

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS, NATURAIS E DA SAÚDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, EDUCAÇÃO
BÁSICA E FORMAÇÃO DE PROFESSORES**

ELEMILSON BARBOSA CAÇANDRE

**UMA ANÁLISE DOS TIPOS DE REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA UTILIZADOS POR
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA NO ESTUDO DE
FUNÇÕES QUADRÁTICAS**

ALEGRE

2023

ELEMILSON BARBOSA CAÇANDRE

**UMA ANÁLISE DOS TIPOS DE REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA UTILIZADOS POR
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA NO ESTUDO DE
FUNÇÕES QUADRÁTICAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores do Centro de Ciências Exatas Naturais e da Saúde da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores, na área de concentração Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Luceli de Souza

Coorientador: Prof. Dr. Jorge Henrique Gualandi

ALEGRE

2023

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de
Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

- C118a Caçandre, Elemilson Barbosa, 1998-
Uma análise dos tipos de registros de representação semiótica
utilizados por licenciandos em matemática no estudo de funções
quadráticas / Elemilson Barbosa Caçandre. - 2023.
133 f. : il.
- Orientadora: Luceli de Souza.
Coorientador: Jorge Henrique Gualandi.
Dissertação (Mestrado em Ensino, Educação Básica e Formação
de Professores) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro
de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde.
1. Matemática - Estudo e ensino - Pesquisa. 2. Professores -
Formação. I. Souza, Luceli de. II. Gualandi, Jorge Henrique. III.
Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências
Exatas, Naturais e da Saúde. IV. Título.

CDU: 37

ELEMILSON BARBOSA CAÇANDRE

**UMA ANÁLISE DOS TIPOS DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO
SEMIÓTICA UTILIZADOS POR LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA
NO ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores do Centro de Ciências Exatas Naturais e da Saúde da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores, na área de concentração Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Aprovado em 24 de agosto de 2023.

COMISSÃO EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **LUCELI DE SOUZA**
Data: 28/08/2023 16:49:43-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Luceli de Souza
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientadora

Documento assinado digitalmente
 **JORGE HENRIQUE GUALANDI**
Data: 28/08/2023 11:42:29-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Jorge Henrique Gualandi
Instituto Federal do Espírito Santo
Coorientador

Prof.^a Dr.^a Alana Nunes Pereira De Oliveira
Universidade Federal do Espírito Santo
Membro interno

Documento assinado digitalmente
 **EDVONETE SOUZA DE ALENCAR**
Data: 28/08/2023 15:33:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Edvonete Souza de Alencar
Universidade Federal da Grande Dourados
Membro Externo



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

PROTOCOLO DE ASSINATURA



O documento acima foi assinado digitalmente com senha eletrônica através do Protocolo Web, conforme Portaria UFES nº 1.269 de 30/08/2018, por
ALANA NUNES PEREIRA DE OLIVEIRA - SIAPE 2026712
Departamento de Matemática Pura e Aplicada - DMPA/CCENS
Em 28/08/2023 às 15:58

Para verificar as assinaturas e visualizar o documento original acesse o link:
<https://api.lepisma.ufes.br/arquivos-assinados/780729?tipoArquivo=O>

AGRADECIMENTOS

Ao fim deste percurso gostaria de expressar meu mais profundo agradecimento por toda a orientação, apoio e dedicação fornecidos ao longo da minha jornada na dissertação de mestrado a minha orientadora Dra. Luceli de Souza e ao meu coorientador Dr. Jorge Henrique Gualandi.

Além disso, gostaria de expressar minha gratidão ao Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) por me conceder a oportunidade de realizar minha pesquisa em suas instalações. Agradeço profundamente o suporte e os recursos disponibilizados, que tornaram possível a realização deste estudo.

À Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), meu sincero agradecimento pelo apoio oferecido durante toda a pesquisa. A infraestrutura e o acesso aos materiais e bibliotecas foram essenciais para a obtenção dos resultados alcançados.

Também sou imensamente grato à banca examinadora composta pela Dra. Alana Nunes Pereira De Oliveira e pela Dra. Edvonete Souza de Alencar. Agradeço por dedicarem seu tempo e conhecimento na avaliação desta dissertação. Suas contribuições e sugestões foram valiosas para o aprimoramento do trabalho.

Por fim, agradeço a todos os colegas, amigos e familiares que me apoiaram e incentivaram ao longo dessa jornada. Seu suporte foi fundamental para minha motivação e desempenho durante este processo.

Expresso, portanto, minha sincera gratidão a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste estudo. Vocês foram peças fundamentais para o meu crescimento acadêmico e profissional.

RESUMO

A Matemática, assim como outras disciplinas, é alvo de pesquisas que estabelecem paralelo com algumas teorias, no intuito de fortalecer a ação pedagógica. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), criada por Raymond Duval, pode ser utilizada como suporte para a aprendizagem da Matemática, no que se refere à representação de seus objetos matemáticos e ao processo de ensino e aprendizagem, uma vez que a teoria determina que a compreensão está ligada à representação do objeto matemático em mais de um tipo e ao processo de transitar entre essas representações. Em meio às dificuldades que os estudantes possuem sobre o estudo e a apreensão do conceito sobre funções e a importância do conteúdo que interage com diversas áreas do conhecimento, tais como as Ciências da Natureza e suas Tecnologias, e pelo fato de que o ensino de funções é proporcionado pelo professor de Matemática, esta pesquisa buscou identificar os tipos de registros de representação semiótica utilizados por licenciandos em Matemática em tarefas sobre funções quadráticas. Para isso, considerou-se como objetivo principal investigar os Registros de Representação Semiótica (RRS) utilizados pelos licenciandos. A pesquisa foi desenvolvida com discentes do 2.º e 8.º períodos do curso de licenciatura em Matemática de um Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), em sete etapas, por meio de aplicações de tarefas sobre funções quadráticas, análise dos tipos de registros semióticos mobilizados pelos participantes e pelos momentos de socialização dos resultados no grupo pesquisado. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, participante com interação entre pesquisador e sujeitos, ao longo das etapas. Como instrumento de coleta de dados, utilizaram-se listas de tarefas e momentos de socialização que proporcionavam diálogos sobre os RRS utilizados pelos licenciandos. Por meio dos resultados analisados, pôde-se constatar que os estudantes, tanto do 2.º e 8.º períodos, inicialmente não possuíam um aporte sobre o que se define como representações semióticas ou sobre os processos de conversão e tratamento de registros, por não representarem o conceito matemático em mais de uma maneira. Foi possível observar que os estudantes inicialmente registravam as funções quadráticas prioritariamente pelo registro algébrico e poucas vezes pelo gráfico, porém, após o momento de socialização, os estudantes mostraram-se mais desenvolvidos na representação do objeto matemático abordado, utilizando os registros

algébricos, gráficos, tabular, em linguagem materna e outros. O uso do registro algébrico utilizado na resolução das tarefas propostas foi corroborado pelas falas dos participantes que indicaram que, no processo de ensino de Matemática, não tiveram acesso às diversas possibilidades de registros das funções quadráticas. Desta forma, ao utilizar a TRRS no processo de ensino de Matemática, seja nos cursos de licenciatura, seja nos cursos de formação continuada com professores, isso pode contribuir para a melhoria dos índices de aprendizagem da Matemática no Brasil, por parte dos estudantes de qualquer nível educacional.

Palavras-chave: Licenciatura em Matemática, Formação de professores, Ensino de Matemática, Raymond Duval.

ABSTRACT

Mathematics, like other disciplines, is the subject of research that establishes a parallel with some theories, in order to strengthen pedagogical action. The Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS), created by Raymond Duval, can be used as a support for learning Mathematics, with regard to the representation of its mathematical objects and the teaching and learning process, since the theory determines that understanding is linked to the representation of the mathematical object in more than one type and to the process of transiting between these representations. Amidst the difficulties that students have regarding the study and apprehension of the concept of functions and the importance of the content that interacts with different areas of knowledge, such as the Natural Sciences and their Technologies, and the fact that the teaching of functions is provided by the Mathematics teacher, this research sought to identify the types of semiotic representation records used by Mathematics undergraduates in tasks on quadratic functions. For this, the main objective was to investigate the Semiotic Representation Registers (RRS) used by the licentiate students. The research was carried out with students of the 2nd and 8th periods of the degree course in Mathematics at a Federal Institute of Espírito Santo (IFES), in seven stages, through the application of tasks on quadratic functions, analysis of the types of semiotic registers mobilized by the participants and the moments of socialization of the results in the researched group. It is a qualitative research, participant with interaction between researcher and subjects, throughout the stages. As a data collection instrument, lists of tasks and moments of socialization were used that provided dialogues about the RR used by the undergraduates. Through the results analyzed, it could be seen that students, both in the 2nd and 8th periods, initially did not have a contribution on what is defined as semiotic representations or on the processes of conversion and treatment of records, as they did not represent the mathematical concept in more than one way. It was possible to observe that the students initially registered the quadratic functions primarily through the algebraic record and a few times through the graph, however, after the moment of socialization, the students were more resourceful in the representation of the approached mathematical object, using algebraic records, graphics, tabular, in native language and others. The use of the algebraic register used in the resolution of the proposed tasks was corroborated by the

speeches of the participants who indicated that, in the process of teaching Mathematics, they did not have access to the different possibilities of registering the quadratic functions. In this way, when using TRRS in the Mathematics teaching process, whether in undergraduate courses or in continuing education courses with teachers, this can contribute to the improvement of Mathematics learning rates in Brazil, by students of any educational level.

Keywords: Degree in Mathematics, Teacher training, Mathematics Teaching, Raymond Duval.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Registro gráfico da função $f(x)=x^2+1$	34
---	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Quantitativo de artigos, teses e dissertações analisados em cada momento de seleção.....	19
Quadro 02 – Artigos obtidos pelos Periódicos Capes, versando sobre funções, funções quadráticas e/ou Teoria dos Registros de Representação Semiótica (continua)	20
Quadro 03 – Pesquisas encontradas no período de 2016 a 2021, agrupadas em três categorias relacionadas com a TRRS	22
Quadro 04 – Teses e dissertações obtidas no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes sobre funções, funções quadráticas e/ou Teoria dos Registros de Representação Semiótica, no período de 2016 a 2021.....	24
Quadro 05 – Categorização das teses e dissertações obtidas no levantamento realizado no Banco de Teses e Dissertações da Capes, no período de 2016 a 2021	25
Quadro 06 – Concepções históricas sobre signos, com base na obra de Nöth (1995)	28
Quadro 07 – Registro tabular da função $f(x)=x^2+1$	34
Quadro 08 – Fenômenos ligados ao desenvolvimento dos conhecimentos no pressuposto da Teoria de Registros de Representação Semiótica, propostos por Duval (2009)	36
Quadro 09 – Habilidades da Base Nacional Comum Curricular sobre a unidade temática funções polinomiais do 1.º e 2.º grau	42
Quadro 10 – Registros de Representação Semiótica de funções quadráticas (continua).....	45
Quadro 11 – Quadro resumo das etapas da pesquisa realizadas com licenciandos em Matemática no IFES – Cachoeiro de Itapemirim-ES (continua).....	49
Quadro 12 – Dados sobre os sujeitos participantes da pesquisa (faixa etária, educação básica e ensino superior) (continua)	54
Quadro 13 - Respostas da questão 1 referente à 1.ª aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)	56

Quadro 14 - Respostas da questão 2, referente à 1. ^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)	60
Quadro 15 - Respostas da questão 3, referente à 1. ^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)	66
Quadro 16 - Respostas da questão 4, referente à 1. ^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)	69
Quadro 17 – Relatos dos licenciandos sobre suas experiências como estudantes ..	76
Quadro 18 – Fala dos licenciandos sobre a forma com que resolvem as questões .	79
Quadro 19 – Fala dos licenciandos sobre a aprendizagem e a forma com que resolvem certos tipos de questões	81
Quadro 20 – Falas dos estudantes que ilustram a prevalência de determinados Registros de Representação Semiótica	84
Quadro 21 – Falas dos estudantes que ilustram princípios da coordenação de mais de um tipo de Registro de Representação Semiótica.....	86
Quadro 22 - Respostas da questão 1, referente à 2. ^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)	90
Quadro 23 - Respostas da questão 2, referente à 2. ^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)	93
Quadro 24 - Respostas da questão 3, referente à 2. ^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)	99
Quadro 25 - Respostas da questão 4, referente à 2. ^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)	102

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
EMD	Revista Educação Matemática Debate
EMP	Revista Educação Matemática pesquisa
IFES	Instituto Federal do Espírito Santo
IFSP	Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de São Paulo
IREM	Instituto de Pesquisa sobre o Ensino da Matemática
JIEEM	Journal Internacional de Estudos em Educação Matemática
PA	Progressão Aritmética
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PPC	Projeto Pedagógico do Curso
RBEP	Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos
REMat	A Revista de Educação Matemática
RRS	Registros de Representação Semiótica
RTE	Revista Temas em Educação
TCLE	Termos de Consentimento Livre e Esclarecido
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UEL	Universidade Estadual de Londrina
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
UESC	Universidade Estadual de Santa Cruz
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo
UFN	Universidade Franciscana de Santa Maria
UFOB	Universidade Federal do Oeste da Bahia
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	19
2.1	Análise dos artigos científicos	19
2.2	Análise das teses e dissertações	23
3	A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA (TRRS) ...	27
3.1	Percurso histórico da Teoria dos Registros de Representação Semiótica...	27
3.2	A Teoria dos Registros de Representação Semiótica	32
4	FUNÇÕES QUADRÁTICAS	39
4.1	Um olhar sobre o ensino das funções quadráticas	41
4.2	Registros de Representação Semiótica de Funções Quadráticas	45
5	PERCURSO METODOLÓGICO	47
5.1	Classificação e caracterização da pesquisa	47
5.2	Local de pesquisa e Público-alvo	48
5.3	Desenvolvimento metodológico da pesquisa.....	49
5.3.1	Etapa 1: Mobilização do público-alvo.....	50
5.3.2	Etapa 2: Reconhecimento do público-alvo e primeira aplicação de tarefa 50	
5.3.3	Etapa 3: Análise das informações sobre o perfil dos sujeitos experimentais e dos Registros de Representação Semiótica provenientes da 1. ^a tarefa de funções quadráticas.....	51
5.3.4	Etapa 4: Socialização dos Registros de Representação Semiótica referente à primeira aplicação	52
5.3.5	Etapa 5: Segunda aplicação de tarefa	52
5.3.6	Etapa 6: Análise dos Registros de Representação Semiótica provenientes da primeira e segunda aplicação	52
5.3.7	Etapa 7: Socialização dos Registros de Representação Semiótica referente à segunda aplicação.....	53
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	54
6.1	Perfil dos Sujeitos da Pesquisa	54
6.2	Análise dos registros utilizados pelos licenciandos na 1. ^a tarefa de funções quadráticas	55
6.3	Análise do 1. ^o momento de socialização	74
6.3.1	A formação dos sujeitos e sua influência na mobilização de registros ..	75

6.3.2	A relação entre as representações e o conhecimento dos objetos matemáticos	82
6.4	Análise dos registros utilizados pelos licenciandos na 2. ^a tarefa de funções quadráticas	88
6.5	Análise do 2. ^o momento de socialização	106
6.5.1	Discussão sobre a formação e sua influência na mobilização de RRS	106
6.5.2	Relação entre a representação e o conhecimento dos conceitos matemáticos	108
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	111
8	REFERÊNCIAS	114
	ANEXOS E APÊNDICES	120
	ANEXO A – Tarefas sobre Funções Quadráticas: 1 ^a Aplicação	120
	ANEXO B – Tarefas sobre Funções Quadráticas: 2 ^a Aplicação	122
	ANEXO C – Carta de Autorização para realização da pesquisa no IFES <i>Campus</i> Cachoeiro de Itapemirim (Termo de Anuência).....	124
	ANEXO D - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	126
	APÊNDICE A - Reconhecimento dos Discentes	129
	APÊNDICE B – Quadro comparativo entre as questões originais e as adaptadas	130

1 INTRODUÇÃO

Os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática estão articulados a várias pesquisas e estudos realizados ao longo dos anos (ALMOULOU, 2007), buscando um modelo que proporcione aos estudantes conhecimentos suficientemente razoáveis para seu desenvolvimento cognitivo e social. Devido a isso, os olhares voltam-se para o ensino de Matemática, uma vez que, para Lorenzato (2010), este deve garantir que o estudante construa o próprio conhecimento.

Na busca pelo aprimoramento do ensino de Matemática, algumas reflexões são evidenciadas por meio de teorias específicas da área da educação, permitindo ao professor refletir sobre os métodos que podem ser e são utilizados em sala de aula. Em meio a essa reflexão sobre o ensino, que também se desenvolve na Educação Matemática, determina-se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), cujo estudo se pauta principalmente pelas representações dos objetos matemáticos.

A TRRS foi concebida por Raymond Duval, possuindo como principal característica a análise das representações dos objetos matemáticos utilizadas pelos estudantes, possibilitando verificar se o ensino de Matemática se desenvolveu de forma satisfatória, proporcionando a aprendizagem mais próxima da esperada nessa disciplina (FLORES, 2006).

Para Duval (2012), na TRRS, a aprendizagem é estabelecida quando os estudantes conseguem representar, em mais de uma maneira, o mesmo conceito matemático e transitar entre os tipos de representação. Assim, saber Matemática não apenas se constitui na aprendizagem de conceitos isolados, mas também exige um conhecimento mais amplo para que se realizem o “tratamento” e a “conversão” entre registros.

Nesta perspectiva, Duval (2009, p. 32) entende que as representações semióticas são relacionadas a um “sistema particular de signos”, em que estes, na visão de Henriques e Almouloud (2016), são denotados como algo que torna o objeto acessível por meio de sua representação.

As possíveis representações podem ser determinadas, entre outras, na linguagem natural, a saber: na representação que utiliza a linguagem usual do indivíduo; na

escrita algébrica, articulando incógnitas e generalizando a aritmética; em gráficos em planos cartesianos, que fazem uso do sistema de coordenadas para a representação de determinado conceito; na forma tabular, que se utiliza de tabelas; e na simbólica, que faz uso de símbolos para sua representação. O uso das representações favorece a conversão entre esses registros, permitindo uma nova significação para o sujeito que os interpreta.

Duval (2009) estabelece que a aprendizagem da Matemática está ligada à representação de seus conceitos. Sendo assim, é necessário verificar se eles foram aprendidos pelos estudantes, identificando as possíveis lacunas, no intuito de propor estratégias que sejam tomadas para proporcionar um aprendizado efetivo, superando as dificuldades encontradas na Matemática.

As dificuldades a serem superadas encontram-se presentes no ensino de Matemática, tendo em vista que o rendimento nessa disciplina está em declínio nos últimos anos, conforme identificado por Santos, França e Santos (2007). Irias et al. (2011) constataram, em sua pesquisa sobre o rendimento dos estudantes nas disciplinas de cálculo do curso de licenciatura em Matemática, que o baixo rendimento se relaciona com o escasso conhecimento sobre o conteúdo de funções, pois, segundo os autores, cerca de 70% dos erros em avaliações das disciplinas ocorreram no referido conteúdo matemático.

Esse baixo rendimento não se situa apenas no ensino superior, pois é notório que estudantes da educação básica também o possuem, mas não só nos conteúdos de funções (SANTOS; FRANÇA; SANTOS, 2007). Porém, a preocupação com esse conceito matemático se firma com mais ênfase pelo pesquisador, devido a sua importância na realidade do indivíduo.

O conteúdo de funções possibilita ao estudante assimilar a linguagem algébrica dentro do contexto das ciências, constituindo relação entre grandezas e a realidade (BRASIL, 2002). Ademais, em virtude disso, contempla várias ramificações, tais como funções afins, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, periódicas, entre outras.

Devido ao fato de que o conteúdo de funções se determina com grandes ramificações, nesta pesquisa foi realizada uma análise sobre os tipos de Registros de Representação Semiótica das funções quadráticas, uma vez que essa função permite a interação com diversas áreas do conhecimento, tais como as Ciências da Natureza

e suas Tecnologias, além de se firmar em outras áreas, como no campo das finanças (BRASIL, 2002).

Assim, em meio a essa interação com a realidade que o conceito de funções quadráticas possui, é interessante pensar sobre a ação docente e principalmente sobre a formação que o profissional responsável por ela teve acesso durante sua vida acadêmica, visto que ele será um dos responsáveis por possibilitar que os estudantes tenham acesso a esse tipo de informação.

Do ponto de vista pessoal, o interesse sobre a temática surgiu com o primeiro contato com a TRRS, que ocorreu no curso de mestrado. Ao longo do estudo sobre as representações dos conceitos matemáticos, houve o desejo de compreender como a formação de professores se articula com os RRS, pelo fato de não ter vivenciado essa realidade na formação acadêmica, no curso de licenciatura em Matemática, cursado entre 2016 e 2018.

Diante disso, esta pesquisa busca responder à seguinte problemática: Quais os tipos de registros de representação semiótica utilizados por licenciandos em Matemática em tarefas sobre funções quadráticas? E, para isso, o objetivo principal consistiu em investigar os Registros de Representação Semiótica (RRS) utilizados pelos licenciandos.

Identificar os tipos de registros utilizados pelos licenciandos em Matemática permite verificar seus conhecimentos sobre o conceito abordado, para traçar um panorama de como ocorre a formação dos professores de Matemática em relação à temática, além de estabelecer subsídios para uma reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis de ensino, tendo em vista que esse profissional é um dos responsáveis por promover o ensino tanto na educação básica quanto na educação superior, o que justifica esta pesquisa.

2 REVISÃO DE LITERATURA

A revisão de literatura foi direcionada para estudar as pesquisas já publicadas sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a sua relação com o ensino das funções quadráticas, quando possível, de forma a permitir um mapeamento sobre as pesquisas realizadas, e suas principais informações.

As publicações foram selecionadas nas bases de dados Periódicos Capes e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, entre 2016 e 2021, com as palavras-chave “funções” AND “representação semiótica”. No segundo momento, antes da análise na íntegra dos textos, foram atribuídos filtros manuais listados a seguir, analisando os títulos, resumos:

- publicações com a abordagem da Teoria de Representação Semiótica de Duval (2009), aliadas ao estudo de funções quadráticas;
- publicações com a abordagem da Teoria de Representação Semiótica de Duval (2009);
- publicações sobre o estudo de funções quadráticas;
- Publicações com o foco no estudo de funções; e
- Disponibilidade para consulta/download.

Quadro 01 – Quantitativo de artigos, teses e dissertações analisados em cada momento de seleção

Local de busca	1.º momento de seleção	2.º momento de seleção
Periódicos Capes	78 artigos	20 artigos
Catálogo de Teses e Dissertações da Capes	28 teses ou dissertações	09 teses ou dissertações

Fonte: O autor, com base nos dados síntese da pesquisa (2023)

Assim, a seguir serão apresentados os resultados referentes aos artigos, teses e dissertações obtidos por essa busca, evidenciando o número de textos em cada um dos momentos de busca, bem como as temáticas das pesquisas, os autores e outros fatores que se mostraram relevantes para o desenvolvimento desta pesquisa.

2.1 ANÁLISE DOS ARTIGOS CIENTÍFICOS

Por meio dos filtros inseridos no buscador Periódicos Capes (1.º momento), obtivemos 78 artigos científicos, porém pudemos observar, por meio de seus títulos, que muitos deles se distanciavam do tema pesquisado. Assim, foi realizado o segundo momento

de seleção, a filtragem manual, pela qual chegamos a um quantitativo de 20 artigos, que passaram a compor o rol de pesquisas que se enquadravam nas vertentes a serem analisadas nesta pesquisa (Quadro 02).

Quadro 02 – Artigos obtidos pelos Periódicos Capes, versando sobre funções, funções quadráticas e/ou Teoria dos Registros de Representação Semiótica (continua)

Anos	Títulos	Autores	Periódicos
2016	Aprendizagem matemática no contexto educacional ribeirinho: a análise de registros de representação semiótica em atividade de modelagem matemática	Tássia Cristina da Silva Pinheiro, Fábio José da Costa Alves e Maria do Perpétuo Socorro Cardoso da Silva	Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos (RBEP)
2016	Linguagem e Matemática: A Importância dos Diferentes Registros Semióticos	Maria Alves de Azerêdo e Rogéria Gaudêncio do Rêgo	Revista Temas em Educação (RTE)
2016	Concepções dos alunos sobre a noção de função	Leila Zardo Puga e Barbara Lutaif Bianchini	Revista Research, Society and Development
2017	O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação matemática	Helaine Maria de Souza Pontes, Celia Finck Brandt e Ana Luiza Ruschel Nunes	Revista Educação Matemática Pesquisa (EMP)
2018	Um Design Metodológico para Analisar as Concepções dos Docentes em relação à Produção Discente a partir de Representação Semiótica e Dimensões do Conhecimento Docente	Fátima Aparecida Queiroz Dionizio, Celia Finck Brandt, Ana Lúcia Pereira e Mérciles Thadeu Moretti	Boletim de Educação Matemática (Bolema)
2018	Congruência em conversões de registros de representação semiótica: análise orientada pela noção de relevância	Bazilio Manoel de Andrade Filho e Fábio José Rauen	Revista Educação Matemática pesquisa (EMP)
2018	O Fractal Árvore Pitagórica e Diferentes Representações: uma Investigação com Alunos do Ensino Médio	Veridiana Rezende, Mariana Moran, Thais Michele Mártires e Fabricia Carvalho Paixão	Journal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM)
2019	A prática do professor no ensino de álgebra e os Registros de Representação Semiótica	Luani Griggio Langwinski e Tânia Stella Bassoi	Revista Educação Matemática pesquisa (EMP)
2019	A análise de uma aula sobre o ensino das operações matemáticas básicas à luz da teoria dos registros de representação semiótica	Jéssica Cravo Santos Bernardino	Revista Educação Matemática pesquisa (EMP)
2019	O papel da planilha na mudança de registros em uma atividade de Cálculo Numérico	Magnus Cesar Ody e Lori Viali	Revista Educação Matemática pesquisa (EMP)

Quadro 02 – Artigos obtidos pelos Periódicos Capes, versando sobre funções, funções quadráticas e/ou Teoria dos Registros de Representação Semiótica (conclusão)

2019	Desempenho de graduandos da licenciatura em Matemática em resolução de problemas acerca de função afim: efeitos dos fatores de congruência	Mikaelle Barboza Cardoso e Marcília Chagas Barreto	Revista Cocar
2019	O estado do conhecimento acerca das tendências metodológicas para o ensino da Matemática no Ensino Superior	Joice Rejane Pardo Maurell, Celiane Costa Machado e Elaine Corrêa Pereira	Revista Educação Matemática pesquisa (EMP)
2019	Registros de representação semiótica: experiência no ensino de funções quadráticas com alunos do Ensino Médio Integrado	Linus Tannure Santana, Jorge Henrique Gualandi e Maria Rosana Soares	Revista Educação Matemática Debate (EMD)
2020	Convergências entre a abordagem do livro didático e o ensino de função quadrática: um olhar sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica	Andreza S. da Silva e Rosinalda A. de M. Teles	Revista Educação Matemática pesquisa (EMP)
2020	Resolução de Problemas e Representações Semióticas na Formação Inicial de Professores de Matemática	Vânia Bolzan Denardi e Eleni Bisognin	A Revista de Educação Matemática (REMat)
2020	O desenvolvimento do pensamento algébrico segundo Raymond Duval: o papel da congruência semântica na elaboração discente de problemas aditivos	Celia Finck Brandt, Mércles Thadeu Moretti, Carine Scheifer, Fátima Aparecida Queiroz Dionizio e Ettiène Cordeiro Guérios	Revista Educação Matemática pesquisa (EMP)
2020	Contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a análise do capítulo de funções de um livro didático	Izabella Batista Silva, Giovani Prado e Jorge Henrique Gualandi	Revista Educação Matemática Debate (EMD)
2021	Fenômeno de congruência e não congruência sobre a Função Exponencial no Caderno do Professor do estado de São Paulo	Patrícia Costa Ginez e Rogério Fernando Pires	A Revista de Educação Matemática (REMat)
2021	Uma análise semiótica e cognitiva na aprendizagem de áreas de triângulos e quadriláteros	Cleide R. M. Arinos, José L. M. de Freitas e Mustapha Rachidi	Revista Educação Matemática pesquisa (EMP)
2021	Mapeamento de pesquisas que investigaram a Função Quadrática em contextos de ensino e/ou aprendizagem da Matemática	Alice Bohrer e Douglas Da Silva Tinti	Revista Educação Matemática pesquisa (EMP)

Fonte: O autor, com base nos dados síntese da pesquisa (2023)

O estudo dos artigos pautou-se em partes específicas, como nos resultados, discussões e conclusões, buscando extrair deles as principais informações e

relacionando-os com a temática. Assim, foi possível agrupá-los em categorias de interesse da pesquisa (Quadro 3).

Quadro 03 – Pesquisas encontradas no período de 2016 a 2021, agrupadas em três categorias relacionadas com a TRRS

Categorias	Temáticas	Quant.	Autores
1 - Estudo de funções	Pesquisas que abordaram a TRRS ligada especificamente ao estudo de funções (excluindo as funções quadráticas)	04	Cardoso, Barreto (2019); Ginez, Pires (2021); Puga, Bianchini (2016); Silva, Prando, Gualandi (2020).
2 - Estudo da TRRS	Pesquisas que abordaram a TRRS articulada a outras temáticas dentro da Educação Matemática, exceto o estudo de funções	13	Andrade Filho, Rauhen (2018); Arinos, Freitas, Rachidi (2021); Azerêdo, Rêgo (2016); Bernardino (2019); Brandt, Moretti, Scheifer, Dionizio, Guérios (2020); Denardi, Bisognin (2020); Dionizio, Brandt, Pereira, Moretti (2018); Langwinski, Bassoi (2019); Maurell, Machado, Pereira (2019); Ody, Viali (2019); Pontes, Brandt, Nunes (2017); Rezende, Moran, Mártires, Paixão (2018); Pinheiro, Alves, Silva (2016).
3 - Estudo da TRRS e função quadrática	Pesquisas que abordaram a TRRS articulada ao estudo de funções, com foco nas funções quadráticas	03	Santana, Gualandi, Soares (2019); Silva, Teles (2020); Bohrer e Tinti (2021).

Fonte: O autor, com base nos dados síntese da pesquisa (2023).

Algumas pesquisas adentram temáticas próximas umas das outras, como as que abordaram o conceito de funções quadráticas à luz da TRRS e algumas a teoria associada a outras temáticas. A categorização apresentada permite visualizar que a produção em artigos científicos se concentra no que se refere à abordagem da teoria voltada à Matemática e, por poucas vezes, adentra o conteúdo de funções. Poucos trabalhos abordaram as funções quadráticas (Quadro 3).

De forma mais específica, analisando os textos dentro da categoria 1, encontramos estudos que versam sobre o conceito geral de funções, algumas articuladas ao conceito de funções, como a pesquisa de Puga e Bianchini (2016), que busca identificar as concepções dos estudantes sobre noção de funções, e outras que se debruçam sobre a análise de capítulos de livros didáticos ou caderno do professor, como nas pesquisas de Silva, Prando e Gualandi (2020) e Ginez e Pires (2021), respectivamente.

Na categoria 2, em que se estabelecem textos que versam sobre a TRRS, sem se pautar no âmbito do estudo das funções, obtivemos textos que versam sobre as diversas temáticas e conceitos matemáticos, como a modelagem matemática, álgebra, Matemática básica, resolução de problemas, fractal, triângulos, quadriláteros

e cálculo numérico, mostrando a grande abrangência que a TRRS possui dentro da Matemática.

No que se refere ao estudo das funções quadráticas articuladas à TRRS, alvo desta pesquisa, apresentadas na categoria 3, destacamos três pesquisas: a de Santana, Gualandi e Soares (2019), Silva e Teles (2020) e de Bohrer e Tinti (2021), as quais estabelecem uma relação com a teoria de Duval (2009) e com o conceito de funções quadráticas.

A pesquisa de Santana, Gualandi e Soares (2019) investigou como os estudantes do 1.º ano do ensino médio transitavam entre os diferentes tipos de registros de representação semiótica de funções quadráticas. Os autores observaram que os estudantes apresentaram dificuldades para transitar entre os diferentes tipos de registros.

Silva e Teles (2020) verificaram a abordagem de funções quadráticas nos livros didáticos à luz da TRRS, analisando como o ensino de função quadrática é abordado por um professor de Matemática na 1ª série do ensino médio e sua relação com o livro didático. Ademais, puderam identificar a variação das representações tanto nas aulas dos professores quanto nos livros.

Bohrer e Tinti (2021) se pautaram por mapear as pesquisas sobre funções quadráticas, o que possibilita ao leitor focar sua análise sobre os dados mediante o que se deseja, como a relação entre a função quadrática e a TRRS. Nela obtiveram, como alguns dos resultados, a presença de softwares no ensino desse conteúdo e o desenvolvimento das pesquisas principalmente no 9.º ano do ensino fundamental II.

No recorte temporal analisado, observamos que as pesquisas abordaram dois níveis de ensino, educação básica e ensino superior, porém o estudo das funções quadráticas, mais especificamente a análise de seus Registros de Representação Semiótica, não foi analisado no ensino superior, tendo encontrado uma análise feita no ensino médio por Santana, Gualandi e Soares (2019).

2.2 ANÁLISE DAS TESES E DISSERTAÇÕES

A busca pelas teses e dissertações foi realizada no Catálogo de Teses e Dissertações, organizado pela Capes, em que, no primeiro momento de seleção, obtivemos 28 teses

e dissertações e, após a avaliação à luz do tema pertinente (2.º momento de seleção), obtivemos um total de nove pesquisas, entre teses e dissertações (Quadro 04).

Quadro 04 – Teses e dissertações obtidas no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes sobre funções, funções quadráticas e/ou Teoria dos Registros de Representação Semiótica, no período de 2016 a 2021

Anos	Títulos	Autores	Pesquisas de	Instituições
2016	Análise Discursiva das Representações Semióticas Mobilizadas por Licenciandos em Matemática no Ensino e na Aprendizagem de Funções	Shayene Vieira Mossi	Mestrado acadêmico	Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)
2018	Registros de Representação Semiótica de Funções Quadráticas: Análise de um Livro Didático	Josias Barbosa De Miranda	Mestrado profissional	Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de São Paulo (IFSP)
2021	Conversão Entre os Registros de Representação Gráfico e Algébrico da Função Afim: Análise a partir da Interpretação Global de Propriedades Figurais	Jose Robson De Araujo	Mestrado acadêmico	Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
2019	Imagens Virtuais e Atividades Matemáticas: Um Estudo sobre Representação Semiótica na Página do Facebook Matemática com Procópio	Luciano Gomes Soares	Mestrado acadêmico	Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)
2017	Integração Multimodal e Coordenação de Representações Semióticas em Atividades de Função do 1º Grau	Renata Aparecida De Faria	Mestrado acadêmico	Universidade Estadual de Londrina (UEL)
2019	Contribuições das Representações Semióticas para Compreensão de Conceitos Fundamentais para o Cálculo Diferencial e Integral por Alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática	Vania Bolzan Denardi	Doutorado	Universidade Franciscana de Santa Maria (UFN)
2021	As Representações Semióticas no Estudo de Inequações no Ensino Médio	Diego Da Silva Queiroz	Mestrado profissional	Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)
2020	Funções Trigonométricas e Fenômenos Periódicos: Uma Proposta Metodológica	Ulisses Suriano Da Silva Neto	Mestrado profissional	Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB)
2019	Funções Trigonométricas ou Função Trigonométrica: Uma Análise Histórica e Institucional no Ensino Médio	Leticia Santos Meneses	Mestrado acadêmico	Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)

Fonte: O autor, com base nos dados síntese da pesquisa (2023)

Semelhante ao obtido na análise dos artigos encontrados, a produção encontrada na Capes foi analisada e agrupada nas categorias funções (de forma geral), Teoria dos Registros de Representação Semiótica e funções quadráticas (Quadro 05).

Quadro 05 – Categorização das teses e dissertações obtidas no levantamento realizado no Banco de Teses e Dissertações da Capes, no período de 2016 a 2021

Categorias	Temáticas	Quant.	Autores
1 - Estudo de funções	Pesquisas que abordaram a TRRS articulada especificamente ao estudo de funções (excluindo as funções quadráticas)	6	Araujo (2021); Denardi (2019); Faria (2017); Meneses (2019); Mossi (2016); Silva Neto (2020).
2 - Estudo da TRRS	Pesquisas que abordaram a TRRS articulada a outras temáticas dentro da Educação Matemática, exceto o estudo de funções	2	Queiroz (2021); Soares (2019).
3 - Estudo da TRRS e função quadrática	Pesquisas que abordaram a TRRS articulada ao estudo de funções, com foco nas funções quadráticas	1	Miranda (2018).

Fonte: O autor, com base nos dados síntese da pesquisa (2023).

Podemos identificar que as pesquisas em nível de pós-graduação (mestrado acadêmico, mestrado profissional e doutorado) que tratam sobre a temática de funções de forma geral se atêm à análise de funções trigonométricas, que são alvo dos estudos de Menezes (2019) e Neto (2020), enquanto as que discutem a Teoria dos Registros de Representação Semiótica buscam investigar imagens virtuais e atividades matemáticas disponíveis na internet (SOARES, 2019) e o estudo de inequações no ensino médio (QUEIROZ, 2021).

Na interseção entre a TRRS e o estudo das funções, podemos verificar que muitas abordagens se evidenciam, como a análise dos Registro de Representação Semiótica de funções por licenciandos em Matemática (MOSSI, 2016); conversão entre registros de funções afins (ARAUJO, 2021); integração multimodal e coordenação de Representações Semióticas em Atividades de Função do 1.º Grau (FARIA, 2017); contribuição dos RRS para a aprendizagem de cálculo (DENARDI, 2019).

Entre essas interseções entre a TRRS e o estudo das funções, verificamos que a dissertação de mestrado de Miranda (2018) se aproxima da temática desta pesquisa, pois busca verificar como os exercícios dispostos nos livros didáticos do ensino médio “favorecem a mobilização dos diferentes tipos de representação do objeto função quadrática e em qual sentido se dá essa mobilização” (p. 11). Esta pesquisa aproxima-se dessa proposta de investigação devido ao fato de se preocupar com os diferentes tipos de RRS de funções quadráticas, mesmo não se estabelecendo em nível superior.

O estudo que se aproxima desse nível de ensino é o da pesquisa realizada por Mossi (2016), que realiza uma análise das representações de funções por licenciandos em Matemática.

3 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA (TRRS)

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi estruturada por Raymond Duval, um filósofo e psicólogo francês (FLORES, 2006). A teoria pressupõe a relação entre a aprendizagem da Matemática e a representação dos conceitos estudados na disciplina, ou seja, quando o estudante consegue representar, em mais de uma maneira, o conceito matemático e transitar entre as possíveis representações (DUVAL, 2009).

Para compreender melhor a TRRS, esta seção aborda o percurso histórico da Teoria e a respectiva fundamentação.

3.1 PERCURSO HISTÓRICO DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A semiótica configura-se como “a ciência dos signos e dos processos significativos (semiose) na natureza e na cultura” (NÖTH, 1995, p. 17), constituindo-se em um elemento de grande importância para o desenvolvimento da Matemática (D’AMORE; PINILLA; IORI, 2015) e sendo um dos pontos principais de que fazemos uso dentro da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Em razão disso, para compreender a história da TRRS, deve-se remontar a história dessa ciência.

Assim, os primórdios da semiótica remetem ao contexto da medicina, por meio de Galeno de Pérgamo, que a entendeu como o primeiro estudo diagnóstico dos signos das doenças, trazendo, então, a ligação entre essa ciência e a medicina. Posteriormente a esse período, Platão iniciou seu trabalho em analisar os aspectos dos signos, que foram pontos importantes para a composição da semiótica (D’AMORE; PINILLA; IORI, 2015).

Segundo Nöth (1995, p. 27), Platão (427-347) determinou que “o signo tem uma estrutura triádica”, ou seja, composta por três partes, o nome, a noção ou ideia e a coisa que se refere o signo, que representava qualquer coisa escondida da cognição. Assim, por meio dessa composição, Platão desenvolveu seus estudos pautando-se pela relação entre as “partes do signo”, buscando identificar se a relação entre elas dependia do comportamento social.

Após Platão, Aristóteles (384-322) definia também o signo como uma estrutura triádica e uma relação de implicação, permitindo que, se um elemento “p” implica “q”, “p” tem a função de signo do elemento “q” (NÖTH, 1995).

Outras concepções históricas destacaram-se ainda no período greco-romano, no que se refere à história dos signos e, portanto, na construção do que se concebe semiótica na atualidade (Quadro 06).

Quadro 06 – Concepções históricas sobre signos, com base na obra de Nöth (1995)

Personalidades / Escola filosófica	Períodos	Concepções sobre signo
Estoicos	300 a.C. – 200 d.C.	Assim como Platão e Aristóteles, determinam o signo como algo triádico.
Epicuristas	300 d.C.	Eram contra as ideias dos estoicos, pregando a concepção de signo diádico, composto apenas pelo significante e objeto referido. Acreditavam que o signo presumia uma capacidade de antecipação, sendo necessário um conhecimento prévio sobre os conceitos, para se comporem.
Aurelio Agostinho	354 d.C. – 430 d.C.	Concordava com as concepções epicuristas, determinando que os signos se constituíam em um fato perceptivo que representa algo até então desconhecido. Estabelece também que os signos produzem sentido e fazem com que a mente recorde outras coisas. Defende que todos os signos são alguma coisa, porém nem toda coisa é um signo e as coisas são conhecidas pelos signos.
Roger Bacon e a Teoria geral Escolástica	1215 d.C. – 1294 d.C.	A predominância de uma semiótica pautada nas doutrinas do realismo e do nominalismo. Estudou as funções semióticas de signos, símbolos e imagens.

Fonte: O próprio autor (2023), com base na obra de Nöth (1995)

A teoria geral dos signos, segundo as produções filosóficas que aconteceram na Idade Média, entre os séculos IX e XIII d.C. (Escolástica), pautava-se pela valorização da objetividade e dos fatos, remetendo aos princípios realistas e nominalistas, porém, além desse fato, a escolástica destacou-se por situar três ciências: a *philosophia*

naturalis, philosophia moralis e a scientia de signis. Esta última se constitui em uma ciência dos signos, muito próxima do que atualmente se entende por semiótica (NÖTH, 1995).

Após esse período, o filósofo John Locke destaca-se no contexto da semiótica por descrever os signos como instrumentos de conhecimento e os classifica em ideias e palavras:

Locker (1960:§ 4.21.4) descreveu os signos como “grandes instrumentos de conhecimento” e distingue duas classes de signos: as idéias [sic] e as palavras. As idéias são os signos que representam as coisas na mente do contemplador; as palavras não representam nada “senão as idéias na mente da pessoa que as utiliza”. Palavras, portanto, são os signos das idéias do emissor (NÖTH, 1995, p. 44).

Foucault (1992, p. 89) determina que, “[...] a partir da idade clássica, o signo é a representatividade da representação enquanto ela é representável” e revela que os signos passam a instituir uma função de representar elementos, sem se basear na imitação antes determinada, que posteriormente será adicionada sua concepção à possibilidade de estabelecer significado a ele.

Na abordagem da semiótica definida como ciência, Souza (2006) relata que Peirce definiu a semiótica no contexto das linguagens, em que buscava defender a natureza social do signo, e este está em constante movimento, bem como o pensamento, que, em sua concepção, assume uma característica “ternária” composta por três partes influenciáveis pelo mundo, sendo assim mediadora, social e histórica. Ainda segundo a autora, na visão de Peirce, “a semiótica não é um quadro aplicado à realidade” (SOUZA, 2006, p. 2), o que permite inferir que sua concepção não a põe como algo estático, fixo e determinado da realidade.

Charles Morris (1994) realiza uma reflexão sobre a semiótica como uma ciência, que se institui como instrumentos das outras ciências.

Mas se a semiótica é uma ciência coordenada com as outras ciências, estudando coisas ou as propriedades das coisas na sua função de servir de signos, ela é também o instrumento de todas as ciências, na medida em que cada ciência faz uso e exprime os seus resultados em termos de signos (MORRIS, 1994, p. 6).

O autor supracitado, com o objetivo de defender a relação da semiótica com as demais ciências, define-a como uma igual ciência que estuda as coisas por meio dos usos de signos. Essa afirmação vai ao encontro do que é apresentado por Souza (2006) sobre as concepções de Peirce, que se remete também à relação com os signos.

Desde o Renascimento Ocidental, a “[...] operação de representação era baseada na imitação, mantendo uma correspondência analógica com o mundo estável preexistente” (FLORES, 2006, p. 6), o que demonstra um dos primeiros indícios dos sistemas de representação pautado na imitação. De acordo com Serfati (1997), até o século XVII, não havia um sistema de registros de representação propriamente dito.

Em uma análise histórica do percurso do uso da representação em Matemática, Flores (2006) indica que o primeiro matemático a estabelecer seu sistema de signos na Matemática foi François Viète, precedido por Descartes em seu estudo sobre a geometria. A autora pontua também que, só depois de Leibniz, se observou uma abstração dos objetos matemáticos, como vemos na atualidade, possibilitando a manipulação da qual a Matemática faz uso.

No que se refere à Educação Matemática, Raymond Duval é, na atualidade, o principal nome no que diz respeito à TRRS, que viu, no processo de ensino aprendizagem da Matemática, a carência de um estudo mais aprofundado, pautando-se pela relação entre as representações dos conceitos matemáticos e sua apreensão (FREITAS; REZENDE, 2013).

Duval foi pesquisador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino da Matemática (IREM) em Estrasburgo, na França, de 1970 a 1995, onde baseou seus estudos na compreensão de demonstrações por alunos do Collège¹ e no modelo de desenvolvimento de Piaget, sendo contratado devido ao referencial teórico de sua tese, que se constitui na “epistemologia genética de Piaget para estudar o desenvolvimento de noções de Física e Matemática em crianças e adolescentes” (FREITAS; REZENDE, 2013, p. 11). Após sua passagem pelo IREM, Duval foi para a Université du Littoral Côte d'Opale em Dunquerque, na França, como professor emérito (FREITAS; REZENDE, 2013).

Duval relata, em uma entrevista concedida a Freitas e Rezende (2013), que os estudos sobre a TRRS ocorreram na constatação pelos professores do Collège de que os estudantes possuíam uma grande dificuldade em compreender os enunciados dos problemas. Essa dificuldade não transparecia apenas na disciplina Matemática.

¹ Um dos níveis do sistema educacional francês, que equivale ao que denominamos ensino fundamental – anos finais.

No entanto, para justificá-la, os professores de Matemática passaram a atribuí-la à falta de domínio da linguagem.

Freitas e Rezende (2013, p. 13) relatam que Duval passou a se questionar sobre “[...] que tipo de esquema e, de modo mais geral, que tipo de representação é a mais pertinente para dar conta não apenas de um texto, mas de um raciocínio dedutivo, de uma argumentação, de uma escrita simbólica, etc.?”. Com base nisso e em outras experiências, Duval tomou consciência da importância da semiótica para o desenvolvimento da aprendizagem em Matemática, dando início aos estudos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

A noção de representação na TRRS pode ser identificada em três retomadas históricas: a primeira foi denominada representação mental, de 1924 a 1926, em que Piaget estuda a representação do mundo da criança; a segunda, denominada como representação interna ou computacional, de 1955 a 1960, foi iniciada por Broadbent, que privilegiava o tratamento e a representação como descrição de um sistema de tratamento (DUVAL, 2009); a terceira foi a representação semiótica que “pressupõe, então, a consideração de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico para outro” (DUVAL, 2009, p. 32). Sendo assim, a *semiose* ocupa um papel importante no que se refere à representação de operações cognitivas e se destaca nesse âmbito, pois essas representações se estabelecem como suporte para representações mentais.

Em um contexto geral, a semiótica foi alvo de estudos que se pautaram desde o estudo dos signos, perpassando por sua definição como ciência, até a atualidade, em que muitos filósofos, como Platão, Aristóteles, Locke e Peirce, contribuíram para que a semiótica alcançasse a dimensão que existe na atualidade (NÖTH, 1995; SOUZA, 2006).

Nöth (1995, p. 17) relata que a semiótica “é a ciência dos signos e dos processos significativos (*semiose*) na natureza e na cultura” e tem seu início com John Locke (1632-1704), sendo o primeiro a escrever um tratado intitulado *Semiotik*, em 1690, que evidenciava todas as investigações sobre a natureza dos signos. Porém, os estudos de Platão e seus precursores sobre a natureza dos signos foram importantes para tal tratado e também para que a semiótica pudesse ser o que se concebe atualmente.

3.2 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A TRRS, de Raymond Duval, estabelece um olhar sobre as representações de conceitos matemáticos, identificando sua apreensão por meio de alguns aspectos específicos, com base na cognição dos estudantes. Duval (2009) apresenta que, para a apreensão dos conceitos matemáticos, sejam quais forem, é necessário o uso de sistemas de representação e de expressão.

Ao utilizarmos esses sistemas de representação no ensino de Matemática, temos o objetivo de desenvolver instrumentos que serão úteis futuramente, fazendo com que haja um desenvolvimento de suas capacidades cognitivas, não esperando que esse ensino forme matemáticos (DUVAL, 2017). Essa abordagem cognitiva é algo que se pode verificar na TRRS, tendo em vista que a compreensão e a representação dos conceitos matemáticos podem favorecer o desenvolvimento da experimentação, interpretação e visualização e beneficiar os atos de induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar.

Duval (2009) argumenta que, para haver uma compreensão da Matemática, é necessária a distinção entre o objeto e sua representação, tendo em vista que o mesmo objeto matemático pode ser representado de diferentes formas, o que justifica a distinção entre a representação e o objeto representado.

O autor citado explica também que o objeto, quando é associado como igual a sua representação, provoca, com o passar do tempo, uma perda de compreensão sobre si mesmo. Por exemplo, na Matemática é comum que a representação algébrica de uma função seja associada ao próprio conceito, como se ambos fossem iguais, porém isso é incoerente, uma vez que a função se constitui no conceito matemático e a representação algébrica é uma das possíveis representações.

Almouloud (2007) apresenta, em seus estudos, que na TRRS nenhum registro pode sobressair entre outros, devido ao fato de que nenhum deles pode ser considerado pelos estudantes como algo mais acessível.

Nesse sentido, é necessário distinguir o objeto de sua representação. Em contrapartida, pode-se determinar que não há compreensão do objeto matemático sem a sua representação e esta dá condições para que se determine a compreensão almejada. Sendo assim, Duval (2009, p. 17) afirma que “não há *noésis* sem *semiós*is,

é a *semiósis* que determina as condições de possibilidade e de exercício da *noésis*”, isso “se chamarmos *semiósis* a apreensão ou a produção de uma representação, e *noésis* os atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto” (DUVAL, 2009, p. 15).

Duval (2018) entende que

[...] a aquisição de conhecimentos matemáticos depende do conhecimento de um mesmo objeto em, ao menos, duas representações diferentes uma vez que os objetos matemáticos não são acessíveis empiricamente. Mas depende também das transformações de representações em novas representações no interior de um mesmo registro (DUVAL, 2018, p. 17).

Assim, para que haja a representação dos conceitos matemáticos, Duval (2017) define dois processos de transformação de registros: o tratamento e a conversão. O tratamento é determinado como a transformação que ocorre no interior de um mesmo tipo de registro de representação, enquanto a conversão ocorre quando há mudança de um tipo de registro de representação para outro. Dessa forma, o tratamento está ligado a um tipo de registro de representação, enquanto a conversão se pode estabelecer em mais de um tipo.

O tratamento pode ser identificado, entre outros momentos, no processo de obtenção dos valores dos zeros de uma função quadrática por meio da manipulação do registro algébrico.

Por exemplo: $f(x) = x^2 + 5x + 6$

Os zeros de função são os valores de x [variável independente, (DANTE, 2013)] que possuem uma imagem nula. Assim, na função dada, deve-se obter tal valor de forma que

$$0 = x^2 + 5x + 6 \Rightarrow 0 = (x + 3).(x + 2) \Rightarrow x + 3 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0$$

$$x' = -3 \text{ ou } x'' = -2$$

Desse modo, pode-se verificar que houve uma manipulação do registro algébrico da função, que possibilitou identificar que -3 e -2 são seus zeros, já que esses valores possuem uma imagem nula.

Já a conversão de registro se pode apresentar, entre outras situações, na construção de gráficos cartesianos de funções que se encontram na linguagem algébrica. Nesse caso, uma das formas se constitui em aplicar valores na lei da função, registro

algébrico, gerando pares ordenados, por meio do registro tabular (Quadro 07), que, quando dispostos no plano cartesiano, geram o gráfico da função no registro gráfico (Figura 01).

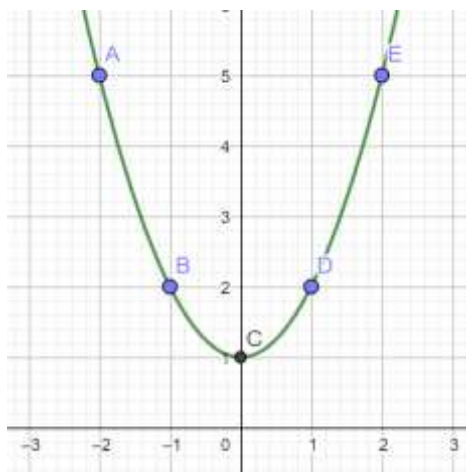
$$f(x) = x^2 + 1 \text{ (registro algébrico)}$$

Quadro 07 – Registro tabular da função $f(x)=x^2+1$

x	$f(x)$ ou y	Par ordenado
-2	5	$A (-2, 5)$
-1	2	$B (-1, 2)$
0	1	$C (0, 1)$
1	2	$D (1, 2)$
2	5	$E (2, 5)$

Fonte: O próprio autor (2023)

Figura 01 – Registro gráfico da função $f(x)=x^2+1$



Fonte: O próprio autor (2023), por meio do Geogebra (2023)

Duval (2017) determina, em sua teoria, que a compreensão da Matemática está intimamente ligada à capacidade de o sujeito transitar entre diferentes tipos de registros, ou seja, utilizar os processos de conversão e tratamento, sendo necessário que cada estudante consiga utilizar ao menos dois tipos de registros semióticos, para demonstrar que o conceito esteja bem fixado em sua estrutura cognitiva.

Duval (2009) afirma que o processo de coordenar mais de um tipo de registro se constitui em uma das maiores dificuldades encontradas pelos estudantes, isso devido ao que ele determina como “enclausuramento de registro”, tendo em vista que a prática docente não contempla, algumas vezes, uma variedade de tipos de registros

de representação semiótica e esse fato faz com que o estudante confunda o que é representação com o objeto representado, mencionado anteriormente.

Mediante o enclausuramento de registro, pode se estabelecer o que Duval (2009) determina como mono-registro, quando o estudante faz uso de um número limitado de registros, priorizando um em relação aos demais.

Assim, Duval (2012) faz uma reflexão sobre a coordenação de registro:

Naturalmente, a ausência de coordenação não impede toda compreensão. Mas esta compreensão, limitada ao contexto semiótico de um registro apenas, não favorece em nada as transferências e as aprendizagens ulteriores: torna os conhecimentos adquiridos pouco ou não utilizáveis em outras situações aonde deveriam realmente ser utilizados (DUVAL, 2012, p. 283).

Isso evidencia que a coordenação de registros não impede a compreensão dos conceitos matemáticos, mas esse fato não colabora para que haja uma aprendizagem concisa dos conceitos trabalhados. O autor reconhece que há uma dificuldade de realizar a conversão e coordenação de registros e afirma:

A passagem de um sistema de representação semiótica a um outro ou a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer de um mesmo percurso, fenômeno tão familiares e tão frequentes na atividade Matemática, não tem nada de evidente e espontâneo para maior parte dos alunos e dos estudantes (DUVAL, 2009, p. 18).

Os registros de representação semiótica são, nesse contexto, as possibilidades que os indivíduos possuem para “explorar informações ou simplesmente para comunicá-las a um interlocutor” (DUVAL, 2009, p. 37), o que traduz a necessidade de uma variedade de Registros de Representação Semiótica, para que essas possibilidades sejam acessíveis, e determina “três fenômenos sobre a análise do desenvolvimento dos conhecimentos e a dos obstáculos encontrados nas representações fundamentais relativas ao raciocínio, a compreensão dos textos, à aquisição de tratamentos lógicos e matemáticos” (Quadro 08).

Quadro 08 – Fenômenos ligados ao desenvolvimento dos conhecimentos no pressuposto da Teoria de Registros de Representação Semiótica, propostos por Duval (2009)

N. ^{os}	Fenômenos	Interpretações do fenômeno
1. ^o	Diversificação dos registros de representação semiótica	Constitui-se na consciência de que não existe apenas um sistema de representação, e sim uma variedade, não ficando a cargo da linguagem natural a representação única e exclusiva de todas as coisas.
2. ^o	Diferenciação entre representante e representado	Essa diferenciação ocorre mediante a compreensão do que se constitui em uma representação, permitindo que o indivíduo associe a primeira delas a outras representações.
3. ^o	Coordenação entre os diferentes registros	Essa coordenação constitui-se quando há a manipulação de pelo menos dois registros e a conversão entre eles acontece de maneira espontânea.

Fonte: O próprio autor, com base em Duval (2009).

Os três fenômenos apresentados por Duval (2009) permitem compreender que a aprendizagem da Matemática se estabelece por meio da relação entre o conhecimento dos indivíduos sobre os diferentes tipos de registros, a consciência da diferença entre conceito e a representação e a habilidade de articular, de forma espontânea, os diferentes registros de que temos conhecimento.

Além da relação existente entre esses três fenômenos, Duval (2017) ressalta que a coordenação de registros é uma questão central nas aprendizagens intelectuais, já que a pluralidade de sistemas semióticos aumenta as capacidades cognitivas dos indivíduos.

Assim, a coordenação de registros não pode ser tomada como algo simples, como um “conhecer de registros”, pois vai além disso. Para ilustrar tal afirmação, podem-se tomar como referência dois processos ligados à área das linguagens, a alfabetização e o letramento, cujas definições, apesar de possuírem talvez as mesmas características, vão muito além uma da outra: a alfabetização refere-se ao conhecimento do sistema de escrita, já o letramento tem dependência do sistema de escrita e torna necessário que ele seja utilizado em diferentes contextos, fazendo a coordenação em diversas situações (SOARES, 1998).

A coordenação de registros semióticos possui a mesma característica do letramento, porque a ela compete não apenas a identificação de quais RRS poderiam ser usados, mas também os conhecimentos que estejam bem desenvolvidos a ponto de a mudança de registro acontecer naturalmente. Essa mudança natural seria algo complexo para o indivíduo que não possui um nível de conhecimento satisfatório das possibilidades de representação, como no caso do letramento e a alfabetização, pois um depende do outro.

Desta forma, conhecer os diferentes tipos de registros de representação constitui um passo importante para alcançar a coordenação de registros. Duval (2009, p. 40) ressalta que há a recorrência em duas oposições clássicas para caracterizar as representações, sendo a oposição interna/externa e a oposição consciente/não consciente, as quais, muitas vezes, são consideradas como “duas formulações equivalentes de uma mesma partição dos fenômenos cognitivos, apesar de isso não ser o caso”.

O autor citado mostra as representações conscientes como aquelas que são perceptíveis: as internas como as representações mentais, que possuem a função de objetivação; e as externas como representações semióticas, que possuem a função de objetivação, expressão e tratamento intencional.

As representações não conscientes referem-se justamente àquelas que não se notam, caracterizando-se como representações exclusivamente internas, como o caso das computacionais, que possuem a função de tratamento automático ou quase instantâneo.

Na aprendizagem pautada nas representações semióticas, transparece o trabalho docente, tendo em vista que o profissional é o que vai desenvolver o processo de ensino e de aprendizagem, de forma que proporcione aos estudantes o conhecimento sobre as múltiplas representações de um mesmo conceito matemático.

Duval (2012) e Almouloud (2007) defendem que a TRRS possibilita ao professor tornar a Matemática acessível aos estudantes por meio das diversas representações de um mesmo conceito matemático e se faz interessante desenvolver a capacidade de articular mais de um tipo de registro ao mesmo conceito matemático. Porém, para isso, torna necessário que o estudante possua conhecimento dessas possibilidades de representação e também dos conceitos matemáticos envolvidos.

Assim, para que haja a aprendizagem da Matemática, é necessário desenvolver o trabalho docente por caminhos específicos, como defendido por D'Amore, Pinilla e Iori (2015):

Não há dúvida de que o conhecimento na escola e a aprendizagem como construção cognitiva estão condicionados por situações específicas da instituição. Assim, aprender na escola não é o aprender *tout court*². Os problemas da aprendizagem matemática na escola, antes de serem de ordem

² Segundo a tradução, o termo significa sem mais nada, simplesmente.

epistemológica, pertencem àquele ambiente sociocultural tão específico (2015, p. 159).

Como dito esses autores, o processo de ensino escolar não se estabelece de maneira fácil e imediata, pois diversos fatores fazem com que sua execução seja mais complexa do que se pensa, mas cabe ao professor desenvolver estratégias que favoreçam o ensino pautado nas múltiplas representações de um mesmo conceito matemático.

Henriques e Almouloud (2016) defendem que

[...] o professor que pretende fazer com que os seus alunos aprendam matemática, sob diferentes pontos de vista, não deve, simplesmente, tratá-la sem evocar o importante papel exercido pelos diferentes registros que ele mobiliza em função dos objetos matemáticos a representar/ensinar (HENRIQUES; ALMOULLOUD, 2016, p. 467).

Desse modo, o professor é capaz, ao desenvolver seu trabalho, de proporcionar acesso às diversas faces que a Matemática possui e, portanto, as diversas representações dos conceitos matemáticos que favorecem a aprendizagem da Matemática e o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

4 FUNÇÕES QUADRÁTICAS

O conceito de função que inicialmente foi definido por Leibniz (1646-1716) com os matemáticos do século XVIII dizia que “[...] a ideia de uma relação funcional estava mais ou menos identificada com a existência de uma fórmula Matemática simples expressando a natureza exata da relação” (COURANT; ROBBINS, 2000, p. 332), mesmo que, tempos depois, tenham concluído que esse conceito não se adequava ao que era necessário dentro da Física e Matemática.

Após avanços no estudo das funções, alguns autores, como Caraça (1951), Stewart (2011) e Courant e Robbins (2000), passaram a definir as funções mediante suas características essenciais. Caraça (1951) descreveu, no processo de construção da definição do conceito de funções, que esse instrumento matemático possui sua essência na correspondência. Nessa mesma perspectiva, Stewart (2011) constata que as funções emergem quando há uma relação de dependência entre duas quantidades, possuindo características específicas que permitem classificá-las, em alguns tipos, como polinomiais, que englobam as funções do 1.º grau ou afins e as do 2.º grau ou quadrática.

Para Courant e Robbins (2000, p. 335), “[...] uma função matemática é simplesmente uma lei que reage a interdependência de quantidades variáveis [...] estabelecendo a ideia de que não há valor numérico definido, a menos que seja atribuído um valor para as variáveis, como no caso das equações”. Caraça (1951, p. 129) ainda estabelece que “[...] o conceito de função aparece-nos, no campo matemático, como o instrumento próprio para o estudo de leis”³.

No que diz respeito às funções, podemos defini-las ainda do ponto de vista algébrico, focando a construção de suas leis. Caraça (1951), Courant e Robbins (2000) definem as funções de forma bem semelhante, em que as estruturas algébricas se pautam interdependência entre quantidades.

Caraça (1951) considera:

Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números: diz-se que y é função de x e escreve-se $y = f(x)$ se entre as duas variáveis existe

³ Para compreensão das perspectivas apresentadas, faz-se necessário compreender que as leis, segundo Caraça (1951), estão ligadas à forma de correspondência de dois conjuntos.

uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente (CARAÇA, 1951, p. 129).

Então, por meio dessa definição, podemos verificar que a lei da função estabelece uma relação entre dois conjuntos por meio das variáveis x e y , a qual se determina de forma unívoca, ou seja, para um elemento, há outro em correspondência.

Courant e Robbins (2000) definem a construção da lei da função de forma semelhante a Caraça (1951), indo além no que diz respeito à relação de interdependência entre as variáveis. Os autores determinam que, por x representar os elementos de um determinado conjunto (seja numérico, ou não, finito ou infinito), ao alternar entre os elementos do conjunto, a variável y também vai alternar-se entre os entes do respectivo conjunto.

Partindo das definições apresentadas, destacamos algumas funções mediante suas características, nas quais Caraça (1951, p.142) as define como “algumas funções importantes”, a saber: polinômios inteiros, funções racionais, funções algébricas e funções circulares.

Os polinômios inteiros, na perspectiva de Caraça (1951), estabelecem-se quando sua expressão analítica⁴ é dada por $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, em que $a_0, a_1, \dots, a_n$ se constituem em coeficientes do polinômio. Portanto, as funções quadráticas se definem como polinômios inteiros porque possuem como maior expoente o número 2.

Assim, podemos identificar que as funções quadráticas, objeto de estudo nesta pesquisa, se definem como funções polinomiais de domínio, imagem e contradomínio⁵ nos números reais, situando uma relação entre quantidades “[...] quando existem números a, b, c , com $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$ ” (DANTE, 2013, p. 103). Assim, esse tipo de função distingue-se dos demais, em sua representação algébrica, em virtude de sua variável de domínio possuir como maior expoente o 2 (ax^2) e, em sua construção gráfica, pela determinação do que se denomina em parábola.

⁴ “Consiste este modo de definição em dar um conjunto de operações de modo que tal que, por meio delas, se possa fazer corresponder a cada valor a de x um valor b de y ” (CARAÇA, 1951, p.130).

⁵ Stewart (2011) define que o domínio e o contradomínio de uma função se constituem em conjuntos de números reais, enquanto a imagem é a composição de um subconjunto do contradomínio formado pelos “valores possíveis de $f(x)$ obtidos quando x varia por todo o domínio” (p. 10).

4.1 UM OLHAR SOBRE O ENSINO DAS FUNÇÕES QUADRÁTICAS

As funções quadráticas são objetos de estudo na educação básica e, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), objetivam o desenvolvimento de habilidades gerais, por exemplo, a EM13MAT302⁶, que busca desenvolver a habilidade de “resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 528).

Além dessa habilidade, a BNCC determina outras que competem à unidade temática funções polinomiais do 1.º e 2.º graus, que são desenvolvidas com esses conceitos matemáticos (Quadro 09). São determinadas sete habilidades sobre o ensino de funções afins e quadráticas nesse documento, algumas das quais versam sobre o tratamento e a conversão entre diferentes tipos de registros, o que podemos relacionar aos conceitos definidos por Duval (2009).

⁶ Esse código refere-se a uma determinada habilidade presente na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual indica a etapa da educação básica, neste caso, ensino médio (EM), o grupo por faixa etária (13), o componente curricular (MAT) e a competência específica que se refere à habilidade (302) (BNCC, 2018).

Quadro 09 – Habilidades da Base Nacional Comum Curricular sobre a unidade temática funções polinomiais do 1.º e 2.º graus

UNIDADE: FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º E 2º GRAUS
HABILIDADES
(EM13MAT501) Investigar relações entre <u>números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano</u> , identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT507) Identificar e associar <u>sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades</u> , incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT503) <u>Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.</u>
(EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos <u>modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.</u>

Fonte: Brasil (2018, p. 534, grifo nosso).

Observamos que seis das sete habilidades elencadas fazem menção ao processo de conversão, que se constitui na mudança de tipo de registro. Essa mudança de registro ocorre do tabular para o gráfico, como nas habilidades EM13MAT501 e EM13MAT502; do algébrico para o gráfico (EM13MAT401 e EM13MAT402); do gráfico para o algébrico (EM13MAT503); e da linguagem natural para o algébrico (EM13MAT302).

Ao se trabalhar com estudantes com o propósito de desenvolver a habilidade EM13MAT507, o processo de tratamento é evidenciado, desenvolvendo nos estudantes a capacidade de trabalhar com sequências e funções afins, pois nela podemos fazer transformações dentro do mesmo tipo de registro: o algébrico.

O fato de a conversão entre registros de representação semióticos estar presente na BNCC faz com que haja uma concordância com o que é estabelecido por Duval (2012) em relação ao aprendizado da Matemática, no que diz respeito à representação do

mesmo conceito matemático de mais de uma forma possível ser favorável para o aprendizado dos estudantes.

Essa preocupação com as representações dos conceitos matemáticos não iniciou com a elaboração e implementação da BNCC. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), encontramos a possibilidade de trabalhar com os registros de representação, pois um dos objetivos apresentados nesse documento consiste em “[...] reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações” (BRASIL, 1999, p. 42).

Com isso, observamos que a preocupação com a representação dos conceitos matemáticos está presente no âmbito da educação básica, tendo em vista que os “[...] objetos matemáticos necessitam de uma mediação para se tornarem acessíveis ao sujeito por serem objetos abstratos” (MOSSI, 2016, p. 28). Assim, por meio dessa necessidade, a TRRS se estabelece também no ensino das funções quadráticas, permitindo que esse conceito seja aprendido em suas diversas representações.

Mossi (2016, p. 26), com base nos estudos de Duval, apresenta que uma função pode ser representada de formas diferentes, tais como pela “língua natural, algébrica, gráfica, simbólica e tabular”. O conhecimento sobre essas possíveis representações desse objeto matemático possibilita realizar o que se denomina tratamento e conversão de registros, podendo desenvolver a aprendizagem do estudante.

No que diz respeito ao ensino das funções, constatamos, na visão de Brandt e Moretti (2014), que o conhecimento sobre a TRRS possibilita uma organização maior para a prática docente do professor de Matemática, evidenciando as dificuldades dos estudantes e permitindo que haja uma ação mais efetiva no que concerne à ação do professor. Assim, o profissional que faz uso dessa teoria em sala de aula tem a possibilidade de evidenciar as dificuldades referentes à compreensão dos conceitos matemáticos, visto que ela está ligada à representação deles (DUVAL, 2012).

A organização do trabalho docente ocorrerá, segundo Duval (2009), mediante a identificação das dificuldades dos estudantes que se concentram na mobilização de vários sistemas de representação ou na conversão de um sistema em outro, pois “estes [os estudantes], frequentemente, não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes” (DUVAL, 2009, p. 18).

Mesmo com as possibilidades favoráveis que a TRRS oferece ao ensino de Matemática, os estudos de Ferreira, Santos e Curi (2013) identificam que essa teoria vem sendo pouco abordada, principalmente no que se refere à formação de professores, mostrando que tal teoria não é discutida nos cursos de licenciatura em Matemática, por exemplo.

No tocante ao ensino das funções quadráticas na educação básica, Moretti (2017) apresenta dois momentos em que ele se estabelece: um que se constitui no estudo do lugar geométrico da parábola, proveniente da geometria analítica, e o outro nos estudos das funções polinomiais do segundo grau com coeficientes reais. O autor explica que é rara, nos livros didáticos, a relação entre as funções quadráticas e os elementos definidos pelo lugar geométrico parábola, no caso dos focos e reta diretriz, outro fator que pode ser traduzido em algo que favorece o enclausuramento de registro (DUVAL, 2017).

Moretti (2017), Silva e Teles (2020) observaram que, segundo a teoria de Duval, há três procedimentos para a construção de curvas:

- 1) o procedimento por pontos: processo de substituição de valores na expressão algébrica da função, constituindo uma tabela e, por fim, pares ordenados a serem inseridos no plano cartesiano, que dará origem a curva gráfica;
- 2) o procedimento de extensão de um traçado efetuado: leva em conta os infinitos pontos que podem estar presentes nos traçados das curvas;
- 3) o procedimento de interpretação global das propriedades figurais: esse processo considera a “variável visual”, ou seja, acontece por meio da articulação entre as representações gráficas e algébricas.

Esses procedimentos situam maneiras para que trabalhem com a construção de curvas, porém alguns se fazem mais presentes na prática docente, como o primeiro procedimento, que é comum nos livros didáticos, enquanto os demais aparecem de forma não regular no ensino das funções (MORETTI, 2017).

Assim, cabe ao docente desenvolver um trabalho de forma que possibilite ao estudante o trabalho com os três procedimentos de construção de curva, favorecendo o manuseio dos registros de representação possíveis.

4.2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

As representações semióticas são fundamentais para o ensino de Matemática, tendo em vista que seus objetos matemáticos dependem das representações para se tornarem acessíveis e apreensíveis (DUVAL, 2009). Assim, nesse processo, é comum trabalhar com as diversas representações dos objetos matemáticos, possibilitando o entendimento da temática.

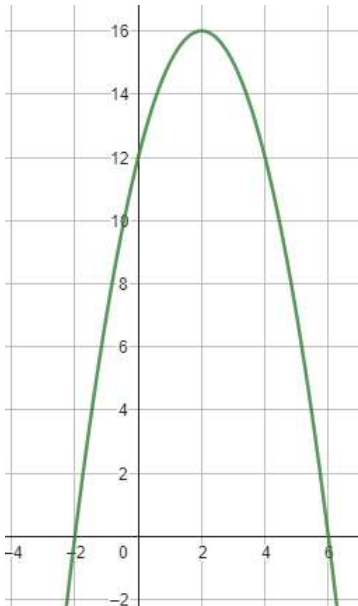
Com base no referencial teórico e nos textos analisados na revisão de literatura sobre a representação das funções quadráticas, observamos a presença de alguns registros, destacando o momento em que desejamos representar esse objeto matemático. Nesta pesquisa, podemos identificar a representação desse tipo de função por meio do registro em linguagem materna, do registro algébrico, tabular e gráfico.

Com o objetivo de exemplificarmos as representações semióticas de funções quadráticas, construímos o quadro 10, em que consta uma situação representada inicialmente em linguagem materna, que posteriormente foi convertida nos demais registros de representação semiótica mencionados anteriormente.

Quadro 10 – Registros de Representação Semiótica de funções quadráticas (continua)

Tipos de registro	Registros de representação semiótica
Linguagem materna/linguagem natural	Um fazendeiro possui um terreno retangular para cultivo de hortaliças, que possui 2 metros de largura e 6 metros de comprimento. Porém, ele tem a necessidade de ampliar a largura em alguns metros e reduzir o comprimento na mesma medida que a largura foi aumentada, de forma que o material necessário para cercar o local seja o mesmo que utilizava anteriormente e a nova área do terreno seja a maior possível.
Algébrico	$A(x) = (2 + x)(6 - x)$ $A(x) = 12 - 2x + 6x - x^2$ $A(x) = -x^2 + 4x + 12$

Quadro 10 – Registros de Representação Semiótica de funções quadráticas (conclusão)

Tipos de registro	Registros de representação semiótica														
Tabular	<table border="1" data-bbox="745 407 1324 631"> <thead> <tr> <th>Aumento/redução</th><th>Área (m²)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0,5</td><td>13,75</td></tr> <tr><td>1</td><td>15</td></tr> <tr><td>1,5</td><td>15,75</td></tr> <tr><td>2</td><td>16</td></tr> <tr><td>2,5</td><td>15,75</td></tr> <tr><td>3</td><td>15</td></tr> </tbody> </table>	Aumento/redução	Área (m ²)	0,5	13,75	1	15	1,5	15,75	2	16	2,5	15,75	3	15
Aumento/redução	Área (m ²)														
0,5	13,75														
1	15														
1,5	15,75														
2	16														
2,5	15,75														
3	15														
Gráfico															

Fonte: O autor, com base nos dados síntese da pesquisa (2023).

Assim, como disposto no quadro 10, um mesmo objeto matemático pode ser representado de modos diferentes, possibilitando ao estudante visualizar o conceito matemático de diversas formas e aprendê-lo gradativamente. A representação em mais de uma maneira é um dos fatores que possibilitam a compreensão do conceito matemático por parte do estudante, como defendido na TRRS (DUVAL, 2009).

Assim, a representação das funções quadráticas torna-se importante para o ensino de Matemática, uma vez que, por meio delas, os estudantes poderão ter acesso ao seu conceito e, posteriormente, aprendê-lo, favorecendo um desenvolvimento cognitivo esperado, como defendido por Duval (2009).

5 PERCURSO METODOLÓGICO

A metodologia é algo fundamental para alcançar os objetivos elencados em qualquer pesquisa, tendo em vista que, por ela, se descrevem os procedimentos a serem realizados em todas as etapas (GIL, 2002). Por meio da metodologia, os leitores podem ter acesso aos recursos utilizados, com o objetivo de compreender como os dados apresentados tomaram tal roupagem.

Com base nisso, essa metodologia foi organizada para evidenciar as principais informações sobre o desenvolvimento da pesquisa, perpassando desde a classificação até a caracterização das etapas desenvolvidas. Assim, nos próximos tópicos, serão apresentados a classificação da pesquisa quanto ao problema e aos objetivos, a delimitação do local de pesquisa e o desenvolvimento das etapas que proporcionaram os dados contidos em capítulos posteriores.

5.1 CLASSIFICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

No que diz respeito à natureza do problema, classifica-se a pesquisa como qualitativa, pois, segundo Silva e Menezes (2001), ela se refere a uma análise direta no ambiente natural, que se pauta pela interpretação de fenômenos, nos quais são atribuídas compreensões com foco no processo e no significado.

Nesse sentido, ao proceder a uma análise qualitativa dos dados, há a possibilidade de investigar os processos que os estudantes utilizaram para responder às questões e os tipos de registros de representação semiótica mobilizados nesse processo, tendo por enfoque a interpretação das resoluções das questões de funções quadráticas contidas nas tarefas 1 e 2 (Anexos A e B).

Quanto ao tipo de pesquisa, entendemos que a pesquisa participante melhor se ajusta aos procedimentos realizados, pois, para Gil (2002, p. 55), esse tipo de pesquisa “caracteriza-se pela interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas”. Tal interação é realizada no desenvolvimento das etapas por meio das discussões e dos momentos de socialização.

Assim, a pesquisa participante estabelece a possibilidade de uma análise mais aprofundada e próxima da problemática de pesquisa, investigando os tipos de registros de representação semiótica utilizados pelos licenciandos em Matemática e verificando se eles realizaram a transição entre os tipos RRS mobilizados, além de

possibilitar, por meio de discussões, a compreensão de fatores que os levaram a utilizar determinados tipos de registros.

Quanto aos instrumentos de coletas de informações, foram aplicadas duas listas de tarefas, cada uma com quatro questões sobre o conteúdo de funções quadráticas, em que os licenciandos poderiam evidenciar seus conhecimentos da representação do conteúdo abordado. Além desse instrumento, foi feito o uso de gravações dos momentos de socialização e do questionário inicial para caracterizar os licenciandos.

As oito questões utilizadas, quatro na primeira lista de tarefas e quatro na segunda, foram obtidas no livro didático *Matemática: conjuntos e funções*, de Bonjorno, Giovanni Júnior e Souza (2020). A opção por esse livro didático justifica-se pelo fato de que ele foi adotado pela Secretaria Estadual de Educação do Espírito Santo (SEDU) nas turmas da 1.^a série do ensino médio no triênio 2021-2023.

Mesmo utilizando o livro que já foi validado e se encontra em uso nas escolas da rede estadual do Espírito Santo, foi necessário realizar adaptações em algumas questões para que estivessem alinhadas ao objetivo da pesquisa. Assim, quatro delas foram utilizadas em sua versão original e as outras quatro passaram por adaptações em relação a seu comando e sua organização, como consta no quadro comparativo do Apêndice B.

5.2 LOCAL DE PESQUISA E PÚBLICO-ALVO

Realizamos esta pesquisa com os alunos do curso de licenciatura em Matemática no IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim-ES⁷, com a participação voluntária de estudantes matriculados no 2.^o e 8.^o período do referido curso. O *campus* Cachoeiro de Itapemirim constitui-se como instituto federal desde 2005, marcado pela implementação dos cursos de nível médio em Mineração e Eletromecânica.

Atualmente o *campus* oferta 14 cursos, um dos quais a licenciatura em Matemática, implantado em 2010, ofertando 40 vagas a cada ano. O curso é desenvolvido no turno noturno com duração de quatro anos, cujo objetivo é formar “profissionais capazes de atuar como docentes dessa disciplina na escola básica, compreendendo a 2^a etapa

⁷ A carta de autorização de realização da pesquisa encontra-se anexa a esta dissertação (ANEXO C).

da Escola Básica e do Ensino Médio, a partir de uma sólida orientação humanística e conceitual” (IFES, 2022, [online]).

Após o convite, quatro estudantes aceitaram participar da pesquisa, sendo dois matriculados no 2.º período e dois no 8.º período, em 2022. A escolha desse público justificou-se mediante a organização curricular do curso de licenciatura em questão, tendo em vista que, em seu projeto pedagógico do curso (PPC) (IFES, 2020), possui a disciplina Introdução ao Ensino de Funções, desde 2020/01, estabelecida no 2.º período do curso, contemplando o conceito de funções.

Assim, a pesquisa no início dos períodos pares possibilitou a presença de estudantes que ainda não haviam estudado funções quadráticas em nível superior (2.º período) e estudantes que já estudaram tal temática nesse âmbito (8.º período).

5.3 DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO DA PESQUISA

O desenvolvimento da pesquisa foi conduzido em sete etapas, as quais perpassam desde o convite aos licenciandos para participarem da pesquisa até a análise dos registros de representação de funções quadráticas à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Durval (2009) (Quadro 11).

Cabe ressaltar que, antes de iniciar o desenvolvimento das etapas, a pesquisa passou por apreciação e aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UFES, por meio do CAAE n.º 58906422.7.0000.8151, Parecer n.º 5.549.432 e pelo Comitê de Ética em Pesquisa do IFES, por meio do CAAE n.º 58906422.7.3001.5072, parecer n.º 5.635.730. Assim, após aprovação, o desenvolvimento das etapas foi realizado de acordo com o quadro 11.

Quadro 11 – Quadro resumo das etapas da pesquisa realizadas com licenciandos em Matemática no IFES – Cachoeiro de Itapemirim-ES (continua)

Etapas	Datas	Ações
Etapa 1	16/08/2022 (2.º período) 17/08/2022 (8.º período)	Mobilização do público-alvo
Etapa 2	25/08/2022	Reconhecimento do público-alvo e primeira aplicação de tarefa
Etapa 3	26/08/2022 a 31/08/2022	Análise das informações sobre o perfil dos sujeitos experimentais e dos Registros de Representação Semiótica provenientes da 1.ª tarefa de funções quadráticas
Etapa 4	01/09/2022	Socialização dos Registros de Representação Semiótica referente a primeira aplicação
Etapa 5	08/09/2022	Segunda aplicação de tarefa

Quadro 11 – Quadro resumo das etapas da pesquisa realizadas com licenciandos em Matemática no IFES – Cachoeiro de Itapemirim-ES (conclusão)

Etapa 6	09/09/2022 a 14/09/2022	Análise dos Registros de Representação Semiótica provenientes da segunda aplicação
Etapa 7	15/09/2022	Socialização dos Registros de Representação Semiótica referente à segunda aplicação

Fonte: O autor (2023)

As etapas das pesquisas foram elaboradas para possibilitar a compreensão do raciocínio dos participantes desde as impressões iniciais até a influência que sua realidade pôs sob suas respostas nas tarefas aplicadas (Etapas 2, 3, 4, 6 e 7), além de permitirem a coleta dos registros de representação semiótica utilizados pelos licenciandos nas tarefas de funções quadráticas (Etapas 2 e 5), o que possibilitou as interpretações contidas nesta pesquisa. As etapas estão detalhadas a seguir:

5.3.1 Etapa 1: Mobilização do público-alvo

Esta primeira etapa foi realizada em parceria com alguns professores da instituição de ensino, pois o primeiro contato com os discentes do 2.º e 8.º período realizou-se no turno noturno, no horário de aula do curso, com o objetivo de convidar o maior número possível de estudantes para participarem da pesquisa. Para isso, o pesquisador realizou o convite em dois momentos distintos: o primeiro, em 16 de agosto de 2022, com os estudantes do 2.º período; e o segundo, em 17 de agosto de 2022, com o 8.º período.

Essa etapa teve duração de cerca de 30 minutos, em que o pesquisador se apresentou e explicou as características da pesquisa, explicitando as datas dos encontros e o funcionamento deles. Nesse momento, ele explicou aos estudantes a importância da participação de cada um na pesquisa e disse que se tratava de algo opcional e não possuía nenhuma ajuda de custo, como consta no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

5.3.2 Etapa 2: Reconhecimento do público-alvo e primeira aplicação de tarefa

Em 25 de agosto de 2022, das 16 horas às 18 horas e 10 minutos, no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim, foi realizada a segunda etapa da pesquisa. Essa etapa constituiu-se na apresentação e apreciação da pesquisa, bem como na assinatura do TCLE (Anexo D), aplicação do questionário

de reconhecimento do perfil dos estudantes (Apêndice A) e a aplicação da lista de tarefas sobre funções quadráticas (Anexo A).

No primeiro momento, esclarecemos as dúvidas quanto à participação dos sujeitos na pesquisa e, em seguida, distribuímos a lista de tarefas sobre funções quadráticas, na qual solicitamos a resolução por parte dos licenciandos. Antes da aplicação da lista de tarefas, informamos aos estudantes que, ao solucionarem as questões, utilizassem diferentes caminhos e registros, a fim de explicitar seus conhecimentos sobre o conceito de funções quadráticas.

Neste estudo, ao tratarmos das listas de questões, usamos o termo tarefa, pois, segundo Stein e Smith (2009, p.22), ela é “definida como um segmento da *atividade* da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia Matemática particular”, podendo ser composta por um ou mais problemas relacionados e, dessa forma, relacionar-se com a TRRS, que é temática desta pesquisa.

A primeira lista, composta por quatro questões sobre funções quadráticas, obtidas do livro didático *Matemática: conjuntos e funções*, de Bonjorno, Giovanni Júnior e Souza (2020), possibilitou, no seu processo de resolução, a representação em mais de um tipo de registro e a transição entre as representações (algébrica, gráfica, linguagem materna, tabular, desenhos e outras).

5.3.3 Etapa 3: Análise das informações sobre o perfil dos sujeitos experimentais e dos Registros de Representação Semiótica provenientes da 1.^a tarefa de funções quadráticas

Realizamos o mapeamento das informações coletadas sobre o perfil dos estudantes participantes da pesquisa, na qual os resultados foram tabulados e, posteriormente, analisados em tabelas. Esse mapeamento tornou-se necessário antes da Etapa 4, pois as informações fornecidas por meio da lista seriam a base para as discussões do momento de socialização.

Em cada questão da lista de tarefas, identificamos os tipos de registros de representação semiótica e os processos que os estudantes fizeram uso no desenvolvimento das questões.

5.3.4 Etapa 4: Socialização dos Registros de Representação Semiótica referente à primeira aplicação

A socialização, ou seja, a partilha dos resultados obtidos na primeira lista de tarefas, foi realizada em 1.º de setembro de 2022, das 16 horas às 18 horas, no LEM do IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim. Nessa ocasião, apresentamos aos estudantes os tipos de registros utilizados por eles na resolução das questões da primeira aplicação de tarefas.

À medida que as apresentações se desenvolviam, o pesquisador levantava alguns questionamentos em relação a esses registros. Além disso, explicitava as possibilidades de representação, enquanto os licenciandos apresentavam os fatores que os levaram até os registros utilizados por eles.

5.3.5 Etapa 5: Segunda aplicação de tarefa

Nesta etapa, realizamos a aplicação de uma nova tarefa (segunda lista) sobre funções quadráticas (Anexo B), no dia 08/09/2022, das 16 horas às 18 horas, no LEM do IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim.

A segunda lista, composta por quatro questões estruturadas da mesma forma que a primeira lista, extraídas do livro didático *Matemática: conjuntos e funções*, de Bonjorno, Giovanni Júnior e Souza (2020), possibilitava aos estudantes transitar entre os vários tipos de RRS.

Com essa aplicação, pudemos verificar se as representações utilizadas foram, ou não, modificadas após a socialização realizada na etapa anterior, ou seja, se os participantes fizeram o uso de outros tipos de RRS e se transitaram entre eles.

5.3.6 Etapa 6: Análise dos Registros de Representação Semiótica provenientes da primeira e segunda aplicação

As análises dos resultados das duas listas foram desenvolvidas, questão por questão, verificando os registros que estudantes utilizaram para resolver o que era proposto. Desta maneira, essa análise horizontal possibilitou a comparação dos registros utilizados pelos licenciandos na primeira e segunda tarefas de funções quadráticas, buscando identificar os processos realizados, os registros utilizados e a existência de mudança na forma de representar os conceitos.

5.3.7 Etapa 7: Socialização dos Registros de Representação Semiótica referente à segunda aplicação

Após a segunda sistematização das informações coletadas por meio da análise dos RRS, realizamos outro momento de socialização com os discentes, em 15 de setembro de 2022, das 16 horas às 18 horas, no LEM do IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim.

Nesta etapa, realizamos uma discussão sobre os registros da tarefa 2 e as possíveis relações com as representações da tarefa 1, além de possibilitar uma conversa sobre os conhecimentos alcançados após a socialização realizada nas etapas anteriores. Essa discussão foi idealizada de forma a evidenciar a diferença sentida pelos estudantes entre as listas aplicadas, bem como o que mais lhes chamaram a atenção, explicitando se houve um novo olhar sobre as questões trabalhadas na lista 2.

Ao longo do diálogo, discutimos os registros de representação semiótica de cada questão da tarefa por meio de uma apresentação de slides, em que abordamos as possibilidades de representação/solução que cada questão possuía e a relação da temática com a TRRS de Duval.

Esse momento de socialização foi o fechamento da coleta de dados desta pesquisa, possibilitando uma discussão geral sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e sua importância para o ensino de Matemática, além de possibilitar ao pesquisador identificar fatores que podem ter influenciado o uso de determinados registros.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esse item foi organizado em cinco tópicos, evidenciando o perfil dos sujeitos participantes da pesquisa, os resultados da primeira aplicação de tarefas, da primeira socialização, da segunda aplicação de tarefas e da segunda socialização, respectivamente.

Em consonância com a ética na pesquisa com seres humanos, os participantes escolheram nomes fictícios, que foram utilizados para se referirem aos sujeitos da pesquisa, sendo orientados a escolher de forma que não possuísse relação com sua identidade.

As respostas às tarefas realizadas pelos sujeitos foram organizadas em quadros demonstrativos, para concentrar toda a resolução dos licenciandos identificados pelos seus nomes fictícios, a fim de permitir a visualização dos dados analisados.

6.1 PERFIL DOS SUJEITOS DA PESQUISA

Por meio do questionário de reconhecimento dos discentes (Apêndice A), aplicado na segunda etapa desta pesquisa, buscamos entender algumas características dos participantes, como o período em que estão matriculados, sua idade e compreender em que tipo de escola e modalidade finalizaram o ensino médio e se o fizeram em partes no período da pandemia (Quadro 12).

Essas informações permitem a compreensão dos fatores que são externos às representações dos conceitos matemáticos, mas que devem ser analisados, pois podem ser relacionados com as respostas dadas pelos estudantes, buscando a compreensão do sujeito (ESTEBAN, 2003).

Quadro 12 – Dados sobre os sujeitos participantes da pesquisa (faixa etária, educação básica e ensino superior) (continua)

Nomes fictícios	Idades	Escolas em que concluiu o ensino médio	Modalidades do ensino médio	Ensino médio cursado em partes durante a pandemia?	Períodos em curso na licenciatura
Ana	28	Pública	Educação profissional e tecnológica (Cursos técnicos integrados)	Não	8.º
Manoela	19	Pública	Regular	Sim	2.º

Quadro 12 – Dados sobre os sujeitos participantes da pesquisa (faixa etária, educação básica e ensino superior) (conclusão)

Mateus	22	Pública	Educação profissional e tecnológica (Cursos técnicos integrados)	Não	2.º
Rael	21	Pública	Regular	Não	8.º

Fonte: O autor (2023)

Desse modo, ao analisarmos os sujeitos experimentais, pudemos identificar que as idades dos quatro participantes da pesquisa variaram de 19 a 28 anos, além de verificarmos que o fator idade não se encontra distribuído de forma crescente entre os períodos da graduação, como esperávamos intuitivamente.

No que concerne à formação em nível médio dos participantes da pesquisa, pudemos identificar que todos concluíram a educação básica em escolas públicas. Dos quatro participantes, três finalizaram o ensino médio antes da pandemia do coronavírus, enquanto um cursou parte dessa etapa durante a pandemia e o concluiu no modo presencial. Ainda no tocante à formação em nível médio, verificamos que dois deles o fizeram na modalidade regular e os outros dois em cursos técnicos integrados ao ensino médio.

6.2 ANÁLISE DOS REGISTROS UTILIZADOS PELOS LICENCIANDOS NA 1.^a TAREFA DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Os resultados das tarefas aplicadas aos sujeitos experimentais foram estruturados para cada questão, com a respectiva resposta apresentada pelo participante, realizando as discussões necessárias a cada desenvolvimento, buscando explicitar os registros utilizados, os processos que fizeram uso, bem com a relação com o referencial teórico.

Questão 1 - (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 118) A soma S dos n primeiros números naturais diferentes de zero ($1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$) pode ser calculada utilizando a função quadrática dada por $S(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$. Qual é a soma dos 50 primeiros números naturais diferentes de zero?

Essa primeira questão apresenta a soma dos n primeiros números naturais utilizando duas representações: a primeira se estabelece por meio de um registro numérico dado por uma sequência de somas ($1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$); e a segunda por um registro

algébrico que se caracteriza como uma função quadrática ($S(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$), ficando a cargo dos estudantes optar pelas estratégias e registros que seriam utilizados para a obtenção da soma dos 50 primeiros termos.

Quadro 13 - Respostas da questão 1 referente à 1.ª aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)

Sujeitos	Soluções dadas pelos licenciandos na 1.ª questão
Rael	$S(50) = \frac{50^2}{2} + \frac{50}{2}$ $S(50) = \frac{2500}{2} + \frac{50}{2}$ $S(50) = \frac{2550}{2}$ $S(50) = 1275$ Nessa questão, também poderia ser resolvida por meio de PA (Progressão Aritmética). Com a utilização da fórmula da soma dos termos de uma sequência. (não me recordei da fórmula)
Mateus	$S(m) = \frac{m^2}{2} + \frac{m}{2}$ $S(1) = \frac{1^2}{2} + \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ $S(50) = \frac{50^2}{2} + \frac{50}{2} = \frac{2500+50}{2} = \frac{2550}{2}$ $S(50) = 1275$ Handwritten calculations for $S(50)$ using the formula and a vertical multiplication of 2550 by 2 to get 5100, then dividing by 2 to get 2550.
Manoela	$①) S(50) = \frac{50^2}{2} + \frac{50}{2}$ $S(50) = 1250 + 25$ $S(50) = 1275$

Quadro 13 - Respostas da questão 1 referente à 1.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (conclusão)

Ana	$\textcircled{1} S(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$ $S(n) = \frac{50^2}{2} + \frac{50}{2}$ $S(n) = 1250 + 25$ $S(n) = 1275$ $S_{50} = \frac{(1+50) \cdot 50}{2} : PA$ $S_{50} = 51 \cdot 25$ $S_{50} = 1275$
-----	---

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

No quadro 13, observamos que todos os estudantes se pautaram pelo registro algébrico para obter a solução da questão. Cada resolução foi obtida por meio da substituição de valores na representação, realizando um tratamento.

O tratamento de registro refere-se à manipulação dos registros que acontecem em seu interior, sem mobilizar nenhum outro tipo de registro semiótico, a não ser o original (DUVAL, 2009). Esse processo ficou evidente quando os estudantes realizaram a substituição de valores na função apresentada em sua forma algébrica, pois esse processo de substituição não muda o tipo de registro, apenas acontece em seu interior.

Nesse tipo de solução, podemos identificar que foram realizados processos de tratamento como algoritmos, estabelecendo-se por meio de regras operatórias (ALMOULOU, 2007), pois todos, nessa questão, utilizaram-se da substituição de valores que se sucedem em procedimentos que possuem um algoritmo preestabelecido, ou seja, uma forma preestabelecida para realizar os procedimentos.

Referente à possibilidade de resolução utilizando a fórmula da soma das progressões aritméticas (PA), entendemos, por meio dos relatos e resoluções, que os estudantes não se recordavam bem desse conceito, pois Rael e Ana apresentaram essa possibilidade como algo possível, porém apenas Ana a aplicou corretamente. A não mobilização desse registro para solucionar a questão, por esquecimento, segundo Rael, pode ser associada a seus conhecimentos prévios sobre PA, uma vez que os conceitos básicos não transpareceram a ponto de permitir uma nova resolução da questão.

Denardi (2019) observa, em sua pesquisa, que os estudantes chegam ao ensino superior sem alguns conhecimentos prévios necessários, fato que se pode tornar uma barreira em seu aprendizado e pode influenciar na apreensão de novos conceitos. Duval (2009, p. 39), ao discutir a coordenação de registros, apresenta que “esta coordenação é simplesmente a consequência das aprendizagens conceituais”, possibilitando compreender que ela se define como “a manifestação da capacidade do indivíduo em reconhecer a representação de um mesmo objeto, em dois ou mais registros distintos” (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 470) e se estabelece por meio dos conhecimentos prévios.

Duval (2009) afirma que o processo de passagem de um sistema de representação semiótica para outro ou a mobilização de mais de um registro de representação não se desenvolvem de forma familiar para os estudantes no contexto da Matemática. Assim, a não manipulação realizada pelo estudante pode transparecer nessa dificuldade apresentada anteriormente, explicitando a complexidade inerente à mobilização simultânea de vários sistemas de representação na resolução da questão.

Um fato interessante a ser discutido é que o estudante Mateus realizou duas substituições na função, uma primeira considerando o $n = 1$ e uma segunda $n = 50$. Esse fato chama a atenção, pois atribui-se a primeira substituição a um teste para verificar se a representação algébrica se aplica a sequência apresentada em seu registro numérico, garantindo que a soma dos n primeiros termos da sequência apresentada se resumiriam na função.

Essa confirmação apresentada pelo estudante pode ser associada à visualização da função em sua forma algébrica, devido ao fato de que ela não se apresenta com os mesmos símbolos que são comuns no estudo da PA. Duval (2009) ressalta que os estudantes frequentemente não conseguem identificar os objetos matemáticos por meio das diferentes representações, o que justifica que o estudante tenha realizado a verificação com os elementos mais simples, para garantir que a substituição com valores maiores pertenciam à situação analisada.

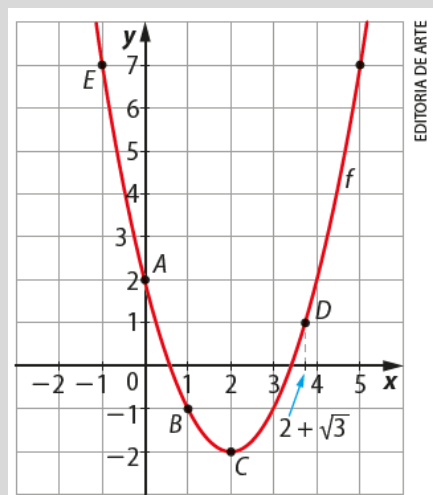
De forma geral, em todas as resoluções obtidas nessa questão, a forma de resolvê-las se estabeleceu partindo dos conhecimentos prévios dos indivíduos que participaram da pesquisa e realizando, em grande parte das vezes, o tratamento do

registro algébrico e, em momentos específicos, a conversão de outros tipos de registros. Sobre essa disposição das respostas, Duval (2009) afirma:

A compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio de diferentes formas de raciocínio, as interpretações hermenêutica e heurística dos enunciados são intimamente ligados a mobilização e a articulação quase imediata de muitos registros de representação semiótica (DUVAL, 2009, p. 20).

Assim, nesta questão, mesmo contendo, em seu enunciado, dois registros de representação, observamos que os estudantes optaram pelo trabalho com o registro algébrico, explicitando certa limitação no que diz respeito à representação das funções quadráticas, o que pode ter sido potencializado por seus conhecimentos prévios ou até mesmo pela fragilidade dele em certos pontos.

Questão 2 - (Adaptado de Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 117) Considere o gráfico de uma função quadrática f representado a seguir e faça o que se pede em cada item.



- Sabendo que os pontos A, B, C, D e E pertencem ao gráfico de f , escreva a lei de formação dessa função.
- Todos os dados fornecidos pelo enunciado foram utilizados na resolução do item a?
- O que teria acontecido se outros pontos tivessem sido escolhidos?

Verificamos que essa questão faz uso de um registro gráfico para representar uma função quadrática e solicita que seja convertida em um registro algébrico, que se constitui no que se denomina como lei de formação da função. Portanto, nesse caso, a própria questão exige que o licenciando realize uma conversão do registro gráfico para o algébrico, estabelecendo um dos processos definidos por Duval (2009), em

sua teoria, que possibilita a mobilização de mais de uma representação de um mesmo conceito matemático.

D'Amore, Pinilla e Iori (2015) identificam, em suas investigações, que a construção do conhecimento está intimamente ligada à utilização dos signos. Sendo assim, neste item, instigamos ao respondente que verifique se o que foi feito utilizou todas as informações que lhe foram dadas. Essa análise poderia causar uma reflexão sobre o que seria necessário para converter o registro gráfico em um registro algébrico, testando seus conhecimentos sobre o conceito matemático.

Por fim, indagamos, no que concerne às consequências de terem escolhido outros dados, se haveria acontecido algo de diferente. Com essa questão, seria possível identificarmos se os licenciandos mudariam suas visões sobre a resolução que foi utilizada no item a, possibilitando a mudança de raciocínio ou de registro e tendo a coordenação de registros.

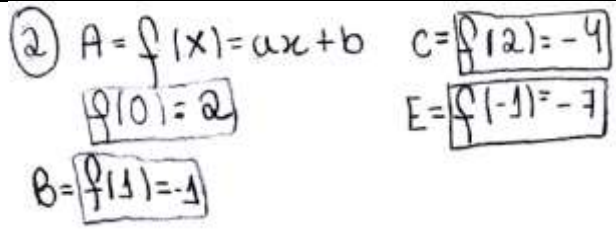
Quadro 14 - Respostas da questão 2, referente à 1.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)

Sujeitos	Soluções dadas pelos licenciandos na 2. ^a questão
Rael	Q2.a) Dados: A(0,2) B(1,-1) C(2,-2) D(2+√3,1) E(-1,7) Pela lei de formação, temos que: $f(x) = ax^2 + bx + c$ I) tome o ponto A: $f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$ $2 = c$ II) tome o ponto B: $-1 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 2$ $-1 = a + b + 2 \therefore a + b = -3 \Rightarrow a = -3 - b$ III) tome o ponto C: $-2 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2$ $-2 = 4a + 2b + 2$ $-2 = 4 \cdot (-3 - b) + 2b + 2$ $-2 = -12 - 4b + 2b + 2$ $-2 + 12 - 2 = -2b$ $8 = -2b \therefore b = -8/2 \Rightarrow b = -4$

Quadro 14 - Respostas da questão 2, referente à 1.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continuação)

Rael	Retornando em II; temos que: $a = -3 - (-4) \therefore a = 1 //$ Por fim, temos que a lei de formação é: $f(x) = x^2 - 4x + 2 //$ b) Não, foram utilizados apenas 3 pontos dos que foram apresentados na representação gráfica. c) Seria possível chegar a uma resolução, no entanto o percurso escolhido seria maior e mais difícil para a conclusão.
Mateus	② a) $f(x) = ax^2 + bx + c$ $A(0,2) \rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c$ $c = 2$ $B(1,-1) \rightarrow -1 = a(1)^2 + b(1) + 2$ $a + b + 2 = -1$ $a + b = -3$ $C(2,-2) \rightarrow -2 = a(2)^2 + b(2) + 2$ $-2 = 4a + 2b + 2$ $4a + 2b = -4$ $2a + b = -2$ $D(2\sqrt{3}, 1)$ $E(-1, 7)$ $a + b = -3 \quad (-1)$ $2a + b = -2$ $\frac{2a + b = -2}{-a - b = 3}$ $a = 1$ $2(1) + b = -2$ $b = -4$ $f(x) = ax^2 - 4x + 2$ $f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + 2$ $f(-1) = 1 + 5 + 2$ $f(-1) = 7$ b) Não, somente alguns. c) Nada, uma vez que essa é uma $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
Manoela	② a) $A(0,2) B(1,-1) C(2,-2)$ $D(2\sqrt{3}, 1) E(-1, 7)$ b) Substituímos os pontos $(5, 7)$

Quadro 14 - Respostas da questão 2, referente à 1.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (conclusão)

Manoela	 ② $A = f(x) = ax + b$ $C = f(2) = -4$ $f(0) = 2$ $E = f(-1) = -7$ $B = f(1) = -1$
Ana	② $A(0, 2)$ $B(1, -1)$ $C(2, -2)$ $\cdot A: 2 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 2$ $\cdot C: -2 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \Rightarrow 4a - 2b + c = 2$ sendo $c = 2$, temos: $4a - 2b + 2 = 2 \Rightarrow 4a - 2b = 0$ $\cdot B: 1^2 \cdot a + b + c = -1 \Rightarrow a + b + 2 = -1$ $\begin{cases} 4a - 2b = 0 \\ a + b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = 0 \\ 2a + 2b = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a = -6 \\ a = -1 \end{cases} \therefore b = \frac{-4}{-2} \Rightarrow b = 2$ a) lei de formação: $-x^2 + 2x + 2 = 0$ b) não, com 3 pontos dados foi possível obter a lei de formação da função. c) O ponto $A(0, 2)$ foi necessário escolhê-lo, os demais pontos B, C, D e F poderiam também ser escolhidos para descobrir a lei de formação da função.

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

No quadro 14, verificamos que o estudante Rael utilizou um caminho que passava pela identificação dos pares ordenados no gráfico, aplicando-os na lei geral de uma função quadrática ($f(x) = ax^2 + bx + c$) e, posteriormente, utilizando os conhecimentos sobre sistemas lineares, aplicou-os para obter os valores dos coeficientes a, b e c , quando, ao substituir na lei geral, se teria a lei da função. Esse processo mostrou-se bem comum no desenvolvimento dessa questão, sendo utilizado também, com poucas variações, pelos licenciandos Mateus e Ana.

Nessa resolução, pudemos verificar que os licenciandos utilizaram dois processos de conversão de registro – um do gráfico para o tabular (pares ordenados) e outro do tabular para o registro algébrico – e, por meio de um tratamento do registro algébrico, chegaram à lei de formação da função que era solicitada. Assim, identifica-se a coordenação de pelo menos três registros: o gráfico, tabular e o algébrico, o que,

segundo Duval (2009), implica que o estudante demonstra conhecimento sobre o objeto matemático, pois faz uso de mais de um tipo de registro de representação semiótica.

Duval (2009, p. 36) ressalta, ainda, que “a *semiós* não implica somente uma variedade de sistemas semióticos, mas também a possibilidade de os colocar em correspondência”. Assim, evidencia também que a apreensão ou a produção de uma representação estão ligadas não apenas à variedade senão à correspondência entre elas.

Duval (2009) defende que essa relação de correspondência se estabelece como uma relação entre as representações de saída e chegada e, nesse caso, pode ser observado na linha de raciocínio dos estudantes, por meio da forma que os registros se vão convertendo uns aos outros. Por exemplo, quando se realiza a conversão do registro gráfico em coordenadas cartesianas, o estudante consegue associar que, para cada ponto expresso no registro gráfico, existem valores que correspondem ao domínio e à imagem da função, que podem ser expressos pelos pares ordenados.

Essa correlação é visualizada nas respostas do item b e apresentada por três estudantes que não utilizaram todos os dados da questão, mas Rael, no momento de socialização, relatou que seria possível resolver a questão utilizando outros pontos, porém o percurso seria maior e mais complexo. Assim, entendemos que o discente consegue visualizar como correspondente os pontos do registro gráfico a um par ordenado e, por meio deles, podemos chegar à lei da função.

O estudante Mateus afirmou, ainda no item b, que foi necessário o uso de “somente alguns [dados]”, mas que alterar os dados não resultaria em nada diferente em sua resolução, pois isso se justifica porque “essa é uma $f:R \rightarrow R$ ”. Nessa fala, podemos verificar que o estudante compreende a definição de função que foi determinada por Caraça (1951), entendendo que as funções possuem domínio e contradomínio no conjunto dos números reais.

Observamos também que o estudante entende que os dados informados podem levar a uma representação gráfica da função por meio da conversão de registro, sendo-nos assim possível atribuir a essa conversão a ideia de que o estudante possui uma noção de representação, pois, segundo Duval (2009, p.32): “A noção de representação semiótica pressupõe, então, a consideração de sistemas semióticos diferentes e de

uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico para um outro”.

Um fato interessante que se observa na resposta do item b do licenciando Rael é que, em sua escrita, utiliza o termo “representação gráfica”, dando a entender que o licenciando compreende a figura apresentada pela questão como um registro ou pelo menos possui certa familiaridade com esse conceito.

Esse fato pode ser associado aos três fenômenos ligados à análise do desenvolvimento do conhecimento elencados por Duval (2009), mais especificamente ao segundo fenômeno, que se refere à diferenciação entre o representante e o representado. A fala do estudante estabelece que ele não concebe o gráfico como o objeto função quadrática, mas, sim, como uma das possibilidades de representação dele.

Sobre essa fala, podemos destacar que Duval (2009) define que há três fenômenos que se apresentam no processo de análise do desenvolvimento do conhecimento: a diversificação dos registros de representação, que estabelece que não há uma unicidade de registro para determinado objeto; a diferenciação entre representante e representado, referindo-se à concepção de uma diferenciação entre o que se denomina objeto e o que se caracteriza como representação; e, por fim, a coordenação entre os diferentes registros, que advoga a favor da capacidade de trabalho com dois ou mais registros.

Na resposta da estudante Manoela, podemos observar diferentes registros de representação, quando comparados com os demais. Ela realizou a conversão do registro gráfico para o registro numérico, porém a estrutura da lei geral utilizada pela estudante era a que remetia à função afim, e não à das funções quadráticas. Esse fato pode ser aliado às dificuldades de conversão de registro que Duval (2009) apresenta como presentes no ensino de Matemática e também aos conhecimentos prévios dos estudantes sobre os conceitos matemáticos.

Podemos verificar que a estudante identificou no gráfico as coordenadas de x e y e as associou aos valores de domínio e imagem das funções, realizando as substituições na lei geral das funções afins, sendo necessária uma coordenação do registro gráfico para o registro algébrico, favorecendo que a estudante pudesse mobilizar mais uma representação e demonstrando certo conhecimento matemático

devido à mobilização de registros, como é determinado por Duval (2017) em sua teoria.

Quando interrogada sobre as informações utilizadas (item b), ela ressaltou, em sua resposta, a falta do ponto (5,7) no gráfico, demonstrando que houve uma confusão na interpretação do enunciado, no qual inferimos que ela compreendeu que seria necessário apresentar informações não evidenciadas, em vez de associar os dados utilizados com outras possibilidades de resolução. Mas, de qualquer forma, uma constatação importante sobressaiu: a ideia sobre a conversão do registro gráfico para o numérico é um processo consolidado pela estudante, o que se constitui como fruto da coordenação de registros (DUVAL, 2012).

A forma pela qual os estudantes representam transparece uma regularidade que se encontram no ensino: a forma com que lhes foram apresentados os conteúdos e as formas para realizar a conversão de registros se mostram muito semelhantes, e esse fato traduz-se nas respostas. Assim, Duval (2009) confere ao professor um papel importante no ensino de Matemática, atribuindo a ele a apresentação aos alunos das representações possíveis de um mesmo conceito e possibilitando que o estudante possa enxergar o mesmo conceito matemático em diversas representações.

Duval (2018) entende que os conhecimentos matemáticos de determinado conceito estão ligados a pelo menos duas representações diferentes, mas também às transformações no interior do mesmo registro. Para que essas múltiplas representações se transpareçam no trabalho dos estudantes, é necessário que aconteça o estudo sobre elas em sala de aula, permitindo que os estudantes reconheçam o objeto estudado.

Essa analogia muito se aproxima às ideias que competem à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, uma vez que a diferenciação entre objeto e representação é uma das atribuições necessárias e podemos realizá-la em sala de aula, e os conhecimentos sobre as diversas representações devem estabelecer-se para que haja essa concepção formada sobre o conceito trabalhado (DUVAL, 2009; DUVAL, 2018; ALMOULOU, 2007).

Questão 3 - (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 119) Mensalmente, uma fábrica produz x unidades de certo produto. Sua produção é vendida por $(500 - x)$ reais a unidade.

Cada unidade desse produto tem um custo de R\$ 100,00. Além disso, a fábrica tem uma despesa mensal fixa de R\$ 10.000,00.

- a) Sabendo que o lucro é calculado pela diferença entre a receita das vendas e a despesa, escreva a lei da função que determina o lucro mensal L dessa fábrica, em reais, em função de x .
- b) De quantos reais será o lucro quando a fábrica vender 100 produtos?

Nessa questão, o enunciado traz as informações utilizando a linguagem natural e algébrica, dentro dos parênteses, expressa por uma situação real, e solicita do licenciando que realize uma conversão entre esses registros, de modo que seja possível explicitar uma representação algébrica denominada lei da função.

Quando solicitado o lucro pela produção de 100 produtos, isso possibilita ao licenciando estabelecer uma ligação mais direta com a situação analisada, dando a ele pelo menos duas possibilidades: (1) o tratamento do registro algébrico construído do item a, aplicando o valor na função; ou (2) realizar o cálculo mediante as informações expressas pela língua materna apresentada no enunciado, seguindo a ordem dos acontecimentos.

De modo geral, observamos que a questão possibilita o desenvolvimento da primeira possibilidade de resolução de forma mais espontânea, tendo em vista a sequência do que é exposto, evidenciando a necessidade de trabalhar com o registro algébrico. Esse foco no registro algébrico foi algo evidenciado pela pesquisa de Miranda (2018), em que observamos que o tratamento do registro algébrico é um dos mais privilegiados nos livros didáticos analisados em sua pesquisa.

Quadro 15 - Respostas da questão 3, referente à 1.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)

Sujeitos	Soluções dadas pelos licenciandos na 3. ^a questão
Rael	Q 3. a) $(500 - x)x - 100x - 10.000$ $L(x) = -x^2 + 500x - 100x + 10.000 = -x^2 + 400x - 10.000$ b) $L(100) = -100^2 + 400 \cdot 100 - 10.000$ $= -10000 + 40.000 - 10.000$ $= 20.000 //$ Teremos um lucro de 20.000,00 reais.

Quadro 15 - Respostas da questão 3, referente à 1.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (conclusão)

Mateus	③ $L(x) = x(500 - x) - 100x - 10000$ $L(x) = 500x - x^2 - 100x - 10000$ $L(x) = -x^2 + 400x - 10000$ b) $L(100) = (-100)^2 + 400(100) - 10000$ $= 10000 + 40000 - 10000$ $L(100) = 40.000$ lucro = R\$ 40.000,00 ?
Manoela	③ $f(x) = ax + b - c$ $500 - x^2 + 100x - 10000$ $500 - x^2 + 100x = 10000$ $-x^2 + 100x - 9500$
Ana	3) Vendido por $(500 - x)$ reais. Custo R\$ 100,00 Desp. mensal R\$ 10.000,00 $L = [(500 - x)x - 100] - 10000$ $L(x) = -x^2 + 500x - 100 - 10.000$ a) $L(x) = -x^2 + 500x - 10.100$ b) $L(100) = -(100)^2 + 500(100) - 10.100$ $= -10000 + 50000 - 10100$ $L(100) = 38.400$ lucro de R\$ 38.400,00.

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

Nas resoluções dadas pelos estudantes, verificamos que, em todos os casos, foram realizados a conversão do registro em linguagem natural para o registro algébrico e, posteriormente, o tratamento do registro algébrico para obter a lei da função. No processo realizado pelos estudantes, podemos identificar que alguns sujeitos tiveram dificuldades, ao tentarem obter a lei da função, conseguindo uma representação

algébrica que não traduz a situação apresentada. Essa dificuldade é algo esperado, ao trabalhar com a manipulação de dois tipos de registros diferentes, pois, segundo Duval (2009), esse procedimento não se estabelece com espontaneidade pelos estudantes.

Puga e Bianchini (2016) verificam, em sua pesquisa, que poucos estudantes manuseiam mais de um registro de representação. Algo que pode ser aliado à fala anterior de Duval (2009), bem como aos dados desta pesquisa, pois os estudantes, muitas das vezes, não conseguem desenvolver as representações das questões pautando-se pelos múltiplos registros possíveis.

Para a obtenção de quantos reais foi o lucro ao vender 100 produtos (item b), é realizada pelos estudantes a substituição de valores na representação algébrica, seguida de um tratamento do registro algébrico por meio da substituição de valores. Porém, no momento do tratamento, apenas um dos estudantes realizou da maneira esperada.

Observando as resoluções apresentadas pelos estudantes, podemos identificar que os licenciandos fizeram uso de dois registros de representação, o algébrico e o registro em linguagem natural, além de aplicarem os processos de conversão e tratamento em seu processo de resolução, pois ambos foram utilizados por todos, alguns de forma propícia, outros com alguns pontos a serem ajustados, demonstrando que esse processo se coloca de maneira bem natural para os participantes da pesquisa.

Nesse sentido, é importante ressaltarmos que essa naturalidade se alinha com um dos pressupostos da TRRS, que é a possibilidade de coordenar pelo menos dois tipos diferentes de registros (DUVAL, 2017), tendo em vista que os “sistemas semióticos utilizados em Matemática são especializados para preencherem uma função específica de transformação de representações semióticas” (DUVAL, 2018, p. 7).

Assim, demonstrar que há a correspondência entre os registros apresentados, realizando coordenação desses registros, transparece um conhecimento mais denso sobre a temática analisada.

Questão 4 - (Adaptado de Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 119) Represente as funções quadráticas a seguir de mais de uma maneira:

a) $y = -x^2$

- b) $y = x^2 - 4$
 c) $y = -x^2 + 6x - 9$
 d) $y = x^2 - 5x$

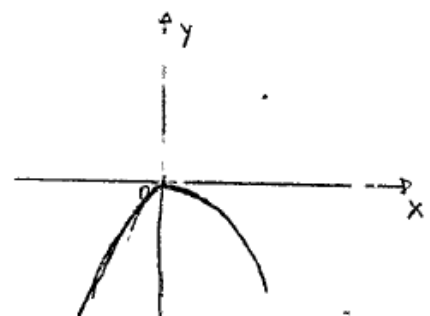
No que tange à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a questão 4 desta primeira lista de tarefas solicita aos estudantes que representem as funções quadráticas de cada alternativa, possibilitando (1) investigar se os estudantes compreendem que há a possibilidade de representar um mesmo conceito de maneiras diferentes, (2) identificar os registros que os estudantes fazem uso para esse objeto matemático e, por fim, (3) analisar os processos que fizeram uso para chegar às novas representações.

Desse modo, podemos analisar os conceitos de conversão, tratamento e coordenação de registros, que emergem da transformação no interior de um mesmo registro, na passagem de um registro a outro e na mobilização de dois ou mais registros de representação semiótica (DUVAL, 2009).

Quadro 16 - Respostas da questão 4, referente à 1.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)

Sujeitos	Soluções dadas pelos licenciandos na 4. ^a questão
Rael	Q4. a) $y = -x^2$ $y = -x^2 + 0x + 0$ $y = -(x \cdot x)$ b) $y = x^2 - 4$ $y = x^2 - 2^2$ $y = x^2 + 0x - 4$ $y = x \cdot x - 2 \cdot 2$

Quadro 16 - Respostas da questão 4, referente à 1.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continuação)

Rael	c) $y = -x^2 + 6x - 9$ $y = -(x-3)^2$ $y = x(x+6) - 3^2$ $y = -x^2 + 3(2x-3)$ d) $y = x^2 - 5x$ $y = x^2 - 5x + 0$ $y = x(x-5)$ $y = x \cdot x - 5x$ $y = -(x+2,5)^2 + 6,25$ A representação gráfica também seria uma possibilidade
Mateus	④ a) $y = x^2$ $f(x) = -x^2$ $y = -x \cdot -x$ $\frac{y}{-x} = -x$ b) $y = x^2 - 4$ $x^2 = y + 4$ $x = \sqrt{y+4}$ — " — $\frac{y}{x} = x - 4$ c) $y + 9 = -x^2 + 6x$ $y + 9 - 6x = -x^2$ (-1) $x^2 = -y - 9 + 6x$ $x = \sqrt{6x - y - 9}$ d) $x^2 = y + 5x$ $x = \sqrt{y + 5x}$
Manoela	④ a) $f(x) = -x^2$ c) $f(x) = -x + 6x - 9$ b) $f(x) = x^2 + y - 4$ d) $f(x) = x^2 - 5x$
Ana	④ a) $y = -x^2$ $f(x) = -x^2$ 

Quadro 16 - Respostas da questão 4, referente à 1.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (conclusão)

Ana	b) $f(x) = x^2 - 4$ $(0, -4); (\pm 2, 0)$ c) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$ $(3, 0) (0, -9)$ d) $f(x) = x^2 - 5x$ $y = x(x - 5)$ $x = 0$ $x = 5$
-----	--

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

No quadro 16, é possível identificarmos que os estudantes Rael, Mateus e Manoela realizaram apenas o processo de tratamento do registro algébrico, apresentando uma média de quatro registros para cada alternativa da questão. Entre os tratamentos realizados, destaca-se a manipulação do segundo membro da igualdade da função, utilizando seus conhecimentos sobre fatoração, representando-os por meio de potências, evidência de coeficientes nulos e fatores comuns, favorecendo a

coordenação de registros, o que, para Duval (2017), é essencial no processo de ensino de ensino e de aprendizagem de Matemática.

A análise do quadro 16 permite inferir que o registro algébrico se destaca dos demais, quando se pensa em representação de funções, pois, como visto nas resoluções, os estudantes mencionados anteriormente realizaram todos os processos pautados apenas nesse tipo de registro e suas transformações no seu interior. Duval (2009) dialoga sobre a necessidade de que os estudantes possuam a consciência das diversas representações de um mesmo conceito que favorece a aprendizagem efetiva da Matemática.

Em meio às representações apresentadas pelos estudantes, Ana e Rael destacaram que o registro gráfico se encaixaria como uma das possíveis representações das funções quadráticas, porém Rael apenas registrou essa possibilidade, enquanto Ana realizou a representação de cada uma das funções apresentadas. Esse fato pode estar ligado à forma com que o ensino de Matemática é estabelecido em sala de aula, privilegiando o uso do registro algébrico sobre os demais (MIRANDA, 2018), o que pode promover uma supervalorização desse tipo de registro em detrimento de outros.

Ao utilizar a representação gráfica na questão, fica inerente a essa representação a utilização de três fenômenos, a conversão, o tratamento e a coordenação de registro, que transparecem por meio da transformação do registro algébrico no registro gráfico. Esses fenômenos apresentam-se no tratamento do registro algébrico, a fim de gerar os pontos dos gráficos, e, portanto, na conversão com registro algébrico para o gráfico, que transparece na coordenação de dois registros diferentes.

De forma geral, podemos observar que, na resolução dessa questão, sobressaiu a representação das funções por meio do registro algébrico, em que 100% dos participantes da pesquisa optaram pelo seu uso. Em segundo plano, apresentamos o registro gráfico como uma possibilidade de registro das funções de que Ana fez uso, enquanto Rael afirmou a possibilidade de representação utilizando esse registro.

Desta maneira, foi possível observar que o tratamento do registro algébrico, no qual Duval (2017) compreende como a transformação interna nesse mesmo registro, foi o processo mais realizado pelos estudantes, pois todos o desenvolveram de mais de uma maneira, evidenciando fatores comuns, manipulando as potências apresentadas,

alternando os termos algébricos de membros e mudando a representação da variável de imagem das funções.

Assim, ao identificarmos o grande uso do registro algébrico, é possível articulá-los a alguns pensamentos sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, visto que existe a influência dos conhecimentos prévios na aprendizagem dos estudantes (DENARDI, 2019). Sendo assim, também há influência sobre os tipos de registros mobilizados pelos estudantes.

Duval (2009) apresenta alguns fatores que causam estranhamentos aos estudantes ante o trabalho com a Matemática. Ele atribui ao processo de conversão de registro um grau de dificuldade maior para os estudantes e também a ação do professor como um fator que influencia na mobilização dos registros de determinado conceito. Sobre isso, Duval (2017) dialoga sobre o “enclausuramento de registro” que acontece quando a prática docente não permite que o estudante tenha acesso às diversas representações de um mesmo conceito matemático.

Duval (2009, p. 98) defende que o trabalho com mono-registro “não exclui o desenvolvimento de certa forma de compreensão dos alunos, a qual pode ser facilmente avaliada e dar satisfação a muito curto prazo”, porém, a seu ver, ao pautar a aprendizagem por apenas um tipo de registro vai “apresentar uma deficiência maior” (DUVAL, 2009, p. 98).

Desse modo, podemos atribuir ao que foi estabelecido pelos participantes desta pesquisa os fatores mencionados pelos autores citados: que a representação frequente por meio do registro algébrico pode ser proveniente dos conhecimentos prévios sobre a temática, tendo em vista que, para realizar a coordenação de registros, é necessário o conhecimento sobre o conceito matemático em questão (DUVAL, 2009).

Além disso, o processo de ensino pelo qual os então licenciandos passaram ou estão passando pode ter sido outro fator que os influenciou nas respostas, uma vez que há possibilidades de que o ensino não tenha sido pautado nas múltiplas representações das funções quadráticas, o que pode ter gerado o uso dos registros mais comuns.

Em relação ao uso do registro algébrico, conforme já mencionado, Miranda (2018) mostra, em sua pesquisa sobre os livros didáticos, que essa representação se destaca

quando comparada com outras representações, e justifica também o uso desse registro pelos estudantes, pois a prevalência desse registros nos livros didáticos pode acarretar também a ênfase dada no ensino realizado pelos professores que ensinam Matemática, tendo em vista que livro é uma ferramenta de aprendizado riquíssima e de constante uso.

Nesse sentido, Miranda (2018) defende que a ação docente tem um papel fundamental, pois pode equilibrar o uso de certos registros em comparação com outros, ao selecionar suas atividades a serem aplicadas em sala de aula, permitindo que os estudantes tenham acesso às múltiplas representações para um mesmo conceito matemático.

No processo de conversão do registro algébrico para o registro gráfico, podemos identificar que os licenciandos possuem uma visão um pouco mais ampla sobre as possíveis representações das funções quadráticas, não se limitando ao registro algébrico apenas, mas mobilizando outro registro também.

O fato de mobilizar dois registros não garante a coordenação de registro propriamente dita, pois, “mesmo quando vários registros foram mobilizados, simultaneamente ou sucessivamente, isso não provoca sua coordenação” (DUVAL, 2009, p. 98). Mas, como já mencionado, o fato de estabelecer o mono-registro traz uma deficiência maior, sendo importante o trabalho com o maior número de representações possíveis.

Podemos justificar a presença do registro gráfico de acordo com as respostas dadas por Ana, Manoela, Mateus e Rael. É a grande presença desse tipo de registro nos livros didáticos, evidenciados pela conversão do registro algébrico para o registro gráfico (MIRANDA, 2018) e o fato de que os estudantes que apresentaram essa representação se encontram matriculados no 8.º período do curso de licenciatura em Matemática, possuindo uma trajetória acadêmica maior que os outros participantes, o que, consequentemente, lhes deu mais acesso às possíveis representações das funções quadráticas.

6.3 ANÁLISE DO 1.º MOMENTO DE SOCIALIZAÇÃO

Realizamos o primeiro momento de socialização na semana após a aplicação da primeira lista de tarefas, buscando compreender quais eram as influências sobre os registros utilizados pelos estudantes na tarefa aplicada e proporcionar um momento

de discussão sobre a temática, evidenciando alguns pontos sobre a TRRS, como a representação dos conceitos matemáticos e principalmente os processos que envolvem a manipulação dos registros.

Aos realizar a análise da transcrição desse momento, foi possível observar que, em alguns momentos, as falas dos licenciandos se alinhavam com a relação existente entre a formação que o futuro professor tem acesso e sua prática docente, identificando como as características da formação inicial que estão cursando os influenciou nas respostas dadas na tarefa respondida por eles.

Em outros momentos, os sujeitos desta pesquisa discutiram sobre as representações que foram utilizadas e os conhecimentos necessários para que as desenvolvam, decorrendo sobre a relação existente entre a mobilização de mais de um tipo de RRS e os conhecimentos necessários para tal.

Assim, ao longo desse momento de socialização, transpareceram duas categorias: (1) a formação dos sujeitos e sua influência na mobilização de registros e (2) a relação entre a representação e o conhecimento dos conceitos matemáticos, que serão alvo de uma discussão um pouco mais aprofundada em seguida.

As falas dos discentes foram organizadas em quadros síntese que agrupam um único assunto, por isso neles estão contidas falas dos estudantes sobre as quatro questões discutidas, não possuindo uma linearidade ou regularidade nas falas, pois, por se tratar de uma discussão livre, não se exigiram tais características.

6.3.1 A formação dos sujeitos e sua influência na mobilização de registros

A formação, seja básica, seja em nível técnico ou superior, muito influencia a visão dos sujeitos sobre a realidade em que estão inseridos e, conseqüentemente, no contexto educacional, como a representação dos RRS. Assim, Duval (2017) advoga que “a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação”. Sendo assim, a formação do indivíduo possui papel fundamental no processo de mobilização de RRS.

Em meio a essa relação entre a formação dos sujeitos e a influência na mobilização dos RRS, podemos observar que ela se fez presente nas discussões do 1.º momento de socialização, uma vez que os estudantes muito relacionaram sua formação, seja

básica, seja superior, com o que utilizaram de RRS para resolverem as tarefas sobre funções quadráticas.

Inicialmente foi possível observar que os participantes apresentaram, por meio de suas falas, relatos sobre algumas experiências vividas durante seus estudos, mostrando como o papel da educação se desenvolveu ao longo dos anos. Esses relatos mostram-se pertinentes, visto que estabelecem um panorama sobre a forma com que vivenciaram o processo de ensino e de aprendizagem do conteúdo de funções quadráticas (Quadro 17).

Quadro 17 – Relatos dos licenciandos sobre suas experiências como estudantes

Licenciandos	Relatos apresentados
Rael	Na questão que nós tínhamos que achar a lei de formação eu recordei muito da aula de resolução de problemas, naquela ideia: a gente tem que fazer um enunciado de modo que fique claro para o aluno e tinha... por exemplo quando fala lá da questão do trecho ... eu não vou lembrar exatamente.
Rael	Engraçado que, realmente, agora no estágio, nas primeiras séries [do ensino médio] da professora [que acompanho] fala: lê o enunciado e vai tirando os pontos e vai montando a tabela.
Rael	Muito mecânico mesmo, resolver e acha raiz.
Manoela	Bem fechado tudo ali.
Mateus	Assim, no ensino médio, a função foi bem pouco trabalhada mesmo, mas saberia resolver.
Ana	Às vezes mais aqui do que no ensino médio.
Ana	Mas na graduação o diferencial para mim foi enxergar de outra forma como resolver a Matemática em si, porque, quando a gente está no ensino médio, a gente pega o que professor falou, que é desse jeito; então, se eu não fizesse do jeito que ele fez, não era o certo, estava errado. Isso foi mudando na graduação, se ele fez até de um jeito errado, mas se ele fez dentro de um pensamento.

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

Nas falas dos estudantes, observamos algumas relações com a forma com que eles estudaram ou internalizaram o conteúdo de funções. Essa relação mostrou-se principalmente nas duas primeiras falas do estudante Rael, quando apresentou que, na graduação, sempre foi incentivado a formular os enunciados dos problemas de maneira clara e a observar essa influência durante o desenvolvimento de seu estágio, em que mostra o professor como um mediador, fazendo com que o estudante siga um determinado caminho para obter a resolução da questão.

Nessas duas falas, fica explícito que o professor tem o “poder” de fazer o estudante utilizar determinados registros para um certo conceito matemático, pois, em alguns casos, para o estudante, o conhecimento compartilhado pelo professor é o único e verdadeiro e, por mais que saiba representar de outra forma, vai fazer da forma que o professor o ensinou. Essa influência sobre os registros utilizados pelos estudantes é

evidenciada quando Duval (2017) fala sobre o enclausuramento de registro, em que o professor restringe o aprendizado do estudante a um número limitado de registros.

Duval (2012) destaca que o trabalho com a TRRS possibilita ao professor tornar acessíveis aos seus alunos os conhecimentos matemáticos, porém relata, em outros textos, que o papel do professor deve garantir que o estudante conceba os conceitos matemáticos em suas diversas representações, permitindo que haja a compreensão do que está sendo discutido (DUVAL, 2009), sendo necessário ter uma formação profissional que lhe possibilite isso.

Quando indagados sobre a forma com que tiveram acesso ao ensino de funções na educação básica, os participantes afirmaram que este se desenvolveu de forma mecânica, como exemplificado na última fala de Rael, na de Manoela e nas primeiras de Mateus, em que transparecem que lhes foram apresentados processos mecânicos e sintéticos sobre o conteúdo. Essa forma mecânica remete ao processo de resolução de questões de uma maneira preestabelecida, sem pensar nas diversas possibilidades que poderiam ser estabelecidas.

Duval (2009) discorre sobre sua teoria (TRRS) sempre pautado em processos cognitivos e deixa explícito que o trabalho com as diversas representações dos conceitos matemáticos promove o aprendizado, mas, sobretudo, busca desenvolver o lado cognitivo dos estudantes, favorecendo sua forma de pensar e de raciocinar. Assim, desenvolver linhas de raciocínio mecânicas e sintéticas prejudicam o desenvolvimento esperado pela teoria, mesmo que, nos casos apresentados, não haja indício de sua utilização.

Desta forma, é importante que haja um desenvolvimento do trabalho docente por caminhos específicos, pois, conforme defendido por D'Amore, Pinilla e Iori (2015), a aprendizagem escolar está ligada a situações específicas que não acontecem de forma simples, pois os problemas que surgem nesse meio também pertencem a realidade que está inserida.

Esse caminho a ser percorrido para o desenvolvimento cognitivo precisa proporcionar situações que garantam o trabalho com as diversas representações, a fim de discorrer sobre o conceito matemático como um todo, garantindo a aprendizagem da Matemática (DUVAL, 2009).

Observamos que o ensino que é prestado no ensino superior se relaciona com mais frequência com a TRRS, tendo em vista as falas da estudante Ana, que cursa o 8.º período. Ela ressaltou que vê, na graduação, mais esse trabalho com as múltiplas resoluções/representações do que no ensino médio e, nesse percurso acadêmico, conseguiu desenvolver-se mais nesse tipo de visualização, o que evidencia que as aprendizagens estão ligadas à TRRS concebida por Duval (2017).

A presença da RRS no ensino médio e no curso de licenciatura em Matemática, é importante em virtude de suas relações com os processos de ensino e aprendizagem da Matemática (DUVAL, 2003; 2009; 2012; 2017; ALMOULOU, 2017; D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015). Porém, é importante frisar que todo processo de ensino e aprendizagem, articulado com a TRRS, deve estabelecer-se para garantir que o número de representações utilizados seja o suficiente, tendo em vista que a ausência de registros traz malefícios para o desenvolvimento cognitivo, bem como seu excesso, (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015).

Em meio aos relatos apresentados, também se fizeram presentes as falas da estudante Manoela, que comenta sua experiência no ensino público durante o enfrentamento à pandemia da covid-19. A estudante relatou que foi um período em que sua aprendizagem foi afetada de forma negativa, pois não teve acesso ao ensino que teria direito, o que transpareceu na não compreensão dos conceitos estudados.

Quando interrogadas sobre o momento em que foi estudado o conceito de funções, a estudante Manoela apresentou que foi visto no 9.º ano do ensino fundamental e na 1.ª série do ensino médio, porém o trabalho com o conceito matemático não se desenvolveu como o esperado.

Estudei no primeiro ano e no nono ano, mas no primeiro ano eu tive quatro professores de Matemática, porque ficou trocando muito, depois veio a pandemia.

A minha professora do segundo ano ia focar um pouco nisso porque a gente não tinha aprendido, mas aí veio a pandemia, então não deu muito para a gente ter essa aula em casa sobre isso. Então aquilo que eu sei sobre funções é aquilo que eu estudei para o Enem lá no final do terceiro ano, então é bem pouco assim, e no nono ano eu aprendi mais sobre pontos, ligar um ponto a outro (MANOELA).

Manoela foi a única participante da pesquisa que frequentou a educação básica durante o enfrentamento a pandemia da covid-19, que se iniciou em 2020, por isso passou pelas situações citadas anteriormente, as quais prejudicaram sua aprendizagem como um todo. Mas, segundo as falas da licencianda, a falta de

professores também impactou sua aprendizagem, principalmente no que diz respeito ao conteúdo de funções. Nesse sentido, Monteiro e Senicato (2020) apontam que a educação foi fortemente impactada pela pandemia da covid-19, gerando prejuízos que vão além dos já existentes para a aprendizagem dos estudantes.

A estudante apresenta, ainda, que seus colegas, que frequentaram a educação básica durante a pandemia, possuem dificuldades no ensino de funções. Ela relatou que *“até mesmo as pessoas da minha sala que fizeram o ensino médio na pandemia falaram que não sabem função, por que tiveram essas matérias no momento da pandemia”* (MANOELA).

O fato ilustrado pela fala de Manoela não se atém a uma realidade municipal, mas a algo que se desenvolveu em âmbito mundial, em que a aprendizagem piorou muito e fez com que os estudantes passassem a desenvolver problemas de saúde (MONTEIRO; SENICATO, 2020), além de fazer com que os prejuízos para o desenvolvimento da aprendizagem se tornassem presentes por anos.

Assim, em situações propícias para o ensino, a aprendizagem da Matemática pode desenvolver-se, porém, em relação aos pressupostos da TRRS, observamos, nas falas dos estudantes, que, em alguns momentos, o ensino de Matemática pode induzir a forma com que os estudantes registram os conceitos matemáticos (Quadro 18).

Quadro 18 – Fala dos licenciandos sobre a forma com que resolvem as questões

Licenciandos	Questões	Relatos apresentados
Todos	2 e 3	Sistemas.
Mateus	2	Mas eu só extraio ponto por ponto mais por conta que os professores sempre faziam assim também.
Ana	2	Mas isso vem de lá quando o professor fala assim: ache o x ou o y que zere, porque, se o aluno não achar um valor que vai zerar, vai chegar em um sistema que o menino não vai conseguir resolver, porque o aluno não sabe isso.
Rael	-	Mas a gente é totalmente condicionado a resolver dessa forma.
Mateus	-	Mas essa linguagem materna (escrita) ninguém pensa, né?! Assim, essa parte a gente trabalhou com Jorge no primeiro período. Tinha uma parte da matéria que trabalhou a linguagem materna para linguagem algébrica. Geral nunca tinha visto, tanto que depois eu melhorei bastante a interpretação de texto.

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

As falas dos discentes, contidas no quadro 18, bem como algumas apresentadas em quadros anteriores, mostram-nos que os estudantes, muitas vezes, utilizam registros que são apresentados pelos professores e se condicionam a utilizar apenas os que lhes foram apresentados. Esse fato fica evidente na fala de todos os estudantes,

quando indagados sobre a forma com que estão acostumados a obter a lei das funções quadráticas, que estabelece pelo uso de sistemas, tendo em vista que um registro sobressai aos demais, o que Duval (2009) define como mono-registro.

Esse condicionamento, como mencionado anteriormente, pode levar os estudantes a possuir uma dificuldade em mobilizar determinados tipos de registros, tendo em vista que o trabalho docente pode favorecer o uso de registros específicos, limitando a aprendizagem discente (DUVAL, 2017).

Assim, por meio de diálogos, os licenciandos relataram que os professores sempre utilizaram determinados conceitos matemáticos em suas aulas e, portanto, não lhes apresentaram outras formas de obter a lei da função, impedindo o contato com os outros tipos de registros que podem garantir outros processos de resolução.

Esse condicionamento apresenta-se explícito na primeira fala de Mateus e nas falas de Ana e Rael, em que nos mostram justamente que os processos que fizeram uso nas listas de tarefas estão ligados à forma com que foram ensinados. Rael sintetizou as demais falas, tendo em vista que, por meio das conversas, o estudante concluiu que somos condicionados a determinados processos de resolução de questões.

O professor, ao ensinar os conceitos matemáticos, tem a possibilidade de garantir a multiplicidade de registros, porém, em alguns casos, isso não é feito. Quando realizado, pode mudar a forma com que estudante vê o conceito matemático, gerando a aprendizagem da Matemática e proporcionando um desenvolvimento cognitivo (DUVAL, 2009). Esse desenvolvimento mostra-se evidente na última fala do estudante Mateus, que apresenta uma experiência no curso superior que teve contato com mais de uma representação de um mesmo conceito matemático e, segundo o licenciando, isso fez com ele se desenvolvesse na interpretação de texto.

A fala de Mateus mostra justamente o que alguns autores, como Almouloud (2017), Henriques e Almouloud (2016), D'Amore, Pinilla e Iori (2015) e, principalmente, Duval (2003; 2009; 2012; 2017), expressam sobre o uso da TRRS no ensino de Matemática, que se constitui na possibilidade de elevar a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo, fazendo com que haja uma compreensão dos conceitos matemáticos.

Esse processo de resolução com base no que aprendeu se mostra em outras falas (Quadro 19), em que é apresentado um processo automático para resolver algumas

questões e a maneira como o processo de ensino e aprendizagem pode moldar essa forma com que se trabalham com as questões.

Quadro 19 – Fala dos licenciandos sobre a aprendizagem e a forma com que resolvem certos tipos de questões

Licenciandos	Relatos apresentados
Mateus	Só resolver mesmo a equação.
Mateus	Foi da forma do ensino médio, executar o algoritmo ali, tem uma lei de formação.
Mara	A gente nem percebe que muda a linguagem de acordo com o que estudamos.
Mara	É muito automático.
Mara	Acho que foca muito na ideia de achar a raiz da função.

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

Essas falas apresentadas no quadro 19 foram dadas quando perguntados sobre a forma com que resolveram as questões e se o processo exigiu um raciocínio mais elaborado sobre quais as ferramentas matemáticas poderiam ser utilizadas no processo. Os licenciandos mostraram, por meio das falas, que a forma com que utilizam são mais automáticas, constituindo-se em algo próximo a um algoritmo a ser executado.

Contudo, algo que transparece e chama a atenção é o fato que eles constataram: que isso acontece de forma quase natural, que não percebem exatamente que a resolução de algumas questões se desenvolve por meio de algo próximo a uma sequência de procedimentos preestabelecidos e, muitas vezes, a forma com que resolvem as questões estão ligadas ao nível de ensino cursado.

Esses fatos podem ser atribuídos ao conceito de mono-registro e ao enclausuramento de registro apresentado por Duval (2009; 2017), pois o uso automático de uma forma de resolução se estabelece quando há um trabalho com pouca variedade de registro, não permitindo que o estudante contemple outras possibilidades que podem ser aplicadas dentro do mesmo conceito matemático.

Nesse sentido, Henriques e Almouloud (2016) defendem ser importante que o professor tenha por objetivo apresentar a Matemática de diferentes pontos de vista e fazer uso das múltiplas representações dos conceitos matemáticos. Dessa maneira, o professor, ao constituir um trabalho que leve os estudantes a desenvolver um número maior de representação de um mesmo conceito matemático, utilizando outras estratégias de resolução, colabora para proporcionar maior desenvolvimento cognitivo.

Informações nesse sentido também transparecem em resultados de outras pesquisas, como a de Ginez e Pires (2021) e de Puga e Bianchini (2016), nas quais os autores apresentam que a forma com que os conceitos matemáticos são apresentados influencia a relação com a Matemática e sua compreensão, refletindo em um baixo número de registros utilizados pelos estudantes.

Assim, como o ensino é constantemente pautado nas discussões, também podemos discutir a formação do profissional que o põe em prática (professor de Matemática), buscando compreender o que se faz necessário para que o docente proporcione um ensino centrado nas múltiplas representações, conforme defendido por Duval (2009).

Nesse sentido, a formação do docente seria o único causador de um ensino descentralizado nas múltiplas representações ou haveria outros fatores? Podemos refletir que a formação dos sujeitos pode influenciar na forma com que eles representam os conceitos matemáticos (DUVAL, 2009; ALMOULOU, 2007; GINEZ; PIRES, 2021; PUGA; BIANCHINI, 2016) e, assim, entendemos que a formação docente também é um dos fatores que influenciam na representação dos conceitos e, consequentemente, em seu processo de ensino.

6.3.2 A relação entre as representações e o conhecimento dos objetos matemáticos

As múltiplas representações de um conceito matemático constituem um trabalho que necessita de um manuseio de diferentes conhecimentos, visto que esse processo pode se estabelecer de diferentes formas no âmbito da Matemática, além de ser possível observar certas dificuldades no que se refere a ele (DUVAL, 2009).

Essa dificuldade mostrou-se evidente no decurso da resolução das tarefas de funções quadráticas, quando os licenciandos perceberam a relação existente entre a representação do conceito matemático e os conhecimentos que os tangem, apresentando, em alguns momentos, dificuldade de realizar a coordenação dos RRS.

Em alguns momentos, os estudantes deixaram explícitos que poderiam utilizar outros meios para resolver as tarefas (valendo-se de outras representações), porém depararam com a dificuldade de recordar o caminho necessário para chegar ao conceito matemático necessário. Esse fato ilustra-se na fala do estudante Mateus, que

atribui a utilização apenas de uma resolução da questão a certa dificuldade que julga ter.

Essa fala emerge quando ele foi perguntado sobre as múltiplas representações/resoluções de uma mesma questão, em que se justifica dizendo: “Eu tenho muita dificuldade depois de resolver uma questão imaginar outra forma de resolvê-la, não consigo, fico muito travado com isso” (MATEUS).

O estudante relatou, ainda, que sentiu uma dificuldade na questão 1, referindo-se à diferenciação da sequência que era apresentada: “Eu sei que tem outra forma de fazer isso, só não sabia se era por PA ou PG, mas eu não sei uma das duas então vou o ter que resolver pelo que está aqui mesmo” (MATEUS).

Essas dificuldades podem estar associadas à dificuldade de mobilização simultânea de RRS, pela qual Duval (2009) atribui aos estudantes uma dificuldade em reconhecer o mesmo objeto em diferentes representações. Segundo o autor, a coordenação de registros não é um processo que é desenvolvido de forma espontânea pelos estudantes.

D’Amore, Pinilla e Iori (2015) concluem, por meio de suas pesquisas, que essa dificuldade de reconhecer certos conceitos matemáticos em suas diversas representações é um fato que não se encontra especificamente no ensino superior, como no caso desta pesquisa, mas é algo que se estabelece no ensino básico inicial, no ensino médio e nos cursos de pós-graduação.

Algumas dificuldades tornam-se evidentes devido ao nível de instrução que alguns estudantes tiveram acesso, pois diferentes momentos de sua formação trazem diferentes formas de pensar a Matemática. Essa fala ilustra-se na discussão da questão 2, em que os licenciandos do 8.º período comentavam a possibilidade de obter a lei da função por meio do “ponto de mínimo da função”.

Ao realizarem esse comentário, procedemos a uma reflexão sobre o termo “ponto de mínimo da função”, o qual os estudantes do 2.º período não conseguiam compreender que se tratava do que eles, até então, conheciam como vértice da parábola.

Assim, ao identificarmos essa diferenciação na representação desse conceito matemático pela linguagem materna, realizamos uma conversa sobre a influência da formação na mobilização dos registros, explicando que os estudantes do 2.º período

não tinham conhecimento do termo utilizado pelos licenciandos do 8.º período, devido ao fato de que Ana e Rael tiveram contato com essas discussões na disciplina de Cálculo, a ser cursada em períodos futuros, uma vez que essa nomenclatura é comum à disciplina.

Além de discutirmos sobre a representação em linguagem natural de um mesmo conceito matemático, evidenciada anteriormente, identificamos, pela fala da estudante Ana, a dificuldade de mobilizar todo seu conhecimento na resolução de questões, pois, segundo ela, na questão 3, seu raciocínio já estava condicionado a determinados registros:

Eu fui no automático e cometi um erro: esqueci de colocar 100x e coloquei menos 100, mas na minha cabeça estava aquele negócio, era um produto! mas eu não coloquei x, buguei! Aí no final achei um absurdo e eu me perguntei assim, gente: isso deve estar errado? (ANA).

Essa fala traduz a dificuldade que a estudante deparou em “escolher”, dentro de seus conhecimentos, um caminho para obter o que a questão solicitava, gerando certa confusão. Esse processo de “escolha”, o que a TRRS denomina como conversão de registro, traduz-se em um processo complexo que, para desenvolver, exige que os estudantes tenham compreensão dos conceitos e propriedades matemáticas (DUVAL, 2009; ALMOULOU, 2007). Assim, para realizar o procedimento, uma vez que os conhecimentos prévios dos estudantes estejam desenvolvidos, existe a possibilidade de minimizar a complexidade do processo de conversão.

Por meio das discussões, identificamos também a prevalência de alguns registros sobre os outros, a qual foi dialogada com os licenciandos (Quadro 20).

Quadro 20 – Falas dos estudantes que ilustram a prevalência de determinados Registros de Representação Semiótica

Licenciandos	Questões	Falas dos licenciandos
Mateus	1	Automático... assim, dos 50 primeiros então eu sabia que era só substituir aí!
Rael	2	A substituição dos pontos que, a meu ver, seriam mais fáceis. Por exemplo, o ponto A, porque o valor de x igual a zero, né! E aí depois eu usei sempre valores menores de x. E aí eu pensei: poxa! eu poderia até [...] usar o ponto B e o ponto C, só que eu vou ter um x igual a $2 + \sqrt{3}$, mas para que vou complicar minha vida?!
Ana	4	Porque, para mim, no visual enxergo melhor as coisas, entendo melhor com o visual, então eu vou desenhar o gráfico. Para mim, a representação de função do segundo grau, como que ela é e como que ela se comporta é o desenho, então vou fazer o gráfico.

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

Ao analisarmos as falas dos estudantes, percebemos que a forma com que mobilizam os registros para resolverem as questões ocorre de forma automática, priorizando um registro em relação às outras possibilidades. Esse fato não favorece a aprendizagem dos conceitos matemáticos, porque ela está ligada às suas múltiplas representações (DUVAL, 2009).

Tal percepção apresenta-se nas falas do estudante Mateus, ao definir o processo de resolução da questão 1 como algo automático, e na fala do estudante Rael, quando apresentou como possibilidade de resolução o trabalho com os pares ordenados, dados na questão 2.

A estudante Ana apresentou uma constatação interessante de sua resolução da questão 4, que solicitava a representação das funções dadas no registro algébrico, que se refere à sua familiaridade com o registro gráfico. Como apresentado, a estudante definiu o registro gráfico como uma representação da função quadrática, possibilitando explicitar “como que ela é e como que ela se comporta”.

As falas dos três licenciandos convergem para o uso prioritário, de forma automática, de um registro, sendo fruto, muitas vezes, da forma com que os estudantes veem esse conteúdo na educação básica ou até mesmo no ensino superior (MIRANDA, 2018), refletindo nos conhecimentos que se consolidam nos estudantes. Assim, eles fazem uso dos registros que são mais utilizados em determinadas situações, o que, muitas vezes, se traduz no registro algébrico.

Ainda no primeiro momento de socialização, foi possível identificarmos pontos positivos na realização das tarefas, que consistia em identificar outras possibilidades de realizar a resolução/representação dos conceitos matemáticos, demonstrando maior conhecimento de tais conceitos. As falas dos estudantes demonstram princípios da coordenação de registros semióticos, a qual Duval (2017) defende ser algo necessário para a aprendizagem da Matemática (Quadro 21).

Quadro 21 – Falas dos estudantes que ilustram princípios da coordenação de mais de um tipo de Registro de Representação Semiótica

Licenciandos	Questões	Falas dos licenciandos
Ana	1	Na questão 1 também, eu posso falar que a minha primeira visão nela era PA, eu não tive visão sobre função de segundo grau assim a princípio. Vi ali a lei de formação que estava ali, mas a primeira visão de quando fala a soma dos primeiros termos já pensei em PA, depois que fui ligando.
Rael	1	Nós [Ana e Rael] tivemos uma visão ao contrário, primeiro eu vi uma função que é o que está ali e depois que vi uma PA, porque soma de termos tem PA.
Rael	2	Eu lembrei que poderia usar a questão da soma do produto. Eu fiquei me perguntando se, com o ponto de mínimo, eu conseguiria achar a lei de formação, mas eu não conseguia lembrar de nada, eu fiquei me perguntando sobre aquele ponto mínimo, porque eu não consegui lembrar a fórmula.
Rael	3	Eu tive dificuldade em pensar em como isso aqui iria chegar em uma função quadrática, mas depois eu pensei: poxa! se a produção, quando fala ali “sabendo que a produção é a diferença entre a receita de vendas e a despesa”, eu pensei: se a receita de venda por 500 menos x isso aqui tem que ser com produto, então eu tenho que multiplicar isso aqui por x , e vai acabar no valor de x^2 .
Mateus	4	Essa quatro aí seria muito bom para trabalhar a função, tipo o contrário das outras, né? Elas me davam o gráfico e pediam a função, ali ele me deu a função e me deixou livre para representar. Aí posso criar gráfico, tabela...
Mateus	4	Mais fáceis as representações, ficou bem mais claro!

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

Por meio das falas de Ana e Rael, na questão 1, podemos analisar que os licenciandos percorreram caminhos diferentes até identificar que a mesma questão trazia uma situação que poderia ser expressa matematicamente pelos conceitos de funções quadráticas e progressões aritméticas. Ana, diferentemente de Rael, identificou, na sequência numérica, o padrão contido nela, fez ligação com as progressões e, posteriormente, se deu conta de que a representação algébrica contida no enunciado também representava a situação.

Mesmo percorrendo caminhos diferentes, os estudantes identificaram que os registros apresentados (numérico e algébrico) representavam a sequência dada no enunciado, evidenciando princípios de uma coordenação de registros, à qual Duval (2009) atribui uma importância no trabalho com os RRS, favorecendo a aprendizagem da Matemática.

Na questão 3, Rael apresentou um registro para chegar à lei da função solicitada, pautando-se pelo vértice da parábola pertencente ao gráfico. O estudante apresentou que está ciente de que o vértice poderia ser utilizado para resolver a questão, porém

não dispunha das fórmulas necessárias para desenvolver, aproximando-se dos pressupostos da TRRS de Duval (2017), no que se refere à mobilização de registros.

Isso se mostra quando Rael propôs o uso das fórmulas das coordenadas do vértice da parábola para realizar a conversão do registro gráfico para o tabular e, posteriormente, do tabular para o algébrico. Assim, constatamos que o estudante entendeu que a forma com que resolveu a questão inicialmente não é a única e, portanto, é possível utilizar outros caminhos para chegar à lei da função.

Na discussão da questão 3, destacamos a fala de Rael, que evidenciou sua dificuldade inicial de visualizar no enunciado a presença de uma função quadrática, pois, para o licenciando, a representação em linguagem natural não deixou evidente, em princípio, que a situação pertenceria ao conceito matemático. Para identificar a função em questão, o estudante realizou a conversão para um registro algébrico, interpretando o enunciado, e, só depois que chegou a um x^2 , afirmou que se tratava realmente de uma função do segundo grau.

Entendemos que esse pensamento indica que: 1) o estudante conseguiu realizar a conversão do registro em linguagem materna para o de linguagem algébrica, articulando dois tipos de registros diferentes, o que mostra certo grau de compreensão sobre o conceito trabalhado, conforme defende Duval (2017); e (2) o estudante, mesmo articulando dois registros, ainda se sentia inseguro em determinar uma situação pertencente às funções quadráticas sem que ela estivesse representada de forma algébrica. Essa falta de segurança é ocasionada pelo uso exclusivo de um registro em detrimento de outro, que Duval (2012) apresenta como mono-registro.

Essa segunda constatação remete ao conceito de mono-registro, que se refere ao uso limitado a determinados registros, que Duval (2012) defende ser algo que não favorece a aprendizagem da Matemática. Assim, a prevalência do registro algébrico na determinação de funções quadráticas pode acarretar dificuldades futuras em outras situações. É interessante que o conhecimento seja mobilizado de forma que o estudante compreenda o conceito de funções quadráticas sem que seja necessária a representação algébrica para sua identificação.

Na discussão da questão 4, que solicitava a representação das funções quadráticas, observamos que os estudantes possuíam dificuldade nas representações apresentadas, que foi confirmada pelos participantes no momento de diálogo.

Segundo os estudantes, a questão causou certo estranhamento, pois não conseguiam assimilar outras representações para o que lhe foi apresentado, como é demonstrado pela fala de Ana: “nela [questão 4] que eu fiquei matutando depois, né, Rael. Assim, gente! qual a forma de representar?”.

Após esse estranhamento, a discussão acerca dessa questão proporcionou uma reflexão sobre a forma de representar as funções quadráticas, permitindo aos estudantes compreender que a questão como um todo possibilita o trabalho com as diversas representações, favorecendo os processos de conversão, o tratamento e a coordenação de registros, que podem ser identificados pela fala do estudante Mateus.

A discussão com os participantes da pesquisa proporcionou uma visão sobre funções quadráticas como um conceito matemático, permitindo que suas representações não sejam confundidas com ele mesmo. Esse tipo de confusão é algo que acontece no âmbito da Matemática, pois seus conceitos precisam das representações para serem acessíveis, porém essa confusão constitui algo que não eleva o aprendizado (DUVAL, 2009).

A visualização de outras possibilidades de registros de representação demonstrada pelos estudantes é um princípio que favorece o processo de coordenação de registro, que, segundo Almouloud (2007) e Duval (2003; 2009; 2012; 2017), se mostra necessário na aprendizagem da Matemática, visto que os estudantes que coordenam dois ou mais registros demonstram conhecimento sobre o conceito matemático trabalhado.

Assim, ao serem apresentadas pelos licenciandos possibilidades de outras representações ao longo da discussão das tarefas, entendemos que há um princípio de coordenação de registros, possibilitando identificar a compreensão existente sobre o conceito de funções quadráticas.

6.4 ANÁLISE DOS REGISTROS UTILIZADOS PELOS LICENCIANDOS NA 2.^a TAREFA DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

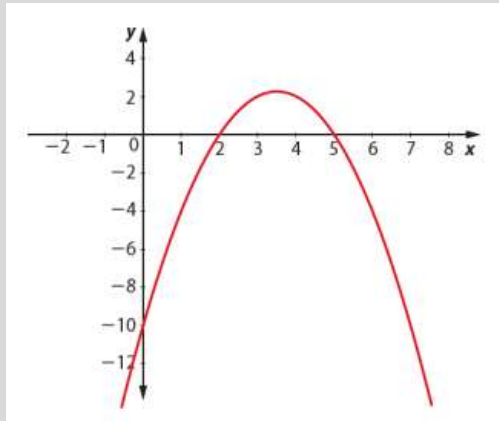
Após o momento de discussão sobre as representações da primeira lista de atividades, realizamos uma nova aplicação de tarefas para identificar os registros utilizados pelos estudantes e verificar se eles passaram a utilizar outras representações. Essa nova aplicação permite visualizar se a discussão sobre a teoria

altera, ou não, a forma com que os estudantes registram o conceito de funções quadráticas, além de lhes possibilitar o acesso ao conhecimento da teoria, partindo do princípio de que é interessante que uma pesquisa também proporcione aos participantes um crescimento intelectual.

Em face disso, a seguir apresentamos os registros e discussões sobre os processos identificados nessa segunda aplicação. A lista aplicada possui questões que contemplam o conteúdo de funções quadráticas, seguindo os mesmos princípios que estavam presentes na primeira aplicação, o que pode auxiliar na verificação de mudança, ou não, dos registros utilizados pelos estudantes após as discussões realizadas no momento de socialização.

Questão 1 - (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 119) (UEG-GO) A lei da função real cujo gráfico está representado a seguir é:

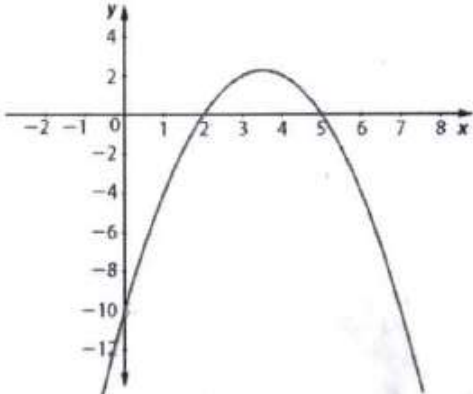
- a) $x^2 - 7x + 10$ b) $-x^2 + 7x - 10$ c) $-x^2 + 7x + 10$ d) $x^2 - 7x - 10$
e) $-x^2 - 7x + 10$



A primeira questão contempla os registros gráficos e algébricos de uma mesma função quadrática, em que, por meio da apresentação de um registro gráfico, solicitava aos estudantes que obtivessem sua representação algébrica, ou seja, sua lei de formação. O processo solicitado na questão se constitui na conversão de registros, que é fruto da mobilização dos dois registros apresentados e outros que podem surgir da linha de raciocínio dos licenciandos.

Essa questão trabalha com os mesmos registros apresentados na segunda questão da 1.^a tarefa, na qual havia um registro gráfico e, por meio dele, era solicitado uma representação algébrica da função, deixando a cargo dos estudantes realizar o processo de conversão de registro para responder a ela.

Quadro 22 - Respostas da questão 1, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)

Sujeitos	Soluções dadas pelos licenciandos na 1. ^a questão		
Rael	① A partir da análise gráfica, podemos observar as seguintes informações: • O gráfico intercepta o eixo y no ponto (0, -10) • A concavidade do gráfico está para baixo Portanto, podemos concluir que: • $c = -10$ • $a < 0$ $\Rightarrow -x^2 + bx - 10$ Logo, por eliminação, temos a letra b como resposta. ou <table border="0"> <tr> <td> $\begin{array}{cc} x & y \\ 0 & -10 \\ 2 & 0 \\ 5 & 0 \end{array}$ </td> <td> $\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -10 \Rightarrow c = -10 \text{ (I)} \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 0 \text{ (II)} \\ a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 0 \text{ (III)} \end{cases}$ </td> </tr> </table>	$\begin{array}{cc} x & y \\ 0 & -10 \\ 2 & 0 \\ 5 & 0 \end{array}$	$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -10 \Rightarrow c = -10 \text{ (I)} \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 0 \text{ (II)} \\ a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 0 \text{ (III)} \end{cases}$
$\begin{array}{cc} x & y \\ 0 & -10 \\ 2 & 0 \\ 5 & 0 \end{array}$	$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -10 \Rightarrow c = -10 \text{ (I)} \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 0 \text{ (II)} \\ a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 0 \text{ (III)} \end{cases}$		
Mateus	$(2, 0), (5, 0), (0, -10)$ $[-x^2 + 7x - 10]$ $ax^2 + bx + c = f(x)$ $4a + 2b + c = 0$ $25a + 5b + c = 0 \rightarrow 5b = -25a + 10$ $0 + 0 + c = -10$ $c = -10$ $b = \frac{-25a + 10}{5} \rightarrow b = -5a + 2$ $4a + 2(-5a + 2) - 10 = 0$ $4a - 10a + 4 - 10 = 0$ $-6a - 6 = 0$ $a = \frac{-6}{-6}$ $a = 1$		
Manoela	Questão 1 - (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 119) (UEG-GO) A lei da função real cujo gráfico está representado a seguir é: a) $x^2 - 7x + 10$ b) $-x^2 + 7x - 10$ c) $-x^2 + 7x + 10$ d) $x^2 - 7x - 10$ e) $-x^2 - 7x + 10$ 		

Quadro 22 - Respostas da questão 1, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (conclusão)

Ana	① Pontos: $\cdot$ ponto de máximo $(3,5; 2)$ $\cdot (2, 0)$ $\cdot (5, 0)$ $\cdot (0, -10)$ $ax^2 + bx + c = 0$ $\cdot (2, 0)$ $a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 0$ $4a + 2b + c = 0$ $\cdot (5, 0)$ $25a + 5b + c = 0$ $\cdot (0, -10)$ $0^2a + b \cdot 0 + c = -10$ $c = -10$	$\begin{cases} 4a + 2b + c = 0 & \textcircled{I} \\ 25a + 5b + c = 0 & \textcircled{II} \\ c = -10 & \textcircled{III} \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b - 10 = 0 & (-5) \\ 25a + 5b - 10 = 0 & (2) \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} -20a - 10b + 50 = 0 \\ 50a + 10b - 20 = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow 30a + 30 = 0$ $a = \frac{-30}{30} \therefore a = -1$ substituindo, $a = -1$ e $c = -10$, em $\textcircled{I}$: $4 \cdot (-1) + 2 \cdot b - 10 = 0$ $2b = 10 + 4$ $b = \frac{14}{2}$ $b = 7$ Lei da função: $-x^2 + 7x - 10 = 0$ $\textcircled{B}$
-----	---	--

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

Nessa questão, o processo que mais se desenvolveu foi a conversão do registro gráfico para o registro tabular, que, posteriormente, foi convertido em uma representação algébrica, que passou por um tratamento, chegando à lei da função solicitada. Esse procedimento foi realizado, com poucas diferenças em sua execução, pelos licenciandos Rael, Mateus e Ana, aproximando-se do que foi apresentado por eles na 1.^a tarefa.

O fato da conservação no uso de determinados registros pode estar ligado a diversos fatores, como a forma com que aprenderam a lidar com esse tipo de questão, ou seja, a sua formação ou até mesmo seus conhecimentos prévios sobre a temática (DUVAL, 2017; ALMOULOU, 2007; DENARDI, 2019), dando possível justificativa para o que foi desenvolvido pelos licenciandos.

Uma diferença encontrada na resolução da questão, bem como na mobilização dos registros, faz-se presente no processo de tratamento do registro algébrico, em que a forma como os estudantes manipularam o registro algébrico apresenta algumas diferenças, por exemplo, o fato de que Rael utiliza o método da soma para resolver o sistema linear montado por ele, em vez do método da substituição na primeira lista.

Rael demonstrou uma alteração na visualização desse tipo de questão, pois ele apresentou duas resoluções para a questão, mobilizando registros diferentes. A primeira forma apresentada constitui a conversão do registro gráfico para o registro algébrico, passando pelo registro em linguagem natural, que é utilizada para obter os valores dos coeficientes da lei da função solicitada.

O estudante mobilizou, nas duas resoluções apresentadas, os registros gráficos, algébricos, tabular e em linguagem natural, demonstrando sua desenvoltura na resolução da questão. É necessário frisar que o estudante não realizou esse tipo de mobilização na questão de mesmo teor na primeira lista, o que mostra que a socialização permitiu um momento para repensar suas estratégias de resolução e representação, aguçando os procedimentos a serem aplicados nas questões, conforme era esperado.

Manoela não apresentou, em sua resposta, registros para serem analisados, mas assinalou a resposta correta, que seria a lei da função que representa o gráfico dado. Essa falta de registro nos impede de identificar os caminhos percorridos pela estudante.

De forma geral, observamos que, dos quatro sujeitos, três utilizaram a conversão do registro gráfico para o tabular e, posteriormente, para o algébrico, realizando o tratamento deste por meio de sistemas lineares e demonstrando a utilização de pelo menos três tipos diferentes de Registros de Representação Semiótica. Em um dos casos, observamos a conversão do registro gráfico para o registro em linguagem materna e, posteriormente, ao algébrico, possibilitando-nos visualizar que a conversão de mais de um tipo de registro se fez presente na solução dessa questão.

Em relação a primeira aplicação, observamos que houve alteração na forma pela qual certos estudantes representaram os conceitos matemáticos e também no número de registros articulados. Esse fato pode ser atrelado ao trabalho docente, uma vez que, quando este se realiza se pautando pelas diversas representações dos conceitos matemáticos, possibilita que o estudante faça uso deles (DUVAL, 2012).

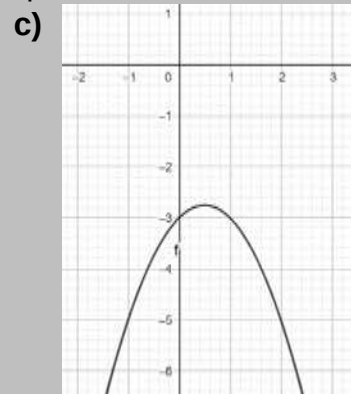
A mudança da forma de representar certo tipo de questão pode evidenciar uma mudança na forma de pensar, o que pode permitir um avanço em sua estrutura cognitiva, gerando um conhecimento mais conciso dos conceitos matemáticos (DUVAL, 2009), o que se estabelece dentro dos pressupostos da TRRS.

Questão 2 - (Adaptada de Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 128) Apresente algumas representações possíveis para cada uma das funções quadráticas definidas a seguir:

a) $y = x^2 - 6x + 5$

b)

x	y
-1	-6
0	0
1	-6
2	-24



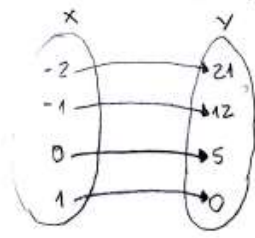
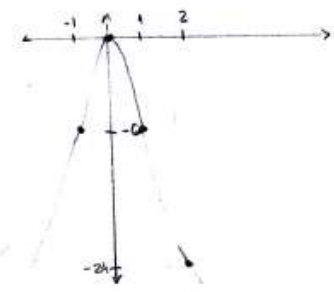
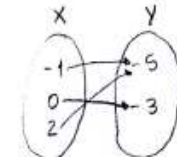
Das questões trabalhadas na segunda aplicação de tarefas, podemos atribuir à questão 2 a importância de estabelecer possibilidades para que os estudantes representem as funções quadráticas da maneira que conhecem, realizando processos de conversão e tratamento de registros. Nela, também podemos verificar se os estudantes compreenderam o que se refere à representação e ao próprio conceito matemático.

Essa questão possui relação com a questão 4 da primeira tarefa aplicada, que solicitava a representação das funções quadráticas dadas em sua forma algébrica. Nela, podemos observar, na resolução dos licenciandos, uma prevalência do registro algébrico sobre todas as outras possibilidades e, de forma bem sutil, o uso do registro gráfico.

Quadro 23 - Respostas da questão 2, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)

Sujeitos	Soluções dadas pelos licenciandos na 2. ^a questão
Rael	② a) $y = x^2 - 6x + 5$ $\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$ $\Delta = 36 - 20 = 16$ $x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$ $x' = \frac{6+4}{2} = 5 //$ $x'' = \frac{6-4}{2} = 1 //$

Quadro 23 - Respostas da questão 2, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continuação)

Rael	$= x^2 - 6x + 5$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table>  b) <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-1</td> <td>-6</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>-24</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>-24</td> </tr> </tbody> </table>  $f(x) = -6x^2$ Substitua em: $ax^2 + bx = y$ $\begin{cases} a(-1)^2 + b(-1) = -6 \\ a(2)^2 + b(2) = -24 \end{cases}$ $\begin{cases} a - b = -6 \quad (1) \\ 4a + 2b = -24 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a - 2b = -12 \\ 4a + 2b = -24 \end{cases}$ $6a = -36 \therefore a = -6$ $-6 - b = -6$ $b = 0$ c) <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-1</td> <td>-5</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>-5</td> </tr> </tbody> </table>  $f(x) = -x^2 + x - 3$ $ax^2 + bx - 3$ $\begin{cases} a(-1)^2 + b(-1) - 3 = -5 \\ a(2)^2 + b(2) - 3 = -5 \end{cases}$ $\begin{cases} a - b - 3 = -5 \quad (1) \\ 4a + 2b - 3 = -5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a - 2b = -4 \\ 4a + 2b = -2 \end{cases}$ $6a = -6 \therefore a = -1$ $-1 - b - 3 = -5$ $b = 1$	x	y	-2	21	-1	12	0	5	1	0	...	...	x	y	-1	-6	0	0	1	-24	2	-24	x	y	-1	-5	0	-3	2	-5
x	y																														
-2	21																														
-1	12																														
0	5																														
1	0																														
...	...																														
x	y																														
-1	-6																														
0	0																														
1	-24																														
2	-24																														
x	y																														
-1	-5																														
0	-3																														
2	-5																														
Mateus	② a) $x^2 - 6x + 5 = 0$ $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(5)}}{2}$ $\frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \quad \begin{cases} x' = \frac{6+4}{2} = 5 \\ x'' = \frac{6-4}{2} = 1 \end{cases}$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	5	0	1	0	0	5																						
x	y																														
5	0																														
1	0																														
0	5																														

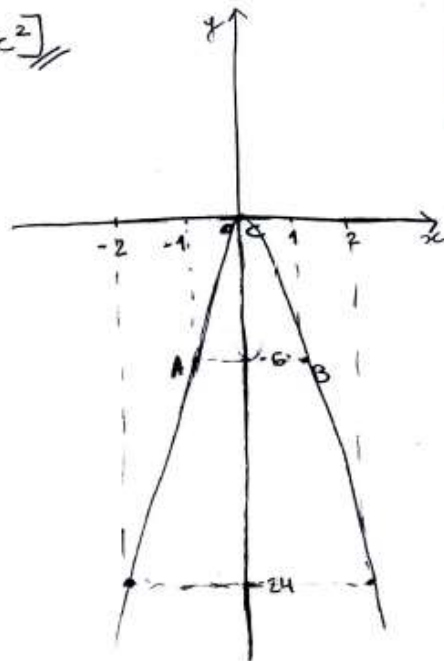
Quadro 23 - Respostas da questão 2, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continuação)

Mateus

b) $c = 0$
 $ax^2 + bx + c = 0$
 $a(-1)^2 + b(-1) = -6$
 $a - b = -6$
 $-2 \times a + b = -6$
 $4a + 2b = -24$
 $-2a - 2b = 12$
 $\hline 2a = -12$
 $a = -6$

$-6 - b = -6$
 $-b = 0$
 $b = 0$

$[-6x^2]$



c) (x, y)
 $(0, -3) \rightarrow ax^2 + bx + c = 0$
 $(-1, -5)$
 $(2, -5)$
 $a - b - 3 = -5$
 $2a - b = -2$

$-1 - b = -2$
 $-b = -1$
 $b = 1$

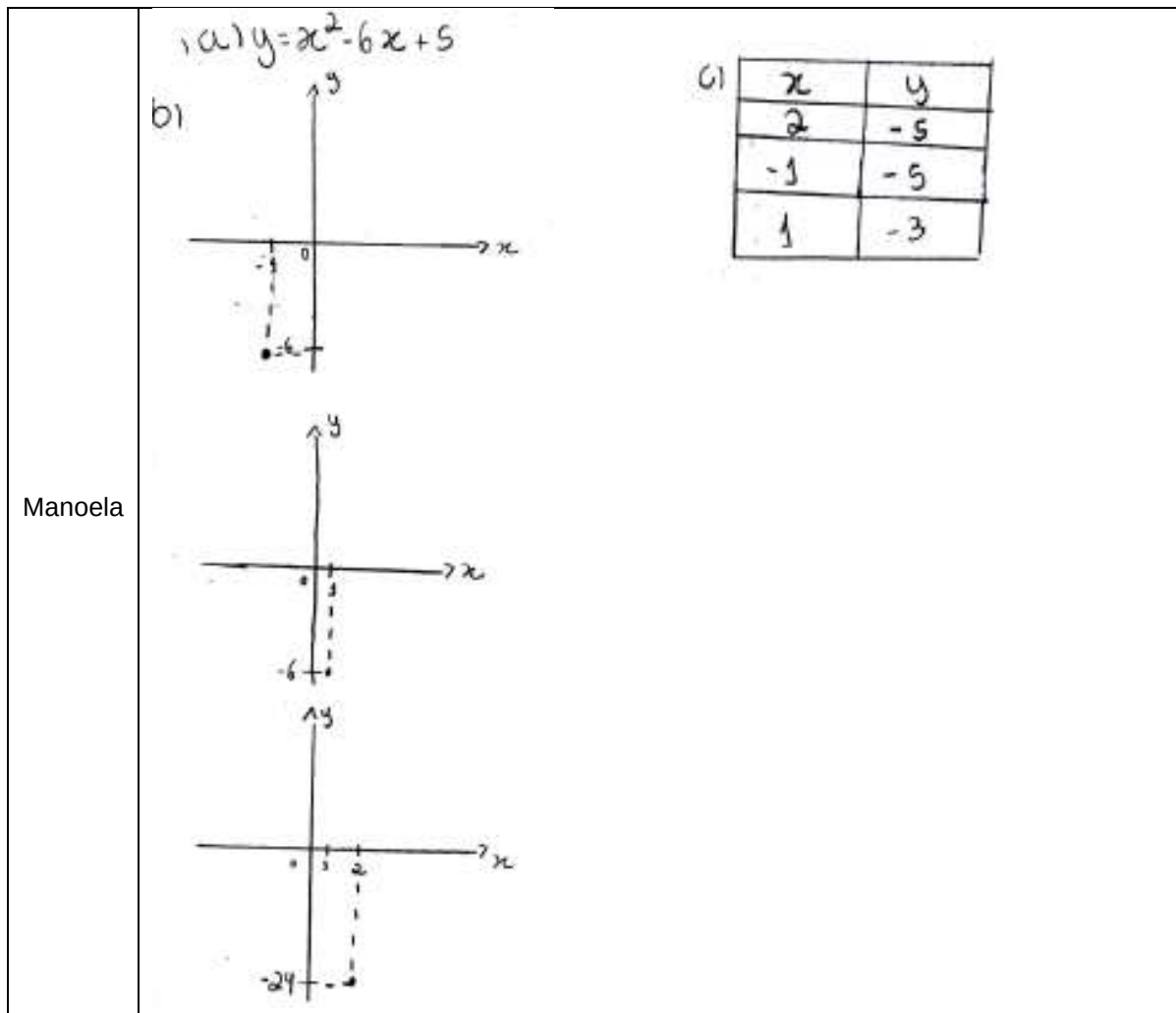
$4a + 2b - 3 = -5$
 $4a + 2b = -2$
 $+ 2a - 2b = -4$
 $\hline 6a + 0 = -6$
 $a = -\frac{6}{6} = -1$

x	y
0	-3
-1	-5
2	-5

$[-x^2 + x - 3]$ $\rightarrow$ lei de formação

menos x número ao quadrado, mais a soma desse número, menos três é igual a $y(f(x))$.

Quadro 23 - Respostas da questão 2, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continuação)

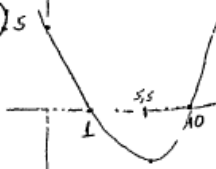


Quadro 23 - Respostas da questão 2, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (conclusão)

Ana

① a) $y = x^2 - 6x + 5$
 ② $f(x) = x^2 - 6x + 5$
 ③

x	y
0	5
1	0
2	-3
3	-4

 ④
 

 ⑤

x	y
0	5
1	0
2	-3
3	-4

 ⑥ Pares para ordenados:
 (0, 5); (1, 0); (2, -3), ...
 ⑦

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑧

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑨

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑩

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑪

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑫

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑬

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑭

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑮

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑯

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑰

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑱

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑲

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ⑳

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉑

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉒

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉓

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉔

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉕

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉖

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉗

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉘

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉙

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉚

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉛

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉜

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉝

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉞

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉟

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊱

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊲

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊳

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊴

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊵

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊶

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊷

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊸

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊹

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊺

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊻

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊼

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊽

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊾

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊿

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉑

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉒

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉓

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉔

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉕

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉖

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉗

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉘

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉙

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉚

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉛

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉜

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉝

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉞

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉟

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊱

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊲

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊳

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊴

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊵

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊶

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊷

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊸

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊹

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊺

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊻

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊼

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊽

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊾

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㊿

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉑

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉒

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉓

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉔

x	y
0	-3
1	-3
2	-5
-1	-5

 ㉕

x	y
0	-3

o algébrico, tabular e gráfico, por terem sido mais usados. Porém, eles se distribuem bem nas representações apresentadas pelos licenciandos.

Assim, de forma geral, pudemos verificar que os participantes da pesquisa conseguiram utilizar, em maior parte das vezes, mais de dois tipos de registros de representação, o que, segundo Duval (2009), possibilita a compreensão dos conceitos matemáticos, além de favorecer o desenvolvimento cognitivo.

Além dessa possibilidade, podemos evidenciar a mudança ocorrida na representação das funções quadráticas, já que antes se baseavam, principalmente, em apenas um registro e agora foram apresentados cinco registros no total. Essa variedade pode estar relacionada ao desenvolvimento do momento de socialização realizado com os estudantes, no qual trabalhamos as possibilidades de representação dos conceitos matemáticos, entendendo que isso agregou conhecimentos a sua formação e favorecendo o uso de mais registros.

O estudo sobre os RRS pode assumir um local de importância durante a formação inicial dos professores, pois, como defendido por Henriques e Almouloud (2016), o trabalho docente deve basear-se nas múltiplas representações dos conceitos matemáticos, pois esperamos sua compreensão.

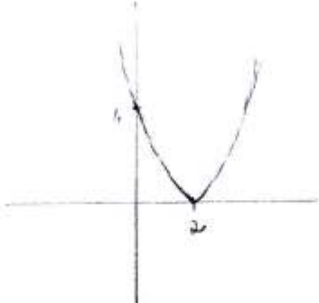
Duval (2009) apresenta, em suas pesquisas, que a aprendizagem, quando não pautada nas múltiplas representações, pode desconfigurar o entendimento do próprio conceito matemático, proporcionando aos estudantes uma aprendizagem, de certa forma, limitada. Assim, é interessante que pensemos o ato formativo de forma que nele estejam contidas as diversas representações dos conceitos matemáticos, estabelecendo-se em todo o currículo da formação.

Questão 3 - (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 128) Faça um esboço do gráfico das funções quadráticas a seguir. Indique o vértice da parábola e, se existirem, os zeros da função.

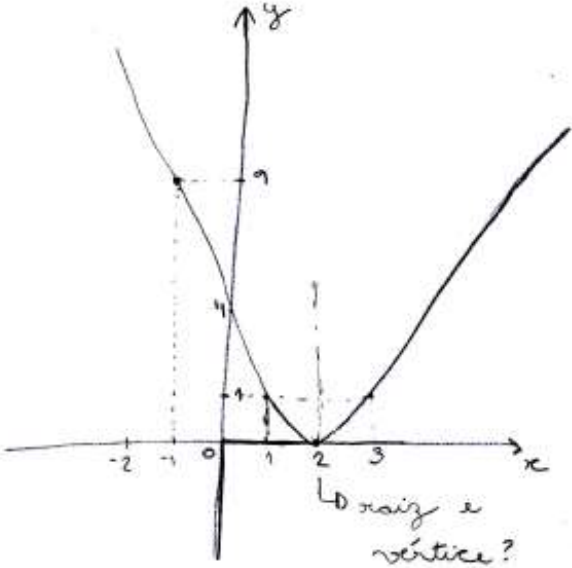
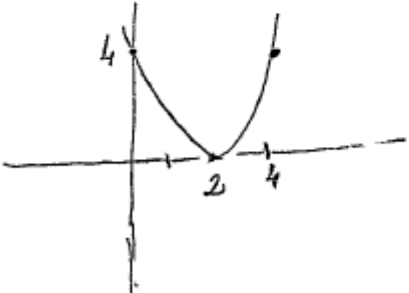
a) $y = x^2 - 4x + 4$

Na questão 3, concentramos a possibilidade de conversão do registro algébrico para o registro gráfico, possibilitando que os estudantes articulem elementos desses registros para obter o esboço gráfico solicitado. Assim, essa questão se relaciona-se relação com a questão 4 da primeira aplicação de tarefas, uma vez que nela também é dado o registro algébrico e solicitado o gráfico.

Quadro 24 - Respostas da questão 3, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)

Sujeitos	Soluções dadas pelos licenciandos na 3. ^a questão										
Rael	③ a) $y = x^2 - 4x + 4$ $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$ $\Delta = 16 - 16 = 0$ $x = \frac{4 \pm 0}{2} = \frac{4}{2} = 2$ $v = (2, 0)$ e consequentemente é a raiz, pois $\Delta = 0$, portanto possui raiz única. Outra forma de achar o vértice da função é: $0 = x^2 - 4x + 4$ $0 = (x - 2)^2$ $\sqrt{0} = \sqrt{(x - 2)^2}$ $0 = (x - 2)$ $2 = x$ Logo, quando $y = 0$, teremos $x = 2$ Portanto a coordenada do vértice é $(2, 0)$ Se o vértice da função possui $y = 0$, logo a parábola possui raiz única e correspondente ao vértice. 										
Mateus	③ $y = x^2 - 4x + 4$ $\frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(4)}}{2} \quad \begin{cases} x' = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = 2 \\ x'' = \frac{4 - 0}{2} = 2 \end{cases}$ <table border="1" data-bbox="430 1377 582 1601"> <tr> <td>x</td><td>y</td></tr> <tr> <td>2</td><td>0</td></tr> <tr> <td>1</td><td>1</td></tr> <tr> <td>-1</td><td>9</td></tr> <tr> <td>0</td><td>4</td></tr> </table>	x	y	2	0	1	1	-1	9	0	4
x	y										
2	0										
1	1										
-1	9										
0	4										

Quadro 24 - Respostas da questão 3, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (conclusão)

Mateus	 $3^2 - 4(3) + 4$ $9 - 12 + 4 = 1$ <i>raiz => são os valores que x assume e fazem com que y seja igual a zero.</i>
Manoela	Não respondeu
Ana	3) $y = x^2 - 4x + 4$ $\Delta = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 4$ $x = \frac{4 \pm 0}{2}$ $x' = x'' = 2$, zero da função. $\Delta = 0$  <i>Vértice da parábola é (2, 0)</i>

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

Observamos, por meio das resoluções contidas no quadro 24, que quatro dos três estudantes apresentaram os registros gráficos como solicitado e, para isso, fizeram o uso de outros registros, como o tabular e em linguagem materna. Isso demonstra que a questão, mesmo ao solicitar um registro em específico, faz com que os estudantes utilizassem outras formas de representar os conceitos matemáticos, devido ao processo de conversão de registro que estavam realizando.

Duval (2009) atribui ao processo realizado pelos estudantes (a conversão de registro) certo grau de dificuldade de realizar, pois o ensino não privilegia esse tipo de processo, focando, em grande parte das vezes, o processo de tratamento dos conceitos matemáticos. O autor aponta três razões que favorecem a não abordagem do processo de conversão de registro: (1) a inexistência de regra de conversão; (2) a mudança de registro é realizada para simplificar e economizar tratamentos; e (3) o pensamento de que esse processo se pauta pelo imediatismo e pela simplicidade de mudança de registro.

Porém, mesmo com o grau de dificuldades estabelecido pelo autor citado, percebemos que os estudantes fizeram uso desse processo, buscando nele a representação dos conceitos matemáticos e explicitando seus conhecimentos sobre o conceito de funções quadráticas.

Verificamos também que o processo desenvolvido pelos estudantes se tornou bem rico, pois, ao utilizarmos mais representações, entendemos que o estudante desenvolveu o que se estabelece como coordenação de registros, processo por que transparece que a aprendizagem da Matemática se consolidou nesses conceitos, favorecendo o desenvolvimento cognitivo (DUVAL, 2009; 2012; 2017).

O processo desenvolvido pelos estudantes mostra-se como algo rico, pois, em cada resolução, observamos processos diferentes, com representações diferentes. Por exemplo, Rael realizou o tratamento do registro algébrico para obter o vértice e os zeros de função, para, posteriormente, convertê-los em um registro gráfico, além de obter os vértices pela fatoração do registro algébrico, chegando ao valor que corresponde ao vértice da parábola.

Já o estudante Mateus realizou o tratamento do registro algébrico para obter o vértice e os zeros de função, seguido da conversão do registro algébrico para o tabular e, posteriormente, para o registro gráfico, enquanto Ana desenvolveu o tratamento do

registro algébrico para obter o vértice e os zeros de função e, posteriormente, convertê-los em um registro gráfico.

Assim, de forma geral, notamos, nessa questão, que, por mais que, em seu enunciado, solicite uma conversão do registro algébrico para o gráfico, foram utilizados outros processos e registros para chegar ao almejado, como o tratamento de registro e os registros tabular e algébrico. Esse fato, quando comparado com o que foi desenvolvido na primeira aplicação, mostra-se mais rico em processos, registros utilizados e em possibilidades de obter o que é solicitado, o que pode estabelecer certa mudança de visão dos estudantes.

Questão 4 - (Adaptada de Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 128) Considerando a função definida por $f(x) = ax^2 + bx + 10$, faça o que se pede:

- a) Determine a e b, sabendo que seus zeros são -2 e 5 .
b) Represente essa função pelo menos de duas maneiras distintas.

Para essa questão, entendemos que seria necessário um tratamento do registro algébrico, utilizando a lei geral dada ou outra forma algébrica possível, como a fatorada, para chegar aos coeficientes apresentados no registro algébrico incompleto, além de representar a função de pelo menos duas maneiras diferentes.

Assim, ao desenvolvermos esse processo de manipulação da função dada pelo enunciado, podemos relacioná-lo ao que foi solicitado nas questões 1, 3 e 4 da primeira aplicação, em que solicitávamos o registro algébrico em algumas delas, podendo ser obtido pelo processo de conversão de registro e, em outras, pedíamos uma nova representação.

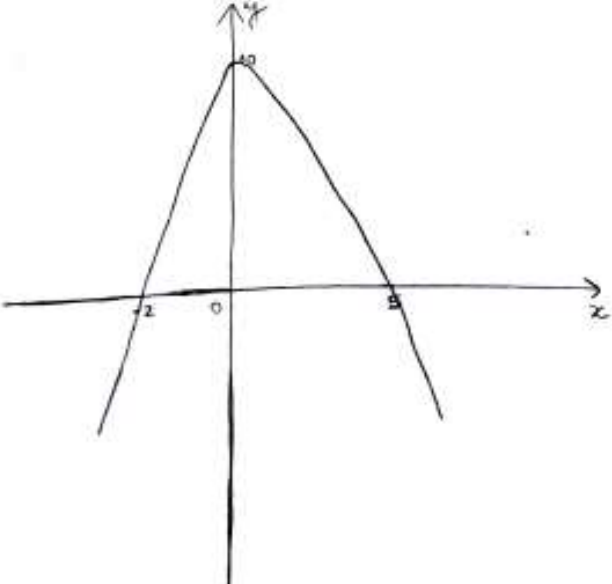
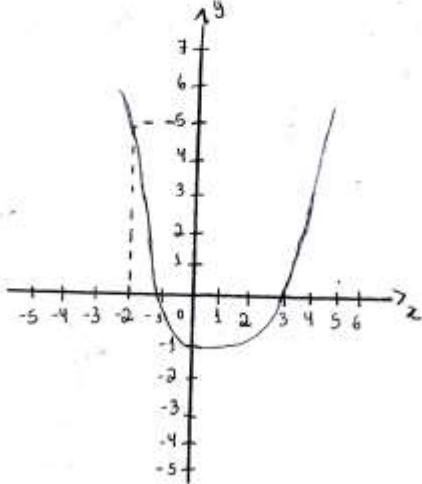
Quadro 25 - Respostas da questão 4, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continua)

Sujeitos	Soluções dadas pelos licenciandos na 4. ^a questão
Rael	④ $f(x) = ax^2 + bx + 10$ a) raízes = -2 e 5 $\begin{cases} a(-2)^2 + b(-2) + 10 = 0 \\ a(5)^2 + b(5) + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = -10 \quad (*) \\ 25a + 5b = -20 \quad (**) \end{cases}$ Logo: $\begin{aligned} 4 \cdot (-1) - 2b &= -10 \\ -4 - 2b &= -10 \\ -2b &= -6 \quad \therefore b = 3 \end{aligned}$ Logo: $f(x) = -x^2 + 3x + 10$ $\begin{cases} 20a - 10b = -50 \\ 50a + 10b = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20a = -40 \quad \therefore a = -2 \quad (*) \\ 70a = -70 \quad \therefore a = -1 \quad (**) \end{cases}$

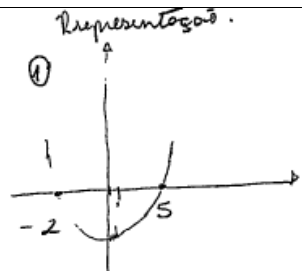
Quadro 25 - Respostas da questão 4, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continuação)

Rael	b) <table> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-5</td><td>-30</td></tr> <tr><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>-1</td><td>6</td></tr> <tr><td>0</td><td>10</td></tr> <tr><td>1</td><td>12</td></tr> <tr><td>2</td><td>12</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	x	y	-5	-30	-2	0	-1	6	0	10	1	12	2	12	5	0
x	y																
-5	-30																
-2	0																
-1	6																
0	10																
1	12																
2	12																
5	0																
Mateus	$f(x) = ax^2 + bx + 10$ a) a e $b = ?$ $4a - 2b + 10 = 0$ $25a + 5b + 10 = 0$ $5b = -10 - 25a$ $b = \frac{-10 - 25a}{5}$ $b = -2 - 5a$ $b = -2 - 5(-1)$ $b = -2 + 5$ $b = 3$ $-x^2 + 3x + 10$ $-(-2)^2 + 3(-2) + 10 = y$ $-4 - 6 + 10 = y$ $[y = 0]$ <table> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>10</td></tr> <tr><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> $2a - b + 5 = 0$ $2a - (-2 - 5a) + 5 = 0$ $2a + 2 + 5a + 5 = 0$ $7a + 7 = 0$ $a = \frac{-7}{7} = -1$	x	y	0	10	-2	0	5	0								
x	y																
0	10																
-2	0																
5	0																

Quadro 25 - Respostas da questão 4, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (continuação)

Mateus	b) <table border="1" data-bbox="742 353 885 537"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> $-x^2 + 3x + 10$  $f(x)$ é igual a menos o quadrado de um número, somado ao triplo do mesmo número e com o a adição de uma dezena.	x	y	0	10	-2	0	5	0		
x	y										
0	10										
-2	0										
5	0										
Manoela	4, b) <table border="1" data-bbox="742 1355 901 1500"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> 	x	y	4	5	3	0	0	-1	-1	0
x	y										
4	5										
3	0										
0	-1										
-1	0										

Quadro 25 - Respostas da questão 4, referente à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas (conclusão)

Ana	④ a) $c = 10$ $\bullet ax^2 + bx + 10 = 0$ $-a(-2)^2 + b(-2) + 10 = 0$ $4a - 2b + 10 = 0$ $\begin{cases} 4a - 2b + 10 = 0 \text{ (5) } \textcircled{I} \\ 25a + 5b + 10 = 0 \text{ (2) } \end{cases}$ $20a - 10b + 50 = 0$ $50a + 10b + 20 = 0$ $70a + 70 = 0$ $a = -1$ $\bullet 4 \cdot (-1) - 2 \cdot b + 10 = 0$ $4 - 2b + 10 = 0$ $-2b = -14 \therefore b = 7$ $\bullet 25a + 5b + 10 = 0$ $a = -1 \quad b = 7$ ② Lei de formação: $x^2 + 7x + 10 = 0$ Representação: ①  ③ <table border="1" style="margin-left: auto;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>54</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	-2	0	1	18	2	24	3	40	4	54
x	y												
-2	0												
1	18												
2	24												
3	40												
4	54												

Fonte: O autor (2023), por meio dos dados sínteses da pesquisa.

Nessa questão, verificamos que Rael, Ana e Mateus utilizaram o mesmo procedimento para a resolução do item a, quando realizaram o tratamento do registro algébrico para obter os coeficientes, fazendo uso de sistemas lineares, e os valores de zeros da função dada. Já a estudante Manoela apresentou a representação solicitada no item b.

No item b, observamos, como na questão 2 dessa lista, uma relação interessante de registros utilizados. Isso pode demonstrar que os estudantes passaram a entender que é possível representar as funções quadráticas pelos registros gráficos, tabular, algébrico, por diagrama e em linguagem materna, demonstrando uma variedade interessante, quando comparada com o que foi apresentado por eles na primeira aplicação de tarefas.

Então, na resolução da questão, torna-se evidente a múltipla representação do conceito função quadrática, possibilitando a coordenação de registros, porque os estudantes reconheceram pelo menos duas representações possíveis para o mesmo conceito matemático, o que se torna interessante para a aprendizagem da Matemática, conforme defendem Duval (2009) e Henriques e Almouloud (2016).

Essa coordenação de registros evidencia o uso do que D'Amore, Pinilla e Iori (2015, p. 137) concebem como “as duas características semióticas essenciais que constituem a atividade Matemática” que se constituem na “escolha do registro de representação e escolha da representação nesse registro” e as “transformações das representações”, pois a resolução da questão exigiu além da representação do conceito: a opção pelo melhor registro para tal situação, possibilitando realizar as transformações necessárias.

O fato pelo qual os estudantes passaram a apresentar essas características essenciais, bem como a coordenação de registros, pode estar atrelado à forma pela qual os estudantes tomam acesso a essa temática, por exemplo, o momento de socialização, uma vez que o professor deve evidenciar tais competências em suas aulas, demonstrando conhecimento de tais temáticas e tornando possível a apresentação/discussão com os estudantes (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015).

6.5 ANÁLISE DO 2.º MOMENTO DE SOCIALIZAÇÃO

O segundo momento de socialização foi uma conversa sobre as etapas anteriores, em que os estudantes puderam evidenciar uma visão geral sobre a pesquisa, além de participarem de uma exposição mais concisa sobre a TRRS, em que o pesquisador expôs os princípios e a relação com a ação docente que os licenciandos vão desempenhar no futuro.

Nessa etapa da pesquisa, foi possível identificar que as categorias elencadas na análise do 1.º momento de socialização ainda se estabeleceram no diálogo, evidenciadas pelas falas dos estudantes sobre a formação e sua influência na mobilização de registros e a relação entre a representação e o conhecimento dos conceitos matemáticos. Desta forma, apresentamos a seguir as categorias, organizando os dados coletados e as discussões sobre tais temáticas.

6.5.1 Discussão sobre a formação e sua influência na mobilização de RRS

Ao longo da segunda socialização, foi perguntado aos licenciandos sobre a visão que tiveram da segunda aplicação de tarefas, principalmente em relação aos registros que utilizaram e a relação que constituíram sobre sua formação. Nesse diálogo, foi possível confirmar que os estudantes identificaram que seus conhecimentos são

moldados, de certa forma, pelos processos de ensino a que têm acesso, pois entendem que alguns registros só são utilizados porque aprenderam assim.

Essa visão dos licenciandos ficou evidente em algumas falas, por exemplo, quando o estudante Rael comentou sua resolução da questão 2, item d, relatando que

essa questão de sair do registro gráfico para os outros é difícil, eu acho que é porque nós somos tão... nós somos ensinados dessa forma, de sair do algébrico para o gráfico, e o caminho contrário é muito ... é muito difícil de ver isso (RAEL).

Nessa fala, podemos identificar que o processo de conversão do registro algébrico para o gráfico é algo que já vem sendo trabalhado com os estudantes, porém a inversão do processo não é algo que se apresenta com frequência na realidade do estudante. Essa priorização do uso do registro algébrico é algo que se mostrou presente também na pesquisa de Miranda (2018), o qual evidencia que os livros didáticos priorizam o trabalho com alguns registros, como o algébrico e o gráfico.

Duval (2009) dialoga sobre essa questão do ensino, tocando em pontos já discutidos nesta pesquisa, como no que se refere ao enclausuramento de registros e ao prejuízo trazido pelo uso único de um registro (mono-registro). Isso evidencia a necessidade de o trabalho docente ser pautado em princípios que desenvolvam a múltipla representação dos conceitos matemáticos, visto que isso pode estabelecer uma aprendizagem mais concisa (DUVAL, 2017).

A influência representada na fala de Rael remete a sua realidade de forma geral, porém podemos identificar essa influência em pontos específicos do ensino de Matemática, incluindo o ensino de funções, como é ilustrado na fala de Mateus:

Estamos estudando função também, só que ainda é função do primeiro grau e aí a professora ontem, né, pediu: ela dava ponto e pediu para achar a lei de formação, aí a gente até conseguiu fazer mais fácil, mas teve gente que não sabia nem como começar, não sabia que ia dar um sistema (MATEUS).

O licenciando evidenciou que a dificuldade de transitar entre diferentes registros nas aulas de ensino de função no curso de licenciatura em Matemática se mostrou desafiadora para alguns alunos, o que permite compreender que a dificuldade em converter registros é algo que se estabelece tanto na educação básica quanto em outros níveis de ensino. Duval (2009) considera essa dificuldade como algo frequente, quando o autor atribui ao processo de conversão um grau de dificuldade elevado, devido às exigências do processo.

Em relação a essa dificuldade, a fala de Rael, apresentada a seguir, expressa alguns subsídios para compreendê-la, pois relatou como o ensino de funções quadráticas ocorreu em sua experiência.

No caso, no estudo de funções, nós vemos mais a representação gráfica e tabular. Na formação é muito difícil você trabalhar, principalmente a função do segundo grau, a de primeiro [grau] até a gente trabalha o diagrama ali bonitinho, mas a de segundo grau é muito difícil você ver essa representação através de diagrama, muito difícil, eu particularmente nem vi (RAEL).

O licenciando apresentou a baixa ênfase na representação das funções quadráticas, que, em sua experiência, se evidenciaram apenas nos registros algébricos e gráficos. Essa fala, quando aliada a resultados de pesquisas, como a de Miranda (2018) e de Irias, Vieira, Miranda e Silva (2011), mostra que essa dificuldade existente se estabelece devido à ênfase que ocorre em certos tipos de registros ou processos matemáticos, o que justifica que os estudantes tenham dificuldades em representar os conceitos matemáticos.

Santana, Gualandi e Soares (2019, p. 28) identificaram, em sua pesquisa, dificuldades na representação dos conceitos matemáticos, que se apresentam ao transitar entre as representações. Essas dificuldades estão ligadas a alguns fatores, como:

a) dificuldade de visualização; b) de representação algébrica partindo do registro gráfico, sendo esta, justificada pelos alunos, como a forma mais difícil de entender função quadrática; c) quando é solicitada a fórmula algébrica e é dado o gráfico com os pontos destacados.

Assim, podemos compreender que as dificuldades apresentadas pelos licenciandos também se estabelecem em outros níveis, sendo constatadas em outras pesquisas. Esse fato corrobora que é necessária uma ênfase no trabalho com as múltiplas representações, o que pode amenizar as dificuldades apresentadas pelos estudantes.

6.5.2 Relação entre a representação e o conhecimento dos conceitos matemáticos

Nesta etapa da pesquisa, discutimos a diferença na representação dos conceitos matemáticos apresentada pelos licenciandos, sendo necessário buscar compreender o motivo pelo qual os estudantes utilizaram tais registros dos conceitos matemáticos.

A estudante Ana relatou que se sentiu mais propensa a utilizar outros registros devido ao 1.º momento de socialização, pois ele proporcionou mais conhecimento das representações possíveis. O estudante Rael relatou que seu desenvolvimento foi diferenciando nessa segunda lista, em relação à primeira, por esse mesmo motivo,

afirmando o seguinte: “Consegui desenvolver mais, acho que eu consegui responder melhor e chegar no objetivo das questões de uma forma mais rápida e objetiva” (RAEL).

Ao dizer que conseguiu chegar aos objetivos das questões, o estudante referiu-se às múltiplas representações que foram apresentadas por ele e demais estudantes. Esse processo de representação tornou-se mais amplo devido ao acesso a esse assunto na primeira socialização, o que lhes proporcionou conhecimento dos registros de uma função quadrática.

O momento de socialização realizou uma ação que se assemelha ao ensino de um conceito pautado nas múltiplas representações, o que aparentemente favoreceu a aprendizagem dos estudantes. Esse fato é algo estabelecido por Duval (2009, 2012) em sua teoria, na qual apresenta a representação como um fator que influencia na aprendizagem da Matemática.

D’Amore, Pinilla e Iori (2015) afirmam que a dificuldade não reside na Matemática, e sim nas representações de seus conceitos, enquanto Denardi (2019) identifica que a dificuldade em alguns tópicos da Matemática se estabelece porque os estudantes chegam a determinados níveis de ensino sem os conhecimentos prévios necessários. Assim, a falta do conhecimento das representações matemáticas implica sua utilização, conforme foi ilustrado nas falas dos participantes desta pesquisa.

Quando lhes foram apresentados os registros semióticos que podem ser utilizados em determinados conceitos matemáticos, isso permitiu aos estudantes fazer usos deles da forma esperada, realizando o processo de forma mais rápida e objetiva, como dito por Rael anteriormente.

Essa ligação entre a apresentação dos registros semióticos e seu uso no ensino de Matemática se evidencia na fala de Mateus, que afirmou que, antes da socialização, não conseguia identificar as representações de uma mesma função quadrática.

Eu consegui agora identificar um tipo de representações que tinham. Lá no primeiro encontro, eu não sabia quais eram as possíveis representações, mas, depois de saber quais são elas, eu consegui identificar. Acho que era uma coisa óbvia, mas não era óbvia ao mesmo tempo (MATEUS).

Essa fala remete à necessidade da articulação da TRRS com o processo de ensino e aprendizagem, uma vez que a compreensão da Matemática está ligada à representação dos conceitos (DUVAL, 2009). Quando não é estabelecida de forma

concomitante ao currículo que é trabalhado, deixa os estudantes em uma situação de desconhecimento, favorecendo o enclausuramento de registro (DUVAL, 2017) e permitindo que se mantém a dificuldade de conhecer as representações semióticas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática é considerada por muitos como uma disciplina difícil, porém essa dificuldade não se estabelece nela própria, estando ligada, dentre outras, as representações semióticas que fazem uso (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015). Desse modo, fez-se necessário debruçarmo-nos sobre essa temática para pensar o processo de ensino e aprendizagem de forma geral. Nessa perspectiva, esta pesquisa buscou identificar os tipos de Registros de Representação Semiótica utilizados por licenciandos em Matemática em tarefas sobre funções quadráticas.

Para tal investigação, pautamo-nos nos pressupostos teóricos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2009), que se estabelece no âmbito da Matemática, determinando que a apreensão dos conteúdos matemáticos está ligada às múltiplas representações neles utilizadas. Assim, à luz da teoria, realizamos a aplicação de duas tarefas de funções quadráticas intercaladas a dois momentos de discussão, denominados socializações, que proporcionavam uma reflexão sobre os registros utilizados pelos licenciandos e as possibilidades existentes.

Ao longo da pesquisa, observamos que os licenciandos em Matemática não estavam certos do que se definia como representação das funções quadráticas e das múltiplas possibilidades que ela possui. Havendo certas confusões entre o que se definia como conceito matemático e suas representações.

Em alguns casos, quando solicitado as múltiplas representações das funções quadráticas, foi observado que os estudantes não compreendiam o que se tratava, ficando limitados aos que lhes foram apresentados em ocasiões anteriores. Esse fato demonstra a possível dependência que a coordenação de registro possui do ensino que é oferecido nas escolas. Pois a representação, bem como a diferenciação do objeto matemático de sua representação, estão ligadas ao ensino da matemática, como discutido ao longo deste texto.

Em alusão a isso, pode-se verificar que os estudantes, inicialmente, apresentaram/utilizaram uma quantidade reduzida de registros, pautando-se prioritariamente no registro algébrico das funções dadas e demonstrando princípios do conceito de mono-registro, que se estabelece quando um registro de representação se destaca em seu uso em detrimento dos demais (DUVAL, 2009). Porém, uma licencianda apresentou os registros gráficos como possibilidade, que se

pode justificar por meio de seus conhecimentos sobre a temática, uma vez que ela se encontrava no último semestre do curso de licenciatura.

A conversão dos registros só foi realizada quando solicitada nas questões das tarefas propostas, apontando que os licenciandos, em seu processo de aprendizagem da Matemática, não foram habilitados a usar diferentes formas de registros para chegar à resolução de tarefas. O uso do registro algébrico na resolução das tarefas propostas foi corroborado pelas falas dos sujeitos que indicaram que, no processo de ensino de Matemática, eles não tiveram acesso às diversas possibilidades de registros das funções quadráticas.

A falta de conhecimento sobre as representações pode levar a uma deficiência na aprendizagem da matemática, influenciando na experimentação, visualização e nas capacidades de induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar matematicamente certas situações. Assim o uso da TRRS, atrelada ao ensino da matemática, poderia minimizar essas dependências, além de atuar como um agente organizador da ação docente, evidenciando as dificuldades dos estudantes, possibilitando a projeção de ações pedagógicas.

Na segunda aplicação de tarefas, após as discussões sobre os possíveis RRS, observamos que os estudantes conseguiram fazer uso de mais tipos de registros de representação do conceito abordado. Assim, ficaram evidenciados os registros algébricos, gráficos, tabulares, por diagramas e em linguagem materna, o que demonstra que os estudantes fizeram uso de mais registros que na primeira aplicação.

Por meio das falas dos licenciandos, pudemos identificar também que tiveram mais segurança, ao representarem as funções quadráticas na segunda aplicação, visto que já possuíam conhecimento das possíveis representações, favorecendo o desenvolvimento da coordenação de registros e possibilitando a aprendizagem da Matemática.

De forma geral, podemos constatar que os estudantes, tanto do 2.º quanto do 8.º período, inicialmente não possuíam uma certeza das representações semióticas das funções quadráticas, limitando-se a alguns registros, conforme apresentamos anteriormente. Porém, após uma discussão e apresentação das possibilidades de representação, os estudantes demonstraram um número maior de representações do

conceito abordado, o que sugere que a instrução sobre a temática favorece a múltipla representação.

Assim, para que essa incerteza seja minimizada, faz-se necessário que a TRRS seja atrelada ao processo de ensino aprendizagem da Matemática de forma mais incisiva, perpassando desde a educação básica e cursos superiores até a formação continuada dos professores de Matemática. Essa articulação entre TRRS e ensino pode favorecer o desenvolvimento educacional, melhorando os índices gerais de aprendizagem da Matemática no Brasil, e contribuir para a formação básica de diferentes profissões importantes para o crescimento de um país.

Ao fim desta pesquisa, surgiram algumas indagações que se mantiveram sem respostas, podendo constituir-se como possibilidades futuras de pesquisa. As questões que surgiram foram as seguintes: (1) Os licenciandos continuam a representar as funções quadráticas como na última tarefa, mesmo após um tempo após as discussões/apresentações realizadas nesta pesquisa? e (2) Os professores da educação básica e do ensino superior realizam um trabalho pautado nas múltiplas representações?

Pensamos que, ao responderem a tais questionamentos, poderiam estabelecer um panorama mais conciso sobre o ensino de Matemática pautado na TRRS, pois, identificamos que os licenciandos participantes dessa pesquisa registraram as funções quadráticas, muitas vezes da forma com que aprenderam e mediante seus conhecimentos sobre os conceitos matemáticos, sendo interessante compreender melhor como essa formação se constitui na realidade.

8 REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ANDRADE FILHO, Bazilio Manoel de; RAUEN, Fábio José. Congruência em conversões de registros de representação semiótica: análise orientada pela noção de relevância. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 20, n. 1, 2018.

ARAUJO, Jose Robson de. **Conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim: análise a partir da interpretação global de propriedades figurais**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal De Pernambuco, Recife, 2021.

ARINOS, Cleide Ribeiro Ribeiro Mota; FREITAS, José Luiz Magalhães de; RACHIDI, Mustapha. Uma análise semiótica e cognitiva na aprendizagem de áreas de triângulos e quadriláteros. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 23, n. 1, p. 420-447, 2021.

AZEVÊDO, Maria Alves de; RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. LINGUAGEM E MATEMÁTICA: A IMPORTÂNCIA DOS DIFERENTES REGISTROS SEMIÓTICOS. Universidade Federal da Paraíba. *Revista Temas em Educação*, v. 25, n. Especial, p. 158, 2016.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Portugal: Edições 70, 1977.

BERNARDINO, Jéssica Cravo Santos. A análise de uma aula sobre o ensino das operações matemáticas básicas a luz da teoria dos registros de representação semiótica. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 21, n. 5, 2019.

BOHRER, Alice; TINTI, Douglas da Silva. Mapeamento de pesquisas que investigaram a Função Quadrática em contextos de ensino e/ou aprendizagem da Matemática. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 23, n. 1, p. 201-230, 2021.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Matemática: conjuntos e funções**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. O cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, v. 7, n. 13, p. 22-37, 2014.

BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu; SCHEIFER, Carine; DIONIZIO, Fátima Aparecida Queiroz. A importância da função discursiva de designações de relações algébricas para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 20, n. 1, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio** — Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2002.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 1999.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 1. Ed. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CARDOSO, Mikaelle Barboza; BARRETO, Marcilia Chagas. Desempenho de graduandos da licenciatura em Matemática em resolução de problemas acerca de função afim: efeitos dos fatores de congruência. **Revista Cocar**, v. 13, n. 27, p. 860-882, 2019.

COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. **O que é Matemática?** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.

D'AMORE, Bruno; PINILLA, Martha Isabel Fandino; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica: Sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contextos & Aplicações**. 2 ed. São Paulo: Ática, 2013.

DENARDI, Vania Bolzan. **Contribuições das representações semióticas para compreensão de conceitos fundamentais para o cálculo diferencial e integral por alunos de um curso de licenciatura em matemática**. 2019. Dissertação (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria, 2019.

DENARDI, Vânia Bolzan; BISOGNIN, Eleni. Resolução de problemas e representações semióticas na formação inicial de professores de matemática. **Revista de Educação Matemática**, n. 17, pág. 24, 2020.

DIONIZIO, Fátima Aparecida Queiroz; BRANDT, Célia Frink; PEREIRA, Ana Lúcia; MORETTI, Mércles Thadeu. Um Design Metodológico para Analisar as Concepções dos Docentes em Relação à Produção Discente a partir de Representação Semiótica e Dimensões do Conhecimento Docente. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, p. 727-748, 2018.

DUVAL, Raymond. **Aprendizagem em matemática: Registro de representação semiótica**. In: Silvia Dias Alcântara Machado (ORG.). Editora Papirus. São Paulo, 2003.

DUVAL, Raymond. Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática? Tradução Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, v. 13, n. 2, p. 1-27, 2018.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação Semiótica**. São Paulo: Papirus Editora, 2017. p. 7-25.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

ESTEBAN, Maria. Sujeitos singulares e tramas complexas: desafios cotidianos ao estudo e à pesquisa. In: GARCIA, R. L. (Org.) **Método, métodos e contramétodo**. São Paulo: Cortez, 2003. p. 124-145.

FARIA, Renata Aparecida de. **Integração Multimodal e Coordenação de Representações Semióticas em Atividades de Função do 1.º Grau**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual De Londrina, Londrina, 2017.

FERREIRA, Fernanda Aparecida; SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos; CURI, Edda. Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os Registros de Representação Semiótica. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 4, n. 2, p. 1-14, 2013.

FLORES, Cláudia Regina. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Boletim de Educação Matemática**, v. 19, n. 26, p. 1-22, 2006.

FREITAS, José Luiz Magalhães de; REZENDE, Veridiana. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, n. 3, p. 10-34, 2013.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GINEZ, Patrícia Costa; PIRES, Rogério Fernando. Fenômeno de congruência e não congruência sobre a Função Exponencial no Caderno do Professor do estado de São Paulo. **Revista De Educação Matemática**, n. 18, pág. 11, 2021.

HENRIQUES, Afonso; ALMOULOU, Saddo Ag. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciência & Educação** (Bauru), v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

IFES, Instituto Federal do Espírito Santo. **Licenciatura em Matemática**. 2022. Disponível em: <https://cachoeiro.ifes.edu.br/cursos/graduacao/licenciatura-em-matematica>. Acesso em: 07 out. 2022.

IRIAS, Diánis Ferreira; VIEIRA, Josislei Passos; MIRANDA, Paula Reis de; SILVA, Rafael Cazal. Cálculo Diferencial e Integral I: Analisando as dificuldades dos alunos

de um curso de Licenciatura em Matemática. **Revista da Educação Matemática**, v. 1, 2011.

LANGWINSKI, Luani Griggio; BASSOI, Tânia Stella. A prática do professor no ensino de álgebra e os Registros de Representação Semiótica. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 3, 2019.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática**. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, 2010.

MAURELL, Joice Rejane Pardo; MACHADO, Celiane Costa; PEREIRA, Elaine Corrêa. O estado do conhecimento acerca das tendências metodológicas para o ensino da Matemática no Ensino Superior. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 21, n. 1, 2019.

MENESES, Leticia Santos. **Funções Trigonométricas ou Função Trigonométrica: Uma análise histórica e institucional no Ensino Médio**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2019.

MIRANDA, Josias Barbosa de. **Registros de Representação Semiótica de Funções Quadráticas: Análise de um Livro Didático**. 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Educação, Ciências e Tecnologias de São Paulo, São Paulo, 2018.

MONTEIRO, Alexandrina; SENICATO, Renato Bellotti. Educação (matemática) em tempos de pandemia: efeitos e resistências. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática**, v. 13, n. 1, p. 317-333, 2020.

MORETTI, Mércles Thadeu. **A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação Semiótica**. São Paulo: Papirus Editora, 2017. p. 199-218.

MORETTI, Mércles Thadeu; BRANDT, Celia Frinck; SCHEIFER, Carine; DIONIZIO, Fátima Aparecida Queiroz; GUÉRIOS, Ettiène Cordeiro. O desenvolvimento do pensamento algébrico segundo Raymond Duval: o papel da congruência semântica na elaboração discente de problemas aditivos. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 2, 2020.

MOSSI, Shayene Vieira. **Análise Discursiva das Representações Semióticas Mobilizadas por Licenciados em Matemática no Ensino e na Aprendizagem de Funções**. 2016. Tese (Mestrado Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria. 2016.

NÖTH, Winfried. Semiótica e semiologia: os conceitos e as tradições. **ComCiência-Revista eletrônica de jornalismo científico**, v. 10, 2006.

ODY, Magnus Cesar; VIALI, Lori. O papel da planilha na mudança de registros em uma atividade de Cálculo Numérico. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do**

Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 21, n. 2, 2019.

PINHEIRO, Tássia Cristina da Silva; ALVES, Fábio José da Costa; SILVA, Maria do Perpétuo Socorro Cardoso da. Aprendizagem matemática no contexto educacional ribeirinho: a análise de registros de representação semiótica em atividade de modelagem matemática. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 97, p. 339-355, 2016.

PONTE, João Pedro da. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, p. 105-132, 2006.

PONTES, Helaine Maria de Souza; BRANDT, Celia Flinck; NUNES, Ana Luiza Ruschel. O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação matemática. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 19, n. 1, 2017.

PUGA, Leila Zardo; BIANCHINI, Barbara Lutaif. Concepções dos alunos sobre a noção de função. **Pesquisa, Sociedade e Desenvolvimento**, v. 1, n. 2, pág. 156-167, 2016.

QUEIROZ, Diego da Silva. **As representações semióticas no estudo de inequações no ensino médio**. 2021. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de Ciências Exatas) - universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021.

REZENDE, Veridiana; MORAN, Mariana; MÁRTIRES, Thais Michele; PAIXÃO, Fabricia Carvalho. O Fractal Árvore Pitagórica e Diferentes Representações: uma Investigação com Alunos do Ensino Médio. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 160-171, 2018.

SANTANA, Linus Tannure; GUALANDI, Jorge Henrique; SOARES, Maria Rosana. Registros de representação semiótica: experiência no ensino de funções quadráticas com alunos do Ensino Médio Integrado. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, p. 8-30, 2019.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. **Dificuldades na aprendizagem de Matemática**. 2007. Monografia (Graduação em Matemática) - Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.

SERFATI, M. **La constitution de l'écriture symbolique mathématique**. 432 p. Thèse (Doctorat en Philosophie) - l'Université Paris I, 1997.

SILVA NETO, Ulisses Suriano da. **Funções trigonométricas e fenômenos periódicos: Uma proposta metodológica**. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Oeste da Bahia, Rio de Janeiro, 2020.

SILVA, Andreza Santana da; TELES, Rosinalda Aurora de Melo. Convergências entre a abordagem do livro didático e o ensino de função quadrática: um olhar sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 22, n. 2, p. 604-634, 2020.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszakt. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 3 ed. Florianópolis: UFSC, 2001. Disponível em: https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia_de_pesquisa_e_elaboracao_de_teses_e_dissertacoes_4ed.pdf. Acesso em 25 de outubro de 2021.

SILVA, Izabella Batista; PRANDO, Giovani; GUALANDI, Jorge Henrique. Contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a análise do capítulo de funções de um livro didático. **Educação Matemática Debate**, v. 4, p. 1-16, 2020.

SILVA, Suzana Domingues da; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. Dissertações brasileiras relacionadas ao ensino de função afim sob a perspectiva das teorias da Didática da Matemática: **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 23, n. 1, p. 448-472, 2021.

SOARES, Luciano Gomes. **Imagens virtuais e atividades matemáticas: um estudo sobre representação semiótica na página do Facebook Matemática com Procópio**. 2019. Dissertação (Mestrado em ensino de ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual Da Paraíba, Campina Grande, 2019.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schwan. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática**, v. 105, n. 5, p. 22-28, 2009.

STEWART, James. **Cálculo, volume 1**. 6. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

IFES. Instituto Federal do Espírito Santo. **Projeto Pedagógico: Licenciatura em Matemática**. Cachoeiro de Itapemirim, 2010.

IFES. Instituto Federal do Espírito Santo. **Projeto Pedagógico do curso de Licenciatura Em Matemática**. Cachoeiro de Itapemirim, 2020.

ANEXOS E APÊNDICES

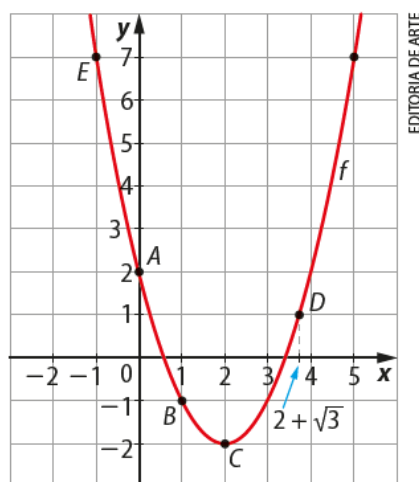
ANEXO A – TAREFAS SOBRE FUNÇÕES QUADRÁTICAS: 1ª APLICAÇÃO

Nome do fictício: _____

Data: ____/____/____

Questão 1 - (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 118) A soma S dos n primeiros números naturais diferentes de zero ($1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$) pode ser calculada utilizando a função quadrática dada por $S(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$. Qual é a soma dos 50 primeiros números naturais diferentes de zero?

Questão 2 - (Adaptado de Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 117) Considere o gráfico de uma função quadrática f representado a seguir e faça o que se pede em cada item.



- d) Sabendo que os pontos A, B, C, D e E pertencem ao gráfico de f , escreva a lei de formação dessa função.
- e) Todos os dados fornecidos pelo enunciado foram utilizados na resolução do item a?
- f) O que teria acontecido caso outros pontos tivessem sido escolhidos?

Questão 3 - (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 119) Mensalmente, uma fábrica produz x unidades de certo produto. Sua produção é vendida por $(500 - x)$ reais a unidade. Cada unidade desse produto tem um custo de R\$ 100,00. Além disso, a fábrica tem uma despesa mensal fixa de R\$ 10.000,00.

- c) Sabendo que o lucro é calculado pela diferença entre a receita das vendas e a despesa, escreva a lei da função que determina o lucro mensal L dessa fábrica, em reais, em função de x .
- d) De quantos reais será o lucro quando a fábrica vender 100 produtos?

Questão 4 - (Adaptado de Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 119) Represente as funções quadráticas a seguir de mais de uma maneira:

e) $y = -x^2$

f) $y = x^2 - 4$

g) $y = -x^2 + 6x - 9$

h) $y = x^2 - 5x$

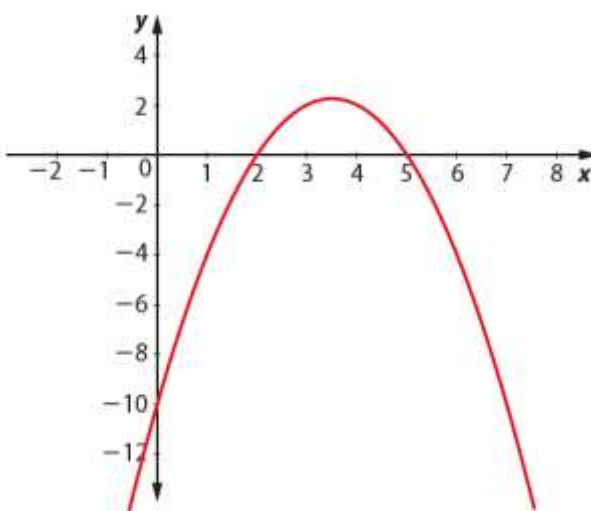
ANEXO B – TAREFAS SOBRE FUNÇÕES QUADRÁTICAS: 2ª APLICAÇÃO

Nome do Fictício: _____

Data: ____/____/____

Questão 1 - (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 119) (UEG-GO) A lei da função real cujo gráfico está representado a seguir é:

- b) $x^2 - 7x + 10$
- c) $-x^2 + 7x - 10$
- d) $-x^2 + 7x + 10$
- e) $x^2 - 7x - 10$
- f) $-x^2 - 7x + 10$



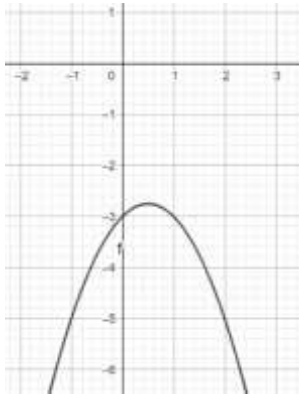
Questão 2 - (Adaptada de Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 128) Apresente algumas representações possíveis para cada uma das funções quadráticas definidas a seguir:

b) $y = x^2 - 6x + 5$

c)

x	y
-1	-6
0	0
1	-6
2	-24

d)



Questão 3 - (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 128) Faça um esboço do gráfico das funções quadráticas a seguir. Indique o vértice da parábola e, se existirem, os zeros da função.

b) $y = x^2 - 4x + 4$

Questão 4 - (Adaptada de Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 128) Considerando a função definida por $f(x) = ax^2 + bx + 10$, faça o que se pede:

- 8 Determine a e b sabendo que seus zeros são -2 e 5 .
- 9 Represente essa função pelo menos de duas maneiras distintas.

ANEXO C – CARTA DE AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DA PESQUISA NO IFES *CAMPUS* CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM (TERMO DE ANUÊNCIA)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CAMPUS CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM

Rodovia BR-462 (Cachoeiro-Alegre 6,5), Fazenda Morro Grande, Caixa Postal 727, AC/BNH, 29311-970, Cachoeiro de Itapemirim/ES,
28 3526-9000

CARTA DE AUTORIZAÇÃO

Ilmo. Sr.

Elemilson Barbosa Caçandre

Eu, Leandro Marochio Fernandes, inscrito no CPF nº 086.269.217-21, SIAPE 2087899, Diretor de Pesquisa do Instituto Federal de Ciências Tecnologia do Espírito Santo – *campus* Cachoeiro de Itapemirim concedo a V.Sª, a devida autorização para utilizar o Laboratório de Ensino de Matemática- LEM, do Ifes – campus Cachoeiro de Itapemirim para realização de sua pesquisa de mestrado, intitulada **“UMA ANÁLISE DOS TIPOS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA UTILIZADOS POR LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS”** sob sua responsabilidade, tendo como orientadora a professora Drª Luceli de Souza e coorientador o professor Dr. Jorge Henrique Gualandi, resguardando as seguintes condições:

- 1 – Observar as disposições éticas no sentido de proteger os participantes da pesquisa;
- 2 – Garantir a privacidade das pessoas citadas nos documentos institucionais e/ou contatadas diretamente, de modo a proteger suas imagens, bem como assegurar a não utilização dos dados coletados em prejuízo das mesmas e/ou da Instituição (IFES), respeitando deste modo as Diretrizes Éticas da Pesquisa Envolvendo Seres Humanos, nos termos estabelecidos na Resolução Nº 466/2012, e obedecendo as disposições legais estabelecidas na Constituição Federal Brasileira, artigo 5º, incisos X e XIV e no Novo Código Civil, artigo 20.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CAMPUS CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM

Rodovia BR-482 (Cachoeiro-Alegre 6,5), Fazenda Morro Grande, Caixa Postal 727, AC/BNH, 29311-970, Cachoeiro de Itapemirim/ES,
28 3526-9000

Cachoeiro de Itapemirim, 26 de abril de 2022.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Leandro Marochio Fernandes', with a long horizontal flourish extending to the right.

Leandro Marochio Fernandes
Diretor de Pesquisa, Extensão e Pós-graduação
Ifes - Campus Cachoeiro de Itapemirim

ANEXO D - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O (A) Sr.(a) _____ foi convidado (a) a participar da pesquisa intitulada “Uma análise dos tipos de registros de representação semiótica utilizados por licenciandos em matemática no estudo de funções quadráticas”, sob a responsabilidade de ELEMILSON BARBOSA CAÇANDRE.

JUSTIFICATIVA

Nesta pesquisa será utilizado a Teoria dos Registros de Representação Semiótica na qual indica que o estudante domina o conteúdo abordado, ao utilizar diferentes representações para o mesmo conceito matemático.

OBJETIVO(S) DA PESQUISA

GERAL: Investigar os tipos de registros de representação semiótica utilizados por licenciandos em Matemática em tarefas sobre funções quadráticas.

ESPECÍFICOS:

- Analisar os tipos de registros de representação semiótica utilizados pelo grupo de licenciandos.
- Socializar com o grupo de licenciandos os registros de representação semiótica apresentados por eles e compartilhar diferentes formas de registrar cada tarefa.

PROCEDIMENTOS

O desenvolvimento desta pesquisa será conduzido em sete etapas: Etapa 1 - Mobilização do público alvo; Etapa 2 - Primeira aplicação de tarefa; Etapa 3 - Análise dos Registros de Representação Semiótica provenientes da primeira aplicação; Etapa 4 - Socialização dos registros de representação semiótica referente a primeira aplicação; Etapa 5 - Segunda aplicação de tarefa; Etapa 6 - Análise dos Registros de Representação Semiótica provenientes da segunda aplicação; e Etapa 7 - Socialização registros de representação semiótica referente a segunda aplicação.

DURAÇÃO E LOCAL DOS PROCEDIMENTOS

As etapas serão conduzidas no IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim, e em cada momento de encontro ou socialização terá duração de 1 hora.

RISCOS E DESCONFORTOS

Os riscos e desconfortos que você pode vivenciar, pode estar relacionado a frustração por não ter o conhecimento sobre os diferentes tipos de registros de representação semiótica que podem ser utilizados, pode ser causado também pelo cansaço causado pelos encontros, e pela própria resolução das tarefas e discussões durante o momento de socialização. Tais desconfortos e riscos serão minimizados pelos momentos de socialização, em que serão discutidos os possíveis registros que poderiam ser utilizados, minimizando o sentimento de frustração. Outra estratégia será os espaços de tempo entre as datas dos encontros. Vale ressaltar que você pode optar a não participar da pesquisa a qualquer momento, mesmo já iniciado alguma das etapas da pesquisa.

BENEFÍCIOS

Esperamos que a pesquisa traga para você os seguintes benefícios: 1) Conhecer mais sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e sua relação com o ensino da matemática; 2) Contribuir para os estudos e divulgação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica no Brasil; 3) Possibilitar a construção de um panorama acerca dos conhecimentos sobre a temática oportunizada ou não pelos cursos superiores; 4) Favorecer a disseminação de conhecimento científico sobre temáticas relevantes da Educação Matemática.

ACOMPANHAMENTO E ASSISTÊNCIA

O pesquisador se coloca à disposição para realizar o acompanhamento e assistência necessária no decorrer e após a pesquisa, buscando assistência especializada quando necessário e solicitado por você.

GARANTIA DE RECUSA EM PARTICIPAR DA PESQUISA E/OU RETIRADA DE CONSENTIMENTO

O (A) Sr.(a) não é obrigado(a) a participar da pesquisa, podendo deixar de participar dela em qualquer momento de sua execução, sem que haja penalidades ou prejuízos decorrentes de sua recusa. Caso decida retirar seu consentimento, o (a) Sr.(a) não mais será contatado(a) pelos pesquisadores.

GARANTIA DE MANUTENÇÃO DO SIGILO E PRIVACIDADE

Os pesquisadores se comprometem a resguardar sua identidade durante todas as fases da pesquisa, inclusive após publicação.

GARANTIA DE RESSARCIMENTO FINANCEIRO

A pesquisa não possui nenhum tipo de custo para o participante, devido a isso não há possibilidades de ressarcimento financeiro.

GARANTIA DE INDENIZAÇÃO

Como participante desta pesquisa, os envolvidos possuem a garantia de indenização diante de eventuais danos decorrentes da pesquisa, de acordo com o item IV.4.c da Res. CNS 466/12.

ESCLARECIMENTO DE DÚVIDAS

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa ou para relatar algum problema, o (a) Sr.(a) pode contatar o(a) pesquisador(a) ELEMILSON BARBOSA CAÇANDRE nos telefones (28) 99905-7293, ou endereço Rua José Morgam, Nº 56, Bairro Caiçara, Cachoeiro de Itapemirim - ES. O (A) Sr.(a) também pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa do *Campus* de Alegre da Universidade Federal do Espírito Santo (CEP/Alegre/UFES) através do telefone (28) 3552-8771, e-mail cep.alegre.ufes@gmail.com ou correio: Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos, Prédio Administrativo do *Campus* de Alegre, Alto Universitário, s/n, caixa postal 16, Bairro Guararema, CEP 29.500-000, Alegre - ES, Brasil. O CEP/Alegre/UFES tem a função de analisar projetos de pesquisa visando à proteção dos participantes dentro de padrões éticos nacionais e internacionais. Seu horário de funcionamento é de segunda a sexta-feira, das 8h às 11h.

DECLARO que fui verbalmente informado e esclarecido sobre o presente documento, entendendo todos os termos acima expostos, e que voluntariamente aceito participar deste estudo. Também declaro ter recebido uma via deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, de igual teor, assinado pelo pesquisador principal ou seu representante, rubricada em todas as páginas.

Cachoeiro de Itapemirim, ____ de _____ de 2022

Participante da pesquisa/Responsável legal

Na qualidade de pesquisador responsável pela pesquisa “Uma análise dos tipos de registros representação semiótica utilizados por alunos licenciandos em matemática no estudo de funções quadráticas”, eu, ELEMILSON BARBOSA CAÇANDRE, declaro ter cumprido as exigências do(s) item(s) IV.3 e IV.4 (se pertinente), da Resolução CNS 466/12, a qual estabelece diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos.

Pesquisador

APÊNDICE A - RECONHECIMENTO DOS DISCENTES

Esse formulário se destina à coleta de dados para o desenvolvimento da pesquisa "UMA ANÁLISE DOS TIPOS DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA UTILIZADOS POR ALUNOS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS" que será aplicada aos discentes do curso de Licenciatura em Matemática.

Essa pesquisa tem por objetivo investigar os tipos de registros de representação semiótica utilizados por alunos licenciandos em matemática em tarefas sobre funções quadráticas.

Sua participação é de suma importância para o desenvolvimento dessa pesquisa, pois por meio dela se produzirá dados para que possam ser analisados.

Desde já, agradeço pela participação!

FORMULÁRIO DE IDENTIFICAÇÃO E RECONHECIMENTO DOS SUJEITOS

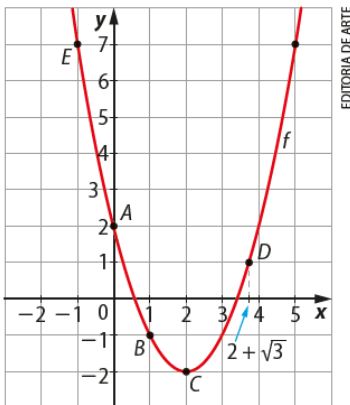
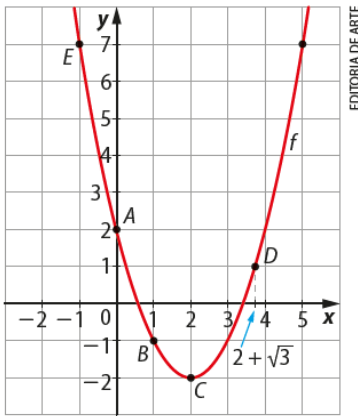
- 1- Nome Fictício escolhido pelo discente⁸: _____
- 2- Marque o período em que se encontra matriculado, ou que possua o maior número de matérias que está cursando:
 - () 2º Período
 - () 8º Período
- 3- Qual a sua idade? _____
- 4- Qual o tipo de escola que concluiu o ensino médio?
 - () Particular
 - () Pública
 - () Outras.

- 5- Em relação a conclusão do ensino médio, qual a modalidade finalizou o ensino médio?
 - () Regular;
 - () Educação de Jovens e Adultos (EJA);
 - () Educação Profissional e tecnológica (Cursos Técnicos Integrados);
 - () Outro.

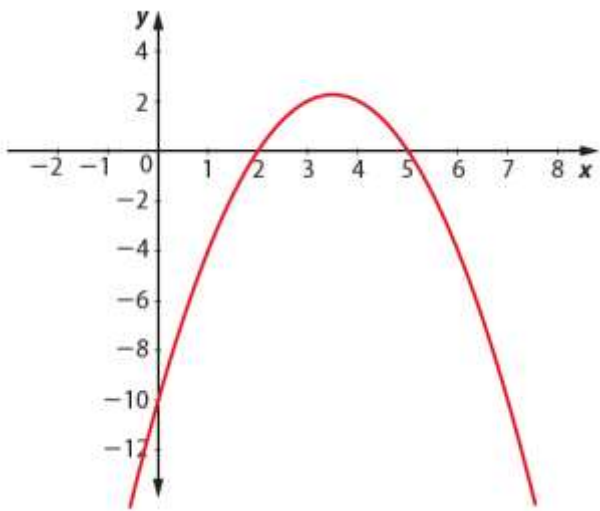
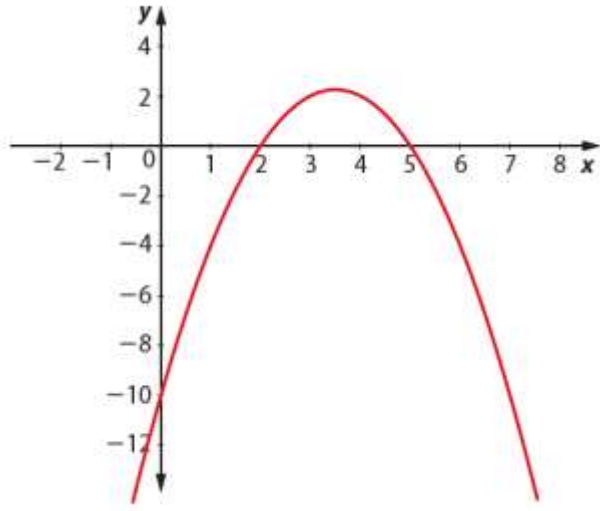
- 6- Em relação a sua formação e a pandemia do Coronavírus, quando finalizou o Ensino Médio?
 - () Conclui o Ensino Médio antes da pandemia;
 - () Cursei parte do Ensino Médio presencial e o conclui durante a pandemia;
 - () Cursei parte do Ensino Médio durante a pandemia e o conclui no modo presencial;
 - () Outro. _____

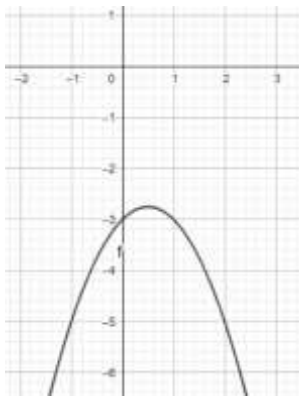
⁸ Neste campo deverá ser inserido um nome fictício, sem nenhuma menção ao nome verdadeiro do discente. Isso se faz necessário para garantir o anonimato da pesquisa. Lembre-se que em momentos futuros deverá utilizar o mesmo nome.

APÊNDICE B – QUADRO COMPARATIVO ENTRE AS QUESTÕES ORIGINAIS E AS ADAPTADAS

	Questão original (Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 117-128))	Questão adaptada
1 (1ª Aplicação)	A soma S dos n primeiros números naturais diferentes de zero $(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n)$ pode ser calculada utilizando a função quadrática dada por $S(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$. Qual é a soma dos 50 primeiros números naturais diferentes de zero?	A soma S dos n primeiros números naturais diferentes de zero $(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n)$ pode ser calculada utilizando a função quadrática dada por $S(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$. Qual é a soma dos 50 primeiros números naturais diferentes de zero?
	Explicação sobre a adaptação: Nesta questão não foi realizada nenhuma adaptação pelos autores.	
2 (1ª Aplicação)	Considere o gráfico de uma função quadrática f representado a seguir e faça o que se pede em cada item.  a) Sabendo que os pontos A, B, C, D e E pertencem ao gráfico de f, escreva a lei de formação dessa função. b) Todos os dados fornecidos pelo enunciado foram utilizados na resolução do item a)? O que teria acontecido se outros pontos tivessem sido escolhidos?	Considere o gráfico de uma função quadrática f representado a seguir e faça o que se pede em cada item.  a) Sabendo que os pontos A, B, C, D e E pertencem ao gráfico de f, escreva a lei de formação dessa função. b) Todos os dados fornecidos pelo enunciado foram utilizados na resolução do item a)? c) O que teria acontecido se outros pontos tivessem sido escolhidos?
	Explicação sobre a adaptação: A adaptação realizada nesta questão se encontra no item b, que foi dividindo em dois novos tópicos. A alteração foi realizada para que os licenciandos não esquecessem de responder a uma das perguntas que antes estavam juntas.	
3 (1ª Aplicação)	Mensalmente, uma fábrica produz x unidades de certo produto. Sua produção é vendida por $(500 - x)$ reais a unidade. Cada unidade desse produto tem um custo de R\$ 100,00. Além disso, a fábrica tem uma despesa mensal fixa de R\$ 10.000,00. a) Sabendo que o lucro é calculado pela diferença entre a receita das vendas e a despesa, escreva a lei da função que determina o lucro mensal L dessa fábrica, em reais, em função de x. b) De quantos reais será o lucro quando a fábrica vender 100 produtos?	Mensalmente, uma fábrica produz x unidades de certo produto. Sua produção é vendida por $(500 - x)$ reais a unidade. Cada unidade desse produto tem um custo de R\$ 100,00. Além disso, a fábrica tem uma despesa mensal fixa de R\$ 10.000,00. a) Sabendo que o lucro é calculado pela diferença entre a receita das vendas e a despesa, escreva a lei da função que determina o lucro mensal L dessa fábrica, em reais, em função de x. b) De quantos reais será o lucro quando a fábrica vender 100 produtos?
	Explicação sobre a adaptação: Nesta questão não foi realizada nenhuma adaptação pelos autores.	

4 (1ª Aplicação)	Represente, no sistema cartesiano, o gráfico de cada função quadrática definida a seguir. a) $y = -x^2$ b) $y = x^2 - 4$ c) $y = -x^2 + 6x - 9$ d) $y = x^2 - 5x$	Represente as funções quadráticas a seguir, de mais de uma maneira: a) $y = -x^2$ b) $y = x^2 - 4$ c) $y = -x^2 + 6x - 9$ d) $y = x^2 - 5x$
Explicação sobre a adaptação: Esta questão foi ajustada de forma a permitir verificar se os licenciandos conseguem representar as funções em mais de uma maneira, e não apenas no registro gráfico, como em sua redação original.		

1 (2ª Aplicação)	(UEG-GO) A lei da função real cujo gráfico está representado a seguir é:  a) $x^2 - 7x + 10$ b) $-x^2 + 7x - 10$ c) $-x^2 + 7x + 10$ d) $x^2 - 7x - 10$ e) $-x^2 - 7x + 10$	(UEG-GO) A lei da função real cujo gráfico está representado a seguir é:  a) $x^2 - 7x + 10$ b) $-x^2 + 7x - 10$ c) $-x^2 + 7x + 10$ d) $x^2 - 7x - 10$ e) $-x^2 - 7x + 10$
Explicação sobre a adaptação: Nesta questão não foi realizada nenhuma adaptação pelos autores.		

2 (2ª Aplicação)	Determine, se existirem, os zeros da função e as coordenadas do vértice da parábola que representa o gráfico das funções quadráticas definidas a seguir. a) $y = x^2 - 6x + 5$ b) $y = 3x^2 - 4x$ c) $y = -x^2 + x - 3$ d) $y = x^2 - 9$ e) $y = -6x^2$ f) $y = 4x^2 - x + \frac{3}{5}$	Apresente algumas representações possíveis para cada uma das funções quadráticas definidas a seguir: a) $y = x^2 - 6x + 5$ b) <table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>-1</td><td>-6</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>-6</td></tr><tr><td>2</td><td>-24</td></tr></tbody></table> c) 	x	y	-1	-6	0	0	1	-6	2	-24
	x	y										
-1	-6											
0	0											
1	-6											
2	-24											
Explicação sobre a adaptação: A questão sofreu alteração no comando e na representação das funções dadas, de forma que permitisse aos estudantes representá-las da maneira que conseguissem, a partir de diferentes registros.												

3 (2ª Aplicação)	Faça um esboço do gráfico das funções quadráticas a seguir. Indique o vértice da parábola e, se existirem, os zeros da função. a) $y = x^2 - 4x + 4$	Faça um esboço do gráfico das funções quadráticas a seguir. Indique o vértice da parábola e, se existirem, os zeros da função. a) $y = x^2 - 4x + 4$
	Explicação sobre a adaptação: Nesta questão não foi realizada nenhuma adaptação pelos autores.	

4 (2ª Aplicação)	Considerando a função definida por $f(x) = ax^2 + bx + 10$, determine a e b sabendo que seus zeros são -2 e 5. Em seguida, faça um esboço do gráfico dessa função.	Considerando a função definida por $f(x) = ax^2 + bx + 10$, faça o que se pede: a) Determine a e b sabendo que seus zeros são -2 e 5. b) Represente essa função pelo menos de duas maneiras distintas.
	Explicação sobre a adaptação: No processo de adaptação, os comandos da questão foram divididos em dois itens, um dos quais foi modificado, alterando seu foco no registro gráfico para as possíveis representações da função dada. Esses ajustes foram realizados para que os estudantes não se esquecessem de responder a algum dos comandos e ao mesmo tempo permitem verificar como os estudantes utilizariam os possíveis registros das funções quadráticas.	