UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS, NATURAIS E DA SAÚDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, EDUCAÇÃO BÁSICA E FORMAÇÃO DE PROFESSORES

ANDRÉ SILVEIRA DO AMARAL

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS PROCESSOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA PROPOSTA COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

ALEGRE
2023

ANDRÉ SILVEIRA DO AMARAL

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS PROCESSOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA PROPOSTA COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores do Centro de Ciências Exatas Naturais e da Saúde da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores na área de concentração Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dra. Vanessa Holanda Righetti de Abreu
Coorientador: Prof. Dr. Jorge Henrique Gualandi

ALEGRE

2023

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

A485r

Amaral, André Silveira do, 1975-
Resolução de problemas nos processos de ensino de Matemática na Educação Básica: uma proposta com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental / André Silveira do Amaral. - 2023.
98 f. : il.

Orientadora: Vanessa Holanda Righetti de Abreu.
Coorientador: Jorge Henrique Gualandi.
Dissertação (Mestrado em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde.

1. Matemática - Ensino e aprendizagem. 2. Matemática (Ensino fundamental II). 3. Matemática - problemas e exercícios. 4. Estudante (ensino fundamental - anos finais). I. Abreu, Vanessa Holanda Righetti de. II. Gualandi, Jorge Henrique. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde. IV. Título.

CDU: 37

ANDRÉ SILVEIRA DO AMARAL

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS PROCESSOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA PROPOSTA COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores do Centro de Ciências Exatas Naturais e da Saúde da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores na área de concentração Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Aprovado em 25 de agosto de 2023.

COMISSÃO EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
gov.br VANESSA HOLANDA RIGHETTI DE ABREU
Data: 01/09/2023 14:21:55-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profª. Dra. Vanessa Holanda Righetti de Abreu
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientadora

Prof. Dr. Jorge Henrique Gualandi
Universidade Federal do Espírito Santo/IFES
Coorientador

Documento assinado digitalmente
gov.br JANINE FREITAS MOTA
Data: 30/08/2023 14:15:49-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profª. Dra. Janine Freitas Mota
Universidade Estadual de Montes Claros

Profª. Dra. Alana Nunes Pereira de Oliveira
Universidade Federal do Espírito Santo

Emitido em 30/08/2023

FOLHA DE ROSTO Nº 65/2023 - CAI-CCLM (11.02.18.01.08.02.03)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 30/08/2023 08:49)
JORGE HENRIQUE GUALANDI
PROFESSOR DO ENSINO BASICO TECNICO E TECNOLOGICO
CAI-CCLM (11.02.18.01.08.02.03)
Matrícula: 1811993

Visualize o documento original em https://sipac.ifes.edu.br/documentos/ informando seu número: **65**, ano: **2023**, tipo: **FOLHA DE ROSTO**, data de emissão: **30/08/2023** e o código de verificação: **e280890408**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

PROTOCOLO DE ASSINATURA

O documento acima foi assinado digitalmente com senha eletrônica através do Protocolo Web, conforme Portaria UFES nº 1.269 de 30/08/2018, por
ALANA NUNES PEREIRA DE OLIVEIRA - SIAPE 2026712
Departamento de Matemática Pura e Aplicada - DMPA/CCENS
Em 31/08/2023 às 13:28

Para verificar as assinaturas e visualizar o documento original acesse o link:
https://api.lepisma.ufes.br/arquivos-assinados/784283?tipoArquivo=O

Dedico este trabalho aos meus pais, José Carlos e Tereza Cristina, que foram muito compreensíveis no momento em que resolvi dar uma nova direção em minha vida e me tornar educador. Aos meus familiares por todo apoio que me deram durante todos esses períodos de estudos.

AGRADECIMENTO

A Deus, minha gratidão pela fé, pela vida e por me proporcionar esta oportunidade de crescimento pessoal e profissional, forças para enfrentar todas as adversidades sem me esquecer das pessoas que fazem parte da minha trajetória.

Aos meus pais, José Carlos Silvério do Amaral e Tereza Cristina Silveira do Amaral, pelos esforços, dedicação, carinho e compreensão. Vocês são exemplos de vida.

À minha família, por suportar minha aflição durante o desenvolvimento deste trabalho.

À minha prima Kellen Amaral, que, durante a minha preparação para o exame de proficiência em inglês, contribuiu de forma significativa nessa etapa. Nunca esquecerei! Valeu, prima!

Aos meus amigos, Elemilson Barbosa Caçandre, Ériton Bernardes Berçaco, Fabiana Correa Malafaia Lima, Fabianna Santana Moço, Franciani Bernardes, Ojana Tito Bravin e Patrícia Lovatti, que, no decorrer do curso, incentivaram-me com palavras de encorajamento; e, em especial, à Adriana de Matos Oliveira, pelas constantes orações; a Lyvia Poggian, pelas afirmações “Continue! Tudo que você precisa chegará até você no momento certo”. E chegou! O meu mestrado. Valeu, meus amigos!

Aos meus colegas da 5ª turma de mestrado em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores 2021/23, Universidade Federal do Espírito Santo, *campus* Alegre, que me acompanharam durante o curso e contribuíram para o meu crescimento.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores do Centro de Ciências Exatas Naturais e da Saúde da Universidade Federal do Espírito Santo, *campus* Alegre, pelos ensinamentos; em especial, à professora Dra. Luceli de Souza, pelas indicações de leituras, as quais me direcionaram a pesquisa.

Ao professor Dr. João Paulo Casaro Erthal e à professora Dra. Alana Nunes Pereira de Oliveira, pelos subsídios direcionados ao trabalho na defesa do projeto.

À Secretaria Municipal de Educação de Muqui-ES, na pessoa da Sra. Secretária de Educação Emanuelli Narducci da Silva, por proporcionar meu afastamento para cursar o mestrado.

Aos estudantes colaboradores desta pesquisa, que, com muito ânimo e apreço, aceitaram contribuir com a execução das tarefas desenvolvidas no transcorrer do trabalho de campo.

À minha orientadora, professora Dra. Vanessa Holanda Righetti de Abreu, que percorreu comigo, em todo o percurso de elaboração desta pesquisa, com competência, carinho e atenção. E pelas ricas palavras de motivação. Sua dedicada orientação permitiu importantes reflexões e construções. Obrigado, professora, por tudo!

Ao meu coorientador, professor Dr. Jorge Henrique Gualandi, pela paciência e pelas valiosas orientações que contribuíram para a elaboração deste trabalho.

Aos membros da Comissão Examinadora, pela disponibilidade em avaliar meu trabalho, cuja colaboração oportunizou o crescimento e a composição desta pesquisa.

Enfim, às múltiplas pessoas cujos ensinamentos cotidianos fortaleceram e fortalecem o meu comprometimento com a educação.

A todos, meu muito obrigado!

Os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática.

(VAN DE WALLE, 2009, p. 57)

RESUMO

A resolução de problemas matemáticos é uma metodologia de ensino e de aprendizagem que proporciona aos estudantes a construção do seu pensamento matemático. Nesse processo, o professor se coloca como mediador da aprendizagem e coopera ativamente para que o aprendiz tenha a oportunidade de mobilizar conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos. O presente estudo teve por objetivo investigar como a metodologia de ensino e aprendizagem de resolução de problemas, proposta por George Pólya, auxilia os alunos do 6º (sexto) ano do Ensino Fundamental na mobilização de conhecimentos matemáticos para a resolução de vários tipos de problemas matemáticos. A pesquisa foi qualitativa, naturalista ou de campo, com estudantes de uma escola municipal de Muqui, ao sul do Espírito Santo. A coleta de dados ocorreu por meio de três frentes de trabalho: aplicação da primeira lista de situações-problemas; socialização; e aplicação da segunda lista de situações-problemas. Os dados obtidos foram analisados utilizando as quatro fases da teoria do processo de resolução de problemas definidos por Pólya (2006). Os estudos demonstram que a resolução de problemas para o ensino de Matemática é mais eficiente quando fundamentado, primeiramente, na compreensão dos conceitos e na existência das fases que levam à resolução, desde a compreensão, a elaboração do plano, a execução do plano e, por último, o retrospecto. Assim, ensinar Matemática, por meio da resolução de problemas contextualizados, deve ser visto como uma oportunidade de educar, e os conteúdos formais precisam ser abordados por meio de temas contextualizados a partir do meio ambiente do aluno para que sua imaginação seja constantemente exigida, fazendo com que ele crie suas próprias estratégias de resolução dos problemas.

Palavras-chave: expressão; George Pólya; operações com números naturais.

ABSTRACT

Mathematical problem-solving is a teaching and learning methodology that enables students to construct their mathematical thinking. In this process, the teacher serves as a learning mediator and actively cooperates to provide learners with the opportunity to mobilize knowledge of mathematical concepts and procedures. The present study aimed to investigate how the teaching and learning methodology of problem-solving, proposed by George Polya, assists 6th-grade elementary school students in mobilizing mathematical knowledge to solve various types of mathematical problems. The research was qualitative, naturalistic, or field-based, involving students from Muqui municipal school, in the southern region of Espírito Santo. Data collection occurred through three stages: the application of the first set of problem situations; socialization; and the application of the second set of problem situations. The data obtained were analyzed using the four phases of the problem-solving process theory defined by Polya (2006). The studies demonstrate that problem-solving in the teaching of Mathematics is most effective when it is primarily based on the understanding of concepts and the existence of the phases leading to solution, including understanding, planning, plan execution, and, finally, reflection. Therefore, teaching Mathematics through contextualized problem-solving should be seen as an opportunity to educate, and formal content should be addressed through context-based themes from the students' environment, constantly stimulating their imagination and encouraging them to create their own problem-solving strategies.

Keywords: expression; George Polya; operations with natural numbers.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular
CEP – Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos
ES – Espírito Santo
GTERP – Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas
IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INCAPER – Instituto Capixaba de Pesquisa, Assistência Técnica e Extensão Rural
LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC – Ministério da Educação
NCTM – National Council of Teachers of Mathematics/Conselho Nacional de Professores de Matemática
PAES – Pacto pela Aprendizagem no Espírito Santo
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE – Plano Nacional de Educação
PPP – Projeto Político Pedagógico
SECULT/ES – Secretaria da Cultura do Estado do Espírito Santo
SEME – Secretaria Municipal de Educação
TALE – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE –Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UFES – Universidade Federal do Espírito Santo
UFSCar – Universidade Federal de São Carlos
UNESP – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
USP – Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No ensino da disciplina de Matemática, na Educação Básica da rede municipal de Muqui-ES, constatam-se repetitivas dificuldades dos alunos em atividades que envolvem a resolução de problemas matemáticos. Nesse sentido, os alunos devem se reinventar diante das adversidades e estar abertos às mudanças. Isso permite que eles se tornem protagonistas na construção do conhecimento.

No trabalho em sala de aula com situações-problemas, na disciplina de Matemática, observam-se como dificuldades mais significativas: a falta de compreensão de problemas envolvendo as quatro operações da matemática escolar com números naturais e o desconhecimento sobre o significado de palavras, na interpretação de textos. Trata-se, portanto, de uma situação que demonstra a necessidade de novas pesquisas sobre o tema de modo a promover aos estudantes o ensino e a aprendizagem.

A habilidade de resolver problemas matemáticos é uma prática que remonta a tempos antigos. Essa metodologia de ensino ganhou visibilidade no sistema escolar em escala mundial e, nos últimos anos, é um assunto que tem ocupado espaço nos trabalhos científicos devido à necessidade de ressignificar os conteúdos aplicados em sala de aula.

Nesse contexto, os problemas matemáticos se constituem como uma pergunta em que não se conhece a resposta, mas é necessário conhecê-la (SAVIANI, 2000). Podem ser definidos também como “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” (ONUCHIC, 1999, p. 215). Ou ainda como “[...] uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução” (LESTER, 1982, *apud* DANTE, 2010, p. 12).

Vila e Callejo (2006) sugeriram que a resolução de problemas matemáticos é um modo de quebrar ou gerar novas crenças ao indivíduo. Dessa forma, pode-se considerar que ela é inerente ao homem, permitindo o desenvolvimento e evolução da espécie humana, pois possibilitou que o ser humano conseguisse se localizar no tempo e no espaço, e tentasse delinear e esclarecer o mundo físico.

Quanto ao ensino de Matemática, menciona-se que este “[...] deve ser mais do que memorizar resultados dessas ciências e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber pensar matemático” (BRASIL, 1999, p. 94).

Quanto a isso, na Educação Matemática o professor tem um papel importante no ensino e na aprendizagem. Ele é o mediador entre a relação ativa do estudante com os conteúdos específicos de sua disciplina, não desvalendo dele o seu modo de trabalhar, a sua realidade, a sua capacidade cognitiva e o sentido que ele traz para a sala de aula (LIBÂNEO, 1998). Nessa perspectiva, o conhecimento de mundo ou o conhecimento precedente do aluno têm de ser respeitados.

Os problemas matemáticos, tanto práticos como teóricos, permeiam, por completo, o ensino da Matemática, o que permite gerar, desenvolver e exercitar habilidades, como raciocínio lógico, senso crítico e interpretação. Segundo Brasil (2018), a Matemática desempenha uma função fundamental no processo de sistematização do pensamento e na execução de problemas que envolvem situações do cotidiano do estudante.

Em relação ao ensino de Matemática para o 6º ano do Ensino Fundamental, no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta 34 habilidades, sequencialmente designadas pelos códigos: EF (Ensino Fundamental), 06 (sexto ano), MA (Matemática) e variação final de 01 até 34 referentes às habilidades a serem desenvolvidas. Sendo que as habilidades EF06MA03; EF06MA06; EF06MA09; EF06MA10; EF06MA11; EF06MA13; EF06MA15; EF06MA24 e EF06MA26 (BRASIL, 2018) referem-se especificamente ao desenvolvimento da arte de resolver e elaborar problemas.

Destaca-se, para este estudo, a habilidade EF06MA03: “[...] resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora” (BRASIL, 2018, p. 301). Essa habilidade é pertinente ao objeto de conhecimento das “operações com números naturais”, dentro do campo temático “números”.

Analisando a metodologia de resolução de problemas na matemática escolar, investigada por diferentes pesquisadores, como: Onuchic (1999), Vila e Callejo (2006), Van de Walle (2009), Dante (2010), Onuchic e Alevatto (2011), percebe-se que o interesse dos estudantes pode ser despertado quando lhes é permitido usar estratégias que foram caracterizadas como úteis para resolver problemas, em vez de exclusivamente utilizarem fórmulas constituídas pelos professores.

Entende-se que resolver problemas aperfeiçoa a inteligência, pois sugere que o estudante pense, interprete, elabore estratégias e estabeleça caminhos. Assim, é essencial à inteligência enquanto habilidade para resolução de problemas, sejam eles cotidianos, pessoais, sociais, científicos, dentre outros, pois os alunos desenvolvem sua inteligência utilizando-a e, também, aprendem a resolver problemas resolvendo-os (POLYA, 1997).

Diante disso, pergunta-se: em função da dificuldade de entendimento matemático, como os estudantes do 6º ano mobilizam seus conhecimentos mediante a resolução de vários tipos de problemas de Matemática?

Desse modo, focando nas contribuições metodológicas de resolução de problemas, na construção do pensamento matemático, a pesquisa tem por objetivo investigar como a metodologia de ensino e aprendizagem de resolução de problemas, proposta por Pólya (2006), auxilia os alunos do 6º ano na mobilização de conhecimentos matemáticos para a resolução de diferentes tipos de problemas matemáticos definidos por Dante.

2 REVISÃO DE LITERATURA E ASPECTOS HISTÓRICOS

2.1 OS ASPECTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Matemática é construída sobre uma estrutura básica composta por um conjunto de elementos, incluindo convenções, axiomas, definições e teoremas, que lhe conferem uma identidade única. Conforme definido por Devlin (1998), ela é uma ciência dos padrões.

Desde a Antiguidade, a Matemática e a resolução de problemas estão relacionadas com a intenção de solucionar questões voltadas para as dificuldades vivenciadas pelos povos (BRAGA, 2020).

Os primeiros problemas matemáticos parecem ter surgido no Egito, por necessidade prática (ÁVILA, 2004), sendo identificados em documentos antigos, por exemplo, os papiros de Rhind ou Ahmes (1650 a.C.) – que, segundo Howard (2004, p. 70), "[...] é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia; descreve os métodos de multiplicação e divisão [...] e aplicações da matemática a problemas práticos" – e de Moscou (1700 a.C.). Para Stanic e Kilpatrick (1989, p. 2), "[...] esses documentos consistem em uma coleção de problemas, o que, segundo Braga, Chaves e Mano (2017), demonstra a importância desta temática para os povos da Antiguidade".

Romanatto (2012) enfatiza que os problemas matemáticos estão presentes em diversos manuscritos da Antiguidade, incluindo a obra *Os elementos*, organizada por Euclides e datada do século III a.C. Nessa obra, segundo Romanatto (2012, p. 301), o "[...] ensino de matemática foi fortemente influenciado pela sequência: definições; axiomas; postulados; teoremas; exercícios e problemas".

Logo, pode-se destacar a importância dos problemas matemáticos, nesse período histórico, e, segundo Stanic e Kilpatrick (1989), a repercussão da resolução deles, no processo de aprendizagem no currículo escolar, ganhou ênfase a partir da influência dos trabalhos de George Pólya. Os autores ainda citam outros matemáticos que contribuíram na resolução de problemas, como "[...] Descartes, Leibniz e Bolzano que discutiram métodos e regras para a descoberta e invenção em Matemática, mas as suas ideias nunca tiveram grande eco nos currículos matemáticos" (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 15).

Em 1942, Pólya passou a “[...] ser reconhecido como a maior autoridade em Resolução de Problemas nos Estados Unidos e em todo mundo [...]” (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 22). No ano de 1945, ele foi um dos primeiros a tratar de maneira mais consistente da resolução de problemas no ensino de Matemática e teve a sua primeira obra publicada *A arte de resolver problemas*, em que “[...] preocupou-se em descobrir como resolver problemas e como ensinar estratégias que levassem a enxergar caminhos para resolver problemas” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 77-78). Assim, definiu algumas fases que auxiliariam a compreender uma situação-problema. São elas: compreender o problema; elaborar um plano; executar o plano e fazer o retrospecto.

Nesse contexto, a pesquisa de Pólya estava voltada para a melhoria das “[...] habilidades de resolução de problemas pelos estudantes e, para que isso ocorresse, era preciso que os professores se tornassem bons resolvedores de problemas e que estivessem interessados em fazer de seus estudantes também bons resolvedores [...]” (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 23).

Portanto, a maneira como Pólya organizou as fases, para direcionar a resolução de um problema matemático, representou uma enorme inovação em relação às ideias de resolução de problemas, expondo, assim, a Heurística de Pólya que, na concepção do autor, poderia auxiliar os estudantes e mestres interessados na arte de resolver problemas.

Até o final da década de 1950, nos Estados Unidos, “[...] a Resolução de Problemas, em sua maioria, indicava que a criança, para desenvolver sua capacidade de resolução de problemas, deveria exercitar-se ostensivamente na solução de uma grande quantidade de problemas” (GAZIRE, 1988, p. 71).

Foi a partir do final da década de 1960, nos Estados Unidos, que a pesquisa sobre o tema ganhou grande destaque e, posteriormente, em outras partes do mundo, destacando-se os estudos de Jeremy Kilpatric que, em 1967, realizou uma grande revisão de literatura em pesquisa sobre Resolução de Problemas em Matemática (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

No início da década de 1970, “[...] os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção [...]” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 215). Foi nesse período que o ensino de Matemática, no Brasil e em outros países, foi influenciado pelo movimento conhecido como "Matemática Moderna – repetição e memorização" (BRAGA; CHAVES; MANO, 2017, p. 1). Segundo Romanatto (2012, p. 302), "[...] esse movimento não teve o sucesso esperado e, assim, continuou a busca por uma Educação Matemática de modo a preparar os estudantes para um mundo que exigia cada vez mais conhecimentos matemáticos".

Em maio de 1975, foi concretizado o

> [...] primeiro Seminário de Pesquisa sobre Resolução de Problemas em Educação Matemática[1], que teve cinco encontros ao longo do ano, na Universidade da Georgia, reunindo pessoas que já estavam envolvidas com a pesquisa em RP[2] havia mais de cinco anos (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 25).

Especificamente, no final da década de 1970 e durante os anos 1980, "[...] surgem indicações claras de que todos os alunos devem aprender a resolver problemas" (DINIZ, 2001, p. 88). Desse modo, educadores matemáticos começaram a buscar para o ensino e aprendizagem de Matemática práticas e metodologias para aprender a resolver problemas (BRAGA, 2020).

Logo, resolver problemas matemáticos

> [...] deve ser o maior objetivo da instrução matemática [...]. Desenvolver conceitos matemáticos, princípios e algoritmos, através de um conhecimento significativo e habilidoso são importantes. Mas o significado principal de aprender tais conteúdo é ser capaz de usá-los na construção das soluções problemas (HATFIELD, 1978, *apud* DANTE, 2000, p. 8).

Em 1980, nos Estados Unidos, foi publicado o documento *An agenda for action*, traduzida como "Agenda para Ação", do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Nesse documento, onde a resolução de problemas passou a ser "[...] o foco da matemática escolar, indicando que no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas deveria orientar educadores matemáticos" (POSSAMAI *et al*., 2021, p. 245). Fundamentados nisso, os educadores matemáticos passaram a discernir que resolver problemas necessitava de atenção (BRAGA, 2020).

No Brasil, "[...] a Resolução de Problemas passa a assumir um papel fundamental na matemática escolar" (BARBOSA; VALE; PALHARES, 2008, p. 1). Foi nesse período

---

[1] *Research Workshop on Problem Solving in Mathematics Education.*
[2] Resolução de Problemas.

que “[...] educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de se resolver problemas merecia mais atenção” (ONUCHIC, 1999, p. 203).

No final da década de 1980, a resolução de problemas ganhou distintas concepções na Educação de Matemática. Schroeder e Lester (1989, *apud* Ribeiro, 2010, p. 122-124) sugeriram três distintos olhares para a resolução de problemas que ganharam proeminência no âmbito acadêmico: ensinar **sobre** resolução de problemas, ensinar Matemática **para** resolução de problemas e ensinar Matemática **por meio** da resolução de problemas.

A partir dessas diferentes propostas, Braga (2020, p. 9) afirma que

> [...] ensinar sobre resolução de problemas seria ensinar o assunto como uma nova teoria. Seu surgimento se dá, principalmente, como uma opção para tentar superar o fracasso da aprendizagem matemática e estimular os educadores da área com a implementação de uma nova teoria. Ensinar para resolver problemas de matemática vem como uma tentativa de resolver os problemas que o Ensino da matemática moderna vinha apresentando. [...] Já ensinar matemática através da resolução de problemas consiste numa metodologia de ensino. Não é um novo conceito a ensinar, nem mesmo é parte de um conteúdo, mas é um essencial meio de se fazer matemática.

De acordo com essas propostas, Pólya pode ser considerado um dos mais notáveis do grupo que teoriza e ensina sobre a resolução de problemas (CARGNIN, 2015).

Nessa perspectiva, observa-se que a resolução de problemas ganha mais espaço na educação. Zuffi e Onuchic (2007, p. 81) mencionam que

> Acabando a década de 1980, em que a ênfase em resolução de problemas era colocada sobre o uso de modelos e estratégias, novas discussões foram desencadeadas. Ela passa, então, a ser pensada como uma metodologia de ensino, ponto de partida e meio de se ensinar matemática.

No início de 1990, pesquisadores matemáticos passaram a observar o problema matemático como um subsídio para o processo de construção do conhecimento matemático. Segundo Onuchic (1999, p. 207), “[...] a resolução de problemas como uma metodologia de ensino passa a ser o tema das pesquisas e estudos de Resolução de Problemas para os anos 90”. Apesar desse movimento ter começado no princípio da década de 1990, foi a partir da divulgação do documento *Principles and standards for school mathematics*[3], em 2000, conhecido como “Standards”, que educadores

[3] Tradução: “Princípios e Padrões para a matemática escolar”.

matemáticos passaram a fazer uma reflexão mais detalhada sobre a importância da metodologia de ensino e aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Portanto, existe uma grande conexão dessa abordagem com as indicações apresentadas nos PCN (ONUCHIC, 1999), e estende-se aqui essa conexão à BNCC, pela qual se espera que os alunos "[...] desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações" (BRASIL, 2017, p. 263). Dialogando com esse cenário, Onuchic (1999, p. 211) afirma que, nessa abordagem, "[...] o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas".

Foi a partir de 1990, que a Resolução de Problemas passou a ser apresentada como uma metodologia de ensino para o desenvolvimento da Matemática e que, segundo Romanatto (2012, p. 302),

> [...] um novo entendimento da resolução de problemas passou a ser divulgado na literatura sobre a educação matemática, bem como em documentos e propostas oficiais. A proposta sugerida aos professores de matemática tem características própria, pois os problemas são tomados como desafios que possibilitam aos estudantes elaborar ou adquirir ideias e aspectos da matemática. Essa perspectiva metodológica da resolução de problemas permite ao estudante a alegria de vencer obstáculos criados por sua curiosidade, vivenciando o "fazer matemática".

Foi nesse mesmo período que documentos oficiais brasileiros já ressaltavam a importância de trabalhar com resolução de problemas matemáticos em sala de aula (MARTINS, 2019). Destacam-se os PCN (BRASIL, 1998; 2000), que, influenciados por ideias contidas nos Standards (2000), apontavam a resolução de problemas como início das atividades matemáticas e discutiam estratégias para realizar este trabalho em sala de aula. Segundo Onuchic (1999, p. 209), os PCN

> [...] visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança jovem brasileira tenha acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite, de fato, sua inserção no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Como decorrência, poderão nortear a formação inicial e continuada de professores pois, à medida que os fundamentos do currículo se tornam claros, ficam implícitos o tipo de formação que se pretende para o professor e a orientação à produção de livros e de outros materiais didáticos, contribuindo dessa forma para a configuração de uma política voltada à melhoria do ensino [...].

Com base nessa abordagem, percebe-se que os PCN (1997) para o Ensino Fundamental e Médio, têm por objetivo gerar subsídios para a elaboração/reelaboração do currículo escolar e apresentam a resolução de problemas como uma

> [...] possibilidade de instigar conhecimentos e fortalecer a capacidade para coordenar informações que estão ao seu alcance. Fazendo com que os estudantes tenham a oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos (MOTA; SILVA, 2019, p. 331).

Nessa perspectiva, o estudante é conduzido à reflexão da sua realidade; a elaborar os problemas e resolvê-los; a usar o pensamento lógico; a selecionar métodos e verificar sua adequação (BRASIL, 1997).

Ao enfatizar a resolução de problemas matemáticos, os PCN (1997) defendem como uma proposta metodológica os seguintes princípios:

> [...] o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada; aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da matemática; o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações; a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1997, p. 32-33).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (nº 9.394, de 20 de dezembro 1996), também chamada de “LDB”, inseriu novas interpretações sobre o ensino da Matemática, estabelecendo as competências e diretrizes para a Educação Básica que deveriam nortear os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo que assegurasse para o estudante a formação básica, salientando que os conteúdos deveriam ser complementados com a parte diversificada que avalizaria as características locais e regionais (BRASIL, 1996).

Como citado acima, no ano 2000, a metodologia de resolução de problemas ganhou grande ênfase a partir da publicação do documento Standards 2000 (NCTM, 2000), recomendando cinco procedimentos para a matemática escolar, sendo que o primeiro segmento se ocupa da resolução de problemas (POSSAMAI *et al*., 2021).

Segundo os padrões do NCTM (2000, p. 52, *apud* POSSAMAI *et al*., 2021, p. 245), na primeira parte do documento consta o seguinte:

> Resolução de problemas significa envolver-se em uma tarefa para a qual o método da solução não é conhecido antecipadamente. A fim de encontrar uma solução, os alunos devem recorrer a seus conhecimentos e, por meio desse processo, eles frequentemente desenvolverão novas compreensões matemáticas. Resolver problemas não é apenas um objetivo de aprender matemática, mas também um meio importante de fazê-lo. Os estudantes devem ter oportunidades frequentes de formular, lidar e resolver problemas complexos que exijam uma quantidade significativa de esforço e devem, então, ser encorajados a refletir sobre seu raciocínio (POSSAMAI *et al*., 2021).

Nessa conjuntura, a atuação desse documento fomentou mudanças no sistema de ensino em várias partes do mundo, sobretudo no Brasil (POSSAMAI *et al*., 2021). Em muitos casos, “[...] os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução” (BRASIL, 1997, p. 33).

Nesse sentido,

> O interesse de estudiosos na área de Educação Matemática em problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem de matemática tem sido fortemente manifestado e discutido no último quarto do século XX, constituindo-se em um espaço de investigação. [Ele] procura identificar nas ciências sociais as amplas tendências de pesquisa relacionadas ao estudo do ensino e da aprendizagem em ambientes escolares e determinar como estas tendências têm influenciado o estudo da matemática nas escolas (ROMBERG, 2007, p.1).

Na abordagem de Resolução de Problemas como metodologia de ensino, primaram-se os trabalhos de pesquisa do professor Luiz Roberto Dante, que prestaram relevantes contribuições à resolução de problemas. Desde 1989, Dante declarou:

> [...] tenho trabalhado na UNESP – Rio Claro como professor Colaborador e Orientador de Mestrados e Doutorados no Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática. Minha linha de pesquisa, inicialmente Ensino-Aprendizagem e Formação de Professores, assumiu a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino da matemática. Criamos um Grupo de Estudos em Resolução de Problemas, junto ao GPA da UNESP –

> Rio Claro, que manteve reuniões semanais em 1996 e 1997. Trabalhamos, dentro de nossa linha de pesquisa, em Congressos Nacionais e Internacionais, Encontros de Educação Matemática regionais, estaduais e nacionais. Conferências foram proferidas e cursos foram ministrados no Brasil, sendo a maioria no Estado de São Paulo. Um projeto, junto ao Departamento de Metodologia de Ensino da UFSCar (Universidade Federal de São Carlos, SP), dentro de um Projeto de Educação Continuada da Secretaria Estadual de Educação, SP, foi desenvolvido em três cidades em 1997 e 1998 (ONUCHIC, 1999, p. 213).

Nessa mesma perspectiva para a resolução de problemas, o Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP), fundado em 1992, desenvolve seus estudos no Departamento de Matemática da Unesp, Rio Claro. O GTERP, coordenado pela professora Lourdes de la Rosa Onuchic, Doutora em Matemática pela USP, tem sido o núcleo gerador de estudos de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de pesquisa de Resolução de Problemas.

O grupo de estudos é formado por alunos e ex-alunos de Pós-Graduação em Educação Matemática e por professores que desejam aprimorar seus conhecimentos e suas práticas docentes. Sua proposta é debater o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e buscar o avanço de pesquisas que atinjam o ambiente em que ocorre a interação do processo de construção do conhecimento matemático (ANDRADE; ONUCHIC, 2017).

Transcorrendo duas décadas do século XXI, estudos evidenciam que autores do campo da Matemática ou mesmo de outras áreas, como Psicologia e Pedagogia, por exemplo, dedicam-se a investigar e registrar sobre resolução de problemas, trazendo contribuições para a produção e publicação de inúmeros trabalhos sobre o assunto.

Entre as pesquisas, destacam-se os estudos de Villa e Callejo (2006), que salientam o ensino-aprendizagem por meio da resolução de problemas como sendo uma experiência propícia para modificar o desenvolvimento habitual das aulas de Matemática a partir do contexto social em que o aluno está inserido, já que crenças podem ser modificadas, desfeitas ou criadas, facilitando o processo de ensino-aprendizagem.

Também se evidenciam as pesquisas de Van de Walle (2009, p. 74), que certificam a resolução de problemas como “[...] um veículo poderoso e eficaz para a aprendizagem, por meio das quais os conceitos e os procedimentos matemáticos, em sua maioria, podem ser melhor ensinados quando o professor utiliza a Resolução de

Problemas em sala de aula". De certa maneira, a BNCC está em consonância com esse aporte teórico.

Na análise do autor,

> Os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática. Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa. Enquanto os estudantes estão ativamente procurando relações, analisando padrões, descobrindo que métodos funcionam e quais não funcionam e justificando resultados ou avaliando e desafiando os raciocínios dos outros, eles estão necessária e favoravelmente se engajando em um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

Ainda entre os trabalhos mais recentes, sobressaem-se os estudos de Barreto e Barreto (2015), que asseveram a resolução de problemas como sendo competências e habilidades essenciais para o ensino da Matemática. Os autores mencionam que os estudantes devem estar preparados para conduzir e utilizar informações, em meio às exigências que a sociedade contemporânea impõe. Portanto, discussões sobre a Resolução de Problemas são pertinentes e geram muitos resultados e investigações nas salas de aula (ANDRADE; ONUCHIC, 2017).

Em 2014, foi concebido o Plano Nacional de Educação (PNE), que determinava as diretrizes, metas e estratégias para a educação, em parceria com a União, os estados e o Distrito Federal (BRASIL, 2014). No transcursar desse período, instituíram à BNCC que validasse a todos os estudantes do território brasileiro as aprendizagens necessárias, preservando-se as identidades étnicas, culturais e linguísticas.

Em 2017, foi organizada a BNCC, documento "[...] de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento [...]" (BRASIL, 2018, p. 7).

Homologada em 2018, a BNCC expõe um conjunto de aprendizagens essenciais às quais têm direito todos os estudantes da Educação Básica, "[...] valorizando os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva" (BRASIL, 2018, p. 9).

A partir dessa abordagem, na BNCC, a Matemática é destacada como sendo uma área do conhecimento essencial para os estudantes da Educação Básica, tanto por suas aplicações, quanto por suas potencialidades. Além disso, propõe processos de resolução de problemas, investigação, desenvolvimento de projetos e modelagem como maneiras privilegiadas de desenvolver o letramento matemático (BRASIL, 2018). Portanto, nos métodos de resolução de problemas, o aluno confronta com diversos campos da Matemática – aritmética, álgebra, geometria, grandezas e medidas, estatística e probabilidade –, desenvolvendo a capacidade de agir matematicamente nas mais diversas situações-problemas, dentro e fora do contexto escolar (BRASIL, 2018).

Logo, investigar os aspectos históricos em que a resolução de problemas se constituiu como teoria é um passo considerável para compreender melhor a sua importância e as perspectivas que pode assumir dentro dos processos de ensino e aprendizagem.

2.2 ALGUMAS CONCEPÇÕES SOBRE “PROBLEMAS” E “EXERCÍCIOS”

Desde os tempos primórdios, a humanidade sempre esteve diariamente frente a problemas que necessitavam de solução, seja para sua subsistência, seja para o convívio em comunidades (D’AMBRÓSIO, 2013). Portanto, ao se referir ao termo “problema”, é plausível recordar-se de significados distintos, desde a variação do contexto no qual as pessoas estão inseridas, suas qualidades e expectações. Dante (2010, p. 11) faz uma analogia ao termo “problema” quando afirma que:

> O que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro. Por exemplo, se o pneu da bicicleta de Beto furou e ele não sabe o que fazer nessa situação – e quer resolvê-la, pois gosta de andar de bicicleta –, então esse é um problema para ele. Mas sabe que nesse caso deve procurar uma borracharia e que [...] a situação não chega a ser um problema, pois não exigirá um processo de reflexão para solucioná-la.

Para Souto e Guérios (2017), Pólya foi um dos primeiros estudiosos a dar proeminência na resolução de problemas, caracterizando-a como uma coisa original, que conduz o estudante a criar novos planos de solução que estimulem sua curiosidade e despertem o seu interesse.

A fim de que se entendam melhor as concepções, é importante definir o que é “problema” e o que é “exercício”. A partir dessa questão, Mateus *et al.,* (2002, p. 4, grifo do autor) explicam o seguinte:

> O **exercício** é uma atividade de adestramento no uso de alguma habilidade ou conhecimento matemático já conhecido pelos resolvedores, como a aplicação de algum algoritmo ou fórmula já conhecida. Ou seja, o **exercício** envolve mera aplicação de resultados teóricos enquanto o **problema** necessariamente envolve invenção e/ou criação significativa.

Já na concepção de Thompson (1989, apud ROMANATTO, 2012, p. 301), "problema" pode ser descrito como:

> [...] um problema inclui quebra-cabeças, labirintos e considera que problemas devem possibilitar uma variedade de abordagens para a sua solução, não devem depender só de elementos conhecidos, mas conduzir à busca e descoberta de novas ideias e, em geral, envolvem desafios, diversões e também frustrações.

Os problemas e exercícios estão presentes nas aulas de Matemática. Para Pozo (1998, p. 16), "[...] o problema se diferencia de um exercício, na medida em que, neste último caso, dispõem-se de mecanismos que levam, de forma imediata, à solução [...]". A partir dessa abordagem, Martins (2019) alega que só existe um problema quando há um objetivo a ser atingido e é preciso pensar em estratégias para resolvê-lo.

Portanto, concorda-se com Echeverría (1998, p. 48) quando afirma:

> [...] exercício não é só a repetição das operações matemáticas básicas, seja de forma oral ou de forma escrita, mas também pode ser outro tipo de tarefa na qual o aluno não precisa tomar nenhuma decisão sobre os procedimentos que deve usar para chegar à solução.

Na percepção de Dante (1991, p. 10), problema "[...] é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la". E, nesse contexto, o autor traz uma abordagem interessante entre a diferença de "exercício" e "problema", dentro do ensino da Matemática.

Logo, exercício é um ato que conduz o aluno a treinar e executar a aplicação das operações matemáticas já inseridas nas questões. O problema, também chamado de "situação-problema", exige do educando uma estratégia para a resolução, pois as operações matemáticas não estão coesas no enunciado. Não pode ser resolvido pela aplicação automática de fórmula, requer um andamento mais longo para pensar em um plano de ação (DANTE, 1995).

Além da definição de "problema", há, na Matemática, a definição de "exercícios", que são aplicações de algoritmos que auxiliam o aluno a reconhecer e reforçar os conhecimentos adquiridos anteriormente. Tanto “problema” quanto “exercícios” são classificados de diferentes maneiras em função do objetivo que se pretende alcançar no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos (DANTE, 2010).

Consoante a esses pensamentos, Santos-Wagner (2008) ressalta que, na escola, a palavra “problema” é usada para caracterizar as tarefas dirigidas aos alunos após a explicação de um conteúdo. Para Van de Walle (2009, p.90), “[...] alguns professores esperam que, depois de várias listas de tarefas, os alunos tenham concebido a habilidade almejada, porém, com este tipo de recurso é adquirida uma habilidade temporária para reproduzir um procedimento recém-formado".

No Quadro 1, Souto e Guérios (2017), baseados nos estudos de Onuchic (1999), Pólya (2006) e Dante (2010), caracterizam a definição, o objetivo, os encaminhamentos metodológicos e avaliação entre “problema matemático” e “exercício matemático”.

Quadro 1 – Diferença entre “problema” e “exercício”, de acordo com Souto e Guérios (2017), baseado nos estudos de Onuchic (1999), Pólya (2006) e Dante (2010)

TIPO	DEFINIÇÃO	OBJETIVO	ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS	AVALIAÇÃO
Exercício matemático	Situação em que o aluno se depara e já sabe como resolver, pois já conhece o modelo de resolução.	Aplicar o conceito aprendido e/ou treinar um determinado procedimento.	Atividade de fixação proposta após a explanação do conteúdo.	Ênfase no resultado final, ou seja, na resposta dada ao problema.
Problema matemático	Situação nova para o aluno e para a qual não possui uma resposta imediata.	Propiciar ao aluno momentos para conjecturar, elaborar estratégias e testar hipóteses na busca da solução de um dado problema.	Ponto de partida para trabalhar novos conceitos, estabelecendo relações com os conhecimentos anteriores do aluno.	Valorização do processo da resolução de problemas.

Fonte: Souto e Guérios (2017, p. 6).

De forma resumida, Souto e Guérios (2017, p. 6) explicam que problema matemático é:

> [...] uma situação nova e desafiadora, a qual não se pode resolver mecanicamente [...] requer, então, a construção de caminhos na busca de uma solução, podendo, na maioria dos casos, admitir mais de uma possiblidade de resolução. Já os exercícios matemáticos são situações em que o estudante se depara e já sabe resolver.

Butts (1997) considera cinco categorias de problemas: exercícios de reconhecimento, exercícios algorítmicos, problemas de aplicação, problemas de pesquisa aberta e situações-problemas. Os exercícios de reconhecimento são aqueles que possuem a finalidade de verificar um conceito, enquanto os exercícios algorítmicos são utilizados para que o aluno possua mais agilidade nos procedimentos e técnicas algébricas. No que lhe concerne, os problemas de aplicação envolvem desde a leitura e interpretação matemática do problema até sua resolução. Já os problemas de pesquisa aberta possuem como objetivo principal a habilidade de conjectura. No Quadro 2, apresentam-se as definições propostos por Butts (1997).

Quadro 2 – Definições de exercícios e problemas propostos por Butts (1997)

Tipo	Descrição
Exercícios de reconhecimento	São os que normalmente pedem ao resolvedor para reconhecer ou recordar um fato específico, uma definição ou enunciado.
Exercícios algorítmicos	Trata-se de exercícios que podem ser resolvidos com um procedimento passo a passo, frequentemente, um algoritmo numérico.
Problemas de aplicação	São problemas que envolvem algoritmos aplicativos. Os problemas tradicionais caem nesta categoria, exigindo sua resolução: (a) formulação do problema simbolicamente e depois (b) manipulação dos símbolos mediante algoritmos diversos.
Problemas de pesquisa aberta	São aqueles em cujo enunciado não há uma estratégia para resolvê-los.
Situações-problemas	Neste subconjunto não estão incluídos problemas propriamente ditos, mas situações nas quais uma das etapas decisivas é identificar o(s) problema(s) inerente(s) à situação, cuja solução irá melhorá-la.

Fonte: Butts (1997, p. 33-36).

Onuchic (1999) menciona que um problema é algo que ainda não dominamos, mas estamos comprometidos em solucionar. Consoante a esse pensamento, Van de Walle (2009) afirma que um problema é uma tarefa que não possui regras definidas ou um método específico para alcançar a solução. Posteriormente, Dante (2010) sugeriu novas definições de problemas e exercícios, diferenciando-os em sete tipos: exercícios de reconhecimento; exercícios de algoritmos; problemas-padrão simples; problemas-padrão compostos; problemas-sucesso ou heurístico; problemas de aplicação e problemas de quebra-cabeça.

Exercícios de reconhecimento são aqueles em que o aluno reconhece uma propriedade, enquanto exercícios de algoritmos podem ser resolvidos passo a passo; já os problemas-padrão podem ser resolvidos com uma única operação; problemas padrão-composto são resolvidos com duas ou mais operações; problemas-sucesso ou heurísticos envolvem operações que não estão explícitas no enunciado; problemas de aplicação ou situações-problemas contextualizadas são os problemas que retratam situações reais do dia a dia e problemas de quebra-cabeça ou matemática recreativa são problemas que desafiam os alunos. No Quadro 3, encontram-se resumidas as definições de tipos de exercícios e de problemas (DANTE, 2010).

Quadro 3 – Definições de tipos de exercícios e de problemas propostos por Dante (2010)

Tipos	**Definição**
Exercícios de reconhecimento	São aqueles que o aluno reconhece, identifica um conceito, uma definição e uma propriedade.
Exercícios de algoritmos	São aqueles que podem ser resolvidos passo a passo. São exercícios que pedem a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão.
Problemas-padrão simples	Aqueles que são resolvidos com uma única operação.
Problemas-padrão compostos	Aqueles que são resolvidos com duas ou mais operações.
Problemas-sucesso ou heurísticos	São problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas explicitamente no enunciado. Por isso, tornam-se mais interessantes do que os problemas-padrão.
Problemas de aplicação	São aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de *situações-problema contextualizadas.*
Problemas de quebra-cabeça	São problemas que envolvem e desafiam os alunos. Constituem a chamada matemática recreativa.

Fonte: Dante (2010, p. 24-28).

Nessa perspectiva, os exercícios conduzem o estudante a aplicar "[...] determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas" (DANTE, 2010, p. 48). Eles são imprescindíveis, mas é preciso ter estabilidade quanto ao seu uso no contexto escolar; além disso, segundo Pozo e Angón (1998, p. 162), "[...] um bom equilíbrio entre exercícios e problemas pode ajudar os alunos a consolidar as suas habilidades, bem como colaborar na questão da motivação para a aprendizagem".

Já os problemas exigem questionamentos, reflexões e disposição para encontrar algo não revelado onde

> [...] uma situação somente pode ser concebida como um problema [...] na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata [...] vai além disso, exige um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16).

Assim, um problema é caracterizado como problema quando requer a descoberta de uma ou mais informações matemáticas para ser solucionado. O desafio para quem tenta resolvê-lo é encontrar essa resposta, desvendar caminhos e desenvolver estratégias, visando alcançar o objetivo final, que é a solução ou o resultado desejado.

Para este estudo, utilizaram-se os exercícios de reconhecimento, exercícios de algoritmos, problemas-padrão simples, problemas-padrão compostos, problemas de sucesso ou heurísticos e problemas de quebra-cabeça propostos por Dante (2010).

2.3 DIFERENTES PERSPECTIVAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMA: META, PROCESSO E HABILIDADE

Solucionar problemas é algo habitual em todo e qualquer lugar, principalmente em vários ramos da ciência (formais, naturais, sociais). É perceptível que há vários conceitos para a resolução de problema dentro do contexto da matemática escolar. Porém, para Branca (1997, p. 4), a "resolução de problemas"

> [...] é uma expressão abrangente que pode significar diferentes coisas para diferentes pessoas ao mesmo tempo e diferentes coisas para as mesmas pessoas em diferentes ocasiões. As três interpretações mais comuns de resolução de problemas são: (1) como uma meta, (2) como um processo e (3) como uma habilidade básica.

Para o autor, são retratadas diferentes interpretações para a resolução de problema, e a multiplicidade de significações da expressão "resolução de problemas" permite que seja utilizada em muitos contextos. Por isso, mesmo quando aplicada à Matemática, sofre diferentes interpretações. Dessas, as três interpretações para o ensino da Matemática mais utilizadas são: meta, processo e habilidade básica (BRANCA, 1997).

Mesmo que diferentes, os principais conceitos de resolução de problemas, quando aplicados juntos, apresentam um contexto mais amplo ao estudante. Essas definições podem se sobrepor e ser estudadas e atreladas umas às outras. Ensinar utilizando os três conceitos também é importante, visto que não há como prever quais desafios os alunos encontrarão no futuro, por isso, quanto mais modos de resolver um problema forem apresentados ao aluno, maior a chance de ele ser bem-sucedido em resolver problemas no futuro (BRANCA, 1997).

A resolução de problemas como meta evidencia que o objetivo principal do estudo da Matemática é aprender a solucioná-los. Ela não está atrelada aos conteúdos, métodos e/ou problemas matemáticos. A definição, como meta, consegue influenciar nas propostas de ensino da Matemática, e trabalhos como os de Braunfeld (1975), Wirtz (1975), Lester (1977) e Begle (1979) interpretam a resolução de problemas matemáticos como sendo uma meta ou até mesmo a própria meta (BRANCA, 1997).

A visão da resolução de problemas como um processo dinâmico e contínuo é defendida quando conhecimentos adquiridos são anteriormente utilizados para resolução de situações desconhecidas. Esse modo de compreender a resolução de problemas pode auxiliar na forma que o ser humano lida com as habilidades e conceitos, como eles se relacionam e auxiliam na resolução de problemas distintos (BRANCA, 1997).

Nessa ótica de processo, os métodos e procedimentos, e as heurísticas e estratégias que os discentes utilizam em suas resoluções são tidos como essência da resolução de problemas e, por isso, tornaram-se foco no currículo da Matemática. Assim, alguns estudiosos matemáticos (LUCAS, 1972; NEWELL; SIMON, 1972; GOLDBERG, 1973; SMITH, 1973; KANTOWSKI, 1974) investigam respostas necessárias à compreensão dessas questões: Como o estudante chegou a esta resposta? Quais foram os processos e etapas utilizados por este estudante? Quando ele começou a aprender as informações que utilizou para resolver este problema? Como ensinar o processo de resolução de problemas? (BRANCA, 1997).

A resolução de problemas no contexto de habilidade básica pode auxiliar na organização do ensino de habilidades, conceitos e resolução de problemas do dia a dia, no entanto ocasiona um novo questionamento: “O que é uma habilidade básica?”.

Mesmo havendo diferentes respostas para essa pergunta, em geral, ela está relacionada à resolução de problemas. Assim, ocorre a tentativa de definir ou avaliar as necessidades básicas da Matemática, que podem se dar em duas vertentes: as habilidades mínimas para avaliação e a identificação das habilidades necessárias para o indivíduo atuar em sociedade (BRANCA, 1997).

A importância de considerar a resolução de problemas como uma habilidade envolve especificidades do conteúdo matemático, bem como os tipos de problemas e métodos de solução. Questiona-se, então: o que deve ser ensinado no âmbito de resoluções de problemas? (BRANCA, 1997).

Na década de 1970, a visão da resolução de problemas como sendo uma habilidade se tornou uma vertente mais sólida, como proposto por Pólya:

> Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. [...] se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom "resolvedores de problemas", tem que resolver problemas (POLYA,1978, p.65).

Além de Pólya, grupos como o *School Mathematics Study Group, National Advisory Committe on Mathematical Education* e o *Basic Skills Group of the National Institute of Education, National Council of Supervisors of Mathematics* auxiliaram nessa consolidação. Em 1976, a capacidade de solucionar problemas foi identificada como uma das dez áreas de habilidades básicas (BRANCA, 1997).

Atualmente, no Brasil, é possível observar a importância das habilidades relacionadas à resolução de problemas através da alta quantidade de referências ao tema na BNCC, destacando-se para o sexto ano a habilidade "EF06MA03" (BRASIL, 2018).

A partir das orientações educacionais dispostas na BNCC, a resolução de problemas possibilita aos estudantes mobilizar conhecimentos, desenvolver as habilidades básicas e a capacidade de gerenciar as informações que estão a sua consecução. O fato de ser estimulado a compreender, elaborar, executar e verificar o problema evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos. Nesse sentido, o estudo da resolução de problemas, com base nos princípios de Pólya (2006), é justificado pelo fato de que o autor enfatiza a resolução de problemas como sendo uma habilidade.

2.4 O MÉTODO HEURÍSTICO DE GEORGE POLYA

Nascido em 13 de dezembro de 1887, George Pólya viveu desde sua infância até concluir seus estudos, na cidade de Budapeste, capital da Hungria. Já graduado, doutorou-se em Probabilidade em 1912. Trabalhou por 26 anos no Instituto Federal de Tecnologia de Zurique, cidade da Suíça. Foi nesse período que Pólya teve contato com renomados matemáticos e desenvolveram várias pesquisas na área da Matemática (GUIMARÃES, 2010).

Na década de 1940, foi morar em Palo Alto, Califórnia, Estados Unidos, onde ingressou na Universidade de Stanford. No ano de 1945, publicou sua primeira obra "How to Solve It", em que compartilha seus pensamentos a respeito da resolução de problemas e dos métodos heurísticos. Foi em 1953 que ele recebeu o título de "professor emérito" e, a partir daí, seguiu ministrando cursos e seminários para educadores (GUIMARÃES, 2010).

Ao se abordar sobre heurística, é preciso antes conceituar esta palavra. Para Pólya (2006, p. 99), a "Heurística"

> [...] era o nome de um certo ramo de estudo, não bem delimitado, pertencente à Lógica, à Filosofia ou à Psicologia, muitas vezes delineado, mas raramente apresentado com detalhes, hoje praticamente esquecido. O objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção.

Assim sendo, a Heurística é a ciência que discute o estudo das constantes atividades da concepção do criador. Sua criação tem como base os trabalhos de Euclides (323-283 a.C.), sendo o de Pappus (290-350 a.C.), matemático grego, autor da obra *O tesouro da análise*, o nome mais eminente. À vista disso, pensadores como René Descartes (1596-1650), Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646-1716) e Bernard Placidus Johann Nepomuk Bolzano (1781-1848) também já debatiam métodos e prescreviam descobertas matemáticas com a utilização de heurísticas (POLYA, 2006).

A Heurística moderna tem como finalidade compreender o método solucionador dos problemas, sobretudo as operações intelectuais típicas do processo de ensino e aprendizagem, as quais não podem ser desprezadas. A pesquisa de Pólya afirma que um "[...] estudo consciencioso da Heurística deve levar em conta, tanto as bases lógicas quanto as psicológicas" (POLYA, 2006, p. 99). Isso posto, supõe-se que uma compreensão das operações cognitivas adequadas à resolução de problemas possa exercer uma influência propícia sobre o ensino da Matemática.

Nota-se, então, que a heurística pode referir-se tanto ao argumento científico quanto ao contexto educacional, e ambos os contextos são pertinentes, pois, ao mesmo tempo, que “[...] avalia a importância da resolução dos problemas na evolução da matemática, descoberta de novos resultados, criação de novos problemas, [...] também ressalta a importância dos problemas no processo ensino-aprendizagem” (MATEUS *et al*., 2002, p. 8). Percebe-se que, nas últimas décadas, ponderar a Heurística de Pólya é discorrer sobre delineamentos e maneiras que levam à investigação, exploração e resolução de problemas.

Embasado na sua experiência como educador de Matemática, Pólya escreveu, em 1945, seu primeiro livro, intitulado *How to solve it*[4], em que retrata, minuciosamente, o processo da resolução de problemas. A obra propõe uma heurística que auxilie o ensino e aprendizagem da matemática escolar por meio de situações-problemas (POLYA, 2006). É com base nesse livro que se irão apresentar as 4 fases de Pólya, de forma clara e objetiva, assim dispostas: Fase 1: Compreender o problema; Fase 2: Elaborar um plano; Fase 3: Executar o plano e Fase 4: Verificação de todo processo.

Observa-se que o autor procurou colocar as fases numa ordem lógica e hierárquica, ou seja, o sucesso da segunda fase depende da primeira fase e assim sucessivamente. Se existir algum lapso das fases anteriores, provavelmente todo o processo de resolução será falho. Para ter uma melhor visão desse processo, detalha-se cada uma dessas fases.

A primeira fase é compreender o problema. Nela, é importante que o estudante se familiarize com a situação e identifique o valor a ser determinado e os dados envolvidos. Selecionar os dados, nessa etapa, contribui para organizar a sequência da tarefa (POLYA, 2006).

Para que esse primeiro passo ocorra com grande ênfase, é preciso fazer, primeiramente, a seguinte pergunta: “Por onde começar?”. A fim de que isso ocorra com clareza e nitidez, é preciso fazer algumas indagações, tais como: de que se trata o problema? Quais são os dados envolvidos no problema? Há condições de elaborar um desenho ou uma representação gráfica? (POLYA, 2006).

Todas essas perguntas são de extrema importância, com intenção de que o estudante possa compreender o problema, e, com isso, ampliar suas ferramentas necessárias

[4] Tradução: “A Arte de Resolver Problemas”.

para resolver a situação. Dessa maneira, deve-se destacar, nessa fase, a importância da boa leitura, ou seja, a interpretação do problema. E para compreender um problema em Matemática é importante “[...] estabelecer uma relação afetiva entre a língua materna e o contexto interdisciplinar da matemática” (SOARES; OLIVEIRA, 2016, p.3).

Após a familiarização com o problema, inicia-se a segunda fase da resolução de problemas, que é a de elaboração do plano, a qual está vinculada diretamente com a primeira. Nessa fase, o aluno escolhe o que precisa ser feito para solucionar a situação-problema, sendo aconselhável buscar problemas análogos. Assim, é necessário retornar aos conhecimentos matemáticos anteriormente adquiridos para que ocorra o aprimoramento da compreensão sobre o problema (POLYA, 2006).

Na fase de aprimoramento da compreensão, é possível trazer algumas argumentações antes de executar o plano, como: você já solucionou um problema semelhante a esse? Possui em mente algum problema equivalente a esse que possa lhe ajudar na solução? Existe possibilidade de ser resolvido o problema por partes? As respostas a essas indagações são essenciais para orientar a preparação da estratégia de solucionar o problema. Nessa ocasião, o estudante deverá ser mais cristalino e independente, para não optar por um percurso muito longínquo dos dados do problema (POLYA, 2006).

Logo, nessa fase, destaca-se a experiência do estudante; assim, quanto mais problemas distintos resolvidos, mais eficiente será o conjunto de estratégias usadas nessa situação.

A terceira fase trata da execução do plano. E o primeiro questionamento a ser feito é “Por onde começar?”. Nessa etapa, cada passo do plano deve ser verificado, exigindo persistência. Toda essa ação depende da formulação de um excelente plano ao redor da situação apresentada, ou seja, quanto mais minucioso for o plano, mais fácil será a sua execução, chegando, assim, a um resultado satisfatório (POLYA, 2006).

Portanto, é nessa fase que o estudante, para solucionar o problema, usa os conceitos e procedimentos matemáticos adquiridos durante toda a vida escolar. Como afirma Brito (2006, p. 19) “[...] a solução de problemas é, portanto, geradora de um processo através do qual o aprendiz vai combinar, na estrutura cognitiva, os conceitos, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e conhecimentos previamente adquiridos que são necessários para encontrar a solução [...]”. Então, segue-se para a última fase, que corresponde ao processo de verificar se o plano foi bem executado, avaliar a necessidade de ajustes e a coerência da resposta.

Visto que o professor instrui e o aluno adquire conhecimento matemático por meio da resolução de problemas, no presente trabalho optou-se pela Heurística de Pólya. Na Educação Básica, é importante que o ensino de Matemática proporcione condições para que o estudante desenvolva autonomia e estabeleça relações entre os conteúdos aprendidos e sua vida cotidiana. Segundo Gazzoni e Ost (2008, p. 44), utilizando-se o método proposto por Pólya, constata-se que os estudantes aprendem

> [...] com mais facilidade, organizam-se as ideias e se obtém a solução do problema com uma melhor compreensão do que se não tivéssemos seguido seu método. Também é possível encontrar problemas análogos e tornar mais clara uma estratégia para sua resolução. Certamente esse método não é uma ferramenta milagrosa, mas torna-se necessário e eficiente seu uso em um grande número de problemas, principalmente os que apresentam um maior nível de dificuldade.

Portanto, é importante destacar que todos os métodos utilizados são sugestões para guiar o aluno na construção de novos conhecimentos e habilidades.

3 METODOLOGIA

3.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

No referido estudo, os sujeitos da pesquisa foram os estudantes do 6º (sexto) ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Muqui, cidade ao sul do Estado do Espírito Santo. Essa pesquisa de campo foi desenvolvida no período de setembro de 2022 a outubro de 2022 (Quadro 4).

Quadro 4 – Determinação dos encontros e ações

Encontro	Data do Encontro	Ação
1º	22 de setembro de 2022	Aplicação da primeira lista de situações-problemas.
2º	6 de outubro de 2022	Socialização com os sujeitos da primeira lista de situações-problemas.
3º	20 de outubro de 2022	Aplicação da segunda lista de situações-problemas.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2022).

A presente pesquisa se insere nas discussões sobre resolução de problemas enquanto proposta metodológica para o ensino da matemática escolar. O aporte teórico balizador parte principalmente dos pressupostos de Pólya (2006) e dos estudos de Smole e Diniz (2001), Onuchic e Allevato (2004), Vila e Callejo (2006), Nacarato (2009), Van de Walle (2009) e Dante (2010). Na produção de dados, utilizaram-se as quatro fases de Pólya (2006): compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano; e retrospecto para o processo de resolução de situações-problemas.

A pesquisa teve alguns registros do trabalho de campo, que foram coletados por meio de: observações e da lista de situações-problemas. Aplicou-se uma primeira lista de situações-problemas (APÊNDICE F) envolvendo vários tipos de problemas propostos por Dante (2010), com o intuito de investigar as estratégias usadas pelos sujeitos da pesquisa. Em seguida, foi feita uma socialização, apresentando a eles as quatro fases de Pólya (2006), sem mencioná-las.

Por último, foi aplicada uma segunda lista de situações-problemas (APÊNDICE G) envolvendo questões dos vários tipos de problemas propostos por Dante (2010), com intuito de analisar a eficácia da metodologia proposta por Pólya (2006) nas resoluções de novas situações-problemas dos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental.

Ressalta-se que a influência da socialização no processo de ensino e de aprendizagem tem grande relevância, pois, através dela, os estudantes interagem, aprendem, interiorizam e se integram por meio da comunicação.

Após a coleta de dados, a fase seguinte da pesquisa foi a análise e interpretação dos dados. As análises foram realizadas conforme a revisão bibliográfica que aborda a resolução de problemas no ensino da matemática escolar.

3.2 ABORDAGEM DA PESQUISA

Para os autores Neves e Domingues (2007), os métodos de investigação devem ser escritos com clareza e bem delineados para que o leitor possa reproduzir, se necessário, o aspecto fundamental do estudo. A pesquisa é pautada no paradigma qualitativo. Trata-se, portanto, de um estudo que possui algumas características básicas, mencionadas por Lüdke e André (1986), em que o pesquisador torna-se o instrumento da pesquisa, pois o âmbito em que está inserido é a própria fonte de informações.

Corroborando com essa concepção, D'Ambrósio (2004) afirma que na pesquisa qualitativa o pesquisador convive com pessoas e dá atenção às suas ideias, investiga os discursos e narrativas que estariam silenciosos, com o desígnio de entender e interpretar os dados oriundos dos participantes, por meio de observação, coleta dos dados e análise dos dados.

Este estudo caracteriza-se, ainda, como pesquisa naturalista ou de campo, caracterizada por Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 106), como sendo "[...] uma modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece".

3.3 CARACTERIZAÇÃO DO MUNICÍPIO, DA ESCOLA OBJETO DE ESTUDO E DOS SUJEITOS DA PESQUISA

O município de Muqui tem sua história ligada à colonização do sul do Espírito Santo e está localizado a 175 km de distância da capital Vitória. É uma cidade encravada nas serras do Sul do estado, possuindo aproximadamente 327, 268 km^2 de território.

Sua população total estimada é de 13.745 habitantes e densidade populacional estimada em 42,00 hab./km^2 (IBGE[5], 2022).

A palavra “Muqui” é de origem indígena e significa “entre morros”. A maioria da população é descendente de italianos e, além dos imigrantes europeus, dos negros africanos, vindos com os barões do café, o que se configura numa bela mistura de etnias. Apresenta-se como o maior e mais significativo sítio histórico do Espírito Santo (SECULT, 2009); na paisagem urbana, destacam-se as casas antigas conservadas. A economia local está em um estágio de evolução, sendo essencialmente agrícola, com destaque para a pecuária leiteira e as plantações de café (INCAPER, 2020).

No que se refere à educação, o município de Muqui tem 13 (treze) escolas, sendo 10 municipais, onde se oferta o ensino desde a Educação Infantil ao 9º ano do Ensino Fundamental. Essas escolas são contempladas com 2 (dois) relevantes projetos educacionais: Educação Conectada, ofertado pelo Ministério da Educação (MEC); e o Paes[6], uma iniciativa do Governo do Estado, com as redes municipais de ensino. Duas (02) escolas estaduais (uma delas é de tempo integral) que ofertam desde o Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) ao 3º (terceiro) ano do Ensino Médio e uma (01) escola particular.

A escola municipal, *lócus* da investigação, foi “fundada em 1938” (PPP, 2012, p. 4). Contextualizando a demanda atendida pela unidade de ensino e da comunidade na qual se insere, hoje, a escola atende a um público bastante diversificado, e a maioria é oriunda de famílias que trabalham nos setores rurais ou de rochas ornamentais.

O Projeto Político Pedagógico (PPP, 2012, p. 4) da escola, apresenta como objetivos:

- ✓ Proporcionar aos estudantes condições para adquirir conhecimentos que o capacitem para um processo de educação permanente, buscando estar não apenas com um fim em si, mas como um processo contínuo de construção pessoal durante toda sua vida.
- ✓ E possibilitar a aquisição e desenvolvimento de novas competências e habilidades, em função dos novos saberes que se vêm produzindo e demandando socialmente, o que tem exigido profissionais preparados para

[5] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.
[6] Pacto pela Aprendizagem no Espírito Santo.

> lidar com novas tecnologias e linguagens, capazes de responder a novos ritmos e processos.

No ano de 2022, foram matriculados 274 estudantes, dos quais 163 estudantes no turno matutino, horário de funcionamento das 7h às 12h, com aulas de 55 minutos; e 111 estudantes no turno vespertino, horário de funcionamento das 13h às 17h30, com aulas de 50 minutos cada. Por ser uma escola pequena, contém apenas uma turma por segmento, exceto o 6º ano, que, pela quantidade de alunos, foi dividido em duas turmas com 18 alunos cada, totalizando 36 alunos com idade entre 10 e 11 anos. Vale ressaltar que eu, enquanto professor de Matemática, nunca havia sido regente de classe dessa turma.

3.4 AUTORIZAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA COM SERES HUMANOS

Para a realização deste estudo, foi realizado um conjunto de ações administrativas e estreitamente necessárias. Primeiramente, entrou-se em contato com os responsáveis legais da Secretaria Municipal de Educação (SEME) de Muqui-ES e formalizou-se uma solicitação de pesquisa (APÊNDICE A).

Uma vez tramitado o processo dentro da Seme do referido município, a pesquisa foi autorizada (APÊNDICE B). Aprovado o pedido, buscou-se dialogar com a pedagoga da Seme, responsável pela unidade de ensino, para compreender e analisar a dinâmica da escola, *lócus* da pesquisa.

O mesmo procedimento foi feito com relação à escola. Depois da apresentação à diretora e pedagoga da unidade escolar, os objetos da pesquisa foram apresentados aos sujeitos envolvidos, situação que favoreceu a assinatura do Termo de Anuência (APÊNDICE C).

Sendo assim, para a realização dessa pesquisa, foi necessária a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (APÊNDICE D) e do Termo de Assentimento (TALE) (APÊNDICE E). A produção de dados ocorreu após a aprovação pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEP), da Universidade Federal do Espírito Santo, campus Alegre, sob o número de aprovação: 5.549.301.

3.5 DESCRIÇÃO DOS ENCONTROS

Os encontros ocorreram na escola *lócus* da pesquisa, no turno vespertino, a partir das 13h. Cada encontro teve duração de 2 horas. Na turma do 6° ano I, os encontros foram realizados de 13h às 15h. Os encontros com o 6° ano II foram realizados após o recreio, das 15h20 às 17h20.

A experimentação ocorreu nas respectivas salas de aula em que as turmas estudam. Enfatiza-se que cada sala é composta por quadro branco, mesas e cadeiras, armários e ar-condicionado. Para no caso de haver necessidade de uso na pesquisa, a escola disponibilizou o projetor multimídia, a televisão e os espaços da biblioteca e da sala de informática.

3.6 SELEÇÃO DOS EXERCÍCIOS E PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Ao analisar o livro didático de Matemática do 6º ano, adotado pela rede municipal de ensino do município de Muqui-ES, ficou evidente que algumas situações-problemas precisariam ser trabalhadas, envolvendo as quatro operações matemáticas com números naturais, pois não foi observada a categorização dos tipos de problemas.

Assim, optou-se por trabalhar com os exemplos de exercícios de reconhecimento, exercícios de algoritmos, problemas-padrão simples, problemas-padrão compostos, problemas de sucesso ou heurísticos e problemas de quebra-cabeça propostos no livro de Dante (2010), já que eles estavam elaborados de acordo com o conceito de cada tipo de problema.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 OS ENCONTROS COM OS SUJEITOS DA PESQUISA

4.1.1 O primeiro encontro: aplicação da primeira lista de situações-problemas

O primeiro encontro aconteceu no dia 22 de setembro de 2022. Ao entrar na sala de aula, os sujeitos da pesquisa foram cumprimentados, e foi explicado que eles haviam sido convidados a participar de uma pesquisa de mestrado e que, em diálogo com seus respectivos pais ou responsáveis, obteve-se deles a autorização mediante a assinatura dos termos TCLE (APÊNDICE D) e TALE (APÊNDICE E), para que eles pudessem participar desse momento de investigação.

A turma do 6º ano I é composta por 18 alunos, e a turma do 6º ano II, também por 18 alunos. Do total de 36 alunos, participaram da pesquisa somente os que foram autorizados pelos pais ou responsáveis, ou seja, 12 alunos no 6º ano I e 13 no 6º ano II. Aqueles que não tiveram autorização para participar desta pesquisa, ficaram, durante o encontro com as turmas, na biblioteca da escola com a professora de Matemática das referidas turmas. Enfatiza-se que não houve ausência dos estudantes autorizados.

Os sujeitos da pesquisa foram organizados em duplas e trio, dado que, no 6° ano I, foram formadas seis duplas, e, no 6° ano II, cinco duplas e um trio (Quadro 5).

Quadro 5 – Distribuição das duplas e trio dos sujeitos de pesquisa do 6º ano I e 6º ano II

Dupla A	Antônio e Artur
Dupla B	Betânia e Beto
Dupla C	Carlos e Claudia
Dupla D	Daniela e Daiana
Dupla E	Eva e Eloá
Dupla F	Fábio e Fernando
Dupla G	Geraldo e Guto
Dupla H	Henrique e Hélio
Dupla I	Igor e Iago
Dupla J	Joaquim e Jorge
Dupla K	Kellen e Kátia
Trio L	Lucas, Luan e Leonara

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2022).

É relevante destacar que a escolha das duplas e do trio foi feita de maneira aleatória. Foi entregue às duplas e ao trio uma lista (APÊNDICE F) contendo 6 (seis) situações-problemas com duração de 2 (duas) horas. Eles foram solicitados a resolver as questões de acordo com seus entendimentos, sem a interferência do pesquisador. Ao terminarem de responder, essa lista foi entregue ao pesquisador e esse material constituiu-se o *corpus* da pesquisa, que são as resoluções dos estudantes na lista de situações-problemas.

Na Figura 1, observa-se a resolução das situações-problemas pelas duplas dos sujeitos da pesquisa.

Figura 1 – Resolução dos problemas, em duplas, dos sujeitos da pesquisa

Fonte: Arquivo do pesquisador (2022)

4.1.2 O segundo encontro: socialização dos sujeitos da pesquisa

Esse encontro aconteceu no dia 6 de outubro de 2022 e teve como proposta a socialização com os sujeitos da pesquisa acerca da primeira lista de situações-problemas. O objetivo principal dessa socialização era que as duplas e o trio pudessem apresentar as estratégias que utilizaram para resolver os problemas da primeira lista no quadro branco.

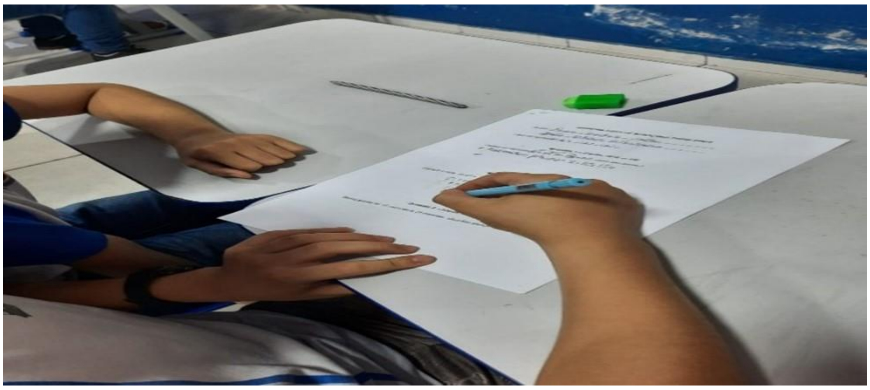
Observou-se que os sujeitos da pesquisa, ao apresentar suas estratégias de resolução, expuseram uma melhora na compreensão dos conceitos matemáticos. Enfrentar os desafios da resolução de problemas pode ser uma oportunidade para desenvolver habilidades e aprender com os erros cometidos ao longo do processo de ensino e aprendizagem. É possível que situações como essa possam ser relevantes para o processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos matemáticos, e, acima de tudo, é importante reconhecer o conhecimento matemático que o aluno adquiriu durante sua permanência escolar.

Após serem apresentadas pelos sujeitos da pesquisa suas estratégias de resoluções, o pesquisador realizou uma intervenção, por meio da qual resolveu as situações-problemas utilizando as quatro fases da resolução de problemas propostas por Pólya (2006), sem que essas fases fossem mencionadas. Essa intervenção foi realizada em cada turma separadamente e com duração de 2 horas. Nesse dia, todos os sujeitos da pesquisa estavam presentes e os alunos não autorizados foram para o laboratório de informática, acompanhados pela professora de Matemática das respectivas turmas.

4.1.3 O terceiro encontro: aplicação da segunda lista de situações-problemas

Duas semanas após o segundo encontro, no dia 20 de outubro de 2022, aconteceu a aplicação da segunda lista de situações-problemas (APÊNDICE G), composta por 6 questões de situações-problemas com duração de 2 horas. Destaca-se que nesse encontro faltaram 2 participantes da pesquisa. Por isso, não foi possível obter os grupos com mesmo formato do primeiro encontro. Logo, no 6º ano I, os sujeitos da pesquisa foram organizados em 5 duplas e 1 individual, e, no 6° ano II, em 6 duplas. Na figura 2, observa-se a resolução das situações-problemas pelas duplas dos sujeitos da pesquisa.

Figura 2 – Resolução dos problemas, em duplas, dos sujeitos da pesquisa



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

No Quadro 6, apresenta-se a sinopse dos encontros.

Quadro 6 – Definição dos encontros com os sujeitos da pesquisa

Encontros	Datas	Número Total de Grupos
1º	22 de setembro de 2022	11 duplas e 01 trio
2º	6 de outubro de 2022	11 duplas e 01 trio
3º	20 de outubro de 2002	11 duplas e 01 individual

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2023).

4.2 CAMINHOS E ESTRATÉGIAS DOS SUJEITOS DA PESQUISA

Os caminhos e as estratégias das resoluções das situações-problemas envolvendo os vários tipos de problemas, tomados pelos sujeitos da pesquisa do 6º ano I e 6º ano II, tanto na aplicação da primeira lista quanto na aplicação da segunda, em relação às concepções apresentadas por Dante (2010), se caracterizam como se demonstra no Quadro 7.

Quadro 7 – A relação das questões com os vários tipos de problemas propostos por Dante (2010)

Questão	Tipo de Problema	Objeto Matemático da Primeira Lista	Objeto Matemático da Segunda Lista
1	exercícios de reconhecimento	números pares	classe e ordem
2	exercícios de algoritmos	as operações da matemática escolar	as operações da matemática escolar
3	problemas-padrão simples	adição de números naturais	adição ou multiplicação
4	problemas-padrão composto	expressão numérica	multiplicação e divisão
5	problemas-processo ou heurísticos	princípio fundamental da contagem	princípio fundamental da contagem
6	problemas de quebra-cabeça	desenvolvimento do raciocínio lógico por meio de uma matemática criativa	desenvolvimento do raciocínio lógico por meio de uma matemática criativa

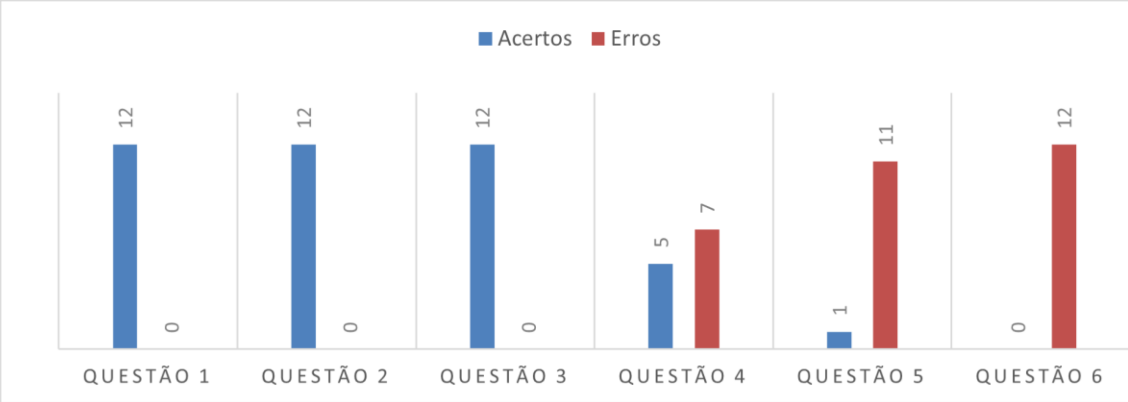
Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2023).

4.2.1 Análise dos dados da primeira lista de situações-problemas

Nesta seção, serão apresentados o quantitativo de acertos e erros das duplas e do trio (Gráfico 1), situações-problemas que foram resolvidas pelos sujeitos desta pesquisa em diferentes tipos de problemas selecionados a partir da classificação de Dante (2010).

No Gráfico 1, a Questão 1 contempla exercícios de reconhecimento; a Questão 2, exercícios de algoritmos; já a Questão 3, problemas-padrão simples; a Questão 4 é do tipo problemas-padrão composto; na Questão 5, problemas-processos ou heurísticos; e a Questão 6, problemas de quebra-cabeça.

Gráfico 1 – Levantamento de acertos e erros referente à primeira lista de situações-problemas



Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2023).

As duplas e o trio iniciaram realizando uma leitura individual, seguida de uma leitura coletiva para entendimento do que estava sendo solicitado e com intenção de que fossem esclarecidas eventuais dúvidas. Após todas as duplas e o trio terem resolvido as situações-problemas à sua maneira, as resoluções escritas foram entregues ao pesquisador, as quais serão apresentadas e analisadas a seguir.

Figura 3 – Questão 1 da primeira lista de situações-problemas

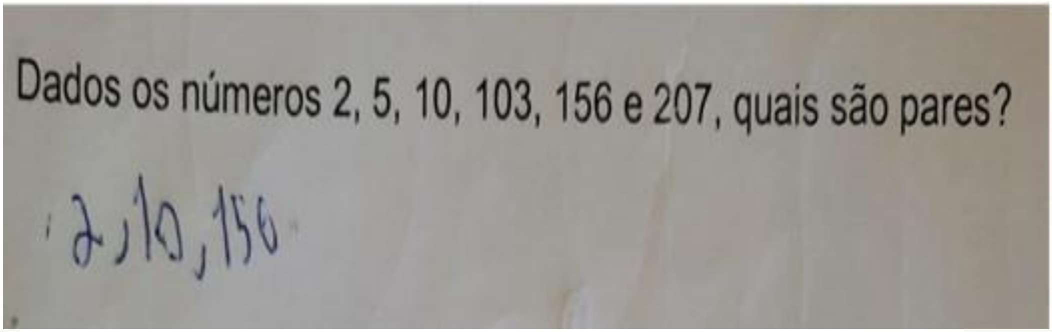
Dados os números 2, 5, 103, 156, e 207, quais são pares?

Fonte: Dante (2010, p. 24)

Entende-se que a primeira questão (Figura 3) é um tipo de problema: exercício de reconhecimento a que Dante (2010, p. 24) atribui a finalidade de fazer com que o estudante "[...] reconheça, identifique ou lembre de um conceito, um fato específico, uma definição, etc.". A questão tem por objeto matemático o reconhecimento dos números pares.

Nota-se que as duplas A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e o trio L solucionaram a Questão 1, usando as mesmas estratégias (Figura 4).

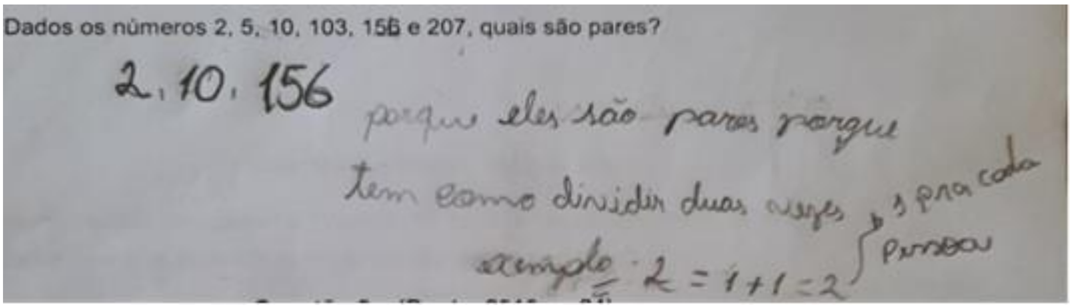
Figura 4 – Resolução da dupla A, Questão 1 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

A seguir, destaca-se a solução da Questão 1 realizada pela dupla K (Figura 5).

Figura 5 – Resolução da dupla K, Questão 1 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

No transcorrer da pesquisa, nota-se que os integrantes da dupla K dialogaram entre si a definição de números pares e ímpares, conforme apresentado a seguir:

> Kellen: “Par é número que divide por 2, certo! Já o ímpar ele não dá para dividir por 2”.
>
> Kátia: “Sim, mas para ser par basta a gente olhar o número se termina em 0, 2, 4..., aí ele é par. É isso né! E se terminar em 1, 3, 5, 7 e 9 é ímpar”.
>
> Kellen: “Ah! A professora já falou isso para gente, lembra?”
>
> Kátia: “Então vamos acertar a questão”.
>
> (Trecho do 1º Encontro em 22 set. 2022).

Observa-se que as discussões estão diretamente relacionadas ao comentário explícito na solução da Questão 1 “porque eles são pares porque têm como dividir duas vezes...” e a definição de “par e ímpar”. Foi possível observar que não houve dificuldade na compreensão e resolução da situação-problema. Isso reafirma a importância de conceituar as palavras antes de serem trabalhadas em forma de tarefas em sala de aula.

Nesse sentido, destacam-se as ideias de Canova e Guirado (2016) ao ressaltarem a importância de se trabalharem os conceitos básicos da Matemática desde a Educação Infantil. Ao ingressar no Ensino Fundamental, os estudantes se depararão com novos desafios em relação aos conceitos matemáticos.

Estende-se aqui essa coerência à BNCC, na qual esses termos devem ser trabalhados desde o 1º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental na

> [...] Unidade Temática: Números, Objetos de Conhecimentos: Leitura, escrita e comparação de números naturais (até 100) e Reta numérica e Habilidade (EF01MA05) para comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica [...] (BRASIL, 2018, p. 277-278).

O reconhecimento das palavras que são lidas e os objetos matemáticos propostos por tais palavras facilitam a compreensão do problema (VALLILO, 2016). Entende-se que o enunciado dessa questão facilitou a compreensão do processo. Complementando a ideia, Goulart e Aguiar (2019) afirmam que é preciso trabalhar o conceito de palavras no ambiente escolar, a fim de potencializar a interação e mediação para a construção de saberes e definições.

Sobre a importância dos conceitos matemáticos visando à aprendizagem do estudante, Amorim (2022, p. 54) explica que é importante que os alunos “[...] vivenciem na prática os conceitos matemáticos [...]. Para, dessa forma, possibilitar uma aprendizagem significativa em Matemática. Nesse contexto, os professores devem [...] contribuir para facilitar a aprendizagem de conceitos e procedimentos”.

As situações-problemas são o meio para a aprendizagem de conteúdos matemáticos e conceitos, mas também o aprendizado é resultado da resolução dos desafios (ANDREATTA; ALEVATTO, 2020). Dessa maneira, para promover a capacidade de pensamento dos estudantes, é importante que eles sejam provocados por situações desafiadoras.

É essencial que o professor compreenda as dificuldades presentes nos problemas que apresenta para não ficar reproduzindo situações que exijam do aluno sempre o mesmo conceito e entendimento, como afirmam Etcheverria, Campos e Silva (2016, p. 646), “[...] tanto devem ser propostos problemas que, embora solucionados com uma mesma operação matemática, envolvem diferentes tipos de raciocínios e organização do pensamento, como problemas que relacionam variados conceitos”.

Nesse sentido, é preciso trabalhar as ideias e os conceitos de maneira clara e objetiva, com a finalidade de que o estudante compreenda a simbologia e a linguagem matemática, permitindo que ele atribua significados e compreenda o conteúdo.

Figura 6 – Questão 2 da primeira lista de situações-problemas

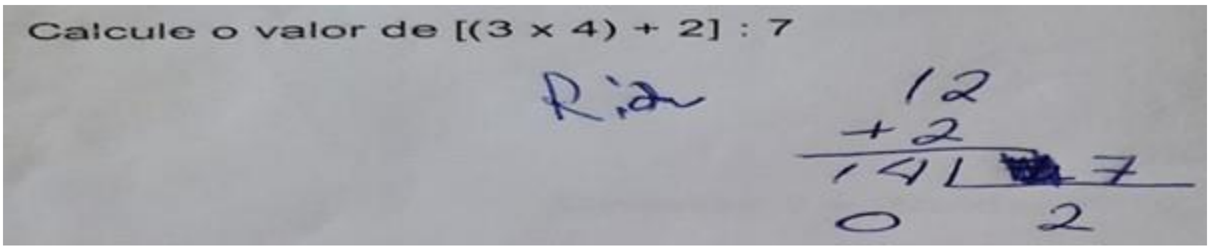
Calcule o valor de [(3 x 4) + 2]: 7

Fonte: Dante (2010, p. 24).

Já na Questão 2, foram obtidos 12 acertos e nenhum erro, e o tipo de problema explorado pela questão é o exercício de algoritmos, em que são utilizados algoritmos envolvendo as quatro operações básicas da matemática escolar, possibilitando ao aluno treinar o desenvolvimento de algoritmos e reforçar aprendizados anteriores (DANTE, 2010). A questão tem por objeto matemático as operações da Matemática Escolar.

A dupla A e a dupla C acertaram a Questão 2 usando as mesmas estratégias de solução (Figura 7).

Figura 7 – Resolução da dupla A e da dupla C, Questão 2 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

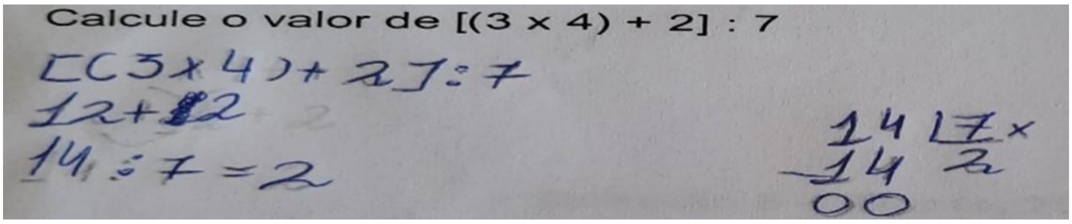
No decorrer da pesquisa, percebeu-se que a dupla A dialogava a respeito da ordem de como resolver a expressão numérica. A seguir, apresentam-se as discussões.

> Antônio: “Essa expressão é fácil”.
>
> Artur: “Acho que podemos responder direto”.
>
> Antônio: “Me dá aqui! Vê se pode ser assim?”
>
> Artur: “Claro! Você fez direto”.
>
> Antônio: “A gente não precisa obedecer à ordem, dá certo!”.
> (Trecho do 1º Encontro em 2 set. 2022)

Percebe-se que, na resolução do problema, as duplas A e C não obedeceram a uma ordem padrão (parênteses, colchetes e chaves), e usaram o raciocínio dedutivo, permitindo uma economia de esforço e tempo para encontrar o resultado correto.

Já as duplas B, D, E, F, G, H, I, J, K e o trio L resolveram de forma idêntica, respeitando uma ordem de prevalência e propriedades operatórias, e obteram também um resultado satisfatório (Figura 8).

Figura 8 – Resolução da dupla B, Questão 2 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

A análise da resolução da dupla B indica a compreensão da dupla quantos aos procedimentos adequados para abordagem de situações-problemas envolvendo expressões numéricas que, para serem resolvidas, é necessário ter domínio de algoritmos resolvidos passo a passo (BUTTS, 1997). Para Dante (2012), as expressões numéricas podem ser definidas como o conjunto de operações fundamentais que “[...] são tradicionalmente trabalhadas, por serem a síntese do estudo das quatro operações básicas da aritmética; anunciar uma escrita e resolução que envolve regras e passos específicos; e ser uma forma de comunicação em linguagem matemática” (RAMOS *et al*., 2021, p. 1296).

Dante (2012, p. 75) afirma que, antes de resolver qualquer expressão numérica, os alunos devem obedecer à hierarquização das operações básicas.

> Quando a expressão tem parênteses, resolvem-se primeiro as operações que estão dentro deles. Nas expressões sem parênteses, só com adição ou só com multiplicação, agrupa-se como quiser, pois, essas operações possuem a propriedade associativa. Nas demais expressões sem parênteses, efetuam-se as operações nesta sequência: 1º) Potenciação e raiz quadrada, na ordem em que aparecem. 2º) Multiplicação e divisão, na ordem em que aparecem. 3º) Adição e subtração, na ordem em que aparecem.

É pertinente enfatizar que, na Questão 2 (Figura 6), não foram acometidas a potenciação e a raiz quadrada. Portanto, as soluções das duplas e do trio seguiram a hierarquização proposta por Dante (2012).

A resolução de expressões numéricas pode ser um desafio para os estudantes do Ensino Fundamental, já que muitos têm dificuldade em determinar qual operação realizar primeiro e em como efetuá-las (MACIEL, 2014). Esse caso não foi observado na resolução da questão.

Portanto, para que essa dificuldade não se torne um desafio para os estudantes, é necessário trabalhar

> [...] com expressões que constam somente adição e depois somente multiplicação, usando a propriedade associativa, o que achamos de grande valia, pois muitas vezes as propriedades são ensinadas e nunca mais usadas em sala de aula. Em seguida, faz-se o uso dos parênteses explicita-se que deve ser resolvido primeiro o que está entre parênteses, porém não há uma justificativa para este procedimento (OTTES; FARJADO, 2017, p. 204).

Na esteira dessas discussões, outro estudo que contribui para reflexão sobre as expressões numéricas são os estudos de Ramos *et al*., (2021, p. 1294), que enfatizam que

> Os enunciados de problemas de expressões numéricas trazem em si propostas de pensamento em estruturas de operações, que se diversificam na redação do problema, e envolvem passos que podem levar à construção correta da escrita da expressão na forma algébrica (forma simbólica da expressão numérica), bem como de sua resolução [...].

Dessa forma, é possível observar que o conteúdo de expressões numéricas serve de embasamento para uma aprendizagem significativa de expressões algébricas. Documentos como a BNCC constituem, para os anos Iniciais do Ensino Fundamental, a relevância "[...] da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação" (BRASIL, 2018, p. 298).

Figura 9 – Questão 3 da primeira lista de situações-problemas

Numa classe há 17 meninos e 22 meninas. Quantos alunos há na classe?

Fonte: Dante (2010, p. 25).

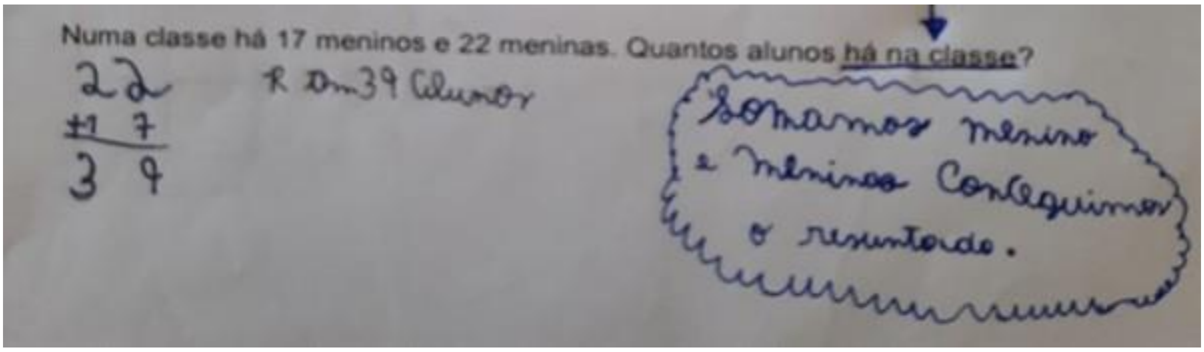
A partir da definição "resolver situações-problemas", envolvendo os conceitos de "juntar" e "acrescentar" por meio de registros de representação pessoal, percebe-se que, na Questão 3, foram alcançados 6 acertos e 0 erro. A referida questão aborda problemas-padrão simples, com "[...] aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige nenhuma estratégia" (DANTE, 2010, p. 25). A questão tem por objeto matemático adição de números naturais.

Dante (2010, p. 25) explica que nos problemas-padrão

> A solução do problema já está contida no próprio enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo. O objetivo desses problemas é recordar e fixar os fatos básicos por meio dos algoritmos das quatro operações fundamentais, além de reforçar o vínculo existente entre essas operações e seu emprego nas situações do dia a dia. De modo geral, eles não aguçam a curiosidade do aluno nem o desafiam.

As duplas A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K e o trio L solucionaram a Questão 3 usando as mesmas estratégias algébricas apresentadas na Figura 10:

Figura 10 – Resolução da dupla J, Questão 3 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

É possível observar que a dupla J aplicou a adição para solucionar o problema. E evidencia-se que houve uma grafia na expressão "há na classe" e reafirmação no comentário. Os PCN (1998) de Matemática já apresentavam orientações para o ensino das quatro operações básicas ao destacar que

> [...] a adição e a subtração sejam desenvolvidas paralelamente por meio de situações-problemas dos tipos que se indicam a seguir:
>
> - Associadas à ideia de combinar estados para obter um outro – ação de "juntar" (BRASIL, 1998, p. 107).

E que "uma abordagem frequente no trabalho com a multiplicação é o estabelecimento de uma relação entre ela e a adição: nesse caso, a multiplicação é apresentada como uma adição de parcelas iguais" (BRASIL, 1998, p. 109).

Nesse sentido, Andrade, Colares e Costa (2018) descrevem que, ao trabalhar palavras, conceitos envolvidos, aspectos operacionais, interpretativos, ligados com aritmética, principalmente, nas quatro operações da matemática escolar e na interpretação de situações-problemas, o estudante é estimulado a transcender os cálculos, desmistificando a Matemática.

Portanto, é preciso que essas questões sejam trabalhadas pelo professor dentro do ambiente social em que os alunos estão inseridos. É essencial que o educador motive seus alunos a apresentar exemplos e resolver situações que estejam relacionados ao seu cotidiano, e a não se expressar de maneira mecânica, sem a devida compreensão do seu significado. O educador deve também incentivar outras alternativas, como jogos e objetos comuns, que possam auxiliar nesse processo, obtendo resultados promissores.

Figura 11 – Questão 4 da primeira lista de situações-problemas

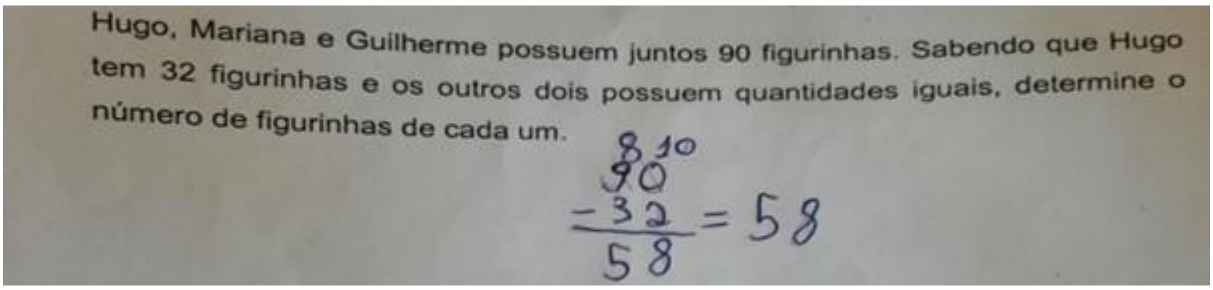
> Hugo, Mariana e Guilherme possuem junto 90 figurinhas. Sabendo que Hugo tem 32 figurinhas e os outros dois possuem quantidades iguais, determine o número de figurinhas de cada um.

Fonte: Dante (2010, p. 25).

Já na Questão 4, foram obtidos 7 erros e 5 acertos. Trata-se de um problema- padrão composto, que se diferencia do problema-padrão simples por ser solucionado com duas ou mais operações da matemática escolar (DANTE, 2010). A questão tem por objeto matemático expressão numérica.

Os 7 erros foram das duplas B, C, D, E, F, K e do trio L, que solucionaram o problema usando o mesmo raciocínio matemático (Figura 12).

Figura 12 – Resolução da dupla D, Questão 4 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Diante dessa questão, as duplas e o trio não conseguiram usar mais de uma operação da matemática escolar para solucionar o problema. Segundo Santomauro (2010, *apud* ARAÚJO, 2015, p. 301), os estudantes “[...] compreendem o problema, mas apresentam dificuldade em saber qual operação matemática deve ser utilizada para resolvê-lo".

A Questão 4 abrange mais de uma operação da matemática escolar. Nota-se que a dificuldade de executar um plano de ação não foi contundente. De acordo com Nacarato, Mengali e Passos (2009), o estudante precisa ler as informações imprescindíveis para facilitar a interpretação da resolução de situações-problemas. Isso somente ocorrerá quando o educador requerer do estudante a justificativa, a hipótese, a argumentação da solução do problema, ou seja, o caminho que ele explorou para encontrar a solução.

Assim, na resolução da situação-problema das duplas B, C, D, E, F, K e do trio L, das 90 figurinhas foi subtraída 32 (quantidade em posse de Hugo), o que resultou em 58 figurinhas; depois, as duplas e o trio deveriam observar que os "outros dois possuem quantidades iguais" e, com isso, fazer a divisão da diferença ou do resto por 2, o que não foi feito. Logo, a questão foi resolvida de forma inacabada e errônea.

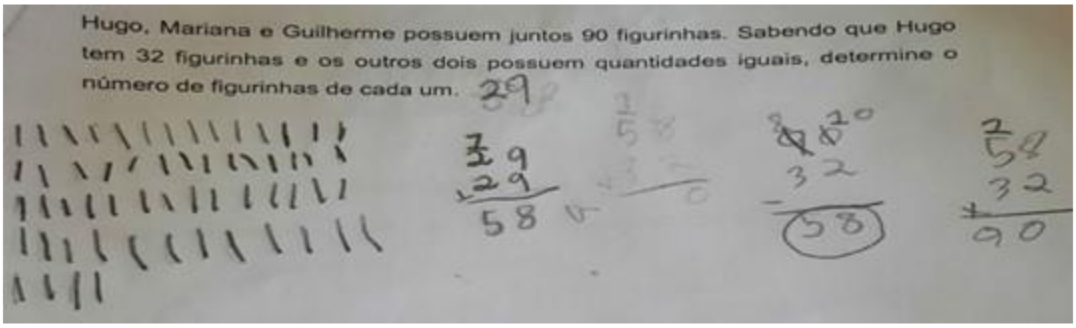
As duplas B, C, D, E, F, K e o trio L optaram por não elaborar uma segunda tentativa de resolução, considerando que sua resposta já era suficiente e que o caminho escolhido era o mais adequado. Nesse caso, infere-se que outra leitura permitiria à dupla apreender e reconhecer possibilidades da existência de outros elementos a considerar na resolução.

De acordo com Nacarato, Mengali e Passos (2009), para resolver problemas, os alunos necessitam refletir mais sobre as ideias que estão inerentes e/ou ligadas a eles. Assim, "[...] se desde os primeiros anos do ensino fundamental, o aluno for colocado em situações em que tenha de justificar, levantar hipótese, argumentar, convencer o outro, convencer-se, ele produzirá significados para a matemática escolar" (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 88).

Expõem-se, a seguir, como a dupla G fez para finalizar a situação-problema, usando a conexão dos algoritmos matemáticos e o desenho "palitinhos" para solucioná-la (Figura 13).

Mediante a solução da dupla G, nota-se que a leitura e a interpretação do problema foram feitas de forma satisfatória. Outra observação importante é o significado da palavra "quantidades iguais"; nessa ocasião, torna-se evidente que, se no enunciado do problema houver termos ou palavras conhecidas pelos estudantes, sua interpretação fica descomplicada, facilitando o desenvolvimento de estratégias para resolução do problema.

Figura 13 – Resolução da dupla G, Questão 4 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Outra situação observada foi o recurso de solução por meio de “palitinhos” que a dupla usou para facilitar a divisão. Cavalcanti (2001, p. 127-128) defende que o uso do desenho é um

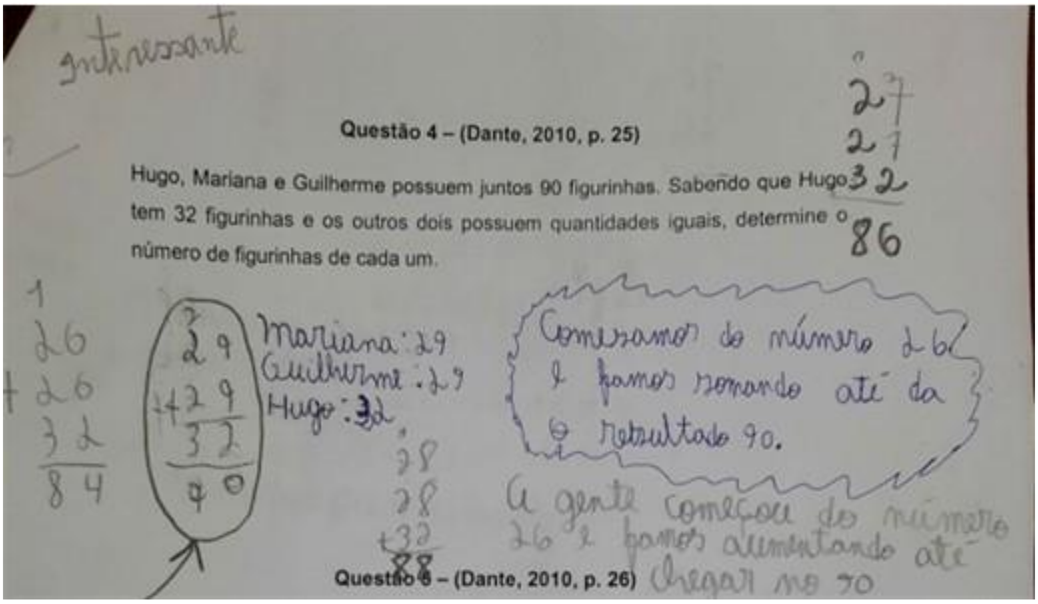
> [...] recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução [...]. Algumas crianças iniciam seus registros com desenhos e, posteriormente, passam a empregar números e sinais, em especial nas situações em que têm um domínio maior do tema e dos conteúdos matemáticos envolvidos.

Assim, a solução da dupla G evidencia que não houve dificuldades nas operações, nem na compreensão da leitura de todos os dados relacionados no enunciado do problema.

Apresenta-se, a seguir, como a dupla J solucionou a Questão 4 da primeira lista de situações-problemas (Figura 14). Evidencia-se que a dupla se integrou à situação-problema, identificou os dados envolvidos nela, organizou as ideias por meio dos diálogos de como executou o plano e, por último, realizou a verificação do problema.

O conhecimento matemático pertinente ao problema é fundamental para que o estudante possa resolvê-lo. Logo, uma situação problema torna-se desafiadora quando propõe ao aluno criar estratégias, objetivando atingir o resultado esperado. Ressalta-se que cada indivíduo poderá alcançar o resultado, mas nem todos terão seguido o mesmo percurso, pois cada um tem sua estratégia privada.

Figura 14 – Resolução da dupla J, Questão 4 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 269), no “[...] Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas [...] envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos”.

Figura 15 – Questão 5 da primeira lista de situações-problemas

Numa reunião de equipe há 7 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

Fonte: Dante (2010, p. 26).

Já na Questão 5, houve 1 acerto da dupla D e 11 erros das duplas A, B, C, E, F, G, H, I, J, K e do trio L.

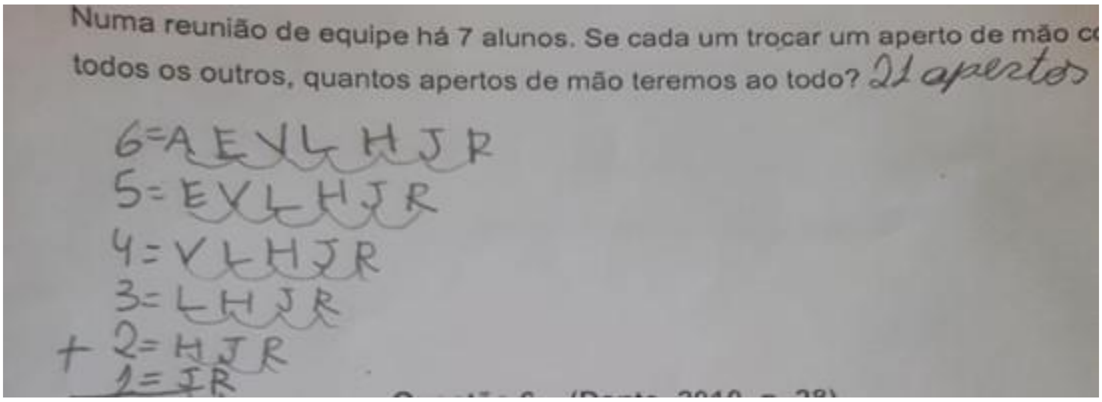
São abordados nessa questão os problemas-processo ou heurísticos. Dante (2010, p. 25) define-os como

> [...] problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas explicitamente no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Por isso, tornam-se mais interessantes que os problemas-padrão.

Esse tipo de questão incentiva o estudante a encontrar soluções que otimizem o processo de resolução (DANTE, 2010). Tem por objeto matemático o princípio fundamental da contagem.

Observa-se, a seguir, a elaboração da solução do problema heurístico realizada pela dupla D para responder à questão (Figura 16).

Figura 16 – Resolução da dupla D, Questão 5 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

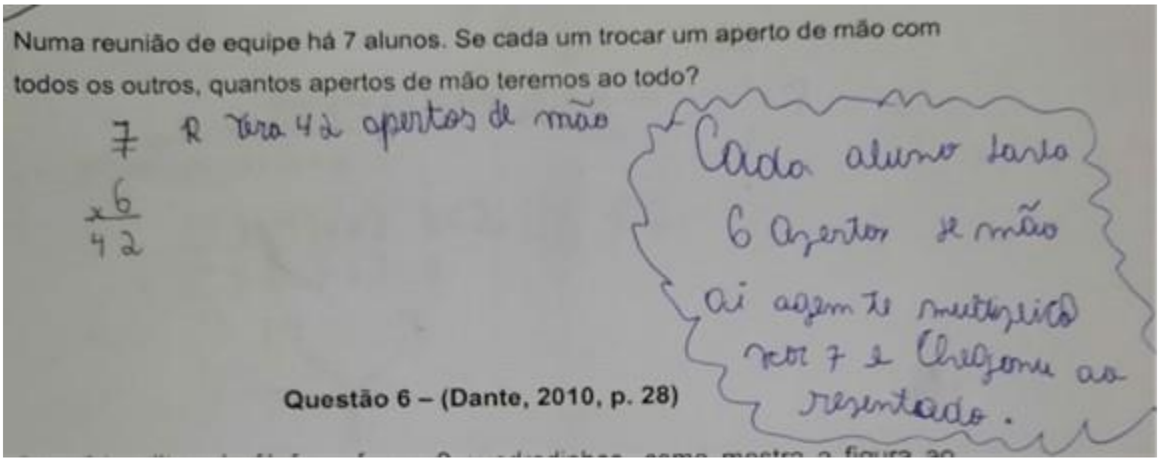
Vê-se que o desenho foi a estratégia escolhida pela dupla D para solucionar o problema de forma correta e notável. A ilustração apresentada pelos sujeitos da pesquisa evidencia que há diversas maneiras de se chegar à solução, o que reforça a crença de que existe uma forma/solução para resolver problemas matemáticos. Segundo Cavalcanti (2001, p.128), o estudante que faz o uso de desenho

> [...] explicita mais facilmente os significados presentes nos textos – palavras, cenas, informações, operações, etc. – e assim constroem uma representação mental dos mesmos [...] é importante propor situações nas quais desenhar implique a discussão com parceiros, a troca de ideias, o ato de ouvir e emitir impressões sobre as ideais que o desenho suscitou.

Logo, na resolução da situação-problema pela dupla D, é perceptível a utilização de diagramas com letras do alfabeto ou iniciais de nomes de pessoas.

A análise a seguir aborda o erro do problema-processo ou heurístico efetuado pela dupla J (Figura 17).

Figura 17 – Resolução da dupla J, Questão 5 da primeira lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Para a maioria dos estudantes, seria difícil traduzir para uma expressão matemática este tipo de problema heurístico (LESTER JR; D'AMBROSIO, 1988). Nota-se que a resposta 42 é o resultado de 7 vezes 6, como afirmado na questão. Para Lester Jr. e D'Ambrósio (1988, p. 36), os problemas-processo ou heurísticos

> [...] são importantes experiências na formação matemática da criança, pois as resoluções envolvem processos mentais [...] para compreensão, planejamento, solução e avaliação da tentativa de solução. São problemas que desenvolvem no aluno a habilidade de decidir como, quando e por que utilizar sua bagagem de conhecimentos matemáticos.

Dessa forma, pode-se demonstrar o problema, sugerindo aos estudantes que simulem a situação, juntando 7 alunos e analisando todas as saudações possíveis, observando também a simulação da estratégia utilizada pela dupla D.

Figura 18 – Questão 6 da primeira lista de situações-problemas

Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?

Fonte: Dante (2010, p. 28).

Na Questão 6, foi alcançado 0 acerto e 12 erros. Nessa questão, são abordados na situação-problema, os problemas de quebra-cabeça, definidos por Dante (2010, p. 25, grifo do autor) como:

> [...] problemas que envolvem e desafiam os alunos. Geralmente, constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre,

> de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum *truque*, alguma regularidade, que é a chave da solução.

Esse é um tipo de problema que tem por objeto matemático o desenvolvimento do raciocínio lógico por meio de uma matemática criativa.

Para Pontes (2019, p. 18),

> O Raciocínio Lógico é uma forma de pensar, argumentar ou raciocinar, pode ser descrito como uma sequência de argumentos para se chegar a uma conclusão. [...] Inteligência Matemática é a capacidade de conhecer, compreender e resolver novos problemas e conflitos e de adaptar-se a novas situações. [...] Criatividade é a capacidade de criar coisas novas, pensar diferente, ser inovador. Permite que o aluno encontre novas possibilidades de desenvolver soluções compatíveis e reais. [...] Aprendizagem é a vontade de aprender, uma determinação, um sentimento individual de escolher aquilo que bem entende, a buscar seus objetivos e metas.

Portanto, para problemas desse tipo, em que a solução não foi destacada no enunciado e que não podem ser resolvidos por meio de algoritmos automáticos, o estudante precisará de um tempo para refletir e estabelecer um plano de ação, buscando uma estratégia criativa que o leve à solução.

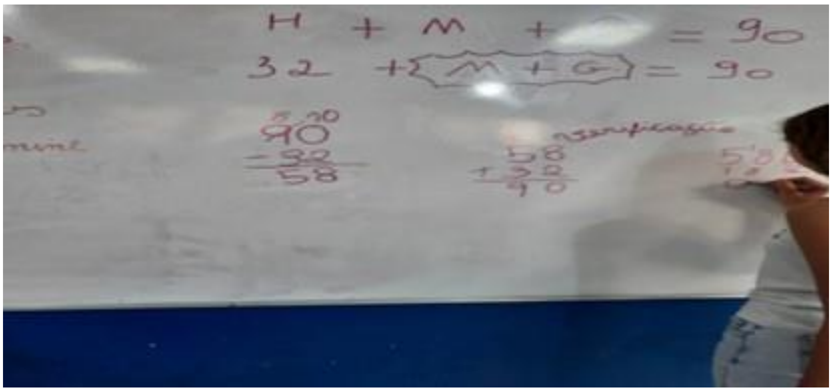
4.2.2 Socialização da primeira lista de situações-problemas

Voltando à segunda fase estratégica de ação, essa é uma etapa fundamental para as análises dos dados, pois nessa fase os sujeitos da pesquisa discutiram em duplas e trio as soluções feitas. A socialização teve por finalidade oferecer aos sujeitos da pesquisa a possibilidade de refletirem, compreenderem e explicitarem as maneiras utilizadas durante a resolução das situações-problemas, discutindo as estratégias elaboradas por eles e pelos colegas.

No momento da socialização (Figuras 19 e 20), os alunos tiveram a oportunidade de ir ao quadro para resolver as questões que compõem a lista de situações-problemas. Diante do cenário retratado, foi observado que cada dupla e o trio resolveram de forma correta as questões de nº 1, 2 e 3 (APÊNDICE F). Enfatiza-se que as referidas questões tiveram 100% (cem por cento) de acertos (Gráfico 1).

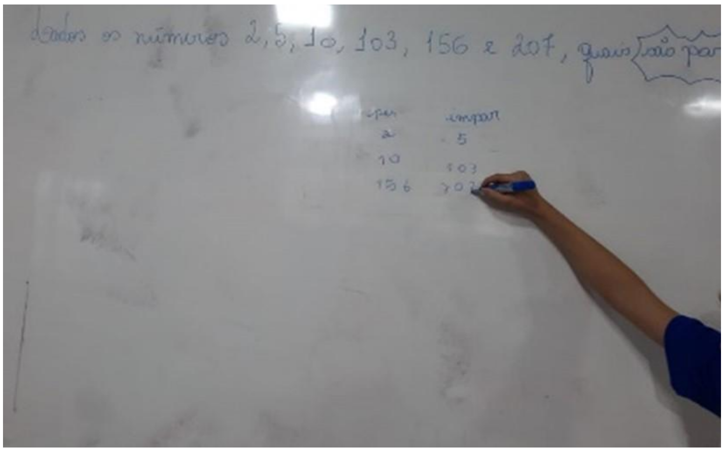
Observou-se que uma integrante da dupla E se dirigiu ao quadro para solucionar a Questão 4 da primeira lista de situações-problemas (APÊNDICE F). Utilizou-se uma estratégia bastante distinta daquela que foi realizada pela dupla J (Figura 13). Trata-se de um sistema linear com três incógnitas (H, M, G). Nota-se que o sujeito da pesquisa usou as iniciais dos nomes destacados na questão para organizar as equações e estruturar matematicamente a situação-problema.

Figura 19 – Momento da socialização dos sujeitos da pesquisa



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Figura 20 – Momento da socialização dos sujeitos da pesquisa



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Segundo a BNCC, esse conteúdo é trabalhado no 8º ano do Ensino Fundamental, unidade temática: álgebra, habilidade (EF08MA08) “[...] resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso” (BRASIL, 2018, p. 313). Assim, entende-se que essa estudante usou uma estratégia muito interessante dentro do contexto escolar em que está inserida.

Ao decorrer da socialização, percebe-se que algumas duplas apresentaram equívocos na resolução das Questões 4, 5 e 6 (APÊNDICE F). Portanto, os erros não devem ser vistos de maneira negativa, pois é por meio deles que os alunos veem o que está incorreto. Como afirma Lorenzato (2008, p. 50).

> Ao professor compete, primeiramente, dispensar constante atenção para constatar o erro, lembrando que acerto pode camuflar erro. É importante diagnosticar como o erro se deu, sem o que será impossível encontrar a(s) causa(s) dele. Nessa fase, é fundamental ouvir o aluno, conversar com ele com o objetivo de desvelar seu pensamento e seus motivos. Feita a diagnose, convém propor ao aluno uma ou mais situações com as quais ele possa perceber a incoerência de suas respostas ou posições. Auxiliando o aluno a descobrir novas alternativas, podemos esperar que ele reformule seus conceitos, corrija o erro e, assim, evolua.

Assim, é importante que os professores reflitam sobre os equívocos cometidos por seus alunos e que tenham uma atitude mais positiva diante desse “erro”, e também entendam as dificuldades que seus alunos enfrentam. Interessar-se por situações como essa é importante para alcançar nos alunos bons resultados no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos da matemática escolar.

Diante essa abordagem, os sujeitos da pesquisa tiveram a oportunidade de apresentar estratégias e soluções elaboradas por eles durante a dinâmica vivenciada. Ademais, puderam notar seus próprios avanços no conhecimento matemático, bem como as conexões possíveis com situações vivenciadas dentro e fora dos muros da escola.

Com essa coletividade, foi possível observar que os estudantes adquiriram habilidades para interagir e se comunicar. No desenvolvimento dessa etapa, os integrantes da pesquisa alcançaram resultados positivos dentro da experiência do grupo, demonstrando que a resolução de problemas leva-os a levantar hipóteses, argumentar e produzir conclusões durante a socialização.

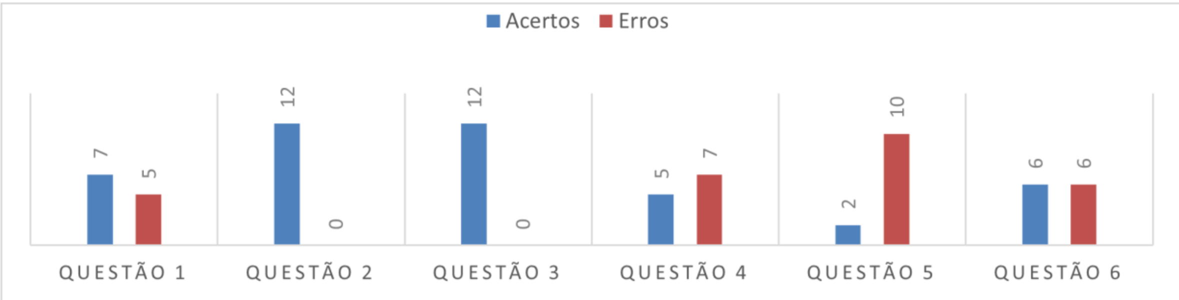
A interação dos estudantes mostrou as questões com suas respectivas soluções oportuniza-os a uma atitude positiva em relação à Matemática, sensibilizando-os para organizar o pensamento e argumentar logicamente. Ressalta-se que foi percebido que alguns sujeitos da pesquisa debatiam entre si as estratégias de solução durante o recreio.

4.2.3 Análise dos dados da segunda lista de situações-problemas

Para compor a lista de situações-problemas para essa etapa, foi necessário recorrer aos tipos de problemas propostos por Dante (2010). Ressalta-se que as situações-problemas propostas para essa fase são distintas daquelas que foram usadas na primeira lista, conforme pode ser visto no APÊNDICE G.

De acordo com o Gráfico 2, observa-se o quantitativo de acertos e erros referente à segunda lista de situações-problemas.

Gráfico 2 – Levantamento de acertos e erros referente à segunda lista de situações-problemas



Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2023).

Apresentam-se, a seguir, as situações-problemas com suas análises.

Figura 21 – Questão 1 da segunda lista de situações-problemas

Uma centena é equivalente a quantas dezenas?

Fonte: Dante (2010, p. 24).

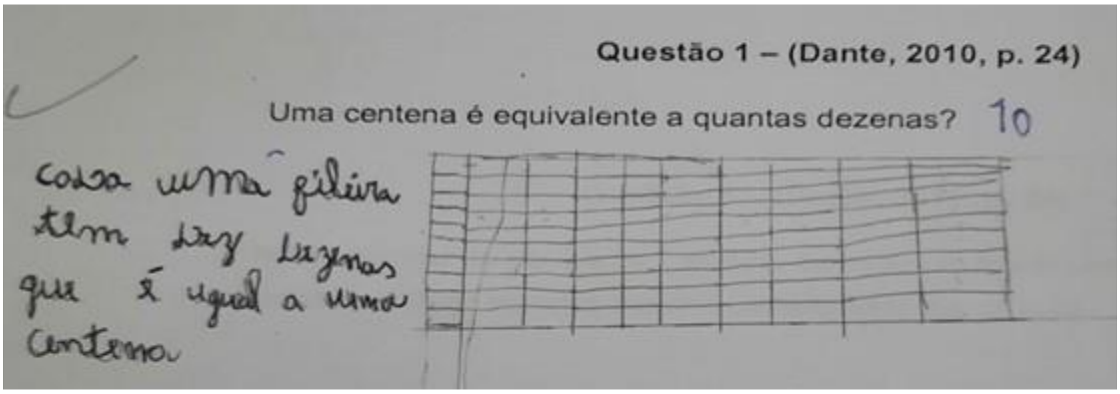
Para essa questão, pensou-se em uma situação-problema que estivesse relacionada a um tipo de exercício. Para Butts (1997), é importante que os estudantes relembrem conceitos já apreendidos. A questão tem por objeto matemático a classe e a ordem.

Foram analisados os protocolos com as soluções que cada dupla ou o trio fez, sendo constatado que 7 duplas acertaram e 4 duplas e 1 trio se equivocaram ao responder à questão.

As duplas D, E, F, G, H, I e J resolveram a Questão 1, utilizando o mesmo raciocínio (ver, adiante, a resolução da dupla F na Figura 22).

A dupla F recorreu à “placa” que representa a centena. No decorrer da pesquisa, os integrantes da dupla dialogavam entre si.

Figura 22 – Resolução da dupla F, Questão 1 da segunda lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

A seguir, apresentam-se as discussões observadas pelo pesquisador.

> Fábio: “Uma placa é a centena, um palitinho é a dezena e um quadradinho é a unidade, certo!?”.
>
> Fernando: “Ah sim! Entendi”.
>
> Fábio: “Lembra daquela “plaquinha” que a professora mostrou na aula? Igual a barra de chocolate”.
>
> Fernando: “Ah sim! Lembro”.
>
> Fábio: “Então vamos desenhar ela. Entendeu agora?”.
>
> Fernando: “Sim”.
>
> (Trecho do 2º Encontro em 22 set. 2022)

Ficou demonstrado que a dupla F recorreu a uma das partes que compõem o material dourado, sendo que, por meio dele, é possível ter a equivalência entre classe e ordem. Como afirma Miola, Afonso e Brandão (2020, p. 38),

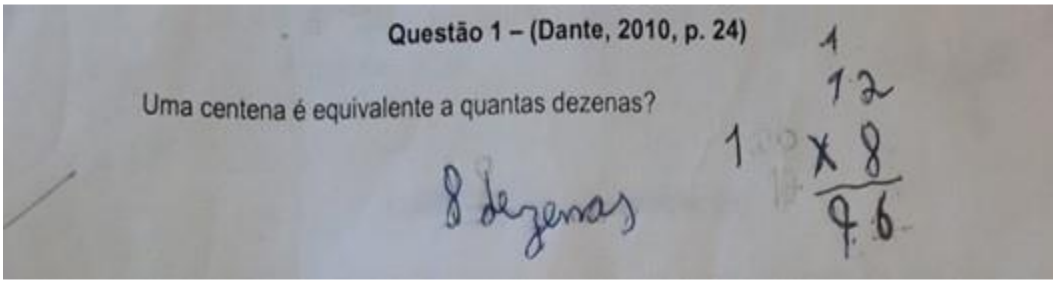
> [...] o material dourado como um instrumento capaz de propiciar uma abordagem mediada na compreensão das operações de adição e subtração para alunos de quarto e quinto ano do Ensino Fundamental. O material utilizado como instrumento mediador contribuiu na otimização dos modos de interposição entre aluno e um dado objeto do conhecimento, ampliando as possibilidades de construção de novos conhecimentos.

De acordo com Santos *et al*., (2016), ações de organização e desorganização são realizadas com os materiais concretos que compõem o material dourado, como cubinhos, barras, placas e cubões, permitindo a conversão de unidades em dezenas, dezenas em centenas e assim por diante. Não deve ser uma estratégia de “decoreba”, deve ser com o raciocínio lógico para que haja a compreensão e assim ocorra o desenvolvimento de aprendizagem.

Dessa forma, o material dourado tem por objetivo despertar no aluno a concentração, o interesse, além de desenvolver sua capacidade cognitiva e a imaginação criadora; permite também o estabelecimento de métodos para efetuar as operações fundamentais da matemática escolar.

Já os 5 erros cometidos na solução da questão são provenientes das duplas A, B, C, K e do trio L, que solucionaram o problema usando estratégias semelhantes. A seguir, apresenta-se a resolução da dupla A (Figura 23).

Figura 23 – Resolução da dupla A, Questão 1 da segunda lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Ao analisar a resposta apresentada pela dupla A, percebe-se que os integrantes da dupla utilizaram dúzia ao invés de dezena, ou seja, multiplicaram 12 x 8 = 96. É evidente que eles recorreram às tentativas de aproximação para atingir 100, que é igual a uma centena. O que se pode destacar é a falta de conceituar de forma correta o termo dezena. Nesse sentido, Ribeiro e Lacerda (2017, p. 10) afirmam que "[...] um bom entendimento sobre os conhecimentos adquiridos, tanto em linguagem natural quanto em linguagem matemática pelo aluno, tem um papel fundamental para a resolução de problemas [...]".

Figura 24 – Questão 2 da segunda lista de situações-problemas

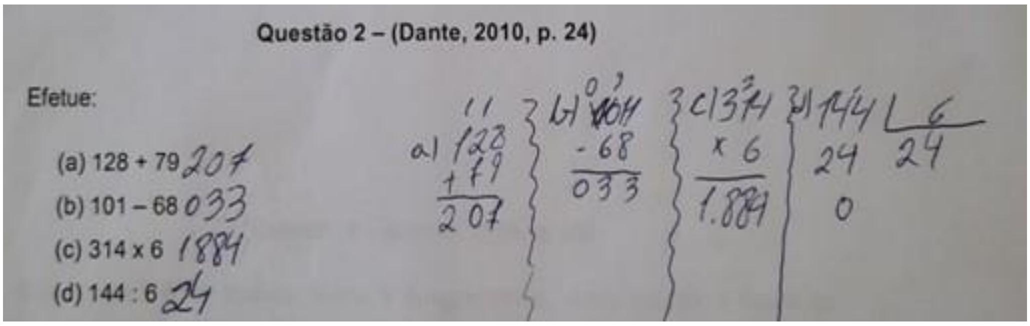
Efetue: (a) 128 + 79 (b) 101 – 68 (c) 314 x 6 (d) 144: 6

Fonte: Dante (2010, p. 24).

Na Questão 2, foram obtidos 12 acertos e nenhum erro. O tipo de problema explorado nessa questão é o exercício de algoritmos. Trata-se de um tipo de exercício que pode ser solucionado passo a passo (BUTTS, 1997). A questão tem por objeto matemático as operações da matemática escolar.

Nota-se que as duplas A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e o trio L solucionaram a Questão 2, usando estratégias análogas, conforme apresentado na Figura 25.

Figura 25 – Resolução da dupla H, Q questão 2 da segunda lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Em relação às operações com números naturais, Silva, Lourenço e Côgo (2004, p. 71) afirmam que

> [...] em nossos dias, a utilização, com compreensão, das operações aritméticas fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) tornou-se um dos objetivos principais de qualquer Educação Matemática básica. É preciso ter em mente a importância de desenvolver a compreensão do sentido e da utilização das operações na resolução dos diversos problemas cotidianos, o que é mais importante do que o simples domínio de algoritmo.

Portanto, o comprometimento dos educadores com a aprendizagem dos estudantes é algo promissor para a realização de seus métodos de ensino. Conforme os PCN (1998), o trabalho a ser desenvolvido com as operações da matemática escolar deve ser aplicado na compreensão de cada uma delas, passando por inúmeras experiências concretas com o propósito de que o sentido das operações possa ser interiorizado.

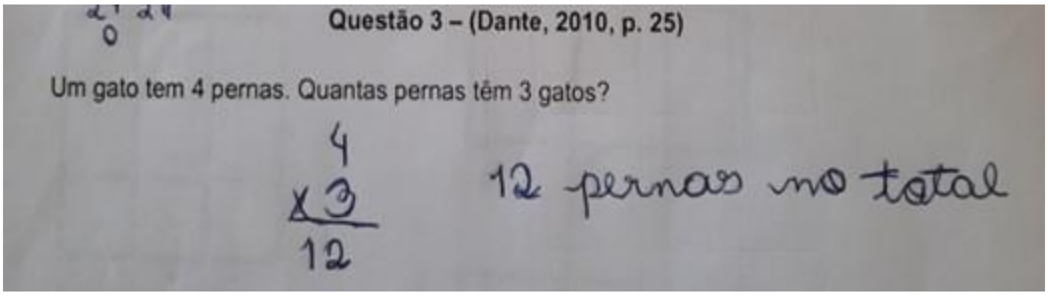
Figura 26 – Questão 3 da segunda lista de situações-problemas

Um gato tem 4 pernas. Quantas pernas têm 3 gatos?

Fonte: Dante (2010, p. 25).

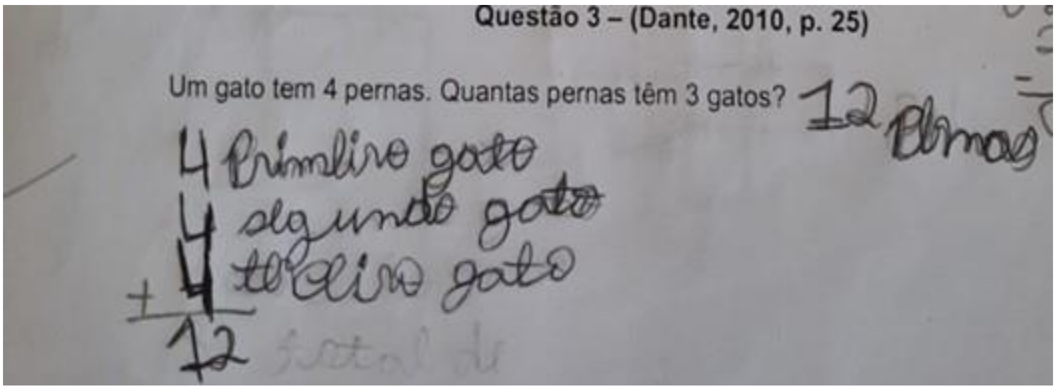
Analisando-se os protocolos referentes à Questão 3, observa-se que as duplas A, B, C, D, E (Figura 27) e F, G, H, I, J, K e o trio L (Figura 28) responderam de forma idêntica à situação-problema. Trata-se de um tipo de problema-padrão simples, solucionado usando somente uma operação da matemática escolar (DANTE, 2010). A questão tem por objeto matemático a adição e a multiplicação.

Figura 27 – Resolução da dupla E, Questão 3 da segunda lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Figura 28 – Resolução da dupla G, Questão 3 da segunda lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

As respostas à Questão 3 ilustradas pelas Figuras 27 e 28 se assemelham quando se identifica a multiplicação como sendo a soma de parcelas iguais. Nesse sentido, Toledo e Toledo (1997, p. 101) afirmam que a adição “[...] é a operação mais natural na vida da criança’’, por vários fatores, seja ela vivenciada no começo da vida do ser humano, seja no transcorrer do tempo, seja, ainda, anunciada nas salas de aulas. Nessa perspectiva, o ensino das operações da matemática escolar deve ser trabalhado, em sala de aula, de maneira que se apresente por meio de situações problemas ou que se relacione com o dia a dia do estudante.

A multiplicação, por sua vez, “[...] é vista sob o seu aspecto de adição de parcelas iguais” (TOLEDO; TOLEDO, 1997, p. 122). A maneira de como essa multiplicação será introduzida na vida do estudante faz total diferença. Para Toledo e Toledo (1997, p. 122),

> Ao decidir qual forma de escrita irá usar, o professor deve ter muito claro o modo como vai trabalhar as tabuadas – ou fatos fundamentais – da multiplicação. Muitas vezes, apresenta-se ao aluno uma das formas da escrita multiplicativa e, ao introduzir-se a tabuada, utiliza-se de outra forma, o [*sic*] torna ainda mais tortuoso o estudo ‘‘dessas terríveis tabelas”.

Apresenta-se, a seguir, a Questão 4 e os extratos das soluções realizadas pelos sujeitos da pesquisa.

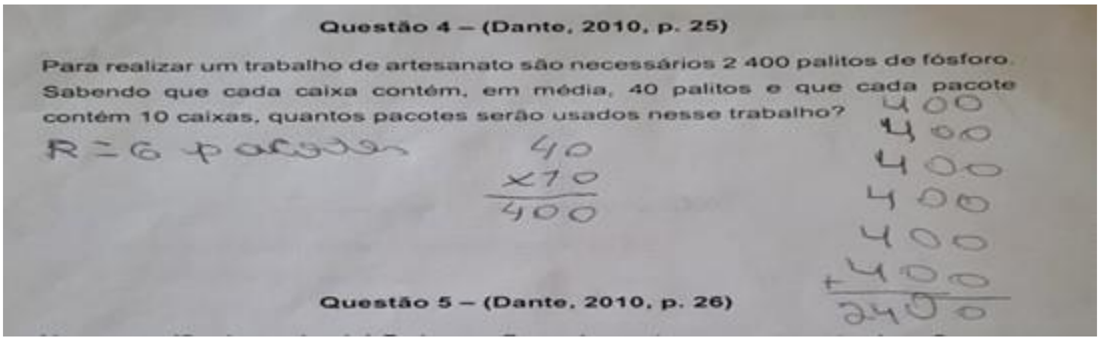
Figura 29 – Questão 4 da segunda lista de situações-problemas

Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2 400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém, em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho?

Fonte: Dante (2010, p. 25).

Investigando-se as resoluções apresentadas pelos sujeitos da pesquisa à Questão 4 (Figura 29), foi observado que as duplas A, E, H, I e J (Figura 30) resolveram-na de forma satisfatória, enquanto as duplas B, C, D, F, G, K e o trio L (Figura 31) equivocaram-se ao resolvê-la. Destaca-se que a pergunta é um problema-padrão composto, solucionado com duas ou mais operações da matemática escolar (DANTE, 2010). A questão tem por objeto matemático a multiplicação e a divisão.

Figura 30 – Resolução da dupla I, Questão 4 da segunda lista de situações-problemas



Questão 4 – (Dante, 2010, p. 25)

Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2 400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém, em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho?

R = 6 pacotes

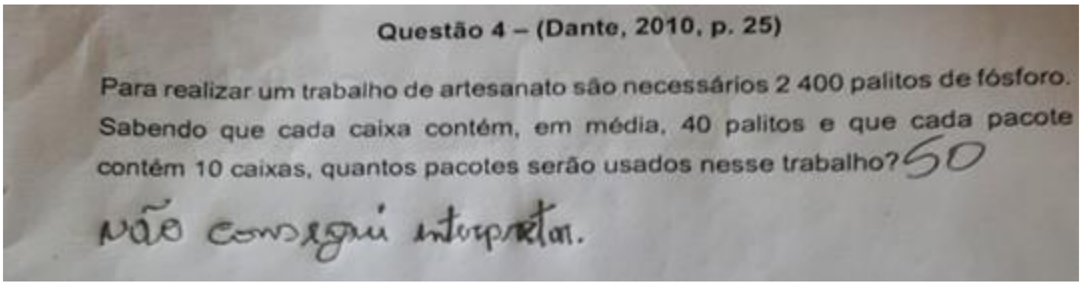
$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 10 \\ \hline 400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 400 \\ 400 \\ 400 \\ 400 \\ 400 \\ +400 \\ \hline 2400 \end{array}$$

Questão 5 – (Dante, 2010, p. 26)

Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Observa-se, na resolução realizada pela dupla I, que foi feita a multiplicação da quantidade de 40 palitos por 10 caixas, obtendo-se o valor de 400. Em seguida, para chegar o valor de 2400 palitos, a dupla usou uma tentativa de adição de 6 parcelas iguais do valor obtido na primeira etapa de resolução do problema, ou seja, 400.Também poder-se-ia chegar a essa soma por meio da multiplicação 6 x 400.

Figura 31 – Resolução do trio L, Questão 4 da segunda lista de situações-problemas


Questão 4 – (Dante, 2010, p. 25)

Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2 400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém, em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho? 60

não consegui interpretar.

Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Observa-se que a falta de compreensão do problema impediu a resolução (Figura 31). As dificuldades dos estudantes para resolver problemas estão relacionadas principalmente à interpretação/compreensão do significado dos termos matemáticos e ao momento da representação do problema. Smole e Diniz (2001, p. 72) afirmam que:

> A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas está entre outros fatores, ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela – total, diferença, ímpar, média, volume, produto – podem constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão.

Assim, um dos maiores desafios dos professores que ensinam Matemática origina-se em torno da interpretação dos problemas a serem resolvidos pelos estudantes, como: a leitura e interpretação do contexto básico do anunciado.

Destaca-se, a seguir, a situação-problema da Questão 5.

Figura 32 – Questão 5 da segunda lista de situações-problemas

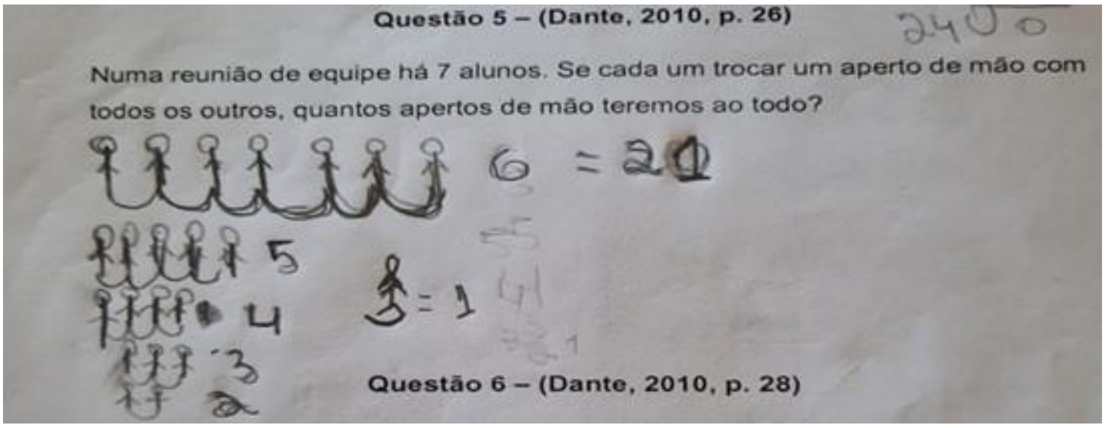
Numa reunião de equipe há 7 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

Fonte: Dante (2010, p. 26).

Na Questão 5, houve 2 acertos, das duplas G e I; e 10 erros, das duplas A, B, C, E, F, H, J, K e do trio L.

São abordados, na situação-problema da Questão 5, os problemas-processo ou heurísticos. Segundo Dante (2010, p. 48), esse tipo de problema corresponde à descrição de uma “[...] situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução”. Nesse contexto, o estudante é convidado a criar estratégias para proporcionar meios que facilitem a solução do problema (DANTE, 2010). Veja na Figura 33 a solução do problema heurístico realizada pela dupla I.

Figura 33 – Resolução da dupla I, Questão 5 da segunda lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Observa-se que a dupla I usou uma estratégia muito interessante para finalizar o problema de forma certa, o desenho. A ilustração, apresentada pelos sujeitos da pesquisa, indica haver maneiras distintas para resolver o problema. Segundo Cavalcanti (2001, p.128), é importante “[...] propor situações nas quais desenhar implique a discussão com parceiros, a troca de ideias, o ato de ouvir e emitir impressões sobre as ideais que o desenho suscitou”.

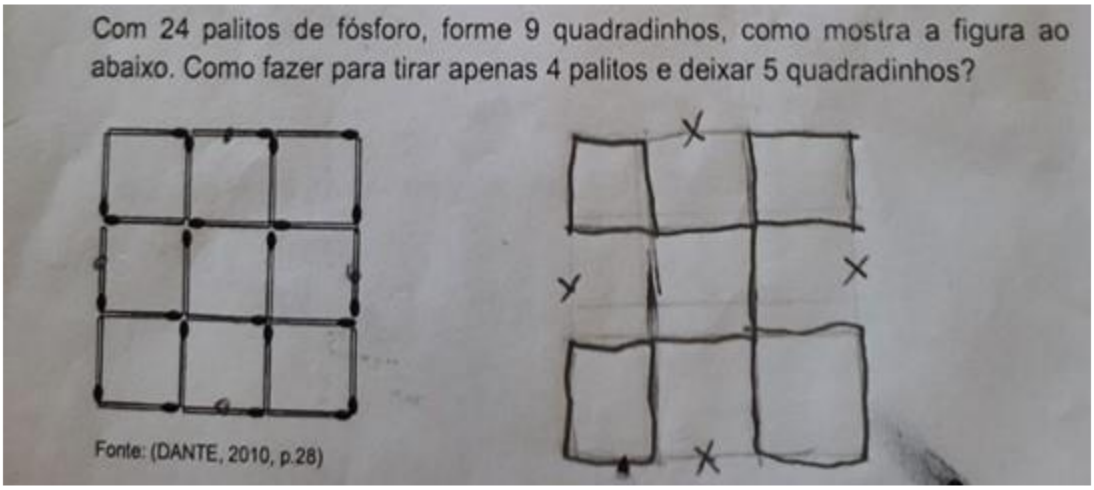
Figura 34 – Questão 6 da segunda lista de situações-problemas

Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura abaixo.
Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?

Fonte: Dante (2010, p. 28).

Já na Questão 6, houve 6 acertos das duplas A, B, D, E, F, I e 6 erros das duplas C, G, H, J, K e o trio L. Essa questão é do tipo quebra-cabeça, e corresponde a problemas que envolvem e desafiam os alunos (DANTE, 2010).

Figura 35 – Resolução da dupla I, Questão 6 da segunda lista de situações-problemas



Fonte: Arquivo do pesquisador (2022).

Conforme descreve Da Costa (2014, p. 2), a matemática recreativa,

> [...] tem uma grande utilidade pedagógica, ao contemplar um tesouro de problemas, mas que tornam a matemática divertida independentemente do contexto em que são trabalhados. Tais problemas baseiam-se frequentemente na realidade, o que faz emergir a concepção de que a matemática é tudo o que nos rodeia, bastando somente saber olhar para ela. A utilidade pedagógica da matemática recreativa deriva do destaque que dá à natureza da matemática, que não se resume a uma lista de fórmulas a serem seguidas nas atividades de aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Em consonância com esse pensamento, Ribeiro (2018, p. 10-11) afirma que

> [...] a Matemática Recreativa é o assunto que engloba quebra cabeças e jogos matemáticos [...]. A recreação Matemática pode ser uma atividade com caráter lúdico e pedagógico, com ou sem fator de competição. A procura da solução de um problema nem sempre exige um grande conhecimento de Matemática. É nesse momento que a recreação atrai a curiosidade dos que não se interessam pela matéria e os convida à prática do raciocínio lógico-dedutivo e consequentemente ao estudo da disciplina.

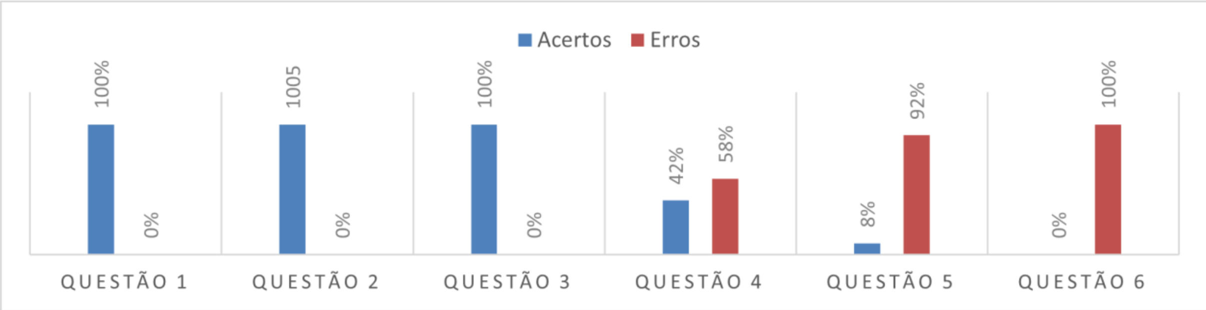
Portanto, usar a matemática recreativa para introduzir ou até mesmo explicar de maneira mais dinâmica um teorema, pode fazer o estudante compreender melhor e até mudar um pouco seu olhar do que seja a Matemática.

4.2.4 Comparação da primeira lista de situações-problemas com a segunda lista de situações-problemas

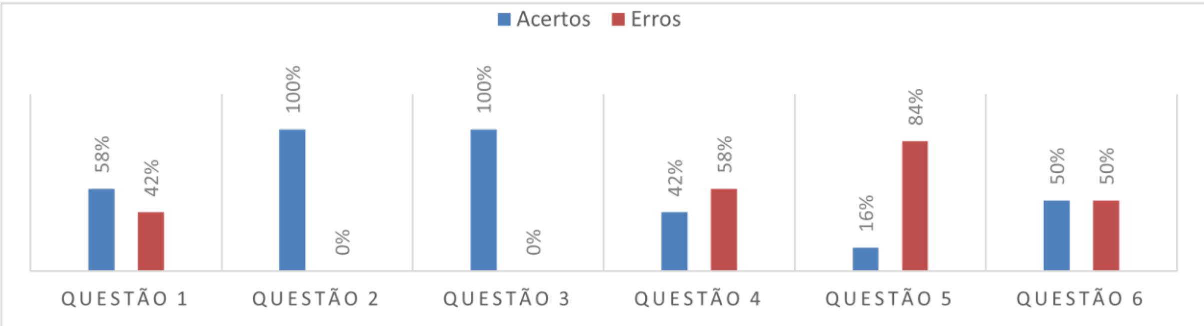
Nessa seção, foi realizada uma análise do desempenho dos sujeitos da pesquisa visando a um panorama geral. Observa-se no Gráfico 3 o percentual de acertos e erros relativos às questões resolvidas antes e depois da socialização.

Gráfico 3 – Comparação da primeira lista de situações-problemas x segunda lista de situação-problemas

Antes da Socialização



Após a Socialização



Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2023).

Mediante a observação dos gráficos supracitados, cabe ressaltar que, Questão 1, antes da socialização, houve 100% de acertos; e após a socialização, 58% de acertos e 42% de erros. Isso se justifica pela falta de conhecimento dos alunos relacionados à classe e à ordem. É possível ainda delinear que os alunos podem apresentar alguns problemas no que tange à troca de palavras como “dezena por dúzia” e compreensão/interpretação.

Problemas como esse apontam para a necessidade de os professores de Matemática abordarem sempre a parte teórica dos conteúdos matemáticos, trabalhando de forma consistente os conceitos matemáticos para que o educando possa ter uma compreensão de todo o processo de estruturação do cálculo.

A partir de uma análise minuciosa a respeito da Questão 2, antes e após a socialização, notou-se que essa foi, entre as outras, a questão que apresentou 100% de acertos, fato bastante positivo e que evidencia o entendimento dos alunos nos conteúdos relacionados às operações da Matemática.

Já a Questão 3 traz à tona a relação existente entre a adição e a multiplicação que os alunos perceberam de imediato e confirmaram ao realizarem o cálculo se valendo das duas operações matemáticas e, portanto, alcançaram o desenvolvimento positivo com 100% de aproveitamento.

A Questão 4 foi a que mais se destacou nos resultados ao apresentar antes de depois da socialização a mesma porcentagem de acertos e erros, ou seja, 58% de acertos e 42% de erros (Gráfico 3). Percebe-se que é uma questão contextualizada e que exige um esforço de interpretação a mais dos estudantes. Sobre essa questão, vale a pena ressaltar que ela trazia a expressão numérica como objeto matemático, destacando a multiplicação e divisão, o que pode ter proporcionado aos alunos a resolução de forma equivocada.

O índice elevado de erros nas respostas pode estar ligado tanto a problemas de interpretação da questão quanto á falta de conhecimento sólido acerca das quatro operações da matemática escolar.

A Questão 5 era bastante distinta das demais, pois exigia dos estudantes conhecimento sobre o princípio fundamental da contagem para determinar a probabilidade de fenômenos. Antes da socialização, 11 duplas erraram, equivalente a 92% e 1 dupla acertou, proporcional a 8%, como pode ser observado no Gráfico 3. Apesar de ter sido uma das questões que apresentou maior índice de erros, o número de acertos também não foi tão significante, deixando, com isso, subentendida a importância de trabalhar os conceitos matemáticos em sala se aula.

A Questão 6 expôs um nível complexo de interpretação para que os alunos conseguissem chegar ao resultado final. Como pode ser perceptível, houve 100% de erros no primeiro momento. As dificuldades podem estar associadas à necessidade de trabalhar o desenvolvimento do raciocínio lógico por meio de uma matemática criativa em sala de aula. Após a socialização, foi a questão que apresentou uma melhora significante, sendo notório que 50% conseguiram bom desenvolvimento na questão.

Observa-se no Quadro 8 o aproveitamento das duas listas de situações-problemas.

Quadro 8 – Acertos (%) e erros (%) referentes às duas listas de situações-problemas

Questões da primeira lista de situações-problemas	**Acertos (%)**	**Erros (%)**	**Questões da segunda lista de situações-problemas**	**Acertos (%)**	**Erros (%)**
1	100%	0%	1	58%	42%
2	100%	0%	2	100%	0%
3	100%	0%	3	100%	0%
4	42%	58%	4	42%	58%
5	8%	92%	5	16%	84%
6	0%	100%	6	50%	50%

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2023).

As principais dificuldades dos alunos decorrem de problemas de interpretação e de situações que exigem conhecimento relacionado a outras operações. As dificuldades dos alunos em questões problematizadas, interpretativas, que envolvem outras operações são mais constantes. A Matemática é uma matéria cumulativa, e por isso uma aprendizagem satisfatória dessa matéria depende de que os alunos entendam todos os processos envolvendo as operações.

Na esfera educacional, esses resultados reforçam a hipótese de que o professor tem papel relevante na aprendizagem dos alunos, na escolha correta das metodologias que possam facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, é preciso que ele reconheça a importância que seu papel desempenha no espaço educacional, a fim de que possa desenvolver práticas educativas baseadas nesse panorama.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve por objetivo investigar como a metodologia de ensino e aprendizagem de resolução de problemas, proposta por Pólya, auxilia os alunos do 6º ano na mobilização de conhecimentos matemáticos para a resolução de diferentes tipos de problemas matemáticos definidos por Dante.

Quanto à metodologia adotada para a realização da pesquisa, ela se mostrou eficaz na aplicação de duas listas de situações-problemas, o que permitiu entender o desempenho e as estratégias dos alunos participantes em diferentes tipos de problemas de Matemática, selecionados a partir da classificação de Dante. A primeira lista foi composta por exercícios de reconhecimento, de algoritmos, problemas-padrão simples, problemas-padrão compostos, problemas-processo ou heurísticos e problemas de quebra-cabeça.

Considerando que os alunos compreenderam a conceituação do objeto matemático "pares" e que a situação-problema foi solucionada sem dificuldade, é importante ressaltar que os conceitos matemáticos devem ser apresentados, explorados e exemplificados desde as primeiras etapas ou segmentos da Educação Básica, uma vez que são palavras a serem compreendidas em sua significação e aplicação nos enunciados dos exercícios matemáticos, na sala de aula. Por meio dos discursos dos alunos participantes, foi possível evidenciar que a professora de Matemática apresentou o conceito de números pares e números ímpares para eles se recordarem, e isso facilitou a resolução da situação-problema.

As estratégias voltadas para a resolução foram as de raciocínio lógico, de contagem de palitinhos e de diálogos para executar um plano de verificação. Em todas as situações, a interpretação do problema se mostrou fundamental na escolha de estratégias adequadas a solucioná-lo. Cada aluno identifica e resolve o problema em consonância com seu conhecimento matemático, sua capacidade interpretativa e a estratégia que julgar mais adequada. Vale ressaltar que as estratégias podem ser diversificadas porque estão associadas aos fatores que cada aluno domina e compreende.

Todos os acertos e dificuldades que resultaram em erros foram socializados, o que foi oportuno para que refletissem, compreendessem, discorressem e apresentassem a resolução das situações-problemas, bem como para que também expusessem as estratégias utilizadas. A socialização evidenciou os acertos obtidos, e isso foi importante para que os alunos participantes se dirigissem até o quadro para apresentar e representar as suas estratégias, e percebessem a diversidade de resoluções para uma mesma situação-problema. Isso também permitiu que evidenciassem os erros de modo a compreender o porquê de terem errado, quais as principais dificuldades, quais habilidades poderiam ser aperfeiçoadas e em quais conhecimentos, conceitos, conexões deveriam se aprofundar, objetivando melhorar seu desempenho no processo de ensino e aprendizagem.

A socialização representa o diferencial da pesquisa quanto à proposição de buscar estratégias subsidiadas nas etapas preconizadas por Pólya, que incluem compreender, elaborar um plano, executar o plano e fazer um retrospecto. As referidas etapas foram demonstradas sem mencionar o conceito específico de cada uma, para que a abordagem fosse mais prática do que teórica. Portanto, na ida dos alunos participantes ao quadro para apresentar as etapas que selecionaram para a resolução das situações-problemas propostas, os erros não foram explorados em caráter reprovativo, mas como sendo oportunos para que as etapas fossem apresentadas como caminhos corretos para o alcance de estratégias e respostas corretas.

Embora erros tenham emergido, a diversidade de estratégias ficou evidente nos discursos em que o raciocínio lógico foi expresso quanto à unidade, dezena e centena, recordando o que fora aprendido acerca desses conceitos e, também, a utilização do material dourado, que é um recurso didático constituído por peças que são figuras geométricas que auxiliam no ensino e aprendizagem do sistema métrico decimal, o que possibilitou a assimilação de métodos voltados para efetuar operações fundamentais.

Desse modo, após alcançar o objetivo proposto na pesquisa, foi possível identificar os erros dos alunos na resolução das situações-problemas, de modo que se conseguiu entender onde estão as principais dificuldades que os alunos apresentaram nos cálculos da Matemática. Destacam-se que as questões contextualizadas e de raciocínio lógico são assuntos que apresentaram maiores índices de erros. Já as questões aritméticas isoladas, com as operações básicas e com dados aritméticos sem contextualização, foram as que apresentaram maior índice de acertos.

Assim sendo, ao perceber as dificuldades dos alunos, é necessário que o professor desenvolva metodologias de ensino que levem os estudantes a perceber os próprios desacertos, reestruturando os dados envolvidos em busca de uma solução verdadeira. Por conseguinte, é pertinente ao professor refletir sobre os erros como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem na construção do conhecimento. Logo, a questão de os professores trabalharem a resolução de problema poderá orientar o aluno a ser participativo e ressignificar conceitos que estão sendo apresentados.

REFERÊNCIAS

AMORIM, H. R. E. M. Do cotidiano ao contexto escolar: limites e possibilidades de compreensão de conceitos implícitos no estudo das frações. **Rebena – Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, Rio Largo, AL, v. 3, p. 46-58, 2022. Disponível em: https://rebena.emnuvens.com.br/revista/article/view/28. Acesso em: 29 mai. 2023.

ANDRADE, C. P.; ONUCHIC, L. R. Perspectivas para a resolução de problemas no GTERP. *In*: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L.C.; PIRONEL, M. (org.). **Perspectivas para resolução de problemas**. São Paulo: Editora Livraria de Física, 2017, p. 366-433.

ANDRADE, W. M.; COLARES, G. S.; COSTA, M. R**.** Uma análise sobre as dificuldades dos alunos nas operações fundamentais. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 5., 2018, Olinda. **Anais [...]**. Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/49210.pdf. Acesso em: 23 jan. 2023.

ANDREATTA, C.; ALEVATTO, N. S. G. Aprendizagem matemática através da elaboração de problemas em uma escola comunitária rural. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, n. 10, 2020. Disponível em: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/1083/2064. DOI: http://dx.doi.org/10.24116/emd.e202013. Acesso em: 31 mai. 2023.

ARAUJO, N. K. S. **Análise das dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental**. 2015. 139 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015. Disponível em: https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/5174/1/NATALIA_KELI_SANTOS_ARAUJO.pdf. Acesso em: 12 mar. 2023.

ÁVILA, M. G. de. **História da Matemática e resolução de problemas**: uma aliança possível. 2004. 185 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2004. Disponível em: http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/viewFile/8/7. Acesso: 25 out. 2022.

BARBOSA, A.; VALE, I.; PALHARES, P. A resolução de problemas e a generalização de padrões: estratégias e dificuldades emergentes. *In*: LUENGO, R.; GÓMEZ, B.; CAMACHO, M.; BLANCO, L. (ed.). **Investigación en Educación Matemática XII**. Badajoz, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM, 2008, p. 477-494. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/1214/. Acesso em: 3 jul. 2022.

BARRETO, M. C; BARRETO, M. A. de S. C. A prevenção dos problemas de aprendizagem e as capacidades e competências mínimas para a participação produtiva no século XXI. **Revista Psicopedagogia**, São Paulo, v. 22, n. 68, p. 154-161, 2005. Disponível em: https://www.revistapsicopedagogia.com.br/detalhes/427/a-prevencao-dos-problemas-de-aprendizagem-e-as-capacidades-e-competencias-minimas-para-a-participacao-produtiva-no-seculo-xxi. Acesso em: 9 mar. 2023.

BEGLE, E. G. **Critical variables in mathematics education**. Washington, D.C.: Mathematical Association of America e National Council of Teachers of Mathematics, 1979.

BRAGA, E. dos S. de O. Resolução de problemas no ensino da Matemática: algumas considerações. **Em Teia**, Recife, v. 11, n. 1, 2020. DOI: https://doi.org/10.36397/emteia.v11i1.243854. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/243854. Acesso em: 4 jul. 2022.

BRAGA, H. F.; CHAVES, L. M. M.; MANO, V. do N. S. Resolução de problemas. **Temas e Conexões**, Rio de Janeiro, v. 2, p. 1-12, 2017.

BRANCA, N. Resolução de problemas como meta, processo e habilidades básicas. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997, p. 4-12.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit. Acesso em: 4 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, MEC, [2018]. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 5 jul. 2022.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**. Brasília, 20 dez. 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 13 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998a. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 13 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: 5ª a 8ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1998b. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/expansao-da-rede-federal/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series. Acesso em: 13 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, [1999]. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em: 13 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pró-letramento**: fascículo Matemática. Brasília, Secretaria de Educação Básica, 2007. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/fasciculo_mat.pdf. Acesso em: 13 jul. 2022.

BRASIL. Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação-PNE e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, 26 jun. 2014. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/l13005.htm. Acesso em 13 jul. 2022.

BRAUNFELD, P. Basic skills and learning in mathematics. *In*: THE NIE CONFERENCE ON BASIC MATHEMATICAL SKILLS AND LEARNING, 1975, Euclid, Ohio. **Conference on Basic Mathematical Skills and Learning**. Washington, D.C.: National Institute of Education, 1975, p. 23-32. v. 1. Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED125908.pdf. Acesso em: 25 jul. 2022.

BRITO, M. R. F. de. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas Matemáticos. *In*: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, SP: Alínea, 2006.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997, p. 32-48.

CARGNIN, R. M. **Matemática financeira na educação de jovens e adultos**: uma proposta de ensino através da resolução de problemas. 2015. 177 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria, 2015. Disponível em: https://docplayer.com.br/130318380-Matematica-financeira-na-educacao-de-jovens-e-adultos-uma-proposta-de-ensino-atraves-da-resolucao-de-problemas.html. Acesso em: 12 mar. 2023.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender Matemática. Editora Artmed: Porto Alegre, 2001, p. 121-149.

DA COSTA, O. **A matemática recreativa no ensino básico**. 2014. 87 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Universidade do Minho, Portugal, 2014. Disponível em: http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/30282/1/Olandino%20da%20Costa.pdf. Acesso em: 5 jun. 2023.

D’AMBRÓSIO, U. Prefácio. *In*: ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

D’AMBRÓSIO, U. Por que e como ensinar história da matemática. **Rematec**, Belém, v. 8, n. 12, p. 7-21, 2013. Disponível em: http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/355/355. Acesso em: 22 dez. 2022.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação (e) Matemática. 2. ed. São Paulo: Summus Editorial, 1988.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 1995.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. 3. ed. São Paulo: Ática, 1998.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. Ática: São Paulo, 2000.

DANTE, L. R**. Formulação e resolução de problemas de Matemática**: teoria e prática nas aulas de Matemática.1. ed. São Paulo: Ática, 2010.

DANTE, L. R. **Projeto telares**: Matemática (Ensino Fundamental) 6º Ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

DE CANOVA, V. M.; GUIRADO, J. C. Apropriação dos conceitos básicos no ensino de Matemática nas séries iniciais. **Cadernos PDE**, Curitiba, Governo do Estado, Secretaria de Educação, [*s. p.*], 2016. v. 1. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. Disponível em: http://www.diaadia educacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo _edespecial_uem_valdiramacedodecanova.pdf. Acesso em: 30 maio 2021.

DEVLIN, K. **Life by the numbers**. New York: Jonh Wiley and Sons, 1998.

DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 87-97.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. *In*: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-42.

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL “ERCY ARRUDA BONFIM”. **Projeto Político Pedagógico – PPP**. Muqui, 2012. Histórico da Escola.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria de Estado da Cultura. Conselho Estadual de Cultura. **Resolução nº 003/2012, de 05 de novembro de 2009**. Dispõe sobre a necessidade de preservação das características históricas, tipológicas, volumétricas e estéticas dos bens imóveis que compõem o Sítio Histórico Urbano de Muqui. Vitória, 2009. Disponível em: https://secult.es.gov.br. Acesso em: 13 mar. 2022.

ETCHEVERRÍA, M. P. P. A solução de problemas em Matemática. *In*: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 43-65.

ETCHEVERRIA, T. C.; CAMPOS, T. M. M.; SILVA, A. F. G. Conhecimento matemático para o ensino de problemas aditivos: um estudo com professoras dos anos iniciais. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 9, n. 21, p. 639-661, 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: **percursos teóricos e metodológicos**. 3 ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

GAZIRE, E. S. **Perspectivas da resolução de problemas em Educação Matemática**. 1988. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1988.

GAZZONI, A.; OST, A. A resolução de um problema: soluções alternativas e variações na formulação. **VIDYA**, Santa Maria, v. 28, n. 2, p. 37-45, jul./dez. 2008. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/341. Acesso em: 5 mar. 2023.

GOLDBERG, D. J. **The effects of training in heuristic methodes in the ability to write proofs in number theory**. 1973. Doctoral Ph.D. Dissertation (Mathematics Education) – Columbia University, New York, 1973. Não publicado.

GOULART, C. M. A.; DE AGUIAR, M. A. L. Relatos de sala de aula: análise em busca de compreensão da perspectiva discursiva de alfabetização. **Pensares em Revista**, São Gonçalo, n. 14, [*s. p.*], jan./abr. 2019. Disponível em: https://www.e-publicacoes.uerj.br/pensaresemrevista/article/view/35932. Acesso em: 29 maio 2023.

GUIMARÃES, H. M. Jeremy Kilpatrick: entrevista a George Pólya. **Quadrante**, Lisboa, v. 19, n. 2, p. 103-119, 2010. DOI: https://doi.org/10.48489/quadrante.22850. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/view/22850. Acesso em: 5 mar. 2023.

HOWARD, E. **Introdução à história da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

INCAPER – INSTITUTO CAPIXABA DE PESQUISA, ASSISTÊNCIA TÉCNICA E EXTENSÃO RURAL. **Programa de Assistência Técnica e Extensão Rural (PROATER)** 2020-2023. Muqui, [s. n.], [2020?]. Disponível em: https://incaper.es.gov.br/media/incaper/proater/municipios/Muqui.pdf. Acesso em: 20 abr. 2022.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo Brasileiro de 2022**. Rio de Janeiro: IBGE, 2022. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/es/muqui.html. Acesso em: 22 abr. 2022.

KANTOWSKI, M. G. **Processes involved in mathematical problem solving**. 1974. Doctoral Ph.D. Dissertation (Mathematics Education) – University of Georgia, Athens,1974. Não publicado.

LESTER, F. **Ideas about problem solving**: a look at some psychological reserarch. Arithmetic Teacher, v. 25, n. 2, p.12-14, nov. 1977.

LESTER JR, F. K.; D'AMBROSIO, B. S. Tipos de problemas para a instrução matemática no primeiro grau. **Bolema**, Rio Claro, v. 3, n. 4, [*n. p.*], 1988. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10747. Acesso em: 12 mar. 2023.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus professor, adeus professora?**: novas exigências educacionais e profissão docente. São Paulo: Cortez, 1998.

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. 2, ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

LUCAS, J. F. **An exploratory study on the diagnostic teaching of heuristic problem solving strategies in calculus**. 1972. 548 f. Doctoral Ph.D. Dissertation (Mathematics Education) – University of Wisconsin, Madison, 1972. Não publicado.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MACIEL, T. P. **Desenvolvimento de competências e habilidades nas expressões numéricas por meio do desafio dos quatro algarismos para o 6º ano do Ensino Fundamental**. 2014. 135 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Tocantins, Tocantins, 2014.

MARTINS, W. da S. **A resolução de problemas de geometria espacial sob a perspectiva dos conceitos vygotskyanos**. 2019. 176 f. Dissertação (Mestrado Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019. Disponível em: https://repositorio.up.edu.br/jspui/handle/123456789/364. Acesso: em 02 mar. 2023.

MATEUS, A. A. *et al*., **Problemas matemáticos**: caracterização, importância e estratégias de resolução. Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, 2001. Trabalho acadêmico. Disponível em: https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/Resolucao%20probs/mat450-2001242-seminario-8-resolucao_problemas.pdf. Acesso em: 8 dez. 2022.

MIOLA, A. F. de S.; AFONSO, D. J.; SANT'ANA BRANDÃO, N. I. de. Contribuições do Material Dourado para o ensino de adição e subtração de números naturais. **Com a Palavra, o Professor**, Vitória da Conquista, v. 5, n. 11, p. 29-40, 2020. DOI: https://doi.org/10.23864/cpp.v5i11.266. Disponível em: http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/266. Acesso em: 13 mar. 2023.

MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC, L. de la R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. *In*: ONUCHIC, L. R. *et al*. (org.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 17-34.

MOTA, F. M.; SILVA, L. da. As contribuições da resolução de problemas para o ensino de Matemática: uma análise a partir de artigos científicos. **Revista Diálogos**, Recife, n. 21, p. 328-349, mar./abr. 2019. Disponível: https://docplayer.com.br/161784607-Palavras-chaves-resolucao-de-problemas-contribuicao-ensino-de-matematica-raciocinio-matematico.html. Acesso em: 05 jul. 2022.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L.S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, p. 144.

NCTM – NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: Library of Congress Cataloguing, 2000.

NEVES, E. B.; DOMINGUES, C. A. **Manual de metodologia da pesquisa científica**. Rio de Janeiro: EB/CEP, 2007.

NEWELL, A.; SIMON, H. **Humam problem solving**. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1972.

ONUCHIC, L. de La R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, L. de La R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 212- 231.

ONUCHIC, L. de La R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/72994/2-s2.0-84873689803.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 4 out. 2022.

OTTES, A. B.; FAJARDO, R. Um olhar sobre a hierarquia das quatro operações aritméticas nas expressões numéricas. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 1, n. 2, maio/ago. 2017. DOI: http://dx.doi.org/10.24116/emd25266136v1n22017a05. Disponível em: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/30/20. Acesso em: 5 jun. 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de Matemática na *high school*. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. E. (org). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997, p.1-3.

PONTES, E. A. S. Os quatro pilares educacionais no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. **Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología**, Buenos Aires, n. 24, p. 2-20, jul./dez. 2019. DOI: https://doi.org/10.24215/18509959.24.e02. Disponível em: https://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/TEyET/article/view/1235. Acesso em: 12 jul. 2021.

POSSAMAI, J. P.; POFFO, C.; BERTOTTI JUNIOR, V. I.; STEIN, S. S. Resolução de problemas: concepções de professores que ensinam matemática. **Debates em Educação**, Maceió, v. 13, n. 32, p. 242-256, 2021. DOI: https://doi.org/10.28998/2175-6600.2021v13n32p242-256. Disponível em: https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/10925. Acesso em: 12 jul. 2022.

POZO, J. I.; ANGÓN, Y. P. A solução de problemas como conteúdo procedimental da Educação Básica. *In*: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998, p.139-175.

RAMOS, R. de C. de S. S. *et al*. Situações de expressões numéricas em livros didáticos de 6° ano: uma análise segundo a Teoria dos Campos Conceituais. **Bolema**, Rio Claro, v. 35, n. 71, p. 1294-1315, dez. 2021. DOI: https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a04. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/XrDSvx4WmjCvLNbgcdwLCNv/. Acesso em: 12 ago. 2022.

RIBEIRO, B. da S. **Matemática recreativa**: uma experiência baseada em clubes. 2018. 58 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=4055&id2=160970339. Acesso em: 20 maio 2023.

RIBEIRO, M. V. **O ensino do conceito de integral, em sala de aula, com recursos da história da Matemática e da resolução de problemas**. 2010. 324 f. Dissertação (Mestrado Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91053. Acesso em: 4 jul. 2022.

RIBEIRO, R. dos S.; LACERDA, A. G. Linguagem natural e linguagem matemática na resolução de problemas na multiplicação. *In*: COLÓQUIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2017, Juiz de Fora. **Anais [...]**, Juiz de Fora, [*s.n.*], p. 1-11.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 299-311, maio 2012. DOI: https://doi.org/10.14244/19827199413. Disponível em: https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413. Acesso em: 3 jul. 2022.

ROMBERG, T. A. Perspectivas sobre o conhecimento e métodos de pesquisa. **Bolema**, Rio Claro, v. 20, n. 27, p. 1-38, 2007. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1275. Acesso em: 2 mar. 2023.

SANTOS, L. S. dos; PEREIRA, P. E. D. O uso do material dourado como recurso no ensino de Matemática: adição e subtração em foco. ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2016, Campina Grande. **Anais [...]**. Campina Grande: Realize Editora, 2016. Disponível em: https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/26496. Acesso em: 14 out. 2022.

SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. Resolução de problemas em Matemática: uma abordagem no processo educativo. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 53, p. 43-74, jul./dez. 2008. Disponível em: https://costalima.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/75/210. Acesso em: 30 dez. 2021.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica**: primeiras aproximações. 7. ed. Campinas: Autores Associados, 2000.

SILVA, C. M. S. da; LOURENÇO, S. T.; CÔGO, A. M. **O ensino aprendizagem da Matemática e a pedagogia do texto**. Brasília: Plano Editora, 2004.

SMITH J. P. **The effect of general versus specific heuristics in mathematical problem-solving tasks**. 1973. 217 f. Doctoral Ph.D. Dissertation (Mathematics Education) – Columbia University, New York, 1973. Não publicado.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.) **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOARES, I. S.; OLIVEIRA, J. S. de. Leitura, compreensão e interpretação de enunciados matemáticos: conceito de divisibilidade, dificuldades, desafios e perspectivas. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE PESQUISA E ENSINO DE CIÊNCIAS, 1., 2016, Campina Grande. **Anais [...]**. Campina Grande: Realize Editora, 2016. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/18068. Acesso em: 19 dez. 2022.

SOUTO, F. C. F.; GUÉRIOS, E. C. O ensino de Matemática e a resolução de problemas contextualizados nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2017, Cascavel. **Anais [...]**. Londrina: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2017. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/280/182. Acesso em: 23 jan. 2023.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. *In*: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (ed.). **The teaching and assessing of mathematical problem solving**. Reston, VA: NCTM/Lawerance Erlbaum Associates, 1989, p. 1-22.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática da Matemática**: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

VALLILO, S. A. M. O estudo da linguagem matemática na sala de aula: uma abordagem através da resolução de problemas. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20., 2016, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba, 2016. Disponível em: http://www.ebrapem 2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd14_sabrina_vallilo.pdf. Acesso em: 13 fev. 2023.

VAN de WALLE, J. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar**: o papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

WIRTZ, R. W. Where do we go in mathematical education? *In*: THE NIE CONFERENCE ON BASIC MATHEMATICAL SKILLS AND LEARNING, 1975, Euclid, Ohio. **Conference on Basic Mathematical Skills and Learning**. Washington, D.C.: National Institute of Education, 1975, p. 214-221. v. 1. Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED125908.pdf. Acesso em: 15 dez. 2022.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. de la R. O ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, São Paulo, v. 3, n. 11, p. 79-97, set. 2007. Disponível em: https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1244. Acesso em: 28 dez. 2022.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Anuência da Prefeitura Municipal de Muqui

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS, NATURAIS E DA SAÚDE – CCENS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, EDUCAÇÃO BÁSICA E FORMAÇÃO DE PROFESSORES (UFES/PPGEEDUC)

TERMO DE ANUÊNCIA DA PREFEITURA MUNICIPAL DE MUQUI-ES

À Secretária Municipal de Educação de Muqui-ES.

Vimos respeitosamente através deste, solicitar junto a Secretaria Municipal de Educação de Muqui/ES, sob a responsabilidade da Secretária Municipal de Educação, a Exmª Sra. Emanuelli Narducci da Silva, Portaria de Nomeação nº 002 de 04/01/2021, a autorização para a realização da pesquisa intitulada **"Resolução de Problemas: Uma Proposta Metodológica para o Ensino de Matemática".**

Trata-se da realização de uma pesquisa qualitativa do tipo naturalista ou de campo, tendo o local proposto para a sua realização a Escola Municipal de Ensino Fundamental "Ercy Arruda Bonfim". A pesquisa estará sob a responsabilidade do pesquisador André Silveira do Amaral, mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores (PPGEEDUC), da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), de sua orientadora, Profª Dra. Luceli de Souza e do co-orientador, Profº Dr. Jorge Henrique Gualandi.

Os sujeitos experimentais serão os estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental, e os dados serão levantados a partir da aplicação das duas listas de situações-problemas envolvendo as quatro operações básicas da matemática escolar.

Afirmamos que para a realização da pesquisa, não serão divulgados o nome da escola e dos estudantes participantes, nem serão utilizadas fotos das crianças e funcionários da instituição. A utilização dos dados será exclusivamente para fins científicos e sua divulgação posterior, sendo os nomes mantidos em sigilo.

Alegre (ES), 08 de abril de 2022.

André Silveira do Amaral
Mestrando do PPGEEDUC

Profª Dra. Luceli de Souza
Orientadora PPGEEDUC

Profº Dr. Jorge Henrique Gualandi
Co-orientador PPGEEDUC

APÊNDICE B – Termo de Consentimento

MUNICÍPIO DE MUQUI
ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO

TERMO DE CONSENTIMENTO

Eu Emanuelli Narducci da Silva, Secretária de Educação, da Prefeitura Municipal de Muqui -ES, Portaria de Nomeação nº 002 de 04/01/2021, autorizo a realização da pesquisa intitulada "**Resolução de problema: Uma proposta Metodológica para o Ensino de Matemática**", sob a responsabilidade do pesquisador André Silveira do Amaral, mestrando do Programa de Pós graduação em Ensino , Educação Básica e Formação de Professores (PPGEEDUC),da Universidade Federal do Espirito Santo (UFES), da sua orientadora , prof.ª Dra. Luceli e Souza e do co-orientador , profº Dr. Jorge Henrique Gualandi , a pesquisa será desenvolvida na Escola Municipal de Ensino Fundamental "Ercy Arruda Bonfim", distrito "Camara", no decorrer do ano letivo de 2022. Fui esclarecida sobre o intuito da pesquisa , o uso de dados exclusivamente para fins científicos e sua divulgação subsequente, sendo que o meu nome , o nome da secretaria será mantido em sigilo, respeitando a legislação em vigor sobre ética em pesquisa em seres humano no Brasil (Resolução CNS nº 466/12).

Muqui-ES 11 de abril de 2022.

Emanuelli Narducci da Silva
Secretária Municipal de Educação
Port. N° 002 de 04/01/2021

Emanuelli Narducci da Silva
Secretária Municipal de
Educação
Portaria Nº 002 de 04/01/2021

Rua Vieira Machado, 157, Centro – CEP 29480-000 – Fone/Fax: (28) 3554-1624
e-mail: educacao@muqui.es.gov.br

APÊNDICE C – Termo de Anuência

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL
"ERCY ARRUDA BONFIM"
CAMARÁ – MUQUI / ES
Email: ercyab@gmail.com
Telefone (28) 3554-4026

E. M. E. F. "Ercy Arruda Bonfim"
CNPJ 36 029 072/0001-09
Aprovação Resolução 41/1975 de 28/11/1975
Portaria Nº 006 de 25/03/2003
Lei Municipal 251 de 03/03/2005
Rua Jarbas Coelho, 161 - Camará
CEP 29480-000 - Muqui - Espírito Santo

TERMO DE ANUÊNCIA

Eu, Renata Costa Andrade Martins, ocupante do cargo de diretora da Escola Municipal de Ensino Fundamental "Ercy Arruda Bonfim", Portaria de Nomeação nº 041 de 04/01/2021, autorizo a realização da pesquisa intitulada **"Resolução de Problemas: Uma Proposta Metodológica para o Ensino de Matemática"**, sob responsabilidade do pesquisador André Silveira do Amaral, mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores (PPGEEDUC), da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), de sua Orientadora, Profª Dra. Luceli de Souza e do Co-orientador, Profº Dr. Jorge Henrique Gualandi, que será desenvolvida ao longo do ano letivo de 2022, e que terá o apoio desta Instituição de Ensino. Fui orientada sobre a finalidade e objetivo da pesquisa, bem como sobre a utilização de dados exclusivamente para fins científicos e sua divulgação posterior, sendo que meu nome, o nome da Escola e dos alunos participantes da pesquisa serão mantidos em sigilo, respeitando a legislação em vigor sobre ética em pesquisa em seres humanos no Brasil (Resolução CNS nº 466/2012).

Camará-Muqui/ES, 13 de abril de 2022.

Renata Costa Andrade Martins
Diretora

Renata Costa de A. Martins
Diretora Escolar
Portaria Nº 041 de 04/01/2021

APÊNDICE D – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS, NATURAIS E DA SAÚDE – CCENS
GRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, EDUCAÇÃO BÁSICA E FORMAÇÃO DE PROFESSORES (UFES/PPGEEDUC)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Senhores Pais, ou responsáveis;

Seu filho/sua filha foi convidado\a a participar da pesquisa intitulada **“A resolução de problemas: uma proposta metodológica para o ensino de Matemática”**, sob a responsabilidade do aluno de mestrado André Silveira do Amaral, da professora orientadora Dra. Vanessa Holanda Righetti de Abreu, do professor coorientador Dr. Jorge Henrique Gualandi, do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores (PPGEEDUC), da Universidade Federal do Espírito Santo (CCENS/UFES).

Justificativa: A presente pesquisa visa contribuir com o fornecimento de informações que propiciem um ensino significativo para os/as alunos/as, configurando a importância da construção do conhecimento e na apropriação de conceitos e aprendizagens na disciplina de Matemática no Ensino Fundamental.

Problema de Pesquisa: Em função da dificuldade de entendimento matemático, como os estudantes do sexto ano mobilizam seus conhecimentos mediante a resolução de diferentes tipos de problemas de Matemática?

Objetivo da Pesquisa: Investigar como a metodologia de ensino-aprendizagem de resolução de problemas, proposta por Pólya (2006), auxilia os alunos do sexto ano na mobilização de conhecimentos matemáticos para a resolução de diferentes tipos de problemas matemáticos.

Procedimentos: Para a obtenção dos dados, será utilizada a técnica de trabalho em dupla, uma lista de situações-problemas (anexo III e IV) que serão aplicadas no turno vespertino, roda de conversa para socializar os resultados obtidos e facilitar a participação e a expressão dos alunos quanto às dúvidas surgidas no decorrer da resolução das atividades propostas. Será fornecido todo o material necessário para a execução das tarefas propostas, como folha de papel, lápis e borracha.

Duração e Local dos Procedimentos: A realização da pesquisa será por meio da resolução de 02 (duas) listas de situações-problemas que serão embasadas no livro de Dante (2010, p. 24-28) e serão aplicadas dentro de sala de aula, numa sala disponível, na Escola Municipal de Ensino Infantil e Fundamental “Ercy Arruda Bonfim”, em Muqui/ES, no turno vespertino. A participação do/a seu/sua filho/a ocorrerá em 03 (três) momentos a serem agendados com a escola e devidamente comunicados aos responsáveis. Cada encontro terá duração máxima de 02 (duas) horas, totalizando 06 (seis) horas, durante o ano letivo de 2022.

Riscos e Desconfortos: Existe risco de desconforto de que as questões utilizadas na lista de situações-problemas possam vir a gerar cansaço nos/as participantes, constrangimentos quanto aos exercícios de Matemática propostos ou reativar algumas memórias indesejáveis com relação às aulas de Matemática. O/A aluno/a pode não querer responder a algumas perguntas e, nesse caso, terá o direito de abandonar a pesquisa sem ser incomodado/a com a sua decisão, bem como deixar de participar da pesquisa a qualquer momento.

Benefícios: A participação na pesquisa possibilita ao/à aluno/a voluntário/a(a) adquirir conhecimentos matemáticos, esclarecer dúvidas e expor suas ideias e perspectivas, contribuindo assim com a sua formação humana.

Acompanhamento e Assistência: O/A aluno/a que necessitar de assistência poderá se dirigir ao mestrando responsável pela pesquisa para sanar dúvidas e adquirir informações a respeito da pesquisa. As necessidades que porventura se mostrarem coerentes à pesquisa, receberão assistência, porém esta pesquisa não necessita de acompanhamento especializado para os/as participantes, exceto se a turma tiver um/a aluno/a com necessidades especiais, a quem será dada toda a assistência necessária para a participação do/a mesmo/a na presente pesquisa.

Garantia de Recusa em Participar da Pesquisa e/ou Retirada de Consentimento: O/A aluno/a não é obrigado/ a participar da pesquisa, podendo deixar de participar dela em qualquer momento de sua execução, sem que haja penalidades ou prejuízos decorrentes de sua recusa. Caso os pais/responsáveis decidam retirar seu consentimento, o/a aluno/a não mais será contatado/a pelos pesquisadores.

Garantia de Manutenção do Sigilo e Privacidade: Os pesquisadores se comprometem a resguardar a identidade dos/as participantes durante todas as fases da pesquisa, inclusive após publicação.

Garantia de Ressarcimento Financeiro: Não será exigido nenhum tipo de contribuição financeira para participar da pesquisa, portanto, não há possibilidade de ressarcimento financeiro.

Garantia de Indenização: Em caso de danos legais decorrentes da pesquisa, você (pais/responsável) está garantido de seu direito a devida indenização, de acordo com o item IV.4.c da Res. CNS 466/12.

Esclarecimento de Dúvidas: Em caso de dúvidas sobre a pesquisa ou para relatar algum problema, entre em contato com o pesquisador ANDRÉ SILVEIRA DO AMARAL, pelo telefone (28) 99914-9869, ou endereço Rodovia Cachoeiro x Muqui, s/n, km 3, Bairro Aeroporto, CEP 29314-400, Cachoeiro de Itapemirim-ES. E, para quaisquer outros esclarecimentos, entrar em contato com a orientadora Profa. Dra. Vanessa Holanda Righetti de Abreu, e-mail: vanessahra@yahoo.com.br, telefone: (21) 98848-4616 e com o coorientador Prof. Dr. Jorge Henrique Gualandi, e-mail: jhgualandi@ifes.edu.br, telefone (28) 99992-3201. O/A Senhor/a também pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa do campus de Alegre, da Universidade Federal do Espírito Santo (CEP/Alegre/UFES), através do telefone (28) 3552-8771, e-mail: alegre.ufes@gmail.com, ou pelo correio: Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos, Prédio Administrativo do Campus de Alegre, Alto Universitário, s/n, caixa postal 16, Bairro Guararema, CEP 29.500-000, Alegre-ES, Brasil. O CEP/Alegre/Ufes tem a função de analisar projetos de pesquisa visando à proteção dos/as participantes dentro de padrões éticos nacionais e internacionais.

DECLARO que fui verbalmente informado/a e esclarecido/a sobre o presente documento, entendendo todos os termos acima expostos, e que voluntariamente aceito participar deste estudo autorizando meu/minha filho/a a participar desse projeto de pesquisa. Também declaro ter recebido uma via deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, de igual teor, assinada pelo pesquisador mestrando, rubricada em todas as páginas.

Muqui, ________ de _______________ de 2022.

_______________________________	_______________________________
Nome do/a participante da pesquisa	Nome do/a responsável legal

Na qualidade de pesquisador responsável pela pesquisa **“A Resolução de Problemas: Uma Proposta Metodológica para o Ensino de Matemática”**, eu, ANDRÉ SILVEIRA DO AMARAL, declaro ter cumprido as exigências do(s) item(s) IV. 3 e IV. 4 (se pertinente), da Resolução CNS 466/12, a qual estabelece diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos.

____

Pesquisador

APÊNDICE E – Termo de Assentimento

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS, NATURAIS E DA SAÚDE – CCENS
GRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, EDUCAÇÃO BÁSICA E FORMAÇÃO DE PROFESSORES (UFES/PPGEEDUC)

TERMO DE ASSENTIMENTO

Você está sendo convidado/a para participar da pesquisa **"A Resolução de Problemas: Uma Proposta Metodológica para o Ensino de Matemática"**. Seus pais, ou responsável, permitiram que você participe.

Queremos investigar como a metodologia de ensino-aprendizagem de resolução de problemas, proposta por Pólya (2006), auxilia os/as alunos/as do sexto ano na mobilização de conhecimentos matemáticos para a resolução de diferentes tipos de problemas matemáticos.

Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu, e não terá nenhum problema se desistir.

A pesquisa será feita na Escola Municipal de Ensino Infantil e Fundamental "Ercy Arruda Bonfim", que é a escola em que você estuda, em uma sala de aula que estiver disponível, e os/as alunos/as responderão a 02 (duas) listas de situações-problemas em momentos diferentes.

Para essa pesquisa serão utilizados folhas de papel, lápis, borracha, e o uso desse material é considerado seguro.

A pesquisa ocorrerá em 03 (três) momentos, terá um tempo de 02 (duas) horas para cada momento, totalizando 06 (seis) horas. Existe risco de desconforto, de que as questões utilizadas na lista de situações-problemas possam vir a gerar cansaço nos/as participantes, constrangimentos quanto aos exercícios de Matemática propostos, ou de reativar algumas memórias indesejáveis com relação às aulas de Matemática. O/A aluno/a pode não querer responder a algumas perguntas e, nesse caso, terá o direito de abandonar a pesquisa sem ser incomodado/a com a sua decisão.

Mas há coisas boas que podem acontecer! A participação na pesquisa possibilita adquirir conhecimentos sobre os assuntos em questão, a resolução de problemas, que é um bom mecanismo para desenvolver o raciocínio lógico e dar apoio para o estudo da Matemática, além de esclarecer dúvidas e expor suas ideais e perspectivas, contribuindo assim para a sua formação humana, e será muito gratificante para nós a sua participação.

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa, não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa serão publicados, mas sem identificar seu nome, sem identificar as pessoas que participaram da pesquisa. Quando terminarmos a pesquisa, você conhecerá o trabalho que foi realizado na sua totalidade, podendo visualizar quão importante foi a sua contribuição.

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa ou para relatar algum problema, você pode contatar o pesquisador ANDRÉ SILVEIRA DO AMARAL, no telefone (28) 99914-9869, ou no endereço Rodovia Cachoeiro x Muqui, s/n, km 3, Bairro Aeroporto, CEP 29314-400, Cachoeiro de Itapemirim-ES e, para quaisquer outros esclarecimentos, pode entrar em contato com a orientadora Profa. Dra. Vanessa Holanda Righetti de Abreu, e-mail: vanessahra@yahoo.com.br, telefone: (21) 98848-4616, e com o coorientador Prof. Dr. Jorge Henrique Gualandi, e-mail: jhgualandi@ifes.edu.br, telefone: (28) 99992-3201.

Eu, ____, aceito participar da pesquisa **"A resolução de problemas: uma proposta metodológica para o ensino de matemática"**, que tem o objetivo de investigar como a metodologia de ensino-aprendizagem de resolução de problemas, proposta por Pólya (2006), auxilia os/as alunos/as do sexto ano na mobilização de conhecimentos matemáticos para a resolução de diferentes tipos de problemas matemáticos. Entendi as coisas ruins (cansaço, constrangimento) e as coisas boas (aprendizagem) que podem acontecer. Entendi que posso dizer "sim" e participar da pesquisa, mas que, a qualquer momento, posso dizer "não" e desistir da pesquisa. Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Muqui, ES, ________ de ________________ de 2022.

____
Participante da pesquisa

Atenciosamente,

André Silveira do Amaral	Vanessa Holanda Righetti de Abreu	Jorge Henrique Gualandi
Mestrando	Orientadora	Coorientador

APÊNDICE F – Primeira Lista de Situações-Problemas

Dupla: ____

Data da aplicação:_______/______/______

Questão 1 – (Dante, 2010, p. 24)

Dados os números 2, 5, 10, 103, 156 e 207, quais são pares?

Questão 2 – (Dante, 2010, p. 24)

Calcule o valor de [(3 x 4) + 2]: 7

Questão 3 – (Dante, 2010, p. 25)

Numa classe há 17 meninos e 22 meninas. Quantos alunos há na classe?

Questão 4 – (Dante, 2010, p. 25)

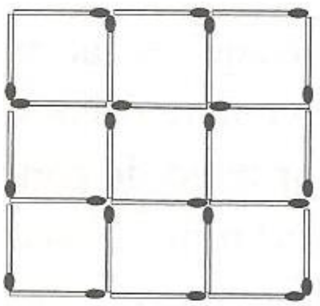
Hugo, Mariana e Guilherme possuem juntos 90 figurinhas. Sabendo que Hugo tem 32 figurinhas e os outros dois possuem quantidades iguais, determine o número de figurinhas de cada um.

Questão 5 – (Dante, 2010, p. 26)

Numa reunião de equipe há 7 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

Questão 6 – (Dante, 2010, p. 28)

Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura ao abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?



Fonte: Dante (2010, p. 28)

APÊNDICE G – Segunda Lista de Situações-Problemas

Dupla: ____

Data da aplicação:_______/______/______

Questão 1 – (Dante, 2010, p. 24)

Uma centena é equivalente a quantas dezenas?

Questão 2 – (Dante, 2010, p. 24)

Efetue:

(a) 128 + 79
(b) 101 – 68
(c) 314 x 6
(d) 144 : 6

Questão 3 – (Dante, 2010, p. 25)

Um gato tem 4 pernas. Quantas pernas têm 3 gatos?

Questão 4 – (Dante, 2010, p. 25)

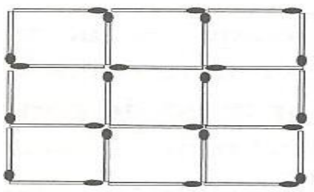
Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2 400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém, em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho?

Questão 5 – (Dante, 2010, p. 26)

Numa reunião de equipe há 7 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

Questão 6 – (Dante, 2010, p. 28)

Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura ao abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?



Fonte: Dante (2010, p. 28)

APÊNDICE H – Desenho Metodológico do Estudo

Submissão e aprovação do projeto de pesquisa ao Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos.

Reunião com a Seme para apresentação do projeto. Após aprovação, reunião com os pais e funcionários da escola para apresentação do projeto e assinatura dos termos necessários para realização da pesquisa.

Identificação das situações-problemas envolvendo os vários tipos de problemas definidos por Dante (2010) das listas 1 e 2.

Aplicação da lista 1

Duas horas para resolução da 1ª lista de situações-problemas.

Alunos do 6º ano I e II.

Alunos distribuídos em duplas e trio.

Análise das situações-problemas da lista 1.

Socialização da primeira lista de situações-problemas.

Aplicação da lista 2

Duas horas para resolução da 2ª lista de situações-problemas.

Alunos do 6º ano I e II.

Alunos distribuídos em duplas e trio idênticas à aplicação da primeira lista.

Análise das situações-problemas da lista 2.

Comparação com as resoluções da lista 1.

Observação da utilização dos passos de Pólya (2006).