADECIMENTOS

Grandioso Pai, muito grato sou a Ti por cada vida que o Senhor colocou no meu caminho, eu sei que jamais teria colocado um ponto final na última página deste trabalho sem a valiosa contribuição de cada um dos Teus filhos, sei que sou muito falho e com o tempo poderei esquecer, neste intuito menciono alguns nomes ao Senhor, que jamais esquece, para que suas bênçãos sejam continuamente derramadas sobre eles.

Minha esposa pelo total empenho a ponto de merecer seu nome impresso como autora.

Meu pai e minha mãe por me fazerem acreditar que sou capaz de chegar tão longe quanto eu queira.

Meu irmão, minha cunhada, minha sobrinha e meu sobrinho por serem parte de mim; nenhuma conquista teria sentido sem eles.

Meu tio Natan, minha tia Vivi, minha prima Gilcéia e meu primo Breno por contribuírem de forma significativa na construção deste trabalho.

Pastor Marco Antônio por suas orações e conselhos nos momentos de ansiedade.

Meus professores Wellington, Luiz e Julio por todas orientações tornando este estudo em uma dissertação.

Todos servidores e alunos da UFES que compartilham, adquirem e transformam conhecimento.

A UVV que prontamente disponibilizou seus laboratórios.

A CAPES pelo suporte financeiro.

A banca examinadora por ajustar os últimos detalhes e dar seu reconhecimento ao trabalho.

Ó Pai! Abençoe estes amados de uma forma especial e muito obrigado, pois ATÉ AQUI O SENHOR NOS AJUDOU,

Amém!

*“Se o trovão e o mar se erguendo vêm
Sobre a tempestade eu voarei
Sobre as águas Tu também és Rei
Descansarei, pois sei que és Deus.”
(Reuben Morgan)*

RESUMO

Materiais compósitos possuem inúmeras aplicações nas mais variadas áreas da engenharia. Neste âmbito, o conhecimento aprofundado destes materiais se faz necessário. O material composto adquire propriedades de todos materiais que o constituem, no entanto entre suas camadas pode existir falhas de adesão, comprometendo sua qualidade. Desta forma, propõe-se estimar a condutância térmica na interface de contato de um compósito laminado, a qual pode ser diretamente associada às falhas de adesão. Para tanto, foi proposto aplicar o *Unscented Kalman Filter* junto ao método das linhas para resolver um problema inverso de transferência de calor. Estabeleceu-se um problema físico caracterizado por ser em regime transiente e bidimensional, assim sendo a condutância térmica na interface entre as placas é em função do tempo e do espaço em uma direção. As medidas das temperaturas utilizadas como dados de entrada para as equações que modelam o problema foram obtidas através de simulações. Nos testes realizados foram usados materiais e dimensões do compósito variados. Foi feita uma análise de sensibilidade em relação aos ruídos nas temperaturas medidas e uma verificação da influência do tempo no problema físico relacionando ao esforço computacional. Os resultados mostraram que os métodos empregados foram eficazes para a identificação de falhas em compósitos laminados.

Palavras-chave: Problemas Inversos. Filtros Bayesianos. Condutância Térmica de Contato. *Unscented Kalman Filter*. Compósitos Laminados.

ABSTRACT

Composite materials have numerous applications in the most varied areas of engineering. In this scope, mastery of these materials becomes necessary. The composite material acquires properties of each materials that constitute it. However, between its layers there may be adhesion failures, compromising its quality. In this way, it is proposed to estimate the thermal contact conductance at the interface of a laminated composite, which can be directly associated with adhesion failures. Therefore, it was proposed to apply the Unscented Kalman Filter with the method of lines to solve an inverse heat transfer problem. It was established a physical problem characterized by being transient regime and two-dimensional, then the thermal contact conductance at the interface between the layers is a function of time and space in one direction. The temperature measurements used as input data for the equations that model the problem were obtained through simulations. In the tests carried out, a variety of materials and composite dimensions were used. A sensitivity analysis was made regarding noises in the measured temperatures and a verification of the influence of the time in the physical problem relating to the computational effort. The results have shown that the methods applied were effective to indentify the laminated composite failure.

Keywords: Inverse Problems. Bayesian Filters. Thermal Contact Conductance. Unscented Kalman Filter. Laminated Composite.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Resistência de contato	23
Figura 2 – Problema físico - transferência de calor	29
Figura 3 – Discretização espacial	31
Figura 4 – Distribuição Gaussiana	33
Figura 5 – Fluxograma do filtro de Kalman	34
Figura 6 – Fluxograma do <i>Unscented Kalman Filter</i>	36
Figura 7 – Teste 1 - Problema físico	38
Figura 8 – Teste 1 - Perfil de temperaturas após atingir regime permanente	39
Figura 9 – Teste 2 - Problema físico	39
Figura 10 – Teste 2 - Perfil de temperaturas em $y = 0,004m$	40
Figura 11 – Teste 3 - Problema físico	41
Figura 12 – Teste 3 - Caso 1: perfil de temperatura: (a) condutância térmica alta; (b) condutância térmica baixa	42
Figura 13 – Teste 3 - Caso 2: perfil de temperatura: (a) no tempo $t = 100s$; (b) na posição $y = 0,005m$	42
Figura 14 – Teste 3 - Caso 3: perfil de temperatura: (a) no tempo $t = 50s$; (b) na posição $y = 0,005m$	43
Figura 15 – Teste 4 - Problema físico	44
Figura 16 – Teste 4 - Perfil de temperatura: (a) no tempo $t = 100s$ e na posição $y = L_y$; (b) na posição $y = L_y$ e $x = 0$	45
Figura 17 – Discretização na direção y	45
Figura 18 – Discretização na direção x	48
Figura 19 – Condutância térmica na interface de contato exata: (a) caso 1; (b) caso 2	50
Figura 20 – Condutância térmica na interface de contato exata: (a) caso 3; (b) caso 4	50
Figura 21 – Condutância térmica na interface de contato estimada: (a) caso 1; (b) caso 2	51
Figura 22 – Condutância térmica na interface de contato estimada: (a) caso 3; (b) caso 4	52
Figura 23 – Perfil de temperatura no tempo $t = 1500s$ e na posição $x = L_x$: (a) caso 1; (b) caso 2	52
Figura 24 – Perfil de temperatura no tempo $t = 1500s$ e na posição $x = L_x$: (a) caso 3; (b) caso 4	53
Figura 25 – Condutância térmica na interface de contato estimada: (a) caso 2: aço e inonel; (b) caso 2: inonel e inonel	54

Figura 26 – Condutância térmica na interface de contato estimada: (a) caso 3: aço e inonel; (b) caso 3: epóxi e epóxi	54
Figura 27 – Condutância térmica na interface de contato estimada para $L_x = 0.05m$ e $L_y = 0.02m$: (a) caso 1; (b) caso 4	55
Figura 28 – Condutância térmica na interface de contato estimada - Caso 2: (a) sem ruídos; (b) com ruídos: $\sigma_t = 3^\circ C$ e $\sigma_{xy} = 0,3^\circ C$	56
Figura 29 – Condutância térmica na interface de contato estimada - Caso 4: (a) sem ruídos; (b) com ruídos: $\sigma_t = 3^\circ C$ e $\sigma_{xy} = 0,3^\circ C$	57
Figura 30 – Condutância térmica na interface de contato estimada para $\Delta t = 15s$: (a) caso 1; (b) caso 4	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados de entrada - Barra fina de nylon	38
Tabela 2 – Dados de entrada - Barra fina de aço-carbono	40
Tabela 3 – Dados de entrada - Barra fina com dois materiais	41
Tabela 4 – Erro quadrático médio das temperaturas - $E_{RMSTemp}(^{\circ}C)$	43
Tabela 5 – Dados de entrada - Placas	44
Tabela 6 – Temperaturas com variação da malha aplicadas ao problema teste 1 - T($^{\circ}C$)	46
Tabela 7 – Temperaturas com variação da malha aplicadas ao problema teste 2 - T($^{\circ}C$)	46
Tabela 8 – Temperaturas com variação da malha aplicadas ao problema teste 3 - T($^{\circ}C$)	47
Tabela 9 – Temperaturas com variação da malha aplicadas ao problema teste 4 - T($^{\circ}C$)	48
Tabela 10 – Dados de entrada para o problema geral	49
Tabela 11 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes base - $E_{RMShc}(Wm^{-2}C^{-1})$	52
Tabela 12 – Erro quadrático médio da temperatura para os testes base - $E_{RMSTemp}(^{\circ}C)$	53
Tabela 13 – Propriedades termofísicas dos materiais inconel e epóxi com fibra de grafite	53
Tabela 14 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes com diferentes materiais - $E_{RMShc}(Wm^{-2}C^{-1})$	55
Tabela 15 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes com diferentes dimensões - $E_{RMShc}(Wm^{-2}C^{-1})$	56
Tabela 16 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes com variação dos ruídos - $E_{RMShc}(Wm^{-2}C^{-1})$	57
Tabela 17 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes com variação dos intervalos de medição - $E_{RMShc}(Wm^{-2}C^{-1})$	58
Tabela 18 – Tempo computacional total - $tempo(s)$	58

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras latinas

a	Dispersão dos pontos sigmas em relação à média
b	Variável usada para adicionar informações pré-conhecidas a respeito da distribuição de v
E_{RMS}	Variável que guarda o erro quadrático médio
h_0	Coeficiente de transferência de calor
h_c	Condutância térmica no contato entre as placas
k	Condutividade térmica
L	Dimensão de v
L_c	Comprimento de cada placa
L_x	Largura de cada placa
L_y	Comprimento do compósito
$\vec{n}$	Vetor normal
N	Dimensão dos vetores X e $\hat{X}$
nx	Número de nós na direção x
ny	Número de nós na direção y
P_v	Matriz de covariância
q	Fluxo de calor
Q	Ruído do processo
R	Ruído das medições
t	Tempo
T	Temperatura
t_f	Tempo final
v	Variável randômica

$\bar{v}$	Média de v
X	Vetor da solução exata
$\hat{X}$	Vetor da solução estimada
x, y	Coordenadas espaciais
W	Pesos dos pontos sigmas

Letras gregas

α	Difusividade térmica
$\Delta t, \Delta x, \Delta y$	Espaçamentos constantes da malha, as letras subscritas indicam as direções
κ	Parâmetro de escala, normalmente assume valor igual a 0
λ	Parâmetro de escala em função de a , κ e L
σ_t	Desvio padrão dos ruídos aplicados nas medições em relação ao tempo
σ_{xy}	Desvio padrão dos ruídos aplicados nas medições em relação ao espaço
χ	Pontos sigmas
Ω	Domínio do compósito laminado

Subscritos

1	Relacionado à placa 1
2	Relacionado à placa 2
aco	Refere-se às propriedades do material aço-carbono
$aco2$	Refere-se às propriedades do material aço AISI 1050
c	Relacionado ao contato entre as placas
$conv$	Relacionado à convecção
$epoxi$	Refere-se às propriedades do material epóxi com fibra de grafite
h_c	Faz menção à condutância térmica de contato
i	Índice que percorre o problema na direção y

<i>inconel</i>	Refere-se às propriedades do material inconel
<i>isopor</i>	Refere-se às propriedades do material isopor
j	Índice que percorre o problema na direção x
k	Índice que identifica o ciclo em andamento
l	Índice usado para percorrer vetores
<i>latao</i>	Refere-se às propriedades do material latão
n	Variável que pode assumir o valor 1 ou 2
<i>nylon</i>	Refere-se às propriedades do material nylon
<i>Temp</i>	Faz menção à temperatura
<i>titânio</i>	Refere-se às propriedades do material titânio
∞	Refere-se ao ambiente

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABM	<i>Agent-Based Model</i> (Modelo Baseado em Agentes)
3DGA	<i>Three Dimensional Graphene Architecture</i> (Estrutura de Grafeno Tridimensional)
CGM	<i>Conjugate Gradient Method</i> (Método do Gradiente Conjugado)
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDP	Equação Diferencial Parcial
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i> (Filtro de Kalman Estendido)
IBM	<i>Individual-Based Model</i> (Modelo Baseado em Indivíduos)
IHTP	<i>Inverse Heat Transfer Problems</i> (Problemas Inversos em Transferência de Calor)
KF	<i>Kalman Filter</i> (Filtro de Kalman)
MCMC	<i>Markov Chain Monte Carlo</i> (Monte Carlo com Cadeia de Markov)
MHE	<i>Moving Horizon Estimation</i> (Estimador de Horizonte Móvel)
MOL	<i>Method of Lines</i> (Método das Linhas)
PMCMC	<i>Particle Markov Chain Monte Carlo</i>
RAM	<i>Random Access Memory</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i> (Valor Quadrático Médio)
SMC	<i>Sequential Monte Carlo</i> (Monte Carlo Sequencial)
SSKF	<i>Steady-State Kalman Filter</i>
TCC	<i>Thermal Contact Conductance</i> (Condutância Térmica de Contato)
UKF	<i>Unscented Kalman Filter</i>
UT	<i>Unscented Transformation</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	18
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	20
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1	MATERIAIS COMPÓSITOS	21
2.2	DETECÇÃO DE FALHAS	22
2.3	CONDUÇÃO DE CALOR	22
2.4	MÉTODO DAS LINHAS	24
2.5	PROBLEMAS INVERSOS	25
2.6	INFERÊNCIA BAYESIANA	26
2.6.1	<i>Unscented Kalman Filter</i>	28
3	PROBLEMA FÍSICO	29
3.1	SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO PELO MÉTODO DAS LINHAS	30
3.2	PROBLEMA INVERSO	33
3.2.1	Filtro de Kalman	34
3.2.2	<i>Unscented Transformation</i>	34
3.2.3	<i>Algoritmo Unscented Kalman Filter</i>	35
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	37
4.1	VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO	37
4.1.1	Problema Unidimensional em Regime Permanente com Um Material - Teste 1	37
4.1.2	Problema Unidimensional em Regime Transiente com Um Material - Teste 2	39
4.1.3	Problema Unidimensional com Dois Materiais - Teste 3	40
4.1.4	Problema Bidimensional - Teste 4	44
4.2	ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA	45
4.3	SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO PELO <i>UNSCENTED KALMAN FILTER</i>	49
4.3.1	Influência das Propriedades Termofísicas dos Materiais	53
4.3.2	Variação das Dimensões das Placas	55
4.3.3	Influência dos Ruídos nas Medições das Temperaturas	56
4.3.4	Deteccção das Falhas <i>On-line</i> x <i>Off-line</i> - Espaçamento entre as Medições	57

5	CONCLUSÃO	60
	REFERÊNCIAS	62

1 INTRODUÇÃO

Transferência de calor vem sendo alvo de estudo ao longo dos anos, pois contempla um leque de aplicações que abrangem diferentes áreas, como exemplo pode-se citar: refrigeração de reator nuclear, aquecimento aerodinâmico de aeronaves supersônicas e mísseis, equipamentos eletrônicos, turbina e motor de combustão interna, etc (KVAPIL; POHANKA; HORSKÝ, 2015).

Tendo conhecimento das propriedades termofísicas dos materiais, assim como os fenômenos envolvidos, novas informações podem ser adquiridas a respeito de um determinado material. Neste contexto, um exemplo a ser citado é o mapeamento da interface de contato em um compósito laminado, uma vez que as falhas na interface de contato podem ser associadas a resistência a transferência de calor (KVAPIL; POHANKA; HORSKÝ, 2015).

Abreu *et al.* (2014) analisaram a possível presença de falhas em um compósito laminado, composto por duas placas, através da solução de um problema inverso de transferência de calor. O problema direto foi solucionado através de um método híbrido configurado pela junção da técnica de transformada de integral generalizada com diferenças finitas. No problema inverso foi usada uma abordagem via inferência Bayesiana através da implementação do método de Monte Carlo com Cadeias de Markov (MCMC - *Markov Chain Monte Carlo*). Foram utilizadas medições experimentais simuladas, que seriam supostamente tomadas por equipamentos como câmeras termográficas. Os resultados apontaram que as falhas foram perfeitamente identificadas e ainda foi afirmado que a técnica utilizada se mostrou robusta em relação aos erros de medição.

1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

Analisar a adesão dos materiais que compõem um compósito laminado é fundamental, pois suas aplicações ocorrem em larga escala. Além disso, devido a necessidade de otimizar as características dos materiais, a busca do avanço na qualidade dos produtos contribui para o crescimento contínuo das aplicações dos materiais compósitos (ABREU *et al.*, 2011).

Na indústria de petróleo, uma grande atenção é dada a cimentação dos revestimentos para manter a integridade do poço, no entanto falhas na cimentação ocorrem tanto durante o processo de cimentação quanto ao longo da vida útil do poço. As variações de temperaturas no poço contribuem para o aparecimento dessas falhas na cimentação, além de induzir fluxos de calor que passam por diversos materiais que compõem a estrutura (TEODORIU *et*

al., 2013). Desta forma, novas tecnologias para detecção de falhas na cimentação de poços de petróleo podem ser desenvolvidas por meio do estudo que será feito neste trabalho.

Na indústria odontológica a aplicação de compósitos é vista com grande frequência, como exemplo, a restauração de um dente é composta basicamente por resina, adesivo e dente remanescente, apesar da resina por si só ser um compósito, o que configura a um problema próximo ao que será apresentado neste estudo é o conjunto destes três materiais, visto que existe entre a resina e o dente uma interface adesiva que pode sofrer falhas causando uma micro infiltração marginal, resultando na perda da restauração (BROWNE; TOBIAS, 1986).

Alguns estudos são encontrados na literatura a respeito da estimativa da condutância térmica em regime transiente. Colaço e Alves (2015) estimaram a condutividade térmica na interface de um compósito laminado com variação no tempo e no espaço utilizando medidas não intrusivas e métodos não iterativos. No método usado, as variações espaciais e temporais da função desconhecida são encontradas pela resolução de um sistema linear, cujo vetor solução é composto de integrais contendo fluxos de calor impostos como condições de contorno e temperaturas medidas, as quais foram obtidas por meio de simulações. O método se mostrou capaz de fornecer uma boa aproximação resolvendo apenas dois sistemas lineares.

Burghold, Frekers e Kneer (2015) analisaram a condutância térmica de contato, com variação temporal, através de um experimento em que o problema inverso de transferência de calor foi resolvido pelo método do gradiente conjugado e foi utilizado uma câmera de termografia infravermelho de alta velocidade para medir as temperaturas do material testado, sendo essas medidas utilizadas para encontrar a condutância térmica na interface. Os corpos de prova foram aquecidos separadamente, com fluxos de calor distintos, até atingir o regime permanente, em seguida foram colocados em contato e submetidos a diferentes carregamentos de forma a observar o comportamento da condutância térmica na interface. Os resultados mostraram que a transferência de calor está relacionada com a intensidade do carregamento aplicado e este fato pode ser devido à resiliência elástica que sustenta a área de contato.

Mediante a relevância deste assunto, o objetivo deste trabalho é identificar as possíveis falhas na interface de contato de um compósito laminado usando um problema inverso de transferência de calor em regime transiente que será resolvido pelo *Unscented Kalman Filter* (UKF), o qual requer a solução do problema direto onde será aplicado o Método das Linhas (MOL - *Method of Lines*). Visto isto, pretende-se avaliar a eficácia dos métodos empregados para obter a solução do problema físico proposto, bem como identificar suas limitações.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica contextualizando o assunto abordado neste estudo. A estruturação do capítulo buscou cercar os tópicos pertinentes ao problema proposto, definindo alguns conceitos e mostrando alguns artigos a respeito de materiais compósitos, condução de calor, método das linhas, problemas inversos e inferência Bayesiana, este último enfatizando o *Unscented Kalman Filter*.

No Capítulo 3 é mostrado o problema físico adotado, cujo propósito é estimar a condutância térmica na interface de um compósito laminado, a qual pode ser associada a falhas na adesão entre os materiais que formam o compósito. Ainda, é apresentado o modelo físico e matemático que modela o problema, assim como a solução do problema direto pelo método das linhas e a solução do problema inverso através do UKF.

No Capítulo 4 estão dispostos todos os resultados encontrados e suas respectivas discussões. Este capítulo foi particionado em verificação do problema direto, análise de convergência e solução do problema inverso.

No Capítulo 5, por fim, estão apresentadas as conclusões obtidas sob as análises dos resultados e sugestões para trabalhos futuros que visam expandir o conhecimento no que tange ao assunto desta pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MATERIAIS COMPÓSITOS

Materiais compósitos são feitos com a junção de dois ou mais materiais, em geral com propriedades distintas para que o material formado tenha uma característica específica, desta forma, a sua utilização vem sendo aplicada na indústria aeroespacial, automotiva, estrutura civis, entre outras (GAY; HOA; TSAI, 2003; REZENDE; BOTELHO, 2000).

A estrutura de um compósito contém duas fases, uma matriz que é a fase contínua e o reforço conhecida também como fase dispersa. A classificação pode ser definida conforme os materiais constituintes, no entanto em geral é classificado segundo a fase dispersa, sendo: particulado, reforçado por fibras e estrutural laminado (VENTURA, 2009).

A seguir será mostrado alguns estudos inerentes aos materiais compósitos. Rezende e Botelho (2000) relataram inúmeras vantagens voltadas ao uso de compósitos, tais como: os compósitos carbono/carbono possuem alta resistência à corrosão e boas propriedades térmicas e elétricas; compósitos poliméricos reforçados com fibras de carbono apresentam boas propriedades de reflexão de rádio-frequência, alta estabilidade dimensional e boa condutividade elétrica e ainda os compósitos com fibras de vidro carregam a característica de serem transparentes à radiação eletromagnética na faixa de microondas.

Sousa *et al.* (2015) estudaram a influência do pré-aquecimento da resina com baixa viscosidade observando sua resistência a pigmentação quando submetidas a bebidas com alto teor de corantes. A análise foi feita experimentalmente utilizando cento e vinte amostras, as quais foram imersas em refrigerante cola, suco de uva e água, sendo o último líquido como controle. Os materiais testados mostraram ser mais resistentes à pigmentação quando submetidos ao pré-aquecimento.

Teng *et al.* (2017) fizeram experimentos comparando materiais compostos por Estrutura de Grafeno Tridimensional (3DGA - *Three Dimensional Graphene Architecture*) e epóxi com epóxi puro. No estudo foi observado que o compósito obteve uma performance mecânica de uma ou duas vezes superior ao epóxi puro.

Os materiais compósitos também apresentam algumas desvantagens, Lee e Knauss (2000) estudaram, através da análise de elementos finitos, sobre falhas decorrentes da descontinuidade da espessura submetida a carregamentos acentuados e a elevadas temperaturas em compósitos laminados, neste trabalho relataram que as tensões de cisalhamentos não são responsáveis pelo início das falhas, mas sim as tensões axiais e as tensões de dobramento.

2.2 DETECÇÃO DE FALHAS

Uma estrutura está sujeita a ocorrência de falhas decorrentes de tensões provenientes de impactos, fadiga, defeitos na fabricação, propagação de pequenas trincas, além de outros carregamentos que podem levar um dado material a ser impedido de desempenhar sua função (TEBALDI; COELHO; JUNIOR, 2006).

Para encontrar as melhores soluções a fim de mitigar as falhas é importante classificá-las. Gentile e Summers (2008) classificaram a falha como aleatória, sistemática e de causa comum. Sendo, aleatória aquela que não segue um padrão, mas que ocorre aleatoriamente no tempo, sistemática a que ocorre devido a erro humano ou por condição complexa imprevisível e causa comum refere-se a falha de mais de um componente, dispositivo ou sistema devido a mesma causa.

Visando monitorar e reparar as falhas muitas técnicas de detecção têm sido estudadas. Friswell, Penny e Garvey (1998) aplicaram algoritmos genéticos para identificar elementos danificados em uma estrutura usando dados de vibração. Os resultados mostraram que as falhas em uma viga engastada puderam ser localizadas na simulação e a partir de um experimento foram encontradas as falhas em uma placa engastada.

García, Pedregal e Roberts (2010) desenvolveram um algoritmo para prever e detectar falhas no conjunto que faz a movimentação das ferrovias permitindo a troca de máquinas. Sensores foram distribuídos ao longo de 5km para monitorar sete pontos que ocorrem a troca dos trilhos. O algoritmo foi construído comparando os sinais esperados estimados por meio do histórico de registros com os sinais medidos. O experimento mostrou que a proposta foi eficiente na prevenção e detecção de falhas.

Yang *et al.* (2015) analisaram de forma numérica e experimental a utilização da condução de calor para identificação de fissuras paralelas e oblíquas em uma linha férrea. A abordagem considera o aparecimento de uma descontinuidade de temperatura entre os lados da fissura. Os autores observaram que o tempo para que o regime permanente seja alcançado depende da distância entre a fonte de calor e a fissura, além disso propuseram um aprofundamento no estudo para melhoria na detecção através da condução de calor.

2.3 CONDUÇÃO DE CALOR

A energia deslocada de uma região quente para uma região fria é conhecida como calor e a condução é o modo que ocorre a transferência desta energia em meios sólidos ou fluidos em repouso. O fluxo de calor não pode ser medido diretamente, mas seu significado físico está relacionado a temperatura que é uma grandeza escalar (ÖZİŞİK, 1993).

Quando dois sólidos com temperaturas diferentes são colocados em contato, na interface é observado uma queda da temperatura devido às imperfeições da superfície. Em

uma visão microscópica é verificado que o contato dos corpos existem apenas em alguns pontos discretos, conforme representado pela Figura 1, e a maior parte do fluxo de calor ocorre nos pontos de contato reais. Nas áreas onde não há contato direto existe uma maior resistência térmica. Desta forma, com a diminuição da rugosidade a condutância térmica na interface aumenta, assim sendo, a Condutância Térmica de Contato (TCC - *Thermal Contact Conductance*) caracteriza a transferência de calor através da interface (KVAPIL; POHANKA; HORSKÝ, 2015; ZHENG *et al.*, 2016).

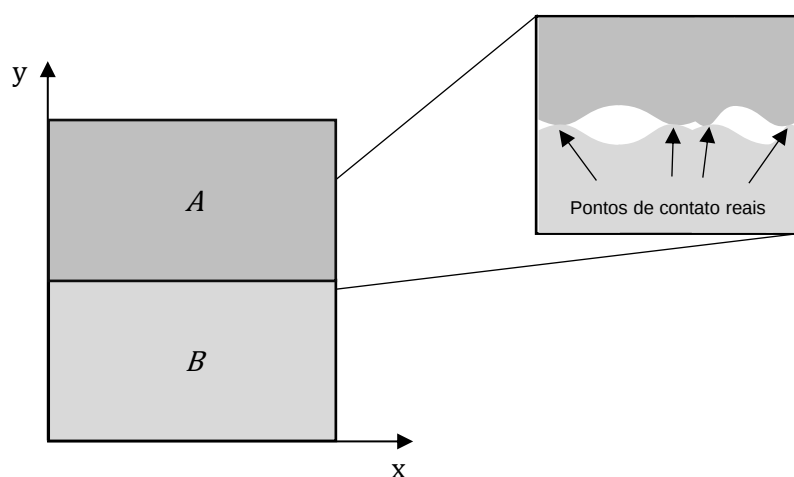


Figura 1 – Resistência de contato

Shojaeefard e Goudarzi (2008) fizeram um estudo a fim de desenvolver um modelo analítico capaz de prever a resistência térmica no contato entre dois materiais. A abordagem proposta foi baseada no fluxo de calor em regime transiente passando por dois corpos cilíndricos, onde a extremidade de um cilindro foi aquecida, enquanto a extremidade do outro foi resfriada. Em cada um dos corpos haviam três pontos para medição de temperatura e os dados eram enviados diretamente para um programa de computador. A equação usada para obter a resistência térmica no contato depende das temperaturas na superfície de contato, as quais foram obtidas por meio do método dos mínimos quadrados. Os autores concluíram que o método obteve sucesso para estimar a dependência da resistência térmica com a pressão e com a rugosidade da superfície, além de afirmarem que a resistência térmica no contato diminui com a pressão e aumenta com a rugosidade.

Dou *et al.* (2016) realizaram um experimento visando verificar o comportamento da TCC mediante a variação da temperatura, rugosidade e pressão na interface. Os resultados obtidos apontaram que o efeito da temperatura varia em superfícies com diferentes rugosidades, sendo que com o aumento da temperatura a TCC aumenta com maior intensidade em superfície com alta rugosidade. Além disso, a TCC possui uma forte relação com a pressão e a temperatura da interface. Este trabalho também reafirma que a resistência térmica é maior em superfícies com maior rugosidade, assim como Zheng *et al.* (2016) afirmaram.

Tang e Zhang (2016) estudaram o comportamento da condutância térmica de contato entre dois metais sob alta temperatura (600°C) e com um range de pressão de $60 - 180\text{MPa}$. O experimento foi realizado visando a análise em uma dimensão e considerando um problema em regime permanente. Observaram que a TCC apresentou crescimento linear com a pressão aplicada.

Os modelos que representam a condução de calor, que podem ser encontrados em Özişik (1993), contêm equações diferenciais, algumas destas podem ser resolvidas analiticamente, no entanto a maioria é solucionada através de métodos numéricos. O método das linhas pode ser aplicado em modelos com esta característica.

2.4 MÉTODO DAS LINHAS

O método das linhas é considerado um método de diferenças finitas especial que alcança uma boa precisão com um esforço computacional significativamente menor quando comparado com método de diferenças finitas comum. O método pode ser resumido em discretizar algumas variáveis da Equação Diferencial Parcial (EDP) reduzindo a uma Equação Diferencial Ordinária (EDO) que pode ser resolvida analiticamente (SADIKU; OBIOZOR, 2000).

Normalmente as derivadas espaciais são obtidas através da técnica de diferenças finitas e a derivada em relação ao tempo é resolvida através de algum *software* que tenha funções para solução de equações diferenciais ordinárias (SCHIESSER; GRIFFITHS, 2009).

Embora o MOL não possa ser aplicado em geometrias complexas, o método pode ser usado em diversos problemas (SADIKU; OBIOZOR, 2000).

Silva, Macêdo e Quaresma (2015) utilizaram o método das linhas na indústria bioquímica em um problema de difusão-convecção e reação (transporte de massa). Os resultados apresentados foram coerentes tanto fisicamente quanto comparados com outras metodologias de solução.

Campo e Lacoa (2014) aplicaram o MOL no problema clássico unidimensional de Stefan através do *software* MATLAB e obtiveram resultados condizentes com a solução exata caracterizando o método numérico-analítico como sendo eficiente, preciso e econômico.

Ferreira (2017) testou a eficácia do método das linhas em um problema de condução de calor, onde o objetivo foi obter o tempo de congelamento de uma placa. Os resultados dos cálculos foram comparados com dados experimentais já existentes na literatura. Ele resumiu que o MOL, quando utilizado propriedades termofísicas corretas, pode ser considerado um método eficaz para previsão do tempo de resfriamento.

O método das linhas aplicado nas equações diferenciais para a solução de problemas diretos pode ser associado a métodos utilizados para solução de problemas inversos.

2.5 PROBLEMAS INVERSOS

Um problema inverso pode ser definido como um problema que requer encontrar uma grandeza por meio de medições indiretas. Uma definição mais clássica de problemas inversos é encontrar a causa conhecendo os efeitos (FOX; HAARIO; CHRISTEN, 2013; KAPIO; SOMERSALO, 2004).

Os métodos convencionais para determinar propriedades termofísicas vem se tornando insatisfatórios, pois na indústria moderna tem sido utilizado materiais cada vez mais complexos e a abordagem do Problema Inverso em Transferência de Calor (IHTP - *Inverse Heat Transfer Problems*) pode trazer respostas gratificantes. O IHTP pode ser classificado quanto ao tipo de transmissão de calor, sendo: condução, convecção (natural ou forçada) e radiação (ÖZİŞİK; ORLANDE, 2000).

Orlande e Özişik (1993) estimaram a condutância térmica na interface de sólidos colocados em contato periodicamente através do Método do Gradiente Conjugado (CGM - *Conjugate Gradient Method*) e comparado com o método *B-spline*. A solução deste problema inverso foi adquirida com êxito, os resultados apontaram que para pequenos períodos o CGM mostrou ser mais eficiente, no entanto para grandes períodos ambos foram compatíveis quanto a precisão e para períodos muito pequenos os métodos não são indicados para o problema físico em questão.

Shojaeefard, Goudarzi e Mazidi (2009) demonstraram a aplicação do método do gradiente conjugado para estimar a condutância térmica de contato entre dois sólidos que foram submetidos a contatos periódicos. Para obter as temperaturas foram feitas 10 medições a cada período por cada termopar (o sistema contém um total de 8 termopares), representando uma medição a cada 3 segundos. Os resultados mostraram que o método empregado foi eficaz para solução do problema inverso unidimensional proposto. Shojaeefard, Mazidi e Mousapour (2013) resolveram um problema similar, porém adicionando o método de extrapolação linear e compararam com um *software* comercial. Os resultados mostraram que as soluções foram próximas.

Tang, He e Zhang (2015) fizeram um estudo experimental da condutância térmica na interface de contato entre TC4 e 30CrMnSi (materiais usados em motores de aviação) sob a influência da rugosidade, da direção que ocorre o fluxo de calor e de tensões aplicadas nos corpos de prova. Para calcular a TCC partiu-se do princípio que a diferença de temperatura na interface pode ser adquirida extrapolando o perfil de temperatura de cada corpo até a interface. O experimento mostrou que a TCC obteve variações diferentes para o carregamento e descarregamento, além disso a influência da direção do fluxo de calor foi pequena, mas apresentou uma maior TCC quando o fluxo de calor partiu do material 30CrMnSi em direção ao material TC4 do que no sentido oposto, por fim a variação da TCC com a rugosidade foi significativa quanto os corpos foram submetidos a altas tensões.

Burghold, Frekers e Kneer (2017) estudaram o comportamento do fluxo de calor na interface de contato entre dois corpos de prova quando submetidos a carregamentos variados. A metodologia empregada contou com uma câmera de termografia infravermelho para as medições de temperaturas e o problema inverso foi resolvido pelo método do gradiente conjugado. Os resultados apontaram uma correlação positiva entre o carregamento aplicado e o fluxo de calor no contato, além disso foi afirmado que o gradiente da transferência de calor no contato tendeu a zero à medida que o carregamento foi sendo incremento, sugerindo uma tensão limite, a qual pode ser alcançado o fluxo de calor máximo.

Colaço e Alves (2013) apresentaram uma metodologia para estimar a condutância térmica na interface de contato sem o uso de aparelhos intrusivos para realizar as medições de temperaturas. A formulação foi feita através do conceito do funcional de reciprocidade e da aplicação de soluções fundamentais. Os resultados mostraram que a metodologia pode encontrar falhas na condutância térmica de contato com variação no espaço com um baixo custo computacional. Colaço, Alves e Orlande (2015) deram continuidade a este estudo aplicando a mesma metodologia em um problema físico em regime transiente e apesar do problema ter se tornado um pouco mais complexo os resultados foram satisfatórios, assim como no estudo anterior.

Padilha *et al.* (2016) propuseram uma método analítico, não intrusivo e não iterativo para estimar a condutância térmica de contato com variação espacial em uma direção. A metodologia utilizada consistiu na associação da técnica transformada integral clássica e o conceito do funcional de reciprocidade. A solução deste problema inverso em regime permanente mostrou que o meio utilizado foi capaz de obter os resultados com um custo computacional ínfimo.

Orlande (2012) apresentou em seu trabalho diversas técnicas aplicadas a problemas inversos em transferência de calor, incluindo algumas baseadas em estatística Bayesiana. Foram apresentadas aplicações destas técnicas, especificamente na caracterização de materiais não-homogêneos e na estimação da temperatura de oleodutos.

2.6 INFERÊNCIA BAYESIANA

A otimização de processos em diversas áreas costumam requerer a previsão de alguns fenômenos, muitos deles utilizam informações pré-existentes (*a priori*) em um banco de dados para nortear o futuro (*a posteriori*). Esta forma de estimativa, baseada no teorema de Bayes, é conhecida como inferência Bayesiana (FOX; HAARIO; CHRISTEN, 2013; JOYCE, 2016).

Kang, Kim e Seong (2017) realizaram um experimento com objetivo de verificar a percepção humana monitorando um simulador nuclear e comparou com operadores usando a inferência Bayesiana. A pesquisa foi feita com estudantes de engenharia, sendo eles

submetidos a cenários variados. Concluíram que a junção do ser humano com o método de estimação pode ajudar os operadores a ficarem cientes da situação, aumentando a segurança.

Kasai *et al.* (2016) estimaram, através da distribuição de Gumbel e inferência Bayesiana, a máxima corrosão de um tanque usado para estocar óleo. Os dados para a pesquisa foram coletados duas vezes com intervalo de cinco anos. O estudo mostrou que os métodos foram eficazes e contribuirão para a manutenção dos tanques.

Kattwinkel e Reichert (2017) demonstraram a viabilidade em aplicar inferência Bayesiana para Modelo Baseado em Agentes (ABM - *Agent-Based Model*) e Modelo Baseado em Indivíduos (IBM - *Individual-Based Model*) com o algoritmo *Particle Markov Chain Monte Carlo* (PMCMC) desenvolvido para modelos de espaço de estados. Os resultados apontaram um bom desempenho do algoritmo aplicado, sendo uma maneira viável para realizar inferências Bayesianas para Modelos Baseados em Indivíduos, porém não foi possível quantificar os resultados devido ao enorme número de técnicas disponíveis. Uma desvantagem da técnica foi o custo computacional.

Lang *et al.* (2007) realizaram um estudo com o propósito de solucionar processos não-lineares e não-Gaussianos com restrições, normalmente encontrados em problemas de estimação dinâmica. Com este intuito utilizaram uma extensão de Monte Carlo Sequencial (SMC - *Sequential Monte Carlo*) e compararam com a performance do Filtro de Kalman Estendido (EKF - *Extended Kalman Filter*), além de comparar com o Estimador de Horizonte Móvel (MHE - *Moving Horizon Estimation*). O erro quadrático médio para os diferentes métodos mostrou que em ordem crescente de eficácia ficaram listados na seguinte sequência: EKF, MHE e SMC.

Pacheco *et al.* (2015) estimaram o fluxo de calor imposto na superfície de uma placa plana em um problema de condução de calor. Para tanto, utilizaram o filtro de Kalman em um problema direto simplificado, logo os erros provenientes da modelagem foram mitigados através do modelo do erro de aproximação. As medidas de temperatura foram obtidas do lado oposto à aplicação do fluxo de calor. Os resultados mostraram que foi possível observar as variações do fluxo de calor em relação ao tempo e ao espaço. Os autores concluíram que os métodos foram precisos mediante as considerações propostas.

Pacheco *et al.* (2016) determinaram o fluxo de calor na fronteira de uma placa plana usando a metodologia de problemas inversos e comparando o *Steady-State Kalman Filter* (SSKF) com o Filtro de Kalman (KF - *Kalman Filter*) convencional. O intuito do trabalho foi reduzir o esforço computacional, de forma que os resultados possam ser alcançados *on-line*. No casos testados o SSKF obteve menor custo computacional com relação ao filtro de Kalman convencional.

2.6.1 *Unscented Kalman Filter*

O *Unscented Kalman Filter* é um filtro Bayesiano proposto por [Julier e Uhlmann \(1997\)](#) que permite ser aplicado em problemas não-lineares. Este filtro pode ser resumido na adição do método *Unscented Transformation* (UT) ao filtro de Kalman.

[Garcia, Kuga e Zanardi \(2016\)](#) compararam o filtro UKF com o filtro de Kalman estendido para analisar o comportamento de naves espaciais. Os resultados indicaram uma boa performance para ambos os filtros, porém quando submetidos as condições iniciais imprecisas o UKF apresentou uma convergência mais rápida em relação ao EKF.

[Santhosh et al. \(2015\)](#) utilizaram o UKF para rastreamento de um alvo em movimento e submerso em um oceano. As medidas foram feitas a partir de um navio em movimento constante e com base no que foi estimado pelo filtro se tornou possível chegar ao alvo de forma eficiente evitando manobras desnecessárias com o navio.

[Brecher et al. \(2017\)](#) estudaram a aplicação do UKF como uma ferramenta na mitigação dos erros originados dos modelos térmicos e geométricos para máquinas de usinagem. Os testes mostraram que o UKF deve ser acoplado nas técnicas de modelagem devido sua boa performance apresentada.

[LeBreux, Désilets e Lacroix \(2013\)](#) estimaram a variação da espessura da camada de proteção de um reator metalúrgico de alta temperatura por meio da técnica de problemas inversos em transferência de calor. Três meios foram utilizados para a estimação: o *Unscented Kalman Filter* com um modelo não-linear em espaço de estados, o filtro de Kalman estendido também com um modelo não-linear em espaço de estados e o filtro de Kalman com um modelo linear em espaço de estados. Os resultados mostraram que o UKF obteve melhor performance com relação a precisão quando comparado com o KF e foi mais estável do que o EKF.

3 PROBLEMA FÍSICO

O problema físico consiste em um problema inverso de transferência de calor em duas dimensões, no qual considerou-se duas placas com propriedades distintas interligadas formando um compósito laminado. Almeja-se encontrar a condutância térmica, $h_c(x, t)$, na interface que une as placas, uma vez que pode-se associar a TCC com as falhas de adesão entre os materiais que compõe um compósito. Para tanto, uma fonte de calor é aplicada no contorno superior da placa 2 e ainda outras condições de contorno foram definidas a fim de delimitar o problema, desta forma, fluxos de calor por convecção são considerados no contorno inferior da placa 1 e no contorno superior da placa 2, enquanto nas laterais o fluxo de calor é nulo, conforme pode ser visto através da Figura 2.

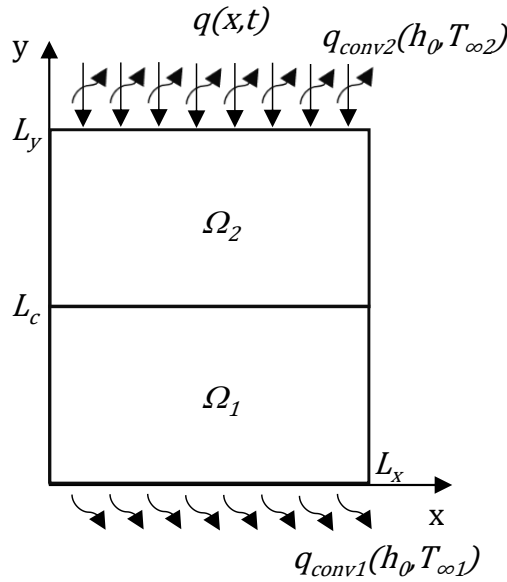


Figura 2 – Problema físico - transferência de calor

Para estimação de $h_c(x, t)$ é considerado que pode-se obter as temperaturas medidas de forma não intrusiva em alguns pontos das placas, neste trabalho as temperaturas serão obtidas através de simulações.

A equação geral que modela a condução de calor em um problema transiente bidimensional em um meio com apenas uma camada é expressa pela Equação 3.1 (ÖZİŞİK, 1993).

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3.1)$$

onde T é a temperatura, α representa a difusividade térmica, o tempo é dado por t e as variáveis x e y representam cada termo de uma coordenada com duas dimensões.

Considerando o problema físico para um caso envolvendo duas camadas, a Equação 3.1 e inserindo as condições de contorno e de interface é possível escrever o problema resultando nas equações a seguir:

$$\frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \quad em \quad \begin{cases} 0 < x < L_x \\ 0 < y < L_c \end{cases} ; t > 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} \quad em \quad \begin{cases} 0 < x < L_x \\ L_c < y < L_y \end{cases} ; t > 0 \quad (3.3)$$

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} + h_0 T_1 = h_0 T_\infty \quad em \quad \begin{cases} 0 < x < L_x \\ y = 0 \end{cases} ; t > 0 \quad (3.4)$$

$$k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} + h_0 T_2 = h_0 T_\infty + q(x, t) \quad em \quad \begin{cases} 0 < x < L_x \\ y = L_y \end{cases} ; t > 0 \quad (3.5)$$

$$\left. \begin{aligned} k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} &= k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \\ k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} &= h_c(x, t)(T_2 - T_1) \end{aligned} \right\} \quad em \quad \begin{cases} 0 < x < L_x \\ y = L_c \end{cases} ; t > 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = 0 \quad em \quad \begin{cases} x = 0 \\ 0 < y < L_y \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} x = L_x \\ 0 < y < L_y \end{cases} ; t > 0 \quad (3.7)$$

$$T_1 = T_2 = T_\infty \quad \forall \quad \Omega_1 \cup \Omega_2 ; t = 0 \quad (3.8)$$

onde os subscritos 1 e 2 referem-se a cada placa, q é o fluxo de calor, o subscrito *conv* faz menção a convecção, h_0 é o coeficiente de transferência de calor no processo de propagação por convecção, T_∞ é a temperatura ambiente, L_x , L_y , L_c e Ω delimitam o domínio conforme representados na Figura 2. Por fim, o símbolo $\vec{n}$ é a representação de um vetor normal e k refere-se a condutividade térmica.

3.1 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO PELO MÉTODO DAS LINHAS

A solução do problema direto através do método das linhas inicia-se com aplicação do método das diferenças finitas nas equações diferenciais parciais do problema reduzindo-as em equações diferenciais ordinárias e o passo seguinte consiste na solução da EDO resultante (SADIKU; OBIOZOR, 2000).

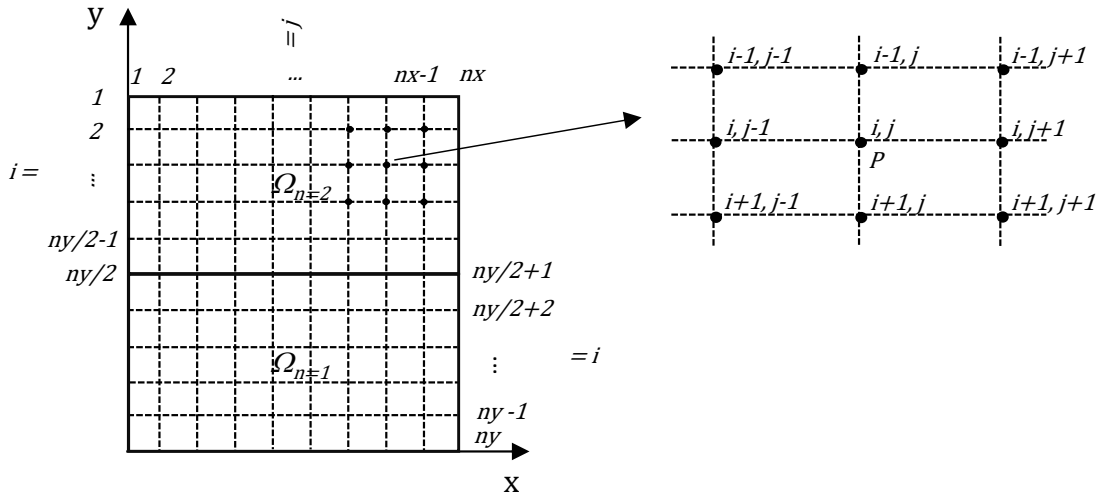


Figura 3 – Discretização espacial

A Figura 3 representa o problema físico discretizado, onde n assume o valor de 1 ou 2 identificando a placa a ser analisada, a variável i é o índice que percorre o problema na direção y , e j o índice que percorre na direção x , com limites em ny e nx , respectivamente. Considerando o referencial mencionado é possível reescrever as Equações 3.2 e 3.3 como uma aproximação que representa o problema geral através de uma EDO conforme mostrado na Equação 3.9.

$$\frac{\partial T_{n(i,j)}}{\partial t} = \alpha_n \left(\frac{T_{n(i+1,j)} - 2T_{n(i,j)} + T_{n(i-1,j)}}{\Delta y^2} + \frac{T_{n(i,j+1)} - 2T_{n(i,j)} + T_{n(i,j-1)}}{\Delta x^2} \right) \quad (3.9)$$

Neste ponto se faz necessário inserir as condições de contorno (Equações 3.4 a 3.8), desta forma, a Equação 3.9 deve ser reescrita nos contornos conforme as Equações 3.11, 3.13, 3.15, 3.17, 3.20 e 3.23.

No contorno superior da placa 2 ocorre um fluxo de calor imposto, além de troca térmica com ambiente por convecção, logo inserindo diferenças finitas avançadas com aproximação de terceira ordem nas derivadas parciais de primeira ordem no contorno em $i = 1$ resulta em:

$$k_2 \left(\frac{-T_{2(i+2,j)} + 6T_{2(i+1,j)} - 3T_{2(i,j)} + 2T_{2(i-1,j)}}{6\Delta y} \right) + h_0 T_{2(i,j)} = h_0 T_\infty + q_{(j,t)} \quad (3.10)$$

$$T_{2(i-1,j)} = \frac{1}{2} \left[\frac{6\Delta y}{k_2} (h_0 T_\infty + q_{(j,t)} - h_0 T_{2(i,j)}) + T_{2(i+2,j)} - 6T_{2(i+1,j)} + 3T_{2(i,j)} \right] \quad (3.11)$$

O contorno inferior da placa 2 com o contorno superior da placa 1 formam a interface de contato, aplicando diferenças finitas atrasadas com aproximação de terceira ordem nas derivadas parciais de primeira ordem no contorno em $i = \frac{ny}{2}$ obtêm-se:

$$k_2 \left(\frac{2T_{2(i+1,j)} + 3T_{2(i,j)} - 6T_{2(i-1,j)} + T_{2(i-2,j)}}{6\Delta y} \right) = h_{c(j,t)} (T_{1(\frac{ny}{2}+1,j)} - T_{2(\frac{ny}{2},j)}) \quad (3.12)$$

$$T_{2(i+1,j)} = \frac{1}{2} \left[\frac{6\Delta y}{k_2} h_{c(j,t)} (T_{1(\frac{ny}{2}+1,j)} - T_{2(\frac{ny}{2},j)}) - 3T_{2(i,j)} + 6T_{2(i-1,j)} - T_{2(i-2,j)} \right] \quad (3.13)$$

De igual modo, usando diferenças finitas avançadas em $i = \frac{ny}{2} + 1$, o contorno superior da placa 1 é reescrito como:

$$k_1 \left(\frac{-T_{1(i+2,j)} + 6T_{1(i+1,j)} - 3T_{1(i,j)} + 2T_{1(i-1,j)}}{6\Delta y} \right) = h_{c(j,t)} (T_{1(\frac{ny}{2}+1,j)} - T_{2(\frac{ny}{2},j)}) \quad (3.14)$$

$$T_{1(i-1,j)} = \frac{1}{2} \left[\frac{6\Delta y}{k_1} h_{c(j,t)} (T_{1(\frac{ny}{2}+1,j)} - T_{2(\frac{ny}{2},j)}) + T_{1(i+2,j)} - 6T_{1(i+1,j)} + 3T_{1(i,j)} \right] \quad (3.15)$$

No contorno inferior da placa 1 a troca de calor ocorre unicamente com o ambiente, assim sendo em $i = ny$ a Equação 3.4, após aplicar diferenças finitas atrasadas, resulta em:

$$-k_1 \left(\frac{2T_{1(i+1,j)} + 3T_{1(i,j)} - 6T_{1(i-1,j)} + T_{1(i-2,j)}}{6\Delta y} \right) + h_0 T_{1(i,j)} = h_0 T_\infty \quad (3.16)$$

$$T_{1(i+1,j)} = \frac{1}{2} \left[-\frac{6\Delta y}{k_1} (h_0 T_\infty - h_0 T_{1(i,j)}) - 3T_{1(i,j)} + 6T_{1(i-1,j)} - T_{1(i-2,j)} \right] \quad (3.17)$$

Por fim, conforme a Equação 3.7, o problema foi simplificado assumindo que não exista transferência de calor pelas laterais (no contorno na direção x), para discretização nestes contornos foram usadas aproximações de primeira ordem nas derivadas de primeira ordem.

Para $j = 1$,

$$\frac{\partial T_n}{\partial \vec{n}} = -\frac{\partial T_n}{\partial x} = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial T_n}{\partial x} = \frac{T_{n(i,j)} - T_{n(i,j-1)}}{\Delta x} \quad (3.19)$$

$$T_{n(i,j-1)} = T_{n(i,j)} \quad (3.20)$$

e para $j = nx$,

$$\frac{\partial T_n}{\partial \vec{n}} = \frac{\partial T_n}{\partial x} = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial T_n}{\partial x} = \frac{T_{n(i,j+1)} - T_{n(i,j)}}{\Delta x} \quad (3.22)$$

$$T_{n(i,j+1)} = T_{n(i,j)} \quad (3.23)$$

Após aplicação do método de diferenças finitas e as condições de contorno terem sido trabalhadas tem-se uma equação diferencial ordinária que será resolvida através da função *ode15s* disponível no *software* MATLAB.

A função *ode15s* é indicada principalmente para alcançar a solução de sistemas rígidos, sendo que o código desta função utiliza como base o método implícito de Runge-Kutta (SHAMPINE; REICHEL, 1997).

3.2 PROBLEMA INVERSO

Nesta etapa do trabalho será inserido o *Unscented Kalman Filter* para a solução do problema inverso. O UKF é um filtro Bayesiano recursivo originado do filtro de Kalman, ambos consistem em técnicas de estimativa cujo a distribuição de estados são representadas por distribuição Gaussiana (WAN; MERWE, 2000).

A função de distribuição contínua mais usada é a função normal conhecida também como Gaussiana, que possui uma curva no formato de um sino em torno de seu valor médio (ÖZİŞİK; ORLANDE, 2000). A Figura 4 ilustra uma distribuição normal com média igual a 0 e desvio padrão igual a 1.

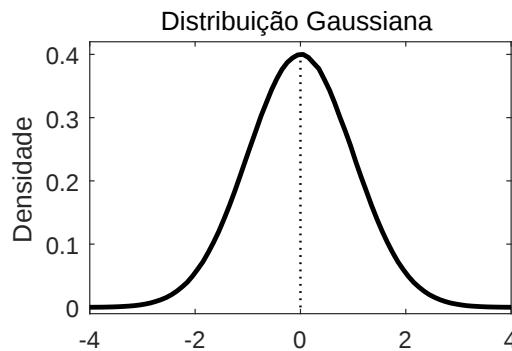


Figura 4 – Distribuição Gaussiana

3.2.1 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um processo matemático iterativo que utiliza um conjunto de equações com o propósito de estimar uma ou mais grandezas quaisquer (KALMAN, 1960).

O fluxograma apresentado na Figura 5 descreve sucintamente o funcionamento do KF, para as variáveis de estados é atribuído um valor inicial e usando um modelo que representa o problema é encontrado os valores previstos, na sequência considerando os estados estimados e as medições é calculado o ganho de Kalman, o qual quantifica a importância das medições em relação aos estados estimados e por conseguinte atualiza as variáveis de estado, posto isto um novo ciclo é iniciado.

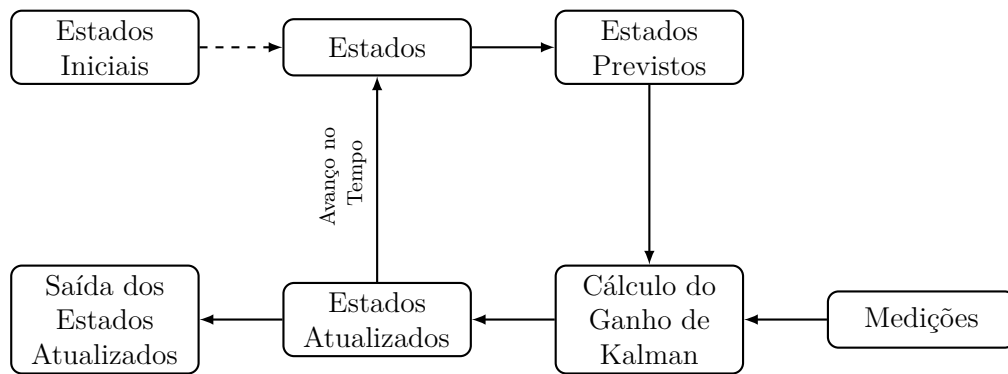


Figura 5 – Fluxograma do filtro de Kalman

O KF é um dos métodos mais usados para rastreamento e estimativa, porém sua aplicação em problemas não-lineares se torna complicada, assim novas abordagens foram propostas, sendo umas das mais tradicionais o filtro de Kalman estendido que lineariza modelos não-lineares. No entanto, com uso desta técnica ao longo dos anos foi notado que a sua aplicação só é precisa se o modelo no intervalo de tempo de atualização seja quase linear, com essa motivação Julier e Uhlmann (1997) propuseram o UKF.

A proposta do *Unscented Kalman Filter* é transformar uma distribuição Gaussiana através de uma função não-linear e obter uma distribuição Gaussiana aproximada, para isso, o meio utilizado é o método *Unscented Transformation*.

3.2.2 Unscented Transformation

O método UT aproxima a distribuição de uma variável aleatória que é submetida a uma transformação não-linear conforme será mostrado a seguir.

O método parte da propagação de uma variável aleatória v com dimensão L através de uma função não-linear $z = f(v)$ e considera que v tem média igual a $\bar{v}$ e covariância igual a P_v . Para realizar a aproximação da distribuição de probabilidade são definidos alguns pontos chamados de pontos sigmas. Os pontos sigmas formam o conjunto de pontos que passam pela transformação não-linear, sendo o número de pontos sigmas necessários

para realizar a aproximação é dado por $2L + 1$, é representado por χ e é calculado conforme mostrado na Equação 3.24. Os respectivos pesos, W , são obtidos por meio da Equação 3.25 (JULIER; UHLMANN, 1997; WAN; MERWE, 2000).

$$\left. \begin{aligned} \chi_0 &= \bar{v} \\ \chi_l &= \bar{v} + (\sqrt{(L + \lambda)P_v})_l \quad l = 1, 2, \dots, L \\ \chi_l &= \bar{v} - (\sqrt{(L + \lambda)P_v})_{l-L} \quad l = L + 1, L + 2, \dots, 2L \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

$$\left. \begin{aligned} W_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} \\ W_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} + (1 - a^2 + b) \\ W_l^{(m)} &= W_l^{(c)} = \frac{1}{2(L + \lambda)} \quad l = 1, 2, \dots, 2L \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

onde, $\lambda = a^2(L + \kappa) - L$ é um parâmetro de escala, a defini o quão disperso estão os pontos sigmas em relação à média, normalmente é atribuído um valor pequeno e positivo como exemplo: 10^{-3} , κ também é um parâmetro de escala que em geral é atribuído valor igual a 0 e b é uma variável usada para adicionar informações pré-conhecidas a respeito da distribuição de v , para distribuição Gaussiana o valor ótimo para b é igual a 2 (WAN; MERWE, 2000).

Os pontos sigmas são transformados por uma função não-linear de acordo com o mostrado na Equação 3.26 e a seguir pode ser obtido a média e a covariância aproximadas expressas pelas Equações 3.27 e 3.28, respectivamente (JULIER; UHLMANN, 1997; WAN; MERWE, 2000).

$$Z_l = g(\chi_l) \quad l = 0, 1, \dots, 2L \quad (3.26)$$

$$\bar{z} \approx \sum_{l=0}^{2L} W_l^{(m)} Z_l \quad (3.27)$$

$$P_z \approx \sum_{l=0}^{2L} W_l^{(c)} (Z_l - \bar{z}) (Z_l - \bar{z})^T \quad (3.28)$$

3.2.3 Algoritmo *Unscented Kalman Filter*

O algoritmo apresentado nesta subseção foi construído com base nos artigos de Julier e Uhlmann (1997), Wan e Merwe (2000), Qi *et al.* (2016). Sendo o filtro Bayesiano UKF uma aplicação direta do método *Unscented Transformation*, pode-se resumí-lo conforme o

fluxograma apresentado na Figura 6, onde $\eta = \sqrt{L + \lambda}$, W representa os pesos conforme descrito na Subseção 3.2.2, Q refere-se ao ruído do processo, R quantifica os erros das medições e k identifica o ciclo em andamento.

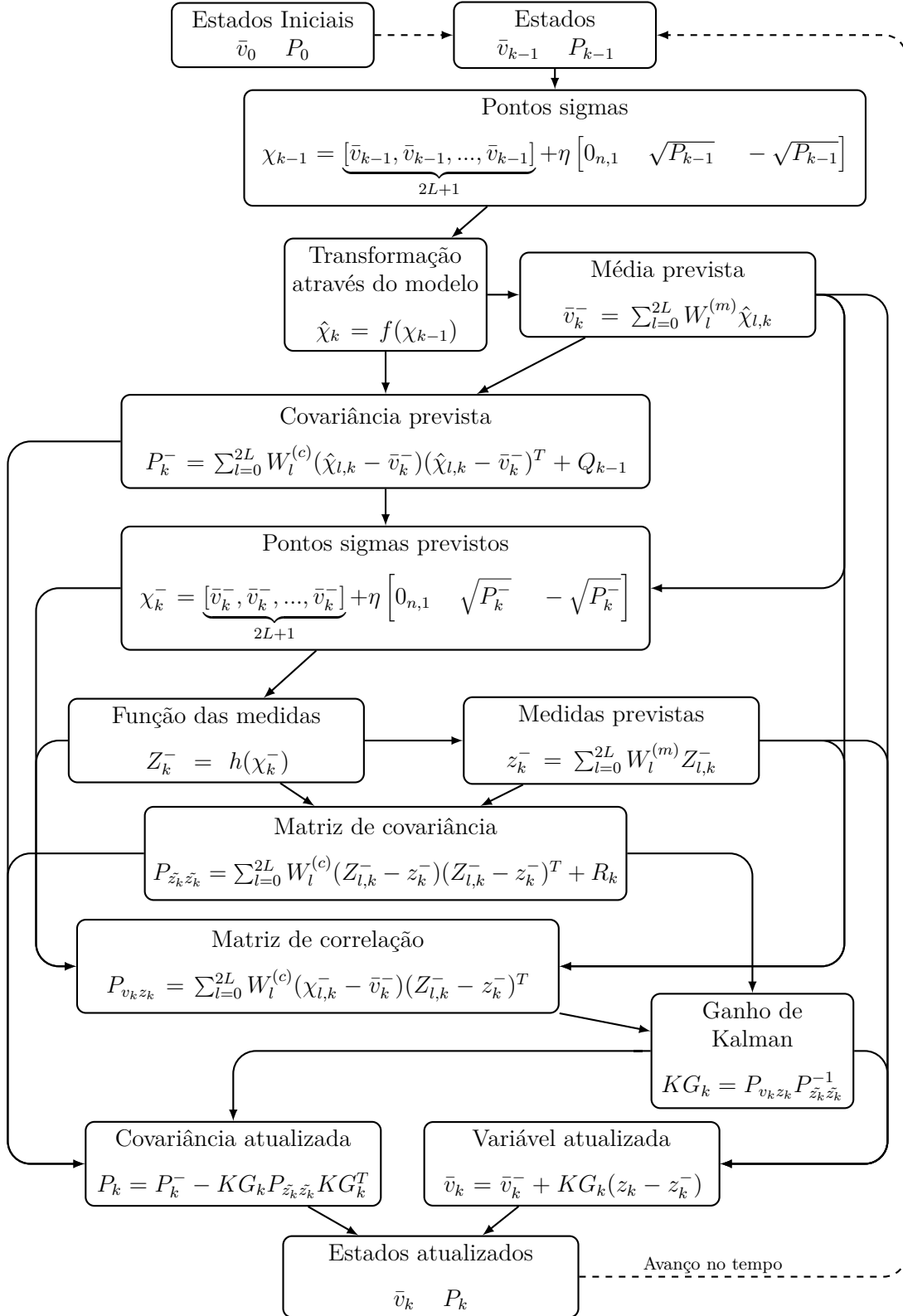


Figura 6 – Fluxograma do *Unscented Kalman Filter*

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados todos resultados obtidos por meio dos algoritmos escritos para alcançar a solução do problema inverso de transferência de calor descrito no Capítulo 3.

Para todos resultados foi calculado o Erro Quadrático Médio (RMS - *Root Mean Square*) que pode ser obtido pela Equação 4.1.

$$E_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N (X_l - \hat{X}_l)^2} \quad (4.1)$$

onde, $\hat{X}$ representa o vetor da solução estimada, X é o vetor da solução exata, N corresponde ao tamanho dos vetores, a variável subscrita l é usada para percorrer os vetores e por fim, E_{RMS} representa o erro quadrático médio.

4.1 VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

Esta seção tem como objetivo verificar o código adotado para a solução do problema direto, para tanto serão utilizados problemas previamente resolvidos encontrados na literatura, disponíveis em Araújo e Garcia (2013) e Abreu (2011). Alguns dados extraídos destes estudos estavam disponíveis apenas graficamente, desta forma se fez necessário a utilização do *software* Pega Ponto, desenvolvido por Oliveira, Gambetta e Pinto (2006), para adquirir os valores numéricos. As propriedades termofísicas dos materiais utilizados nos testes podem ser encontradas em Callister (2002), Incropera e DeWitt (2003) e Araújo e Garcia (2013).

4.1.1 Problema Unidimensional em Regime Permanente com Um Material - Teste 1

O primeiro teste feito, trata do caso teste 1 descrito em Abreu (2011) e se resume em um problema de transferência de calor analisado em uma única dimensão espacial, em regime permanente e com apenas um material. O código em análise é uma modelagem do problema físico mostrado no capítulo 3 e representado pela Figura 2, para modelar o problema deste teste o material usado nas duas placas foram iguais e na interface de contato formada foi determinada uma condutância térmica alta ($h_c = 1 \times 10^4 W/m^2 \cdot C$), a qual foi o suficiente para que o problema pudesse ser considerado um problema com apenas uma placa, ainda um dos lados da placa foi definido com um valor muito menor ($L_x = 1 \times 10^{-6} m$) do que o outro ($L_y = 0,01 m$), resultando em uma barra. A temperatura

foi analisada no tempo igual a 100s, uma vez que neste instante o regime permanente já foi alcançado.

Nas duas extremidades da barra ocorrem fluxo de calor por convecção, além disso um fluxo de calor constante é imposto na extremidade 2 conforme ilustrado na Figura 7. A Tabela 1 mostra os parâmetros de entrada necessários para o teste.



Figura 7 – Teste 1 - Problema físico

Tabela 1 – Dados de entrada - Barra fina de nylon

Parâmetros	Notação	Valores
Comprimento da placa	$L_y(m)$	0,01
Largura da placa	$L_x(m)$	1×10^{-6}
Temperatura inicial	$T_{\infty}(^{\circ}C)$	25
Temperatura do meio na extremidade 1	$T_{\infty 1}(^{\circ}C)$	25
Temperatura do meio na extremidade 2	$T_{\infty 2}(^{\circ}C)$	30
Difusividade térmica do nylon	$\alpha_{nylon}(m^2/s)$	$1,26 \times 10^{-6}$
Coeficiente de condutividade térmica do nylon	$k_{nylon}(W/m^{\circ}C)$	0,24
Coeficiente de troca térmica	$h_0(W/m^2^{\circ}C)$	100
Fluxo de calor	$q(W/m^2)$	1000

Fonte: [Abreu \(2011\)](#).

A Figura 8 mostra um gráfico da temperatura calculada através da solução analítica (literatura) e da solução numérica (código analisado) após alcançar o regime permanente.

No gráfico é observado que os pontos representando as duas soluções estão praticamente sobrepostos indicando que o código se usado para um problema unidimensional em regime permanente para um único material atinge resultados satisfatórios. Para mensurar o erro foi feito o cálculo do erro quadrático médio que resultou em $0,0363^{\circ}C$.

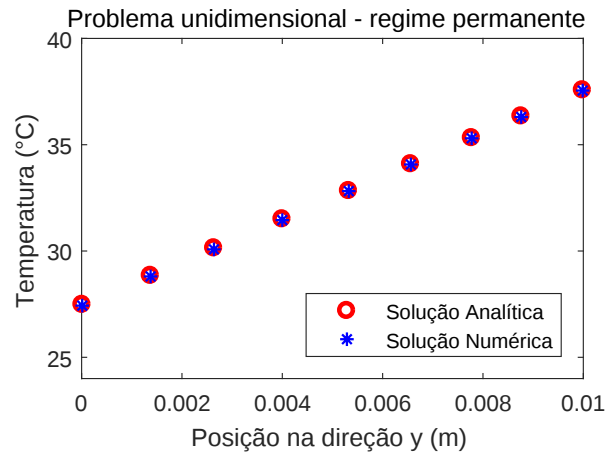


Figura 8 – Teste 1 - Perfil de temperaturas após atingir regime permanente

4.1.2 Problema Unidimensional em Regime Transiente com Um Material - Teste 2

O segundo teste escolhido, disponível no estudo feito por Araújo e Garcia (2013), consiste em um problema de transferência de calor em uma barra homogênea unidimensional e em regime transiente. Neste problema físico supõe que a barra esteja inicialmente isolada e com temperatura constante, na sequência, instantaneamente, é iniciado a troca de calor nas extremidades da barra por convecção, as quais estão submetidas a temperatura ambiente, conforme mostrado na Figura 9.

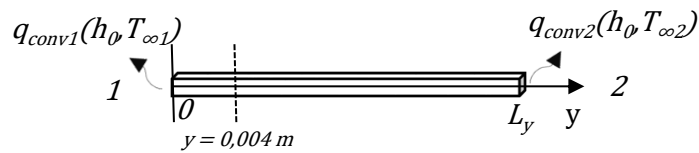


Figura 9 – Teste 2 - Problema físico

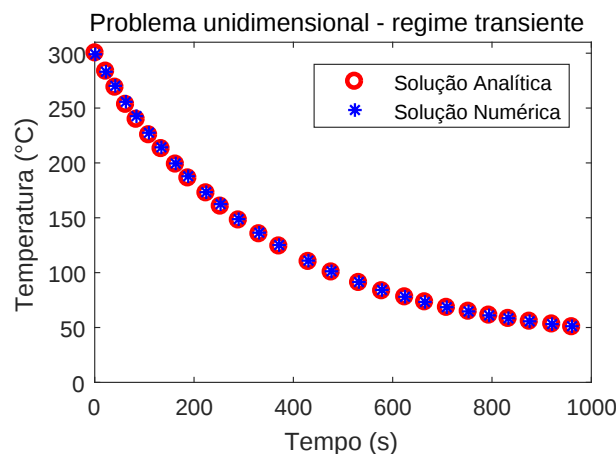
Para reduzir o problema físico geral ao problema deste teste, com um único material, a condutância térmica na interface adotada foi a mesma do teste 1, assim como, um dos lados da placa também foi definido com um valor muito menor do que o outro, resultando em uma barra. Os demais parâmetros deste problema estão mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 – Dados de entrada - Barra fina de aço-carbono

Parâmetros	Notação	Valores
Comprimento da placa	$L_y(m)$	0,02
Largura da placa	$L_x(m)$	1×10^{-6}
Temperatura inicial	$T_\infty(^{\circ}C)$	300
Temperatura do meio na extremidade 1	$T_{\infty 1}(^{\circ}C)$	35
Temperatura do meio na extremidade 2	$T_{\infty 2}(^{\circ}C)$	35
Difusividade térmica do aço	$\alpha_{aco}(m^2/s)$	$18,8 \times 10^{-6}$
Coeficiente de condutividade térmica do aço	$k_{aco}(W/m^{\circ}C)$	63,9
Coeficiente de troca térmica	$h_0(W/m^2^{\circ}C)$	100
Duração	$t(s)$	1000

Fonte: [Araújo e Garcia \(2013\)](#).

Os resultados deste teste mostraram que as duas soluções estão condizentes, desta forma um problema unidimensional em regime transiente com apenas um material pode ser modelado através do código em verificação. O gráfico plotado na Figura 10 expressa o perfil de temperatura em $y = 0,004m$ durante um período de 1000s. O erro RMS para este teste foi de $1,2532^{\circ}C$, que corresponde a um valor baixo para o problema físico estudado devido as incertezas nas medições e considerações existentes na modelagem.

Figura 10 – Teste 2 - Perfil de temperaturas em $y = 0,004m$

4.1.3 Problema Unidimensional com Dois Materiais - Teste 3

No terceiro teste, descrito em [Abreu \(2011\)](#), foi adicionado um segundo material com intuito de verificar a interface de contato. Para reduzir o problema geral ao problema teste foi necessário apenas considerar um dos lados de cada placa muito pequeno em relação ao outro, de forma que o problema possa ser considerado com uma única dimensão espacial.

A Figura 11 mostra uma barra composta por dois materiais formando uma interface

de contato. Conforme apresentado na ilustração, nas extremidades 1 e 2 ocorre transferência de calor por convecção, além de um fluxo de calor constante imposto na extremidade 2.

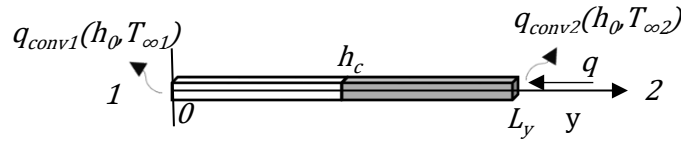


Figura 11 – Teste 3 - Problema físico

Neste teste, foi selecionado três cenários a partir da combinação de três materiais tomados dois a dois, na Tabela 3 estão apresentados os dados usados no teste.

Tabela 3 – Dados de entrada - Barra fina com dois materiais

Parâmetros	Notação	Valores
Comprimento das placas	$L_y(m)$	0,005
Largura das placas	$L_x(m)$	1×10^{-6}
Temperatura inicial	$T_\infty(^{\circ}C)$	25
Temperatura do meio na extremidade da placa 1	$T_{\infty 1}(^{\circ}C)$	25
Temperatura do meio na extremidade da placa 2	$T_{\infty 2}(^{\circ}C)$	30
Difusividade térmica do nylon	$\alpha_{nylon}(m^2/s)$	$1,26 \times 10^{-6}$
Difusividade térmica do isopor	$\alpha_{isopor}(m^2/s)$	4×10^{-7}
Difusividade térmica do latão	$\alpha_{latao}(m^2/s)$	$3,39 \times 10^{-5}$
Coeficiente de condutividade térmica do nylon	$k_{nylon}(W/m^{\circ}C)$	0,24
Coeficiente de condutividade térmica do isopor	$k_{isopor}(W/m^{\circ}C)$	0,027
Coeficiente de condutividade térmica do latão	$k_{latao}(W/m^{\circ}C)$	110
Coeficiente de troca térmica	$h_0(W/m^2)^{\circ}C)$	100
Fluxo de calor	$q(W/m^2)$	1000

Fonte: Abreu (2011).

No primeiro cenário feito, o material utilizado nas duas barras foi o nylon, a análise foi feita após atingir o regime permanente e com duas intensidades de condutância térmica na interface de contato ($h_c = 1 \times 10^3 W/m^2^{\circ}C$ e $h_c = 1 \times 10^{-4} W/m^2^{\circ}C$) buscando identificar a sensibilidade da solução na interface.

Na Figura 12a com $h_c = 1 \times 10^3 W/m^2^{\circ}C$, pode ser visto um pequeno desvio das duas soluções, sendo a maior diferença observada na extremidade da barra 1, onde faz contato com a barra 2 e na extremidade da barra 2, onde é imposto o fluxo de calor. No gráfico apresentado pela Figura 12b não é possível visualizar diferenças significativas.

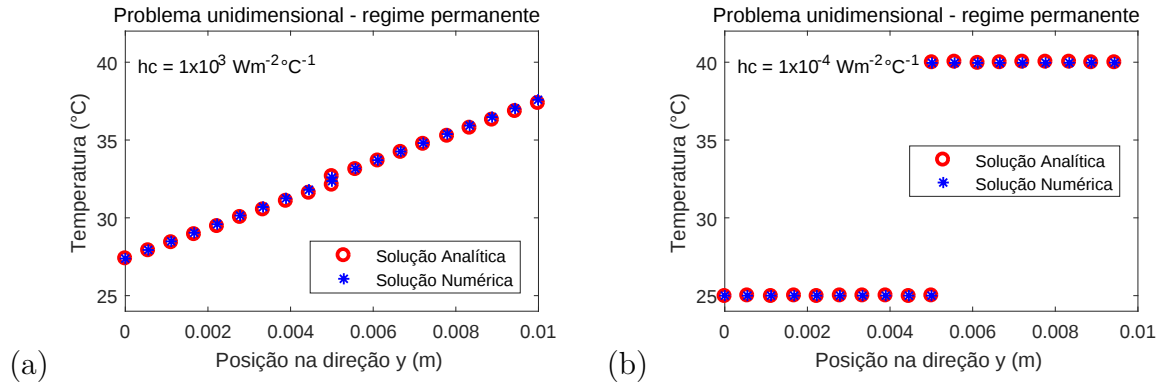


Figura 12 – Teste 3 - Caso 1: perfil de temperatura: (a) condutância térmica alta; (b) condutância térmica baixa

No segundo cenário os materiais usados foram isopor e nylon nas barras 1 e 2, respectivamente. A principal motivação deste caso foi averiguar o comportamento da solução em relação as propriedades distintas dos materiais, além da precisão em relação ao tempo, à vista disso, o regime usado foi o transiente. Considerou-se para este caso uma TCC próxima de zero ($h_c = 1 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2\text{°C}$) gerando uma condição de isolamento térmico.

Na Figura 13 não há resultado analítico para a barra 1, pois a solução analítica foi obtida considerando que existe um isolamento térmico entre as barras e que só há condução de calor a partir da barra 2, deste modo, a análise se torna restrita aos resultados da barra 2, conforme pode ser visto na Figura 13a. Os pontos representado as duas soluções confirmam a solução proposta neste trabalho.

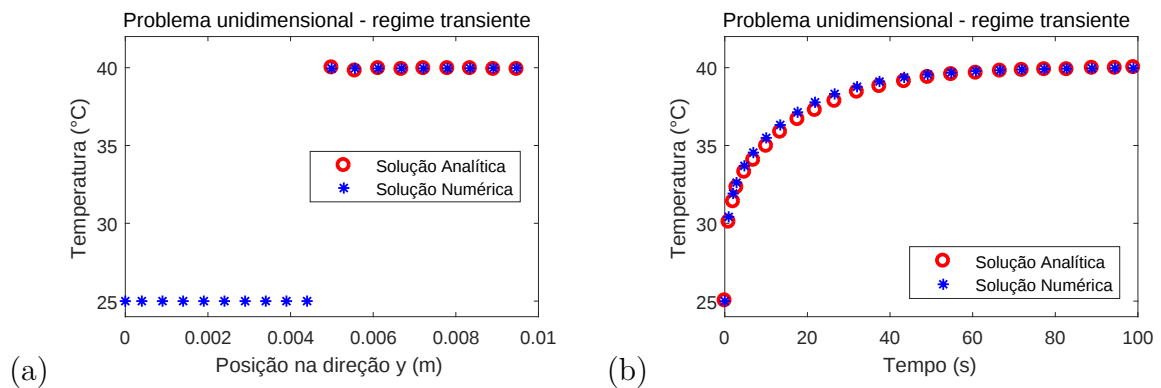


Figura 13 – Teste 3 - Caso 2: perfil de temperatura: (a) no tempo $t = 100 \text{ s}$; (b) na posição $y = 0,005 \text{ m}$

A Figura 13b mostra o perfil de temperatura em função do tempo na posição $y = 0,005 \text{ m}$, neste gráfico é possível notar uma pequena discrepância entre as soluções. Sendo a maior diferença, na ordem de $0,5^\circ\text{C}$, na região entre 4 s e 50 s , depois deste intervalo as soluções tendem ao mesmo resultado.

No último cenário do teste 3, assim como no cenário 2, os materiais utilizados possuem propriedades distintas, porém a barra 1 de isopor foi substituída por latão e a TCC considerada foi um valor alto ($h_c = 1 \times 10^4 W/m^2 \cdot C$) representando uma condição de contato perfeito. Para este caso, o coeficiente de troca térmica na extremidade da barra 1 exposta ao meio externo foi de $h_0 = 10000 W/m^2 \cdot C$, porém para extremidade da barra 2 permanece igual ao mostrado na Tabela 3.

A Figura 14a mostra os resultados do perfil de temperatura para um tempo $t = 50s$, neste gráfico, bem como os resultados representados na Figura 13, o perfil de temperatura para solução analítica estão disponíveis apenas para região onde se localiza a barra 2. As duas soluções foram similares para o cenário descrito, sendo a maior discordância observada graficamente próxima a interface, no entanto a diferença foi inferior a $0,5^\circ C$.

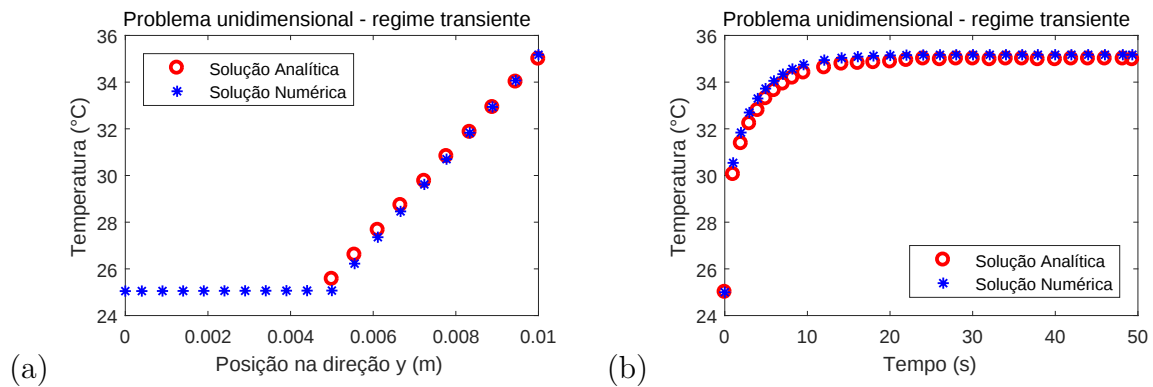


Figura 14 – Teste 3 - Caso 3: perfil de temperatura: (a) no tempo $t = 50s$; (b) na posição $y = 0,005m$

Na Figura 14b, o perfil de temperatura foi plotado em função do tempo para posição $y = 0,005m$, embora seja visualmente observado uma divergência entre as soluções o erro está na ordem de grandeza de $0,5^\circ C$, tal como visto também na Figura 13b.

Os valores referentes aos erros RMSs dos cenários realizados no teste 3 encontram-se na Tabela 4. Pode ser visto que os casos 2 e 3 parte b obtiveram os maiores erros e ambos resultados estão em função do tempo, os resultados com variação no espaço em um tempo que já foi atingido o regime permanente alcançaram menores erros.

Tabela 4 – Erro quadrático médio das temperaturas - $E_{RMSTemp}(^\circ C)$

Material 1-2	Cenário	Parte (a)	Parte (b)
Nylon-Nylon	Caso 1 - Figura 12	0,1330	0,0356
Isopor-Nylon	Caso 2 - Figura 13	0,0699	0,3094
Latão-Nylon	Caso 3 - Figura 14	0,2511	0,2930

4.1.4 Problema Bidimensional - Teste 4

O quarto teste foi baseado no estudo de [Abreu \(2011\)](#) e consiste em um problema com duas dimensões espaciais e uma dimensão temporal. O objetivo desse teste foi averiguar a fidelidade do código com relação a variável espacial adicionada, ou seja, analisar a modelagem do problema na direção do eixo x . A Figura 15 ilustra o problema proposto para o teste 4. Para representar o problema teste através do problema geral foi necessário considerar um contato perfeito entre as placas ($h_c = 1 \times 10^4 W/m^2 \cdot ^\circ C$), de forma que as duas placas possam ser representadas por meio de uma única placa com soma dos comprimentos na direção y .

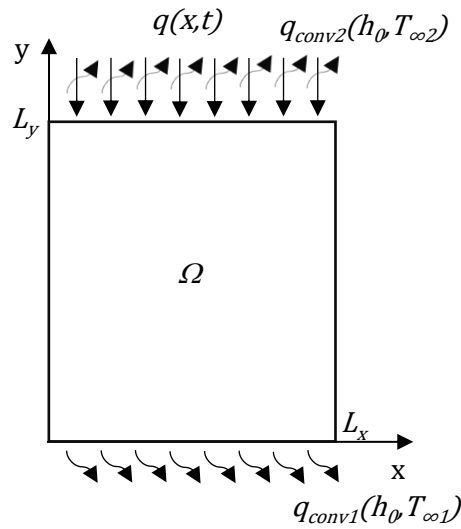


Figura 15 – Teste 4 - Problema físico

Neste problema existe fluxo de calor por convecção nas duas extremidades da placa, e ainda é adicionado um fluxo de calor na extremidade 2 com variação no espaço, porém constante no tempo. Os dados usados no teste estão dispostos na Tabela 5.

Tabela 5 – Dados de entrada - Placas

Parâmetros	Notação	Valores
Comprimento da placa	$L_y(m)$	0,01
Largura da placa	$L_x(m)$	0,1
Temperatura inicial	$T_\infty(^{\circ}C)$	25
Temperatura do meio na extremidade da placa 1	$T_{\infty 1}(^{\circ}C)$	25
Temperatura do meio na extremidade da placa 2	$T_{\infty 2}(^{\circ}C)$	30
Difusividade térmica	$\alpha_{nylon}(m^2/s)$	$1,26 \times 10^{-6}$
Coeficiente de condutividade térmica	$k_{nylon}(W/m^{\circ}C)$	0,24
Coeficiente de troca térmica	$h_0(W/m^2 \cdot ^{\circ}C)$	100
Fluxo de calor para $0 \leq x \leq 0,02$	$q_a(W/m^2)$	1000
Fluxo de calor para $0,02 < x \leq 0,1$	$q_b(W/m^2)$	0

Fonte: [Abreu \(2011\)](#).

A Figura 16 ilustra os resultados do quarto teste divididos em duas partes, a primeira observando a variação da temperatura ao longo da direção x após atingir o regime permanente (Figura 16a) e a segunda visualizando a variação da temperatura no decorrer do tempo em um ponto da placa definido (Figura 16b).

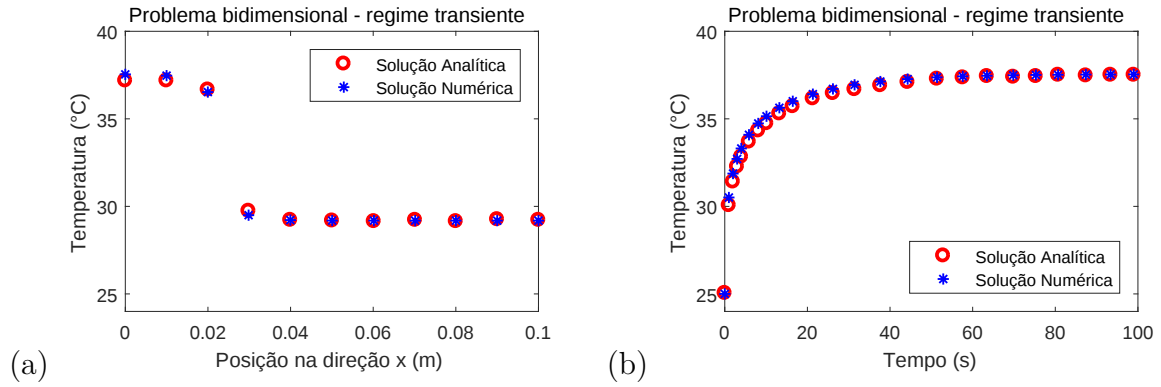


Figura 16 – Teste 4 - Perfil de temperatura: (a) no tempo $t = 100s$ e na posição $y = L_y$; (b) na posição $y = L_y$ e $x = 0$

Nos dois gráficos a maior diferença entre as soluções foi inferior a $0,5^\circ C$, esta diferença pode ser observada na Figura 16a em x próximo de zero e na Figura 16b no intervalo de tempo entre $t = 0s$ e $t = 40s$, os erros (RMS) foram iguais a $0,1638^\circ C$ e $0,2754^\circ C$, respectivamente.

4.2 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA

Nesta seção deseja-se analisar e definir a malha que será usada para encontrar a solução do problema inverso, com isso a busca pela malha otimizada foi dividida em duas partes: primeiro encontrar o número de nós na direção y que proporcione uma boa aproximação dos resultados e na sequência, do mesmo modo, o número de nós na direção x .

A Figura 17 mostra como os nós foram dispostos a partir de uma quantidade definida de nós (ny). Observa-se que na junção dos dois materiais foi adotado um ponto $ny/2$ na extremidade de um material e um ponto $ny/2 + 1$ na extremidade do outro material, isso leva a escolha de ny ser um número par visando que a divisão resulte em um número inteiro.

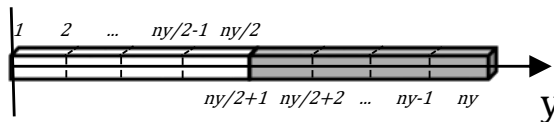


Figura 17 – Discretização na direção y

A análise de convergência foi feita com os testes realizados na seção anterior (4.1). Sendo, os testes 1, 2 e 3 usados para definir ny e o teste 4 para determinar nx .

As Tabelas 6, 7 e 8 contêm os resultados das temperaturas para cinco pontos distintos e para malhas aplicadas ao problema teste 1, 2 e 3, respectivamente. As linhas das tabelas representam as temperaturas em cada ponto analisado e as colunas separam os resultados para cada malha utilizada, sendo a última coluna reservada para mostrar a solução analítica.

Conforme pode ser visto na Tabela 6, os resultados do problema teste 1 para diferentes malhas concordam entre si até a segunda casa decimal em todos os cinco pontos, no entanto comparando com a solução analítica o truncamento deve ser feito aproveitando a primeira casa decimal para que as soluções sejam equivalentes.

Tabela 6 – Temperaturas com variação da malha aplicadas ao problema teste 1 - $T(^{\circ}C)$

$T(y) \setminus ny$	8	10	20	30	50	100	Analítica
$T(0,001)$	28,4253	28,4248	28,4251	28,4254	28,4254	28,4255	28,4656
$T(0,003)$	30,4427	30,4423	30,4426	30,4430	30,4430	30,4431	30,4989
$*T(0,005)$	32,4640	32,4636	32,4641	32,4646	32,4646	32,4647	32,5038
$T(0,007)$	34,5145	34,5141	34,5144	34,5148	34,5148	34,5149	34,5337
$T(0,009)$	36,5445	36,5441	36,5444	36,5447	36,5447	36,5447	36,5789

* Temperatura em $ny/2$

Na Tabela 7 foi observado que o refinamento da malha para solução do problema teste 2 não está contribuindo para que a solução tenha uma maior proximidade da solução analítica, pois verificando o resultado no ponto $t = 250s$ percebe-se que a malha mais fina para este ponto obteve o pior resultado. Não é permitido generalizar e tomar como base a avaliação de um único ponto, mas olhando para todos resultados desta tabela não foi possível enxergar uma tendência em direção a solução analítica à medida que a malha fosse refinada.

Tabela 7 – Temperaturas com variação da malha aplicadas ao problema teste 2 - $T(^{\circ}C)$

$T(t) \setminus ny$	8	10	20	30	50	100	Analítica
$T(0)$	300,00	300,00	300,00	300,00	300,00	300,00	300,00
$T(250)$	163,21	162,83	162,14	162,98	162,91	163,63	161,79
$T(500)$	96,80	96,69	96,91	96,76	96,74	96,64	96,31
$T(750)$	64,73	64,88	64,54	64,92	64,87	64,89	64,76
$T(1000)$	49,24	49,25	49,21	49,27	49,25	49,25	49,76

A análise de convergência do teste 3 foi restrito ao primeiro cenário com a utilização da condutância térmica na interface de contato igual a $1 \times 10^3 W/m^2C$. Os resultados

deste teste, assim como os resultados vistos na Tabela 6, permite que o truncamento para todos os pontos com todas as malhas seja feito aproveitando a segunda casa decimal, de forma que as soluções numéricas variando as malhas sejam equivalentes. No entanto, a solução analítica para este problema físico exige que o truncamento seja feito tornando os resultados em números inteiros para que as soluções sejam correspondentes.

Tabela 8 – Temperaturas com variação da malha aplicadas ao problema teste 3 - $T(^{\circ}C)$

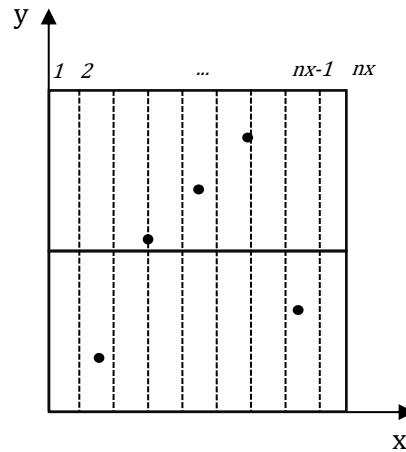
$T(y) \setminus ny$	8	10	20	30	50	100	Analítica
$T(0,001)$	28,3759	28,3754	28,3757	28,3760	28,3760	28,3761	28,3182
$T(0,003)$	30,3643	30,3638	30,3642	30,3646	30,3645	30,3647	30,2390
$*T(0,005)$	32,3565	32,3560	32,3566	32,3571	32,3570	32,3572	32,1180
$T(0,007)$	34,5929	34,5925	34,5929	34,5933	34,5933	34,5934	34,5431
$T(0,009)$	36,5939	36,5935	36,5938	36,5941	36,5941	36,5942	36,4201

* Temperatura em $ny/2$

As análises de convergência dos testes 1 e 3 mostraram que o refinamento das malhas proporcionaram alterações nos resultados a partir da terceira casa decimal e comparando com a solução analítica foi notado que o erro da solução numérica está em uma ordem de grandeza maior do que a terceira casa decimal, deste modo o refinamento da malha para estes casos não proporciona melhorias nos resultados. O resultado da análise de convergência do teste 2 reafirma que o refinamento das malhas na direção y para os problemas em estudo não representa melhorias significativas, uma vez que os resultados obtidos com as malhas finas não mostraram ser mais próximos a solução analítica quando observado o conjunto como um todo. Assim sendo, o número de nós para direção y foi definido igual a 10 para que seja evitado custo computacional, $ny = 8$ foi eliminado por possuir poucos pontos fora dos contornos.

Neste momento, o foco da análise de convergência é direcionada a definição do número de nós (nx) que discretiza o problema com relação a variável espacial x , a posição dos nós pode ser vista na Figura 18 representada pelas linhas tracejadas e os pontos ilustram os locais selecionados para verificação do comportamento da temperatura.

O teste 4 foi executado variando nx e utilizado um número fixo de nós em y ($ny = 102$), de forma que seja possível identificar a sensibilidade dos resultados quanto ao incremento de nx .

Figura 18 – Discretização na direção x

As temperaturas obtidas com cada malha foram inseridas na Tabela 9, todos os pontos foram analisados após atingir o regime permanente.

Tabela 9 – Temperaturas com variação da malha aplicadas ao problema teste 4 - $T(^{\circ}C)$

$T(x ; y) \setminus nx$	8	10	20	30	50	100
$T(0,01 ; 0,001)$	28,2292	28,0787	28,1522	28,1761	28,1947	28,2081
$T(0,03 ; 0,0055)$	28,0855	27,9251	27,9282	27,9416	27,9586	27,9752
$T(0,05 ; 0,0075)$	28,3593	28,3458	28,3438	28,3436	28,3435	28,3435
$T(0,07 ; 0,0095)$	29,0179	29,0176	29,0176	29,0175	29,0175	29,0174
$T(0,09 ; 0,003)$	26,8144	26,8144	26,8143	26,8143	26,8143	26,8141

Para esta análise de convergência não têm-se os resultados analíticos nos pontos em estudo, no entanto amarrando os resultados foi notado que os três últimos pontos (linhas inferiores da tabela) tendem a um resultado conforme a malha foi sendo refinada, nos dois primeiros pontos existem uma pequena oscilação, porém não foi percebido nenhuma tendência. A discrepância entre os resultados foi sutil comparada ao erro atribuído ao código mostrado na Seção 4.1.4, assim sendo, o valor de nx foi definido vislumbrando atingir um número razoável de pontos de temperaturas na direção do eixo x , uma vez que a variação da condutância térmica na interface de contato, deste trabalho, é em função de x , em contrapartida tomou-se ciência para que o esforço computacional não fosse incrementado demasiadamente, além de buscar um número que proporcione um valor para Δx sem grandes perdas por arredondamento, desta forma, nx foi definido igual a 21.

4.3 SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO PELO *UNSCENTED KALMAN FILTER*

Nesta seção serão apresentados os resultados encontrados visando identificar falhas na interface de contato de um compósito laminado por meio da identificação de uma condutância térmica de contato em quatro casos distintos. Para tanto, os dados utilizados se basearam nos estudos realizados por [Abreu *et al.* \(2014\)](#) e [Colaço e Alves \(2015\)](#).

Neste trabalho, foram utilizadas medidas de temperaturas simuladas adquiridas a partir da solução do problema direto e subsequente foram inseridos ruídos com desvio padrão definido. A solução do problema direto advém do método das linhas o qual requer a definição de uma malha, desta forma foram usadas malhas distintas para obtenção das medidas simuladas e para estimar a condutância térmica na interface de contato, sendo a malha para simular as temperaturas medidas mais refinada com aproximadamente o dobro de nós em cada direção. Espera-se desta forma evitar o chamado crime inverso ([KAPIO; SOMERSALO, 2007](#)).

Na Tabela 10 são mostradas as propriedades termofísicas dos materiais adotados para os testes, bem como as dimensões, entre outros parâmetros que modelam o problema físico geral.

Tabela 10 – Dados de entrada para o problema geral

Parâmetros	Notação	Valores
Comprimento das placas	$L_y(m)$	0,04
Largura das placas	$L_x(m)$	0,1
Temperatura inicial	$T_\infty(^{\circ}C)$	25
Temperatura do meio na extremidade da placa 1	$T_{\infty 1}(^{\circ}C)$	25
Temperatura do meio na extremidade da placa 2	$T_{\infty 2}(^{\circ}C)$	25
Difusividade térmica do aço AISI 1050	$\alpha_{aco2}(m^2/s)$	$1,474 \times 10^{-5}$
Difusividade térmica do titânio	$\alpha_{titanio}(m^2/s)$	$9,32 \times 10^{-6}$
Coefficiente de condutividade térmica do aço AISI 1050	$k_{aco2}(W/m^{\circ}C)$	54
Coefficiente de condutividade térmica do titânio	$k_{titanio}(W/m^{\circ}C)$	21,9
Coefficiente de troca térmica	$h_0(W/m^2)^{\circ}C)$	10
Fluxo de calor	$q(W/m^2)$	20000
Ruídos nas medições em relação ao tempo	$\sigma_t(^{\circ}C)$	1
Ruídos nas medições em relação ao espaço	$\sigma_{xy}(^{\circ}C)$	0,2
Intervalo entre as medições	$\Delta t(s)$	30
Tempo final	$t_f(s)$	1500

Fonte: [Abreu *et al.* \(2014\)](#) e [Colaço e Alves \(2015\)](#).

Os casos foram definidos com características específicas para averiguar o comportamento dos métodos utilizados. Dois dos quatro casos escolhidos possuem uma variação abrupta na condutância térmica de contato, onde um deles contém uma grande região

resistente a transferência de calor, com condutividade nula, representando uma falha e o outro possui duas regiões menores com baixas condutividades térmicas, conforme pode ser visto na Figura 19.

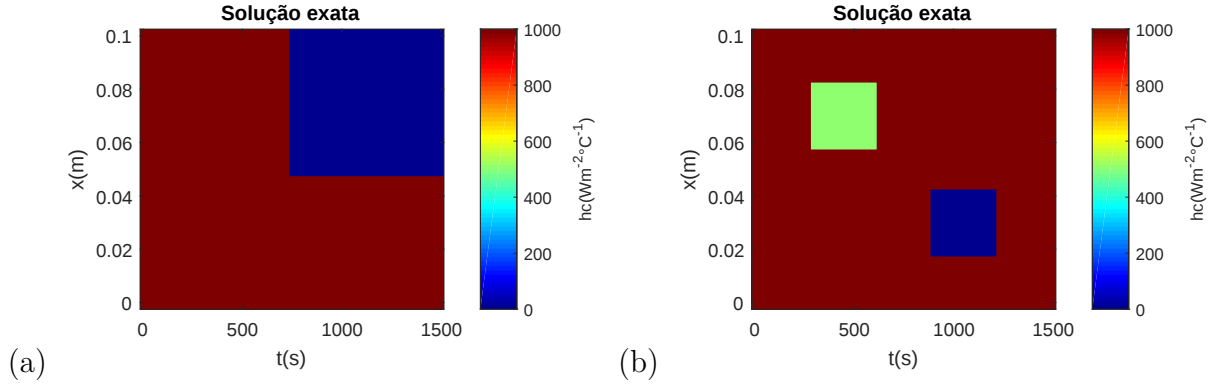


Figura 19 – Condutância térmica na interface de contato exata: (a) caso 1; (b) caso 2

As soluções exatas para os cenários supracitados podem ser obtidas pelas Equações 4.2 e 4.3.

$$h_c(t, x) = \begin{cases} 0, & \text{se } t \geq \frac{t_f}{2} \text{ e } x \geq \frac{L_x}{2} \\ 1000, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.2)$$

$$h_c(t, x) = \begin{cases} 0, & \text{se } \frac{3t_f}{5} \leq t \leq \frac{4t_f}{5} \text{ e } \frac{L_x}{5} \leq x \leq \frac{2L_x}{5} \\ 500, & \text{se } \frac{t_f}{5} \leq t \leq \frac{2t_f}{5} \text{ e } \frac{3L_x}{5} \leq x \leq \frac{4L_x}{5} \\ 1000, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.3)$$

A variação na condutância térmica nos casos 3 e 4 ocorre de forma suave, sendo o caso 3 com variação abrangendo quase todo o domínio chegando a atingir em um ponto condutividade térmica mínima de $500 \text{ Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ e o caso 4 se caracteriza por possuir três pontos de falha, onde dois deles se encontram próximos as extremidades em relação a direção x e uma região de falha no interior do domínio, como pode ser observado na Figura 20.

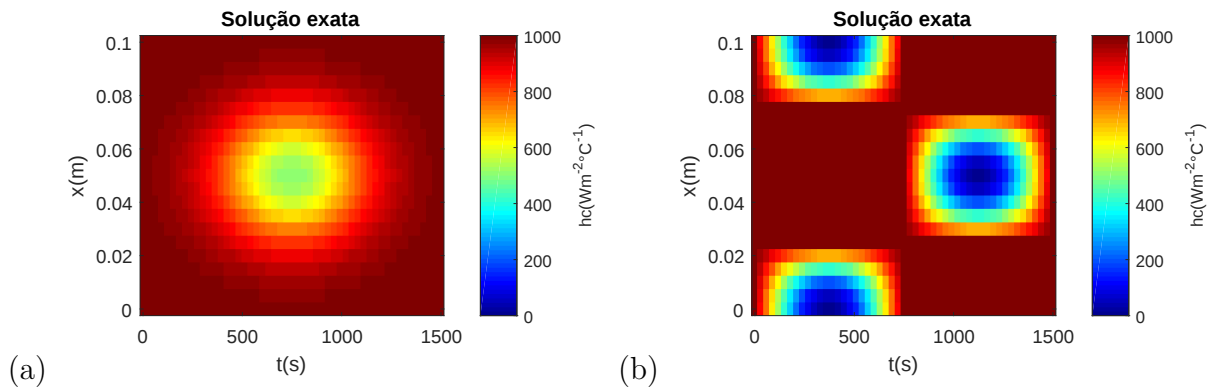


Figura 20 – Condutância térmica na interface de contato exata: (a) caso 3; (b) caso 4

As Equações 4.4 e 4.5 descrevem os gráficos mostrados na Figura 20.

$$h_c(t, x) = 1000 - 500 \exp \left(- \left(\frac{4x}{L_x} - 2 \right)^2 - \left(\frac{4t}{t_f} - 2 \right)^2 \right) \quad (4.4)$$

$$h_c(t, x) = \begin{cases} 1000 - 1000 \left(\cos \left(\frac{2\pi x}{L_x} - \pi \right) \sin \left(\frac{2\pi t}{t_f} - \pi \right) \right), & \text{se } K \geq 0 \\ 1000, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.5)$$

onde, $K = \cos \left(\frac{2\pi x}{L_x} - \pi \right) \sin \left(\frac{2\pi t}{t_f} - \pi \right)$

Nos primeiros testes realizados os materiais considerados foram aço AISI 1050 e titânio para as placas 1 e 2, respectivamente, todos os dados de entrada estão dispostos na Tabela 10, assim como as propriedades termofísicas desses materiais.

Os ruídos aplicados nas temperaturas simuladas foram gerados através de uma distribuição normal, na qual o desvio padrão em relação ao tempo foi de 1°C e em relação ao espaço de $0,2^\circ\text{C}$.

As Figuras 21 e 22 mostram os resultados para os quatro casos em estudo. Fazendo apenas uma avaliação gráfica não foi possível observar diferenças significativas entre os resultados para cada caso, em todos pode ser perfeitamente identificado as regiões com menores valores de condutância térmica, indicando presença de falha. No entanto, a geometria formada no gráfico da Figura 22a, devido a variação da condutância térmica, não ficou bem delimitada comparada com as demais.

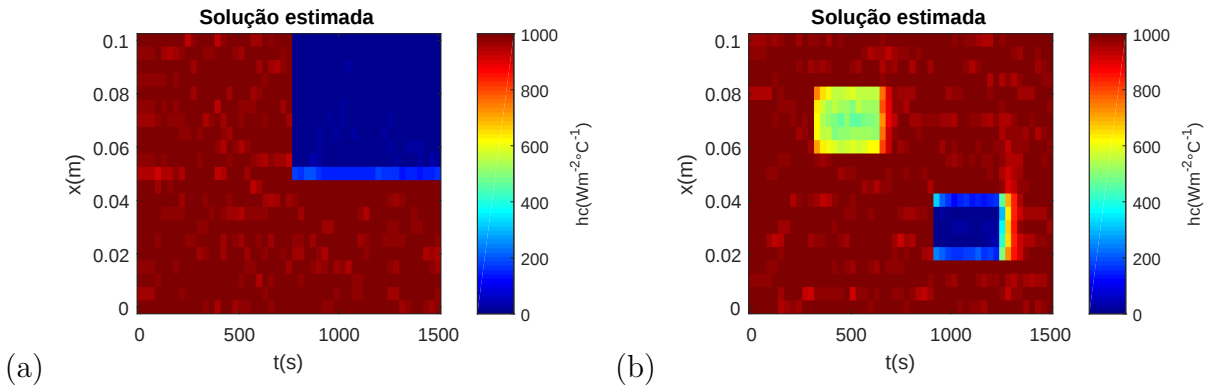


Figura 21 – Condutância térmica na interface de contato estimada: (a) caso 1; (b) caso 2

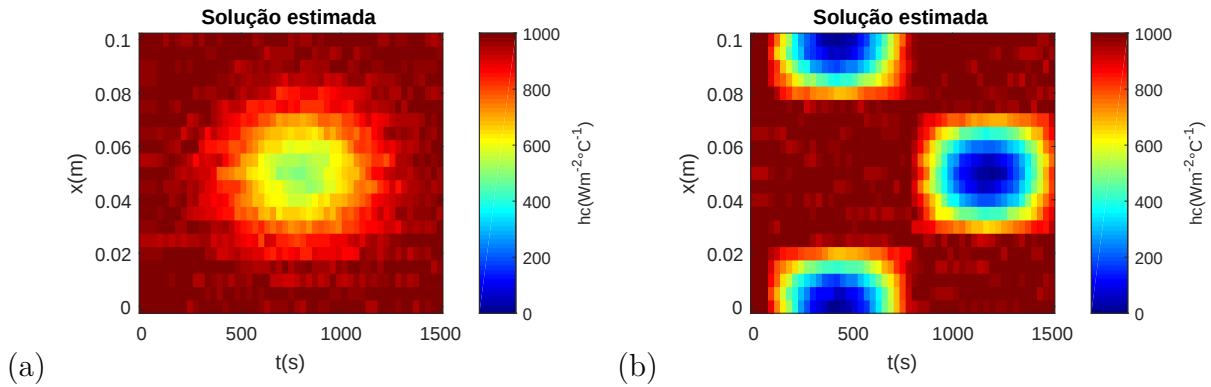


Figura 22 – Condutância térmica na interface de contato estimada: (a) caso 3; (b) caso 4

Embora os resultados tenham sido bastante promissores, a solução estimada possui um desvio comparada a solução exata e para computar este desvio foi usado o erro quadrático médio.

A Tabela 11 mostra os erros (RMS) para cada caso. Nos problemas com variação suave na condutância térmica foi notado resultados com menores erros, embora os resultados dispostos de forma gráfica não evidenciassem essa maior proximidade da solução exata.

Tabela 11 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes base - $E_{RMS h_c} (Wm^{-2}C^{-1})$

Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
109,1	123,4	32,0	78,0

As Figuras 23 e 24 contêm os gráficos de temperaturas encontradas a partir da solução do problema direto usando a condutância térmica de contato exata e estimada para os quatro casos apresentados. Nos gráficos foram plotadas as temperaturas no tempo final ($t = 1500s$) e em $x = L_x$.

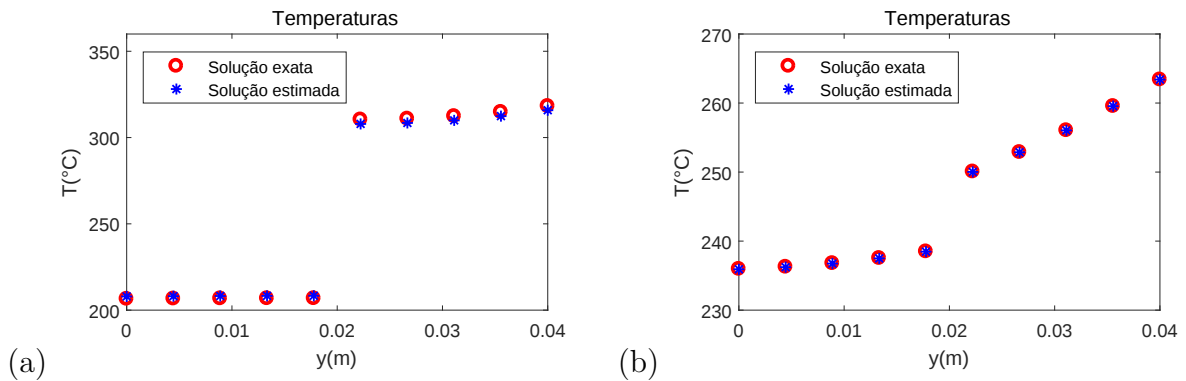


Figura 23 – Perfil de temperatura no tempo $t = 1500s$ e na posição $x = L_x$: (a) caso 1; (b) caso 2

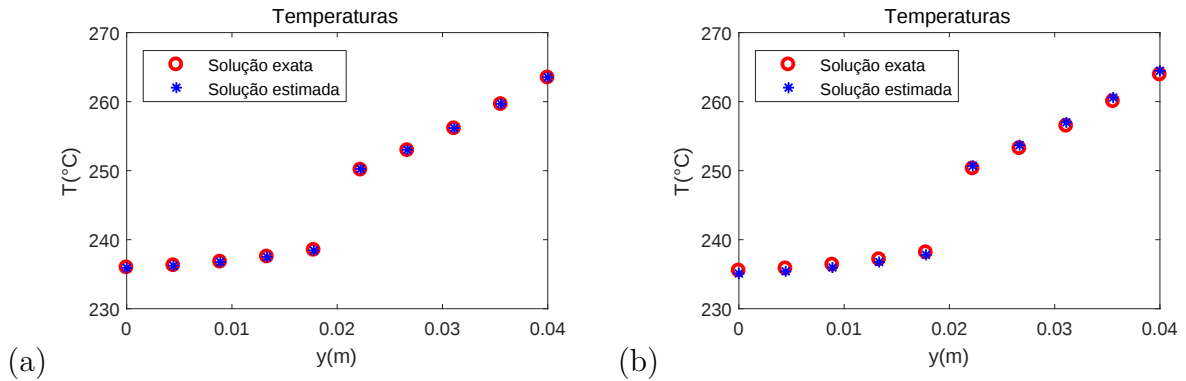


Figura 24 – Perfil de temperatura no tempo $t = 1500s$ e na posição $x = L_x$: (a) caso 3; (b) caso 4

Pode-se observar uma boa concordância entre os resultados, uma vez que a solução estimada quase se sobrepõe à solução exata quando expostas graficamente. A grande proximidade entre as soluções pode ser comprovada através dos baixos erros RMSs apresentados na tabela 12. Embora, o erro RMS para o caso 1 tenha se mostrado significativamente maior comparado aos demais, ainda foi considerado um baixo valor devido às incertezas intrínsecas ao problema estudado.

Tabela 12 – Erro quadrático médio da temperatura para os testes base - $E_{RMSTemp}(^{\circ}C)$

Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1,9939	0,0287	0,0612	0,4440

4.3.1 Influência das Propriedades Termofísicas dos Materiais

A seguir serão apresentados os resultados dos testes variando os materiais usados em cada placa e consequentemente alternando suas propriedades termofísicas. Os testes foram definidos através da combinação de três materiais: aço AISI 1050, inonel e epóxi com fibra de grafite, suas propriedades podem ser vistas na Tabela 13, com exceção das propriedades do aço que foram apresentadas na Tabela 10.

Tabela 13 – Propriedades termofísicas dos materiais inonel e epóxi com fibra de grafite

Parâmetros	Notação	Valores
Difusividade térmica do inonel	$\alpha_{inonel}(m^2/s)$	$3,428 \times 10^{-6}$
Difusividade térmica do epóxi	$\alpha_{epoxi}(m^2/s)$	$0,66 \times 10^{-6}$
Coefficiente de condutividade térmica do inonel	$k_{inonel}(W/m^{\circ}C)$	14
Coefficiente de condutividade térmica do epóxi	$k_{epoxi}(W/m^{\circ}C)$	0,87

Fonte: Abreu *et al.* (2014) e Colaço e Alves (2015).

Para o caso 2 foram feitos dois testes, sendo o primeiro utilizando aço para a placa 1 e inonel para a placa 2 e o segundo com inonel para ambas as placas, os demais parâmetros de entrada foram mantidos.

Os resultados dos testes realizados para o caso 2 mostrados nas Figuras 25a e 25b não obtiveram diferenças significativas comparados entre si e com o resultado visto na Figura 21b, assim como a magnitude dos erros calculados foram semelhantes, como pode ser observado comparando as Tabelas 11 e 14.

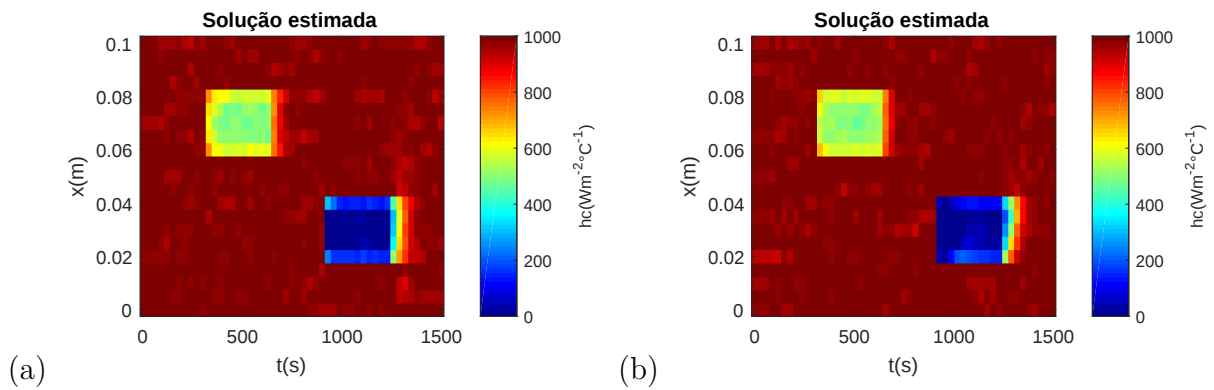


Figura 25 – Condutância térmica na interface de contato estimada: (a) caso 2: aço e inonel; (b) caso 2: inonel e inonel

No caso 3, foi adotado épxi com fibra de grafite para o teste em que foi utilizado o mesmo material para as duas placas.

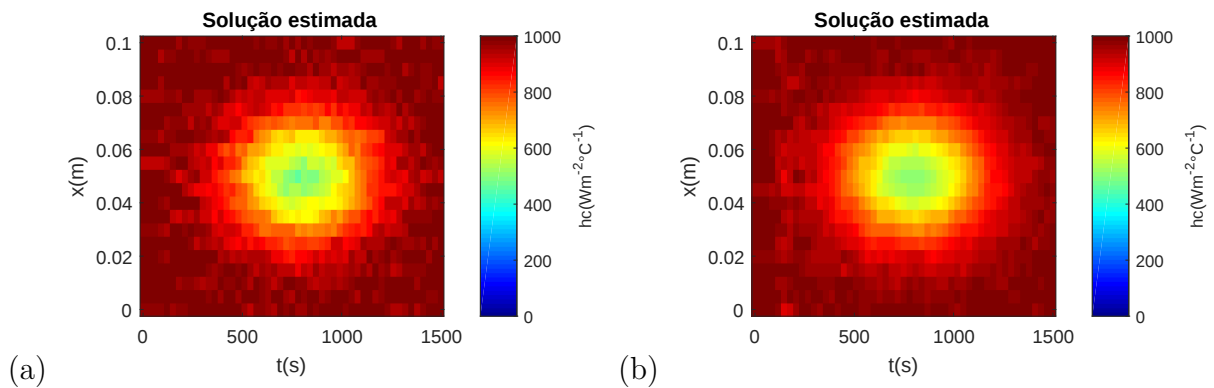


Figura 26 – Condutância térmica na interface de contato estimada: (a) caso 3: aço e inonel; (b) caso 3: épxi e épxi

Nos resultados para este caso foi observado que o material épxi com fibra de grafite, que contém uma condutividade térmica menor do que os materiais aço e inonel, apresentou maior proximidade da solução exata, podendo isto ser notado tanto na representação gráfica quanto nos valores de erros RMSs.

Tabela 14 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes com diferentes materiais - $E_{RMS h_c} (Wm^{-2}C^{-1})$

Cenário	Parte (a)	Parte (b)
Caso 2 - Figura 25	124,7	128,9
Caso 3 - Figura 26	31,9	25,5

No caso 2 não foi possível realizar alguns testes com materiais que possuem baixas condutividades térmicas, pois o código resultou em divisão por matrizes que não eram positivas definidas, caracterizando em uma limitação do método UKF. Este tipo de erro não é incomum ao método, na literatura pode ser encontrado alguns artigos que propõem técnicas para mitigar esta limitação, como exemplo: [Julier \(2002\)](#), [Qi et al. \(2016\)](#). No caso 3 esta restrição não foi observada e isto talvez seja devido a suavidade na transição da condutividade térmica, além de uma menor variação, uma vez que esta variação no caso 3 foi máxima de $500Wm^{-2}C^{-1}$ enquanto no caso 2 chegou a $1000Wm^{-2}C^{-1}$.

4.3.2 Variação das Dimensões das Placas

Nesta subseção serão dispostos os testes considerando menores as dimensões das placas, sendo: $L_x = 0,05m$ e $L_y = 0,02m$. Vale ressaltar que o problema direto foi resolvido através do método das linhas que consiste em um método de diferenças finitas especial, desta forma o erro implícito na solução é dependente de Δx e Δy (espaçamentos das malhas), sabendo que o número de nós foi mantido, a redução do tamanho da placa implica na redução de Δx e Δy , ou seja, altera o erro proveniente da solução do problema direto.

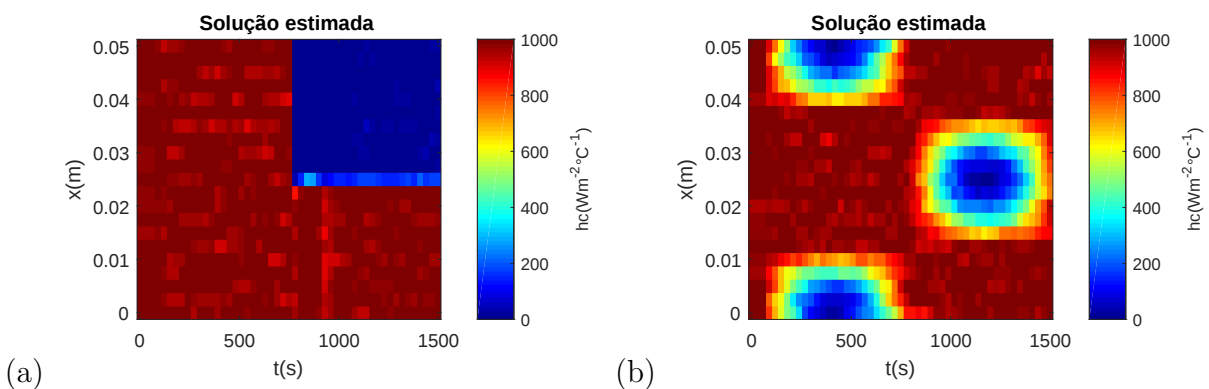


Figura 27 – Condutância térmica na interface de contato estimada para $L_x = 0.05m$ e $L_y = 0.02m$: (a) caso 1; (b) caso 4

Na Figura 27 foram plotados os gráficos da solução estimada para os testes com as dimensões reduzidas. Os resultados apontaram uma menor precisão comparado com os casos utilizando dimensões maiores, no entanto não pode ser afirmado que o erro é inversamente proporcional à dimensão, pois com dimensões maiores e mantendo o número

de nós pode ser alcançado valores para Δx e Δy que não permitem a convergência da solução do problema direto. A Tabela 15 mostra os erros (RMS) para os testes supracitados.

Tabela 15 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes com diferentes dimensões - $E_{RMS} h_c (W m^{-2} C^{-1})$

Caso 1 - Figura 27a	136,9
Caso 4 - Figura 27b	78,3

4.3.3 Influência dos Ruídos nas Medições das Temperaturas

Para verificar a robustez do método empregado quanto aos ruídos nas medições de temperaturas foram feitos testes para os casos 2 e 4 variando a magnitude dos ruídos. Os ruídos foram inseridos nas temperaturas simuladas segundo uma distribuição Gaussiana, cujo desvio padrão em relação ao tempo foi de $3^\circ C$ e referente ao espaço de $0,3^\circ C$, representando a precisão e a sensibilidade de uma câmera infravermelho, respectivamente. Embora o ruído mencionado seja exacerbado para a tecnologia vigente, a ideia foi explorar a eficácia do *Unscented Kalman Filter*.

Nas Figuras 28a e 29a contêm os gráficos da condutância térmica estimada utilizando medidas de temperaturas simuladas sem ruídos, enquanto as Figuras 28b e 29b mostram os resultados dos testes feitos a partir das medidas simuladas com ruídos.

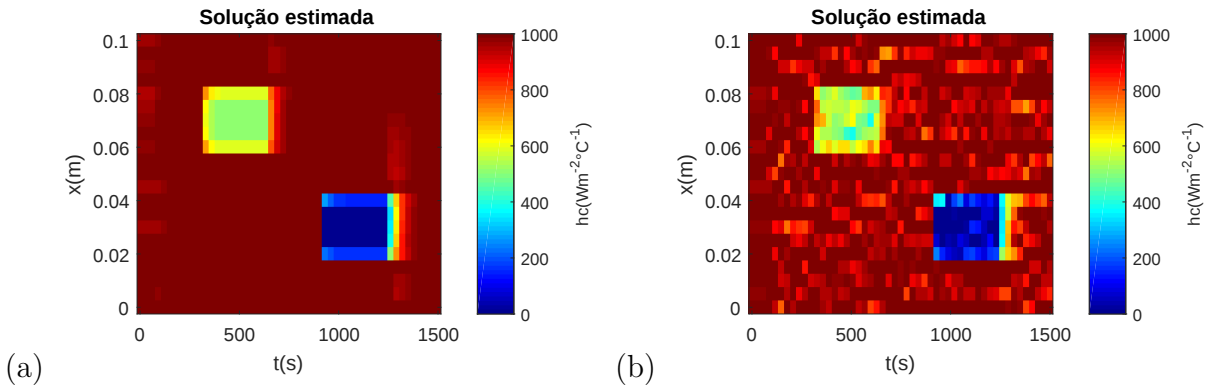


Figura 28 – Condutância térmica na interface de contato estimada - Caso 2: (a) sem ruídos; (b) com ruídos: $\sigma_t = 3^\circ C$ e $\sigma_{xy} = 0,3^\circ C$

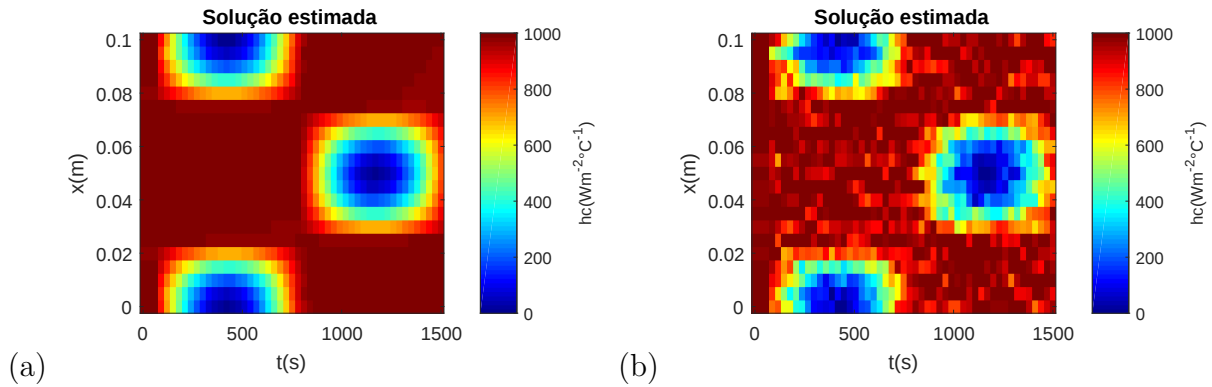


Figura 29 – Condutância térmica na interface de contato estimada - Caso 4: (a) sem ruídos; (b) com ruídos: $\sigma_t = 3^\circ C$ e $\sigma_{xy} = 0,3^\circ C$

Os resultados obtiveram erros gradativos, sendo os valores dos erros RMSs crescentes de acordo com os ruídos aplicados, como pode ser notado nas Tabelas 16 e 11. Esta última mostra os erros RMSs para os testes feitos com ruídos cujo $\sigma_t = 2^\circ C$ e $\sigma_{xy} = 0,08^\circ C$. Apesar da solução ser afetada negativamente pelo incremento dos ruídos, a solução estimada para altos valores de ruídos ainda pode ser considerada satisfatória, conforme pode ser observado através da análise gráfica.

Tabela 16 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes com variação dos ruídos - $E_{RMS h_c} (Wm^{-2}C^{-1})$

Cenário	Parte (a)	Parte (b)
Caso 2 - Figura 28	121,5	155,7
Caso 4 - Figura 29	72,6	112,1

4.3.4 Detecção das Falhas *On-line* x *Off-line* - Espaçamento entre as Medições

Neste trabalho foi considerado como detecção *on-line* se o tempo gasto para obter a estimativa das falhas em cada ciclo for inferior ao intervalo de tempo entre cada medição de temperatura, caso contrário foi considerado como detecção *off-line*.

Até o momento, as medições de temperaturas foram feitas com espaçamento de $\Delta t = 30s$ para todos os testes apresentados. Posto isto, para que a detecção das falhas seja *on-line* é necessário que o tempo computacional gasto em cada ciclo seja inferior a $30s$, conforme a consideração supracitada.

Nos quatro casos definidos o problema físico foi delimitado a um tempo total de $1500s$, deste modo há 50 ciclos em cada teste. No entanto, nos testes apresentados a seguir estipulou-se um intervalo entre as medições de $\Delta t = 15s$, resultando em 100 ciclos.

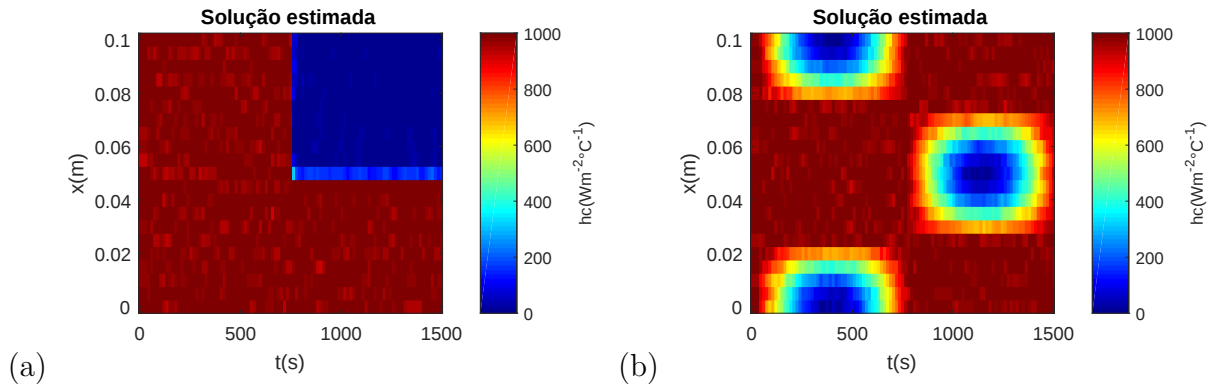


Figura 30 – Condutância térmica na interface de contato estimada para $\Delta t = 15s$: (a) caso 1; (b) caso 4

Na Figura 30 está representado os resultados referentes aos casos 1 e 4 para $\Delta t = 15s$. Fazendo uma análise tanto gráfica quanto do erro RMS, que está disposto na Tabela 17, foi percebido uma melhor aproximação da solução exata com a redução do tempo entre as medições, o que se deve ao aumento do número medições realizadas.

Tabela 17 – Erro quadrático médio da condutância térmica para os testes com variação dos intervalos de medição - $E_{RMS}h_c(Wm^{-2}C^{-1})$

Caso 1 - Figura 30a	81,2
Caso 4 - Figura 30b	44,5

Na Tabela 18 foi inserido o esforço computacional total para cada teste mencionado na Seção 4.3, os tempos gastos mostrados na tabela foram vinculados aos gráficos que contêm os resultados para os testes, desta forma a primeira coluna e a primeira linha da tabela identificam a localização de cada gráfico.

Tabela 18 – Tempo computacional total - $tempo(s)$

Teste	Parte (a)	Parte (b)
Figura 21	673	657
Figura 22	656	657
Figura 25	652	634
Figura 26	653	595
Figura 27	682	685
Figura 28	661	655
Figura 29	680	681
Figura 30	1273	1304

O tempo total gasto atingiu no máximo 1304s dentre todos testes realizados, conforme pode ser visto na Tabela 18, isto significa que todos os resultados foram obtidos

de forma *on-line*, uma vez que o tempo limite total definido para o problema foi de $t_f = 1500s$. Vale ressaltar que os algoritmos foram construídos no *software* MATLAB R2013b e executados em uma máquina com processador Intel Core i5 e com 8GB de memória *Random Access Memory* (RAM) , visto que a configuração da máquina e a linguagem de programação em que os códigos são escritos influenciam diretamente no tempo computacional gasto.

O problema inverso de condução de calor utilizado no estudo realizado por [Colaço e Alves \(2015\)](#) foi delimitado em um tempo total de $t_f = 600s$, desde modo aplicando o algoritmo deste estudo ao problema físico do trabalho destes autores os resultados seriam obtidos de forma *off-line*, pois o tempo total médio de todos os testes aqui realizados resulta em 659s quando considerado o número de ciclos igual a 50 (intervalo entre as medições de 30s), ou seja, se mantido o número de ciclos e o número de nós das malhas o esforço computacional se aproximaria desta média, sendo superior a 600s. Entretanto, um intervalo entre as medições maior que 30s implicaria na redução do número de ciclos de forma inversamente proporcional levando a um menor custo computacional, porém com resultados menos precisos.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi estimada a condutância térmica na interface de contato de um compósito laminado por meio da técnica de problemas inversos, para tanto foi utilizado o método das linhas para solucionar o problema direto e o filtro Bayesiano *Unscented Kalman Filter* para obter a solução do problema inverso. O intuito desta estimativa foi identificar falhas de adesão entre as camadas de um material composto, uma vez que a resistência ao fluxo de calor na interface está diretamente relacionada às imperfeições na adesão entre os materiais.

Com o propósito de verificar o código utilizado na solução do problema direto foi feita a verificação do algoritmo através de problemas previamente resolvidos disponíveis na literatura. Foram feitos testes unidimensionais e bidimensionais empregando os regimes permanente e transiente, além de considerar diferentes valores para TCC a fim de mapear a construção do código na interface. Mediante aos resultados encontrados o código foi condizente com àqueles disponíveis na literatura, pois as diferenças entre as soluções podem ser consideradas pequenas, dado que a metodologia utilizada obtém soluções aproximadas.

Para testar a solução do problema inverso foram definidos dezesseis casos teste com objetivo de explorar o maior número de cenários possibilitando averiguar a eficácia do método, bem como suas limitações. Deste modo, nos testes escolhidos avaliou-se: i) os materiais que constituem o compósito; ii) as dimensões das placas; iii) os ruídos aplicados nas medidas simuladas; iv) o tempo total em análise do problema físico; v) o intervalo de tempo entre as medições.

De acordo com os resultados dos testes realizados analisando a influência termofísica dos materiais foi notado que a baixa condutividade térmica pode contribuir para um resultado mais preciso, no entanto em um dos cenários não foi possível utilizar o material epóxi com fibra de grafite que possui baixa condutividade térmica, essa limitação talvez se deva à variação abrupta na condutância térmica na interface de contato definida para este cenário.

Em relação ao tamanho do compósito a melhor aproximação ocorreu para as placas com maiores dimensões, no entanto não é possível generalizar essa afirmativa, pois com placas maiores e mantendo o número de nós da malha pode ser atingido valores para Δx e Δy que não garantam a convergência da solução do problema direto.

A robustez do método quanto aos ruídos foi satisfatória, pois empregando diferentes magnitudes de ruídos foi observado que os desvios entre os resultados estimados e exato foram baixos mesmo quando utilizados medidas com altos valores de ruídos.

Variando o tempo total e o espaçamento entre as medições foi visto que a solução estimada se torna mais próxima da solução exata com um maior número de medições, ou seja, com maior número de ciclos, no entanto aumentando o número de ciclos exige um esforço computacional maior, logo obter os resultados de forma *on-line* fica atrelado a estas variáveis.

De forma geral, o trabalho mostrou que apesar de algumas limitações encontradas, o *Unscented Kalman Filter* junto com o método das linhas pode ser usado de forma eficiente para estimar falhas de adesão na interface de contato de um compósito laminado.

Sugere-se que outros temas relacionados sejam explorados. Sendo assim, são recomendados os tópicos listados a seguir para trabalhos futuros.

- Expandir o presente trabalho para um problema físico tridimensional;
- Utilizar outros métodos que permitam um menor custo computacional;
- Aplicar algumas técnicas já disponíveis na literatura a fim de eliminar as limitações da metodologia utilizada neste estudo;
- Realizar um estudo experimental usando medidas reais para estimar a condutância térmica de contato.

REFERÊNCIAS

- ABREU, L. A.; ORLANDE, H. R. B.; KAPIO, J.; KOLEHMAINEN, V.; COTTA, R. M.; QUARESMA, J. N. N. Identification of contact failures in multilayered composites with the markov chain monte carlo method. *Journal of Heat Transfer*, ASME, v. 136, n. 10, out. 2014. Disponível em: <<http://heattransfer.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1860397>>. Citado 3 vezes nas páginas 18, 49 e 53.
- ABREU, L. A.; ORLANDE, H. R. B.; NAVEIRA-COTTA, C. P.; QUARESMA, J. N. N.; COTTA, R. M.; KAPIO, J.; KOLEHMAINEN, V. Identification of contact failures in multi-layered composites. *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, ASME, v. 2, ago. 2011. Disponível em: <<http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1639509>>. Citado na página 18.
- ABREU, L. A. da S. *Abordagem bayesiana para identificação de falhas em compósitos laminados através da transferência de calor*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Rio de Janeiro, mar. 2011. Citado 5 vezes nas páginas 37, 38, 40, 41 e 44.
- ARAÚJO, J.; GARCIA, R. Análise de temperaturas em uma barra uniforme de aço-carbono com o método explícito. v. 2, jan. 2013. Citado 3 vezes nas páginas 37, 39 e 40.
- BRECHER, C.; BROZIO, M.; KLATTE, M.; LEE, T. H.; TZANETOS, F. Application of an unscented kalman filter for modeling multiple types of machine tool errors. *Procedia CIRP*, v. 63, p. 449 – 454, 2017. ISSN 2212-8271. Manufacturing Systems 4.0 – Proceedings of the 50th CIRP Conference on Manufacturing Systems. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827117306546>>. Citado na página 28.
- BROWNE, R. M.; TOBIAS, R. S. Microbial microleakage and pulpal inflammation: A review. *Dental Traumatology*, Blackwell Publishing Ltd, v. 2, n. 5, p. 177–183, 1986. ISSN 1600-9657. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1600-9657.1986.tb00141.x>>. Citado na página 19.
- BURGHOLD, E.; FREKERS, Y.; KNEER, R. Determination of time-dependent thermal contact conductance through ir-thermography. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 98, p. 148 – 155, 2015. ISSN 1290-0729. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1290072915002057>>. Citado na página 19.
- BURGHOLD, E. M.; FREKERS, Y. H.; KNEER, R. Transient Contact Heat Transfer Measurements Based on High-Speed IR-Thermography. *International journal of thermal sciences : IJTS*, Elsevier Science, Amsterdam [u.a.], v. 115, p. 169–175, 2017. ISSN 1290-0729. Disponível em: <<http://publications.rwth-aachen.de/record/682171>>. Citado na página 26.

CALLISTER, W. *Ciência e engenharia de materiais: uma introdução*. Livros Técnicos e Científicos, 2002. ISBN 9788521612889. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=-RvIAAAACAAJ>>. Citado na página 37.

CAMPO, A.; LACOA, U. Adaptation of the method of lines (MOL) to the matlab code for the analysis of the stefan problem. *WSEAS Transactions on Heat and Mass Transfer*, v. 9, p. 19 – 26, 2014. ISSN 2224-3461. Citado na página 24.

COLAÇO, M. J.; ALVES, C. J. A fast non-intrusive method for estimating spatial thermal contact conductance by means of the reciprocity functional approach and the method of fundamental solutions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 60, p. 653 – 663, 2013. ISSN 0017-9310. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931013000495>>. Citado na página 26.

COLAÇO, M. J.; ALVES, C. J.; ORLANDE, H. R. Transient non-intrusive method for estimating spatial thermal contact conductance by means of the reciprocity functional approach and the method of fundamental solutions. *Inverse Problems in Science and Engineering*, Taylor & Francis, v. 23, n. 4, p. 688–717, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/17415977.2014.933830>>. Citado na página 26.

COLAÇO, M. J.; ALVES, C. J. S. A backward reciprocity function approach to the estimation of spatial and transient thermal contact conductance in double-layered materials using non-intrusive measurements. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 68, n. 2, p. 117–132, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/10407782.2014.994435>>. Citado 4 vezes nas páginas 19, 49, 53 e 59.

DOU, R.; GE, T.; LIU, X.; WEN, Z. Effects of contact pressure, interface temperature, and surface roughness on thermal contact conductance between stainless steel surfaces under atmosphere condition. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 94, p. 156 – 163, 2016. ISSN 0017-9310. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001793101530466X>>. Citado na página 23.

FERREIRA, S. Freezing time of a slab using the method of lines. *International Journal of Refrigeration*, p. –, 2017. ISSN 0140-7007. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140700717300191>>. Citado na página 24.

FOX, C.; HAARIO, H.; CHRISTEN, J. A. Inverse problems. In: DAMIEN, P.; DELLAPORTAS, P.; POLSON, N. G.; STEPHENS, D. A. (Ed.). *Bayesian Theory and Applications*. Reino Unido: Oxford University Press, 2013. cap. 31. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E. T.; GARVEY, S. D. A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures. *Computers & Structures*, v. 69, n. 5, p. 547 – 556, 1998. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794998001254>>. Citado na página 22.

GARCÍA, F. P.; PEDREGAL, D. J.; ROBERTS, C. Time series methods applied to failure prediction and detection. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 95, n. 6, p. 698 – 703, 2010. ISSN 0951-8320. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0951832010000451>>. Citado na página 22.

- GARCIA, R. V.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. F. P. S. Unscented kalman filter for determination of spacecraft attitude using different attitude parameterizations and real data. *J. Aerosp. Technol. Manag.*, v. 8, n. 1, p. 82–90, mar. 2016. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-91462016000100082>. Citado na página 28.
- GAY, D.; HOA, S. V.; TSAI, S. W. *Composite Materials Design and Application*. 4. ed. Boca Raton: CRC Press, 2003. Citado na página 21.
- GENTILE, M.; SUMMERS, A. E. Random, systematic, and common cause failure: How do you manage them? *Process Safety Progress*, v. 25, n. 4, p. 331–338, 2008. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/prs.10145>>. Citado na página 22.
- INCROPERA, F.; DEWITT, D. *Fundamentos de transferencia de calor e de massa*. Livros Tecnicos e Cientificos, 2003. ISBN 9788521613787. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=UhUJfAEACAAJ>>. Citado na página 37.
- JOYCE, J. Bayes' theorem. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2016. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2016. Disponível em: <<https://plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/bayes-theorem/>>. Citado na página 26.
- JULIER, S. J. The scaled unscented transformation. In: *Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No.CH37301)*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 6, p. 4555–4559 vol.6. ISSN 0743-1619. Citado na página 55.
- JULIER, S. J.; UHLMANN, J. K. A new extension of the kalman filter to nonlinear systems. *Proc. SPIE*, v. 3068, p. 182–193, 1997. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1117/12.280797>>. Citado 3 vezes nas páginas 28, 34 e 35.
- KAPIO, J.; SOMERSALO, E. *Statistical and Computational Inverse Problems*. Berlin: Springer, 2004. v. 160. ISBN 9780387271323. Citado na página 25.
- KAPIO, J.; SOMERSALO, E. Statistical inverse problems: Discretization, model reduction and inverse crimes. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 198, n. 2, p. 493 – 504, 2007. ISSN 0377-0427. Special Issue: Applied Computational Inverse Problems. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042705007296>>. Citado na página 49.
- KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *ASME Journal of Basic Engineering*, 1960. Citado na página 34.
- KANG, S.; KIM, A. R.; SEONG, P. H. Empirical verification for application of bayesian inference in situation awareness evaluations. *Annals of Nuclear Energy*, v. 102, p. 106 – 115, 2017. ISSN 0306-4549. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306454916311380>>. Citado na página 26.
- KASAI, N.; MORI, S.; TAMURA, K.; SEKINE, K.; TSUCHIDA, T.; SERIZAWA, Y. Predicting maximum depth of corrosion using extreme value analysis and bayesian inference. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, v. 146, p. 129 – 134, 2016. ISSN 0308-0161. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0308016116302885>>. Citado na página 27.

- KATTWINKEL, M.; REICHERT, P. Bayesian parameter inference for individual-based models using a particle markov chain monte carlo method. *Environmental Modelling & Software*, v. 87, p. 110 – 119, 2017. ISSN 1364-8152. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364815216308908>>. Citado na página 27.
- KVAPIL, J.; POHANKA, M.; HORSKÝ, J. Estimation of the thermal contact conductance from unsteady temperature measurements. *Materials and technology*, v. 49, n. 2, p. 219–222, 2015. ISSN 1580-2949. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 23.
- LANG, L.; CHEN, W. shiang; BAKSHI, B. R.; GOEL, P. K.; UNGARALA, S. Bayesian estimation via sequential monte carlo sampling—constrained dynamic systems. *Automatica*, v. 43, n. 9, p. 1615 – 1622, 2007. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109807001653>>. Citado na página 27.
- LEBREUX, M.; DÉSILETS, M.; LACROIX, M. An unscented kalman filter inverse heat transfer method for the prediction of the ledge thickness inside high-temperature metallurgical reactors. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 57, n. 1, p. 265 – 273, 2013. ISSN 0017-9310. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931012008022>>. Citado na página 28.
- LEE, S.; KNAUSS, W. G. Failure of laminated composites at thickness discontinuities under complex loading and elevated temperatures. *International Journal of Solids and Structures*, v. 37, n. 25, p. 3479 – 3501, 2000. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768399000219>>. Citado na página 21.
- OLIVEIRA, J. A.; GAMBETTA, R.; PINTO, J. C. *Pega Ponto Versão 1.0*. Rio de Janeiro: PEQ/COPPE/UFRJ, 2006. Registrado em INPI/Brasil. Citado na página 37.
- ORLANDE, H. R. B. Inverse problems in heat transfer: New trends on solution methodologies and applications. *Journal of Heat Transfer*, ASME, Flórida, v. 134, n. 3, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1115/1.4005131>>. Citado na página 26.
- ORLANDE, H. R. B.; ÖZİŞİK, M. N. Inverse problem of estimating interface conductance between periodically contacting surfaces. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, North Carolina, v. 7, n. 2, 1993. Citado na página 25.
- ÖZİŞİK, M. N. *Heat Conduction*. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1993. Citado 3 vezes nas páginas 22, 24 e 29.
- ÖZİŞİK, M. N.; ORLANDE, H. R. B. *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*. 1. ed. New York: Taylor & Francis, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 33.
- PACHECO, C. C.; ORLANDE, H. R. B.; COLAÇO, M. J.; DULIKRAVICH, G. S. Estimation of a location- and time-dependent high-magnitude heat flux in a heat conduction problem using the kalman filter and the approximation error model. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Taylor & Francis, v. 68, n. 11, p. 1198–1219, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/10407782.2015.1037136>>. Citado na página 27.

- PACHECO, C. C.; ORLANDE, H. R. B.; COLAÇO, M. J.; DULIKRAVICH, G. S. Real-time identification of a high-magnitude boundary heat flux on a plate. *Inverse Problems in Science and Engineering*, v. 24, n. 9, p. 1661–1679, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/17415977.2016.1195829>>. Citado na página 27.
- PADILHA, R. S.; COLAÇO, M. J.; ORLANDE, H. R.; ABREU, L. A. An analytical method to estimate spatially-varying thermal contact conductances using the reciprocity functional and the integral transform methods: Theory and experimental validation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 100, p. 599 – 607, 2016. ISSN 0017-9310. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931015316422>>. Citado na página 26.
- QI, J.; SUN, K.; WANG, J.; LIU, H. Dynamic state estimation for multi-machine power system by unscented kalman filter with enhanced numerical stability. *IEEE Transactions on Smart Grid*, PP, n. 99, p. 1–1, 2016. ISSN 1949-3053. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 55.
- REZENDE, M. C.; BOTELHO, E. C. O uso de compósitos estruturais na indústria aeroespacial. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*, v. 10, n. 2, p. 4 – 10, 2000. ISSN 0104-1428. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-14282000000200003&script=sci_arttext>. Citado na página 21.
- SADIKU, M. N. O.; OBIOZOR, C. N. A simple introduction to the method of lines. *International Journal of Electrical Engineering Education*, v. 37, n. 3, p. 282–296, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 30.
- SANTHOSH, M. N.; RAO, S. K.; DAS, R. P.; RAJU, K. L. Underwater target tracking using unscented kalman filter. *Indian Journal of Science and Technology*, v. 8, n. 31, 2015. ISSN 0974 -5645. Disponível em: <<http://www.indjst.org/index.php/indjst/article/view/77054>>. Citado na página 28.
- SCHIESSER, W. E.; GRIFFITHS, G. W. *A Compendium of Partial Differential Equation Models: Method of Lines Analysis with Matlab*. 1. ed. New York: Cambridge University Press, 2009. ISBN 9780521519861. Citado na página 24.
- SHAMPINE, L. F.; REICHEL, M. W. The matlab ode suite. *SIAM J. Sci. Comput.*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, v. 18, n. 1, p. 1–22, jan. 1997. ISSN 1064-8275. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1137/S1064827594276424>>. Citado na página 33.
- SHOJAEEFARD, M. H.; GOUDARZI, K. The numerical estimation of thermal contact resistance in contacting surfaces. *American Journal of Applied Sciences*, v. 5, n. 11, p. 1566–1571, 2008. ISSN 1546-9239. Disponível em: <<http://thescipub.com/abstract/10.3844/ajassp.2008.1566.1571>>. Citado na página 23.
- SHOJAEEFARD, M. H.; GOUDARZI, K.; MAZIDI, M. S. Inverse heat transfer problem of thermal contact conductance estimation in periodically contacting surfaces. *Journal of Thermal Science*, v. 18, n. 2, p. 150–159, 2009. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s11630-009-0150-1>>. Citado na página 25.
- SHOJAEEFARD, M. H.; MAZIDI, M. S.; MOUSAPOUR, V. K. The estimation of time-varying thermal contact conductance between two fixed contacting surfaces.

- MECHANIKA, v. 19, n. 2, p. 167–171, 2013. ISSN 1392-1207. Disponível em: <<http://mechanika.ktu.lt/index.php/Mech/article/view/4150>>. Citado na página 25.
- SILVA, C. A. M. da; MACÊDO, E. N.; QUARESMA, J. N. N. Análise de um problema de difusão-convecção e reação em superfície baseado em um biossensor utilizando o método das linhas (MOL): Modelagem matemática com camada de hidrogel. *Blucher Chemical Engineering Proceedings*, v. 1, n. 2, p. 6433–6440, 2015. ISSN 2359-1757. Disponível em: <<http://www.proceedings.blucher.com.br/article-details/17437>>. Citado na página 24.
- SOUSA, S. E. P.; COSTA, E. S. da; BORGES, B. C. D.; ASSUNÇÃO, I. V. de; SANTOS, A. J. S. dos. Staining resistance of preheated flowable composites to drinking pigmented beverages. *Revista Portuguesa de Estomatologia, Medicina Dentária e Cirurgia Maxilofacial*, v. 56, n. 4, p. 221 – 225, 2015. ISSN 1646-2890. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1646289015001934>>. Citado na página 21.
- TANG, Q.; HE, J.; ZHANG, W. Influencing factors of thermal contact conductance between tc4/30crmn51 interfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 86, p. 694 – 698, 2015. ISSN 0017-9310. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931015002938>>. Citado na página 25.
- TANG, Q.; ZHANG, W. The effect of pressure on thermal contact conductance of superalloys under high temperature. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 103, p. 1208 – 1213, 2016. ISSN 0017-9310. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931016303118>>. Citado na página 24.
- TEBALDI, A.; COELHO, L. dos S.; JUNIOR, V. L. Detecção de falhas em estruturas inteligentes usando otimização por nuvem de partículas: fundamentos e estudo de casos. *Revista Controle & Automação*, v. 17, n. 3, p. 312 – 330, 2006. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-17592006000300006>. Citado na página 22.
- TENG, K.; NI, Y.; WANG, W.; WANG, H.; XU, Z.; CHEN, L.; KUANG, L.; MA, M.; FU, H.; LI, J. Adjustable micro-structure, higher-level mechanical behavior and conductivities of preformed graphene architecture/epoxy composites via RTM route. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, v. 94, p. 178 – 188, 2017. ISSN 1359-835X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X16304298>>. Citado na página 21.
- TEODORIU, C.; KOSINOWSKI, C.; AMANI, M.; SCHUBERT, J.; SHADRAVAN, A. Wellbore integrity and cement failure at hpht conditions. *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, v. 2, n. 2, fev. 2013. ISSN 12305-8269. Disponível em: <http://www.eaas-journal.org/survey/userfiles/files/Petroleum%20Engineering%201_Revised-Corrected.pdf>. Citado na página 19.
- VENTURA, A. M. F. M. Os compósitos e a sua aplicação na reabilitação de estruturas metálicas. *Ciência & Tecnologia dos Materiais*, v. 21, p. 10 – 19, jul. 2009. ISSN 0870-8312. Disponível em: <http://www.scielo.mec.pt/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0870-83122009000200003&nrm=iso>. Citado na página 21.
- WAN, E. A.; MERWE, R. van der. The unscented kalman filter for nonlinear estimation.

p. 153–158, 2000. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ASSPCC.2000.882463>>. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.

YANG, R.; HE, Y.; GAO, B.; TIAN, G. Y.; PENG, J. Lateral heat conduction based eddy current thermography for detection of parallel cracks and rail tread oblique cracks. *Measurement*, v. 66, p. 54 – 61, 2015. ISSN 0263-2241. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224115000500>>. Citado na página 22.

ZHENG, J.; LI, Y.; CHEN, P.; YIN, G.; LUO, H. Measurements of interfacial thermal contact conductance between pressed alloys at low temperatures. *Cryogenics*, v. 80, Part 1, p. 33 – 43, 2016. ISSN 0011-2275. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001122751630145X>>. Citado na página 23.