



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA
CENTRO TECNOLÓGICO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**

MICHEL DE OLIVEIRA DOS SANTOS

**ESTUDO ANALÍTICO, NUMÉRICO E EXPERIMENTAL
DE UM DISPOSITIVO ATENUADOR TUBULAR PARA
ESCOAMENTOS INTERMITENTES**

Vitória, ES
2025



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA
CENTRO TECNOLÓGICO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**

Michel de Oliveira dos Santos

**ESTUDO ANALÍTICO, NUMÉRICO E EXPERIMENTAL
DE UM DISPOSITIVO ATENUADOR TUBULAR PARA
ESCOAMENTOS INTERMITENTES**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Renato do Nascimento Siqueira
Coorientador: Prof. Dr. Daniel da Cunha Ribeiro

Vitória, ES
2025

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

S237e Santos, Michel de Oliveira dos, 1987-
Estudo analítico, numérico e experimental de um dispositivo atenuador tubular para escoamentos intermitentes. / Michel de Oliveira dos Santos. - 2025.
262 p. : il.

Orientador: Renato do Nascimento Siqueira.

Coorientador: Daniel da Cunha Ribeiro.

Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Engenharia mecânica. 2. Mecânica dos fluidos. 3. Fluidodinâmica computacional. 4. Modelos matemáticos. 5. Engenharia hidráulica - Equipamento e acessórios. I. Siqueira, Renato do Nascimento. II. Ribeiro, Daniel da Cunha. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 621



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
CENTRO TECNOLÓGICO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

ESTUDO ANALÍTICO, NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DE UM DISPOSITIVO ATENUADOR TUBULAR PARA ESCOAMENTOS INTERMITENTES

MICHEL DE OLIVEIRA DOS SANTOS

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Renato Do Nascimento Siqueira
(Orientador – PPGEM/UFES)

Prof. Dr. Daniel da Cunha Ribeiro
(Coorientador – CEUNES/UFES)

Prof. Dr. Rogério Ramos
(Examinador Interno – PPGEM/UFES)

Prof. Dr. Rudolf Huebner
(Examinador Externo – PPGMEC/UFMG)

Prof. Dr. Fábio Pereira dos Santos
(Examinador Externo – LNCC/MCTI)

Prof. Dr. Bruno Venturini Loureiro
(Examinador Externo – DEM/UFES)

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Vitória/ES, 20 de outubro de 2025.





Folha aprovação MICHEL DE OLIVEIRA DOS SANTOS

Data e Hora de Criação: 03/12/2025 às 17:00:10

Documentos que originaram esse envelope:

- Folha aprovação MICHEL DE OLIVEIRA DOS SANTOS.pdf (Arquivo PDF) - 1 página(s)



Hashs únicas referente à esse envelope de documentos

[SHA256]: f330b792288448a92a4fed9004613977dc1a037974ddd721c78ecdec6e6420b

[SHA512]: c0f50474759c46a45cd63546997c98ab16d9c3e7d432624d7498c2e2db554834fc0f59b3a57a27a437b3d7a80263806871fd87565f4ff8fee8668a52bb7338e0

Lista de assinaturas solicitadas e associadas à esse envelope



ASSINADO - Bruno Venturini Loureiro (bruno.loureiro@ufes.br)

Data/Hora: 04/12/2025 - 07:04:04, IP: 128.201.242.52, Geolocalização: [-20.166849, -40.214887]

[SHA256]: fa01e18f590bc2810a9e77cc711a7102e3938d8e89e7df9e67454b1057d110a9

Assinatura Eletrônica Avançada (Conforme Lei nº 14.063/20, art. 4º, II)



ASSINADO - Daniel Da Cunha Ribeiro (daniel.ribeiro@ufes.br)

Data/Hora: 03/12/2025 - 17:14:56, IP: 104.28.63.84, Geolocalização: [-18.716515, -39.850820]

[SHA256]: 2edf1638e3a1d269c2e257fd093632cb52ca28d2e4f8fd218fcb247de634b77f

Assinatura Eletrônica Avançada (Conforme Lei nº 14.063/20, art. 4º, II)

Daniel Ribeiro



ASSINADO - Fábio Pereira dos Santos (fpsantos@Incc.br)

Data/Hora: 05/12/2025 - 11:16:28, IP: 191.57.21.36, Geolocalização: [-22.881894, -43.279974]

[SHA256]: daa09bc721fbc10c4e58a9327a8d5ec8bd99911adda552b7e65e934ff8dbff2c

Assinatura Eletrônica Avançada (Conforme Lei nº 14.063/20, art. 4º, II)



ASSINADO - Renato do Nascimento Siqueira (renatons.ifes@gmail.com)

Data/Hora: 03/12/2025 - 17:13:25, IP: 179.102.128.25

[SHA256]: f3d0ba0e199d4126d364c803f69e86aa96c0fd832b3c869ccb268cd082fa54d9

Assinatura Eletrônica Avançada (Conforme Lei nº 14.063/20, art. 4º, II)



ASSINADO - Rogério Ramos (rogerio.ramos@ufes.br)

Data/Hora: 03/12/2025 - 17:03:14, IP: 200.137.65.103, Geolocalização: [-20.284902, -40.310767]

[SHA256]: 2164ab918a00830caf6c0320df34e492ab8d00001a00b5c4b65e5e39a9748c0b

Assinatura Eletrônica Avançada (Conforme Lei nº 14.063/20, art. 4º, II)



ASSINADO - Rudolf Huebner (rudolf.02@live.com)

Data/Hora: 03/02/2026 - 17:17:12, IP: 143.105.25.183

[SHA256]: 67a66414656a7ffa1311837a9a4381451d70f59c7bab96e54f59b11639b00d20

Assinatura Eletrônica Avançada (Conforme Lei nº 14.063/20, art. 4º, II)

Histórico de eventos registrados neste envelope

03/02/2026 17:17:12 - Envelope finalizado por rudolf.02@live.com, IP 143.105.25.183

03/02/2026 17:17:12 - Assinatura realizada por rudolf.02@live.com, IP 143.105.25.183

03/02/2026 17:17:05 - Envelope visualizado por rudolf.02@live.com, IP 143.105.25.183

05/12/2025 11:16:28 - Assinatura realizada por fpsantos@Incc.br, IP 191.57.21.36

05/12/2025 11:16:18 - Envelope visualizado por fpsantos@Incc.br, IP 191.57.21.36

04/12/2025 07:04:04 - Assinatura realizada por bruno.loureiro@ufes.br, IP 128.201.242.52

04/12/2025 07:03:56 - Envelope visualizado por bruno.loureiro@ufes.br, IP 128.201.242.52

03/12/2025 17:14:56 - Assinatura realizada por daniel.ribeiro@ufes.br, IP 104.28.63.84

03/12/2025 17:13:25 - Assinatura realizada por renatons.ifes@gmail.com, IP 179.102.128.25

03/12/2025 17:03:14 - Assinatura realizada por rogerio.ramos@ufes.br, IP 200.137.65.103

03/12/2025 17:03:07 - Envelope visualizado por rogerio.ramos@ufes.br, IP 200.137.65.103

03/12/2025 17:01:13 - Envelope registrado na Blockchain por andreia.eyng@ufes.br, IP 200.137.65.106

03/12/2025 17:01:13 - Envelope encaminhado para assinaturas por andreia.eyng@ufes.br, IP 200.137.65.106

03/12/2025 17:00:10 - Envelope criado por andreia.eyng@ufes.br, IP 200.137.65.106

Agradecimentos

A minha família, especialmente a minha esposa, Giuliana, e filha, Letícia, pelo carinho, compreensão e suporte nos altos e baixos desse projeto pessoal.

Ao Prof. Dr. Renato do Nascimento Siqueira, pela orientação e companheirismo durante este e todos os outros trabalhos em que participamos. Ao Prof. Dr. Daniel da Cunha Ribeiro, por apresentar o tema e todo apoio fornecido no desenvolvimento do trabalho. Ao Prof. Dr. Bruno Venturini Loureiro, pela oportunidade em trabalhar no projeto ligado ao tema e a utilização dos recursos necessários ao desenvolvimento do trabalho.

Ao professor Dr. Rogério Ramos, pela participação na banca de qualificação e na banca examinadora final e todas as contribuições apresentadas. Ao professores Dr. Rudolf Huebner e Dr. Fábio Pereira dos Santos, pelo pronto aceite em participar da banca examinadora final e por todas as contribuições resultantes.

Ao professor Dr. Márcio Aderes Martins, pela disponibilidade em participar da banca, pela avaliação prévia do trabalho e pela introdução a área de simulação fluidodinâmica, desde a graduação e todo o interesse gerado nesta área desde então.

Ao Eng. Dr. Erick Fabrizio Quintella Andrade Coelho (*in memoriam*), por todo apoio fervoroso ao ao projeto sobre quebra de gotas em emulsões, no qual este trabalho foi gerado. Aos professores Dr. Fábio Ressel e Dr. João Paulo Barbosa, pelos valiosos direcionamentos nos momentos de discussão dos avanços no trabalho.

Ao Prof. Lucas Silveira e a Profa. Luila Abib Saidler, pelo gentil acolhimento nos projetos desenvolvidos no LAMEFT - UFES, toda a ajuda mútua e parceria desenvolvida. A toda a equipe que atua nos projetos desenvolvidos no LAMEFT - UFES, pela convivência e crescimento pessoal alcançado nos trabalhos que realizamos em conjunto. A toda equipe do grupo de pesquisa GPMF - IFES, pela oportunidade de continuar a desenvolver os conhecimentos relacionados a este trabalho.

Ao Instituto Federal do Espírito Santo - *campus* São Mateus, pela oportunidade de dedicação integral a este trabalho.

Ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica - UFES, pela oportunidade de realização deste trabalho e compreensão diante dos percalços consequentes dos momentos de pandemia.

A todos que de alguma forma ajudaram no desenvolvimento deste trabalho.

Resumo

Atenuadores são amplamente utilizados em sistemas industriais de bombeamento para reduzir pulsações de pressão e vazão que geram ruídos, vibrações e instabilidades de processo. Nos modelos convencionais, gases comprimidos (como nitrogênio ou ar seco) atuam como meio deformável; porém, visando maior confiabilidade, um atenuador pode ser projetado para operar sem gás comprimido, desde que mantenha desempenho adequado na faixa de frequências de interesse. Embora técnicas numéricas tridimensionais revelem comportamentos não reproduzidos por modelos simplificados, estes permanecem úteis por permitirem análises gerais com baixo custo computacional. Neste trabalho, desenvolveu-se e aplicou-se um modelo de parâmetros concentrados para estimar a atenuação da amplitude de vazão de escoamentos intermitentes em um atenuador de geometria tubular sem uso de câmaras de gases comprimidos. O dispositivo também foi analisado por meio de um modelo tridimensional com interação fluido-estrutura (FSI), em regime laminar. Experimentalmente, avaliaram-se dois atenuadores tubulares, de complacências distintas, sob escoamento pulsante em regime laminar e turbulento, em duas configurações: em linha e em apêndice. A solução analítica do modelo Windkessel de dois elementos indicou que a atenuação depende da frequência adimensional (ω') e do parâmetro adimensional K_{RCL} , sendo independente de Re_{ta} . Uma modificação do modelo foi proposta para incluir a dependência com Re_{ta} em regime turbulento. Simulações FSI foram realizadas para dois valores de K_{RCL} ($1,75 \times 10^{-4}$ e $3,50 \times 10^{-4}$), dois níveis de Re_{ta} (750 e 1500) e seis valores de ω' (20 a 160), confirmando a coerência qualitativa com o modelo analítico e revelando dependência adicional com Re_{ta} devido à pressão interna média. Nos testes turbulentos ($17140 < Re_{ta} < 45700$, $168 < \omega' < 450$), a atenuação aumentou com ambos os parâmetros. O atenuador de $D_d = 36$ mm atingiu 85%, enquanto o de $D_d = 32$ mm alcançou 75,6%, porém com amplificação oscilatória em diversas condições (até -36%), atribuída à menor complacência e a não linearidades geométricas e constitutivas. A relação entre as atenuações não seguiu linearmente a razão entre as complacências, indicando comportamento complexo e dependente da interação entre múltiplas componentes harmônicas. Nos testes laminares ($865 < Re_{ta} < 2212$, $8,9 < \omega' < 24,5$), a atenuação variou entre 17,9% e 78,1%, sem ocorrência de atenuação negativa, com desempenho semelhante entre os arranjos em linha e em apêndice. Em ambas as faixas de regime, a tendência de aumento da atenuação com ω' e Re_{ta} foi mantida, indicando que o desempenho do atenuador depende principalmente da resposta da complacência às flutuações de pressão e vazão.

Palavras-chave: Interação fluido-estrutura. Dinâmica dos fluidos computacional. Atenuadores. Atenuação de vazão. Modelo *Windkessel*.

Abstract

Attenuators are widely employed in industrial pumping systems to reduce pressure and flow pulsations that cause excessive noise, mechanical vibrations, and process instabilities. Conventional devices use compressed gases (typically nitrogen or dry air) as the deformable medium; however, aiming at greater reliability, an attenuator may operate without gas compression provided that satisfactory attenuation is maintained within the desired frequency range. While three-dimensional numerical analyses capture behaviors beyond simplified models, lumped approaches remain useful for identifying global trends with low computational cost. In this work, a lumped-parameter model was developed to estimate the attenuation of intermittent-flow amplitude in a gas-free tubular attenuator. The device was also analyzed using a three-dimensional fluid–structure interaction (FSI) model under laminar flow. Experimentally, two tubular attenuators with different compliances were tested in laminar and turbulent regimes, at several pulsation frequencies and in two configurations: inline and side-branch. The analytical solution of the two-element Windkessel model showed that attenuation depends on the dimensionless frequency (ω') and on the system parameter K_{RCL} , remaining independent of the mean-flow Reynolds number (Re_{ta}). A modified Windkessel formulation was proposed to incorporate the dependence on Re_{ta} under turbulent conditions. FSI simulations performed for two values of K_{RCL} (1.75×10^{-4} and 3.50×10^{-4}), two values of Re_{ta} (750 and 1500), and six values of ω' (20–160) confirmed qualitative agreement with the analytical model while revealing additional sensitivity to Re_{ta} associated with the mean internal pressure. In the turbulent experiments ($17140 < Re_{ta} < 45700$, $168 < \omega' < 450$), attenuation increased with both parameters. The attenuator with $D_d = 36$ mm reached up to 85%, whereas the one with $D_d = 32$ mm reached 75.6% but showed negative attenuation (down to -36%) under some operating conditions, attributed to its lower compliance and to geometric and constitutive nonlinearities. The relation between attenuation levels did not scale linearly with the ratio of compliances, underscoring the complexity of the phenomenon. In the laminar experiments ($865 < Re_{ta} < 2212$, $8.9 < \omega' < 24.5$), attenuation ranged from 17.9% to 78.1%, with no negative cases, and similar results were obtained for both configurations. Across regimes, the trend of increasing attenuation with ω' and Re_{ta} persisted, indicating that performance is governed primarily by the compliance response to pressure and flow fluctuations rather than by the flow regime itself.

Keywords: Fluid structure interaction. Computational fluid dynamics. Attenuators. Flow rate attenuation. *Windkessel* model.

Lista de Figuras

Figura 1 – Representação esquemática do modelo <i>Windkessel</i> de três elementos.	35
Figura 2 – Representação esquemática de um atenuador tubular instalado no sistema hidráulico	36
Figura 3 – Representação do modelo adotado para o sistema hidráulico a jusante do atenuador.	41
Figura 4 – Componentes principais do teste de atenuação com controle de regime de escoamento e complacência.	70
Figura 5 – Esquema representativo dos componentes do teste de atenuação com controle de regime de escoamento e complacência.	71
Figura 6 – Componentes utilizados para promover a componente intermitente do escoamento através do atenuador.	72
Figura 7 – Equipamento durante a realização do ensaio de tração da borracha de silicone: (a) corpo de prova sob solicitação: quadro obtido da filmagem; (b) detalhe com marcas referência da região de deformação normal constante.	79
Figura 8 – Geometria e condições de contorno aplicadas na simulação do ensaio de tração.	80
Figura 9 – Seção transversal da mangueira de silicone com diâmetro nominal interno de 32 mm	81
Figura 10 – Seção transversal da mangueira de silicone com diâmetro nominal interno de 36 mm.	82
Figura 11 – Geometria e regiões do atenuador modelado como um tubo com seção elipsoide.	83
Figura 12 – Pressões setadas e pressões efetivas medidas nos transdutores a montante (TP1) e jusante (TP2) do atenuador nos testes estáticos.	84
Figura 13 – Comparação entre o teste estático experimental e os resultados numéricos para o atenuador de diâmetro nominal interno 32 mm.	85
Figura 14 – Geometria utilizada nas simulações.	90
Figura 15 – Malha e regiões do domínio fluido.	95
Figura 16 – Teste de malha: avaliação da queda de pressão $\Delta p = p_{\text{entrada}} - p_{\text{saída}}$ em função do número de elementos (o valor próximo ao ponto se refere ao número de elementos na malha avaliada).	95
Figura 17 – Teste de malha: comparação entre os perfis de velocidade axial na seção média do atenuador indeformado.	96
Figura 18 – Malha tetraédrica do domínio sólido: detalhe da extremidade e superfícies interna e externa.	98

Figura 19 – Teste de malha para o domínio sólido	98
Figura 20 – Geometria do aneurisma baseada no trabalho de Scotti et al. (2005). . .	100
Figura 21 – Comparação visual entre as malhas do domínio fluido.	101
Figura 22 – Regiões do domínio sólido e malha criada	101
Figura 23 – Regiões do domínio fluido	102
Figura 24 – Distribuição temporal da velocidade média na entrada no aneurisma . .	104
Figura 25 – Distribuição temporal da pressão na saída no aneurisma	105
Figura 26 – Comportamento da viscosidade cinemática da mistura glicerina bidesti- lada e água em função da temperatura.	116
Figura 27 – Atenuação da vazão para o atenuador com diâmetro nominal de 32 mm, em regime laminar (L: condição em linha; A: condição em apêndice). . .	117
Figura 28 – Atenuação da vazão para o atenuador com diâmetro nominal de 36 mm, em regime turbulento (L: condição em linha; A: condição em apêndice). 118	
Figura 29 – Atenuação da vazão para o atenuador com diâmetro nominal de 32 mm, em regime turbulento (L: condição em linha; A: condição em apêndice). 120	
Figura 30 – Exemplos de comportamento da vazão ao longo do tempo à montante e à jusante do atenuador (diâmetro nominal 32 mm; primeiro teste). . . .	121
Figura 31 – Exemplos de distribuição das componentes oscilatórias da vazão à montante e à jusante do atenuador no espectro da frequência (diâmetro nominal 32 mm; primeiro teste).	122
Figura 32 – Comportamento experimental da tensão <i>versus</i> deformação para a borracha de silicone utilizada nos atenuadores e modelos ajustados . . .	124
Figura 33 – Comportamento da complacência em função da pressão obtido a partir dos teste numéricos	126
Figura 34 – Comportamento da atenuação $aten_{Q,1}$ em função de ω' : comparação entre os valores de C obtidos pelas abordagens distintas.	128
Figura 35 – Comportamento da atenuação $aten_{Q,1}$ em função de Re_{ta} e ω' : compa- ração entre modelos (colunas) e valores de K_{RCL} (linhas). $R_{amp} = 0,25$. 129	
Figura 36 – Comportamento da atenuação $aten_{Q,1}$ em função de Re_{ta} e ω' : compa- ração entre diferentes valores de R_{amp} . $K_{RC} = 2,566 \times 10^{-6}$; Equação 2.90131	
Figura 37 – Distribuição da tensão de Von Mises na parede do aneurisma no instante do pico da pressão na saída	137
Figura 38 – Distribuição do deslocamento total da parede do aneurisma no instante do pico da pressão na saída	138
Figura 39 – Comportamento temporal do volume do aneurisma: para Scotti et al. (2005) $Vol_{ref} = 215,85 \text{ cm}^3$; neste trabalho, $Vol_{ref} = 226,74 \text{ cm}^3$. . .	139
Figura 40 – Vetores de velocidade no plano yz obtidos no instante do pico de pressão na saída	140

Figura 41 – Vazões normalizadas em relação a média na entrada e saída do atenuador. $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$	141
Figura 42 – Vazões normalizadas em relação a média na entrada e saída do atenuador. $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$	142
Figura 43 – Vazões normalizadas em relação a média na entrada e saída do atenuador. $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 750.$	143
Figura 44 – Vazões normalizadas em relação a média na entrada e saída do atenuador. $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 750.$	144
Figura 45 – Resultados de $(A_{Q,e})^2$ obtidos pelo modelo FSI em comparação com o modelo <i>Windkessel</i> de dois elementos: $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$	147
Figura 46 – Resultados de $(A_{Q,e})^2$ obtidos pelo modelo FSI em comparação com o modelo <i>Windkessel</i> de dois elementos: $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 750.$	147
Figura 47 – Resultados de $(A_{Q,e})^2$ obtidos pelo modelo FSI em comparação com o modelo <i>Windkessel</i> de dois elementos: $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$	148
Figura 48 – Resultados de $(A_{Q,e})^2$ obtidos pelo modelo FSI em comparação com o modelo <i>Windkessel</i> de dois elementos: $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 750.$	148
Figura 49 – Valores de R_{sim} obtidos ao longo das simulações (\bar{R}_{sim} é o valor médio; CV é o coeficiente de variação).	150
Figura 50 – Valores de C_{sim} obtidos ao longo das simulações (\bar{C}_{sim} é o valor médio; CV é o coeficiente de variação).	151
Figura 51 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada: $\omega' = 20; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$	154
Figura 52 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada: $\omega' = 40; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$	154
Figura 53 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada: $\omega' = 80; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$	155
Figura 54 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada: $\omega' = 120; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$	155
Figura 55 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada: $\omega' = 140; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-6}; Re_{ta} = 1500.$	156
Figura 56 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada: $\omega' = 160; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-6}; Re_{ta} = 1500.$	156
Figura 57 – Componentes do gradiente de velocidade axial: $\omega' = 0; K_{RCL} = 3,50 \times$ $10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$ Valores em s^{-1}	159
Figura 58 – Distribuições da componente $\frac{\partial u_z}{\partial x}$ do gradiente de velocidade axial (∇u_z) em um plano longitudinal yz , durante o ciclo de oscilação da vazão de entrada: $\omega' = 160; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$ Valores em s^{-1}	160

- Figura 59 – Distribuições da componente $\frac{\partial u_z}{\partial y}$ do gradiente de velocidade axial (∇u_z) em um plano longitudinal yz , durante o ciclo de oscilação da vazão de entrada: $\omega' = 160$; $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$. Valores em s^{-1} . . 160
- Figura 60 – Distribuições da componente $\frac{\partial u_z}{\partial z}$ do gradiente de velocidade axial (∇u_z) em um plano longitudinal yz , durante o ciclo de oscilação da vazão de entrada: $\omega' = 160$; $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$. Valores em s^{-1} . . 161
- Figura 61 – Distribuição temporal da variação percentual do volume do atenuador. 162
- Figura 62 – Balanço de energia do escoamento: $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$. . 163
- Figura 63 – Balanço de energia do escoamento: $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$. . 164
- Figura 64 – Balanço de energia do escoamento: $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 750$. . 164
- Figura 65 – Balanço de energia do escoamento: $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 750$. . 165

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Condições do casos testados.	74
Tabela 2 – Características e resultados das malhas estruturais testadas.	84
Tabela 3 – Propriedades utilizadas na solução do modelo <i>Windkessel</i> modificado em regime laminar.	87
Tabela 4 – Propriedades utilizadas na solução do modelo <i>Windkessel</i> modificado em regime turbulento.	88
Tabela 5 – Propriedades físicas e geométricas atribuídas aos domínios sólido e fluido.	90
Tabela 6 – Propriedades físicas atribuídas aos domínios sólido e fluido.	101
Tabela 7 – Valores dos coeficientes a_n e b_n para a Equação 5.38.	103
Tabela 8 – Parâmetros utilizados na implementação do modelo fluidodinâmico e do modelo estrutural do caso de verificação.	107
Tabela 9 – Passos de tempo e tempos de simulação aplicados nos casos simulados.	108
Tabela 10 – Parâmetros utilizados na implementação do modelo fluidodinâmico e do modelo estrutural nos casos simulados.	110
Tabela 11 – Resultados da determinação de massa específica.	123
Tabela 12 – Resultados do ajuste do modelo Yeoh de segunda ordem com base nos ensaios de tração realizados antes e após os testes de atenuação.	125
Tabela 13 – Resultados de atenuação da vazão e comparação com o modelos teóricos de complacência constante: regime turbulento, atenuador com diâmetro interno nominal de 36 mm (valores seguidos da letra a se encontram dentro do intervalo de incerteza experimental)	132
Tabela 14 – Resultados de atenuação da vazão e comparação com o modelos teóricos de complacência constante e variável: regime turbulento, atenuador com diâmetro interno nominal de 32 mm.(valores seguidos da letra a se encontram dentro do intervalo de incerteza experimental)	134
Tabela 15 – Resultados de atenuação da vazão e comparação com o modelos teóricos de complacência constante e variável: regime laminar, atenuador com diâmetro interno nominal de 32 mm (valores seguidos da letra a se encontram dentro do intervalo de incerteza experimental).	135
Tabela 16 – Valores de $K_{RCL, sim}$ obtidos a partir das curvas ajustadas para as simulações.	149
Tabela 17 – Resumo dos resultados de R_{sim} e comparação com R obtido pela aplicação da Equação 2.31.	150
Tabela 18 – Resumo dos resultados de C_{sim} e comparações com as Equações 2.38 e 2.37.	152

Lista de Abreviaturas e Siglas

FEM	Método dos elementos finitos (<i>finite element method</i>)
CFD	Dinâmica dos fluidos computacional (<i>computational fluid dynamics</i>)
FSI	Interação fluido-estrutura (<i>fluid-structure interaction</i>)
RMS	raiz quadrada da média dos resíduos ao quadrado (<i>root mean square</i>)

Lista de símbolos

Letras latinas maiúsculas:

A	Área de seção transversal da tubulação [m ²]
$A_{cp,0}$	Área de seção transversal inicial do corpo de prova [m ²]
$A_{Q,e}$	Razão entre as amplitudes equivalentes das vazões à montante e à jusante []
$A_{Q,n}$	Razão entre a amplitude da componente n da vazão à montante e a amplitude da componente n da vazão à jusante []
B_i	Componente do vetor de força de corpo no fluido por unidade de massa [m/s ²]
$B_i^{[s]}$	Componente do vetor de força de corpo no sólido por unidade de massa [m/s ²]
C	Complacência [m ³ /Pa]
C_{kl}	Componente do tensor de deformações de Cauchy-Green [m/m]
C_{pj}	Coefficiente do termo de perda inercial no meio poroso [1/m]
D	Diâmetro característico do sistema hidráulico [m]
D_c	Diâmetro menor do atenuador tubular (experimental) [m]
D_d	Diâmetro do atenuador [m]
D_t	Diâmetro maior do atenuador tubular, perpendicular a D_c (experimental) [m]
E_d	Módulo de elasticidade do material do atenuador [Pa]
F_{cp}	Força aplicada pela máquina de ensaio ao corpo de prova [N]
F_{lj}	Componente do tensor do gradiente de deformação [m/m]
\mathbf{F}_G	Vetor de carregamento global [N ou N m]
$H(s)$	Função de transferência []
I_1, I_2, I_3	Invariantes do tensor de deformação []

J	Determinante da matriz que representa o tensor do gradiente de deformação [m/m]
J_j	Função de Bessel de primeiro tipo e ordem j []
K_{RCL}	Parâmetro característico do conjunto atenuador-fluido-sistema hidráulico []
K'_{RCL}	Parâmetro característico do conjunto atenuador-fluido-sistema hidráulico []
$\{\mathbf{K}\}$	Matriz global de coeficientes (rigidez, inércia, etc.) [kg, N/m, N m/rad, etc]
L	Inertância [Pa.s ² /m ³]
L_{aneur}	Comprimento do aneurisma [m]
L_e	Comprimento equivalente do sistema hidráulico [m]
L_{cp}	Comprimento entre as marcas no corpo de prova deformado [m]
$L_{cp,0}$	Comprimento inicial da região de referência do corpo de prova [m]
$L_{g,i}$	Distância entre as garras medida na imagem [m]
$L_{g,r}$	Distância entre as garras real [m]
L_{pj}	Espessura do meio poroso [m]
$M_j(\sqrt{\omega'})$	Módulo da função de Bessel de primeiro tipo $J_j(i^{3/2}\sqrt{\omega'})$ com ordem j []
N	Número de amostras []
P_0	Perímetro do atenuador não deformado [m]
Pw_{total}	Taxa de energia mecânica transportada pelo escoamento na entrada do atenuador [W]
$Q(t)$	Vazão em função do tempo à montante do atenuador [m ³ /s]
$Q_C(t)$	Vazão em função do tempo armazenada ou liberada pelo atenuador [m ³ /s]
$Q_R(t)$	Vazão em função do tempo que flui através do sistema hidráulico, à jusante do atenuador [m ³ /s]
Q_n	Amplitude da componente n na série temporal da vazão $Q(t)$ [m ³ /s]

$Q_{os,e}$	Amplitude equivalente generalizada de um sinal de vazão [m^3/s]
$Q_{os,P,e}$	Amplitude equivalente de um sinal de vazão à montante do atenuador [m^3/s]
$Q_{os,R,e}$	Amplitude equivalente de um sinal de vazão à jusante do atenuador [m^3/s]
$Q_{os,R,n}$	Amplitude da componente n na série temporal da vazão a jusante do atenuador $Q_R(t)$ [m^3/s]
Q_{ta}	Média temporal da vazão $Q(t)$ [m^3/s]
QMI_{FSI}	Quantidade mínima de interações entre o problema estrutural e o problema fluidodinâmico []
R	Resistência ao escoamento [$\text{Pa s}/\text{m}^3$]
R_{amp}	Razão entre a amplitude da principal componente da velocidade $u_{m,os,n}$ e a média temporal da velocidade média $u_{m,ta}$ []
R_Φ	Resíduo numérico da propriedade Φ em escala local []
R	Vetor de resíduos critério de critério de convergência de força ou momento do problema estrutural [N ou N m]
Re	Número de Reynolds []
$Re(t)$	Número de Reynolds instantâneo baseado na velocidade média $u_m(t)$ []
$Re_{os,n}$	Amplitude da componente n do sinal de Reynolds instantâneo $Re(t)$ []
Re_{ta}	Média temporal do número de Reynolds instantâneo $Re(t)$ []
U	Função de energia de deformação por unidade de volume [$\text{J}/\text{m}^3 = \text{Pa}$]
U_h	Energia de deformação do material hiperelástico [J/m^3]
U_{Yeoh}	Energia de deformação segundo o modelo Yeoh [J/m^3]
U_{exp}	Incerteza expandida relativa []
V	Variância amostral [$\text{Pa}^2, (\text{m}^3/\text{s})^2$]
V_d	Volume do atenuador [m^3]
V_{d0}	Volume do atenuador não deformado [m^3]
V_{esp}	Volume de um espécime do material do atenuador [m^3]

Wo Número de Womersley []

Letras latinas minúsculas:

a_b	Expoente da correlação de Blasius para o fator de atrito []
a_{nb}	Coefficiente de influência para a célula vizinha nb no cálculo do resíduo local []
a_n	Coefficiente da função sin na série temporal da vazão $Q(t)$ [m ³ /s]
a_P	Coefficiente de influência para a célula vizinha central P no cálculo do resíduo local []
$aten_{Q,e}$	Atenuação da amplitude equivalente da vazão [%]
$aten_{Q,n}$	Atenuação da amplitude da componente n do sinal de vazão [%]
$aten_{Q,1}$	Atenuação da amplitude do sinal de vazão com apenas uma componente harmônica [%]
b_b	Coefficiente angular da correlação de Blasius para o fator de atrito []
b_n	Coefficiente da função cos na série temporal da vazão $Q(t)$ [m ³ /s]
b_S	Contribuição de um termo fonte no cálculo do resíduo local []
c_p	Velocidade de propagação da onda de pressão no material do atenuador [m/s]
$d_i^{[s]}$	Componente do vetor de deslocamento do sólido na direção x_i [m]
$\mathbf{d}^{[F]}$	Vetor de deslocamento no domínio fluido [m]
$\mathbf{d}^{[S]}$	Vetor de deslocamento no domínio sólido [m]
f_c	Fator de abrangência []
f_c	Fator de correção do comprimento na imagem []
h_d	Espessura da parede do atenuador [m]
k	Número de termos harmônicos em uma série temporal de vazão ou pressão []
m_{esp}	Massa de um espécime do material do atenuador seco [kg]
m_{sub}	Massa de um espécime do material do atenuador submerso em água [kg]

n	Número de um termo harmônico específico em uma série temporal de vazão ou pressão $Q(t)$ []
n_{nb}	Número de células vizinhas a célula P no cálculo do resíduo local []
n_c	Número de células totais do domínio considerado []
n_p	Número de pontos de transferência de resultados no cálculo do resíduo como critério de convergência []
n_y	Ordem do modelo Yeoh []
\hat{n}	Vetor unitário normal a uma superfície []
$\hat{n}^{[F]}$	Vetor unitário normal a superfície em um ponto considerado do domínio fluido []
$\hat{n}^{[S]}$	Vetor unitário normal a superfície em um ponto considerado do domínio sólido []
$p(t)$	Pressão em função do tempo atuante no atenuador [Pa]
p_{atm}	Pressão atmosférica [Pa]
$p_{\Gamma_{inlet}^F}$	Pressão média na região de entrada do atenuador [Pa]
$p_{\Gamma_{pj}^F}$	Pressão média na face voltada para o atenuador da superfície com condição de <i>porous jump</i> [Pa]
$p_{os,n}$	Amplitude da componente n do sinal de pressão $p(t)$ [Pa]
p_{out}	Pressão manométrica aplicada na condição de saída do domínio fluido [Pa]
p_{ta}	Média temporal da pressão $p(t)$ [Pa]
r_{aneur}	Raio do aneurisma [m]
r_{art}	Raio médio da artéria não dilatada [m]
r_d	Raio do atenuador [m]
s_i	Vetor de solução do problema estrutural (deslocamento, aceleração, etc.) na interação i [m, rad, m/s ² , etc.]
t	Tempo [s]
t_f	Tempo final da simulação numérica [s]

$u_m(t)$	Velocidade média na seção transversal [m/s]
u_i	Componente do vetor de velocidade do fluido na direção x_i [m/s]
u_x	Componente do vetor de velocidade do escoamento na direção x [m/s]
u_y	Componente do vetor de velocidade do escoamento na direção y [m/s]
u_z	Componente do vetor de velocidade do escoamento na direção z [m/s]
$u_i^{[g]}$	Componente do vetor de velocidade da coordenada móvel [m/s]
$u_{m,d}$	Velocidade de escoamento média na seção transversal do atenuador [m/s]
$u_{m,in}(t)$	Velocidade média na entrada do domínio fluido em função do tempo [m/s]
$u_{m,inlet}(t)$	Velocidade média transiente na entrada do aneurisma [m/s]
$u_{m,os,n}$	Amplitude da componente n do sinal de velocidade média $u_m(t)$ [m/s]
$u_{m,ta}$	Média temporal da velocidade média na seção transversal $u_m(t)$ [m/s]
$u_{ta,inlet}$	Média temporal da velocidade no ciclo de batimento cardíaco [m/s]
$u_{w,d}$	Velocidade média de deslocamento da parede do atenuador [m/s]
\mathbf{u}	Vetor de velocidade do escoamento [m/s]
\tilde{u}	Incerteza padrão de medição [Pa, m ³ /s]
u_A	Incerteza padrão das medidas Tipo A [Pa, m ³ /s]
$u_{A,m}$	Incerteza padrão das medidas Tipo A para os testes com escoamento [Pa, m ³ /s]
$u_{A,back}$	Incerteza padrão das medidas Tipo A sem escoamento [Pa, m ³ /s]
u_B	Incerteza padrão das medidas Tipo B [Pa, m ³ /s]
u_{calib}	Incerteza de calibração [Pa, m ³ /s]
u_{calib}	Incerteza de conversão analógico-digital [Pa, m ³ /s]
u_{comb}	Incerteza combinada [Pa, m ³ /s]
v_i	Valor de uma variável experimental medida [Pa, m ³ /s]
\bar{v}	Média dos valores de uma variável experimental medida [Pa, m ³ /s]

x_i Direção do sistema de coordenadas cartesiano, em que $x_1 = x$, $x_2 = y$ e $x_3 = z$ [m]

Letras gregas maiúsculas:

Δp_{pj} Queda de pressão promovida por um meio poroso [Pa]

ΔP_d Variação do perímetro do atenuador [m]

ΔP_w Taxa de retenção da energia mecânica do escoamento no atenuador [W]

ΔV_d Variação do volume do atenuador [m³]

Δt Passo de tempo da simulação numérica [s]

$\hat{\Delta}_i$ Variação normalizada no resultado do ponto j transferido entre o domínio fluido e estrutural na simulação FSI []

Φ Propriedade genérica transportada no escoamento []

Φ_i Valor da variável considerada (força ou deslocamento) na interação atual [N, m]

Φ_{i-1} Valor da variável considerada (força ou deslocamento) na interação anterior [N, m]

$\overline{\Phi}_i$ Valor médio da variável considerada (força ou deslocamento) transferido na interação i [N, m]

$\Phi_{i,n}$ Razão entre a amplitude da componente inercial e a amplitude do gradiente de pressão []

$\Phi_{\text{máximo}}$ Valor máximo de Φ no domínio avaliado []

$\Phi_{\text{mínimo}}$ Valor mínimo de Φ no domínio avaliado []

Φ_{nb} Valor de Φ em uma célula vizinha nb []

Φ_P Valor de Φ em uma célula central P []

$\Phi_{v,n}$ Razão entre a amplitude da componente viscosa e a amplitude do gradiente de pressão []

Γ_{inlet}^F Superfície na qual é atribuída a condição de entrada no domínio fluido

Γ_{outlet}^F Superfície na qual é atribuída a condição de saída no domínio fluido

$\Gamma_{\text{simetry}}^F$ Superfície na qual é atribuída a condição de simetria no domínio fluido

$\Gamma_{\text{FSI}}^{\text{F}}$	Superfície na qual é atribuída a condição de interação fluido-estrutura no domínio fluido
$\Gamma_{\text{pj}}^{\text{F}}$	Superfície na qual é atribuída a condição de queda de pressão abrupta no domínio fluido
$\Gamma_{\text{Wall}}^{\text{F}}$	Superfície na qual é atribuída a condição de parede no domínio fluido
$\Gamma_{\text{FSI}}^{\text{S}}$	Superfície na qual é atribuída a condição de interação fluido-estrutura no domínio sólido
$\Gamma_{\text{ext}}^{\text{S}}$	Superfície externa na qual é atribuída a condição livre de tensão no domínio sólido
$\Lambda_{\text{fixa}}^{\text{S}}$	Superfície na qual é atribuída a condição deslocamento nulo no domínio sólido

Letras gregas minúsculas:

α	Fator de relaxação aplicado na transferência do incremento do deslocamento do domínio estrutural para o fluidodinâmico []
α_{pj}	Permeabilidade do meio poroso [m ²]
δ_{ij}	Delta de Kronecker []
ω	Frequência angular [rad/s]
ω'	Frequência adimensional []
ϵ_{kl}	Componente do tensor de deformações de Lagrange [m/m]
ϵ_{cp}	Deformação normal do corpo de prova [m/m]
ϵ_S	Tolerância adotada no critério de critério de convergência de força ou momento do problema estrutural []
ϵ_{tan}	Deformação tangencial [mm/mm]
$\eta_1(\sqrt{\omega'})$	Função <i>eta</i> dependente da frequência adimensional ω' []
$\theta_j(\sqrt{\omega'})$	Ângulo de fase da função de Bessel de primeiro tipo $J_j(i^{3/2}\sqrt{\omega'})$ com ordem j []
$\iota_1, \iota_2, \iota_3$	Alongamentos principais [(m/m)]
λ_s	Fator de atrito do escoamento em regime permanente []
$\lambda_u(t)$	Fator de atrito instantâneo do escoamento intermitente []

$\lambda_{u,ta}$	Fator de atrito médio do escoamento intermitente []
ζ	Razão entre o fator de atrito médio do escoamento intermitente e o fator de atrito do escoamento em regime permanente []
μ	Viscosidade dinâmica do fluido [Pa s]
ν	Viscosidade cinemática do fluido [m ² /s]
$\xi_1(\sqrt{\omega'})$	Função <i>qui</i> dependente da frequência adimensional ω' []
ρ	Massa específica do fluido [kg/m ³]
$\rho^{[s]}$	Massa específica do sólido [kg/m ³]
ρ_{esp}	Massa específica de um espécime do material do atenuador [kg/m ³]
ρ_w	Massa específica da água destilada na temperatura média dos testes de massa específica [kg/m ³]
$\sigma_{ij}^{[f]}$	Componente do tensor de tensões no fluido [Pa]
$\sigma_{ij}^{[s]}$	Componente do tensor de tensões de Cauchy no sólido [Pa]
σ_{zz}	Componente do tensor de tensões normal ao plano <i>xy</i> (plano <i>z</i>) [Pa]
σ_{cp}	Tensão normal na seção transversal de referência do corpo de prova [Pa]
$\sigma_{nn}^{[S]}$	Componente do tensor $\sigma^{[S]}$, normal a uma superfície no domínio sólido [Pa]
τ	Período [s]
$\tau_w(t)$	Tensão de cisalhamento na parede da tubulação [Pa]
$\tau_{w,ta}$	Média temporal da tensão de cisalhamento na parede $\tau_w(t)$ [Pa]
$\tau_{w,os,n}$	Amplitude da componente <i>n</i> do sinal da tensão de cisalhamento na parede $\tau_w(t)$ [Pa]
ν_d	Coefficiente de Poisson do material do atenuador []
$\phi_{p,n}$	Ângulo de fase da componente <i>n</i> do sinal de pressão $p(t)$ [rad]
ϕ_n	Ângulo de fase da componente <i>n</i> da vazão $Q(t)$ [rad]
$\phi_{R,n}$	Ângulo de fase da componente <i>n</i> na série temporal da vazão a jusante do atenuador $Q_R(t)$ [rad]

$\phi_{u,n}$ Ângulo de fase da componente n da velocidade média $u_m(t)$ ou da tensão de cisalhamento na parede $\tau_w(t)$ [rad]

Operadores matemáticos:

$\frac{d^n}{dt^n}$ Derivada temporal de ordem n

\int_a^b Integral definida nos limites de a até b

$\mathcal{L}\{\}$ Transformada de Laplace

\in Pertence

\cdot Produto escalar

\cup União

Sumário

1	INTRODUÇÃO	27
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E MODELAGEM MATEMÁTICA	34
2.1	Modelo <i>Windkessel</i>	34
2.1.1	Amplitude equivalente e atenuação da amplitude da vazão	38
2.1.2	Análise dos parâmetros governantes da atenuação	40
2.1.2.1	Resistência ao escoamento e inertância do sistema hidráulico	42
2.1.2.2	Complacência do atenuador	43
2.1.2.3	Grupos adimensionais relevantes na atenuação	45
2.2	Modelo <i>Windkessel</i> modificado para escoamento pulsátil com frequências moderadas e altas	48
2.2.1	Regime laminar	49
2.2.2	Considerações do efeito da intermitência	51
2.2.3	Escoamento turbulento pulsátil em regime quase-permanente	53
2.2.4	Escoamento turbulento pulsátil em regime intermediário e inercial dominante	53
2.3	Modelo de interação fluido-estrutura	57
2.3.1	Materiais hiperelásticos	59
2.3.2	Relação entre o ensaio de tração uniaxial e as propriedades do material isotrópico, incompressível e hiperelástico, no modelo Yeoh	61
3	REVISÃO DE LITERATURA	63
4	OBJETIVOS	67
4.1	Objetivo geral	67
4.2	Objetivos específicos	67
5	METODOLOGIA	69
5.1	Testes experimentais dos atenuadores	69
5.1.1	Descrição e operação da bancada	69
5.1.2	Condições dos testes e procedimentos experimentais	73
5.1.3	Análise de incerteza	75
5.2	Obtenção das propriedades físicas da borracha de silicone utilizada nos atenuadores e estimativa da complacência dos atenuadores	76
5.2.1	Determinação da massa específica	76
5.2.2	Caracterização do comportamento mecânico	76
5.2.3	Atenuadores tubulares	81

5.2.4	Estimativa da complacência variável do atenuador como função da pressão interna e com uso do modelo Yeoh	83
5.3	Métodos de solução do modelo <i>Windkessel</i> modificado para escoamento pulsátil com frequências moderadas e altas	86
5.3.1	Regime laminar	86
5.3.2	Regime turbulento	87
5.4	Modelo tridimensional de FSI do escoamento laminar através de um atenuador tubular de material elástico linear	88
5.4.1	Geometria e propriedades físicas utilizadas	89
5.4.2	Condições de contorno	89
5.4.3	Malha e teste de independência dos resultados em relação a discretização	94
5.4.4	Verificação da metodologia de simulação computacional com o modelo tridimensional de FSI	99
5.4.4.1	Geometria, malha e propriedades físicas utilizadas	99
5.4.4.2	Condições de contorno	102
5.4.4.3	Esquema numérico	106
5.4.5	Casos analisados e esquema numérico	107
5.4.6	Pós-processamento dos resultados	113
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	115
6.1	Testes experimentais dos atenuadores	115
6.1.1	Atenuação da vazão	115
6.1.1.1	Testes em regime laminar	115
6.1.1.2	Testes em regime turbulento	118
6.2	Propriedades físicas da borracha de silicone utilizada nos atenuadores e estimativa de complacência dos atenuadores	122
6.2.1	Massa específica da borracha de silicone utilizada nos atenuadores	122
6.2.2	Relação tensão-deformação	123
6.2.3	Estimativa da complacência variável do atenuador como função da pressão interna e com uso do modelo Yeoh	126
6.3	Avaliação dos modelos teóricos para a atenuação da vazão	127
6.3.1	Comportamento geral do modelo <i>Windkessel</i> modificado para escoamento laminar pulsátil com frequências moderadas e altas.	127
6.3.2	Comportamento geral do modelo <i>Windkessel</i> modificado para escoamento turbulento pulsátil com frequências moderadas e altas.	128
6.4	Comparação entre os modelos teóricos e os resultados experimentais de atenuação	131
6.5	Modelo FSI do escoamento laminar através de um atenuador tubular de material elástico linear	136
6.5.1	Resultados do caso de verificação	136

6.5.2	Atenuação da amplitude de vazão e comparação das simulações com o modelo <i>Windkessel</i> de dois elementos	140
6.5.2.1	Comparação entre R teórico e R_{sim}	149
6.5.2.2	Comparação entre C teórico e C_{sim}	151
6.5.3	Fluidodinâmica no interior do atenuador	153
6.5.4	Variação do volume e balanço de energia no atenuador.	162
6.5.5	Limitações da análise FSI	165
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	167
7.1	Trabalhos futuros	169
7.2	Publicações resultantes	170
	REFERÊNCIAS	172
A	SOLUÇÃO COMPLETA DO MODELO <i>WINDKESSEL</i> DE TRÊS ELEMENTOS.	184
B	SOLUÇÃO COMPLETA DO MODELO <i>WINDKESSEL</i> GENERALIZADO PARA ESCOAMENTO PULSÁTIL LAMINAR.	191
C	CÓDIGOS DESENVOLVIDOS PARA SOLUÇÃO DO MODELO <i>WINDKESSEL</i> MODIFICADO PARA ESCOAMENTO PULSÁTIL COM FREQUÊNCIAS MODERADAS E ALTAS.	197
C.1	Código implementado em Scilab 2024.0.0 para a solução do Modelo <i>Windkessel</i> modificado para escoamento laminar (Equação 2.66.) .	197
C.2	Código implementado em Scilab 2024.0.0 para a solução do Modelo <i>Windkessel</i> modificado para escoamento turbulento (Equação 2.92) baseado na formulação da tensão na parede $\tau'_w(t)$ (Equação 2.87) .	230

1 Introdução

Atenuadores são dispositivos extensivamente utilizados para reduzir pulsações de pressão e vazão em sistemas fluidodinâmicos. Tais pulsações geram ruído excessivo e vibrações mecânicas indesejáveis nas tubulações dos sistemas, além de a intermitência na vazão constituir-se em um problema para a estabilidade de processos (XIAOHUI et al., 2015; KOEGLER et al., 2017; SHI et al., 2019; XU et al., 2019). O uso de atenuadores é muito comum em sistemas hidráulicos que possuem a força motriz advinda de bombas de deslocamento positivo, especialmente as de princípio alternativo, como as de pistão e de diafragma, que promovem o escoamento com vazão flutuante ou intermitente inerente ao seu funcionamento (XU et al., 2018; ZUTI et al., 2019). Atenuadores também são utilizados em sistemas cujas instabilidades são provenientes de escoamentos bifásicos, como em geradores de vapor e condensadores (LIANG et al., 2018). Naturalmente, ao diminuir as amplitudes da flutuação de pressão, o atenuador contribui para que a vazão, que também possui características intermitentes, possa se tornar mais estável. A presença do atenuador também protege o sistema de tubulações da fadiga mecânica e condiciona o sistema hidráulico para melhor operação de instrumentos de medição instalados na linha, entre outras vantagens (ORTWIG, 2005).

De acordo com o princípio de funcionamento, os atenuadores podem ser divididos em três categorias: resistivos, reativos e de princípio misto (WANG et al., 2021). Nos atenuadores resistivos, a energia mecânica da pulsação é dissipada por meio do atrito quando o escoamento atravessa um meio poroso composto por um material com alta capacidade de absorção, como asbesto ou borracha, ou por um orifício que causa grande restrição de área transversal. Os atenuadores resistivos são eficientes na redução da pulsação de pressão, sem limitação de frequência; porém, causam elevadas perdas de energia e dependem de manutenção frequente devido ao desgaste no elemento de restrição ou meio de dissipação.

Na categoria dos atenuadores reativos, são encontradas diversas configurações, que possuem em comum a característica de responder à pulsação não somente com a dissipação irreversível da energia, mas também com absorção e restituição. Os atenuadores reativos podem ser divididos nos seguintes tipos: atenuadores de interferência, de ressonância, câmaras de expansão e acumuladores. Os atenuadores de interferência são derivações instaladas na linha principal do sistema hidráulico que causam reflexões da onda de pressão e tais reflexões geram interferências que atenuam a pulsação (SELAMET et al., 1994; LATO; MOHANY, 2019). Nas câmaras de expansão, o aumento abrupto da seção transversal, em conjunto com a característica de compressibilidade do fluido, que passa a ser relevante no volume da câmara, resulta na redução da amplitude da pressão

(MAREK et al., 2014). Os atenuadores de ressonância baseiam seu funcionamento na manifestação de uma resposta dinâmica amplificada diante da pulsação que ocorre na frequência de ressonância para a qual o dispositivo foi projetado, o mais próximo possível da frequência dominante do escoamento. Os atenuadores de ressonância mais simples, como os de Helmholtz de tipo H, possuem frequência de atuação bastante limitada, apresentam grande volume, o que limita algumas aplicações. Porém, estes atenuadores dispõem de manutenções, tornando-se simples e confiáveis (XU et al., 2010). Outras configurações mais elaboradas de atenuadores de ressonância são aplicadas buscando contornar a limitação de frequência, sendo um exemplo a geometria com placa fina analisada por He et al. (2019). Por fim, os atenuadores de princípio misto combinam características de funcionamento dos atenuadores resistivos e reativos, buscando compensar as limitações de um tipo, com as qualidades de outro. Exemplos deste tipo de atenuador são analisados por Guan et al. (2012), Yang e Deng (2018) e Shang et al. (2020).

Os atenuadores reativos do tipo acumulador são mais indicados para promover a atenuação das flutuações de vazão, em faixas de frequências mais baixas em relação às frequências relacionadas aos ruídos. Os atenuadores acumuladores possuem princípio de funcionamento baseado no mecanismo de transferência da energia mecânica inicialmente presente no fluido que é transportado, para um meio contínuo (fluido ou sólido), que possui capacidade considerável de armazenamento dessa energia por meio de sua deformação. Assim, a energia mecânica que instantaneamente excede os patamares médios, e que está associada aos picos de pressão em um escoamento intermitente, pode ser temporariamente armazenada no meio contínuo deformável e restituída posteriormente e em quase sua totalidade quando o patamar de pressão no escoamento se reduz, uma vez que sempre existem irreversibilidades neste processo. Este ciclo de retirada, armazenamento e restituição da energia mecânica é o que promove a estabilização e a redução das flutuações de pressão e vazão nos escoamentos intermitentes. Em analogia com sistemas mecânicos dinâmicos, como a suspensão de um veículo por amortecedor, o meio contínuo deformável faz o papel de uma mola, que se deforma quando a roda passa sobre uma perturbação no trajeto, seja uma saliência ou um buraco, exercendo uma força restauradora à posição de equilíbrio quando a perturbação cessa (RAO, 2011).

Nos atenuadores acumuladores convencionais, gases comprimidos são utilizados como meio contínuo deformável, sendo os gases mais comumente utilizados o nitrogênio (N_2) puro e o ar seco. O gás é separado do fluido por uma membrana relativamente fina, geralmente constituída de material elastômero altamente deformável, como a borracha vulcanizada ou a borracha nitrílica. Nestes atenuadores, fundamentos da termodinâmica relacionados aos processos de compressão de gases são utilizados para o dimensionamento básico, como a determinação do volume total do atenuador e a variação da pressão no gás, dadas as condições operacionais (WU et al., 2019).

Uma vez dimensionado e devidamente instalado, e desconsiderando-se outros eventos adversos como o eventual rompimento da membrana elástica, a eficiência do atenuador é dependente da manutenção da pressão do gás em valores próximos ao prescrito no dimensionamento. Na maioria dos sistemas conhecidos, tal manutenção pode ser feita sem grandes empecilhos. Porém, em algumas áreas da engenharia como na exploração de petróleo *offshore*, há sempre uma demanda pela evolução tecnológica dos dispositivos de forma que apresentem extremo grau de confiabilidade e necessidade de manutenção cada vez mais reduzida. É fato que, sob grandes lâminas de água, quaisquer intervenções em equipamentos são de execução extremamente difícil e, sobretudo, muito custosas. Sob tal ótica, torna-se interessante o desenvolvimento do conceito de um tipo de atenuador que opere sem a necessidade de um volume de gás, mas que ainda apresente a capacidade de atenuar a pressão/vazão em uma faixa de frequências operacionais adequada e seja compacto o suficiente para possibilitar sua adaptação na maioria dos sistemas sem grandes alterações.

Para que um atenuador opere sem a necessidade de um gás, outro tipo de meio contínuo que armazene a energia mecânica do escoamento se faz necessário. Possibilidades mais diretas se encontram em materiais semelhantes aos utilizados nas próprias membranas dos atenuadores convencionais. A teoria que fundamenta o dimensionamento e projeto do atenuador deve ser revisitada, sendo alguns conceitos e definições mantidos diretamente, enquanto analogias entre as duas metodologias seriam mantidas em outros aspectos. Porém, ao se substituir o gás por um meio sólido deformável, no cerne da análise, os modelos termodinâmicos que regem o comportamento de gases seriam substituídos por equações governantes da mecânica do contínuo e relações constitutivas que regem o comportamento tensão-deformação do material.

Elementos que operam como atenuadores, armazenando a energia mecânica do escoamento pulsado em uma membrana deformável, são muito comuns na área de hemodinâmica, ramo da medicina que apresenta intersecção com a engenharia e basicamente estuda a fluidodinâmica do sistema circulatório e suas implicações (KU, 1997; THOMAS; SUMAM, 2016). Um exemplo clássico é a artéria aorta, que, localizada imediatamente após o coração e possuindo um diâmetro consideravelmente maior que o de outras artérias, contribui para a redução do pico de pressão no restante do sistema circulatório durante a sístole e faz com que, mesmo durante a diástole, em que o coração não impulsiona o sangue, o escoamento seja mantido na maioria das outras artérias.

A literatura demonstra então que muitas análises e modelos utilizados na área de hemodinâmica possuem analogias com os modelos dos sistemas hidráulicos industriais, e a intersecção de ambas as áreas pode contribuir para o desenvolvimento da metodologia de projeto e otimização de atenuadores. Em ambos os campos de pesquisa, tanto o uso de modelos de parâmetros concentrados (ou 0D, de "zero-dimensional") como o uso de modelos

de parâmetros distribuídos (uni, bi ou tridimensionais) permitem que os comportamentos dos sistemas analisados sejam descritos em termos de parâmetros governantes indicados pela teoria envolvida. Os modelos zero-dimensionais são ditos modelos de parâmetros concentrados pois relacionam determinadas propriedades específicas características do sistema que, na verdade, podem estar associadas a diversos elementos, formas ou arranjos. Em outras palavras, na descrição de um componente no modelo de parâmetros concentrados, somente é relevante a relação funcional entre as variáveis de análise, não sendo levadas em consideração características específicas do componente. Por exemplo, uma mola de prato e uma mola helicoidal não se diferenciam em um sistema massa-mola-amortecedor se possuírem a mesma razão entre força e deformação, que define a rigidez deste componente. Os modelos de parâmetros concentrados aumentam em complexidade à medida que são considerados mais componentes no sistema e quando as relações matemáticas entre as variáveis de análise forem não lineares, mas, em geral, as respostas são obtidas em tempo consideravelmente menor em relação ao tempo necessário para obter as soluções a partir dos modelos de parâmetros distribuídos.

O modelo *Windkessel* é o modelo mais fundamental para análise de sistemas fluidodinâmicos que apresentam escoamentos intermitentes, fluindo através de elementos que fornecem uma resistência ao escoamento. Nesta classe de escoamentos, as amplitudes das componentes oscilatórias da vazão e pressão são passíveis de serem atenuadas pela presença de um elemento cuja variação do volume depende da pressão à qual está submetido, característica denominada complacência. A primeira formulação deste modelo foi feita por Otto Frank em 1899 (SAGAWA et al., 1990; WESTERHOF et al., 2009). Desde então, variações deste modelo têm sido utilizadas para estudos do comportamento do sistema hemodinâmico, sendo exemplos mais recentes os trabalhos de Aboelkassem e Virag (2019), Bahloul e Laleg-Kirati (2020), Ghitti et al. (2022), Ujiie e Iwata (2022), Ortiz-Rangel et al. (2022) e Bahloul et al. (2022). Na hemodinâmica, o modelo *Windkessel* também é aplicado para fornecer condições de contorno para os problemas de simulação numérica com CFD (*computational fluid dynamics* – mecânica dos fluidos computacional), conforme feito por Czechowicz et al. (2014) e Pirola et al. (2017). Ainda que seja o mais básico dos modelos 0D, segundo Westerhof et al. (2009), o modelo *Windkessel* de dois parâmetros ou elementos (resistência hidráulica e complacência do atenuador) apresenta baixo erro de previsão da resposta da distribuição temporal da pressão em baixas frequências (da ordem de 1 Hz, próximas à frequência cardíaca de um humano adulto saudável em repouso).

Os modelos de parâmetros concentrados são limitados quando características espaciais se tornam relevantes no problema (como distribuição não uniforme de esforços, complexidades geométricas e anisotropia nas propriedades dos materiais envolvidos), ou quando há necessidade de investigar comportamentos espaciais de variáveis de interesse em elementos específicos do sistema, como o campo de velocidade no interior do atenuador ou determinar o coeficiente de perda de carga deste mesmo dispositivo. Tais análises

são executadas utilizando-se modelos de parâmetros distribuídos. Nestes modelos, as relações matemáticas entre as variáveis do problema, geralmente expressas na forma de balanços diferenciais, são avaliadas pontualmente no interior dos domínios que representam determinado componente do sistema mecânico ou fluidodinâmico. A solução dos sistemas de equações diferenciais geradas pelos balanços resulta em campos (distribuições espaciais) das variáveis de interesse, que podem ser dependentes do tempo em problemas transientes, ou independentes do tempo em problemas que alcançam regime permanente. Para a maioria dos casos presentes nas áreas de ciência e engenharia, tais sistemas de equações diferenciais não possuem soluções analíticas. Nestes casos, as análises são realizadas com uso de métodos numéricos, que são técnicas utilizadas para aproximar o sistema de equações diferenciais para um sistema de equações algébricas e substituir os balanços pontuais das variáveis por balanços feitos em pequenas regiões formadas por uma divisão prévia do domínio. Em geral, quanto mais detalhada esta divisão, melhor a qualidade da solução; porém, mais recursos computacionais são necessários para a obtenção da solução em um tempo de processamento razoável.

Entre diversos métodos numéricos desenvolvidos, destacam-se as técnicas de mecânica dos fluidos computacional com uso do método dos volumes finitos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007), e o método dos elementos finitos (ZIENKIEWICZ et al., 2005), outra técnica de análise numérica para problemas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais, bastante difundida desde a década de 1970, especialmente no campo da mecânica dos sólidos. Em alguns componentes específicos, como em atenuadores, acumuladores ou artérias do sistema circulatório, há profunda dependência entre o escoamento do fluido e a dinâmica de elementos sólidos, de forma que as técnicas de CFD e de elementos finitos são utilizadas em conjunto na solução do problema. Esta abordagem é conhecida como interação fluido-sólido ou interação fluido-estrutura (FSI - *fluid solid interaction* ou *fluid structure interaction*) (WANG, 2008; OCHRYMIUK et al., 2022).

Seguindo os significativos avanços na computação científica das últimas três décadas, principalmente em termos da redução de custo de *hardware*, aumento da capacidade de processamento e popularização de códigos comerciais e abertos, as técnicas de CFD e/ou FSI têm sido aplicadas na análise de diversas classes de problemas, tanto no campo do desenvolvimento de atenuadores quanto no campo da hemodinâmica. Seguem alguns exemplos: determinação de coeficientes de perda de carga em atenuadores de bexiga (XIN et al., 2021); atenuação de pulsações de pressão em atenuador de bexiga (ZHU et al., 2019); comparação entre modelos unidimensionais e tridimensionais para diferentes geometrias de dispositivos (TORREGROSA et al., 2012); estudo de geometrias complexas do sistema circulatório e comparação entre modelos unidimensionais e tridimensionais (REYMOND et al., 2013); previsão de efeitos de inserção de enxertos sobre a hemodinâmica em condições específicas do paciente (NANNINI et al., 2021); avaliação de válvulas cardíacas (DUMONT et al., 2007; GHOSH et al., 2018); avaliação de comportamento de materiais destinados

a enxertos (JAYENDIRAN et al., 2018; JAYENDIRAN et al., 2020; KUCHUMOV et al., 2022); avaliação de risco de desenvolvimento de patologias (TAELMAN et al., 2016; ROSTAM-ALILOU et al., 2022); avaliação das características viscoelásticas do material da parede das artérias (BERTAGLIA et al., 2021) e análise do transporte de células sanguíneas com modelo multifásico do sangue (CHANDRAN et al., 2020).

No campo do desenvolvimento e análise de atenuadores para sistemas fluidodinâmicos industriais, estudos utilizando modelos de FSI ainda não são tão difundidos quanto na área de hemodinâmica. Além disso, em sua recente revisão, Wang et al. (2021) indica que existe grande potencial de pesquisas com a aplicação de CFD na análise de atenuadores, especialmente em relação à avaliação de efeitos térmicos e de compressibilidade sobre o fluido, principalmente no caso de óleos, e de modelos para escoamentos turbulentos.

Dentro deste contexto, o presente trabalho se propôs a desenvolver e aplicar modelos de parâmetros concentrados e distribuídos de interação fluido-estrutura, submetidos à validação experimental, para a análise de um atenuador do tipo acumulador, de geometria tubular complacente, com ênfase na atenuação da vazão de escoamentos intermitentes, tanto em regime laminar quanto em regime turbulento. O modelo *Windkessel* foi utilizado para obtenção de parâmetros adimensionais úteis na descrição do comportamento do atenuador. Este modelo também foi modificado para permitir a estimativa da atenuação em escoamentos intermitentes em regime laminar e turbulento, em frequências médias e altas, nas quais os termos inerciais no transporte de massa e quantidade de movimento são mais relevantes. Foram realizados testes experimentais em atenuadores de diferentes complacências, avaliando o desempenho da atenuação da amplitude da vazão em diversos Reynolds e frequências. Entre os modelos, foram avaliados efeitos de diferentes descrições da geometria e do comportamento mecânico do material. Estes resultados experimentais foram comparados com os resultados dos modelos de parâmetros concentrados para propor ajustes dos modelos que auxiliem no projeto do atenuador. Os resultados obtidos com os modelos FSI em regime laminar e o modelo *Windkessel* de dois elementos foram comparados a fim de fundamentar discussões acerca de características do atenuador relevantes no projeto deste dispositivo para futuras aplicações, como o efeito da geometria e do comportamento tensão-deformação do material sobre a complacência efetiva do elemento, a fluidodinâmica no interior do atenuador e o balanço de energia mecânica no escoamento através deste elemento.

O trabalho está organizado na seguinte estrutura: no Capítulo 1 apresenta-se a contextualização do problema e a motivação da pesquisa, amparadas pela apresentação de trabalhos em diversas áreas que demonstram a relevância do tema; no Capítulo 2 faz-se a apresentação de conceitos e equacionamentos fundamentais, com ênfase nos modelos utilizados; o Capítulo 3 traz um levantamento dos desenvolvimentos relevantes nas áreas de atenuadores e aplicações de simulações com FSI, principais áreas abordadas

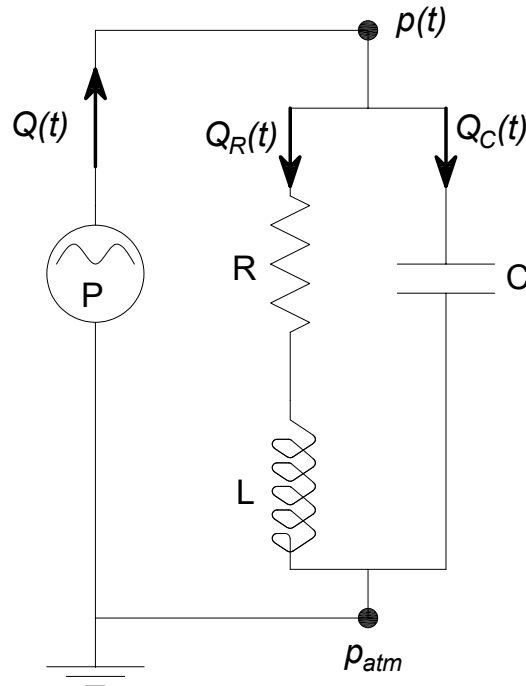
por este trabalho; a descrição dos procedimentos experimentais e numéricos realizados para a implementação e solução dos modelos e obtenção dos comportamentos reais são apresentados no Capítulo 5; resultados são apresentados e principais comportamentos são discutidos no Capítulo 6; e no Capítulo 7 são destacados os avanços no entendimento do problema alcançados com os resultados obtidos no estado de desenvolvimento atual do trabalho e feitas proposições de futuros pontos a serem explorados.

2 Fundamentação teórica e modelagem matemática

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos e equacionamentos utilizados na análise do sistema alvo do trabalho. Os modelos são apresentados em uma ordem de complexidade crescente. A Seção 2.1 apresenta o modelo *Windkessel* de três elementos, que é um modelo unidimensional, de parâmetros concentrados, limitado ao escoamento laminar e materiais com propriedades constantes. É definida a amplitude equivalente, útil na avaliação de sinais de vazão ou pressão com diversas componentes oscilatórias, e uma medida da atenuação é apresentada. Parâmetros adimensionais para comparação entre sistemas também são discutidos. A Seção 2.2 aborda modificações propostas sobre o modelo *Windkessel* de três elementos para tratar casos com escoamento laminar em frequências moderadas a altas e escoamento turbulento, mantendo-se as demais características. São definidos três comportamentos distintos do escoamento pulsátil turbulento em relação à frequência, e formulações específicas a cada regime são apresentadas. Finalmente, a Seção 2.3 apresenta o equacionamento relativo ao modelo tridimensional de parâmetros distribuídos, utilizado na análise de interação fluido-estrutura fundamentada em ferramentas da mecânica dos fluidos computacional com uso do método dos volumes finitos, e na análise estrutural com uso do método dos elementos finitos.

2.1 Modelo *Windkessel*

O modelo *Windkessel* de três elementos, descrito matematicamente pela Equação 2.1, procura representar o comportamento de um sistema fluidodinâmico com escoamento transiente de um fluido incompressível, através de um elemento complacente, por meio de um balanço de massa e de quantidade de movimento. A Figura 1 apresenta um esquema com os componentes do modelo, na forma de uma analogia com componentes de um sistema elétrico. A resistência hidráulica é análoga à resistência elétrica R , enquanto o efeito acumulador é análogo à presença de um capacitor C no circuito. Os efeitos inerciais do escoamento intermitente do fluido no sistema hidráulico, representados pela característica denominada inertância, são análogos aos efeitos da presença de uma bobina L no circuito. A bomba é análoga à fonte de energia P no circuito; as vazões são análogas às correntes, e a queda de pressão é análoga à diferença de potencial. Essas analogias são úteis para a modelagem e comparação do comportamento do sistema com diferentes tipos de atenuadores convencionais, como feito no trabalho clássico de Wachel e Price (1988). A bomba hidráulica P impulsiona o fluido a uma determinada vazão, que pode ser variável ao longo do tempo. Em cada instante de tempo, o atenuador (modelado pela complacência

Figura 1 – Representação esquemática do modelo *Windkessel* de três elementos.

Fonte: elaborada pelo autor.

C) acumula parte desta vazão, devido à sua deformação quando submetido a pressão $p(t)$ resultante do escoamento. Outra parcela da vazão bombeada escoam através do sistema hidráulico (modelado pela resistência ao escoamento R e pela inércia L), submetida à perda de carga inerente deste componente. O balanço de massa determina que:

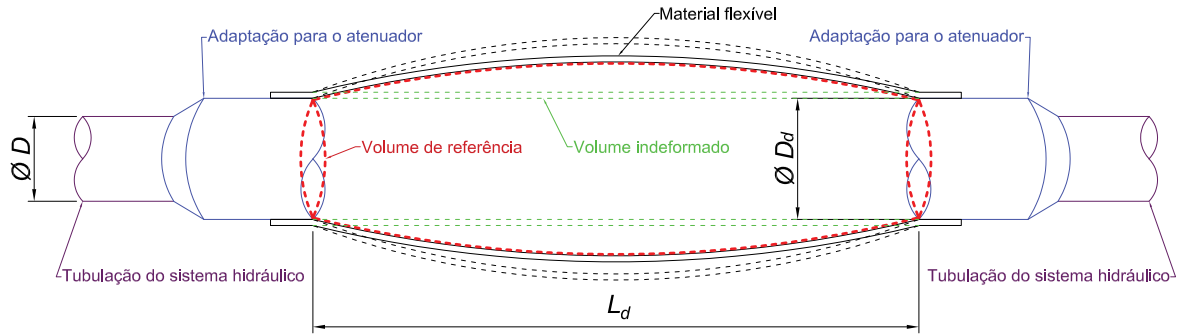
$$Q(t) = Q_C(t) + Q_R(t) \quad (2.1)$$

em que t é o tempo, $Q(t)$ é a vazão instantânea a montante do atenuador, fornecida pela bomba, $Q_C(t)$ é a vazão instantaneamente armazenada ou liberada pelo atenuador devido à variação de seu volume, $Q_R(t)$ é a vazão que sai do atenuador e flui através do sistema hidráulico a jusante.

No modelo *Windkessel* de três elementos, as vazões instantâneas $Q_R(t)$ e $Q_C(t)$ são definidas em termos de três propriedades do sistema simplificado: a resistência ao escoamento ou resistência hidráulica R , a inércia do sistema hidráulico L e a complacência do atenuador C . R é definida como a razão entre a vazão e a queda de pressão resultante e, conseqüentemente, depende das características do circuito hidráulico e do fluido transportado. L também depende das características do circuito hidráulico e do fluido transportado, mas o efeito desta propriedade se manifesta somente diante da variação temporal da vazão, como ocorre nos escoamentos intermitentes. C representa a capacidade de variação de volume diante de uma determinada variação de pressão, ou seja $C = \frac{dV_d}{dp}$, sendo V_d o volume do atenuador e $p = p(t)$ a pressão sob qual a superfície deformável está submetida. Para o efeito das análises realizadas neste trabalho, o volume de referência

para o atenuador será considerado como o volume já deformado pela ação da distribuição de pressão resultante do escoamento médio temporal, conforme representado na Figura 2.

Figura 2 – Representação esquemática de um atenuador tubular instalado no sistema hidráulico



Fonte: elaborada pelo autor.

Ainda na Figura 2, destaca-se L_d como o comprimento do atenuador, que deve ser considerado como o comprimento livre, sem apoios, mesmo que o comprimento do elemento flexível seja maior. O diâmetro do atenuador sem deformação D_d também pode ser diferente do diâmetro D característico do sistema hidráulico.

Enquanto $Q_C(t)$ pode ser definida em função de $p(t)$ e C , $Q_R(t)$ é obtida relacionando $p(t)$ com as propriedades R e L , da seguinte forma:

$$Q_C(t) = C \frac{dp(t)}{dt} \quad (2.2)$$

$$p(t) = RQ_R(t) + L \frac{dQ_R(t)}{dt} \quad (2.3)$$

sendo $p(t)$ a pressão atuante no atenuador que, neste modelo, é considerada uniforme sobre toda a superfície deformável.

Aplicando-se as Equações 2.1 e 2.2 na Equação 2.3, tem-se:

$$Q(t) + \frac{L}{R} \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{p(t)}{R} + C \frac{dp(t)}{dt} + \frac{LC}{R} \frac{d^2p(t)}{dt^2}. \quad (2.4)$$

Na forma final do modelo, expressa na Equação 2.4, a pressão $p(t)$ se torna o parâmetro a ser obtido como resposta na solução da equação diferencial de segunda ordem. A partir de $p(t)$, obtém-se as vazões $Q_C(t)$ e $Q_R(t)$ e uma medida para atenuação, como será definida na subseção 2.1.1.

A vazão de entrada $Q(t)$ pode ser representada de forma geral como uma série harmônica (Equação 2.5), com frequência angular fundamental ω , período $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ e média temporal Q_{ta} (Equação 2.7):

$$Q(t) = Q_{ta} + \sum_{n=1}^k (a_n \sin(n\omega t) + b_n \cos(n\omega t)) \quad (2.5)$$

$$Q(t) = Q_{ta} + \sum_{n=1}^k (Q_n \sin(n\omega t + \phi_n)) \quad (2.6)$$

$$Q_{ta} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Q(t) dt \quad (2.7)$$

$$a_n = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} Q(t) \sin(n\omega t) dt \quad (2.8)$$

$$b_n = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} Q(t) \cos(n\omega t) dt \quad (2.9)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \left(\frac{b_n}{a_n} \right) \quad (2.10)$$

$$Q_n = \sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2}. \quad (2.11)$$

Os coeficientes a_n (Equação 2.8) e b_n (Equação 2.9) podem ser estimados a partir de dados experimentais da medição da vazão no sistema ao longo do tempo, em conjunto com a análise harmônica (RAO, 2011), sendo k o número de termos harmônicos necessários para representar adequadamente o sinal de vazão. O termo Q_n pode ser reconhecido como a amplitude da componente n da vazão de entrada do atenuador, enquanto ϕ_n representa a defasagem da componente n do sinal em relação a uma referência, que pode ser a primeira harmônica ($n = 1$).

Quando R e C podem ser considerados constantes, a equação diferencial do modelo (Equação 2.4) possui solução analítica, apresentada integralmente no Apêndice A. Considerando-se o sistema em operação estável, pode-se determinar a vazão de saída do atenuador $Q_R(t)$ de forma explícita, utilizando-se as Equações 2.1 e A.37:

$$Q_R(t) = Q_{ta} + \sum_{n=1}^k (Q_{os,R,n} \sin(n\omega t + \phi_{R,n})) \quad (2.12)$$

$$Q_{os,R,n} = \sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{(n\omega)^2 C^2 R^2 + (n\omega)^4 C^2 L^2 - 2(n\omega)^2 CL + 1}} \quad (2.13)$$

$$\phi_{R,n} = \arctan \left(\frac{b_n - b_n(n\omega)^2 CL - a_n n\omega CR}{b_n n\omega CR + a_n(1 - (n\omega)^2 CL)} \right). \quad (2.14)$$

O termo $Q_{os,R,n}$ (Equação 2.13) é a amplitude da componente n da vazão de saída do atenuador. Essa amplitude é fundamental, pois sua comparação com a amplitude correspondente no sinal da vazão de entrada é um critério para a avaliação do desempenho do atenuador, conforme apresentado na seção seguinte. O termo $\phi_{R,n}$ (Equação 2.14) é a diferença de fase entre a componente n da vazão de saída e a referência.

A importância do modelo *Windkessel* clássico está na capacidade de se obter uma solução analítica para o comportamento de um tipo de sistema muito comum nas áreas de engenharia e medicina. É evidente que, sendo um modelo simplificado, seu uso encontra muitas limitações. Um exemplo é o próprio regime de escoamento, já que muitos sistemas fluidodinâmicos operam com escoamento em regime turbulento. Outra limitação diz respeito a consideração da complacência C como constante quando, tanto por efeitos de geometria quanto por características não lineares dos materiais utilizados no atenuador, na maioria dos sistemas C não é constante em toda a faixa de pressão atuante no dispositivo atenuador. Mesmo assim, este modelo é o ponto de partida para análises mais sofisticadas e os desdobramentos da solução analítica fornecem parâmetros úteis para a descrição do comportamento dos sistemas, conforme descrito a seguir.

2.1.1 Amplitude equivalente e atenuação da amplitude da vazão

Uma vez que o efeito do atenuador resulta principalmente na redução das amplitudes das vazões a jusante em relação as amplitudes das vazões a montante do dispositivo, a avaliação da eficiência deste dispositivo requer necessariamente uma comparação entre essas amplitudes. Inicialmente, define-se uma forma generalizada para a estimativa da amplitude equivalente de um sinal geral de vazão $Q(t)$, a partir da comparação com um sinal harmônico composto pela média temporal Q_{ta} e apenas uma componente com amplitude $Q_{os,e}$, oscilando em uma frequência igual a frequência fundamental ω e uma defasagem ϕ :

$$Q(t) = Q_{ta} + Q_{os,e} \cos(\omega t - \phi) \quad (2.15)$$

$$Q_{os,e} \cos(\omega t - \phi) = Q(t) - Q_{ta}. \quad (2.16)$$

Elevando-se a Equação 2.16 ao quadrado e integrando-se no tempo para o intervalo de 0 a τ , tendo τ como o período de oscilação ($\tau = \frac{2\pi}{\omega}$), tem-se:

$$Q_{os,e} = \sqrt{\frac{\omega}{\pi} \int_0^\tau (Q(t) - Q_{ta})^2 dt}. \quad (2.17)$$

O conceito da amplitude equivalente $Q_{os,e}$ pode ser aplicado às vazões de entrada $Q(t)$ e saída do atenuador $Q_R(t)$ nas formas definidas pela Equação 2.5 e Equação 2.12, respectivamente, porém as formas generalizadas destas equações não permitem maiores simplificações:

$$Q_{n,e} = \sqrt{\frac{\omega}{\pi} \int_0^\tau (Q(t) - Q_{ta})^2 dt} \quad (2.18)$$

$$Q_{os,R,e} = \sqrt{\frac{\omega}{\pi} \int_0^\tau (Q_R(t) - Q_{ta})^2 dt}. \quad (2.19)$$

Uma forma matematicamente simples de promover uma comparação entre as amplitudes e, desse modo, determinar uma medida da atenuação de um sinal de vazão, é determinar a razão entre as amplitudes equivalentes efetivas das vazões à montante e à jusante $A_{Q,e}$:

$$A_{Q,e} = \frac{Q_{n,e}}{Q_{os,R,e}} = \sqrt{\frac{\int_0^\tau (Q(t) - Q_{ta})^2 dt}{\int_0^\tau (Q_R(t) - Q_{ta})^2 dt}}. \quad (2.20)$$

A razão $A_{Q,n}$ entre as amplitudes da componente n da vazão à montante (Equação 2.11) e a amplitude da componente n da vazão à jusante (Equação 2.13) também pode ser avaliada caso haja interesse em investigar o comportamento da atenuação no espectro da frequência que compõe os sinais das vazões avaliadas:

$$A_{Q,n} = \frac{Q_n}{Q_{os,R,n}} = \sqrt{(n\omega)^2 C^2 R^2 + (n\omega)^4 C^2 L^2 - 2(n\omega)^2 CL + 1}. \quad (2.21)$$

A partir de $A_{Q,e}$ ou $A_{Q,n}$, a atenuação da amplitude da vazão, expressa como a porcentagem de redução da amplitude na saída em relação à entrada, pode ser determinada como:

$$\text{aten}_{Q,e}(\%) = (1 - A_{Q,e}^{-1}) 100 \quad (2.22)$$

$$\text{aten}_{Q,n}(\%) = (1 - A_{Q,n}^{-1}) 100. \quad (2.23)$$

Segundo a Equação 2.20, quanto mais eficiente for o atenuador em reduzir as flutuações da vazão de saída, maior será o valor de $A_{Q,e}$. Um sinal idealmente atenuado apresenta $A_{Q,e} = \infty$ e $\text{aten}_{Q,e} = 100\%$. Por outro lado, em um sinal com ausência de atenuação, $A_{Q,e} = 1$ e $\text{aten}_{Q,e} = 0$, uma vez que a amplitude efetiva da vazão de saída do atenuador é igual a amplitude efetiva da vazão de entrada no dispositivo. Considerando-se um sistema com as propriedades R , L e C constantes, no qual a vazão de entrada definida na forma da Equação 2.5 possui apenas uma componente oscilatória ($n = 1$), e cuja solução resulta em uma vazão de saída também harmônica, dada pela Equação 2.12, também com apenas uma componente oscilatória, a razão entre amplitudes, denominada neste caso de $A_{Q,1}$, se demonstra dependente das propriedades R , L e C e da frequência fundamental da vazão de entrada ω :

$$A_{Q,1} = \sqrt{C^2 L^2 \omega^4 + (C^2 R^2 - 2CL)\omega^2 + 1}. \quad (2.24)$$

No comportamento determinado pela Equação 2.24 é importante destacar que, aumento da atenuação claramente requer o aumento da complacência do atenuador. Porém, a relação entre estes parâmetros não é linear, mesmo neste modelo simplificado. Em outras palavras, alterações no valor de C , sejam por mudanças no material sejam por mudanças na geometria, não se refletem proporcionalmente na atenuação, e isto leva à necessidade de uma análise de sensibilidade cuidadosa no projeto do dispositivo atenuador. Vale ressaltar

também que o modelo indica a atenuação como dependente da frequência. Isso se torna extremamente importante na análise de escoamentos em que a vazão pode ser modelada como a soma de várias componentes harmônicas com frequências bastante distintas, como no caso de escoamentos intermitentes ou em golfadas, uma vez que a eficiência global do atenuador estará relacionada com as eficiências em cada uma das componentes com suas respectivas frequências.

Ainda analisando a Equação 2.24, pode-se encontrar uma frequência crítica ω_c , diferente de 0, na qual não há atenuação, ou seja $A_{Q,1}(\omega = \omega_c) = 1$:

$$\omega_c = \frac{\sqrt{2CL - C^2R^2}}{CL}. \quad (2.25)$$

Desse modo, para frequências na faixa de 0 a ω_c , a amplitude da vazão de saída do atenuador é amplificada em relação à amplitude da vazão de entrada. Este comportamento é atribuído a presença de inertância no sistema fluidodinâmico, uma vez que, em um sistema com inertância desprezível ($L = 0$), ou seja, equivalente ao modelo *Windkessel* de dois elementos discutido por Westerhof et al. (2009), a atenuação somente não ocorreria para $\omega = 0$. O aumento de quaisquer um dos três parâmetros R , L ou C promove aumento da atenuação em determinada frequência, enquanto também produz redução no valor de ω_c . O aumento de R , C também pode levar a eliminação da faixa de amplificação se o resultado $2CL - C^2R^2 < 0$ ocorrer, uma vez que não são consideradas frequências imaginárias na física deste problema. Porém, os parâmetros do modelo R e L possuem dependências em comum com certas propriedades do sistema hidráulico e do fluido transportado. Também é importante conhecer quais são os parâmetros físicos que influenciam a complacência do atenuador. A próxima seção é dedicada a apresentar as relações entre R , L , C e características geométricas, bem como propriedades físicas relevantes nos sistemas hidrodinâmicos considerados.

2.1.2 Análise dos parâmetros governantes da atenuação

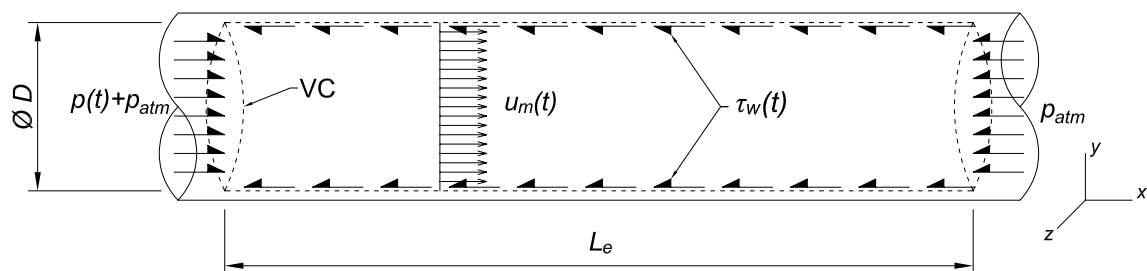
De forma a proceder com a comparação entre sistemas com configurações geométricas e condições operacionais distintas, é necessário descrever os parâmetros governantes da atenuação, R , L , C e ω , em termos de características geométricas e operacionais básicas, como as dimensões do atenuador, do sistema hidráulico, propriedades do material do atenuador e do fluido transportado.

Foram assumidas hipóteses simplificadoras para a solução do modelo (Apêndice A), e essas mesmas hipóteses são necessárias para que sejam alcançadas relações analíticas diretas entre R , L , C e ω com características geométricas e operacionais básicas do sistema fluidodinâmico. Tais hipóteses simplificadoras são:

- o fluido possui comportamento newtoniano;
- o escoamento é isotérmico e incompressível;
- o escoamento ocorre em regime laminar;
- as frequências das componentes oscilatórias da vazão transportada não são elevadas (o critério objetivo para essa afirmação será apresentado posteriormente)
- os elementos do sistema hidráulico possuem coeficientes de perda de carga constantes;
- na faixa de deformação a qual o material do atenuador está submetido, o comportamento tensão-deformação pode ser considerado linear;
- a pressão atuante no atenuador é uniforme sobre toda a superfície deformável;
- efeitos não-lineares na mudança de volume do atenuador devido a pressão que estão relacionados à geometria e condições de contorno são negligenciados;
- os efeitos de complacência devido a deformação dos materiais da tubulação à montante e à jusante do atenuador são desprezados, pois as deformações das tubulações de materiais convencionais (aço, PVC, borracha com malhas de reforço, ferro fundido, etc.), nas pressões recomendadas para cada tipo de material, ocorrem em escalas muito menores que as deformações experimentadas pelo atenuador.

Dadas estas hipóteses, pode-se reconhecer que a Equação 2.3, que relaciona a pressão, vazão de saída do atenuador, resistência ao escoamento e inertância, é uma forma de expressar a equação de conservação de quantidade de movimento, em condições específicas, que serão apresentadas a seguir. Considere o volume de controle (VC) representado na Figura 3, englobando o sistema hidráulico a jusante do atenuador.

Figura 3 – Representação do modelo adotado para o sistema hidráulico a jusante do atenuador.



Fonte: elaborada pelo autor.

O sistema hidráulico passa a ser modelado como um tubo com diâmetro interno equivalente D , comprimento equivalente L_e (que já considera os elementos que causam

perda de carga localizada), submetido à pressão total $p(t) + p_{atm}$ na entrada e à pressão atmosférica p_{atm} na saída, cujas paredes internas estão submetidas a uma tensão de cisalhamento τ_w resultante do escoamento de um fluido com massa específica ρ , a uma velocidade média $u_m(t)$ na seção transversal de área A (Equação 2.27). A equação de conservação da quantidade de movimento na forma integral se expressa como:

$$p(t) = \rho L_e \frac{du_m(t)}{dt} + L_e \frac{4}{D} \tau_w(t). \quad (2.26)$$

$$u_m(t) = \frac{\int_A u(x, y, z, t) dA}{A} = \frac{Q_R(t)}{A} = \frac{4Q_R(t)}{\pi D^2} \quad (2.27)$$

Quando as frequências das componentes oscilatórias da vazão são baixas, as forças inerciais são consideravelmente menores do que as forças viscosas. Nesta situação, a componente oscilatória da tensão de cisalhamento na parede segue o mesmo comportamento da tensão de cisalhamento no escoamento em regime permanente. De acordo com Ohmi et al. (1981), o limite de frequência na qual este comportamento pode ser assumido está relacionado com a frequência adimensional ω' :

$$\omega' = Wo^2 = \frac{D^2 \omega}{4\nu}. \quad (2.28)$$

em que μ é a viscosidade dinâmica do fluido transportado e ν é a viscosidade cinemática do fluido ($\nu = \frac{\mu}{\rho}$). A frequência adimensional ω' também é reconhecida como o quadrado do número de Womersley Wo (WOMERSLEY, 1955), um adimensional fundamental na análise do escoamento pulsátil, que representa a razão entre forças inerciais cíclicas e forças viscosas. Ohmi et al. (1981) observaram que $\tau_w(t)$ possui comportamento semelhante à tensão de cisalhamento em regime permanente para $\sqrt{\omega'} = Wo \leq 1,32$. Dado isso, $\tau_w(t)$ pode ser determinada em função da vazão como:

$$\tau_w(t) = \frac{8\mu}{D} u_m(t) = \frac{32\mu}{\pi D^3} Q_R(t). \quad (2.29)$$

2.1.2.1 Resistência ao escoamento e inertância do sistema hidráulico

Aplicando-se as Equações 2.27 e 2.29 na Equação 2.26 tem-se:

$$p(t) = \frac{4\rho L_e}{\pi D^2} \frac{dQ_R(t)}{dt} + \frac{128L_e\mu}{\pi D^4} Q_R(t), \quad (2.30)$$

de modo que, comparando-se as Equações 2.30 e 2.3, pode-se definir a resistência ao escoamento do sistema hidráulico R como

$$R = 128 \frac{\mu L_e}{\pi D^4}, \quad (2.31)$$

e a inertância do sistema hidráulico como

$$L = \frac{4\rho L_e}{\pi D^2} \quad (2.32)$$

em que D é o diâmetro característico do sistema hidráulico, ρ é a massa específica do fluido, μ é a viscosidade dinâmica do fluido e L_e é o comprimento equivalente do sistema hidráulico, que é a soma do comprimento da tubulação retilínea e dos comprimentos equivalentes de perda de carga dos elementos acessórios presentes, como válvulas, registros, curvas, expansões, contrações e sistemas de medição de vazão que dependem de elementos inseridos no escoamento ou que alteram consideravelmente a seção transversal (placa de orifício, medidores de vazão por deslocamento positivo, etc.). O diâmetro característico pode ser assumido como o diâmetro interno dos tubos de maior presença em determinado sistema hidráulico e, naturalmente, para fins de análise, trechos com diâmetros diferentes deste diâmetro selecionado podem ser convertidos em trechos equivalentes, igualando-se as perdas de carga.

2.1.2.2 Complacência do atenuador

Em relação à complacência C , considerando-se o atenuador de geometria tubular, duas abordagens são apresentadas, as quais convergem na maioria dos aspectos, mas apresentam uma ligeira diferença entre si no equacionamento final.

Abordagem 1: vaso de pressão de parede fina

A primeira abordagem considera o atenuador tubular como um vaso de pressão cilíndrico de parede fina, consideração que pode ser assumida quando a razão de aspecto entre o raio r_d e a espessura de parede h_d é maior que 20 ($\frac{r_d}{h_d} > 20$), e que implica que a variação de tensão na direção radial na parede do atenuador é desprezível (PHILPOT; THOMAS, 2016). O material do atenuador também é considerado como isotrópico e homogêneo, de comportamento linear elástico descrito pelo módulo de elasticidade E_d e coeficiente de Poisson ν_d , submetido a um estado de tensão biaxial devido à aplicação de uma pressão manométrica p interna uniformemente distribuída. A deformação tangencial ε_{tan} pode ser determinada como :

$$\varepsilon_{tan} = (2 - \nu_d) \frac{pr_d}{2h_d E_d} \quad (2.33)$$

em que r_d é o raio e h_d é a espessura da parede do vaso de pressão cilíndrico, ou no caso, do atenuador tubular. Considerando-se a uniformidade da deformação tangencial, pode-se estimar a variação do perímetro do vaso de pressão ΔP_d a partir do perímetro não deformado P_0 :

$$\Delta P_d = P_0 \varepsilon_{tan} = 2\pi r_d \varepsilon_{tan} = (2 - \nu_d) \frac{\pi p r_d^2}{h_d E_d} \quad (2.34)$$

e uma vez que o perímetro depende apenas do raio, pode-se relacionar a variação do perímetro diretamente com a variação do raio Δr_d :

$$\Delta r_d = \frac{\Delta P_d}{2\pi} = r_d \varepsilon_{tan} = (2 - \nu_d) \frac{p r_d^2}{2h_d E_d}. \quad (2.35)$$

Com a variação do raio, e desprezando-se efeitos não lineares e desvios da uniformidade da deformação nas proximidades de fixações, pode-se estimar a variação do volume ΔV_d do vaso de pressão:

$$\Delta V_d = L_d 2\pi r_d \Delta r_d = (2 - \nu_d) \frac{\pi p r_d^3 L_d}{h_d E_d}. \quad (2.36)$$

em que L_d é o comprimento do vaso de pressão cilíndrico ou, no caso, do atenuador tubular. Sendo o volume instantâneo do atenuador V_d definido como a soma do volume inicial V_{d0} mais a variação do volume ΔV_d devido à pressão interna aplicada, aplica-se a definição da complacência:

$$C = \frac{dV_d}{dp} = \frac{d}{dp}(V_{d0} + \Delta V_d) = (2 - \nu_d) \frac{\pi r_d^3 L_d}{h_d E_d}. \quad (2.37)$$

Em relação a parâmetros dimensionais, observa-se que C é inversamente proporcional à espessura h_d e ao módulo de elasticidade do material E_d , possui sensibilidade linear em relação ao comprimento do atenuador L_d e cúbica em relação ao raio r_d , fazendo com que este último parâmetro dimensional seja mais propício a alterações quando se deseja mudanças significativas na complacência.

Abordagem 2: tubo submetido apenas a tensão tangencial

A segunda abordagem para definição da complacência pode ser obtida no trabalho de Mei et al. (2018). Neste trabalho, os autores utilizam um modelo de interação fluido-estrutura unidimensional, que acopla o movimento de uma artéria aorta elástica (que é análoga ao atenuador tubular) ao escoamento laminar viscoso, para obter a distribuição temporal e espacial da pressão a partir da solução da equação de onda resultante. Os autores ainda destacam como o modelo unidimensional converge para o modelo *Windkessel* clássico no caso de uma aorta curta, na qual basicamente a pressão deixa de ter distribuição espacial (devido à sua velocidade de propagação e também do atrito do fluido com a parede) e passa a depender somente do tempo. Sendo assim, neste caso o modelo demonstra que a complacência pode ser definida como (MEI et al., 2018):

$$C = 2 \frac{\pi r_d^3 L_d}{h_d E_d}. \quad (2.38)$$

Observa-se que na Equação 2.38 não há participação do coeficiente de Poisson ν_d , uma vez que o estado de tensão na parede da artéria aorta do trabalho de Mei et al. (2018) é unidimensional, com apenas a tensão tangencial. Neste caso, a variação do volume resultante da variação do diâmetro ocorre sem a restrição de uma deformação na direção longitudinal, de forma que, quando comparadas, a complacência dada pela equação Equação 2.38 é maior que a dada pela equação Equação 2.37, a qual considera um estado de tensão bidimensional. Estimativas da atenuação utilizando a complacência fornecida pela Equação 2.38 naturalmente serão maiores que as estimativas utilizando a

Equação 2.37, uma vez que o estado de tensão admitido na primeira é um estado uniaxial e, na segunda, um estado biaxial. Como os dois estados são gerados a partir da pressão interna, o material submetido ao estado biaxial terá maior resistência aos deslocamentos radiais associados à variação do volume interno e, por isso, menor complacência.

Também é importante destacar que a validade da consideração do atenuador como um elemento curto deve ser verificada. O efeito do deslocamento da onda de pressão será significativo quando o comprimento da onda de pressão l_p for menor ou apresentar uma escala semelhante ao comprimento do atenuador L_d . A estimativa de l_p pode ser feita como:

$$l_p = \frac{2\pi c_p}{\omega} \quad (2.39)$$

$$c_p = \sqrt{\frac{E_d h_d}{2\rho r_d}} \quad (2.40)$$

em que c_p é a estimativa da velocidade de propagação da onda de pressão no atenuador (FUNG, 1997).

2.1.2.3 Grupos adimensionais relevantes na atenuação

Aplicando-se na Equação 2.24 as definições de R (Equação 2.31), L (Equação 2.32) e C (Equação 2.38), podem-se destacar alguns parâmetros adimensionais que auxiliam na definição das condições de operação do atenuador tubular:

$$A_{Q,1} = \left[\left(2 \frac{\pi r_d^3 L_d}{h_d E_d} \right)^2 \left(\frac{4\rho L_e}{\pi D^2} \right)^2 \left(\frac{4\nu}{D^2} \omega' \right)^4 + \left(\left(2 \frac{\pi r_d^3 L_d}{h_d E_d} \right)^2 \left(128 \frac{\mu L_e}{\pi D^4} \right)^2 - 2 \left(2 \frac{\pi r_d^3 L_d}{h_d E_d} \right) \left(\frac{4\rho L_e}{\pi D^2} \right) \left(\frac{4\nu}{D^2} \omega' \right)^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.41)$$

Na Equação 2.41, por conveniência, r_d é substituído por $\frac{D_d}{2}$, sendo D_d o diâmetro do atenuador tubular, e os adimensionais são destacados pelo agrupamento das variáveis:

$$A_{Q,1} = \left[256 \left(\frac{L_d}{D} \right)^2 \left(\frac{L_e}{D} \right)^2 \left(\frac{D_d}{D} \right)^6 \left(\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d} \right)^2 \omega'^4 + 32 \left(\frac{L_d}{D} \right) \left(\frac{L_e}{D} \right) \left(\frac{D_d}{D} \right)^3 \left(\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d} \right) \left(512 \left(\frac{L_d}{D} \right) \left(\frac{L_e}{D} \right) \left(\frac{D_d}{D} \right)^3 \left(\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d} \right) - 1 \right) \omega'^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.42)$$

O adimensional $\frac{L_e}{D}$ representa uma razão de aspecto do sistema hidráulico e decorre da própria estimativa da perda de carga relacionada à resistência ao escoamento. Já os adimensionais $\frac{L_d}{D}$ e $\left(\frac{D_d}{D}\right)^3$ podem ser entendidos como comparações entre escalas de comprimento do atenuador e do sistema hidráulico, uma vez que quanto maiores forem

os valores destes adimensionais, maior a capacidade de amortecimento do sinal de vazão inerente ao volume do atenuador e independente das características do material.

Com relação ao adimensional $\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d}$, observa-se que é composto pela razão entre dois termos que possuem dimensões de força por unidade de comprimento, sendo o numerador composto por parâmetros relacionados ao conjunto fluido-sistema hidráulico transportado e o denominador relacionado ao atenuador. Termos com dimensões de força por unidade de comprimento remetem a característica de rigidez mecânica de uma mola em um sistema vibratório simples massa-mola-amortecedor, comumente utilizado na análise de vibrações de sistemas mecânicos (RAO, 2011). Desse modo, este adimensional pode ser interpretado como a razão entre dois valores de rigidez, sendo que o aumento dessa razão favorece a atenuação da vazão. Vale enfatizar que a rigidez mecânica de um componente não depende apenas das propriedades do material, mas também das características geométricas. Por exemplo: duas molas helicoidais do mesmo material terão valores de rigidez diferentes se diferirem no número de espiras, no diâmetro das espiras ou no diâmetro do fio. Portanto, é compreensível que o adimensional $\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d}$ envolva não somente propriedades do fluido e do material do atenuador, mas também dimensões características do sistema hidráulico (D) e do atenuador (h_d). Quando se considera a complacência da forma dada pela Equação 2.37, este adimensional pode ser reescrito como $\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d^{2-v_d}}$ e, por sua vez, a Equação 2.42 pode ser reescrita como:

$$A_{Q,1} = \left[64 \left(\frac{L_d}{D} \right)^2 \left(\frac{L_e}{D} \right)^2 \left(\frac{D_d}{D} \right)^6 \left(\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d^{2-v_d}} \right)^2 + 16 \left(\frac{L_d}{D} \right) \left(\frac{L_e}{D} \right) \left(\frac{D_d}{D} \right)^3 \left(\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d^{2-v_d}} \right) \left(256 \left(\frac{L_d}{D} \right) \left(\frac{L_e}{D} \right) \left(\frac{D_d}{D} \right)^3 \left(\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d^{2-v_d}} \right) - 1 \right) \omega'^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.43)$$

Reunindo todos os adimensionais relacionados às características do sistema hidráulico e do atenuador, discutidos nos dois parágrafos anteriores, pode-se definir um adimensional único, denominado K_{RCL} , de acordo com as Equações 2.44 e 2.45:

$$(A_{Q,1})^2 = 1 + 32K_{RCL}(512K_{RCL} - 1) (\omega')^2 + 256(K_{RCL})^2 (\omega')^4 \quad (2.44)$$

$$K_{RCL} = \left(\frac{L_e}{D} \right) \left(\frac{L_d}{D} \right) \left(\frac{D_d}{D} \right)^3 \left(\frac{\rho\nu^2}{h_d E_d} \right) \quad (2.45)$$

Este parâmetro pode ser utilizado para caracterizar o conjunto atenuador-fluido-sistema hidráulico, de forma a expressar a medida de comparação entre as amplitudes de uma forma conveniente para comparação com as simulações numéricas que utilizam o modelo de interação fluido-estrutura, conforme apresentado na Seção 5.4. Também, fica claro

que intervenções no conjunto atenuador-sistema hidráulico que, no geral, aumentem o valor de K_{RCL} resultarão em aumento da atenuação para uma dada frequência. Considerando-se C da forma expressa na Equação 2.37 (que se origina da análise do elemento tubular submetido a um estado de tensão biaxial, semelhante a um vaso de pressão de parede fina), o adimensional se torna ligeiramente diferente:

$$K'_{RCL} = \frac{1}{2} \left(\frac{L_e}{D} \right) \left(\frac{L_d}{D} \right) \left(\frac{D_d}{D} \right)^3 \left(\frac{\rho \nu^2}{\frac{h_d E_d}{2 - \nu_d}} \right) \quad (2.46)$$

de modo que, nesta forma, o termo da razão entre os valores de rigidez também considera as características do comportamento do material do atenuador no estado de tensão bidimensional ao qual está submetido no sistema.

O modelo *Windkessel* de dois elementos pode ser obtido diretamente a partir do modelo de três elementos fazendo-se $L = 0$. Dado isso, todo o desenvolvimento apresentado até este ponto pode ser revisitado para definição de equacionamentos para a vazão de saída $Q_{R,WK2}(t)$, a razão entre amplitudes geral $A_{Q,n,WK2}$ e a razão entre amplitudes para uma componente principal de frequência $A_{Q,1,WK2}$, adequadas para o modelo de dois elementos:

$$Q_{R,WK2}(t) = Q_{ta} + \sum_{n=1}^k (Q_{os,R,n,WK2} \sin(n\omega t + \phi_{R,n,WK2})) \quad (2.47)$$

$$Q_{os,R,n,WK2} = \sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{(n\omega CR)^2 + 1}} \quad (2.48)$$

$$\phi_{R,n,WK2} = \arctan \left(\frac{b_n - a_n n\omega CR}{b_n n\omega CR + a_n} \right) \quad (2.49)$$

$$A_{Q,n,WK2} = \frac{Q_n}{Q_{os,R,n}} = \frac{\sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2}}{\sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{(n\omega CR)^2 + 1}}} = \sqrt{(n\omega CR)^2 + 1} \quad (2.50)$$

$$A_{Q,1,WK2} = \sqrt{1 + (\omega RC)^2}. \quad (2.51)$$

Aplicando-se na Equação 2.51 as definições de R (Equação 2.31), C (Equação 2.38), ω' (Equação 2.28) e dado que $r_d = \frac{D_d}{2}$, retornam-se aos parâmetros adimensionais discutidos na subseção 2.1.2, e escreve-se a atenuação em termos de K_{RCL} e ω' :

$$A_{Q,1,WK2}^2 = 1 + (128K_{RCL})^2 \omega'^2 \quad (2.52)$$

Retornando à forma geral da razão entre amplitudes (Equação 2.51), o adimensional K_{RCL} pode ser relacionado diretamente com as propriedades R e C , de acordo com a Equação 2.53:

$$K_{RCL} = \frac{\nu}{32D^2} RC \quad (2.53)$$

sendo esta forma conveniente para análises em que R , C ou ambas as propriedades são caracterizadas por experimentos numéricos ou reais.

2.2 Modelo *Windkessel* modificado para escoamento pulsátil com frequências moderadas e altas

Apresenta-se agora uma formulação geral para o modelo *Windkessel*, adequada para tratar problemas em que as frequências de pulsação da vazão produzem efeitos inerciais que fazem com que a tensão de cisalhamento τ_w na parede das tubulações apresente comportamento consideravelmente distinto da condição de escoamento em regime permanente. Em termos quantitativos, frequências moderadas e altas são frequências nas quais $\sqrt{\omega'} = Wo \geq 1,32$, sendo ω' definido pela Equação 2.28.

De acordo com a Equação 2.26, no escoamento pulsátil, o termo $\frac{p(t)}{L_e}$ está relacionado não apenas ao termo viscoso $\frac{4}{D}\tau_w(t)$ (como no caso do escoamento em regime permanente), mas também ao termo inercial $du_m(t)/dt$. De forma geral $p(t)$, $u_m(t)$, $\tau_w(t)$ podem assumir a forma de séries harmônicas com n de elementos necessários para a representação adequada do sinal, conforme Equação 2.54, Equação 2.55 e Equação 2.56:

$$p(t) = p_{ta} + \sum_{n=1}^k (p_{os,n} \cos(n\omega t - \phi_{p,n})); \quad (2.54)$$

$$u_m(t) = u_{m,ta} + \sum_{n=1}^k (u_{m,os,n} \cos(n\omega t - \phi_{u,n})) \quad (2.55)$$

$$\tau_w(t) = \tau_{w,ta} + \sum_{n=1}^k (\tau_{w,os,n} \cos(n\omega t - \phi_{\tau,n})) \quad (2.56)$$

em que o subscrito ta denota a média temporal, o subscrito os, n denota a amplitude da componente n da variável considerada e $\phi_{p,n}$, $\phi_{u,n}$ e $\phi_{\tau,n}$ são os ângulos de fase da componente n de $p(t)$, $u_m(t)$ e $\tau_w(t)$, respectivamente.

A Equação 2.26 pode ser utilizada em conjunto com as Equações 2.1 e 2.2 para estabelecer uma formulação geral para a aplicação do modelo *Windkessel*. Neste caso, como a resistência ao escoamento R pode não ser uma constante (como de fato ocorre no regime turbulento) a vazão de saída do atenuador é expressa em termos do número de Reynolds instantâneo $Re(t)$, baseado na velocidade média $u_m(t)$:

$$\begin{aligned} Re(t) &= \frac{u_m(t)D}{\nu} = \frac{D}{\nu} \left(u_{m,ta} + \sum_{n=1}^k (u_{m,os,n} \cos(n\omega t - \phi_{u,n})) \right) \\ &= Re_{ta} + \sum_{n=1}^k (Re_{os,n} \cos(n\omega t - \phi_{u,n})). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Definindo-se a vazão de saída do atenuador em termos de $u_m(t)$, e aplicando-se a Equação 2.57 obtém-se:

$$Q_R(t) = \frac{\pi D^2}{4} u_m(t) = \frac{\pi D \nu}{4} Re(t). \quad (2.58)$$

Substituindo-se as Equações 2.26, 2.57, 2.2 e 2.58 na Equação 2.1, obtêm-se:

$$Q(t) = CL_e \left(\frac{\rho\nu}{D} \frac{d^2 Re(t)}{dt^2} + \frac{4}{D} \frac{d\tau_w(t)}{dt} \right) + \frac{\pi D\nu}{4} Re(t). \quad (2.59)$$

Assim, define-se a Equação 2.59 como o modelo *Windkessel* modificado para abordar problemas com escoamento pulsátil em frequências moderadas e altas. Observa-se que a Equação 2.59 não está condicionada a nenhum regime de escoamento em particular, porém o regime de escoamento definirá a formulação da tensão de escoamento na parede $\tau_w(t)$. A Equação 2.59 pode ser solucionada se uma relação para $\tau_w(t)$ for expressa em termos de $Re(t)$. Para isso, considerações acerca do regime dominante de escoamento pulsátil são necessárias, conforme feito a seguir. Também, por conveniência, os próximos desenvolvimentos serão apresentados considerando-se apenas uma componente harmônica em cada sinal, mas enfatiza-se que toda análise pode ser estendida para sinais com múltiplas componentes harmônicas, aplicando-se o princípio da superposição.

2.2.1 Regime laminar

Conforme afirmado anteriormente, Ohmi et al. (1981) estabeleceram o limite entre o comportamento quase permanente (quando o efeito da frequência sobre a resistência ao escoamento é pequeno a ponto de ser desprezado) e o comportamento dependente da frequência para a tensão de cisalhamento na parede, observando o peso da componente oscilatória do termo viscoso da Equação 2.26, sobre a componente oscilatória da queda de pressão, definindo o parâmetro $\Phi_{v,1}$:

$$\Phi_{v,n} = \frac{\frac{4}{D} \tau_{w,os,n}}{\frac{p_{os,n}}{L_e}} \quad (2.60)$$

sendo que, no caso do escoamento laminar, este termo se apresentou dependente apenas da frequência adimensional ω' . Desse modo, o valor de $\omega' = 1,74$ é observado quando $\Phi_{v,1} = 0,95$, ou seja, 95% do valor da queda de pressão é atribuído ao termo viscoso $\frac{4}{D} \tau_{w,os,1}$. A medida que ω' aumenta, a contribuição deste termo viscoso diminui, o que significa que aumenta a contribuição do termo inercial oscilatório $\rho n \omega u_{m,os,1}$, dependente da frequência.

A formulação analítica para $\tau_w(t)$ no escoamento pulsátil em regime laminar em função da velocidade média na seção e frequência é dada como (OHMI; IGUCHI, 1981b):

$$\tau_w(t) = \frac{8\mu}{D} u_{m,ta} + \frac{8\mu}{D} \left(\eta_1(\sqrt{\omega'}) u_{m,os,1} + \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'})}{\omega} \frac{du_{m,os,1}}{dt} \right) \quad (2.61)$$

na qual η_1 e ξ_1 são funções da frequência adimensional ω' definidas como:

$$\eta_1(\sqrt{\omega'}) = \frac{\sqrt{\omega'} M_1(\sqrt{\omega'})}{4 M_2(\sqrt{\omega'})} \cos \left(\theta_1(\sqrt{\omega'}) - \theta_2(\sqrt{\omega'}) + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (2.62)$$

$$\xi_1(\sqrt{\omega'}) = \frac{\sqrt{\omega'} M_1(\sqrt{\omega'})}{4 M_2(\sqrt{\omega'})} \sin \left(\theta_1(\sqrt{\omega'}) - \theta_2(\sqrt{\omega'}) + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (2.63)$$

em que $M_j(\sqrt{\omega'})$ e $\theta_j(\sqrt{\omega'})$ são o módulo e a fase da função de Bessel de primeiro tipo $J_j(i^{3/2}\sqrt{\omega'})$ com ordem j , respectivamente. Aplicando-se a Equação 2.57 na Equação 2.61 e verificando que $\frac{dRe(t)}{dt} = \frac{dRe_{os,1}}{dt}$, pois Re_{ta} é constante em relação ao tempo e $Re_{os,1} = Re(t) - Re_{ta}$, tem-se:

$$\tau_w(t) = \frac{8\mu^2}{D^2\rho} Re_{ta} + \frac{8\mu^2}{D^2\rho} \left(\eta_1(\sqrt{\omega'})(Re(t) - Re_{ta}) + \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'})}{\omega} \frac{dRe(t)}{dt} \right) \quad (2.64)$$

$$\frac{d\tau_w}{dt} = \frac{8\mu^2}{D^2\rho} \left(\eta_1(\sqrt{\omega'}) \frac{dRe(t)}{dt} + \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'})}{\omega} \frac{d^2 Re(t)}{dt^2} \right) \quad (2.65)$$

Aplicando-se agora a Equação 2.65 na Equação 2.59 tem-se:

$$Q(t) = CL_e \left(\left(\frac{\mu}{D} + \frac{32\mu^2}{D^3\rho} \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'})}{\omega} \right) \frac{d^2 Re(t)}{dt^2} + \frac{32\mu^2}{D^3\rho} \eta_1(\sqrt{\omega'}) \frac{dRe(t)}{dt} \right) + \frac{\pi D\mu}{4\rho} Re(t). \quad (2.66)$$

Comparando-se as Equações 2.4 e 2.66, observa-se que, dada a vazão de entrada $Q(t)$, a resposta do modelo *Windkessel* agora é descrita em termos de $Re(t)$ ao invés de $p(t)$, porém a estrutura das equações permanece semelhante, como equações diferenciais lineares de segunda ordem completas. Uma vez que a característica linear da equação governante do modelo foi mantida devido à formulação de $\tau_w(t)$ no regime laminar, é possível obter a resposta em frequência do sistema, bem como a resposta no tempo, que é detalhada no Apêndice B. A função de transferência $H(s)$ entre $Re(t)$ e $Q(t)$ é dada pela Equação B.3. A função de transferência em frequência pode ser obtida a partir da função de transferência geral fazendo-se a variável $s = i\omega$ (RAO, 2011):

$$H(i\omega) = \frac{1}{CL_e \left(\frac{\mu}{D} + \frac{32\mu^2}{D^3\rho} \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'})}{\omega} \right) (i\omega)^2 + CL_e \frac{32\mu^2}{D^3\rho} \eta_1(\sqrt{\omega'}) (i\omega) + \frac{\pi D\mu}{4\rho}}. \quad (2.67)$$

Uma vez que em um sistema dinâmico a função de transferência em frequência $H(i\omega)$ representa como se comporta a razão entre a resposta de saída (neste caso $Re(t)$) e a excitação de entrada (neste caso $Q(t)$) em termos da frequência governante do problema ω , o módulo da função de transferência em frequência representa a razão entre as amplitudes da resposta de saída e excitação de entrada. Neste caso, a excitação de entrada é $Q(t)$ e a resposta de saída é $Re(t)$, tem-se:

$$|H(i\omega)| = \frac{Re_{os,n}}{Q_n}. \quad (2.68)$$

De posse desse conceito e utilizando-se as Equações 2.68, 2.58 e 2.12, pode-se então determinar a amplitude da vazão de saída $Q_{os,R,n}$ como:

$$Q_{os,R,n} = Re_{os,n} \frac{\pi D \nu}{4} \quad (2.69)$$

$$Q_{os,R,n} = |H(i\omega)| Q_n \frac{\pi D \nu}{4} \quad (2.70)$$

e por consequência, segundo a Equação 2.21 a razão entre amplitudes pode ser dada como:

$$A_{Q,n} = \frac{1}{|H(i\omega)| \frac{\pi D \nu}{4}} \quad (2.71)$$

o que permite que a atenuação seja obtida pela Equação 2.23. Destaca-se que, em regime laminar, o modelo teórico indica que a atenuação é independente de Re_{ta} .

2.2.2 Considerações do efeito da intermitência

No intuito de utilizar o modelo *Windkessel* na análise de escoamentos com transientes periódicos, mas cuja vazão média se encontra na faixa do regime turbulento, os conceitos e equacionamentos definidos nos trabalhos de Ohmi et al. (1980, 1981) e Ohmi e Iguchi (1980a, 1980b, 1981a, 1981b, 1981c) foram aplicados. Nestes trabalhos clássicos, com base em resultados analíticos e experimentais, os autores fazem a descrição e definem faixas de ocorrências de três regimes de escoamento pulsátil turbulento: o regime quase permanente; o regime intermediário; e o regime inercial dominante. Estes regimes são definidos com base na comparação entre as amplitudes dos termos inercial e viscoso que compõem o gradiente de pressão na equação do movimento, conforme detalhado a seguir.

No regime quase permanente, o termo inercial tem pouca influência sobre o gradiente de pressão, e isso faz com que $\tau_w(t)$ e, conseqüentemente, o fator de atrito, não variem significativamente no ciclo de aceleração e desaceleração do fluido. Isto permite que a estimativa do fator de atrito seja feita com base somente na componente média do escoamento, representada pelo número de Reynolds Re_{ta} baseado na média temporal da velocidade $u_{m,ta}$, e sem considerar a frequência na qual o escoamento ocorre.

No regime intermediário, os termos inercial e viscoso possuem escalas semelhantes. No regime inercial dominante, o termo inercial sobrepuja o termo viscoso e o escoamento pode ser tratado como não viscoso sem perda significativa na exatidão da análise. Em ambos os regimes intermediário e inercial dominante, $\tau_w(t)$ varia significativamente no ciclo de aceleração e desaceleração do fluido, sendo necessário relacioná-la com a frequência adimensional ω' , além da componente média temporal do escoamento representada por Re_{ta} . Ohmi e Iguchi (1980) também concluiu que $\tau_w(t)$ é afetada pela amplitude da oscilação de $u_m(t)$, e isso implica que a obtenção da solução do modelo *Windkessel* modificado torne-se um processo iterativo, conforme apresentado na subseção 2.2.4.

Em relação aos limites entre os regimes de escoamentos supracitados, Ohmi e Iguchi (1980) utilizam valor do adimensional $\sqrt{\omega' Re_{ta}^{-\frac{3}{4}}}$ como definidor das faixas, uma vez que, no desenvolvimento analítico dos mesmos, este adimensional governa o comportamento dos parâmetros $\Phi_{i,n}$ e $\Phi_{v,n}$, também definidos pelos autores. Tais parâmetros são utilizados para se comparar as ordens de grandeza de termos inercial e viscoso em relação ao gradiente de pressão. O parâmetro $\Phi_{i,n}$ é a razão entre a amplitude de oscilação da componente inercial e a amplitude de oscilação do gradiente de pressão (Equação 2.72). O parâmetro $\Phi_{v,n}$ é a razão entre a amplitude de oscilação da componente viscosa e a amplitude de oscilação do gradiente de pressão (Equação 2.73). Ambos se apresentam como funções de $\sqrt{\omega' Re_{ta}^{-\frac{3}{4}}}$.

$$\Phi_{i,n} = \frac{\rho n \omega u_{m,os,n}}{\frac{p_{os,n}}{L_e}} = f \left(\sqrt{\omega' Re_{ta}^{-\frac{3}{4}}} \right); \quad (2.72)$$

$$\Phi_{v,n} = \frac{\frac{4}{D} \tau_{w,os,n}}{\frac{p_{os,n}}{L_e}} = f \left(\sqrt{\omega' Re_{ta}^{-\frac{3}{4}}} \right). \quad (2.73)$$

Posteriormente, ao desenvolverem representações mais precisas de $\tau_w(t)$ que concordavam melhor com os dados experimentais (apresentadas na subseção 2.2.4), Ohmi e Iguchi (1981c) estabeleceram novas relações funcionais para $\Phi_{i,n}$ e $\Phi_{v,n}$, que por sua vez, também concordavam melhor com os dados experimentais. Porém, estas relações continuam a depender de ω' e Re_{ta} .

Como resultado de extensos experimentos, Ohmi e Iguchi (1981a) reportam o limite entre o regime quase permanente e o regime intermediário em $\sqrt{\omega' Re_{ta}^{-\frac{3}{4}}} = 0,145$, e o limite entre o regime intermediário e o regime inercial dominante em $\sqrt{\omega' Re_{ta}^{-\frac{3}{4}}} = 1,50$. Estes limites são válidos para $3,35 \leq \omega' \leq 138$ e $Re_{ta} \leq 10^5$.

É fundamental também destacar como Ohmi et al. (1980) definem o fator de atrito $\lambda_u(t)$ de uma forma generalizada, não apenas como resultado da relação entre o termo viscoso e o gradiente de pressão, como seria no caso do escoamento em regime permanente. Os autores estabelecem $\lambda_u(t)$ como a constante de proporcionalidade entre a taxa de dissipação de energia por unidade de área na parede do tubo devido ao atrito viscoso ($\tau_w(t)u_m(t)$) e o fluxo de energia cinética por unidade de volume ($\frac{\rho u_m(t)^3}{8}$):

$$\tau_w(t)u_m(t) = \lambda_u(t) \frac{\rho u_m(t)^3}{8}. \quad (2.74)$$

A divisão da Equação 2.74 por $u_m(t)$ resulta em uma relação entre a tensão na parede instantânea $\tau_w(t)$ e o fator de atrito instantâneo $\lambda_u(t)$ que pode ser adotada em todos os regimes de escoamento turbulento pulsátil:

$$\tau_w(t) = \lambda_u(t) \frac{\rho u_m(t)^2}{8}. \quad (2.75)$$

2.2.3 Escoamento turbulento pulsátil em regime quase-permanente

Conforme apresentado na Seção 2.2.2, quando o termo inercial da Equação 2.26, $\rho \frac{du_m(t)}{dt}$, tem pouca influência sobre queda de pressão por unidade de comprimento $\frac{p(t)}{L_e}$, a tensão na parede $\tau_w(t)$ e, conseqüentemente, o fator de atrito, não variam significativamente no ciclo de aceleração e desaceleração do fluido. Para que o termo $\rho \frac{du_m(t)}{dt}$ seja negligenciado, sua ordem de grandeza deve ser bem menor que a ordem de grandeza do termo viscoso $\frac{4}{D}\tau_w(t)$, ou em outras palavras, o parâmetro $\Phi_{v,n}$ deve ser consideravelmente maior que o parâmetro $\Phi_{i,n}$. Ocorrendo desta forma, a estimativa do fator de atrito pode ser feita com base somente na componente média do escoamento, representada por Re_{ta} , e o escoamento turbulento pulsátil é classificado como em regime quase-permanente por possuir características praticamente independentes da frequência.

Retornando à Equação 2.26, com uso das Equações 2.74 e 2.57, e assumindo-se a condição de regime quase-permanente, tem-se:

$$\frac{p(t)}{L_e} = \frac{4}{D} \lambda_u(t) \frac{\rho u_m(t)^2}{8} = \lambda_u(t) \frac{\rho \nu^2}{2D^3} Re(t)^2. \quad (2.76)$$

Ainda devido à condição de escoamento em regime quase-permanente, $\lambda_u(t)$ pode ser relacionado a $Re(t)$ por meio da correlação de Blasius (Equação 2.77, desde que todos os valores de $Re(t)$ estejam abaixo de 10^5).

$$\lambda_u(t) = 0,3164 Re(t)^{-\frac{1}{4}} \quad (2.77)$$

Aplicando esta definição a Equação 2.76 tem-se:

$$\frac{p(t)}{L_e} = 0,3164 Re(t)^{-\frac{1}{4}} \frac{\rho \nu^2}{2D^3} Re(t)^2 = 0,3164 \frac{\rho \nu^2}{2D^3} Re(t)^{\frac{7}{4}} \quad (2.78)$$

e aplicando a derivada temporal ao gradiente de pressão, tem-se:

$$\frac{1}{L_e} \frac{dp(t)}{dt} = 0,3164 \frac{7}{8} \frac{\rho \nu^2}{2D^3} Re(t)^{\frac{3}{4}} \frac{dRe(t)}{dt} \quad (2.79)$$

de modo que a equação do modelo *Windkessel* pode ser reescrita como:

$$Q_P(t) = 0,3164 \frac{7}{16} \frac{CL_e \rho \nu^2}{D^3} Re(t)^{\frac{3}{4}} \frac{dRe(t)}{dt} + \frac{\pi D \nu}{4} Re(t). \quad (2.80)$$

Na Equação 2.80, dada a vazão de entrada $Q_P(t)$, a resposta do modelo *Windkessel* agora é descrita em termos de $Re(t)$ ao invés de $p(t)$, e a equação diferencial não é mais linear, sendo sua solução obtida por métodos numéricos.

2.2.4 Escoamento turbulento pulsátil em regime intermediário e inercial dominante.

Conforme exposto na Seção 2.2.2, em ambos os regimes intermediário e inercial dominante, $\tau_w(t)$ varia significativamente no ciclo de aceleração e desaceleração do fluido.

Enfatiza-se que a diferença conceitual entre estes dois regimes está na comparação entre a escala do termo inercial e a escala do termo viscoso na Equação 2.26. No regime intermediário, os termos inercial e viscoso possuem escalas semelhantes. No regime inercial dominante, o termo inercial sobrepuja o termo viscoso e o escoamento pode ser tratado como não viscoso sem perda significativa na exatidão da análise. Apesar desta diferença entre os regimes, Ohmi e Iguchi (1981c), em um avanço sobre as análises anteriores feitas pelos mesmo autores, propuseram duas formulações para $\tau_w(t)$, que contemplam o comportamento em ambos regimes intermediário e inercial dominante. Estas formulações são apresentadas neste trabalho em termos de $Re(t)$ e Re_{ta} ao invés de $u_m(t)$ e $u_{m,ta}$, como se encontram no trabalho original:

$$\eta_1(\sqrt{\omega'}) = \frac{\sqrt{\omega'} M_1(\sqrt{\omega'})}{4 M_2(\sqrt{\omega'})} \cos \left(\theta_1(\sqrt{\omega'}) - \theta_2(\sqrt{\omega'}) + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (2.81)$$

$$\xi_1(\sqrt{\omega'}) = \frac{\sqrt{\omega'} M_1(\sqrt{\omega'})}{4 M_2(\sqrt{\omega'})} \sin \left(\theta_1(\sqrt{\omega'}) - \theta_2(\sqrt{\omega'}) + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (2.82)$$

$$\tau_w(t) = \frac{\rho\nu^2}{D^2} \left(\frac{1}{8} \lambda_q(Re(t)) Re(t)^2 + 8 \left((\eta_1(\sqrt{\omega'}) - 1) (Re(t) - Re_{ta}) + \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'})}{\omega} \frac{dRe(t)}{dt} \right) \right) \quad (2.83)$$

$$\omega'_e = 115,6 \omega' Re_{ta}^{-\frac{3}{4}} \quad (2.84)$$

$$\tau'_w(t) = \frac{\rho\nu^2}{D^2} \left(\frac{1}{8} \lambda_q(Re(t)) Re(t)^2 + \frac{7}{32} \lambda_s(Re_{ta}) Re_{ta} \left((\eta_1(\sqrt{\omega'_e}) - 1) (Re(t) - Re_{ta}) + \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'_e})}{\omega} \frac{dRe(t)}{dt} \right) \right) \quad (2.85)$$

em que $M_j(\sqrt{\omega'})$ e $\theta_j(\sqrt{\omega'})$ são o módulo e a fase da função de Bessel de primeiro tipo $J_j(i^{3/2}\sqrt{\omega'})$ com ordem j , respectivamente, $\lambda_q(Re(t))$ é o fator de atrito em condição quase permanente, obtido com a aplicação de uma formulação para o fator de atrito, como a Equação 2.77 ou outra formulação que considere também a rugosidade como a equação de Colebrook (FOX et al., 2018), aplicada em função de $Re(t)$, e $\lambda_s(Re_{ta})$ é obtido com a mesma equação para o fator de atrito, porém considerando o valor de Re_{ta} . Estas formulações de $\tau_w(t)$ foram propostas em substituição às formulações presentes em Ohmi e Iguchi (1980), devido a três principais motivos:

- os parâmetros $\Phi_{i,n}$ e $\Phi_{v,n}$, obtidos a partir da aplicação da Equação 2.86 ou da Equação 2.87 na equação de conservação de quantidade de movimento na forma integral (Equação 2.26), concordaram melhor com os resultados experimentais;
- as Equações 2.86 e 2.87 se aproximam assintoticamente do valor de $\tau_w(t)$ para o escoamento em regime quase-permanente a medida que ω' diminui, pois $\eta_1(\sqrt{\omega'}) \rightarrow 1$

e $\xi_1(\sqrt{\omega'}) \rightarrow 0$ para $\omega' \rightarrow 0$, possuindo assim estruturas mais convenientes para a modelagem dos três regimes de escoamento pulsátil, sem apresentar o problema de descontinuidade nos resultados quando se utilizam formulações diferentes para cada regime;

- especificamente a Equação 2.86 possui estrutura semelhante a formulação analítica para $\tau(t)$ no escoamento pulsátil laminar (Equação 2.61), apresentada em Ohmi et al. (1981), pois os autores, fundamentando-se em evidências experimentais próprias e de outros trabalhos ((BROWN et al., 1969; FUNK; WOOD, 1974)), concluíram que as perdas por atrito no regime inercial dominante se comportam de forma similar as perdas por atrito do regime laminar.

Aplicando a Equação 2.77 nas equações 2.83 e 2.85 tem-se:

$$\tau_w(t) = \frac{\rho\nu^2}{D^2} \left(\frac{b_b}{8} Re(t)^{2+a_b} + 8 \left((\eta_1(\sqrt{\omega'}) - 1) (Re(t) - Re_{ta}) + \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'})}{\omega} \frac{dRe(t)}{dt} \right) \right) \quad (2.86)$$

$$\tau'_w(t) = \frac{\rho\nu^2}{D^2} \left(\frac{b_b}{8} Re(t)^{2+a_b} + b_b \frac{7}{32} Re_{ta}^{1+a_b} \left((\eta_1(\sqrt{\omega'_e}) - 1) (Re(t) - Re_{ta}) + \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'_e})}{\omega} \frac{dRe(t)}{dt} \right) \right). \quad (2.87)$$

Comparando os valores do fator de atrito instantâneo $\lambda_u(t)$ obtido a partir da Equação 2.86 e Equação 2.87 com os resultados experimentais, Ohmi et al. (1981) avaliaram que a Equação 2.87 foi um pouco mais exata. Ohmi e Iguchi (1980) relatam que há maior dificuldade na avaliação do fator de atrito instantâneo experimental nos regimes intermediário e inercial dominante e isso leva sempre a maiores desvios dos modelos, especialmente nos inícios das fases de aceleração e desaceleração. Por isso torna-se importante a avaliação do fator de atrito médio temporal $\lambda_{u,ta}$, que é o valor representativo de $\lambda_u(t)$ em um ciclo de pulsação do fluido podendo ser definido a partir da Equação 2.74 como:

$$\lambda_{u,ta} = \frac{8}{\rho u_{ta}^3} \frac{1}{T} \int_{t=0}^T (\tau_w(t) u_m(t)) dt = \frac{8D^2}{\rho\nu^2 Re_{ta}^3} \frac{1}{T} \int_{t=0}^T (\tau_w(t) Re(t)) dt \quad (2.88)$$

em que $T = 2\pi/\omega$ é o período da oscilação. Os valores de $\lambda_{u,ta}$ obtidos a partir dos modelos de $\tau_w(t)$ apresentam naturalmente menores desvios em relação aos resultados experimentais e se tornam mais interessantes para a avaliação de adequação dos modelos. Avaliando os valores de $\lambda_{u,ta}$ obtidos a partir de $\tau_w(t)$ definidos pela Equação 2.86 e Equação 2.87, em comparação resultados experimentais, Ohmi e Iguchi (1981c) concluíram que enquanto a Equação 2.86 tende a subestimar τ_w , a Equação 2.87 tende a superestimar τ_w , indicando que o valor real esteja próximo a média entre os dois modelos.

A estimativa do valor representativo do fator de atrito no ciclo é vantajosa pois permite atribuir as variações temporais instantâneas apenas aos termos contendo $Re(t)$ na

Equação 2.59, o que, mesmo não eliminando a não linearidade característica da equação, simplifica sua implementação para solução numérica. Por fim, do ponto de vista prático, estimar o fator de atrito médio ciclo $\lambda_{u,ta}$ permite a comparação direta com o fator de atrito em regime permanente λ_s por meio a razão $\zeta = \lambda_{u,ta}/\lambda_s$. Ohmi e Iguchi (1980) reporta valores de ζ sempre maiores que 1 no regime intermediário, podendo chegar até 2 no regime inercial dominante.

Obtendo-se a derivada temporal da Equação 2.86 e aplicando-se na Equação 2.59 tem-se:

$$\frac{d\tau_w(t)}{dt} = \frac{\rho\nu^2}{D^2} \left(\frac{b_b(2+a_b)}{8} Re(t)^{1+a_b} \frac{dRe(t)}{dt} + 8 \left((\eta_1(\sqrt{\omega'}) - 1) \frac{dRe(t)}{dt} + \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'})}{\omega} \frac{d^2 Re(t)}{dt^2} \right) \right) \quad (2.89)$$

$$Q_P(t) = CL_e \frac{\rho\nu}{D} \left(1 + 32 \frac{\nu}{D^2} \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'})}{\omega} \right) \frac{d^2 Re(t)}{dt^2} + CL_e \frac{\rho\nu^2}{D^3} \left(\frac{b_b(2+a_b)}{2} Re(t)^{1+a_b} + 32(\eta_1(\sqrt{\omega'}) - 1) \right) \frac{dRe(t)}{dt} + \frac{\pi D\nu}{4} Re(t). \quad (2.90)$$

Do mesmo modo, obtendo-se a derivada temporal da Equação 2.87 e aplicando-se na Equação 2.59 tem-se:

$$\frac{d\tau'_w(t)}{dt} = b_b \frac{\rho\nu^2}{D^2} \left(\frac{1}{8} (2+a_b) Re(t)^{1+a_b} \frac{dRe(t)}{dt} + \frac{7}{32} Re_{ta}^{1+a_b} \left((\eta_1(\sqrt{\omega'_e}) - 1) \frac{dRe(t)}{dt} + \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'_e})}{\omega} \frac{d^2 Re(t)}{dt^2} \right) \right) \quad (2.91)$$

$$Q_P(t) = CL_e \frac{\rho\nu}{D} \left(1 + b_b \frac{28}{32} \frac{\nu}{D^2} Re_{ta}^{1+a_b} \frac{\xi_1(\sqrt{\omega'_e})}{\omega} \right) \frac{d^2 Re(t)}{dt^2} + b_b CL_e \frac{\rho\nu^2}{D^3} \left(\frac{2+a_b}{2} Re(t)^{1+a_b} + \frac{28}{32} Re_{ta}^{1+a_b} (\eta_1(\sqrt{\omega'_e}) - 1) \right) \frac{dRe(t)}{dt} + \frac{\pi D\nu}{4} Re(t). \quad (2.92)$$

As Equações 2.90 e 2.92 representam o modelo *Windkessel* modificado para o escoamento turbulento nos regimes intermediário e inercial dominante. A solução em termos de $Re(t)$ pode ser obtida por métodos numéricos, conforme é apresentado na seção 5.3.

Uma alternativa à aplicação direta das formulações de $\tau_w(t)$ na Equação 2.59 pode ser encontrada ao determinar-se o valor de ζ e aplicá-lo para obter o valor de $\lambda_{u,ta}$, que por sua vez é utilizado para expressar $\tau_w(t)$ de forma análoga a formulação para o regime quase permanente:

$$\tau_w(t) = \lambda_{u,ta} \frac{\rho}{8} u_m(t)^2 = \zeta \lambda_s \frac{\rho\nu^2}{8D^2} Re(t)^2 \quad (2.93)$$

sendo que o fator de atrito em regime permanente λ_s pode ser obtido a partir da equação de Blasius (Equação 2.77), com Reynolds invariável no tempo, ou de outra formulação para o caso de $Re_{ta} > 10^5$ ou quando considera-se os efeitos da rugosidade da tubulação. Aplicando-se a Equação 2.93 na Equação 2.59 tem-se:

$$Q_P(t) = CL_e \rho \left(\frac{\nu}{D} \frac{d^2 Re(t)}{dt^2} + \zeta \lambda_s \frac{\nu^2}{D^3} Re(t) \frac{dRe(t)}{dt} \right) + \frac{\pi D \nu}{4} Re(t). \quad (2.94)$$

Para obter ζ , as formulações propostas por Ohmi e Iguchi (1981c) são utilizadas. A primeira forma é obtida a partir da aplicação da Equação 2.86 na Equação 2.88:

$$\zeta = \frac{\lambda_{u,ta}}{\lambda_s} = 1 + \frac{77}{64} R_{amp}^2 - \frac{231}{16384} R_{amp}^4 + 101,1 \frac{\eta_1(\sqrt{\omega'}) - 1}{Re_{ta}^{\frac{3}{4}}} R_{amp}^2 \quad (2.95)$$

enquanto a segunda forma é obtida a partir da aplicação da Equação 2.87 na Equação 2.88:

$$\zeta = \frac{\lambda_{u,ta}}{\lambda_s} = 1 + \frac{77}{64} R_{amp}^2 - \frac{231}{16384} R_{amp}^4 + \frac{7}{8} (\eta_1(\sqrt{\omega'_e}) - 1) R_{amp}^2 \quad (2.96)$$

em que R_{amp} é razão entre a amplitude da principal componente da velocidade e a velocidade média.

$$R_{amp} = \frac{u_{m,os,1}}{u_{m,ta}} = \frac{Q_{os,1}}{Q_{ta}}. \quad (2.97)$$

Uma vez que $u_m(t)$ e suas componentes $u_{m,os,n}$ são obtidas a partir de $Re(t)$, que por sua vez é a solução de Equação 2.94, o uso de $\lambda_{u,ta}$ como alternativa às formulações diretas de $\tau_w(t)$ implica em um processo iterativo para a solução do modelo *Windkessel* modificado. Este processo iterativo não é necessariamente custoso computacionalmente pois um bom valor inicial para $\lambda_{u,ta}$ é o próprio valor de λ_s ($\zeta = 1$). Partindo disso, quanto maior o valor de $\sqrt{\omega' Re_{ta}^{-\frac{3}{4}}}$ mais interações são necessárias.

2.3 Modelo de interação fluido-estrutura

Os modelos numéricos de interação fluido-estrutura (FSI - *fluid-structure interaction*), que aliam técnicas da mecânica dos fluidos computacional com as técnicas de análise estrutural, tem sido amplamente utilizados para detalhar as características de campos de escoamentos que aplicam e recebem forças dinâmicas de superfícies sólidas, as quais confinam o escoamento (como dutos, reservatórios ou veias e artérias do sistema circulatório) ou estão imersas no escoamento (como asas, aerofólios ou edificações). Alguns exemplos de aplicação de FSI relacionados ao escopo abordado neste trabalho podem ser encontrados em Jayendiran et al. (2018), Sigüenza et al. (2018), Jayendiran et al. (2020), Dutta e Jog (2021), Wang et al. (2021), Tandis e Ashrafizadeh (2021), Morikawa e Asai (2021), Pewowaruk e Roldán-Alzate (2021) Stefanini et al. (2021), García-Galindo et al. (2023), Dadras et al. (2023), Deus e Martin (2024). Os modelos numéricos FSI são

considerados modelos de parâmetros distribuídos, pois sua formulação parte das equações diferenciais que governam a dinâmica do problema ponto a ponto na geometria, permitindo de forma generalizada a variabilidade espacial de condições de contorno, condições iniciais e propriedades dos materiais envolvidos.

Considerando o problema do escoamento transiente de um fluido incompressível no interior de um tubo flexível, uma formulação Euleriana-Lagrangeana arbitrária é aplicada para descrever o movimento do fluido e da superfície do tubo. Neste tipo de formulação, o domínio de cálculo pode se mover de forma independente do escoamento, por meio de técnicas de movimentação de malha. As dinâmicas do sólido e o fluido se relacionam através da velocidade entre os nós da malha e o escoamento. Regras de conservação geométrica são impostas para manter a integridade do elemento de malha, buscando com isso evitar instabilidades no cálculo do escoamento originadas pela alteração da posição dos nós (NOLETO, 2010). As equações governantes do domínio fluido são a equação de conservação da massa (Equação 2.98) e a equação de conservação de quantidade de movimento (Equação 2.99):

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.98)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + (u_j - u_j^{[g]}) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \sigma_{ij}^{[f]}}{\partial x_j} + \rho B_i^{[f]} \quad (2.99)$$

em que u_i é a componente do vetor de velocidade do fluido na direção x_i , $u_i^{[g]}$ é a componente do vetor de velocidade da coordenada móvel, B_i é a componente do vetor de força de corpo no fluido por unidade de massa e $\sigma_{ij}^{[f]}$ é a componente do tensor de tensões no fluido. A equação governante do domínio sólido é a equação de equilíbrio dinâmico (Equação 2.100):

$$\rho^{[s]} \frac{d^2 d_i^{[s]}}{dt^2} = \rho^{[s]} \frac{du_i^{[g]}}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}^{[s]}}{\partial x_j} + \rho^{[s]} B_i^{[s]} \quad (2.100)$$

em que $\rho^{[s]}$ é a massa específica do sólido, $d_i^{[s]}$ é a componente do vetor de deslocamento do sólido na direção x_i , $\sigma_{ij}^{[s]}$ é a componente do tensor de tensões de Cauchy e $B_i^{[s]}$ é a componente do vetor de força de corpo no sólido por unidade de massa. O termo $\frac{d^2 d_i^{[s]}}{dt^2} = \frac{du_i^{[g]}}{dt}$ representa a aceleração local do sólido.

Para um fluido newtoniano, a componente $\sigma_{ij}^{[f]}$ do tensor de tensões pode ser determinada como:

$$\sigma_{ij}^{[f]} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.101)$$

em p é a pressão, δ_{ij} é o delta de Kronecker (LAI et al., 2009) e μ é a viscosidade dinâmica. Para um sólido generalizado, a componente do tensor de tensões de Cauchy $\sigma_{ij}^{[s]}$ pode ser determinada como:

$$\sigma_{ij}^{[s]} = \frac{1}{J} F_{ik} \frac{\partial U}{\partial \epsilon_{kl}} F_{lj}; \quad (2.102)$$

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} (C_{kl} - \delta_{kl}) \quad (2.103)$$

$$C_{kl} = F_{mk} F_{ml} \quad (2.104)$$

$$F_{mk} = \delta_{mk} + \frac{\partial d_m^{[s]}}{\partial x_k} \quad (2.105)$$

$$J = \det[F_{mk}] \quad (2.106)$$

em que U é a função de energia de deformação, ϵ_{kl} é a componente do tensor de deformações de Lagrange, C_{kl} é a componente do tensor de deformação de Cauchy-Green, F_{lj} é a componente do tensor do gradiente de deformação e J é o terceiro invariante do tensor do gradiente de deformação ou o determinante da matriz que representa este tensor. U é uma função escalar de um tensor de deformação que representa a distribuição de energia armazenada na deformação do material por unidade do volume de referência (volume não deformado). Segundo Lai et al. (2009), para materiais linearmente elásticos, tem-se U como:

$$U = \frac{1}{2} C_{ijkl} E_{ij} E_{kl} \quad (2.107)$$

em que E_{ij} é a componente do tensor de deformação infinitesimal e C_{ijkl} é a componente do tensor de quarta ordem denominado *tensor elástico*.

2.3.1 Materiais hiperelásticos

A expressão do tensor de tensões de Cauchy em termos de U é particularmente útil para a aplicação de uma classe de modelos constitutivos para materiais elásticos não lineares, os modelos hiperelásticos. Tais modelos são adequados para a representação de materiais que experimentam elevadas deformações, mantendo a característica elástica, mas apresentando não linearidade na relação tensão-deformação, resultando em variação considerável do módulo de elasticidade aparente (inclinação local da curva tensão-deformação), especialmente sob maiores deformações. São exemplos de materiais hiperelásticos a borracha natural vulcanizada, a borracha nitrílica e vários tipos de elastômeros termoplásticos. Os modelos hiperelásticos têm sido utilizados também para rerepresentar o comportamento de tecidos orgânicos (RAGHAVAN; VORP, 2000; KHANAFER et al., 2009). Formulações de U para os modelos de materiais hiperelásticos mais utilizados são apresentadas em Melly et al. (2021). Em geral, a construção de uma formulação para a U é baseada em considerações sobre simetria e termodinâmica (MARTINS et al., 2006).

Se o material é considerado como isotrópico, a função de energia de deformação U é dependente dos três invariantes do tensor de deformação I_1 , I_2 e I_3 (LAI et al., 2009):

$$U_{\text{isotrópico}} = U(I_1, I_2, I_3) \quad (2.108)$$

em que

$$I_1 = \sum_{i=1}^3 \iota_i^2 \quad (2.109)$$

$$I_2 = \sum_{i,j=1}^3 \iota_i^2 \iota_j^2, \text{ para } i \neq j \quad (2.110)$$

$$I_3 = \prod_{i=1}^3 \iota_i^2 \quad (2.111)$$

sendo ι_1 , ι_2 e ι_3 os alongamentos principais, obtidos a partir das deformações principais por meio da seguinte relação:

$$\iota_i = \frac{L_i + \Delta L_i}{L_i} = 1 + \epsilon_i, \text{ para } i = 1, 2, 3. \quad (2.112)$$

O subíndice i refere-se a direções principais, ou seja, direções em um sistema cartesiano no qual o tensor de deformação se expresse apenas em componentes normais, sem cisalhamento. Como os invariantes do tensor de deformação dependem dos alongamentos principais, a função de energia de deformação pode ser escrita em termos de ι_1 , ι_2 e ι_3 . Além disso, se o material hiperelástico é considerado como incompressível ($I_3 = 1$), tem-se que

$$U_h = U(I_1, I_2) = U(\iota_1, \iota_2, \iota_3) \quad (2.113)$$

Yeoh (1993) propôs um modelo fenomenológico na forma de um polinômio de terceira ordem baseado apenas no primeiro invariante I_1 do tensor de deformações. Esse modelo pode ser utilizado para a caracterização de borrachas e apresenta bons ajustes para esta classe de materiais em uma ampla faixa de deformação. Verifica-se também que este modelo é adequado para simular vários modos de deformação com dados limitados, o que reduz as exigências para testes de materiais (SHAHZAD et al., 2015). Em outras palavras, o modelo Yeoh possui comportamento mais coerente com os modos de deformação biaxial e de cisalhamento do que outros modelos, mesmo que o ajuste do modelo seja feito apenas com dados do ensaio uniaxial, que é o tipo de teste mais comum e com maior disponibilidade de equipamentos para sua realização. Nos trabalhos de Martins et al. (2006), Shahzad et al. (2015) e Saedniya e Talaeitaba (2019), o modelo Yeoh foi o de melhor ajuste aos dados experimentais das borrachas analisadas, sendo a borracha de silicone uma das utilizadas. Outra vantagem deste modelo é ser simples, devido à sua dependência apenas de I_1 . O modelo Yeoh também é chamado de modelo polinomial reduzido e, para um material incompressível, pode ser dado como:

$$U_{\text{Yeoh}} = \sum_{n=1}^{n_y} c_n (I_1 - 3)^n. \quad (2.114)$$

em que n_y é a ordem do modelo, ou o grau do polinômio associado e as constantes do material c_n são obtidas por meio do método dos mínimos quadrados com base nos dados

de ensaios mecânicos do material. A ordem mais comumente aplicada é $n_y = 3$, que gera um equacionamento capaz de prever melhor o aumento de rigidez que algumas borrachas experimentam sob elevadas deformações (ι_1 acima de 3), pouco antes da ruptura. Por outro lado, ordens menores ($n_y = 2$ e $n_y = 1$) são mais adequadas quando o material apresenta mudança de rigidez considerável sob menores deformações (ι_1 entre 1 e 2).

2.3.2 Relação entre o ensaio de tração uniaxial e as propriedades do material isotrópico, incompressível e hiperelástico, no modelo Yeoh

O ensaio de tração uniaxial submete o material a um estado de tensões unidimensional, com a carga aplicada resultando em uma tensão normal σ na direção axial do corpo de prova e um alongamento λ nesta mesma direção. Porém, como as direções perpendiculares à aplicação da carga são livres, o estado de deformações é tridimensional. Definindo o alongamento na direção de aplicação da carga no ensaio de tração como $\iota_1 = \iota$ e considerando-se o material como isotrópico, tem-se que os alongamentos nas direções transversais à carga são iguais ($\iota_2 = \iota_3$). Dado isso, o tensor do gradiente de deformação \mathbf{F} (cujas componentes são definidas na Equação 2.105) pode ser escrito na forma matricial como:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \iota & 0 & 0 \\ 0 & \iota_2 & 0 \\ 0 & 0 & \iota_2 \end{pmatrix} \quad (2.115)$$

Se o material é considerado como incompressível, isto implica que J (Equação 2.106) é igual a 1. Dado isso, tem-se que:

$$J = \det[\mathbf{F}] = \iota \iota_2^2 = 1, \text{ então } \iota_2 = \iota_3 = \frac{1}{\sqrt{\iota}}. \quad (2.116)$$

Utilizando-se as Equações 2.116, 2.109, 2.110 e 2.111, pode-se escrever os invariantes I_1, I_2 em função do alongamento ι :

$$I_1 = \iota^2 + \frac{2}{\iota} \quad (2.117)$$

$$I_2 = 2\iota + \frac{1}{\iota^2} \quad (2.118)$$

$$I_3 = 1 \quad (2.119)$$

O tensor de tensões de Cauchy, definido de forma generalizada na Equação 2.102, também pode ser escrito em termos dos alongamentos principais:

$$\sigma_i = \frac{1}{J} \iota_i \frac{\partial U}{\partial \iota_i}, \text{ para } i = 1, 2, 3. \quad (2.120)$$

Novamente, o subíndice i refere-se a direções principais, ou seja, direções em um sistema cartesiano no qual o tensor de tensão se expresse apenas em componentes normais, sem tensões de cisalhamento. Considerando novamente as condições do ensaio de tração uniaxial, de um material isotrópico e incompressível ($J = 1$, $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, $\iota_1 = \iota$, $\iota_2 = \iota_3 = 1/\sqrt{\iota}$), reescreve-se por conveniência, o tensor de tensões de Cauchy em termos dos alongamentos principais e dos invariantes do tensor de deformação (MARTINS et al., 2006):

$$\sigma = 2 \left(\iota^2 - \frac{1}{\iota} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \frac{1}{\iota} \frac{\partial U}{\partial I_2} \right). \quad (2.121)$$

Aplicando a Equação 2.114 na Equação 2.121 obtém-se as formulações que relacionam a tensão e alongamento para o modelo Yeoh de terceira ordem, que podem ser utilizadas para a estimativa dos coeficientes c_n que caracterizam o material com base nos dados do ensaio de tração uniaxial:

$$\sigma_{\text{Yeoh}} = 2 \left(\iota^2 - \frac{1}{\iota} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} \right) = 2 \left(\iota^2 - \frac{1}{\iota} \right) (c_1 + 2c_2(I_1 - 3) + 3c_3(I_1 - 3)^2) \quad (2.122)$$

Para a aplicação dos modelos de segunda e primeira ordem basta assumir na Equação 2.122 $c_3 = 0$ e $c_3 = c_2 = 0$, respectivamente.

3 Revisão de literatura

Nas últimas décadas, os métodos de interação fluido-estrutura (FSI) têm-se consolidado como ferramentas fundamentais para a análise e o projeto de sistemas em que escoamentos interagem com materiais flexíveis ou deformáveis. Em particular, nos últimos cinco anos, observa-se um crescimento expressivo no uso de FSI na modelagem de equipamentos industriais que operam com escoamentos intermitentes através de estruturas complacentes, tanto em condições laminares quanto turbulentas. Esta tendência reflete a crescente demanda por previsibilidade e otimização em sistemas industriais complexos, nos quais efeitos hidrodinâmicos, propriedades mecânicas não-lineares dos materiais e condições transientes desempenham papel determinante no desempenho e na segurança operacional.

Foi feita uma revisão sistemática baseada na seguinte pergunta de pesquisa: nos últimos 5 anos, quais as contribuições de simulações FSI para análise de equipamentos industriais ou problemas que envolvam escoamentos intermitentes através de materiais complacentes? Foram identificados 26 estudos relevantes, abrangendo aplicações em diversas áreas, como turbomáquinas, dispositivos biomédicos, válvulas industriais, membranas de separação, sistemas microfluídicos e sensores flexíveis. Os métodos FSI empregados envolvem desde abordagens fortemente acopladas, com malhas móveis baseadas na formulação Lagrangiana-Euleriana arbitrária (ALE), que é o método utilizado neste trabalho, até técnicas particionadas e métodos híbridos com acoplamento explícito entre os domínios estrutural e fluido.

A interação fluido-estrutura tem-se mostrado uma ferramenta fundamental para análise e otimização de diversos sistemas industriais e biomédicos. Os métodos de simulação FSI podem ser classificados em diferentes abordagens, incluindo acoplamento particionado, monolítico, unidirecional e bidirecional (SU et al., 2022; AKRAMI et al., 2024).

Em aplicações biomédicas, as simulações FSI têm contribuído significativamente para o desenvolvimento de dispositivos médicos. Por exemplo, em stents ou endopróteses biliares, modelos 2D/3D alcançaram taxa de fechamento de 95,89%, relacionada a evitar o escoamento reverso no elemento, com redução de 90% no tempo computacional (SU et al., 2022). Na análise de aneurismas intracranianos, observou-se aumento de 73% na velocidade sistólica média com a incorporação de um stent redirecionador de fluxo (GOETZ et al., 2024).

No setor energético, as simulações FSI têm sido cruciais para otimização de turbinas eólicas e conversores de energia das ondas. Estudos demonstram que a flexibilidade das pás pode reduzir cargas equivalentes de dano em condições de escoamento turbulento

(GUMA et al., 2022). Em conversores de energia das ondas, ferramentas FSI capturam com precisão interações onda-estrutura não lineares e fenômenos complexos (HUANG et al., 2023).

Para materiais complacentes, avanços significativos incluem a implementação de modelos hiperelásticos (Mooney-Rivlin, Neo-Hookean, Ogden) e viscoelásticos (Kelvin-Voigt, Oldroyd-B) (ANAND; CHRISTOV, 2020; PANDE et al., 2023). Novas abordagens incorporam aprendizado de máquina para modelagem constitutiva de fluidos complexos (LENNON et al., 2023).

As principais limitações identificadas incluem alto custo computacional e necessidade de simplificações geométricas (SANTO et al., 2020). No entanto, técnicas emergentes como malhas adaptativas e métodos híbridos têm contribuído para superar esses desafios (HORR; KRONSTEINER, 2021). Estudos também enfatizam a importância da validação experimental para traduzir em aplicações práticas as percepções e nuances sobre o comportamento do sistema que a simulação permite obter (ZHU et al., 2023).

Em síntese, a literatura recente reforça a relevância das simulações FSI como ferramenta indispensável para a compreensão do comportamento de dispositivos compostos por materiais complacentes submetidos a escoamentos intermitentes. Esses métodos têm contribuído para o desenvolvimento de novas topologias geométricas, escolha de materiais com resposta mecânica otimizada e proposição de estratégias de atenuação que respondem melhor às demandas operacionais de sistemas hidráulicos industriais. A integração entre modelagem numérica e validação experimental permanece essencial para garantir a confiabilidade dos resultados e orientar futuras aplicações tecnológicas.

Nos últimos anos, os dispositivos atenuadores do tipo acumuladores utilizados em sistemas hidráulicos industriais têm evoluído substancialmente, impulsionados por demandas crescentes por maior eficiência energética, controle preciso de pressão e integração com sistemas inteligentes. A literatura técnica recente evidencia avanços em três frentes principais: estratégias de controle, inovações de projeto e materiais, e integração com sistemas complexos.

Do ponto de vista do controle, há uma transição progressiva dos atenuadores de operação passiva para sistemas dotados de controle ativo e adaptativo. Algoritmos de controle, como o fuzzy-PID (proporcional diferencial integral), controle preditivo baseado em modelo e controle por aprendizado iterativo foram empregados para melhorar a regulação de pressão e a eficiência energética. Liu et al. (2020), por exemplo, reportaram um aumento de 1,5 vezes na capacidade de armazenamento energético utilizando controle fuzzy-PID em acumuladores de pistão com válvulas de controle de gás. Da mesma forma, dispositivos com mecanismos de came otimizados por algoritmos genéticos apresentaram controle de pressão mais estável, conforme descrito por Zhao et al. (2018) e Zhao e Mohanty (2019).

Em termos de projeto e desempenho, diversos estudos destacam melhorias na densidade de energia, na capacidade de absorção de pulsações e na redução de volume e peso. Acumuladores do tipo volante apresentaram ganhos de até 10 vezes na densidade energética (VEN, 2009), enquanto o uso de espumas elastoméricas e inserções de espuma (REXER, 2020) permitiu não apenas um aumento de 11% na densidade de energia, mas também uma redução de 18% no volume do dispositivo, favorecendo aplicações móveis. Outros autores propuseram projetos compactos e integrados (CHAI et al., 2016), e acumuladores de fole soldados com comportamento livre de histerese para sistemas criogênicos (TATSUMOTO et al., 2015).

Inovações no uso de materiais também têm papel central nessa evolução. Foram relatados o uso de regeneradores metálicos, espumas compressíveis e estruturas em colmeia para mitigar perdas térmicas e promover comportamento quase isotérmico durante os ciclos de compressão e expansão do gás. Stroganov e Sheshin (2011) exploraram esse conceito em acumuladores termo-regenerativos, enquanto Irizar et al. (2017) e Irizar e Andreasen (2017) aplicaram dinâmica de fluidos computacional (CFD) para analisar e controlar a transferência de calor em acumuladores utilizados em sistemas de pitch de turbinas eólicas.

No campo da integração sistêmica, acumuladores foram incorporados com sucesso a sistemas hidráulicos complexos, como veículos híbridos (VEN; MCINNIS, 2011; QUIROGA, 2020), escavadeiras hidráulicas (ROMAGNUOLO et al., 2024; RANJAN et al., 2020b; RANJAN et al., 2020a), e sistemas de transmissão hidráulica em linha de produção contínua (PAGILLA et al., 2000). Nessas aplicações, a função dos acumuladores vai além da simples atenuação de pulsações, passando a incluir recuperação de energia durante ciclos de operação. Um exemplo marcante é o estudo de Romagnuolo et al. (2024), que obteve economia de energia de até 75% durante a fase de levantamento de cargas em sistemas de braço de escavadeiras, com uso de atuadores de três câmaras.

Além disso, melhorias na capacidade de atenuação de pulsos de alta frequência foram obtidas com dispositivos ativos baseados em materiais piezelétricos (YOKOTA et al., 1994), atingindo reduções superiores a 50 dB no espectro de pressão. De modo semelhante, acumuladores do tipo abafador de vórtice e câmaras de expansão foram empregados para controle de flutuações em sistemas de alta pressão, cobrindo faixas de frequência de 20 Hz até 2000 Hz (SHIRAISHI et al., 1994; YUAN et al., 2021).

Embora muitos dos desenvolvimentos descritos se encontrem nos estágios de simulação, protótipo ou validação em bancada, o conjunto das evidências aponta para uma trajetória consistente de inovação em acumuladores hidráulicos industriais. A ênfase recai na melhoria da eficiência energética, na adaptabilidade a diferentes regimes operacionais e na incorporação de estratégias de controle inteligente. Tais tendências dialogam diretamente com a proposta deste trabalho, que visa desenvolver e caracterizar o funcionamento

de dispositivos atenuadores com base apenas na capacidade de armazenamento de energia do material sólido complacente e isentos de um volume de gás comprimido, projetados para operar de forma segura e eficiente quando submetidos a escoamentos intermitentes e pulsáteis, em regime laminar e turbulento.

4 Objetivos

4.1 Objetivo geral

Desenvolver e aplicar modelos de parâmetros concentrados e distribuídos de interação fluido-estrutura, para a análise de um atenuador do tipo acumulador, de geometria tubular complacente, com ênfase na atenuação da vazão de escoamentos intermitentes, tanto em regime laminar quanto em regime turbulento.

4.2 Objetivos específicos

- 4.2.1 Utilizar modelo de Windkessel para relacionar a atenuação da vazão com as características do fluido, sistema hidráulico e atenuador.
- 4.2.2 Apresentar o modelo Windkessel modificado para abordar escoamentos intermitentes em frequências moderadas e altas, e em regime turbulento.
- 4.2.3 Caracterizar o comportamento mecânico do material elastômero utilizado no atenuador, por meio da determinação da massa específica, de ensaios de tração e do modelo hiperelástico de Yeoh.
- 4.2.4 Construir um bancada para testes de atenuadores, com ênfase na avaliação da atenuação da amplitude de vazão, sob diferentes frequências, vazões médias, amplitudes da vazão e configurações de montagem.
- 4.2.5 Realizar testes experimentais em atenuadores de diferentes complacências, avaliando o desempenho da atenuação da amplitude da vazão em diversos Reynolds e frequências.
- 4.2.6 Comparar as eficiências do atenuador em duas configurações de montagem distintas, em linha no sistema hidráulico e como um apêndice do sistema hidráulico.
- 4.2.7 Comparar os resultados entre os modelos de parâmetros concentrados com os resultados experimentais para avaliar o desempenho destes modelos na estimativa da atenuação para as faixas de frequência e Reynolds médio testadas.
- 4.2.8 Comparar os resultados de atenuação modelo FSI para o atenuador tubular, de material linear elástico, em regime laminar, com o modelo Windkessel de dois elementos e discutir as semelhanças e diferenças entre estes modelos na predição da atenuação.

- 4.2.9 Utilizar o modelo FSI para analisar aspectos da fluidodinâmica no interior do atenuador, estimativa das deformações e variação de volume e balanço de energia mecânica entre o dispositivo e o escoamento.

5 Metodologia

Neste capítulo são apresentados os procedimentos experimentais utilizados nas determinações de propriedades físicas do material do atenuador e nos testes experimentais dos atenuadores nas bancadas hidrodinâmicas. Também são apresentados os procedimentos, ferramentas e recursos utilizados para a implementação e verificação do comportamento dos modelos apresentados no Capítulo 2, na forma de experimentos numéricos.

5.1 Testes experimentais dos atenuadores

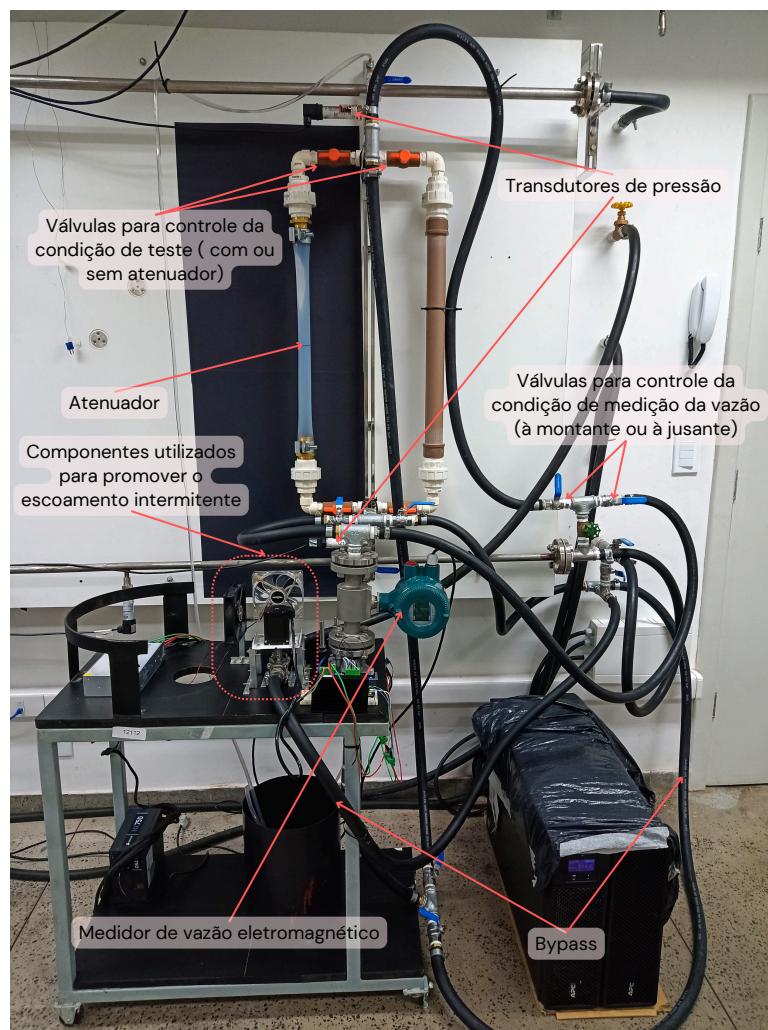
5.1.1 Descrição e operação da bancada

Com base na experiência obtida nos testes preliminares, foi desenvolvido um experimento para a avaliação da atenuação em escoamentos intermitentes, no qual houvesse melhor controle do regime de escoamento (laminar ou turbulento), da frequência predominante do escoamento e da complacência (que é a propriedade que representa a variação do volume em função da pressão) do elemento atenuador. O aparato experimental deste novo experimento foi montado a partir da adaptação da bancada de estudos em redução de arraste hidrodinâmico em escoamentos internos instalada atualmente no Laboratório de Métodos Experimentais em Fenômenos de Transporte - LAMEFT/UFES. As principais intervenções realizadas foram: a instalação de uma linha de derivação da linha principal da bancada, na qual foi instalado o dispositivo atenuador; instalação de um medidor de vazão eletromagnético a montante do atenuador, uma vez que a bancada já contava com um medidor a jusante com princípio de medição semelhante; revisão e adaptação do sistema supervisorio para a nova medição de vazão e controle do sistema de bombeamento; instalação de um sistema de controle de abertura e fechamento de uma válvula de esfera em frequência controlada para simulação da componente intermitente do escoamento. As adaptações foram realizadas de forma a preservar a capacidade de experimentos atual da bancada, uma vez que o próprio estudo de redução de arraste em escoamentos intermitentes se apresenta como uma área promissora para trabalhos futuros. Os principais componentes instalados na bancada são mostrados na Figura 4.

Um esquema com a representação dos componentes da bancada é apresentado na Figura 5. O tanque está submetido à pressão atmosférica e as bombas centrífugas associadas em paralelo encontram-se abaixo da saída do tanque, em condição afogada, para mitigação da cavitação.

Inicialmente, o tanque foi carregado com o fluido de teste; todas as válvulas do sistema foram abertas e as bombas ligadas para a expulsão de qualquer volume de

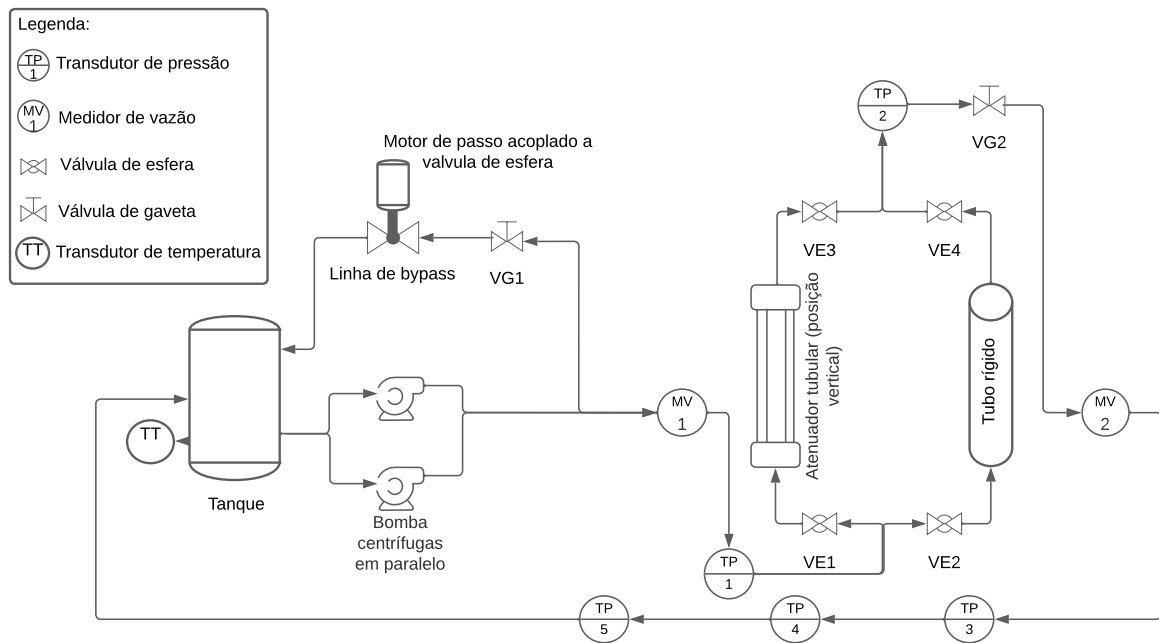
Figura 4 – Componentes principais do teste de atenuação com controle de regime de escoamento e complacência.



Fonte: elaborada pelo autor.

ar presente no sistema; a altura do fluido no tanque foi então medida para efeito de determinação da carga hidráulica devido à pressão estática nas medições de pressão fornecidas pelos transdutores de pressão (TP1, TP2, TP3, TP4 e TP5, fabricante Warme, modelo WTP 4010, faixa de medição 0 a 5 bar) presentes no sistema. Os experimentos foram feitos com vazões constantes fornecidas pelas bombas centrífugas operando em paralelo. A vazão constante foi obtida com a determinação da velocidade de rotação por meio de um inversor de frequência utilizado para controlar as bombas. A medição de vazão à montante e à jusante do atenuador foi feita com medidores de vazão eletromagnéticos (MV1 e MV2, respectivamente, medidor magnético marca Yokogawa, modelo ADMAG *Total Insight* AXG). As medições de pressão imediatamente à montante e à jusante do atenuador foram feitas com transdutores de pressão de princípio piezelétrico (TP1 e TP2). As medições dos transdutores de pressão TP3, TP4 e TP5 (também de princípio piezelétrico) foram utilizadas para a determinação da resistência ao escoamento fornecida

Figura 5 – Esquema representativo dos componentes do teste de atenuação com controle de regime de escoamento e complacência.

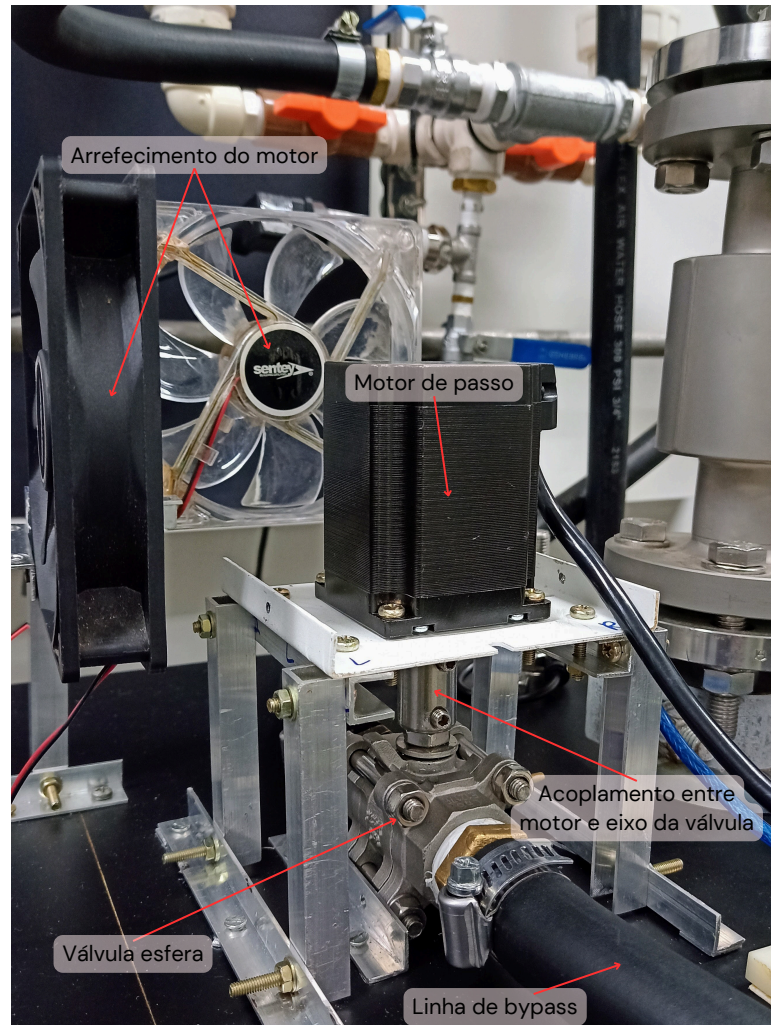


Fonte: elaborada pelo autor.

pela bancada e comparação do fator de atrito experimental com o valor teórico estimado em função do número de Reynolds. Um transdutor de temperatura do tipo termopar foi posicionado no interior do tanque, próximo à saída para as bombas, e registrou-se a temperatura do líquido no tanque durante os testes. Estes valores de temperatura foram utilizados para calcular a viscosidade do fluido de trabalho a partir de valores experimentais de viscosidade em função de temperatura obtidos previamente. As variáveis de pressão, vazão e temperatura foram obtidas por uma placa do fabricante National Instruments NI-6008®. Os dados adquiridos no processo foram armazenados em um banco de dados desenvolvido na plataforma NI-Max®.

Para submeter o atenuador a uma vazão pulsátil, com frequência característica determinada e possibilitar a variação desta frequência, foi instalada uma linha de *bypass* à montante do medidor de vazão MV1, na qual foi acoplada uma válvula de esfera com eixo acoplado a um motor de passo, conforme apresentado na Figura 6. O motor de passo foi instrumentado para o controle de sua rotação e, conseqüentemente, para a determinação da frequência de abertura e fechamento da válvula de esfera acoplada. O ciclo de abertura e fechamento da válvula resultou em uma vazão pulsátil de retorno ao tanque pela linha de *bypass*. Porém, como a vazão fornecida pelas bombas é constante, a linha principal passou também a contar com uma vazão pulsátil, de frequência característica igual à frequência da vazão na linha de *bypass*. Para cada volta completa do eixo do motor de passo, a válvula assume a posição completamente aberta duas vezes. Desse modo, a frequência de pulsação

Figura 6 – Componentes utilizados para promover a componente intermitente do escoamento através do atenuador.



Fonte: elaborada pelo autor.

das vazões na linha de *bypass* e na linha principal foi relacionada com a velocidade de rotação do motor da forma dada pela Equação 5.1

$$f_p = \frac{2r_m}{60} = \frac{r_m}{30} \quad (5.1)$$

em que r_m é a velocidade de rotação do motor em rpm (rotações por minuto) e f_p é a frequência principal de pulsação da vazão em Hz (1/s). Foi montado um sistema de resfriamento para motor de passo, com dois ventiladores comumente utilizados em computadores pessoais (*coolers* para *desktop*) posicionados próximos ao motor, com 90° entre si. A linha de *bypass* contou também com uma válvula de gaveta (VG1) para possibilitar o aumento da resistência ao escoamento nesta linha e regular a vazão de retorno ao tanque.

Os testes de cada atenuador foram realizados em três condições distintas:

- Atenuador em linha: para esta condição as válvulas de esfera VE1 e VE3 permane-

ceram abertas, enquanto as válvulas de esfera VE2 e VE4 permaneceram fechadas, fazendo com que a vazão principal escoasse através do atenuador.

- Atenuador em apêndice: para esta condição a válvula VE3 permaneceu fechada, enquanto VE1, VE2 e VE4 permaneceram abertas, fazendo com que a vazão principal escoasse pelo tubo rígido, mas o atenuador continuasse submetido a pressão variável da linha.
- Sem atenuador: para esta condição, as válvulas de esfera VE1 e VE3 permaneceram fechadas, enquanto as válvulas de esfera VE2 e VE4 também permaneceram fechadas, de modo que a vazão principal escoasse através do tubo rígido e o atenuador não estivesse submetido as variações de pressão na linha.

5.1.2 Condições dos testes e procedimentos experimentais

De forma geral, a atenuação da onda de pressão e de vazão é dependente de três variáveis principais: a média temporal da vazão, a média temporal da pressão atuante no atenuador e a frequência da componente oscilatória da vazão, que é a mesma da onda de pressão resultante. As médias temporais da vazão e da pressão são ambas relacionadas com a resistência ao escoamento que o sistema hidráulico oferece; portanto, são variáveis com uma dependência entre si, de modo que o efeito pode ser avaliado com a variação de uma delas. Neste trabalho, optou-se por avaliar o efeito dessas variáveis em termos da aplicação de diferentes rotações nas bombas centrífugas, que resultaram em diferentes vazões e diferentes números de Reynolds. Testes com escoamento no regime turbulento foram conduzidos utilizando água tratada como fluido de trabalho. Já os testes em regime laminar foram conduzidos utilizando uma mistura de aproximadamente 10% de água tratada e 90% de glicerina bidestilada como fluido de trabalho. Enquanto esta mistura alcançou uma viscosidade alta, de no mínimo 14 vezes a viscosidade da água a 25 °C, ela também manteve uma condutividade elétrica mínima para permitir a adequada medição de vazão nos medidores eletromagnéticos. A viscosidade cinemática da mistura foi medida na faixa de temperatura dos testes, utilizando-se um viscosímetro de Cannon-Fenske submerso em banho termostático.

Foram aplicados 5 níveis de velocidade de rotação das bombas centrífugas nos testes em regime turbulento e 4 níveis de velocidade de rotação nos testes em regime laminar. Foram aplicados 4 níveis para frequência de pulsação tanto nos testes em regime laminar quanto nos testes em regime turbulento. As condições dos casos testados são apresentadas na Tabela 1. Foram feitas réplicas de cada teste, totalizando 40 testes em regime turbulento (5 rotações X 4 frequências X primeiro teste e repetição) e 32 testes em regime laminar (4 rotações X 4 frequências X primeiro teste e repetição).

Tabela 1 – Condições do casos testados.

Regime turbulento			Regime laminar		
Caso	Frequência de pulsação (Hz)	Rotação da bomba (rpm)	Caso	Frequência de pulsação (Hz)	Rotação da bomba (rpm)
1		1000	1		1400
2		1400	2		1800
3	0,4	1800	3	0,4	2200
4		2200	4		2600
5		2600			
6		1000	5		1400
7		1400	6		1800
8	0,6	1800	7	0,6	2200
9		2200	8		2600
10		2600			
11		1000	9		1400
12		1400	10		1800
13	0,8	1800	11	0,8	2200
14		2200	12		2600
15		2600			
16		1000	13		1400
17		1400	14		1800
18	1,0	1800	15	1,0	2200
19		2200	16		2600
20		2600			

Diferentes frequências de pulsação do escoamento através do atenuador foram obtidas com variação da velocidade de rotação do motor de passo acoplado à válvula de esfera presente na linha de *bypass*. Conforme registrado anteriormente, a Equação 5.1 relaciona a rotação do motor de passo com a frequência de pulsação da vazão. A velocidade de rotação das bombas centrífugas foi controlada via inversor de frequência integrado ao sistema supervisorio da bancada.

Em cada teste, estabelecidas a rotação das bombas e frequência de pulsação, o registro das pressões e vazões foi feito por três minutos em cada uma das condições de atuação do atenuador: atenuador em linha (escoamento através do atenuador), atenuador em apêndice (escoamento através do tubo rígido com o atenuador submetido a pressão da linha) e sem atenuador (escoamento através do tubo rígido e atenuador completamente desconectado da pressão da linha). Cada conjunto de testes foi realizado fixando-se a frequência e variando-se a rotação das bombas, do maior valor para o menor. Inicialmente, a rotação do motor de passo correspondente à frequência de pulsação era ajustada no controlador do motor. Na sequência, a rotação das bombas centrífugas era definida no inversor de frequência. O registro das medições de pressão, vazão e temperatura iniciava-se

30 segundos após qualquer modificação da condição de teste, seja pela alteração da vazão (pela mudança de rotação das bombas), seja pela abertura ou fechamento das válvulas para mudar a condição do atenuador (atenuador em linha, atenuador em apêndice ou sem atenuador). Durante todos os testes, a aquisição de dados foi feita a uma taxa de 10 Hz (10 dados por segundo, em um intervalo entre medições de 100 ms), sendo essa a taxa máxima de aquisição na qual as duas medições consecutivas de pressão e vazão apresentam diferenças efetivamente relacionadas à sensibilidade dos transdutores. Cada teste teve duração de 3 minutos, totalizando 1800 registros de cada variável monitorada por teste.

5.1.3 Análise de incerteza

As principais incertezas relacionadas às medições da pressão e da vazão estão associadas à calibração, à medida física no transdutor e à conversão do sinal. Estas incertezas são classificadas como Tipo A e Tipo B. A incerteza do Tipo A considerada é apenas a incerteza das medidas obtidas pelo transdutor e depende do número de amostras. As incertezas do Tipo B estão relacionadas com o resultado da calibração e com a conversão analógico-digital do sistema de aquisição de dados (INMETRO, 2014).

A incerteza padrão das medidas Tipo A, u_{pA} pode ser obtida a partir da Equação 5.2:

$$u_A^2 = \tilde{u}^2 + V^2 = \tilde{u}^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2 \quad (5.2)$$

em que \tilde{u} é a incerteza-padrão de medição associada, S é a variância amostral, N é o número de amostras, s_i é o valor medido e \bar{s} é a média dos valores medidos. De acordo com INMETRO (2022), nos casos mais comuns, $s^2 \gg \tilde{u}$. A incerteza combinada do Tipo B, u_B , pode ser obtida por meio da Equação 5.3:

$$u_B^2 = u_{\text{calib}}^2 + u_{\text{conv}}^2 \quad (5.3)$$

em que u_{calib} é a incerteza da calibração e u_{conv} é a incerteza da conversão analógico-digital. Como o sistema de aquisição de dados é de 14 *bits*, considerou-se que a incerteza u_{conv} pode ser desprezada em relação à incerteza de calibração. Logo, $u_{\text{conv}} \approx 0$. A incerteza combinada para a pressão u_p pode ser expressa pela Equação 5.4:

$$u_{\text{comb}}^2 = (u_{A,m}^2 + u_{\text{calib}}^2) + (u_{A,\text{back}}^2 + u_{\text{calib}}^2) \quad (5.4)$$

em que u_{Am} se refere a incerteza do Tipo A para as medidas realizadas durante testes com escoamento e u_{Aref} se refere a incerteza do Tipo A para as medidas de pressão e de vazão de referência realizadas sem escoamento (medidas de *background*). Considerou-se para a incerteza expandida um nível de confiança de 95%, tomando, assim, um fator de abrangência, f_a , igual a 2. Assim, a incerteza expandida relativa da pressão, U_{exp} , pode

ser expressa pela Equação 5.5:

$$U_{\text{exp}} = \frac{f_a u_{\text{comb}}}{\bar{s}}. \quad (5.5)$$

Em 22 testes com vazão em regime permanente, na faixa de 8 a 37 L/min, a maior incerteza expandida relativa na medição de pressão observada foi de $U_{\text{exp}} = 0,0172$, ou seja, 1,72%. Foi verificada uma incerteza expandida relativa máxima nos testes de $U_{\text{exp}} = 0,0234$, ou seja, 2,34%. Dada a característica da atenuação ser obtida com base na avaliação entre a amplitude e a média da vazão, essa incerteza será considerada para a comparação com os modelos para a estimativa da atenuação.

5.2 Obtenção das propriedades físicas da borracha de silicone utilizada nos atenuadores e estimativa da complacência dos atenuadores

5.2.1 Determinação da massa específica

Os testes para a determinação da massa específica do material do atenuador foram realizados de acordo com a norma ASTM D792-20 (ASTM International, 2008) e conduzidos no Laboratório de Tribologia, Corrosão e Materiais - TRICORRMAT/UFES. 20 corpos de prova foram preparados a partir de cortes feitos por estilete nas mangueiras de silicone com diâmetro nominal interno de 32 mm e 36 mm, cujas seções transversais são mostradas nas Figuras 9 e 10, respectivamente. Os pedaços obtidos das mangueiras foram previamente limpos e secos à temperatura ambiente. Os corpos de prova foram feitos na forma aproximada de quadrados com 20 mm de lado. Uma vez que o material possui espessura de 3 mm, e testes preliminares indicaram uma massa específica de aproximadamente 1,2 g/cm³, os corpos de prova apresentaram massa entre 1 e 3 g. Estas dimensões foram estabelecidas para respeitar a indicação da norma ASTM D792-20, na qual os corpos de prova testados devem ter, preferencialmente, entre 1 e 5 g, bem como espessuras que respeitem a relação de, no mínimo, 1 mm para cada g. Uma balança analítica BEL Engineering, modelo HPBG-2285Di, com resolução de 0,1 mg foi utilizada para a medição da massa dos corpos de prova.

5.2.2 Caracterização do comportamento mecânico

A caracterização do comportamento mecânico da borracha de silicone utilizada nos atenuadores foi feita a partir de ensaios de tração unidimensionais, orientados pela norma ASTM D412-16 (ASTM International, 2021) e conduzidos no Laboratório de Tribologia, Corrosão e Materiais - TRICORRMAT/UFES. A máquina de ensaio de tração utilizada foi da marca MTS modelo ExceedTM E43, conectada a um computador para controle do

ensaio e coleta dos dados. A taxa de alongamento utilizada foi de 500 mm/min, segundo a norma. Para cada corpo de prova testado foram registrados os seguintes dados: força aplicada, deslocamento da travessa e tempo de teste. A taxa de aquisição utilizada nos testes foi de 10 Hz.

Os corpos de prova do tipo gravata foram obtidos por meio de corte com estilete, sendo o corte guiado por um molde produzido por impressão 3D, com as dimensões indicadas na norma ASTM D412-16. As dimensões de largura e espessura dos corpos de prova obtidos foram medidas com um paquímetro, para determinação da seção transversal de referência, e foram feitas marcações do comprimento de referência $L_{cp,0}$ (50 mm) com caneta esferográfica de ponta fina (0,5 mm), para posterior determinação da deformação normal. Os corpos de prova foram obtidos das mangueiras de silicone antes da produção dos atenuadores, e também a partir dos próprios atenuadores, após os testes de atenuação. Isto foi feito com o objetivo de avaliar a mudança no comportamento mecânico resultante das solicitações cíclicas nas quais os atenuadores são submetidos durante os testes.

A tensão normal σ_{cp} na seção transversal de referência do corpo de prova, em cada instante, foi obtida de acordo com

$$\sigma_{cp} = \frac{F_{cp}}{A_{cp,0}} \quad (5.6)$$

em que F_{cp} é a força aplicada pela máquina de ensaio ao corpo de prova e $A_{cp,0}$ é a área de seção transversal inicial do corpo de prova, produto da largura vezes a espessura medidos após a obtenção do mesmo. Observa-se que a tensão σ_{cp} é denominada "tensão de engenharia", uma vez que considera a seção transversal do material sem efeito das deformações devido às solicitações.

Uma vez que as deformações experimentadas pelos materiais elastômeros são bem mais altas que as deformações experimentadas pelos materiais metálicos, em geral a utilização de extensômetros convencionais para registro do deslocamento pode ser inviável, como de fato ocorreu neste caso. Por outro lado, atribuir o deslocamento da travessa da máquina de tração como sendo o deslocamento da região de referência para a deformação do corpo de prova resulta em erro, pois verifica-se que existem deformações consideráveis fora da região de referência, além de escorregamento na área de pega das garras. Para contornar estas questões, é comum que as deformações de elastômeros sejam obtidas por meio de análise de imagens, como nos trabalhos de Chevalier et al. (2001), Shahzad et al. (2015) e Yamashita et al. (2023). Os testes foram filmados em alta resolução (3840 x 1686 pixels) e taxa de aquisição de 30 quadros por segundo, utilizando-se os recursos de câmera do *smartphone* marca Motorola, modelo Moto G60S, posicionado sobre um tripé marca Manfrotto, modelo Mk055xpro3-bhq2, a cerca de 1,5 m do plano de deformação do corpo de prova. As filmagens foram utilizadas para a determinação do alongamento do corpo e cálculo da deformação normal. Um cronômetro foi registrado nas filmagens (canto

inferior esquerdo da Figura 7a) para sincronizar os dados registrados no computador e as informações obtidas no processamento dos vídeos. As imagens presentes nos vídeos foram analisadas com o *software* Tracker (BROWN et al., 2024). Entre vários recursos disponíveis, este aplicativo possui uma ferramenta de rastreamento de um ponto entre quadros de vídeo, que foi utilizada para acompanhar os deslocamentos das marcações da zona de deformação normal do corpo de prova. Dada uma relação entre um comprimento real e a quantidade de pixels na imagem (que foi obtida na parte central da régua localizada na máquina de ensaio, conforme observado na lateral direita Figura 7a), foi possível determinar o comprimento entre as marcas no corpo de prova em cada quadro de vídeo analisado (Figura 7b), relacionar o quadro com o tempo (por meio do cronômetro também registrado em vídeo) e determinar o valor da deformação normal ϵ_{cp} , conforme a Equação 5.7:

$$\epsilon_{cp} = \frac{L_{cp}f_c - L_{cp,0}}{L_{cp,0}} \quad (5.7)$$

em que $L_{cp,0}$ é o comprimento inicial da região de deformação normal, igual a 50 mm, L_{cp} é o comprimento entre as marcas do corpo de prova deformado no instante considerado e f_c é um fator de correção aplicado para corrigir o efeito de distorção do comprimento em medidas feitas fora do centro da imagem, onde a relação pixel/comprimento foi estabelecida. O fator f_c foi obtido em cada instante de tempo a partir da distância entre as garras obtida nos mesmos quadros do deslocamento entre as marcas no corpo de prova, e da medida real da distância entre as garras, conhecida a partir do deslocamento da travessa e da distância inicial entre as garras medida diretamente com paquímetro. Com estas medidas, f_c é obtido da seguinte forma:

$$f_c = \frac{L_{g,r}}{L_{g,i}} \quad (5.8)$$

em que $L_{g,i}$ é a distância entre as garras na imagem e $L_{g,r}$ é a distância real entre as garras. Novamente, destaca-se que a deformação ϵ_{cp} é também uma "deformação de engenharia", pois considera o comprimento inicial indeformado como referência.

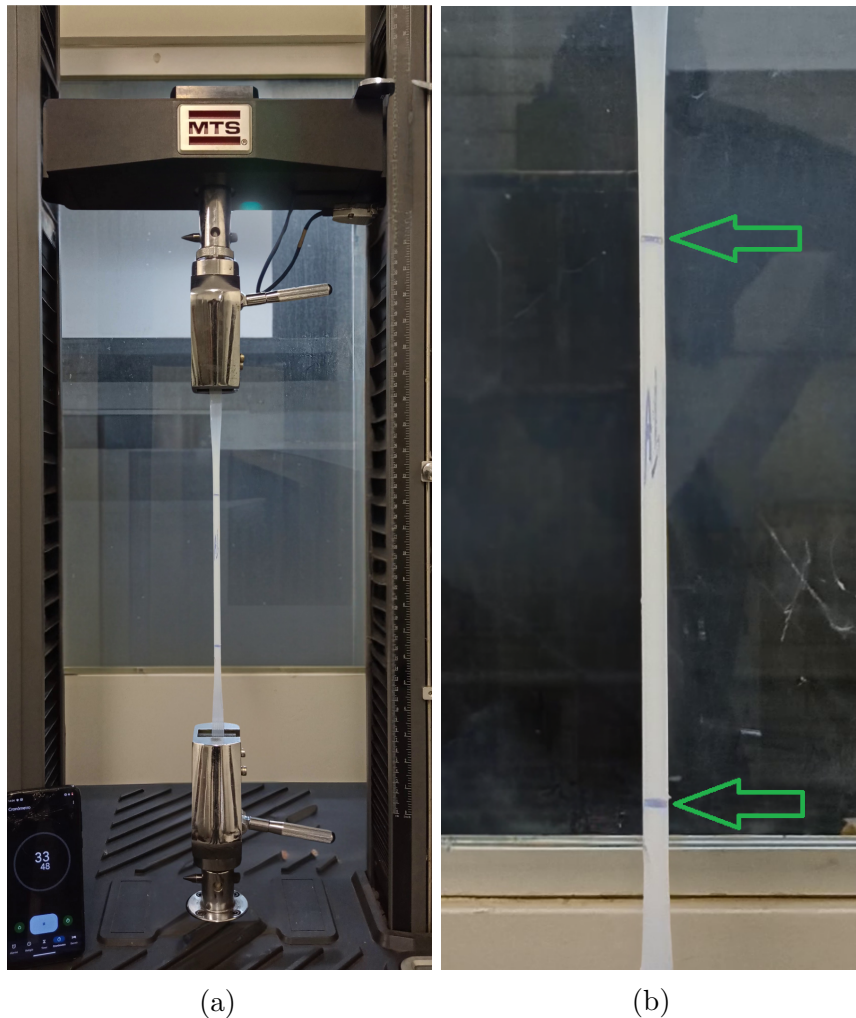
A partir dos resultados agrupados das cinco amostras, foi aplicado o método dos mínimos quadrados para a obtenção do coeficiente angular da reta que se aproxima melhor da distribuição dos dados, de acordo com o modelo linear dado pela Equação 5.9:

$$\sigma = E\epsilon \quad (5.9)$$

em que σ é a tensão normal e ϵ é a deformação normal. Este coeficiente angular representa o módulo de elasticidade médio E para o material na faixa de deformações avaliada, que é necessário para a estimativa da complacência média do atenuador, segundo a Equação 2.38, fazendo-se $E_d = E$.

Os resultados de tensão normal σ_{cp} e deformação normal ϵ_{cp} foram também utilizados para obter os coeficientes do modelo Yeoh de segunda ordem para materiais

Figura 7 – Equipamento durante a realização do ensaio de tração da borracha de silicone: (a) corpo de prova sob sollicitação: quadro obtido da filmagem; (b) detalhe com marcas referência da região de deformação normal constante.

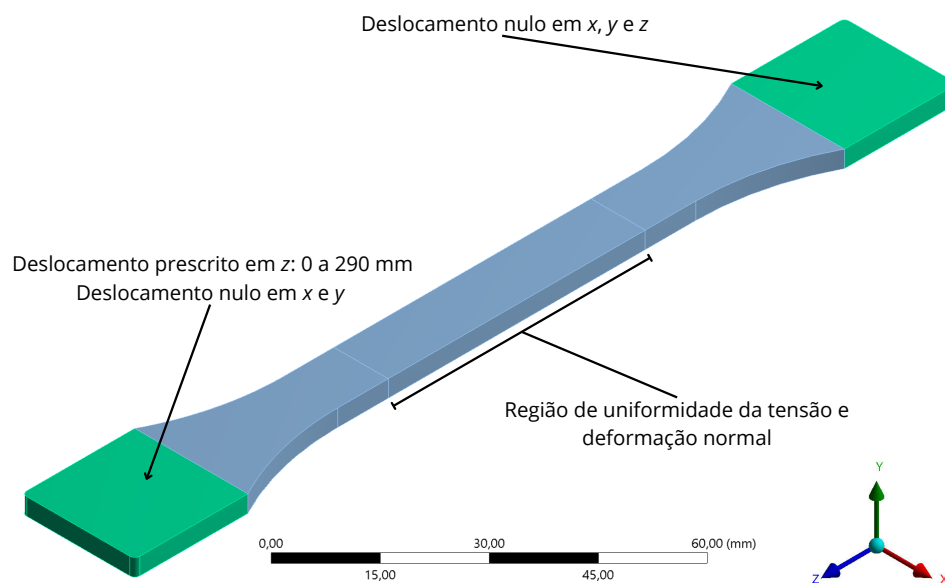


Fonte: elaborada pelo autor.

hiperelásticos, que por sua vez foi o modelo constitutivo aplicado nas simulações numéricas em que o comportamento da borracha de silicone foi assumido como não linear. Foi utilizado o algoritmo Levenberg–Marquardt (MARTINS et al., 2006) implementado no aplicativo Origin 2019 (OriginLab Corporation, 2024) para ajuste do modelo dado pela Equação 2.122 a partir dos dados experimentais dos ensaios de tração e determinação dos coeficientes c_1 e c_2 . Utilizando-se o modelo ajustado com base nos dados do material antes do uso como atenuador, foi conduzida uma simulação do ensaio de tração, utilizando o método de elementos finitos implementado no módulo *Mechanical* do Ansys® Workbench 2020 R1, a fim de validar o modelo. A geometria desta simulação, construída com base nas dimensões do molde dos corpos de prova, é apresentada na Figura 8. Esta geometria foi discretizada em uma malha tetraédrica, com 531916 elementos lineares, e 102503 nós. As condições de contorno utilizadas foram: deslocamento prescrito na direção z (axial) em uma extremidade, na região de contato com as garras superiores da máquina de tração;

deslocamento nulo na outra extremidade, também na região de contato com as garras inferiores. No deslocamento prescrito, foi utilizada uma faixa de 0 a 283 mm, no tempo de simulação de 34 s, que representa a mesma taxa de 500 mm/min utilizada nos ensaios. Os resultados de tensão de engenharia (que considera a área transversal inicial do corpo de prova, de acordo com a Equação 5.6) e o alongamento na região de referência para a deformação normal foram então comparados com os resultados experimentais.

Figura 8 – Geometria e condições de contorno aplicadas na simulação do ensaio de tração.



Fonte: elaborada pelo autor.

Para avaliar a mudança do comportamento mecânico após a solicitação nos testes de atenuação, foi feito um teste F de análise da variância sobre os dois conjuntos de dados, ao nível de 95% de confiabilidade, com o intuito de verificar se os conjuntos de dados de tensão e deformação são estatisticamente diferentes (AKAIKE, 1974; BURNHAM; ANDERSON, 2002). Este teste é feito com base na soma do quadrado dos resíduos que os dois conjuntos de dados apresentam para um mesmo modelo constitutivo ajustado para a relação tensão-deformação, no caso, o modelo linear (Equação 5.9). Dados os resultados da soma dos quadrados dos resíduos (SQR) e número de graus de liberdade (GL) dos conjuntos de dados 1 e 2, tem-se:

$$SQR_{\text{separados}} = SQR_1 + SQR_2 \quad (5.10)$$

$$GL_{\text{separados}} = GL_1 + GL_2 \quad (5.11)$$

em que os subscritos 1 e 2 indicam conjuntos de dados diferentes. Os dois conjuntos de dados são então combinados em apenas um, e o mesmo modelo utilizado nos dois conjuntos é também aplicado para o conjunto unificado, fornecendo assim resultados de soma dos

quadrados dos resíduos e número de graus de liberdade, $SQR_{\text{combinados}}$ e $GL_{\text{combinados}}$, respectivamente. O valor da estatística F é então determinado como:

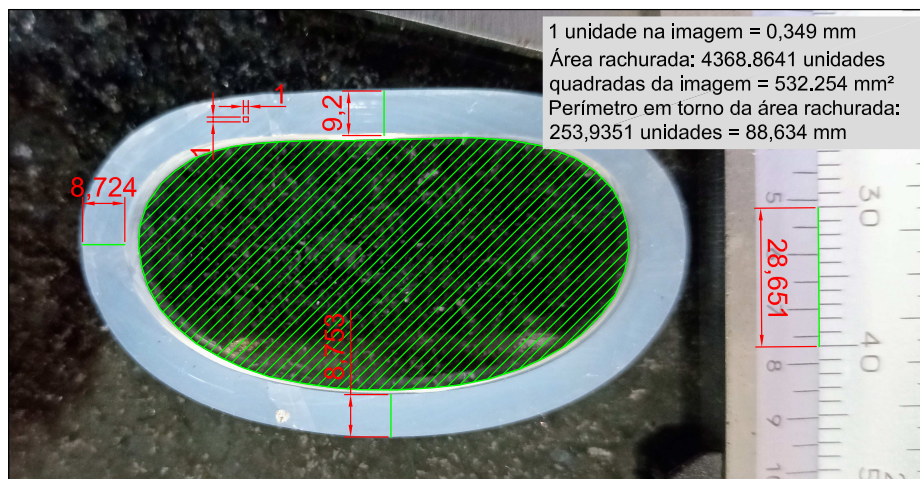
$$F = \frac{\frac{(SQR_{\text{combinados}} - SQR_{\text{separados}})}{(GL_{\text{combinados}} - GL_{\text{separados}})}}{\frac{SQR_{\text{separados}}}{GL_{\text{separados}}}} \quad (5.12)$$

O valor de F calculado é comparado com o valor da distribuição de F tabelado, que por sua vez é obtido em função dos graus de liberdade e da confiabilidade assumida para o teste. Caso o valor de F calculado pela Equação 5.12 seja maior que o valor de F tabelado, rejeita-se a hipótese de que os conjuntos de dados sejam iguais. Uma vez que o teste se aplica sobre a interação do modelo constitutivo com os conjuntos de dados, pôde-se então inferir se as propriedades obtidas nos modelos são estatisticamente diferentes.

5.2.3 Atenuadores tubulares

Os atenuadores testados consistiram de tubos feitos de borracha de silicone transparente, com espessura nominal de 3 mm. Dois diâmetros nominais internos foram testados: 32 mm e 36 mm. O comprimento livre de restrição dos tubos, quando instalados na bancada, foi de 490 mm. As Figuras 9 e 10 mostram as seções transversais dos tubos de silicone utilizados.

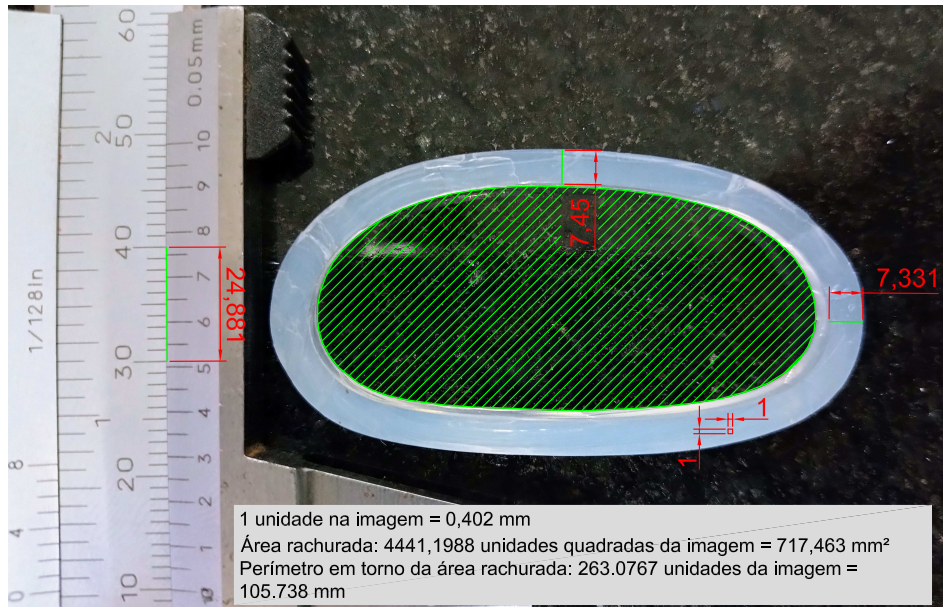
Figura 9 – Seção transversal da mangueira de silicone com diâmetro nominal interno de 32 mm



Fonte: elaborada pelo autor.

Percebe-se que ocorrem variações da espessura do tubo. Além disso, a forma original da seção do tubo (sem carga de pressão interna) é mais próxima de uma elipse do que de um círculo. Conforme descrito na subseção 2.1.2.2, a complacência, que representa a variação de volume experimentada pelo atenuador em relação à variação de pressão interna à qual está submetido, pode ser estimada segundo as Equações 2.37 ou 2.38 para geometrias tubulares submetidas a uma onda de pressão interna devido ao escoamento.

Figura 10 – Seção transversal da mangueira de silicone com diâmetro nominal interno de 36 mm.



Fonte: elaborada pelo autor.

Tanto a variação da espessura quanto a forma inicial não circular são fontes de desvio da complacência real em relação à complacência teórica estimada por estas formulações .

Outra importante fonte de variação é o comportamento mecânico do material, expresso pela propriedade E_d . Materiais elastômeros como a borracha de silicone apresentam comportamento elástico não linear quando considera-se uma faixa mais ampla de deformações, o que implica em uma variação do módulo de elasticidade aparente (dado como a inclinação local da curva tensão-deformação do material) em função da própria deformação experimentada pelo material.

Segundo as Equações 2.37 ou 2.38, a dimensão que mais afeta a complacência é o diâmetro do tubo. Desse modo, definindo-se C_{32} como a complacência do tubo com diâmetro nominal interno de 32 m e C_{36} como a complacência do tubo com diâmetro nominal interno de 36 m, a relação entre as complacências dos atenuadores testados é estimada como

$$\frac{C_{36}}{C_{32}} = \frac{\pi(36 \text{ mm})^3 L_d}{4h_d E_d} = \left(\frac{36}{32}\right)^3 = 1.424. \quad (5.13)$$

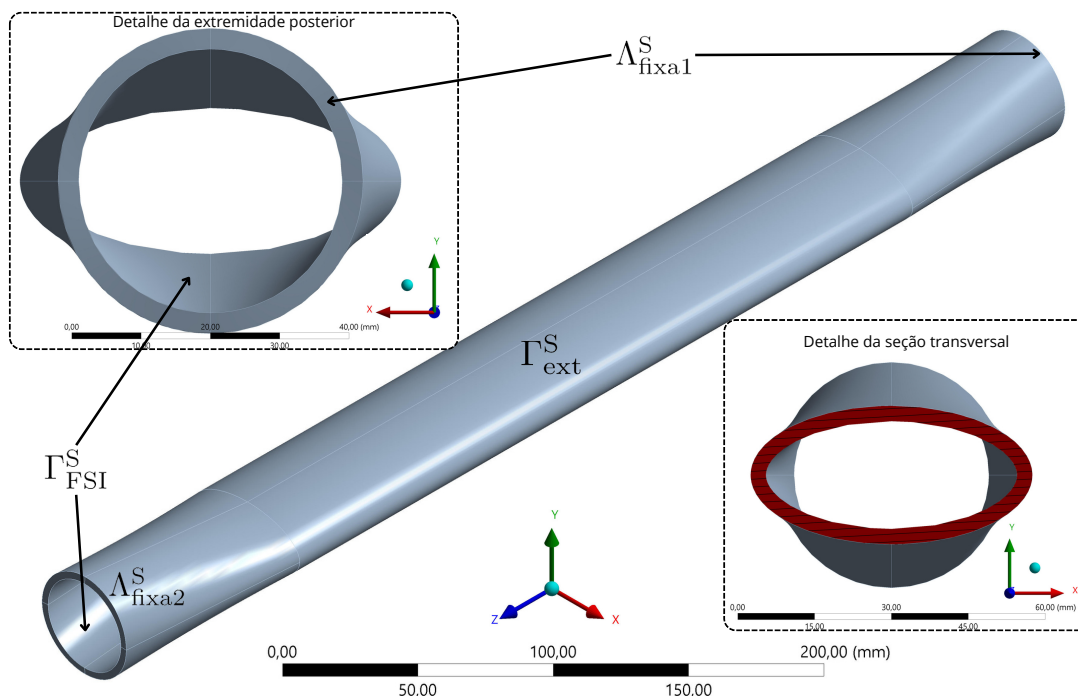
ou seja, mesmo com as diferenças entre o modelo teórico para a complacência de (MEI et al., 2018) dado pela Equação 2.38 e as complacências reais dos atenuadores testados, estima-se que C_{36} seja 42% maior que C_{32} .

5.2.4 Estimativa da complacência variável do atenuador como função da pressão interna e com uso do modelo Yeoh

Com o objetivo de avaliar os efeitos da geometria, das não linearidades associadas ao comportamento constitutivo do material hiperelástico Yeoh sobre a complacência e, conseqüentemente, sobre a capacidade de atenuação do dispositivo, foram conduzidas simulações numéricas estáticas utilizando o software Ansys® Mechanical. Nessas simulações, o atenuador foi submetido a diferentes valores de pressão interna constante e, para cada condição, determinou-se a variação do volume interno do elemento.

As simulações foram realizadas considerando duas geometrias: um tubo de diâmetro interno de 32 mm e a geometria ilustrada na Figura 11, que possui uma seção intermediária de formato elipsoidal. Nesta última geometria, buscou-se representar a forma do tubo em sua condição não deformada, isto é, na ausência de pressão interna. Para isso, utilizou-se uma geometria de elipse, com perímetro igual ao perímetro estimado da parte interna, tentando a maior proximidade possível com a seção mostrada na Figura 9. Nessa configuração, a seção transversal no centro do comprimento apresentava inicialmente uma forma elíptica, a qual fazia uma transição gradual para uma seção circular com diâmetro de 38 mm, correspondente ao diâmetro externo do tubo rígido.

Figura 11 – Geometria e regiões do atenuador modelado como um tubo com seção elipsoide.



Fonte: elaborada pelo autor.

A malha utilizada nas simulações com o tubo elipsoide foi composta por 316949 elementos e 88556 nós, com elementos lineares. Essa malha foi selecionada a partir de testes com diversas malhas, cujos resultados são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Características e resultados das malhas estruturais testadas.

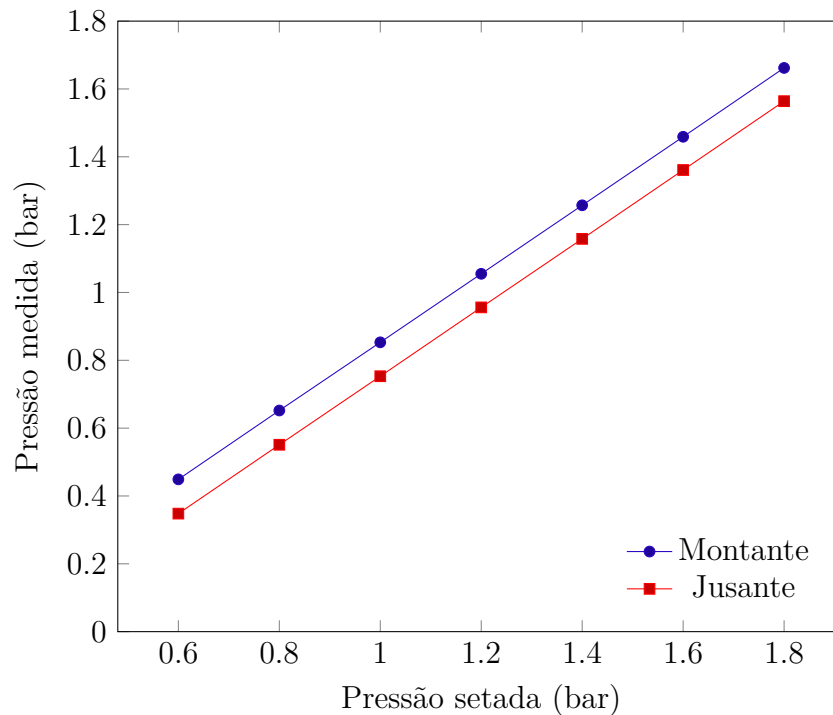
Malha	Tipo de elemento	Tamanho máximo do elemento (mm)	N ^o elementos	N ^o nós	Tempo para solução (s)	Erro RMS (mm)
1	Quadrático	2	33384	65528	187	1,57
2	Linear	2	33332	10843	74	1,97
3	Linear	1	185507	51198	382	1,46
4	Quadrático	1	185507	327694	1456	1,52
5	Linear	0,5	812784	216367	2309	1,44
6	Linear	0,75	316949	88556	639	1,43

Fonte: elaborada pelo autor.

O erro RMS apresentado se refere à comparação dos resultados de cada malha com testes hidrostáticos experimentais feitos com o atenuador. O valor do menor erro corresponde a 4,4% do diâmetro nominal do atenuador. Além do erro razoavelmente baixo, a malha selecionada apresentou um tempo de solução adequado, menor que a metade do tempo necessário para a malha com maior nível de discretização.

Nos testes hidrostáticos do atenuador, foram aplicadas pressões constantes, por meio da pressurização da linha hidráulica com uso de um vaso de pressão conectado à bancada, e fechando-se a válvula VG2 (Figura 5). As pressões setadas e medidas nos transdutores de pressão TP1 e TP2 são mostradas na Figura 12.

Figura 12 – Pressões setadas e pressões efetivas medidas nos transdutores a montante (TP1) e jusante (TP2) do atenuador nos testes estáticos.

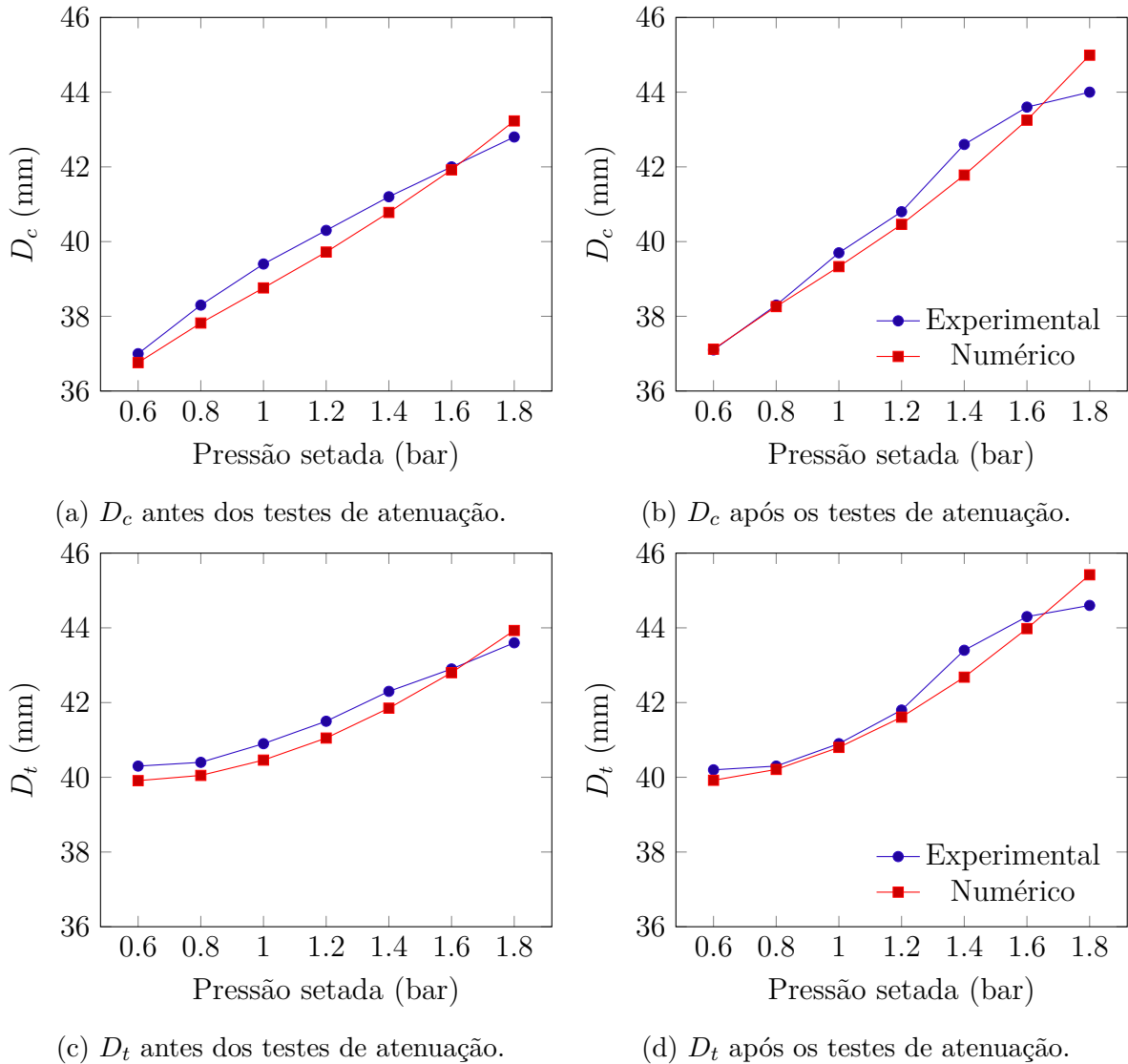


Fonte: elaborada pelo autor.

Com a carga hidrostática estável, foram feitas medições manuais de dois diâmetros

na seção central (na metade do comprimento) do atenuador, o diâmetro D_c , inicialmente o menor, e o diâmetro D_t , inicialmente maior e transversal a D_c . As mesmas pressões aplicadas no teste hidrostático foram utilizadas em um teste hidrostático numérico, seguindo as condições de contorno já citadas. A comparação entre os resultados experimentais e numéricos, para a malha com menor erro quadrático médio é feita na Figura 13.

Figura 13 – Comparação entre o teste estático experimental e os resultados numéricos para o atenuador de diâmetro nominal interno 32 mm.



Fonte: elaborada pelo autor.

Tando nas simulações dos testes hidrostáticos, quanto nas simulações para estimativa da complacência, as condições de contorno foram: superfícies Λ_{fixa1}^S e Λ_{fixa2}^S sem deslocamento; superfície interna Γ_{FSI}^S recebendo pressão com distribuição linear ao longo da direção axial para representação do efeito de carga hidrostática; superfície externa Γ_{ext}^S sem restrição a deslocamento. O modelo considerou também a interface entre o tubo de silicone flexível e os segmentos rígidos aos quais ele se encontrava fixado, a fim de reproduzir as

condições de contorno mais próximas da montagem experimental. Diferentemente das abordagens que utilizam a formulação de membrana, neste caso foi adotado um modelo tridimensional com representação completa da espessura da parede do tubo, permitindo maior precisão na avaliação do estado de deformação sob pressão interna. Também foi considerado o efeito da gravidade e da pressão hidrostática no atenuador, uma vez que, na montagem experimental, ele foi posicionado com o eixo axial na direção vertical. O modelo constitutivo utilizado foi o Yeoh, com os coeficientes obtidos nas condições antes e após os testes de atenuação, de acordo com o procedimento descrito na subseção 5.2.2. Foram aplicados 166 valores de pressão média interna, com valores na faixa de 0 a 1,6 bar (0,16 MPa), que são compatíveis com os valores empregados nos testes experimentais conduzidos em bancada, apresentados na subseção 5.1.2.

Nas simulações, para cada valor de pressão aplicada, o volume interno do tubo foi determinado a partir da malha deformada exportada do modelo, permitindo a construção da curva de variação volumétrica em função da pressão. A inclinação dessa curva, obtida por meio da derivada do volume em relação à pressão interna, fornece a complacência instantânea do componente atuante como atenuador. A curva de complacência obtida por meio da simulação numérica foi então utilizada como base para a construção de um modelo de parâmetros concentrados com complacência variável, capaz de representar com maior realismo a resposta do dispositivo ao longo da faixa de pressões de operação. Esse procedimento permitiu substituir a hipótese simplificadora de complacência constante por uma descrição funcional $C(p)$, na qual o valor da complacência depende diretamente da pressão interna aplicada ao atenuador.

5.3 Métodos de solução do modelo *Windkessel* modificado para escoamento pulsátil com frequências moderadas e altas

5.3.1 Regime laminar

A Equação 2.71 foi resolvida analiticamente considerando-se as propriedades do conjunto fluido/atenuador/sistema hidráulico dadas na Tabela 3. Os valores destas propriedades são baseados nos dados experimentais observados nos testes dos atenuadores tubulares descritos na seção 5.1, especificamente nos testes em regime laminar. Para as propriedades nas quais foi observada variação dentro de uma faixa (por exemplo, a viscosidade do fluido), foi considerado um valor central dentro da faixa de variação.

A faixa de valores de ω' avaliada foi de 8 a 25, compatível com os testes experimentais.

Tabela 3 – Propriedades utilizadas na solução do modelo *Windkessel* modificado em regime laminar.

Componente	Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valor
Atenuador	Módulo de Elasticidade	E_d	MPa	2,29
	Coefficiente de Poisson	ν_d	-	0,45
	Espessura da parede	h_d	mm	3,0
	Raio	r_d	mm	16
	Comprimento	L_d	mm	490
Sistema hidráulico	Diâmetro característico	D	mm	16,11
	Comprimento equivalente	L_e	mm	23,7
Fluido	Massa específica	ρ	kg/m ³	1220
	Viscosidade dinâmica	μ	Pa.s	$20,14 \times 10^{-3}$

Fonte: elaborada pelo autor.

5.3.2 Regime turbulento

As Equações 2.90 e 2.92 foram resolvidas numericamente utilizando-se uma abordagem híbrida entre o método preditor-corretor não rígido de Adams e a Fórmula de Diferenciação Retroativa (FDR) rígida (CHAPRA; CANALE, 2016), implementada no módulo de solução de equações diferenciais ordinárias do programa de computação científica Scilab 6.1.0 (AQUINO, 2020). As condições iniciais aplicadas foram:

$$Re(t = 0) = Re_{ta} \quad (5.14)$$

$$\left(\frac{dRe(t)}{dt} \right)_{t=0} = 0. \quad (5.15)$$

As faixas da frequência adimensional, ω' , e do número de Reynolds baseado na vazão média, Re_{ta} , aplicadas na solução são compatíveis com as faixas dos experimentos de Ohmi e Iguchi (1981c) e com os experimentos feitos neste trabalho. A faixa de valores de ω' aplicada foi de 150 a 500, com variação de 5 (150, 155, 160, ..., 495, 500), resultando em 71 valores. Para cada valor de ω' as equações diferenciais foram resolvidas na faixa de valores de Re_{ta} de $1,2 \times 10^4$ a 5×10^4 , com variação de 1×10^3 ($1,2 \times 10^4$, $1,3 \times 10^4$, $1,4 \times 10^4$, ..., $4,9 \times 10^4$, 5×10^4), em um total de 77 valores. No geral, os modelos dados pelas equações Equação 2.90 e Equação 2.92 foram resolvidos para 5467 casos. Os valores das demais propriedades que caracterizam o conjunto fluido/atenuador/sistema hidráulico, utilizados na solução dos modelos, se encontram na Tabela 4. Para os valores fornecidos, o parâmetro K_{RCL} (avaliado segundo Equação 2.45) recebe os valores de $2,566 \times 10^{-6}$ quando $r_d = 16\text{mm}$, e $K_{RCL} = 3,639 \times 10^{-6}$ quando $r_d = 18\text{mm}$, sendo estes os raios nominais dos atenuadores tubulares testados experimentalmente.

Tabela 4 – Propriedades utilizadas na solução do modelo *Windkessel* modificado em regime turbulento.

Componente	Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valor
Atenuador	Módulo de Elasticidade	E_d	MPa	2,29
	Coefficiente de Poisson	ν_d	-	0,45
	Espessura da parede	h_d	mm	3,0
	Raio	r_d	mm	16 e 18
	Comprimento	L_d	mm	490
Sistema hidráulico	Diâmetro característico	D	mm	16,11
	Comprimento equivalente	L_e	mm	23,7
Fluido	Massa específica	ρ	kg/m ³	998
	Viscosidade dinâmica	μ	Pa.s	$944,374 \times 10^{-6}$

Fonte: elaborada pelo autor.

Para cada um dos 5467 casos, a solução foi obtida para o intervalo de $t = 0$ a $t = 10\tau$, sendo $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ o período associado ao valor ω' considerado no caso. ω e ω' se relacionam por meio da Equação 2.28. A estimativa da atenuação foi feita considerando-se o intervalo de $t = 9\tau$ a $t = 10\tau$, no qual a amplitude da resposta apresentou comportamento estável. O passo de tempo utilizado foi de $\Delta t = \tau/5000$. Para a obtenção de $A_{Q,e}$ (Equação 2.20, sendo neste caso $A_{Q,e} = A_{Q,1}$, uma vez que cada sinal de vazão de entrada foi composto de apenas uma harmônica), a integração numérica da resposta foi feita aplicando-se a regra do trapézio (CHAPRA; CANALE, 2016). Os códigos implementados são apresentados no Apêndice C.

A discussão dos resultados foi feita com base na apresentação da distribuição de $aten_{Q,e}(\%)$ (Equação 2.22) em função de ω' e Re_{ta} . Também foi feita uma análise de sensibilidade da atenuação em relação ao aumento de K_{RCL} (comparando-se os resultados para $K_{RCL} = 2,566 \times 10^{-6}$ e $K_{RCL} = 3,639 \times 10^{-6}$), e em relação à razão entre amplitudes R_{amp} (Equação 2.97), que assumiu os valores de 0,25 e 0,50.

5.4 Modelo tridimensional de FSI do escoamento laminar através de um atenuador tubular de material elástico linear

O modelo tridimensional de interação fluido-estrutura descrito de forma geral na Seção 2.3 foi implementado na plataforma comercial Ansys® Workbench 2020 R1. Os aspectos da fluidodinâmica do caso foram implementados no *software* Ansys® Fluent, que utiliza o método de volumes finitos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007) para discretização e solução das equações governantes (Equação 2.98 e Equação 2.99). A dinâmica do domínio sólido foi implementada no *software* Ansys® Mechanical, que utiliza o

método dos elementos finitos (ZIENKIEWICZ et al., 2005) para a discretização e solução da equação de equilíbrio dinâmico (Equação 2.100). O gerenciamento da transferência de resultados entre o domínio fluido e o domínio sólido e o monitoramento da solução foram feitos com a ferramenta Ansys® System Coupling.

5.4.1 Geometria e propriedades físicas utilizadas

A construção da geometria do caso analisado iniciou-se com um tubo cilíndrico principal de raio $r_d = 25,4$ mm e comprimento $L_d = 300$ mm, que representou o volume de fluido no interior do atenuador. A partir da superfície externa deste cilindro principal foi modelada uma superfície que representa a parede do atenuador. Uma vez que nestas simulações a espessura do atenuador foi estabelecida como $h_d = 1,5$ mm, estruturalmente o atenuador foi modelado como um elemento de casca, como um vaso de pressão de parede fina em que a distribuição de tensão na direção radial é negligenciável, dada a relação $\frac{r_d}{h_d} > 10$ (PHILPOT; THOMAS, 2016). Em uma das extremidades do cilindro principal foi estabelecida uma área circular centrada no eixo axial do cilindro, de diâmetro $D = 20,93$ mm, onde foi posteriormente imposta a condição de entrada do escoamento. O diâmetro $D = 20,93$ mm é o diâmetro interno de tubulações de aço inox com diâmetro nominal de 3/4 de polegada, que integram as bancadas nas quais se desenvolveram as etapas experimentais deste trabalho.

Além do cilindro principal e da superfície, mais um cilindro com diâmetro $D = 20,93$ mm e comprimento de 25 mm foi construído e posicionado na extremidade do cilindro principal. A intersecção de uma das extremidades deste volume com o volume principal gerou uma superfície interna que foi utilizada posteriormente para a aplicação da condição de queda de pressão equivalente à do sistema hidráulico a jusante do atenuador, enquanto na outra extremidade foi aplicada a condição de saída do escoamento. A Figura 14 apresenta a visão geral da geometria construída para as simulações.

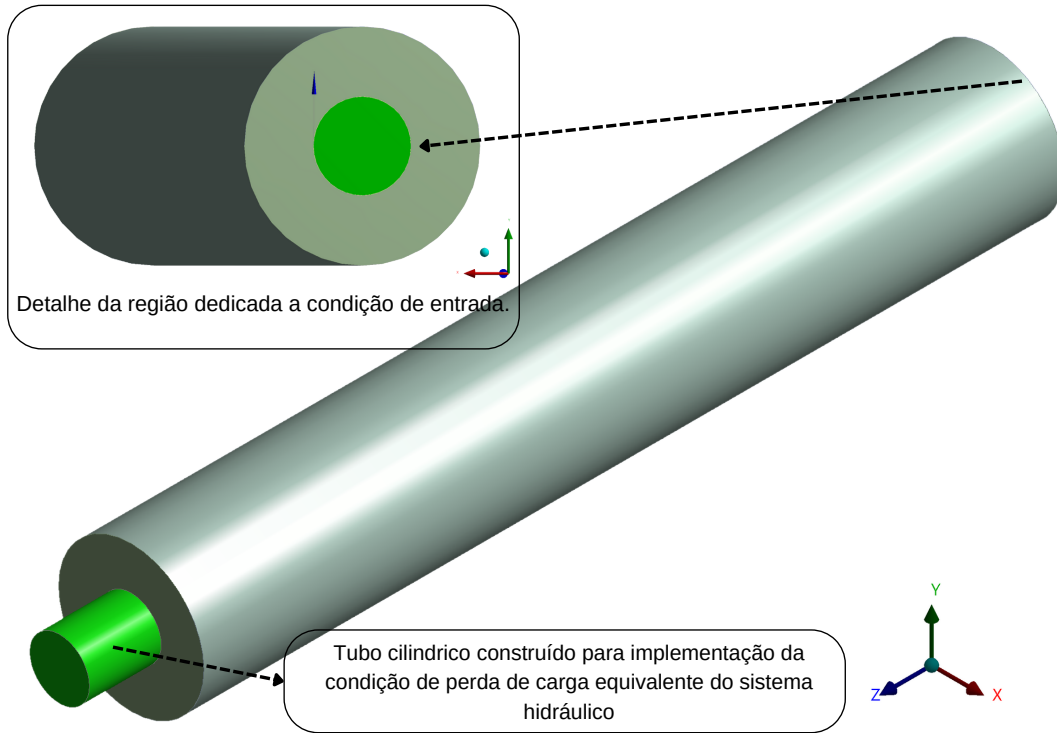
As propriedades físicas utilizadas nos casos implementados e parâmetros característicos do atenuador e sistema hidráulico são listadas na Tabela 5. Os valores especificados são relativos à modelagem do fluido como newtoniano e da parede do atenuador como um material elástico linear. Novamente, conforme assumido para a estimativa da resistência ao escoamento R (subseção 2.1.2.1), o diâmetro característico D é o diâmetro interno predominante das tubulações contínuas que compõem o sistema hidráulico modelado.

5.4.2 Condições de contorno

Para efeito da especificação das condições de contorno, o domínio fluido foi dividido nas seguintes regiões destacadas na Figura 15

- entrada: superfície Γ_{inlet}^F em que $z = 0$ e $x^2 + y^2 \leq D/2$;

Figura 14 – Geometria utilizada nas simulações.



Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 5 – Propriedades físicas e geométricas atribuídas aos domínios sólido e fluido.

Componente	Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valor
Atenuador	Módulo de Elasticidade	E_d	MPa	4
	Coefficiente de Poisson	ν_d	-	0,45
	Espessura da parede	h_d	mm	1,5
	Raio	r_d	mm	25,4
	Comprimento	L_d	mm	300
Sistema hidráulico	Diâmetro característico	D	mm	20,93
	Comprimento equivalente	L_e	m	20
Fluido	Massa específica	ρ	kg/m ³	999,642
	Viscosidade dinâmica	μ	Pa s	0,01498

Fonte: elaborada pelo autor.

- saída: superfície Γ_{outlet}^F em que $z = L_d + 25 \text{ mm}$ e $x^2 + y^2 \leq D/2$;
- simetria xz : superfície $\Gamma_{\text{simetry-xz}}^F$ em que $y = 0$;
- simetria yz : superfície $\Gamma_{\text{simetry-yz}}^F$ em que $x = 0$;
- superfície de interação fluido-estrutura: superfície Γ_{FSI}^F em que $x^2 + y^2 = r_d$;
- área para imposição da condição de queda de pressão abrupta: uma superfície interna Γ_{pj}^F em $z = L_d$ e $x^2 + y^2 \leq D/2$;

- superfícies restantes no domínio fluido: região de parede ($\Gamma_{\text{Wall}}^{\text{F}}$).

Na região de entrada, foi aplicado um perfil de velocidade laminar plenamente desenvolvido e transiente $\mathbf{u}(x, y, t)$, de acordo com a Equação 5.16. Na região de saída, foi imposta a pressão manométrica $p_{\text{out}} = 0$, fazendo com que a componente do tensor de tensões normal à área seja também nula (Equação 5.17). Na região de parede, o fluido está submetido à condição de não deslizamento, ou seja, a velocidade do fluido é a mesma velocidade da parede (Equação 5.18), que neste caso é nula, com exceção da parede do atenuador. Nas superfícies de simetria, as condições aplicadas são:

- velocidade normal à superfície é nula (Equação 5.19 e Equação 5.20);
- na direção normal a superfície os gradientes de todas as variáveis transportadas no escoamento são nulos (Equação 5.21 e Equação 5.22).

$$u_z = -2u_{m,in}(t) \left(1 - \left(2 \frac{x^2 + y^2}{D} \right)^2 \right) \quad \text{para } (x, y) \in \Gamma_{\text{inlet}}^{\text{F}} \quad (5.16)$$

$$\sigma_{zz} = p_{\text{out}} = 0 \quad \text{para } (x, y) \in \Gamma_{\text{outlet}}^{\text{F}} \quad (5.17)$$

$$\mathbf{u} = 0 \quad \text{para } (x, y, z) \in \Gamma_{\text{wall}}^{\text{F}} \quad (5.18)$$

$$u_x = 0 \quad \text{para } (y, z) \in \Gamma_{\text{simetry-yz}}^{\text{F}} \quad (5.19)$$

$$u_y = 0 \quad \text{para } (x, z) \in \Gamma_{\text{simetry-xz}}^{\text{F}} \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad \text{para } (y, z) \in \Gamma_{\text{simetry-yz}}^{\text{F}} \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad \text{para } (x, z) \in \Gamma_{\text{simetry-xz}}^{\text{F}} \quad (5.22)$$

Nas Equações 5.16 a 5.22 tem-se que σ_{zz} é a componente do tensor de tensões em um plano z que aponta na direção z , \mathbf{u} é o vetor de velocidade do escoamento e u_x, u_y, u_z suas componentes, Φ é uma propriedade genérica transportada no escoamento e $u_{m,in}(t)$ é a velocidade média transiente na entrada, definida em termos de Re_{ta} e ω' da seguinte forma:

$$u_{m,in}(t) = \begin{cases} Re_{ta} \frac{\nu}{D} & \text{se } t \leq t_i, \\ Re_{ta} \frac{\nu}{D} \left(1 + R_{amp} \cos \left(\frac{4\nu}{D^2} \omega'(t - t_i) \right) \right) & \text{se } t > t_i. \end{cases} \quad (5.23)$$

em que t_i constitui um período inicial dedicado à estabilização das condições de escoamento no interior do atenuador, que resultam na expansão do mesmo até o equilíbrio com a distribuição de tensões promovida pela componente média temporal do escoamento pulsátil. Simular o comportamento do atenuador a partir da condição de equilíbrio com as forças internas produzidas pela componente média do escoamento pulsátil, além de ser uma representação mais fiel da física do problema, se apresentou como uma condição inicial mais estável do ponto de vista numérico, principalmente nos primeiros passos de tempo.

Na área de queda de pressão abrupta, utilizou-se a condição de *porous jump* presente no *software* Ansys® Fluent para impor uma perda de carga equivalente dos componentes do sistema hidráulico a jusante do atenuador. Vários trabalhos impõem uma distribuição temporal para a pressão em suas respectivas regiões de saída dos elementos flexíveis (SCOTTI et al., 2005; KHANAFER et al., 2009; JAYENDIRAN et al., 2018; JAYENDIRAN et al., 2020) quando em suas análises utilizando FSI. No presente trabalho, porém, verificou-se que utilizar um recurso implementado na ferramenta de CFD para definir a resistência ao escoamento e obter a queda de pressão também como uma resposta dinâmica do sistema se apresentou como uma alternativa mais alinhada com a física descrita no modelo *Windkessel* clássico ao qual se deseja comparar os resultados das simulações de FSI.

A condição de *porous jump* ("salto poroso", em tradução livre) é utilizada para modelar uma "membrana" fina que causa uma perda de carga no escoamento em função do campo de velocidade determinado. Esta condição funciona como uma simplificação do modelo de meio poroso completo, com efeitos na conservação de quantidade de movimento, mas sem implicações na transferência de calor ou de massa, sendo de uso comum na modelagem da perda de carga em telas de contenção e filtros. A simplificação do volume físico é feita por meio da presença de uma superfície no modelo geométrico, a qual é atribuída uma propriedade de espessura L_{pj} que será utilizada no equacionamento da perda de carga. A condição de *porous jump* é abordada como uma condição de contorno por ser aplicada a uma superfície, porém tal superfície deve se localizar no interior do domínio fluido. Reitera-se que não há intuito de modelar um meio poroso presente no sistema hidráulico, mas sim utilizar o equacionamento associado a modelagem simplificada deste tipo de componente, da forma implementada no *software* Ansys® Fluent, para tratar a perda de carga no sistema hidráulico à montante do atenuador como função da vazão de saída do atenuador, sem a necessidade de criação de malha para representar a tubulação a jusante o atenuador.

A equação da perda de carga no fluido que passa através da superfície com condição de *porous jump*, é uma combinação da lei de Darcy com um termo adicional para a representação dos efeitos inerciais presentes em escoamentos com maior número de Reynolds, resultando na Lei de Forchheimer para escoamento em meio poroso, como é denominada

na literatura em geral (LENCI et al., 2022):

$$\Delta p_{pj} = - \left(\frac{\mu}{\alpha_{pj}} \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}} + C_{pj} \frac{1}{2} \rho (\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}})^2 \right) L_{pj} \quad (5.24)$$

em que Δp_{pj} é a queda de pressão promovida pelo meio poroso, $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário normal à superfície, α_{pj} é a permeabilidade do meio poroso e C_{pj} é o coeficiente do termo de perda inercial e, conforme mencionado anteriormente, L_{pj} é a espessura atribuída ao meio poroso. Comparando-se a perda de carga obtida com a Equação 5.24, utilizando-se a velocidade média $u_m(t)$, com a perda de carga no escoamento laminar em um sistema hidráulico cuja resistência ao escoamento é dada segundo a Equação 2.31, podem-se fazer as seguintes correspondências:

$$L_{pj} \frac{\mu}{\alpha_{pj}} u_m(t) + C_{pj} L_{pj} \frac{1}{2} \rho (u_m(t))^2 = 128 \frac{\mu L_e}{\pi D^4} u_m(t) \frac{\pi D^2}{4} = 32 L_e \frac{\mu}{D^2} u_m(t) \quad (5.25)$$

$$C_{pj} = 0 \quad (5.26)$$

$$L_{pj} = L_e \quad (5.27)$$

$$\alpha_{pj} = \frac{D^2}{32} \quad (5.28)$$

Desse modo, implementando-se a condição *porous jump* na superfície Γ_{pj}^F com os parâmetros definidos na Equação 5.26, Equação 5.27 e Equação 5.28 foi possível modelar a perda de carga a jusante do atenuador em função da resposta transiente do sistema.

O domínio sólido foi dividido nas seguintes regiões destacadas na Figura 11

- extremidade fixa 1: superfície Λ_{fixa1}^S , em que $z = 0$;
- extremidade fixa 2: superfície Λ_{fixa2}^S , em que $z = L_d$;
- superfície interna Γ_{FSI}^S de interação fluido-estrutura.
- superfície externa Γ_{ext}^S livre de tensão normal.

Tanto na extremidade fixa 1 quanto na extremidade fixa 2 foi aplicada a condição de deslocamento nulo, segundo a Equação 5.29. Na superfície externa Γ_{ext}^S as tensões normais à superfície são nulas, segundo a Equação 5.30:

$$\mathbf{d}^{[S]} = 0 \quad \text{para} \quad (x, y, z) \in \Lambda_{\text{fixa1}}^S \cup \Lambda_{\text{fixa2}}^S \quad (5.29)$$

$$\sigma_{nn}^{[S]} = 0 \quad \text{para} \quad (x, y, z) \in \Gamma_{\text{ext}}^S \quad (5.30)$$

em que $\sigma_{nn}^{[S]}$ é uma componente do tensor $\boldsymbol{\sigma}^{[S]}$ normal à superfície externa Γ_{ext}^S em cada ponto, sendo $\boldsymbol{\sigma}^{[S]}$ o tensor de tensões no sólido e $\mathbf{d}^{[S]}$ é o vetor de deslocamento no sólido.

As interfaces de interação fluido-estrutura (superfície Γ_{FSI}^S e superfície Γ_{FSI}^F) compartilham o mesmo conjunto de condições de contorno:

- os deslocamentos do domínio sólido e fluido são compatíveis (Equação 5.31);
- as tensões nestas interfaces estão em equilíbrio (Equação 5.32)
- o fluido está submetido a condição de não deslizamento, ou seja, a velocidade do fluido é a mesma velocidade da sólido na interface (Equação 5.33);

$$\mathbf{d}^{[F]} = \mathbf{d}^{[S]} \quad \text{para } (x, y, z) \in \Gamma_{\text{FSI}}^F \quad (5.31)$$

$$\hat{\mathbf{n}}^{[S]} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{[S]} = \hat{\mathbf{n}}^{[F]} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{[F]} \quad \text{para } (x, y, z) \in \Gamma_{\text{FSI}}^S \cap \Gamma_{\text{FSI}}^F \quad (5.32)$$

$$\mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{d}^{[S]}}{\partial t} \quad \text{para } (x, y, z) \in \Gamma_{\text{FSI}}^F \quad (5.33)$$

em que em que $\boldsymbol{\sigma}^{[S]}$ é o tensor de tensões no sólido, $\boldsymbol{\sigma}^{[F]}$ é o tensor de tensões no fluido, \mathbf{u} é o vetor de velocidade do fluido e novamente $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário normal a superfície no ponto considerado do sólido (sobrescrito $[S]$) ou do fluido (sobrescrito $[F]$).

5.4.3 Malha e teste de independência dos resultados em relação a discretização

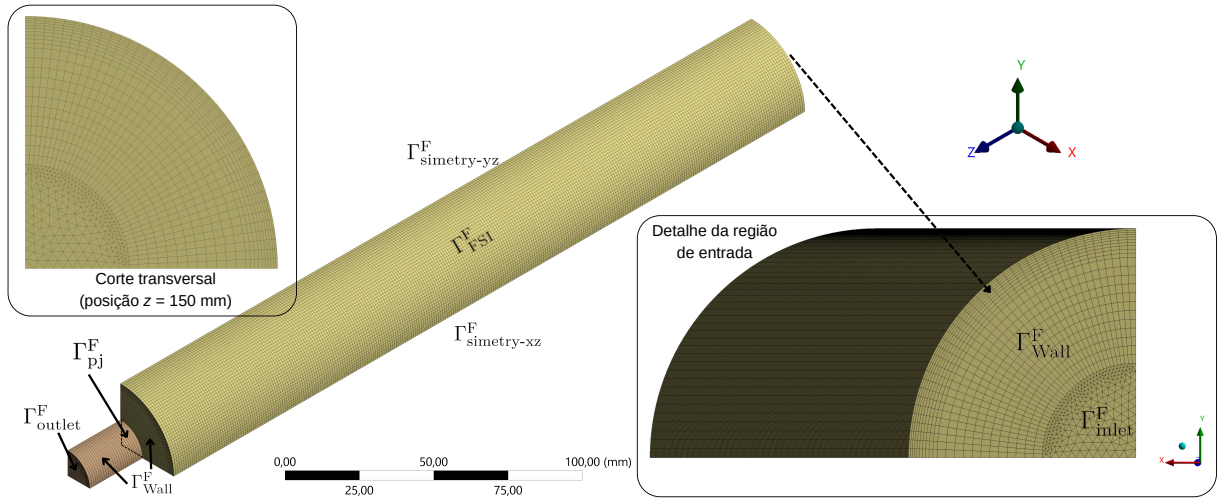
Para balancear de forma eficiente o tempo de processamento necessário e o nível de discretização espacial, antes da construção das malhas, fez-se uso de condição de simetria nos planos xz e yz . A malha construída para o domínio fluido, apresentada na Figura 15, contou com 345700 elementos e 289993 nós.

Esta malha foi selecionada após o teste de independência dos resultados, no qual o domínio fluido foi submetido ao escoamento em regime permanente, caracterizado pelo valor de $Re_{ta} = 1500$, e na solução observaram-se os comportamentos dos seguintes parâmetros em função do número de elementos:

- a queda de pressão $\Delta p = p_{\text{entrada}} - p_{\text{saída}}$, em que p_{entrada} é a pressão média na entrada e $p_{\text{saída}}$ é a pressão média na saída (Figura 16).
- o perfil de velocidade axial na seção média ($z = L_d/2$) do atenuador indeformado (Figura 17).

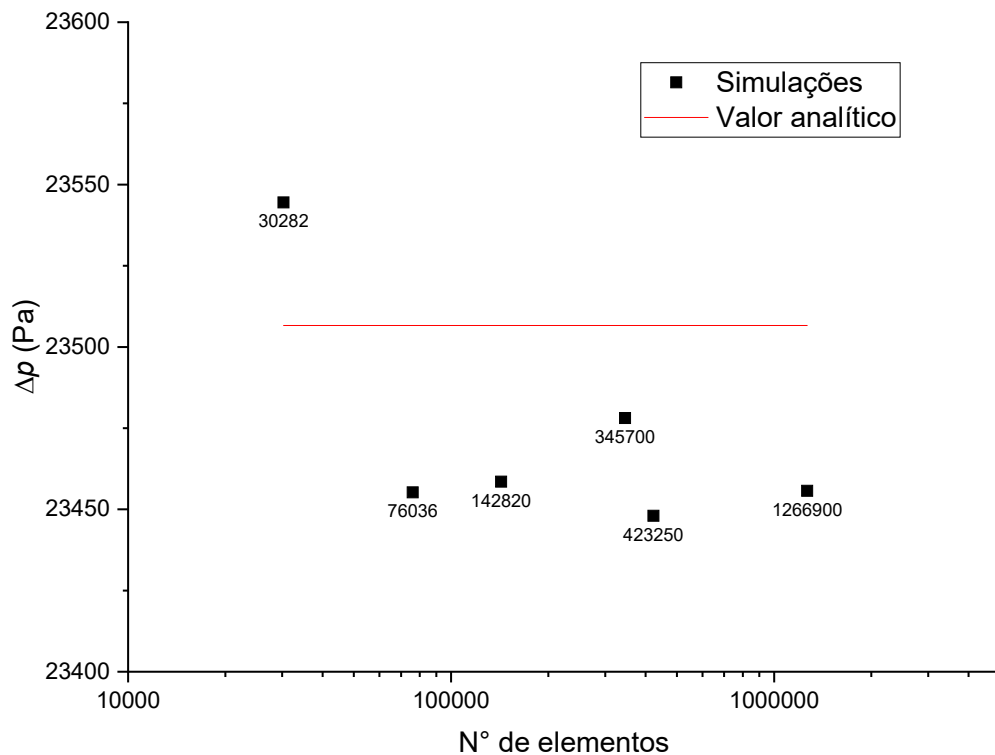
Todas as malhas testadas apresentaram valores de Δp com desvios menores que 1% em relação ao valor analítico de 23506,6 Pa, obtido como resultado do produto $RQ_{ta} =$

Figura 15 – Malha e regiões do domínio fluido.



Fonte: elaborada pelo autor.

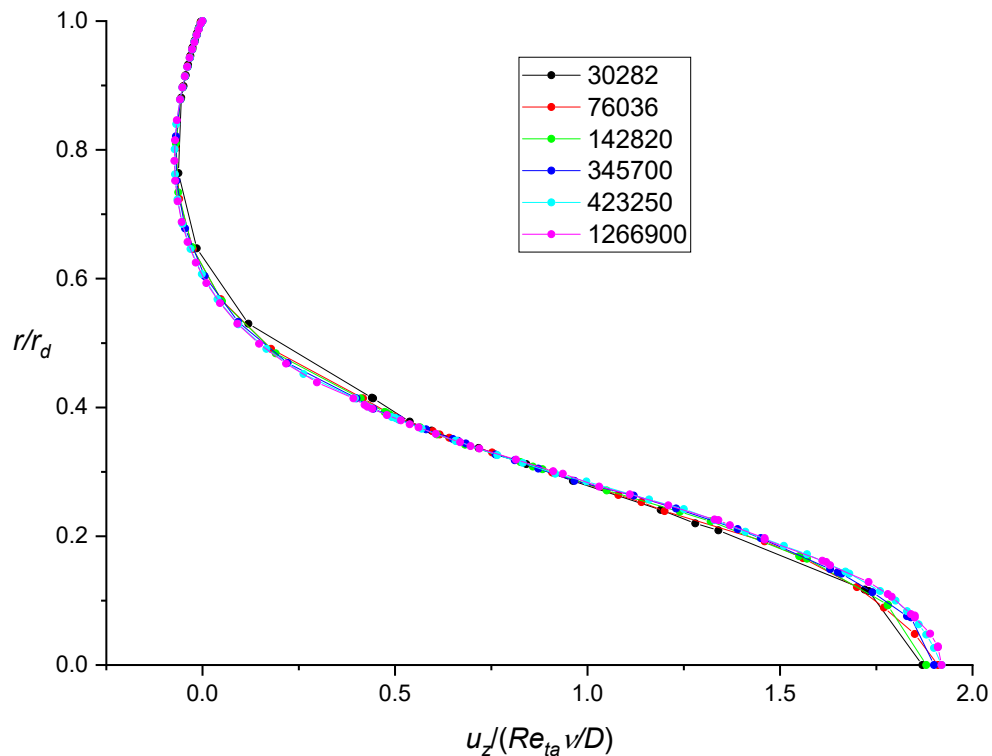
Figura 16 – Teste de malha: avaliação da queda de pressão $\Delta p = p_{\text{entrada}} - p_{\text{saída}}$ em função do número de elementos (o valor próximo ao ponto se refere ao número de elementos na malha avaliada).



Fonte: elaborada pelo autor.

$R \frac{\pi D \nu Re_{ta}}{4}$. A malha utilizada nas simulações (345700 elementos) foi a que apresentou menor desvio (0,12%). Em relação ao perfil de velocidade, todas as malhas apresentaram um comportamento semelhante, porém o resultado para 30282 elementos demonstra uma baixa resolução nas regiões de $0,4 < \frac{r}{r_d} < 0,8$ e $\frac{r}{r_d} < 0,2$, visualizada na forma da perda de suavidade na interpolação (indicada pela linha) entre os valores relativos a dois

Figura 17 – Teste de malha: comparação entre os perfis de velocidade axial na seção média do atenuador indeformado.



Fonte: elaborada pelo autor.

elementos adjacentes (o valor da velocidade no elemento é representado pelo ponto). A malha com 76036 elementos já apresenta uma diminuição considerável neste problema nas regiões citadas, naturalmente por apresentar uma resolução de elementos maior. Desse modo, apesar dos testes com escoamento em regime permanente indicarem que poderia ser utilizada uma malha com número de elementos a partir de 76036, simulações transientes preliminares com o modelo de FSI indicaram que seria mais vantajoso trabalhar com uma malha que mantivesse o nível de resíduo da solução sempre baixo para favorecer a convergência do problema fluidodinâmico nas interações com o problema estrutural dentro do mesmo passo de tempo. O tempo total de solução pode se tornar menor se o problema alcançar convergência dentro do passo de tempo com o número de interações mínimas, e isso é em geral favorecido por uma malha mais refinada.

Outra justificativa para a utilização de uma malha mais refinada é a necessidade de aplicar a ferramenta de malha dinâmica, fundamental para que a discretização espacial do domínio fluido se adapte às deformações da fronteira sólida. Esta ferramenta distribui a deformação aplicada aos elementos da fronteira deformável ao longo do domínio, observando critérios de qualidade da malha (razão de aspecto, tamanhos máximo e mínimo dos elementos). A distribuição da deformação pode ser feita por meio de distorção gradual dos elementos ou até mesmo da reconstrução localizada da malha. Em problemas de movimento

periódico, como no caso do ciclo de expansão e retração do atenuador, o uso do método de distorção é preferível. Modelos matemáticos adicionais são resolvidos para definir as novas posições dos nós da malha. Portanto, quanto maior o nível de adaptação necessária, maior o custo computacional, acompanhado de maior probabilidade de incidência de erros fatais na solução (fatais porque interrompem completamente a solução do problema de FSI independente do estágio em que ela se encontra). Um exemplo de erro é a ocorrência de volumes negativos, que são resultado do deslocamento de um ou mais nós de um elemento que não são acompanhados de forma compatível pelos nós adjacentes. Malhas mais refinadas requerem adaptações nas posições dos nós menos abruptas e com menor comprometimento da qualidade dos elementos, resultando em menor ocorrência de erros durante a solução. Novamente, simulações prévias indicaram que o nível de refinamento da malha utilizada estava adequado para prevenir os possíveis problemas relacionados ao método de malha adaptativa.

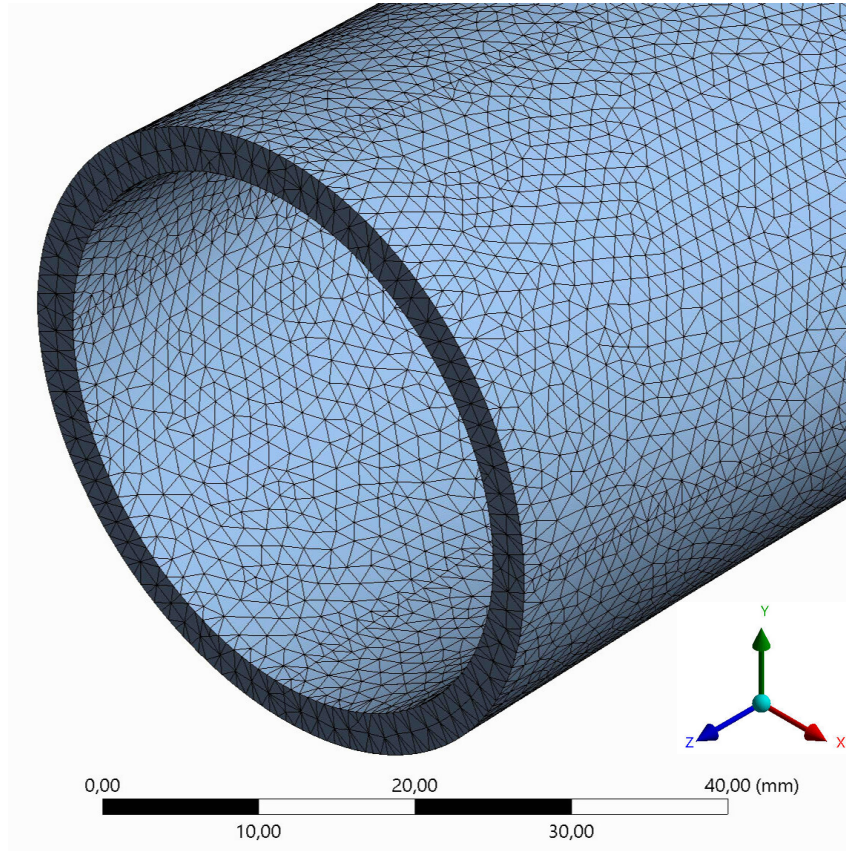
A geometria e as regiões de aplicação das condições de contorno do domínio sólido são apresentadas na Figura 11, juntamente com as indicações das regiões de condições de contorno detalhadas na subseção 5.4.2. A malha gerada para o domínio sólido (Figura 18) foi composta por 12000 elementos e 12341 nós, possuindo uma distribuição de elementos idêntica à da malha na superfície lateral do cilindro principal do domínio fluido. A manutenção de uma distribuição de elementos e nós semelhante (ou de forma idêntica quando possível) na interface entre o domínio fluido e o domínio sólido favorece a transferência de resultados intermediários entre o módulo de fluidodinâmica e o módulo de estruturas no FSI, diminuindo a necessidade de interpolações, o acúmulo de erros associado às interpolações e o tempo de transferência de dados entre os módulos, contribuindo assim para um processamento mais eficiente do problema.

A malha do domínio sólido também foi selecionada após o teste de independência dos resultados (Figura 19), que aplicou uma pressão uniforme de intensidade 23506,6 Pa sobre a parede interna do atenuador. Foi avaliado o comportamento dos seguintes parâmetros em função do número de elementos na malha estrutural: o deslocamento máximo da parede, a variação do volume ΔV em termos da porcentagem de volume indeformado V_0 e o valor máximo da tensão de Von Mises, σ_{VM} , obtida no domínio sólido por meio da distribuição de tensão com a aplicação da Equação 5.34 (KIM; SANKAR, 2008):

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}} \quad (5.34)$$

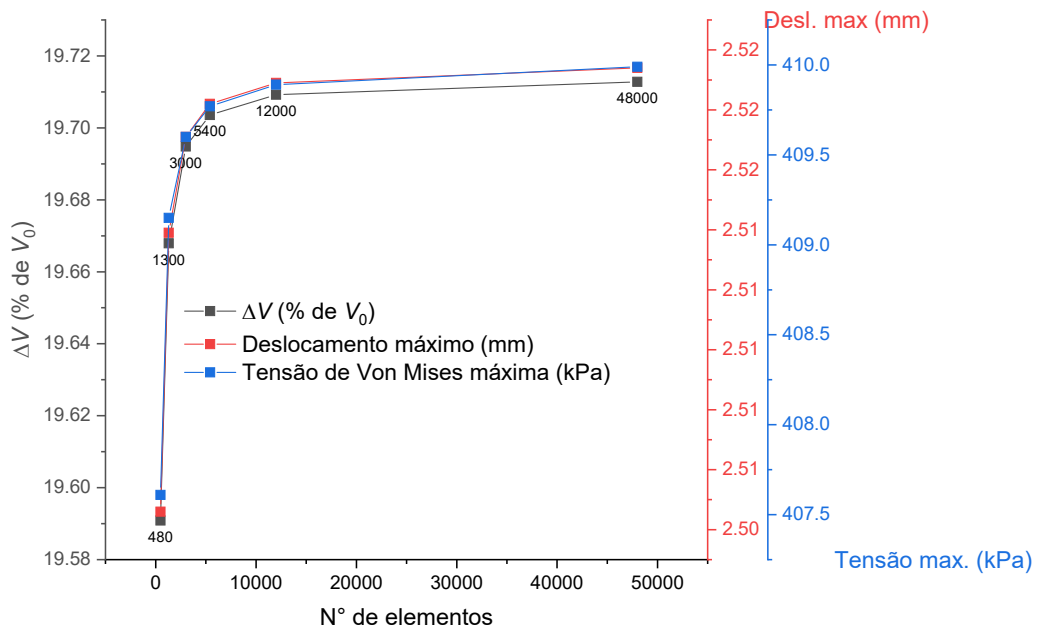
em que σ_{xx} , σ_{yy} e σ_{zz} são componentes normais do tensor de tensões em um ponto avaliado no domínio sólido, apontando para as respectivas direções x , y e z , e τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{zx} são componentes cisalhantes do tensor de tensões no mesmo ponto avaliado, nas quais o primeiro subíndice indica o plano de atuação da tensão e o segundo indica a direção na qual o sentido positivo da tensão aponta.

Figura 18 – Malha tetraédrica do domínio sólido: detalhe da extremidade e superfícies interna e externa.



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 19 – Teste de malha para o domínio sólido



Fonte: elaborada pelo autor.

Os parâmetros avaliados apresentaram variação menor que 1% entre a malha menos refinada (480 elementos) e a mais refinada (48000 elementos), indicando que poderia ser utilizada uma malha com menor número de elementos que a selecionada. Porém, em razão da importância da compatibilidade na distribuição de elementos na interface entre o domínio fluido e o domínio sólido, a malha de 12000 elementos foi selecionada, uma vez que essa malha foi elaborada para ter uma distribuição de elementos e nós idêntica à superfície FSI do domínio fluido.

5.4.4 Verificação da metodologia de simulação computacional com o modelo tridimensional de FSI

A verificação do modelo de FSI foi feita por meio da comparação com o caso analisado por Scotti et al. (2005). Neste trabalho os autores utilizam um modelo FSI para estudar o comportamento do escoamento pulsátil de sangue através de um aneurisma presente na artéria aorta abdominal. Foram avaliados os efeitos da variação espacial da espessura da parede do aneurisma e da excentricidade da cavidade principal, em relação ao eixo axial da artéria, sobre a distribuição da tensão principal na parede, parâmetro que determina o risco de ruptura do aneurisma. Os autores também reportam o deslocamento máximo da parede do aneurisma e o volume alcançado ao longo do ciclo de pulsação. A apresentação mais detalhada dos procedimentos aplicados na implementação caso do caso de verificação deve-se a dois principais motivos: a geometria do caso de verificação é diferente da geometria tubular, sendo uma geometria parametrizada; as condições de contorno também são diferentes das condições aplicadas no problema principal, sendo utilizadas ferramentas específicas para sua aplicação que são importantes de serem reportadas.

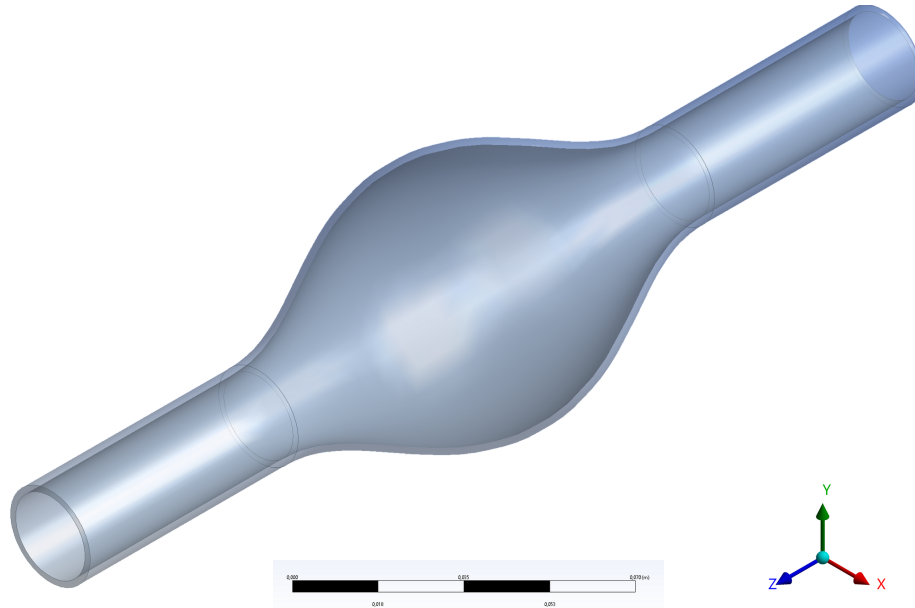
5.4.4.1 Geometria, malha e propriedades físicas utilizadas

O caso que foi implementado para verificação foi o do aneurisma de espessura de parede constante de 1,5 mm e geometria axissimétrica (excentricidade nula), condições que também foram implementadas por Scotti et al. (2005) como referência para avaliação. A geometria parametrizada da simulação foi gerada a partir da Equação 5.35, utilizando-se as ferramentas Ansys® SpaceClaim. O raio do aneurisma r_{aneur} foi feito como função da posição axial z e o raio inicial base é o raio médio da artéria não dilatada $r_{art} = 10$ mm. O comprimento do aneurisma (região em que o diâmetro varia) é $L_{aneur} = 12r_{art}$. Um comprimento a montante do aneurisma e outro a jusante, ambos com $6r_{art}$ também integram a geometria.

$$r_{aneur}(z) = \begin{cases} r_{art} & \text{se } 0 \leq z < 6r_{art}, \\ r_{art} \left(\cos \left(\frac{\pi}{6r_{art}} (z - 12r_{art}) \right) + 2 \right) & \text{se } 6r_{art} \leq z \leq 18r_{art}, \\ r_{art} & \text{se } 18r_{art} < z \leq 24r_{art}. \end{cases} \quad (5.35)$$

O domínio fluido foi gerado a partir da revolução da curva dada pela Equação 5.35 em torno do eixo z e domínio sólido foi gerado a partir da extrusão da superfície gerada na revolução, especificando-se a espessura constante de 1,5 mm. A Figura 20 apresenta a geometria utilizada, a qual foi reduzida a um quarto do volume total aplicando-se condições de simetria, com intuito de reduzir o esforço computacional e o tempo de obtenção da solução completa.

Figura 20 – Geometria do aneurisma baseada no trabalho de Scotti et al. (2005).

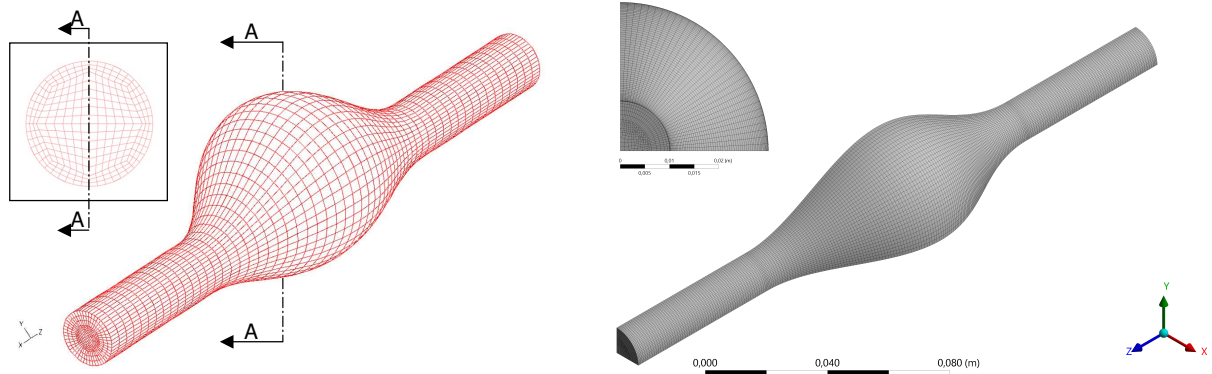


Fonte: elaborada pelo autor.

A discretizações dos domínios sólido e fluido foram feitas com uso do da ferramenta Ansys® Meshing. Procurou-se da melhor forma aproximar a estrutura da malha neste trabalho da malha utilizada por Scotti et al. (2005), apesar destes autores não apresentarem os parâmetros utilizados para a geração da malha, somente os valores dos números de elementos das malhas utilizadas após os testes de independência, que foram 32256 elementos para o domínio fluido e 10752 elementos para o domínio sólido. A Figura 21 apresenta a malha do domínio fluido utilizada no presente estudo em comparação com uma das malhas de Scotti et al. (2005), feita para um caso de aneurisma assimétrico em relação ao eixo axial. Enfatiza-se mais uma vez que o presente estudo implementou o caso do aneurisma axissimétrico e também fez uso de condição de simetria nos planos xz e yz .

Nota-se que foi alcançada uma melhor discretização espacial que no trabalho de referência, com 82731 elementos de forma hexaédrica e 353720 nós, porém mantendo semelhança estrutural com a malha do trabalho de referência. A malha gerada para o domínio sólido foi composta de 14056 elementos de também de forma hexaédrica e 79545 nós, sendo sua estrutura idêntica a da malha na superfície curva do domínio fluido. Esta malha pode ser visualizada na Figura 22.

Figura 21 – Comparação visual entre as malhas do domínio fluido.

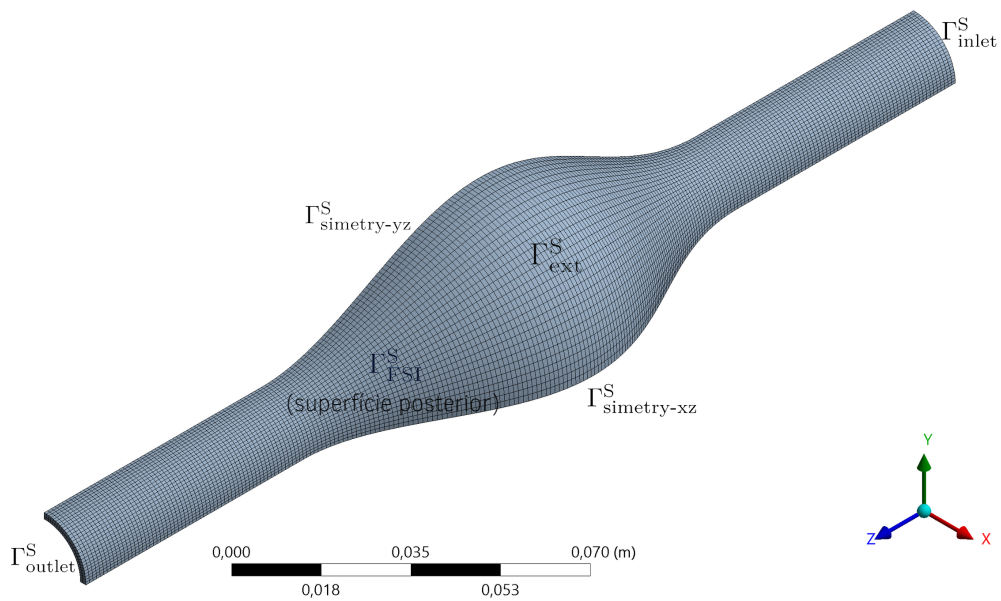


(a) Malha utilizada por Scotti et al. (2005).

(b) Malha utilizada na verificação

Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 22 – Regiões do domínio sólido e malha criada



Fonte: elaborada pelo autor.

As propriedades físicas utilizadas no caso implementado são listadas na Tabela 6. Os valores especificados são relativos à modelagem do sangue como um fluido newtoniano e da parede do aneurisma como um material elástico linear.

Tabela 6 – Propriedades físicas atribuídas aos domínios sólido e fluido.

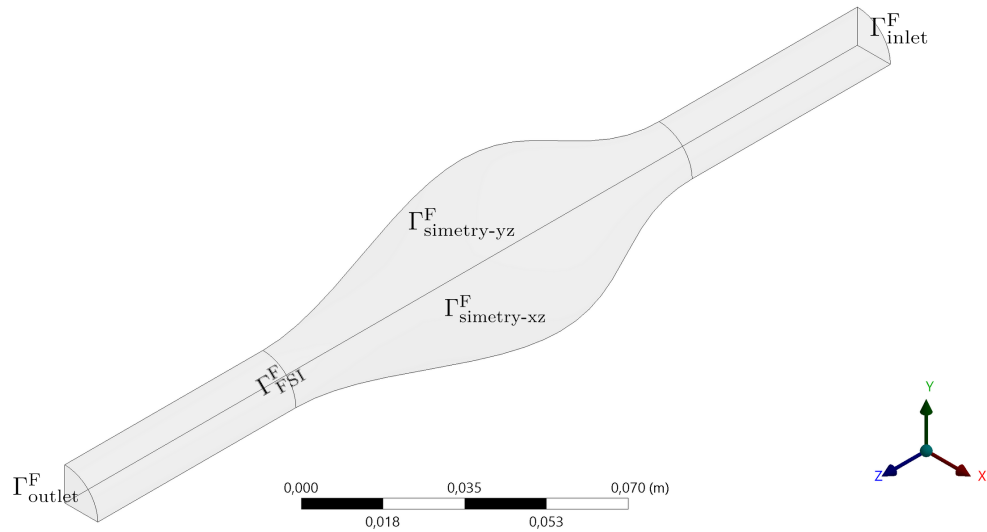
Domínio	Propriedade (unidade)	Valor
Fluido	Massa específica (kg m^{-3})	1050
	Viscosidade dinâmica (mPa s)	3,85
Sólido	Módulo de elasticidade (MPa)	2,7
	Coefficiente de Poisson	0,45

5.4.4.2 Condições de contorno

Para efeito da especificação das condições de contorno, o domínio fluido foi dividido nas seguintes regiões destacadas na Figura 23

- entrada: superfície Γ_{inlet}^F , em que $z = 0$;
- saída: superfície Γ_{outlet}^F , em que $z = 18r_{art}$;
- simetria xz : superfície $\Gamma_{simetry-xz}^F$, em que $y = 0$;
- simetria yz : superfície ($\Gamma_{simetry-yz}^F$ em que $x = 0$;
- superfície de interação fluido-estrutura (superfície Γ_{FSI}^F , em que $r = x^2 + y^2 = r_{aneur}(z)$).

Figura 23 – Regiões do domínio fluido



Fonte: elaborada pelo autor.

Na região de entrada, foi aplicado um perfil de velocidade laminar plenamente desenvolvido e transiente $\mathbf{u}(x, y, t)$, de acordo como a Equação 5.36. Na região de saída, foi aplicado um campo de tensão normal de tração transiente $\sigma_{ii}(t)$ devido a pressão $p_{outlet}(t)$ resultante da resistência ao escoamento a jusante do aneurisma, conforme a Equação 5.37. Nas superfícies de simetria as condições aplicadas são semelhantes as aplicadas no caso principal deste trabalho (Equações 5.19 a 5.22)

$$u_z = -2u_{m,inlet}(t) \left[1 - \left(\frac{x^2 + y^2}{r_{art}} \right)^2 \right] \quad \text{para } (x, y) \in \Gamma_{inlet}^F \quad (5.36)$$

$$\sigma_{zz} = p_{outlet}(t) \quad \text{para} \quad (x, y) \in \Gamma_{outlet}^F \quad (5.37)$$

em que $u_{m,inlet}(t)$ é a velocidade média transiente na entrada do aneurisma.

As variáveis transientes $u_{m,inlet}(t)$ e $p_{outlet}(t)$ foram obtidas a partir das medições de condições fisiológicas reais do escoamento pulsátil em humanos reportadas por Mills et al. (1970). Para $u_{m,inlet}(t)$ foi feita uma aproximação em termos de uma série harmônica, conforme a Equação 5.38, com $k = 18$ e $\omega = 2\pi \text{ s}^{-1}$, mesmo procedimento feito por Scotti et al. (2005), uma vez que isso favorece a implementação do perfil de velocidade laminar plenamente desenvolvido de forma mais simples no módulo de fluidodinâmica Ansys® Fluent:

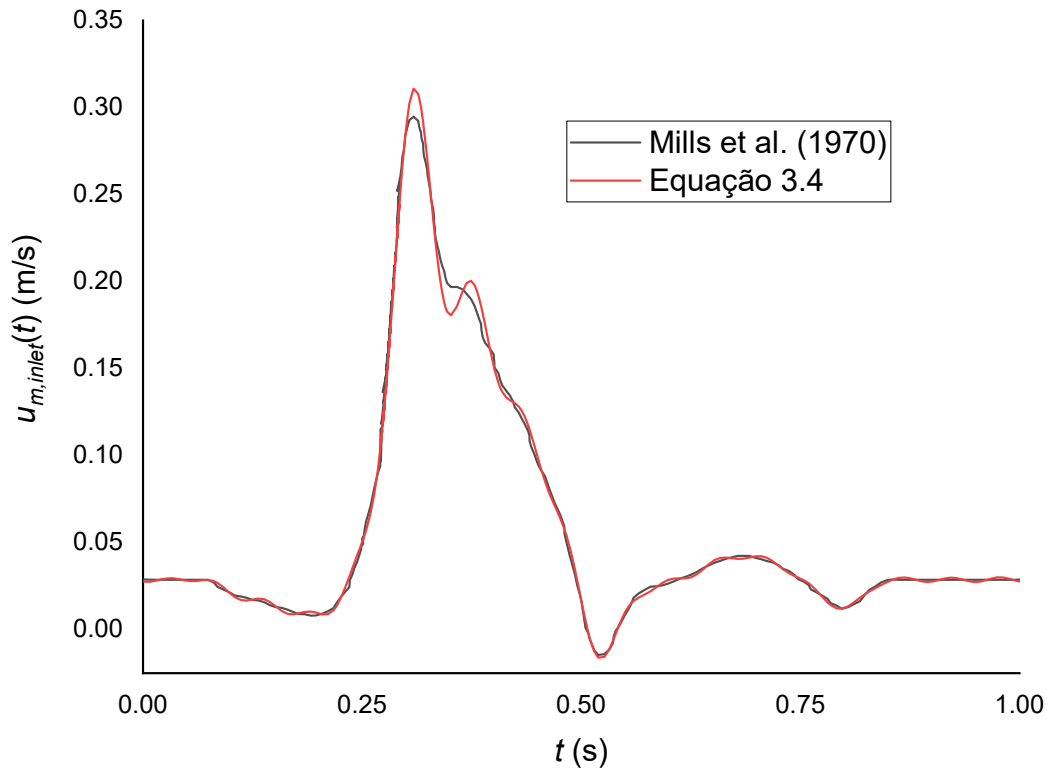
$$u_{m,inlet}(t) = u_{ta,inlet} + \sum_{n=1}^k (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)) \quad (5.38)$$

em que $u_{ta,inlet}$ é a média temporal da velocidade no ciclo, que neste caso foi igual a 0,0565496 m/s. O erro médio desta aproximação foi de 7,40%, sendo assim considerada satisfatória uma vez que aumentar o número de termos da série não resultou em redução significativa do erro devido ao valores de velocidade serem baixos. A Figura 24 apresenta a comparação entre $u_{m,inlet}(t)$ medida por Mills et al. (1970) e $u_{m,inlet}(t)$ obtida pela Equação 5.38 e os valores dos coeficientes a_n e b_n são apresentados na Tabela 7. Na distribuição temporal de velocidade aplicada, o valor máximo de Re alcançado é 1607, garantindo que o escoamento seja laminar em todo o ciclo.

Tabela 7 – Valores dos coeficientes a_n e b_n para a Equação 5.38.

n	a_n (m/s)	b_n (m/s)
1	-0,0347378	0,0450815
2	-0,0179183	-0,0493323
3	0,0447722	0,0100906
4	-0,0155187	0,0146552
5	-0,0124115	-0,0042187
6	0,0058986	-0,0109082
7	0,0099214	0,0119419
8	-0,0106332	0,0001447
9	0,0000875	-0,0067225
10	0,0059226	-0,0003493
11	-0,0035824	0,0079252
12	-0,0036125	-0,0068541
13	0,0063845	-0,0004392
14	-0,0009837	0,004423
15	-0,0040959	-0,0025626
16	0,0042553	-0,0020384
17	-0,0008592	0,0042069
18	-0,0017502	-0,0024244

Figura 24 – Distribuição temporal da velocidade média na entrada no aneurisma



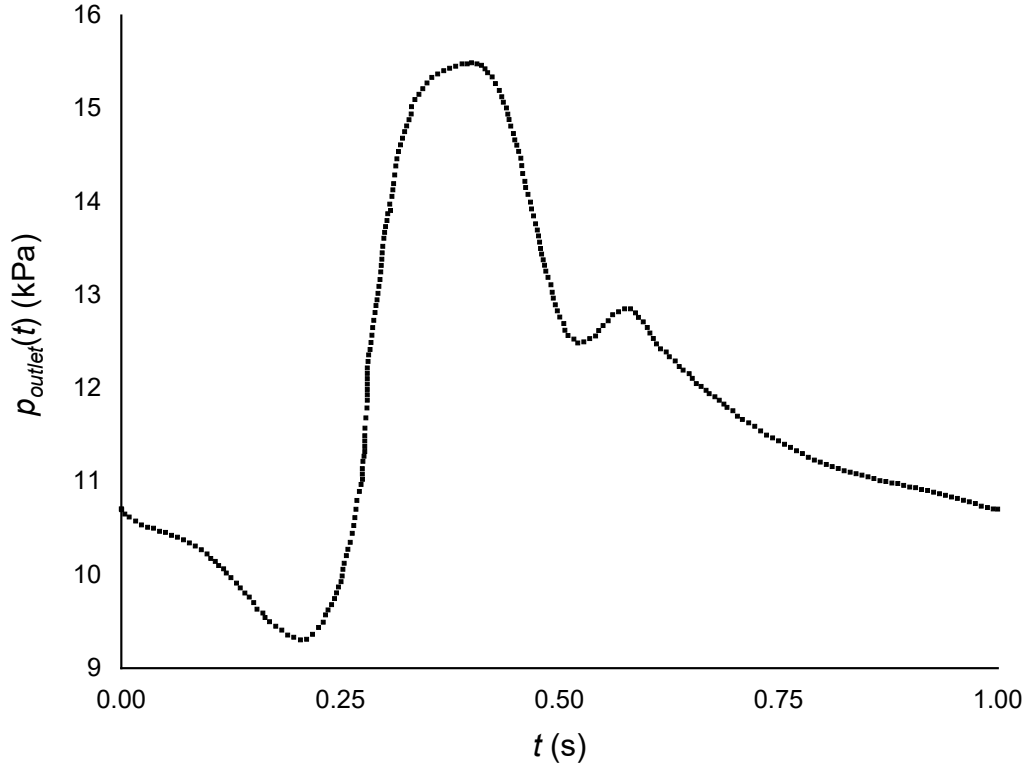
Fonte: elaborada pelo autor.

Em relação a $p_{outlet}(t)$, de forma distinta de Scotti et al. (2005), que também aproximou a distribuição temporal por meio de uma série harmônica, o presente trabalho optou por aplicar os valores da pressão na forma de uma tabela dependente do tempo. Para isso, lançou-se mão de um recurso implementado nativamente no Ansys[®] Fluent na versão utilizada, que faz a leitura de um arquivo de texto (.txt) que contém a tabela em um formato específico, em que cada valor de pressão está associado a um valor de tempo. Esta ferramenta possui a capacidade de interpolar o valor da variável dependente do tempo (no caso, da pressão) se o tempo de simulação for distinto de algum tempo presente na tabela, desde que esteja dentro do intervalo total de tempo. Optou-se por este método por não haver necessidade de aplicação de uma distribuição espacial da pressão, permitindo que os dados de entrada sejam diretamente obtidos de Mills et al. (1970) sem aproximação por meio de uma série harmônica. Dado isso, uma tabela de $p_{outlet}(t)$, com 258 valores de pressão, foi elaborada a partir dos resultados de Mills et al. (1970), e aplicada como condição transiente, sendo os valores utilizados apresentados na Figura 25.

O domínio sólido foi dividido nas seguintes regiões destacadas na Figura 22

- entrada: superfície Γ_{inlet}^S , em que $z = 0$;
- saída: superfície Γ_{outlet}^S , em que $z = 18r_{art}$;
- simetria xz : superfície $\Gamma_{simetry-xz}^S$, em que $y = 0$;

Figura 25 – Distribuição temporal da pressão na saída no aneurisma



Fonte: elaborada pelo autor.

- simetria yz : superfície $\Gamma_{\text{simetry-}yz}^S$ em que $x = 0$;
- superfície de interação fluido-estrutura: superfície Γ_{FSI}^S , em que $r = x^2 + y^2 = r_{\text{aneur}}(z)$
- superfície externa: superfície Γ_{ext}^S em que $r = x^2 + y^2 = r_{\text{aneur}}(z) + 1,5 \text{ mm}$.

Na região de entrada e saída do domínio sólido foi aplicada a condição de deslocamento nulo, segundo a Equação 5.39. Nas regiões de simetria não ocorrem deslocamento perpendiculares aos planos de simetria (Equação 5.40 e Equação 5.41). A superfície externa é livre de tensões normais (Equação 5.42).

$$\mathbf{d}^{[S]} = 0 \quad \text{para} \quad (x, y, z) \in \Gamma_{\text{inlet}}^S \cup \Gamma_{\text{outlet}}^S \quad (5.39)$$

$$d_y^{[S]} = 0 \quad \text{para} \quad (x, z) \in \Gamma_{\text{simetry-xz}}^S \quad (5.40)$$

$$d_x^{[S]} = 0 \quad \text{para} \quad (y, z) \in \Gamma_{\text{simetry-yz}}^S \quad (5.41)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{[S]} \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad \text{para} \quad (x, y, z) \in \Gamma_{\text{ext}}^S \quad (5.42)$$

em que $\boldsymbol{\sigma}^{[S]}$ é o tensor de tensões no sólido, $\mathbf{d}^{[S]}$ é o vetor de deslocamento no sólido e $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário normal a superfície no ponto considerado.

As interfaces de interação fluido-estrutura (superfície Γ_{FSI}^S e superfície Γ_{FSI}^F) compartilham o mesmo conjunto de condições de contorno:

- os deslocamentos do domínio sólido e fluido são compatíveis (Equação 5.31);
- as tensões nestas interfaces estão em equilíbrio (Equação 5.32)
- o fluido está submetido a condição de não deslizamento, ou seja, a velocidade do fluido é a mesma velocidade da sólido na interface (Equação 5.33).

5.4.4.3 Esquema numérico

A fluidodinâmica do caso de verificação foi implementada no *software* Ansys[®] Fluent e o comportamento do domínio sólido foi implementado no *software* Ansys[®] Mechanical. O gerenciamento da transferência de resultados entre o domínio fluido e o domínio sólido e o monitoramento da solução foram feitos com a ferramenta Ansys[®] System Coupling. A Tabela 8 resume as configurações utilizadas na implementação do caso de verificação e os critérios de convergência utilizados foram os mesmos apresentados na subseção 5.4.5.

A simulação do caso de verificação também foi realizada em uma estação de trabalho Dell[®] Precision 7920 Tower, com processador Intel[®] Xeon[®] Gold 6254 3.10 GHz e 200 GB de memória RAM. O tempo total de processamento foi de 14,925 horas.

Antes da aplicação das condições de contorno transientes de pressão e velocidade descritas na subseção 5.4.4.2, estabeleceu-se uma condição inicial de escoamento em regime permanente e deformação estável devido a pressão interna desse escoamento. Para isso, o problema de interação fluido-estrutura foi implementado nas seguintes condições:

- velocidade na média na entrada no valor de 0,02764 m/s (valor correspondente a $u_{m,inlet}(t = 0)$ na distribuição temporal dada pela Equação 5.38);
- pressão na saída no valor de 10707,56 Pa (valor correspondente a $p_{outlet}(t = 0)$ na distribuição temporal apresentada na Figura 25).

Estas condições foram aplicadas por um tempo de 0,40 s sendo que, ao final deste tempo, os valores de de velocidade média na saída, pressão média na parede do aneurisma, pressão na entrada e variação do volume se apresentaram estáveis, além de todas as condições de convergência serem atendidas. Simulações preliminares demonstraram que, para este tipo de problema de FSI (escoamento interno em um tubo flexível), alcança-se melhor convergência e estabilidade numérica quando as condições transientes são aplicadas a partir de uma condição de equilíbrio com as forças aplicadas por um escoamento estável de ordem de grandeza semelhante a componente média do escoamento transiente a ser simulado.

Tabela 8 – Parâmetros utilizados na implementação do modelo fluidodinâmico e do modelo estrutural do caso de verificação.

Escoamento e Malha dinâmica	Modelo de turbulência	Nenhum (laminar)	
	Método de adaptação de malha	<i>Smoothing</i>	
Fluidodinâmica: métodos de Solução	Tipo de solucionador	Baseado em pressão (<i>Pressure based</i>)	
	Passo de tempo	0,01 s	
	Acoplamento pressão-velocidade	Esquema totalmente acoplado (<i>coupled</i>)	
	Discretização espacial	Gradiente	Baseada no mínimo quadrado das células (<i>Least square cell based</i>)
		Pressão	Segunda ordem
		Momento	Segunda ordem a montante (<i>Second order upwind</i>)
	Formulação transiente	Primeira ordem implícita	
Estrutural: métodos de solução	Tipo de solucionador	Interativo	
	Formulação para grandes deslocamentos	Habilitada	
	Tipo de análise transiente	Dinâmica de velocidade moderada (<i>moderate speed dynamics</i>)	
Acoplamento entre os sistemas (<i>System coupling</i>)	Tempo final	3,4 s	
	Quantidade mínima de interações	15	
	Quantidade máxima de interações	60	
	Fator de relaxação aplicado ao incremento do deslocamento	0,10	

Fonte: elaborada pelo autor.

5.4.5 Casos analisados e esquema numérico

Seguindo o comportamento previsto pela Equação 2.52, o delineamento das simulações foi definido para testar como o valor do quadrado da razão entre as amplitudes da vazão $(A_{Q,1})^2$, determinado pelo modelo de FSI, se comporta em relação a K_{RCL} , Re_{ta} e ω' . O efeito de K_{RCL} foi testado em dois níveis, sendo que os valores distintos foram

obtidos sem alteração na geometria com a mudança de $L_e = L_{pj}$, sendo $L_e = 20$ m para $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ (obtido a partir da Equação 2.45) e $L_e = 10$ m para $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$. De acordo com a Equação 2.52, não se espera que $(A_{Q,1})^2$ varie com Re_{ta} , porém dois níveis deste adimensional também foram testados nas simulações para verificar a ocorrência deste comportamento. Ainda de acordo com a Equação 2.52, $(A_{Q,1})^2$ varia de forma quadrática em relação a ω' . Para a determinação de um modelo de regressão quadrático de $(A_{Q,1})^2$ em função de ω' a partir dos resultados das simulações, seriam necessários pelo menos três níveis de ω' . Optou-se por testar 6 níveis de ω' , com o intuito de obter uma avaliação mais precisa do coeficiente de determinação r^2 associado à regressão. Desse modo, foram simulados 24 casos distintos, definidos em função dos valores de K_{RCL} , Re_{ta} e ω' , segundo apresentado na Tabela 9, que também reporta os passos de tempo, Δt e os tempos de simulação, t_f , utilizados. Em todos os casos $R_{amp} = 0,50$.

Tabela 9 – Passos de tempo e tempos de simulação aplicados nos casos simulados.

Caso	K_{RCL}	Re_{ta}	ω'	Δt (s)	t_f (s)
1	$3,50 \times 10^{-4}$	1500	20	0,05	7,20
2			40	0,05	5,00
3			80	0,02	3,40
4			120	0,01	3,15
5			140	0,01	3,00
6			160	0,01	3,00
7	$1,75 \times 10^{-4}$	1500	40	0,04	6,02
8			80	0,02	4,00
9			100	0,02	4,00
10			120	0,01	3,34
11			140	0,01	3,15
12			160	0,01	3,15
13	$3,50 \times 10^{-4}$	750	60	0,03	4,00
14			80	0,02	3,88
15			100	0,02	3,00
16			120	0,01	2,91
17			140	0,01	2,64
18			160	0,01	3,15
19	$1,75 \times 10^{-4}$	750	40	0,04	5,00
20			60	0,03	4,59
21			80	0,02	3,88
22			120	0,01	2,91
23			140	0,01	2,42
24			160	0,01	2,44

Fonte: elaborada pelo autor.

Os passos de tempo Δt utilizados foram definidos de forma a manter uma discretização temporal de aproximadamente 25 resultados por período (ou seja, $\frac{\tau}{\Delta t} \approx 25$), sendo

que na maioria dos casos se operou com valores superiores. Este critério foi utilizado de forma a manter um equilíbrio adequado entre a exatidão na reprodução do sinal harmônico da vazão de entrada e o tempo de processamento para obtenção dos resultados. Em relação ao tempo final de simulação t_f buscou-se respeitar o critério $t_f \geq 2s + 3\tau$, uma vez que a partir do terceiro ciclo a solução apresentava comportamento estável o suficiente de forma a não comprometer a avaliação da atenuação. A Tabela 10 resume as configurações utilizadas na implementação dos casos.

O critério de convergência utilizado na solução do problema fluidodinâmico é apresentado na Equação 5.43:

$$R_{\Phi} = \frac{1}{(\Phi_{\text{máximo}} - \Phi_{\text{mínimo}})_{\text{domínio}}} \sqrt{\frac{1}{n_c} \sum_1^{n_c} \left(\frac{\sum_1^{n_{nb}} (a_{nb} \Phi_{nb} + b_S - a_P \Phi_P)}{a_P} \right)^2} \quad (5.43)$$

em que R_{Φ} é o resíduo em escala local, Φ é a propriedade transportada no escoamento considerada que assume um valor máximo ($\Phi_{\text{máximo}}$) e mínimo ($\Phi_{\text{mínimo}}$) no domínio avaliado, um valor na célula central P (Φ_P) e um valor na célula vizinha nb (Φ_{nb}), a_P é um coeficiente para a célula central P , a_{nb} é o coeficiente de influência da célula vizinha nb , b_S é a contribuição de um termo fonte, n_{nb} é o número de células vizinhas a célula P e n_c é o número de células totais do domínio. Para todas as variáveis avaliadas, considerou-se que a solução convergiu se $R_{\Phi} \leq 10^{-4}$.

O critério de convergência utilizado na solução do problema estrutural é apresentado na Equação 5.44:

$$\frac{\mathbf{R}_i^T \mathbf{R}_i}{\mathbf{F}_G^T \mathbf{F}_G} \leq \epsilon_S^2 \quad (5.44)$$

em que ϵ_S é a tolerância adotada, \mathbf{R} é o vetor de resíduos, \mathbf{F}_G é o vetor de carregamento global (força ou momento). O vetor de resíduos é definido como:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{F}_G - \{\mathbf{K}\} \mathbf{s}_i \quad (5.45)$$

em que \mathbf{s}_i é o vetor de solução na interação i (deslocamento, rotação, aceleração, etc.) e $\{\mathbf{K}\}$ é uma matriz global de coeficientes (que pode ser de rigidez, inércia ou outra característica que dependa da geometria e material). Nesta análise, adotou-se ϵ_S como 10^{-8} .

O critério de convergência adotado para a transferência de resultados entre o problema fluidodinâmico e o problema estrutural foi o resíduo RMS que é a raiz quadrada do somatório do quadrado das mudanças normalizadas das variáveis transferidas (força e deslocamento) entre as interações, segundo a Equação 5.46:

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n_p} \sum_{i=1}^{n_p} \hat{\Delta}_i^2} \quad (5.46)$$

Tabela 10 – Parâmetros utilizados na implementação do modelo fluidodinâmico e do modelo estrutural nos casos simulados.

Escoamento e Malha dinâmica	Modelo de turbulência	Nenhum (laminar)	
	Método de adaptação de malha	<i>Smoothing</i>	
Fluidodinâmica: métodos de Solução	Tipo de solucionador	Baseado em pressão (<i>Pressure based</i>)	
	Passo de tempo	Dependente do caso (Tabela 9)	
	Acoplamento pressão-velocidade	Esquema totalmente acoplado (<i>coupled</i>)	
	Discretização espacial	Gradiente	Baseada no mínimo quadrado das células (<i>Least square cell based</i>)
		Pressão	Segunda ordem
		Momento	Segunda ordem a montante (<i>Second order upwind</i>)
	Formulação transiente	Primeira ordem implícita	
Estrutural: métodos de solução	Tipo de solucionador	Interativo	
	Formulação para grandes deslocamentos	Habilitada	
	Tipo de análise transiente	Dinâmica de velocidade moderada (<i>moderate speed dynamics</i>)	
Acoplamento entre os sistemas (<i>System coupling</i>)	Tempo final	Dependente do caso (Tabela 9)	
	Quantidade mínima de interações	30 (casos 1, 2, 7); 50 (demais casos)	
	Quantidade máxima de interações	60 (casos 1, 2, 7, 19); 80 (demais casos)	
	Fator de relaxação aplicado ao incremento do deslocamento	0,05 (casos 1, 2, 7, 19); 0,02 (demais casos)	

Fonte: elaborada pelo autor.

em que n_p é o número de pontos de transferência de resultados e $\hat{\Delta}_i^2$ é a variação normalizada no resultado transferido em cada ponto j , definida como:

$$\hat{\Delta}_i = \frac{\Phi_i - \Phi_{i-1}}{0,5 \left(|\Phi_{i,\text{máximo}}| - |\Phi_{i,\text{mínimo}}| + \overline{\Phi}_i \right)} \quad (5.47)$$

em que novamente Φ é a variável considerada, os sub-escritos i e $i - 1$ indicam a interação atual e anterior respectivamente e $\overline{\Phi}_i$ é o valor médio transferido na interação atual. Considerou-se como satisfatória a convergência da transferência de resultados quando o resíduo RMS (*root mean square*) alcançou o valor de 0,01 tanto para a força (transferida do domínio fluidodinâmico para o domínio estrutural) como para o incremento no deslocamento (transferido do domínio estrutural para o domínio fluidodinâmico).

Durante as simulações também foram monitorados em tempo real (a cada interação dentro do domínio fluidodinâmico) os valores de velocidade média na saída, pressão média na parede do atenuador, pressão na entrada e variação do volume, de forma a garantir que a simulação somente pudesse evoluir no tempo quando os valores destas variáveis se apresentassem estáveis no passo de tempo corrente.

As simulações foram realizadas em uma estação de trabalho Dell® Precision 7920 Tower, com processador Intel® Xeon® Gold 6254 3.10 GHz e 200 GB de memória RAM. Foi utilizado o modo de processamento paralelo interno, no qual a solução é particionada entre os núcleos do processador de uma mesma estação de trabalho, sendo que em todas as simulações utilizaram-se 16 núcleos. O tempo de processamento médio entre os casos foi de 17 horas e 36 minutos.

É importante lembrar que, conforme a Equação 2.99 e Equação 2.100, o problema estrutural possui como dado de entrada o campo de tensão na interface com fluido (interface FSI) e fornece como resultado o campo de deslocamento da interface FSI, enquanto o problema fluidodinâmico possui como dado de entrada o campo de velocidade na interface FSI e fornece como resultado o campo de tensão nesta mesma região. Obviamente, campo de velocidade na interface FSI é obtido a partir do campo de deslocamento e do passo de tempo associado ao problema. Ocorre que, quando o problema estrutural recebe o primeiro campo de tensão do problema fluidodinâmico, calcula o campo de deslocamento e retorna este resultado ao problema fluidodinâmico, há uma enorme chance do campo de velocidade obtido para a interface FSI ter valores elevados, principalmente diante dos baixos valores de passo de tempo recomendados para a própria estabilidade do problema fluidodinâmico. Uma vez que o problema é tratado como incompressível, valores elevados de velocidade são associados a elevados gradientes de pressão. Como a pressão na saída do domínio é definida, os gradientes de pressão elevados resultam em grandes variações do campo de tensão na interface FSI que, quando são transmitidos ao problema estrutural, resultam em grandes distorções do domínio sólido que não são manejadas corretamente pelo método numérico, resultando em falhas irrecuperáveis da

solução. A fim de contornar esta dificuldade, duas estratégias principais foram utilizadas: o estabelecimento de uma condição de equilíbrio do atenuador com o campo de tensão determinado pela componente média temporal do escoamento, por meio da aplicação do escoamento estável em um intervalo de tempo $0 \leq t \leq t_f$, segundo a Equação 5.23; a utilização de fatores de relaxação na transferência do campo de deslocamento do problema estrutural para o problema fluidodinâmico, combinados com número mínimo de interações dentro do passo de tempo, conforme reportado na Tabela 10.

A definição dos fatores de relaxação a serem aplicados a fim de evitar a divergência devido a variação abrupta do volume, especialmente nos passos de tempo iniciais, foi feita a partir de uma comparação entre duas estimativas de velocidade: a velocidade de escoamento média na seção transversal do atenuador, $u_{m,d}$; e a velocidade de deslocamento da parede do atenuador, $u_{w,d}$. Naturalmente, os valores destas velocidades também variam no tempo durante o escoamento pulsátil. Porém, como o principal interesse da estimativa é a comparação entre escalas, $u_{m,d}$ e $u_{w,d}$ foram obtidos a partir de médias temporais conhecidas de vazão e pressão. A velocidade $u_{m,d}$ é estimada diretamente a partir da velocidade média no sistema hidráulico, apenas com a correção da área, que é maior no atenuador considerado, tornado a velocidade menor:

$$u_{m,d} = Re_{ta} \frac{\nu}{D} \frac{D^2}{4r_d^2} = Re_{ta} \frac{\nu D}{4r_d^2}. \quad (5.48)$$

Para de obtenção de $u_{w,d}$, inicialmente estima-se a média temporal do campo de pressão atuante no atenuador p_{ta} , que pode ser feita a partir da resistência ao escoamento R e média temporal da vazão Q_{ta} , que por sua vez pode também ser relacionada a Re_{ta} :

$$p_{ta} = RQ_{ta} = R \frac{\pi D \nu}{4} Re_{ta}. \quad (5.49)$$

Pode-se então estimar o deslocamento médio da parede do atenuador por meio da Equação 2.35 e a razão entre este deslocamento e o passo de tempo Δt adotado para solução numérica fornece uma medida de $u_{w,d}$:

$$u_{w,d} = \alpha \frac{(2 - \nu_d) \frac{p_{ta} r_d^2}{2h_d E_d}}{\Delta t} = \alpha (2 - \nu_d) \frac{R \pi D \nu Re_{ta} r_d^2}{8h_d E_d \Delta t} \quad (5.50)$$

em que α é o fator de relaxação aplicado na transferência do campo de incremento do deslocamento do problema estrutural para o problema fluidodinâmico. Se $\alpha = 1$, não há redução no valor do incremento no deslocamento transmitido, enquanto se $\alpha = 0$, não há transmissão do incremento no deslocamento para o problema fluidodinâmico e, por consequência, não há variação de volume do atenuador e os campos de pressão e de velocidade permanecem inalterados entre as interações.

Foi observado que quanto maior a razão entre $u_{m,d}$ e $u_{w,d}$ mais estável se torna o problema, uma vez que as correções dos campos de pressão e velocidade são mais

amenas entre as interações. Utilizando-se o modelo *Windkessel* clássico nas condições das simulações, observou-se $\frac{u_{m,d}}{u_{w,d}} > 10$ durante todo o período de pulsação, indicando-se então que este critério para a razão seja atendido também nas interações iniciais das simulações. Deste modo, a determinação de α foi feita como:

$$\alpha < \frac{h_d E_d \Delta t}{5(2 - \nu_d) \pi R r_d^4}. \quad (5.51)$$

É preciso enfatizar que a aplicação do fator de relaxação deve ser acompanhada da implementação do número mínimo de interações, para que o deslocamento equivalente do passo de tempo calculado seja integralmente transmitido para o domínio fluido. Do contrário, a solução pode convergir sem que o atenuador experimente a deformação devida. O critério para o estabelecimento da quantidade mínima de interações entre o problema estrutural e o problema fluidodinâmico, QMI_{FSI} , foi:

$$\text{QMI}_{FSI} \geq \frac{1}{\alpha}. \quad (5.52)$$

Por exemplo se $\alpha = 0,10$, o incremento na deformação será transmitido em um décimo da intensidade real, logo há necessidade de pelo menos dez interações para que a deformação devida seja transmitida ao problema fluidodinâmico no determinado passo de tempo.

5.4.6 Pós-processamento dos resultados

As análises sobre comportamento do modelo tridimensional de FSI foram fundamentadas na comparação dos resultados deste modelo com os resultados do modelo *Windkessel* clássico, principalmente em termos dos valores de $(A_{Q,1})^2$, segundo a Equação 2.44. A partir dos resultados da vazão de saída do atenuador e aplicando-se a Equação 2.20, obteve-se o valor de $(A_{Q,1})^2$ para cada caso simulado ($A_{Q,e} = A_{Q,1}$ uma vez que o sinal da vazão de entrada é composta por apenas uma harmônica). Os casos que se basearam no mesmo valor de K_{RC} e Re_{ta} (Tabela 9) foram agrupados e o comportamento de $(A_{Q,1})^2$ em função de ω' foi apresentado de forma gráfica. Utilizando-se o modelo quadrático dado pela Equação 2.52, em conjunto com o método dos mínimos quadrados, uma curva de regressão não linear $(A_{Q,1})^2 = f(\omega') = 1 + A_{K_{RCL}} \omega'^2$ foi ajustada, na qual $A_{K_{RCL}}$ é o coeficiente a ser determinado. $K_{RCL, \text{sim}}$ foi comparado com o valor teórico resultante da Equação 2.45, sendo discutidas as principais razões dos desvios entre o valor teórico e o valor obtido por meio da série de simulações.

Distribuições de velocidade do escoamento no interior do atenuador são apresentadas para as simulações com $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ e $Re_{ta} = 1500$, sobre as quais é analisado o efeito do aumento de ω' .

Para todos os casos, são apresentadas comparações entre a vazão de entrada e vazão de saída, sendo os valores normalizados com base na média temporal da vazão de

entrada. Também são apresentadas a variação percentual de volume experimentada pelo atenuador $\Delta V_d(\%)$, tendo como referência o volume indeformado, e a variação temporal da taxa de retenção da energia mecânica do escoamento no atenuador ΔPw em comparação com a taxa de energia mecânica transportada pelo escoamento na entrada do atenuador Pw_{total} . Estes resultados foram obtidos de acordo com:

$$\Delta V_d(\%) = \frac{V_d - V_{d0}}{V_{d0}} 100 \quad (5.53)$$

$$Pw = p_{\Gamma_{\text{inlet}}^F} Q_P(t) \quad (5.54)$$

$$\Delta Pw = p_{\Gamma_{\text{inlet}}^F} Q_P(t) - p_{\Gamma_{\text{pj}}^F} Q_R(t) \quad (5.55)$$

em que V_d é o volume no interior do atenuador no instante avaliado, V_{d0} é o volume indeformado (livre de tensões) no interior do atenuador (neste caso $608,05 \text{ cm}^3$), $p_{\Gamma_{\text{inlet}}^F}$ é a pressão média na região de entrada e $p_{\Gamma_{\text{pj}}^F}$ é a pressão média na face voltada para o atenuador da superfície com condição de *porous jump*.

6 Resultados e discussão

Neste capítulo são apresentados os resultados dos experimentos e simulações numéricas, obtidos por meio dos procedimentos descritos no Capítulo 5 e utilizando-se os modelos descritos no Capítulo 2. Os resultados do caso de verificação também são apresentados neste capítulo pois, assim como na metodologia, existem características particulares deste caso relevantes para serem reportadas.

Uma vez que o modelo *Windkessel* de dois elementos possui solução analítica (desenvolvida no Apêndice A), os resultados de atenuação da amplitude de vazão obtidos com este modelo são comparados diretamente com os resultados das simulações com o modelo FSI em regime laminar. São destacados e discutidos comportamentos relacionados aos parâmetros governantes do problema K_{RC} , Re_{ta} e ω' , de forma a contribuir para a expansão do conhecimento acerca do atenuador tubular e exploração de novas aplicações deste dispositivo em sistemas fluidodinâmicos.

Em relação ao modelo *Windkessel* modificado para escoamento turbulento pulsátil, são apresentados e discutidos os resultados da atenuação obtidos a partir da solução numérica. Posteriormente, na forma final deste trabalho, os resultados deste modelo também serão comparados com simulações utilizando o modelo FSI em regime de escoamento turbulento.

6.1 Testes experimentais dos atenuadores

6.1.1 Atenuação da vazão

6.1.1.1 Testes em regime laminar

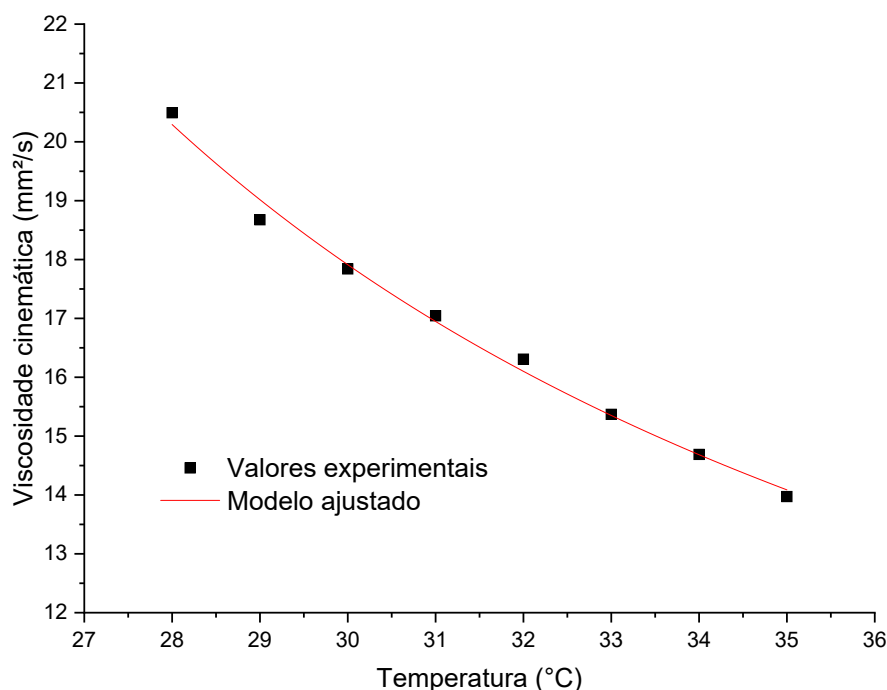
A avaliação de Reynolds e ω' nos testes em regime laminar foi feita com base nos resultados de viscosidade cinemática obtidos para a mistura de glicerina bidestilada e água, apresentados na Figura 26.

Com base no método dos mínimos quadrados, foi ajustado um modelo para a viscosidade em função da temperatura da forma dada pela Equação 6.1:

$$\nu_{g-a} = Ae^{\frac{B}{T+C}} \quad (6.1)$$

em que A , B e C são parâmetros obtidos no ajuste do modelo, e T é a temperatura em °C. Os valores obtidos foram $A = 4,15183 \text{ mm}^2/\text{s}$, $B = 37,1678 \text{ }^\circ\text{C}$ e $C = -4,57628 \text{ }^\circ\text{C}$. O coeficiente de determinação R^2 para o modelo de regressão utilizado foi de 0,99313, indicando que neste modelo 99,3% da variação da viscosidade do fluido pode ser explicada

Figura 26 – Comportamento da viscosidade cinemática da mistura glicerina bidestilada e água em função da temperatura.



Fonte: elaborada pelo autor.

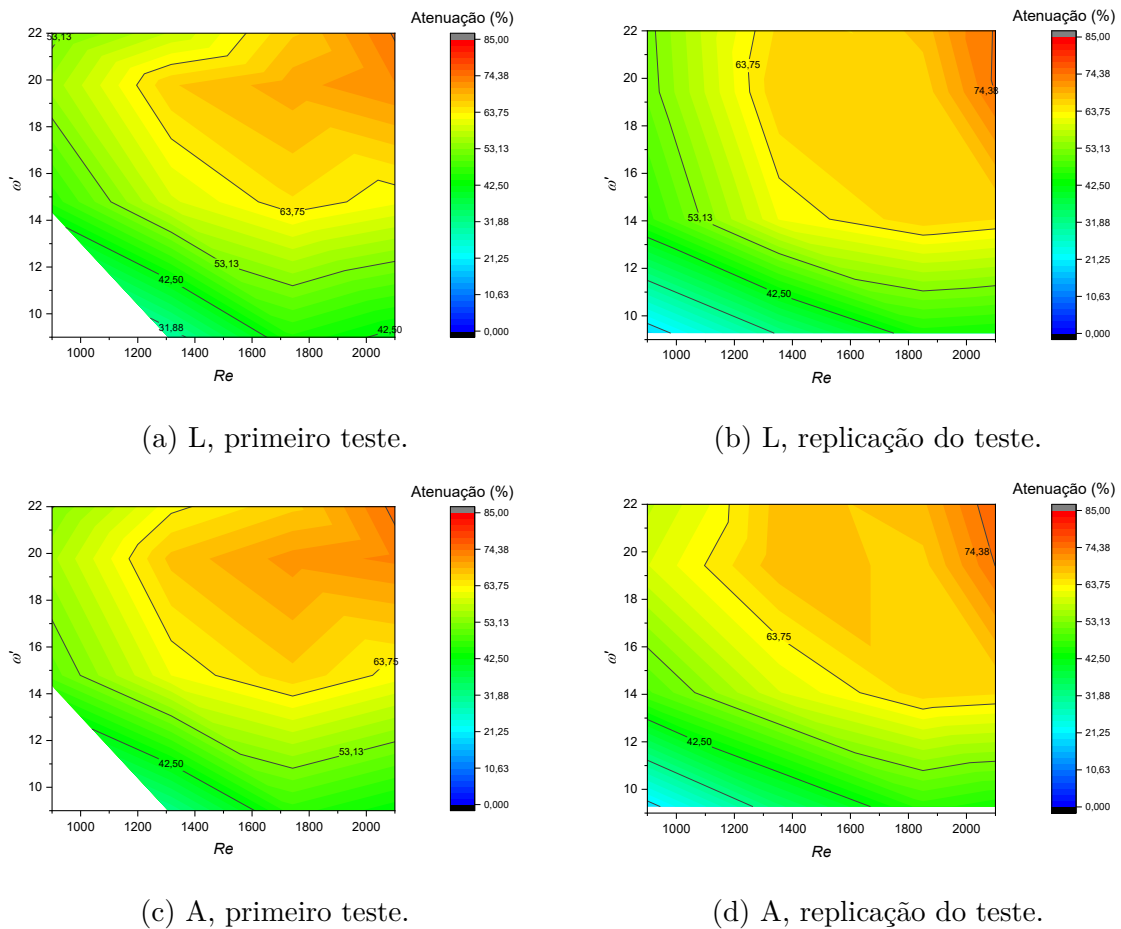
pela variação da temperatura. A aplicação do teste F para avaliar a significância da regressão também indicou que o modelo ajustado é melhor que um modelo que considera a viscosidade independente da temperatura, ao nível de 95% de confiança. O menor valor de viscosidade cinemática obtido para a faixa de temperatura testada ($13,9728 \text{ mm}^2/\text{s}$ a $37 \text{ }^\circ\text{C}$) é aproximadamente 14 vezes maior que a viscosidade da água pura a $25 \text{ }^\circ\text{C}$ ($0,95319 \text{ mm}^2/\text{s}$).

A Figura 27 apresenta as distribuições dos resultados de atenuação da vazão em regime laminar para o atenuador com $D_d = 32 \text{ mm}$. As regiões em branco correspondem às combinações de ω' e Reynolds que não foram contempladas nos testes.

Os testes em regime laminar ocorreram na faixa do número de Reynolds de 865 a 2212. A variação entre o maior e o menor valor do número de Reynolds nos testes sob mesma rotação das bombas foi sempre abaixo de 5%. A faixa da frequência adimensional ω' (Equação 2.28) foi de 8,9 a 24,5. A variação entre o maior e o menor valor de ω' nos testes sob mesma frequência de rotação do motor de passo foi sempre abaixo de 5%.

A maior atenuação da vazão obtida foi de 78,1% (condição apêndice, $\omega' = 24,5$, $Re = 2112$, repetição). A menor atenuação foi de 17,9% (condição em linha, $\omega' = 9,3$, $Re = 867$, repetição). Os testes em regime laminar não apresentaram nenhum caso com atenuação negativa. Ambas as configurações do atenuador, em linha ou apêndice, apresentam desempenhos semelhantes na faixa de frequências avaliada, sendo que a

Figura 27 – Atenuação da vazão para o atenuador com diâmetro nominal de 32 mm, em regime laminar (L: condição em linha; A: condição em apêndice).



(a) L, primeiro teste.

(b) L, replicação do teste.

(c) A, primeiro teste.

(d) A, replicação do teste.

Fonte: elaborada pelo autor.

diferença média entre os resultados de atenuação para as duas configurações foi de 2,47%. Portanto, de acordo com proposto no objetivo 4.2.6, pode-se afirmar que os desempenhos entre as configurações são semelhantes, na faixa operacional testada. Este resultado é relevante pois indica flexibilidade para o uso da condição mais adequada à aplicação específica, sem prejuízo da eficiência, ainda que a configuração em apêndice seja mais adequada em relação aos aspectos de manutenção, do mesmo modo que ocorre em atenuadores de pressão convencionais a gás. Segundo Wachel e Price (1988) a configuração em linha seria mais vantajosa em relação a configuração em apêndice para atenuar pulsos de pressão e vazão em altas frequências, porém a configuração em apêndice possui maior praticidade de manutenção, pois qualquer intervenção que exija sua desconexão da linha pode ser feita sem que haja interrupção do escoamento.

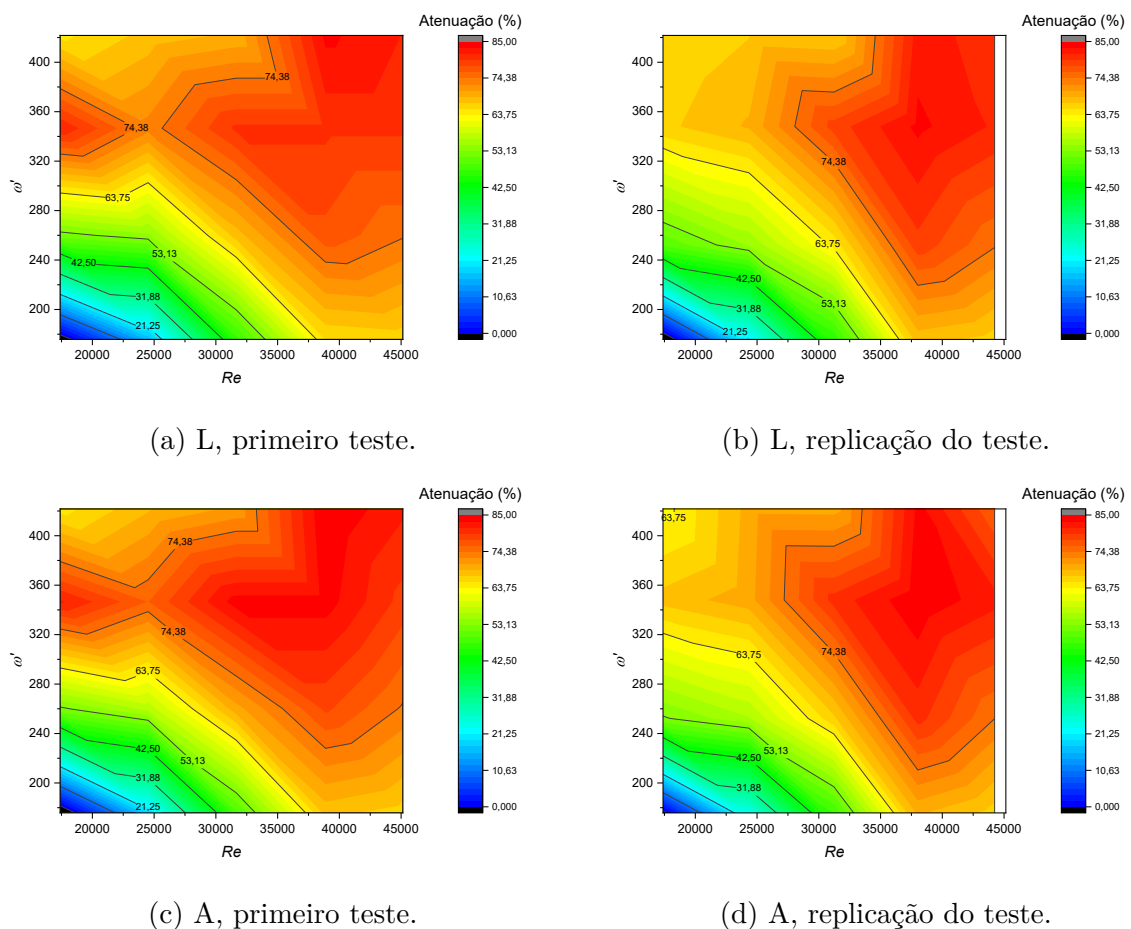
O comportamento geral da atenuação em regime laminar foi semelhante ao comportamento em regime turbulento. Tanto o aumento de Reynolds quanto de frequência resultou em aumento da atenuação. Isto indica que a resposta em atenuação da vazão é mais dependente de como a complacência do elemento é afetada pela interação com as

flutuações de pressão e vazão do que exatamente com o regime de escoamento.

6.1.1.2 Testes em regime turbulento

Os testes em regime turbulento ocorreram na faixa do número de Reynolds de 17140 a 45700. A variação entre o maior e o menor valor do número de Reynolds nos testes sob a mesma rotação das bombas foi sempre abaixo de 5%. A faixa da frequência adimensional ω' (Equação 2.28) foi de 168,1 a 450,2. Novamente, a variação entre o maior e o menor valor de ω' nos testes sob a mesma frequência de rotação do motor de passo foi sempre abaixo de 5%. A Figura 28 apresenta as distribuições dos resultados de atenuação da vazão para o atenuador com $D_d = 36$ mm. Recorda-se que a atenuação da vazão foi avaliada comparando-se os sinais a montante e a jusante do atenuador, no interesse de avaliar a capacidade deste dispositivo em reduzir as componentes transientes do escoamento.

Figura 28 – Atenuação da vazão para o atenuador com diâmetro nominal de 36 mm, em regime turbulento (L: condição em linha; A: condição em apêndice).



Fonte: elaborada pelo autor.

A maior atenuação da vazão obtida foi de 85% (condição apêndice, $\omega' = 421,7$, $Re = 38877$, repetição). A menor atenuação foi de -10,16% (condição apêndice, $\omega' = 168,10$, $Re = 17153$, repetição), ou seja, houve ampliação das componentes oscilatórias do

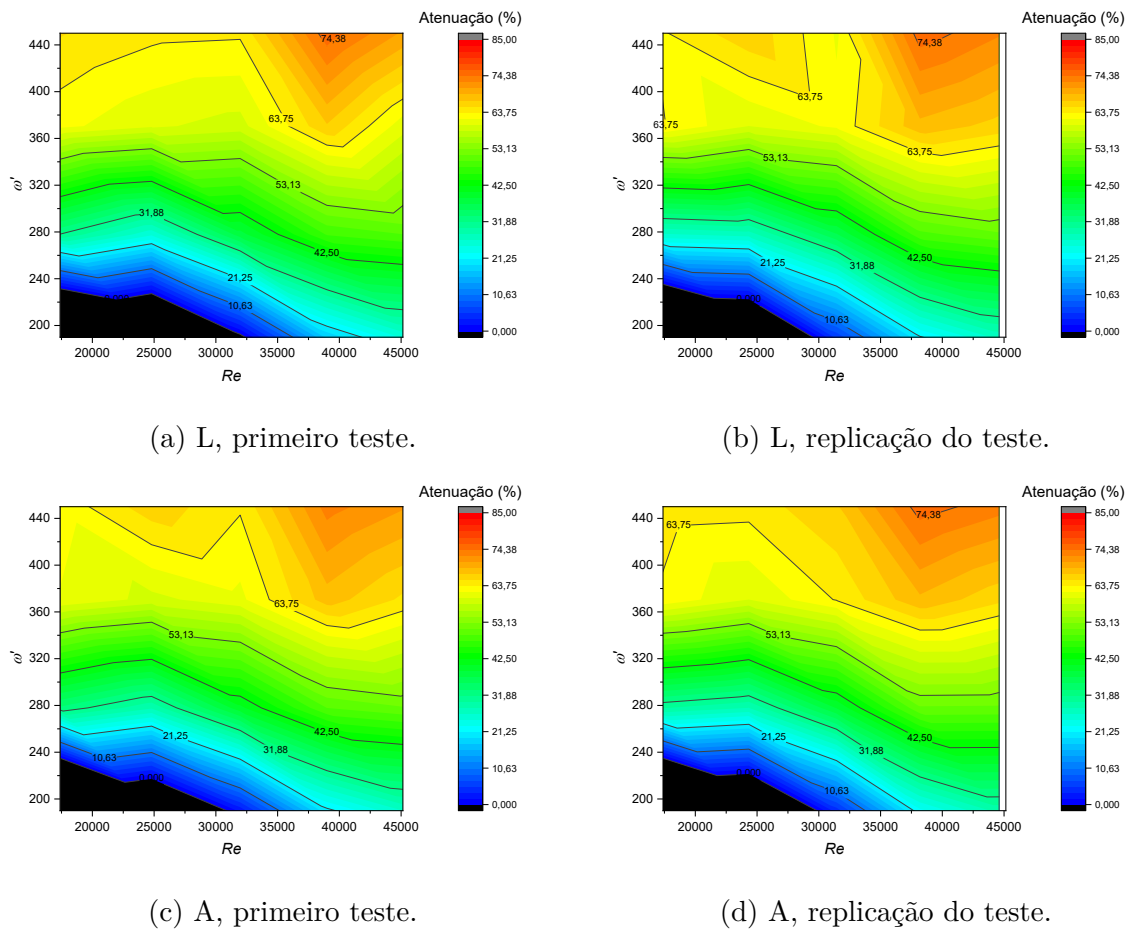
escoamento nestas condições. Tanto as menores quanto as maiores atenuações ocorreram nas mesmas condições de vazão e frequência, comparando-se a primeira bateria de testes e a segunda. Também não houve diferença percentual entre os valores de atenuação maiores que 5%. Desse modo, os resultados das repetições indicam que há reprodutibilidade dos efeitos verificados, com variabilidade dentro das expectativas, especialmente considerando que o escoamento ocorreu sem controle de temperatura do fluido. Novamente, em relação à configuração de montagem do atenuador, em linha ou apêndice, ambas apresentam desempenhos semelhantes na faixa de frequências avaliada.

No geral, a atenuação aumenta com aumento de Reynolds e com o aumento da frequência das componentes oscilatórias da vazão. O favorecimento da atenuação com o aumento de Reynolds pode ser atribuído a maior expansão do atenuador em resposta ao aumento da pressão interna. Em termos do material, conforme discutido na seção anterior, há diminuição da rigidez em resposta a um aumento da deformação, que resulta em aumento da complacência. Efeitos geométricos também contribuem para o aumento da complacência quando ocorrem maiores deformações. Entre duas geometrias cilíndricas que experimentam a mesma deformação radial positiva devido ao aumento da pressão interna, a geometria com maior diâmetro inicial apresentará mais aumento de volume, sendo assim mais complacente. Este efeito geométrico em particular também contribui para as diferenças entre as atenuações obtidas para diâmetros nominais diferentes, em adição à diferença de complacência inicial.

Em relação à frequência, expressa em termos de ω' , quanto maior o valor deste parâmetro, menor o período do pulso da vazão oscilatória, o que resulta em menor volume da componente variável do escoamento. Se o volume da componente intermitente da vazão se torna menor, a capacidade de acumular este volume no atenuador aumenta. Desde que o elemento possua baixa inércia para responder de pronto às variações de pressão associadas a estes pulsos da vazão, em geral a atenuação será maior diante de um aumento da frequência. Porém, interações entre várias componentes oscilatórias da vazão com diferentes frequências, que é o caso mais provável em sistemas reais, atuando sobre um atenuador de complacência variável, podem resultar em respostas de atenuação máxima que não ocorrem necessariamente na máxima frequência característica, ou na máxima vazão média aplicada, como de fato foi observado neste experimento. Em todas as frequências, os valores máximos de atenuação ocorreram próximos ao valor de $Re = 38447$ (valor médio considerando-se o primeiro teste e repetição, ambos em 2200 rpm).

A Figura 29 apresenta as distribuições dos resultados de atenuação da vazão para o atenuador com $D_d=32$ mm. Para esta geometria, a maior atenuação da vazão obtida foi de 75,6% (condição em linha, $\omega' = 450,8$, $Re = 38990$, primeiro teste). A menor atenuação foi de -36,32% (condição apêndice, $\omega' = 187,9$, $Re = 17392$, também no primeiro teste), ou seja, houve ampliação das componentes oscilatórias do escoamento nessas condições.

Figura 29 – Atenuação da vazão para o atenuador com diâmetro nominal de 32 mm, em regime turbulento (L: condição em linha; A: condição em apêndice).



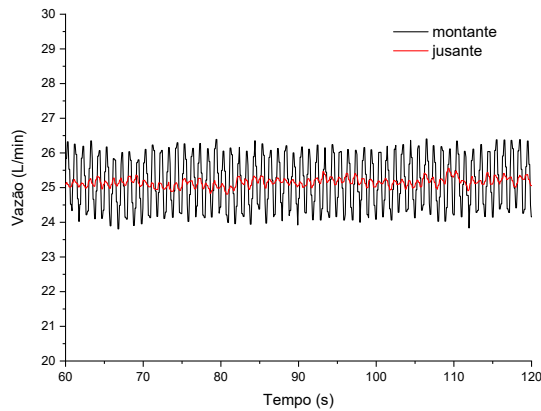
Fonte: elaborada pelo autor.

Devido à complacência deste atenuador ($D_d=32$ mm) ser menor em relação ao atenuador anterior ($D_d=36$ mm), há uma região mais ampla em que as condições de Reynolds e ω' (ou seja, vazão e frequência) na qual a ação do dispositivo não resulta em atenuação do sinal de vazão. Esta região é representada na cor preta nas distribuições dadas pelas Figuras 29a, 29b, 29c e 29d. Resultados com atenuação negativa ocorreram para números de Reynolds abaixo de 30000 (correspondentes aos testes com rotações das bombas setadas em 1000 e 1400 rpm) e $\omega' = 187,9$ (correspondente a frequência de rotação da válvula de 0,4 Hz).

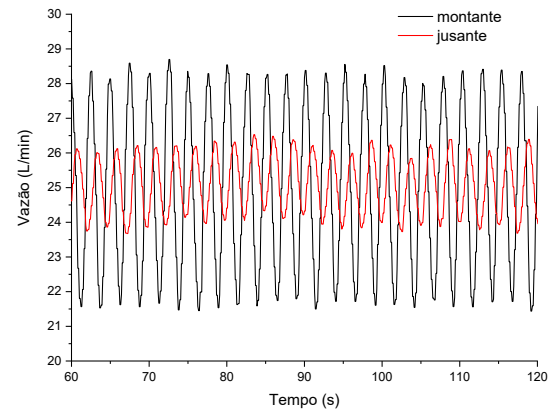
O efeito da menor complacência C_{32} resultou em diminuição geral da atenuação em relação aos resultados de C_{36} , porém a relação entre os resultados difere consideravelmente da razão entre as complacências $\frac{C_{36}}{C_{32}} = 1,424$, demonstrando a característica fortemente não linear do problema. Conforme já discutido, a dependência não linear entre a atenuação, a complacência e as condições operacionais é decorrente principalmente de efeitos do comportamento constitutivo do material e efeitos geométricos.

O efeito da atenuação sobre os sinais de vazão ao longo do tempo pode ser visualizado nos casos exemplificados na Figura 30. As distribuições das componentes oscilatórias da vazão no espectro da frequência para os mesmos casos é dada na Figura 31.

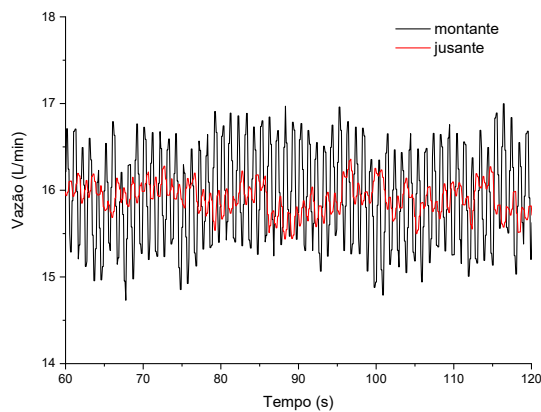
Figura 30 – Exemplos de comportamento da vazão ao longo do tempo à montante e à jusante do atenuador (diâmetro nominal 32 mm; primeiro teste).



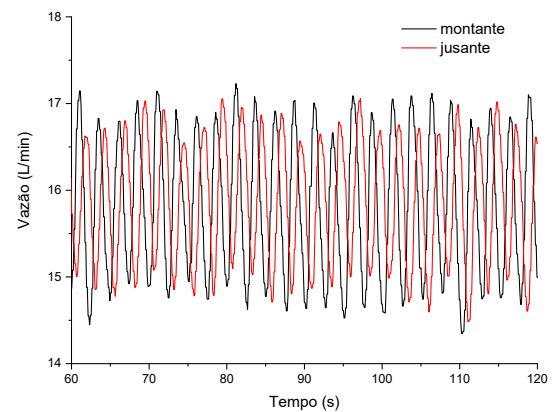
(a) $Re_{ta} = 38887$ (2200 rpm);
 $\omega' = 421,7$ (1 Hz).



(b) $Re_{ta} = 38887$ (2200 rpm);
 $\omega' = 175,8$ (0,4 Hz).



(c) $Re_{ta} = 24513$ (1400 rpm);
 $\omega' = 421,7$ (1 Hz).

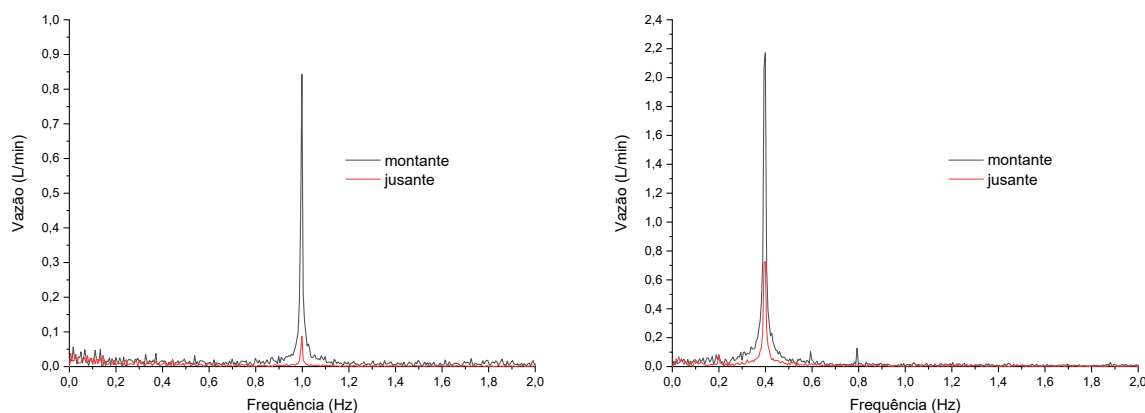


(d) $Re_{ta} = 24513$ (1400 rpm);
 $\omega' = 175,8$ (0,4 Hz).

Fonte: elaborada pelo autor.

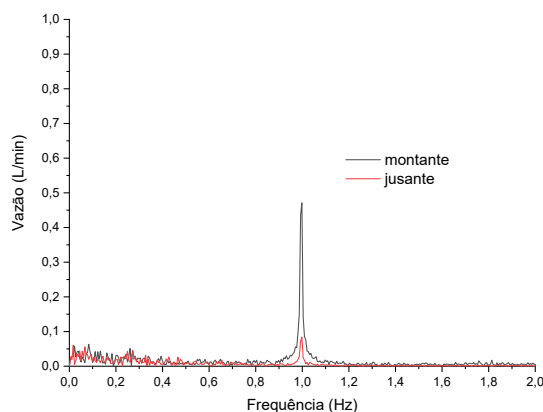
No espectro do tempo, observa-se que, como a diminuição da frequência para uma mesma vazão resulta no aumento das amplitudes das componentes oscilatórias. Nos espectros da frequência observa-se a mudança no valor de pico da principal componente oscilatória. O sinal de vazão na condição de 1 Hz não possui harmônicos, que tendem a aparecer na frequência de 0,4 Hz. O efeito da atenuação pode ser percebido de forma evidente na diferença entre os valores dos picos em cada espectro de frequência.

Figura 31 – Exemplos de distribuição das componentes oscilatórias da vazão à montante e à jusante do atenuador no espectro da frequência (diâmetro nominal 32 mm; primeiro teste).

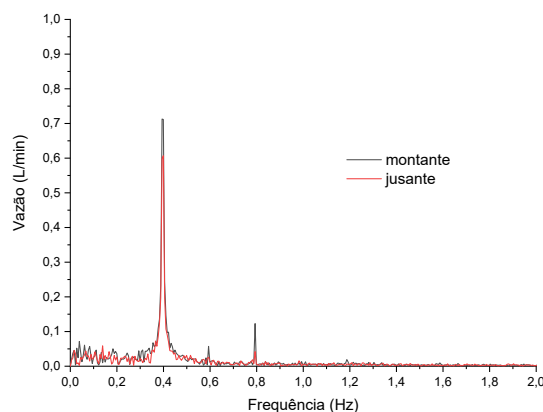


(a) $Re_{ta} = 38887$ (2200 rpm);
 $\omega' = 421,7$ (1 Hz).

(b) $Re_{ta} = 38887$ (2200 rpm);
 $\omega' = 175,8$ (0,4 Hz).



(c) $Re_{ta} = 24513$ (1400 rpm);
 $\omega' = 421,7$ (1 Hz).



(d) $Re_{ta} = 24513$ (1400 rpm);
 $\omega' = 175,8$ (0,4 Hz).

Fonte: elaborada pelo autor.

6.2 Propriedades físicas da borracha de silicone utilizada nos atenuadores e estimativa de complacência dos atenuadores

6.2.1 Massa específica da borracha de silicone utilizada nos atenuadores

Os resultados da determinação da massa específica para os corpos de prova de borracha de silicone testados, e as principais medidas descritivas do conjunto de dados, são apresentados na Tabela 11.

Os resultados apresentaram baixa dispersão, com os valores máximo e mínimo desviando 0,6 % e 1,2 % em relação a média, respectivamente, e desvio padrão alcançando o nível de 0,5 % da média. Pihale et al. (2014) reportam o valor de $1,1 \text{ g/cm}^3$ para a borracha de silicone utilizada como base para a produção de materiais compósitos, buscando aumento da condutividade térmica a partir da inserção de partículas metálicas

Tabela 11 – Resultados da determinação de massa específica.

Espécime	m_{esp} (g)	m_{sub} (g)	$m_{esp} - m_{sub}$ (g)	V_{esp} (cm ³)	ρ_{esp} (g/cm ³)
1	1,8624	0,2997	1,5627	1,5668	1,1887
2	1,5426	0,2596	1,283	1,2864	1,1992
3	2,0484	0,3481	1,7003	1,7048	1,2016
4	1,9939	0,3384	1,6555	1,6598	1,2013
5	1,4398	0,2353	1,2045	1,2077	1,1922
6	1,8867	0,3162	1,5705	1,5746	1,1982
7	2,0659	0,3441	1,7218	1,7263	1,1967
8	2,1151	0,3613	1,7538	1,7584	1,2029 (máximo)
9	2,0859	0,3472	1,7387	1,7433	1,1966
10	1,8859	0,3177	1,5682	1,5723	1,1994
11	2,1493	0,3628	1,7865	1,7912	1,1999
12	2,2204	0,3666	1,8538	1,8587	1,1946
13	2,5798	0,4270	2,1528	2,1584	1,1952 (mediana)
14	2,0956	0,3539	1,7417	1,7463	1,2000
15	2,1262	0,3556	1,7706	1,7752	1,1977
16	1,9686	0,3324	1,6362	1,6405	1,2000
17	2,3926	0,3919	2,0007	2,0059	1,1928
18	1,4761	0,2456	1,2305	1,2337	1,1965
19	1,8821	0,2980	1,5841	1,5883	1,1850
20	2,0813	0,3267	1,7546	1,7592	1,1831 (mínimo)
				Média (g/cm ³)	1,1961
				Desvio padrão (g/cm ³)	$5,3935 \times 10^{-3}$
				Variância (g ² /cm ⁶)	$2,9090 \times 10^{-5}$

Fonte: elaborada pelo autor.

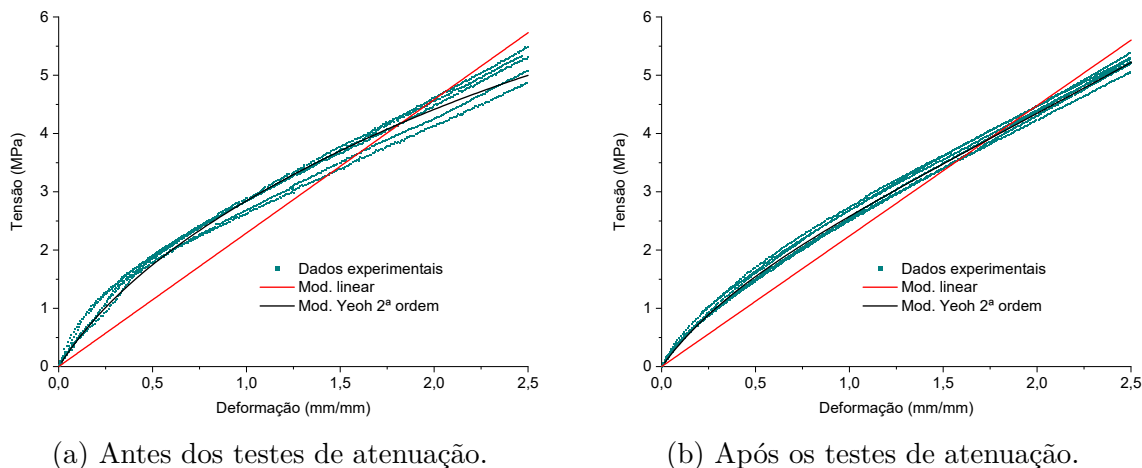
no material. Já Quan et al. (2021), em seu estudo das propriedades mecânicas de compósitos de borracha de silicone em conjunto com partículas ocas de vidro, reportam o valor de 1,140 g/cm³ para a borracha. O tipo de cura (à temperatura ambiente ou acelerada por aquecimento), o tipo do agente de cura e sua proporção na mistura são alguns fatores que influenciam nas propriedades mecânicas da borracha de silicone, conforme descrito por Patterson (1998), que apresenta valores de massa específica de vários tipos de borracha de silicone variando de 0,97 até 1,51 g/cm³. Desse modo, o valor de massa específica obtido neste trabalho pode ser considerado coerente com os valores presentes na literatura.

6.2.2 Relação tensão-deformação

A Figura 32 apresenta os resultados dos ensaios de tração da borracha de silicone que constituem as mangueiras utilizadas nos atenuadores. São apresentadas também a curva obtida para o modelo linear dado pela Equação 5.9, com o coeficiente linear sendo o módulo de elasticidade médio E para a faixa de deformação, obtido pelo método dos mínimos quadrados e a curva contendo os resultados do ensaio de tração numérico da borracha de silicone utilizando-se o modelo Yeoh de segunda ordem, na condição antes

dos testes de atenuação (Figura 32a) e após os testes de atenuação (Figura 32b).

Figura 32 – Comportamento experimental da tensão *versus* deformação para a borracha de silicone utilizada nos atenuadores e modelos ajustados



Fonte: elaborada pelo autor.

Com base nos ensaios realizados antes dos testes de atenuação, o valor de E obtido foi de 2,291 MPa, e o coeficiente de determinação R^2 para o modelo de regressão linear utilizado foi de 0,983, indicando que neste modelo 98,3% da variação da tensão no material pode ser explicada pela variação da deformação normal. Considerando este valor de E , e fazendo-se $E_d = E$ na Equação 2.38, tem-se o valor da complacência $C_{36} = 2,612 \text{ cm}^3/\text{kPa}$ para o atenuador com diâmetro nominal interno de 36 mm e $C_{32} = 1,834 \text{ cm}^3/\text{kPa}$ para o atenuador com diâmetro nominal interno de 32 mm (lembrando que $\frac{C_{36}}{C_{32}} = 1,424$ devido à relação entre os diâmetros nominais).

Observa-se, no entanto, que, considerando-se a rigidez aparente do material como a inclinação local da curva tensão-deformação, há variação desta característica ao longo da faixa de deformações avaliada. Para deformações até cerca de 0,30 mm/mm, o material é aparentemente mais rígido do que o valor E obtido; entre 0,30 mm/mm e cerca de 0,60 mm/mm, as curvas experimentais são aproximadamente paralelas à curva do modelo, o que indica que, nesta faixa, a rigidez aparente é próxima à rigidez média; acima de 0,60 mm/mm, a rigidez aparente se mostra menor que a rigidez média, uma vez que as curvas experimentais possuem inclinação menor que a curva do modelo, chegando até mesmo a interceptar esta última. Esta variação indica que, considerando-se o efeito do comportamento deste material, a complacência do atenuador não será constante quando se considera uma ampla faixa de deformações. O valor do módulo de elasticidade médio E é fundamental para a estimativa da complacência e comparação entre materiais diferentes, porém a atenuação real será afetada pela rigidez aparente que ocorre na deformação à qual o material do atenuador estará submetido nas condições operacionais.

No geral, a borracha de silicone testada experimentalmente apresenta uma redução da rigidez

aparente com o aumento da deformação, o que resultará em uma complacência real do atenuador maior do que estimada com base em $E_d = E$, o que é vantajoso para a atenuação em condições nas quais o elemento é submetido a maiores pressões.

Os valores máximos de deformação dos resultados apresentados foram cerca de 2,5 mm/mm, porém os corpos de prova alcançaram maiores deformações até a ruptura. Houve uma limitação da deformação avaliada devido ao método de determinação descrito na Seção 5.2.2. Todos os corpos de prova romperam-se em tensões na faixa de 7 a 8 MPa, enquanto experimentavam deformações entre 3,5 e 4,5 mm/mm.

Com base nos ensaios realizados após os testes de atenuação, o valor de E obtido foi de 2,240 MPa, e o coeficiente de determinação R^2 para o modelo de regressão linear utilizado foi de 0,992, indicando que neste modelo 99,2% da variação da tensão no material pode ser explicada pela variação da deformação normal. O valor de E obtido nos ensaios após os teste de atenuação é 2,3% menor que o valor E obtido nos ensaios antes dos teste de atenuação. Mesmo apresentando baixa variação, o resultado do teste F de análise da variância sobre os dois conjuntos de dados (Equação 5.12), indicou que são diferentes, ao nível de 95% de confiabilidade, com a aplicação do modelo linear. Desse modo, a ligeira diminuição do valor de E apresentado pelo material após as solicitações nos testes de atenuação expressa uma redução na rigidez inerente do material.

Os coeficientes obtidos no ajuste do modelo hiperelástico Yeoh de segunda ordem, na condição antes dos testes de atenuação (Figura 32a e após os testes de atenuação e aplicados nas simulações são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Resultados do ajuste do modelo Yeoh de segunda ordem com base nos ensaios de tração realizados antes e após os testes de atenuação.

Condição	c_1 (Pa)	c_2 (Pa)	R^2
Antes	808889,73	-3006,33	0,985
Após	745564,54	1153,76	0,996

Fonte: elaborada pelo autor.

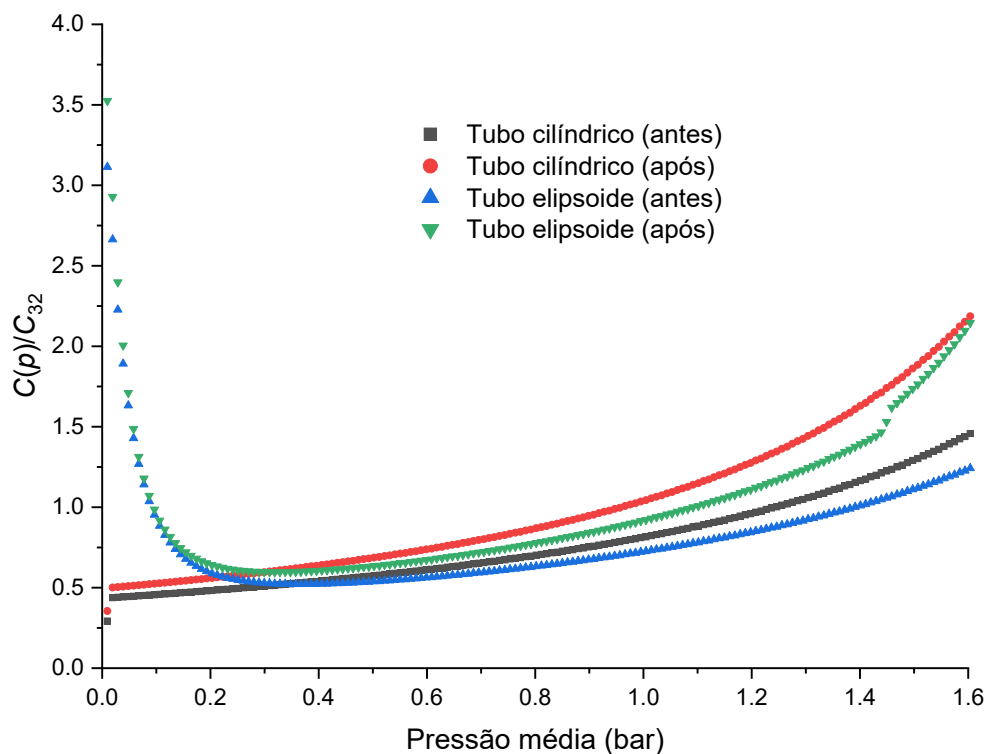
Observa-se que a curva do ensaio numérico utilizando o modelo constitutivo hiperelástico de Yeoh acompanha os dados experimentais com maior exatidão que o modelo linear, tanto em termos dos valores de tensão (que são subestimados pelo modelo linear até aproximadamente a deformação de 1,5 mm/mm) quanto em termos de rigidez aparente do material ao longo da faixa de deformação testada. O modelo Yeoh consegue reproduzir a variação mais evidente de rigidez aparente do material, de 4,77 a 1,91 MPa, que ocorre na faixa de 0 a 1,0 mm/mm. A rigidez aparente se torna menor que o valor de E estimado pelo modelo linear a partir de aproximadamente 0,7 mm/mm. Isto é relevante pois demonstra que a complacência do atenuador é afetada pela variação da rigidez do material, ao longo de uma ampla faixa de deformação. Isto contribui com parte da não linearidade

da resposta do dispositivo à variação de pressão média resultante do escoamento, que é a principal componente que determina a faixa de deformação que determinado atenuador experimentará durante seu funcionamento.

6.2.3 Estimativa da complacência variável do atenuador como função da pressão interna e com uso do modelo Yeoh

A Figura 33 apresenta os resultados da estimativa numérica da complacência do atenuador em função da pressão média atuante na superfície interna, considerando as geometrias de tubo cilíndrico e tubo elipsoide, e o ajuste do modelo Yeoh nas condições antes e após os testes de atenuação.

Figura 33 – Comportamento da complacência em função da pressão obtido a partir dos teste numéricos



Fonte: elaborada pelo autor.

Observou-se que o efeito de fluência provocado pela carga aplicada no atenuador, ao de reduzir a rigidez do material, conforme apresentado na subseção 6.2.2, contribuiu para o aumento da complacência em ambas as geometrias avaliadas. O tubo cilíndrico apresenta uma maior faixa de pressão na qual a complacência estimada é menor do que a obtida na Equação 2.38, o que resultará em estimativas da atenuação menores do que as que consideram este valor de C constante para essa faixa de pressão.

Em relação as geometrias, de forma geral o tubo cilíndrico apresentou menor complacência para níveis mais baixos de pressão interna, enquanto o tubo elipsoidal revelou

uma tendência oposta, com complacência relativamente elevada em pressões reduzidas, até 0,1 bar. No entanto, à medida que a pressão aumenta, a complacência da geometria tubular supera a da elipsoidal. Tal comportamento pode ser atribuído à configuração geométrica da elipsoide, a qual possui um diâmetro inicial menor em sua seção central. Essa característica favorece, em pressões mais baixas, uma expansão proporcionalmente mais significativa, resultando em uma variação volumétrica mais acentuada que aquela observada na geometria tubular. Como consequência, a elipsoide apresenta maior capacidade de absorção de energia em regimes de pressão reduzida.

Esses resultados evidenciam o papel crucial da geometria no comportamento do atenuador, permitindo projetar dispositivos com curvas de complacência ajustadas à faixa operacional desejada. No caso específico analisado, fica evidente que a geometria elipsoidal é mais eficaz na atenuação de escoamentos intermitentes em faixas de pressão mais baixas, ao passo que a geometria tubular se mostra mais eficiente em pressões elevadas.

6.3 Avaliação dos modelos teóricos para a atenuação da vazão

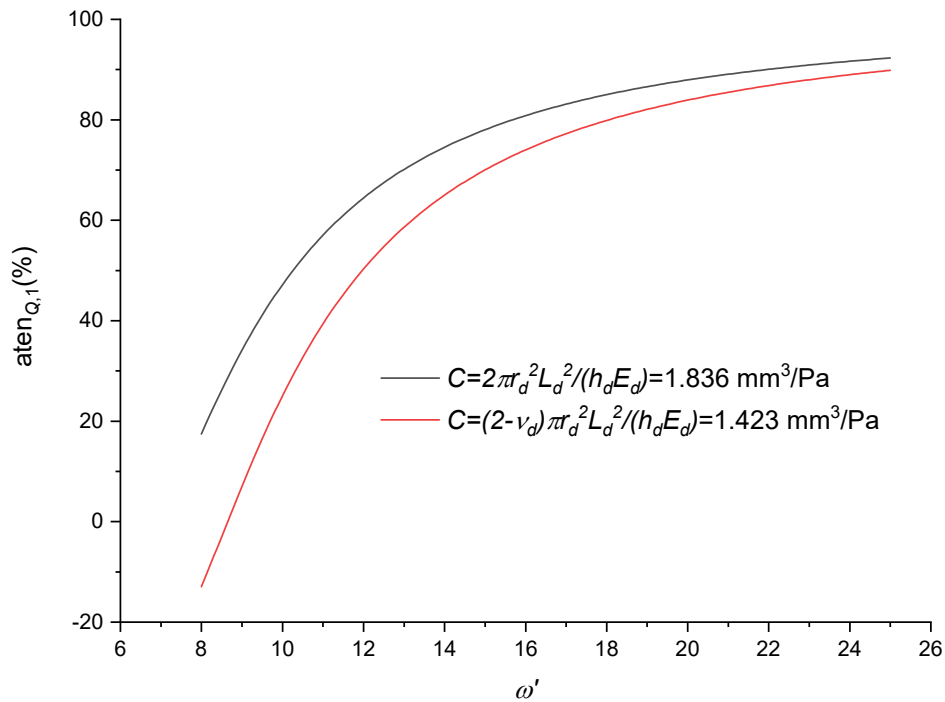
6.3.1 Comportamento geral do modelo *Windkessel* modificado para escoamento laminar pulsátil com frequências moderadas e altas.

A Figura 34 apresenta o comportamento da atenuação em função de ω' , sob dois valores de C obtidos nas Equações 2.37 e 2.38. Os valores de K_{RCL} associados são $8,167 \times 10^{-4}$ quando $C = 1,423 \text{ mm}^3/\text{Pa}$, e $10,538 \times 10^{-4}$ quando $C = 1,836 \text{ mm}^3/\text{Pa}$.

Observa-se que, conforme previsto no modelo, a atenuação aumenta com ω' e maiores atenuações são alcançadas para o maior valor de C em toda a faixa de ω' avaliada, porém o aumento da atenuação é menos sensível ao aumento de C à medida que ω' aumenta. Na prática, intervenções no projeto do atenuador que aumentem o valor de C são mais efetivas para aumentar a atenuação em componentes de menor frequência do sinal de vazão. Para o menor valor de C , é possível observar uma pequena faixa de ω' (de 8,0 a 8,8) em que não houve atenuação, ou seja, a amplitude da vazão de saída foi maior do que a amplitude da vazão de entrada. Esta faixa tende a aumentar à medida que C diminui. Percebe-se também que a variação da atenuação é mais sensível à variação de ω' em valores de ω' mais baixos.

No modelo teórico, a atenuação não depende do número de Reynolds médio Re_{ta} . Consequentemente, também não se considera uma possível dependência em relação à pressão, dado que o Reynolds médio está diretamente relacionado à pressão média atuante no atenuador, a qual, por sua vez, influencia a complacência, conforme demonstrado anteriormente. Apesar dessa limitação, observa-se que a faixa de atenuação prevista teoricamente é compatível com aquela obtida nos experimentos em regime laminar, mesmo

Figura 34 – Comportamento da atenuação $aten_{Q,1}$ em função de ω' : comparação entre os valores de C obtidos pelas abordagens distintas.



Fonte: elaborada pelo autor.

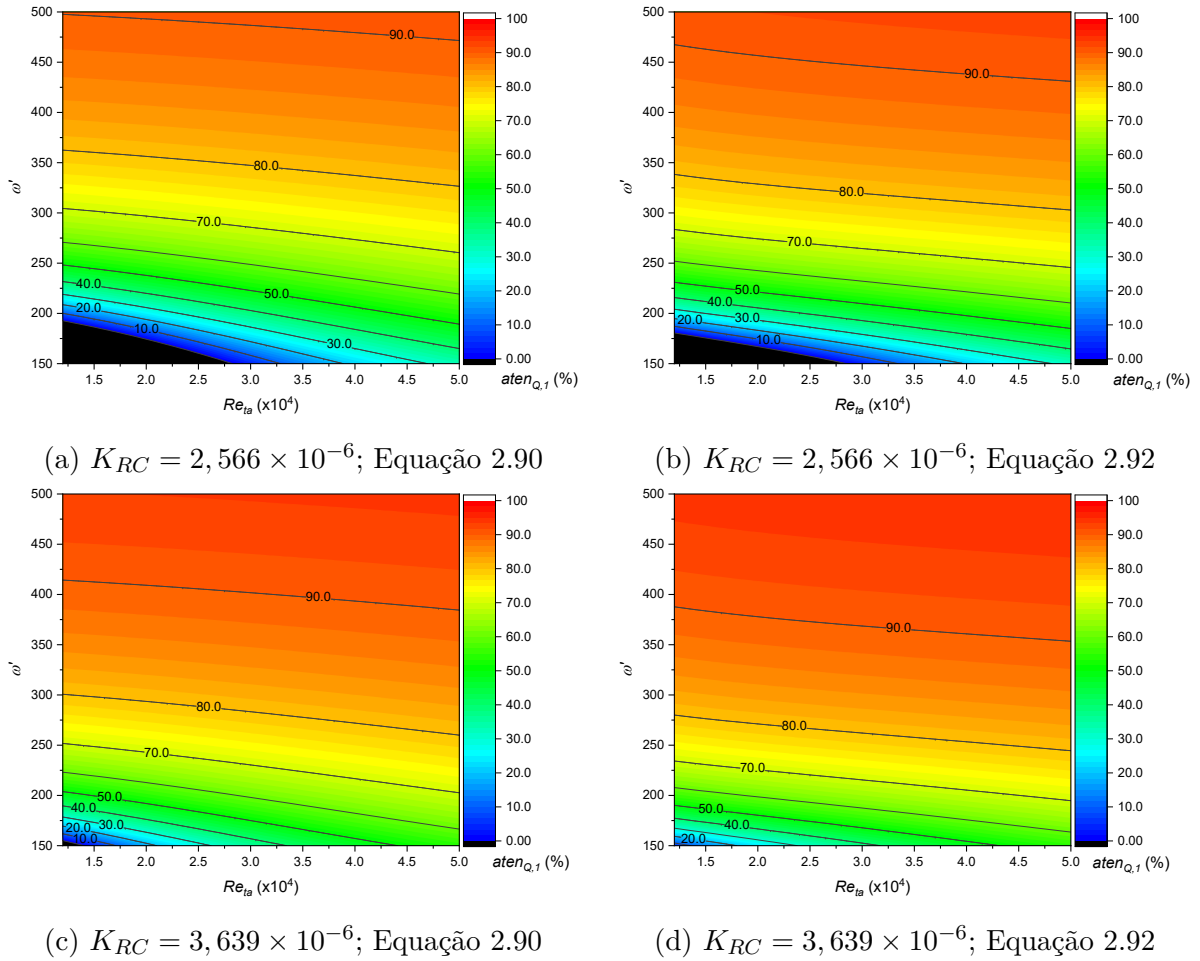
diante do fato de que os modelos de estimativa da complacência constante (Equações 2.37 e 2.38) não conseguem captar os efeitos que a variação deste parâmetro tem sobre a atenuação.

6.3.2 Comportamento geral do modelo *Windkessel* modificado para escoamento turbulento pulsátil com frequências moderadas e altas.

A Figura 35 apresenta as distribuições de $aten_{Q,1}$ obtidas a partir da solução numérica das Equações 2.90 e 2.92, para os valores de $K_{RCL} = 2,566 \times 10^{-6}$, $K_{RCL} = 3,639 \times 10^{-6}$ e $R_{amp} = 0,25$. As regiões em preto representam a combinação de valores de Re_{ta} e ω' em que não houve atenuação, ou seja, a amplitude da vazão de saída foi maior que a amplitude da vazão na entrada, sendo esse comportamento mais evidente para o menor valor de K_{RCL} avaliado. A maior atenuação alcançada foi 94,9%, nas condições de $Re_{ta} = 5 \times 10^4$, $\omega' = 500$, com base no modelo dado pela Equação 2.92.

Observa-se que, assim como na solução modelo *Windkessel* clássico, a atenuação se torna maior com o aumento de ω' , para todos os valores de Re_{ta} avaliados. Seguindo também o comportamento do modelo *Windkessel* clássico, a atenuação se torna maior com o aumento de K_{RCL} . O aumento generalizado de $aten_{Q,1}$ nas faixas de ω' e Re_{ta} avaliadas pode ser notado pelo deslocamento dos contornos nas figuras 35a e 35b em comparação com posições apresentadas nas figuras 35c e 35d. Os contornos passam a intersectar retas

Figura 35 – Comportamento da atenuação $aten_{Q,1}$ em função de Re_{ta} e ω' : comparação entre modelos (colunas) e valores de K_{RCL} (linhas). $R_{amp} = 0,25$.



Fonte: elaborada pelo autor.

verticais, nos quais os valores de Re_{ta} são constantes, em valores de ω' menores.

De maneira distinta do modelo *Windkessel* de dois ou três elementos, no modelo *Windkessel* modificado para escoamento turbulento pulsátil, a atenuação se apresenta dependente de Re_{ta} . De forma geral $aten_{Q,1}$ aumenta com a elevação de Re_{ta} , em todos os valores de ω' avaliados. Este comportamento pode ser associado ao aumento da resistência ao escoamento equivalente (razão entre queda de pressão média e vazão média) nas condições do escoamento turbulento. A solução do modelo *Windkessel* clássico indica que a atenuação depende de R , que é constante no escoamento laminar, mas não o é no regime turbulento. Dado um sistema hidráulico no qual ocorre escoamento turbulento, o aumento da queda de pressão não é diretamente proporcional ao aumento de Re_{ta} . Isso pode ser observado na Equação 2.78 fazendo-se $Re(t) = Re_{ta}$. Nestas condições, a resistência ao escoamento equivalente é proporcional a $Re_{ta}^{\frac{3}{4}}$, o que explica o aumento de $aten_{Q,1}$ associado ao aumento de Re_{ta} .

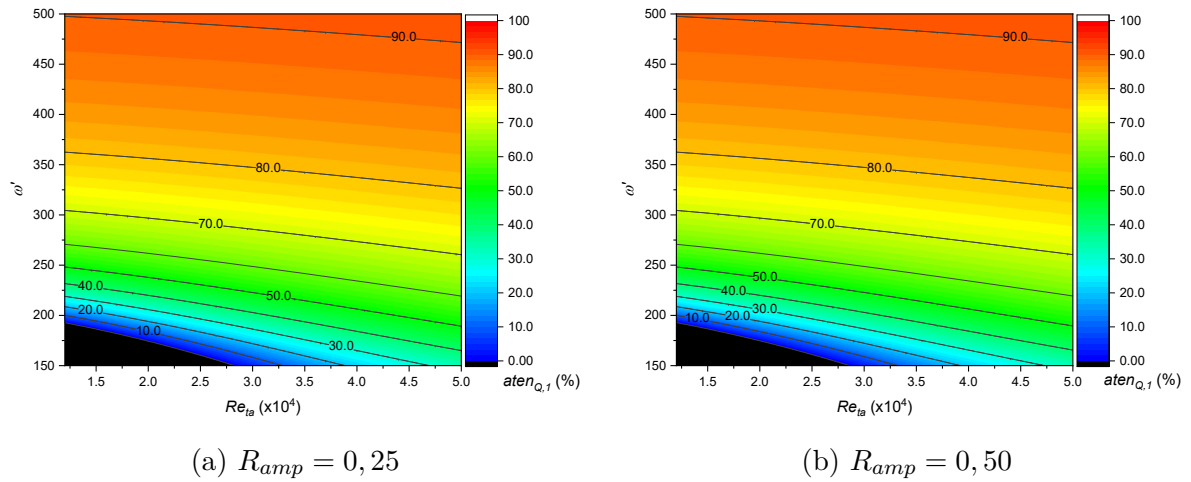
Seguindo a característica assintótica da Equação 2.23, os resultados demonstraram

que somente é efetivo buscar o aumento de $aten_{Q,1}$ por meio da alteração de K_{RCL} quando os níveis de atenuação são baixos ou moderados (até 50%). Por exemplo: considerando-se o modelo dado pela Equação 2.90 e as condições $Re_{ta} = 2 \times 10^4$ e $\omega' = 200$, para $K_{RC} = 2,566 \times 10^{-6}$ a atenuação é de 25,3% (Figura 35a) e para $K_{RC} = 3,639 \times 10^{-6}$ a atenuação é de 54,3% (Figura 35c), um aumento de 29,0%. Já nas condições $Re_{ta} = 4 \times 10^4$ e $\omega' = 400$, para $K_{RC} = 2,566 \times 10^{-6}$ a atenuação é de 85,7% e para $K_{RC} = 3,639 \times 10^{-6}$ a atenuação é de 90,3%, representando um aumento de 4,6%. Considerar este comportamento é importante no projeto do dispositivo atenuador para evitar que sejam aplicadas dimensões que resultem em complicações na adaptação do dispositivo ao sistema hidráulico, sem um retorno em termos de atenuação das principais componentes do escoamento que justifique os inconvenientes.

Em relação à influência dos modelos, Equação 2.90 e Equação 2.92, cuja principal diferença está na formulação de $\tau_w(t)$ (Equação 2.86 ou Equação 2.87), observa-se que o modelo representado pela Equação 2.92 apresenta maiores valores de $aten_{Q,1}$ que o modelo representado pela Equação 2.90, dadas as mesmas condições de Re_{ta} , ω' e K_{RC} . Este comportamento pode ser explicado pelo fato de que, conforme reportado por Ohmi e Iguchi (1981c), os modelos fornecem resultados ligeiramente diferentes para a tensão na parede, sendo que a Equação 2.87 em geral apresenta valores maiores de $\tau_w(t)$ que a Equação 2.86. O modelo de escoamento turbulento pulsátil que incorpora maiores valores de $\tau_w(t)$ naturalmente apresenta maior resistência ao escoamento equivalente para determinado Re_{ta} . Novamente, em semelhança com o comportamento apresentado pelo modelo *Windkessel* de dois e três elementos, a atenuação aumenta em resposta ao maior valor da resistência ao escoamento. Uma vez que Ohmi e Iguchi (1981c) afirmam que os valores reais de $\tau_w(t)$ se encontram entre os valores das Equações 2.86 e 2.87, pode-se esperar que os valores de $aten_{Q,1}$ reais também sejam intermediários entre os valores apresentados nas figuras 35a e 35b para $K_{RCL} = 2,566 \times 10^{-6}$, bem como entre os valores apresentados nas figuras 35c e 35d para $K_{RC} = 3,639 \times 10^{-6}$. Desse modo, a comparação com os resultados experimentais de atenuação foi feita com uma média entre os valores obtidos pela solução das Equações 2.90 e 2.92. A Figura 36 apresenta distribuições da atenuação, obtidas para $R_{amp} = 0,25$ e $R_{amp} = 0,50$.

Observa-se que as distribuições são muito semelhantes, de modo que quase não se percebe mudança nos contornos de $aten_{Q,1}$ constante. De fato, a diferença média entre os resultados de atenuação, comparando-se caso a caso avaliado para diferentes R_{amp} , foi de apenas 0,03%. O equacionamento do modelo *Windkessel* modificado para escoamento turbulento pulsátil, tanto na forma da Equação 2.90 quanto da Equação 2.92, não traz nenhuma dependência explícita de R_{amp} além da formulação para a vazão de entrada $Q_P(t)$. Além disso, a solução do modelo *Windkessel* de dois elementos indica que a atenuação é independente de R_{amp} . Assim, pode-se afirmar que a diferença entre os resultados não é significativa, de modo que a atenuação no escoamento turbulento pulsátil também possa

Figura 36 – Comportamento da atenuação $aten_{Q,1}$ em função de Re_{ta} e ω' : comparação entre diferentes valores de R_{amp} . $K_{RC} = 2,566 \times 10^{-6}$; Equação 2.90



Fonte: elaborada pelo autor.

ser considerada como independente de R_{amp} para a faixa de Re_{ta} e ω' avaliada.

6.4 Comparação entre os modelos teóricos e os resultados experimentais de atenuação

A Tabela 13 apresenta os resultados de atenuação da vazão, em regime turbulento, obtidos para o atenuador de diâmetro nominal interno de 36 mm e a comparação com o modelo Windkessel modificado, com a complacência do atenuador constante, sendo avaliados o efeito dos diferentes valores dados pelas equações Equação 2.38 e Equação 2.37. Os valores obtidos pelos modelos seguidos da letra *a* se encontram dentro do intervalo de incerteza experimental, considerando-se ambas disposições do atenuador.

Conforme já observado na subseção 6.1.1.2, os resultados indicam que a atenuação da vazão tende a aumentar com o incremento da frequência adimensional (ω') e do número de Reynolds médio (Re_{ta}), comportamento observado de forma consistente nos dados experimentais e nos modelos teóricos. Tal tendência está associada ao menor volume de fluido associado aos pulsos em altas frequências e ao aumento da pressão interna média em maiores vazões, o que favorece a deformação do atenuador e, por consequência, o amortecimento das oscilações.

Na comparação entre os modelos e os resultados experimentais, observa-se que o modelo com maior complacência (Equação 2.38) geralmente prevê valores de atenuação mais elevados, aproximando-se dos valores experimentais nas faixas onde a resposta do dispositivo é mais eficiente (altos Re_{ta} e ω'). Por outro lado, o modelo com complacência menor (Equação 2.37) tende a subestimar a atenuação em várias condições operacionais, especialmente nas quais a atenuação é maior, refletindo a menor capacidade de acomodar

Tabela 13 – Resultados de atenuação da vazão e comparação com o modelos teóricos de complacência constante: regime turbulento, atenuador com diâmetro interno nominal de 36 mm (valores seguidos da letra *a* se encontram dentro do intervalo de incerteza experimental)

Teste	Frequência principal (Hz)	ω'	Re_{ta}	Atenuação (%)			
				Experimental		Modelo: C constante	
				Linha	Apêndice	Equação 2.38	Equação 2.37
1	1,0	422	17288	65,0	64,7	61,2	58,2
			23831	67,9	68,8	66,5a	63,6
			30840	69,5	71,3	81,3	78,6
			38262	83,7	85,0	81,7a	79,2
			44254	81,4	81,8	66,3	63,2
	0,8	347	17423	81,4	81,8	67,0	63,2
			24699	73,3	76,1	72,4a	68,3
			31913	80,1	84,1	80,6a	76,2
			38885	80,1	84,1	80,8a	76,6
			45355	80,1	79,0	79,1a	75,4
	0,6	260	17423	52,2	52,6	60,2	52,6a
			24759	54,5	57,3	65,8	56,5a
			31652	68,2	70,1	71,1a	61,3
			38792	77,4	78,3	73,0	64,1
			44861	74,6	74,1	74,8a	66,5
	0,4	176	17400	-2,4	-3,9	23,2	-5,9a
			24765	16,5	19,3	28,6	0,2
			32224	47,2	49,1	35,9	11,2
			39571	65,6	68,0	43,1	22,2
			46108	66,3	66,5	49,1	31,3
2	1,0	426	17303	65,3	62,6	59,3	56,7
			24534	67,1	69,7	67,5a	65,0a
			31490	66,6	69,6	76,9	74,0
			38328	82,2	83,6	80,1a	77,3
			44445	80,6	76,0	79,3a	77,0a
	0,8	348	17735	66,7	67,9	69,5a	65,6a
			25098	69,3	70,1	73,2	68,9a
			31869	78,7	80,4	79,4a	74,9
			38808	83,7	84,7	80,6	76,4
			45086	81,2	82,1	81,5a	77,5
	0,6	252	16726	49,7	52,7	59,4	52,0a
			23863	55,1	56,5	66,9	57,5a
			30800	64,4	66,9	71,5	61,9
			37562	79,1	80,4	73,5	64,7
			43808	74,6	74,4	72,2a	64,4
	0,4	168	16848	-10,2	-7,5	24,7	-3,9
			23862	17,8	20,3	29,7	1,8
			30711	44,6	45,9	37,0	12,6
			37370	66,9	68,3	44,3	23,8
			43600	65,5	65,6	49,5	31,8

variações de volume associadas ao escoamento oscilatório. O erro médio entre a predição pelos modelos e os resultados experimentais foi de 5,7% quando a complacência foi estimada pela equação de Mei et al. (2018) (Equação 2.38) e 10,6% quando a complacência foi estimada com base na teoria de mecânica dos sólidos (Equação 2.37). Este resultado indica que, para as condições operacionais avaliadas, entre duas estimativas de complacência, a estimativa de Mei et al. (2018) obteve um desempenho melhor na predição da atenuação. As diferenças entre os modelos também ajudam a interpretar o papel crítico da complacência na dinâmica do sistema, mesmo quando constante. Embora ambos sejam simplificações úteis para a análise do fenômeno, a escolha do valor da complacência influencia diretamente a capacidade de representar o comportamento observado experimentalmente.

Observa-se ainda que, nas condições mais severas (baixa frequência e baixo Re_{ta}), a eficiência dos modelos é limitada. Nessas situações, foram registrados casos de atenuação negativa nos experimentos, sinalizando amplificação das oscilações. Nenhum dos modelos reproduziu plenamente esse efeito, o que evidencia limitações das hipóteses adotadas, como linearidade e ausência de defasagens dinâmicas. Para o atenuador de diâmetro nominal interno de 36 mm, não foram feitas estimativas da dependência da complacência em função da pressão, pois não foi possível captar a forma do tubo sem solicitação interna (livre de pressão) de maneira satisfatória, como feito para tudo de diâmetro de 32 mm.

A Tabela 14 apresenta os resultados de atenuação da vazão, em regime turbulento, obtidos para o atenuador de diâmetro nominal interno de 32 mm e a comparação com os modelos teóricos, que consideram tanto complacência constante como variável. Novamente, os valores obtidos pelos modelos seguidos da letra a se encontram dentro do intervalo de incerteza experimental, considerando-se ambas disposições do atenuador. Considerando toda a faixa operacional testada, o modelo que apresentou menor erro na predição da atenuação (10,2%) foi o modelo com C variável, material hiperelástico, tubo elipsoide e com propriedade avaliada após os testes na bancada. O modelo com maior erro de predição (23,2%) foi o modelo com C constante estimando segundo Mei et al. (2018).

Uma vez que as condições dos testes permitiram uma ampla faixa de atenuação, desde valores negativos até valores acima de 80%, o modelo que considera de forma mais precisa os efeitos da geometria e do comportamento constitutivo do material na complacência variável, obteve melhor desempenho na predição da atenuação. Por exemplo, nas condições operacionais na qual houve atenuação negativa, a pressão média atuante no atenuador se situava na faixa de 0,13 a 0,48 bar. De acordo com o comportamento da complacência variável apresentado na Figura 33, nesta faixa de pressão o valor de C considerado pelos modelos em função da pressão é quase 50% menor do que o valor estimado pela Equação 2.38, o que torna possível captar a ineficiência do dispositivo nesta condição. Mesmo que o erro de predição não possa ser considerado baixo, o modelo permite que, durante a etapa de projeto, seja construído um mapa de desempenho operacional

Tabela 14 – Resultados de atenuação da vazão e comparação com o modelos teóricos de complacência constante e variável: regime turbulento, atenuador com diâmetro interno nominal de 32 mm.(valores seguidos da letra *a* se encontram dentro do intervalo de incerteza experimental)

Teste	Frequência principal (Hz)	ω'	Re_{ta}	Atenuação (%)							
				Experimental		Modelos teóricos					
						C constante		C variável: modelo Yeoh, antes e após testes			
				Linha	Apêndice	Equação 2.38	Equação 2.37	Antes	Após	Antes	Após
1	1,0	433	17589	65,7	62,5	64,4a	61,8a	56,2	58,1	59,1	60,0
			24984	64,3	66,7	64,3a	61,8	73,6	58,8	56,7	58,6
			31991	64,1	64,0	80,8	78,0	56,5	76,3	72,5	75,2
			38768	75,6	73,4	70,0	77,0a	75,0a	77,3a	73,8a	76,2a
			45364	70,2	70,9	79,4	67,0	67,1	69,9a	65,7	68,5a
	0,8	354	17775	62,5	61,9	64,1a	59,8a	47,5	52,1	54,5	56,3
			25336	60,5	59,6	67,1	63,2	53,8	58,1a	54,3	57,8a
			32656	59,5	61,5	77,0	73,0	65,9	70,4	63,9	68,6
			39789	67,1	68,2	80,4	76,1	72,3	76,7	69,7a	74,6
			46573	60,5	64,9	81,3	77,2	77,3	81,1	75,0	79,3
	0,6	259	17194	31,8	33,3	49,2	41,8	15,6	26,7	32,0a	35,6a
			24467	25,2	28,6	56,0	47,9	25,4a	36,3	26,9a	35,5
			31589	38,2	40,2	69,8	60,3	42,7	53,9	37,8a	49,4
			38719	48,0	49,6	71,5	62,9	55,1	64,1	49,7a	59,8
			45414	49,7	51,3	74,3	66,1	66,5	74,1	61,9	70,6
	0,4	173	17008	-29,8	-36,3	21,5	-5,3	-84,8	-61,2	-42,6	-29,2a
			24410	-19,5	-13,8	27,6	0,2	-58,4	-35,6	-55,9	-37,6
			31633	-2,1	1,3	36,3	12,2	-25,5	-3,1a	-33,2	-12,7
			38684	17,3	19,9	43,0	22,6	5,7	25,4	-4,5	15,7a
			45448	25,0	26,4	49,3	31,7	32,7	49,0	23,3a	41,2
2	1,0	421	17095	63,5	64,7	59,1	55,7	49,9	51,8	52,9	53,8
			24198	66,9	64,5	66,5a	63,4a	57,8	60,1	58,0	59,9
			31206	61,8	67,1	79,0	76,5	72,6	75,0	71,5	74,0
			37982	75,5	75,4	78,2	75,9a	74,0a	76,2a	72,8	75,1a
			44274	72,9	73,4	73,8a	72,0a	72,0a	73,7a	71,0a	72,9a
	0,8	343	17296	64,0	63,5	64,6a	60,3	48,5	52,9	55,1	56,9
			24570	60,2	60,2	65,8	61,6a	52,3	56,5	52,8	56,1
			31733	62,4	63,9	80,2	75,9	68,1	73,0	66,0a	71,0
			38611	68,5	68,7	81,6	77,1	73,2	77,7	70,6a	75,6
			45120	66,6	66,0	80,9	76,9	77,1	80,8	74,9	79,1
0,6	253	16915	26,3	30,3	45,6	38,3	14,4	24,4a	29,2a	32,5a	
		24027	27,4	28,3	56,4	48,2	25,6a	36,6	27,0a	35,7	
		30942	37,0	39,1	69,7	59,8	42,3	53,3	37,5a	48,9	
		37624	49,0	51,1	72,4	63,6	55,7	64,9	50,3a	60,5	
		43951	51,0	51,0	73,9	65,5	65,9	73,7	61,3	70,0	
0,4	173	17255	-30,1	-34,2	18,0	-7,5	-85,1	-62,2	-44,1	-30,8a	
		24520	-17,0	-16,8	25,9	-0,5	-57,8	-35,4	-55,2	-37,3	
		31855	5,0	3,5	35,4	11,9	-24,8	-2,9	-32,4	-12,3	
		38535	20,4	21,8	43,1	22,9a	6,2	25,7	-4,0	16,1	
		45046	26,5	28,4	48,8	31,2	31,9	48,2	22,6	40,4	

do atenuador. Observa-se também que, especificamente para pontos de operação em que a atenuação é maior, todas as condições teóricas avaliadas tendem a apresentar erros menores do que em pontos operacionais de baixa atenuação.

A Tabela 15 apresenta os resultados de atenuação da vazão, em regime laminar,

obtidos para o atenuador de diâmetro nominal interno de 32 mm e a comparação com o modelo Windkessel modificado. Novamente, os valores obtidos pelos modelos seguidos da letra *a* se encontram dentro do intervalo de incerteza experimental, considerando-se ambas disposições do atenuador.

Tabela 15 – Resultados de atenuação da vazão e comparação com o modelos teóricos de complacência constante e variável: regime laminar, atenuador com diâmetro interno nominal de 32 mm (valores seguidos da letra *a* se encontram dentro do intervalo de incerteza experimental).

Teste	Frequência principal (Hz)	ω'	Re_{ta}	Atenuação (%)							
				Experimental		Modelos teóricos					
						<i>C</i> constante		<i>C</i> variável: modelo Yeoh, antes e após testes			
				Linha	Apêndice	Equação 2.38	Equação 2.37	Tubo cilíndrico		Tubo elipsoide	
				Antes	Após	Antes	Após				
1	1,0	22,1	763	51,0	51,9	49,7 _a	46,4	42,0	44,2	41,5	43,4
			1157	58,3	62,9	58,9 _a	55,5	52,9	55,4	51,8	54,1
			1522	66,9	66,6	62,7	60,2	60,0	62,3	58,8	61,1
			2176	75,0	75,5	73,5 _a	71,4	73,1 _a	75,3 _a	72,1	74,2 _a
	0,8	19,8	915	54,6	55,2	59,7	55,8 _a	48,5	52,4 _a	47,5	51,2
			1409	67,1	67,9	68,5 _a	64,3	60,0	63,8	58,0	62,0
			1930	70,1	71,6	73,7 _a	70,4 _a	69,7 _a	72,8 _a	68,1 _a	71,3 _a
			2278	72,7	73,1	80,9	78,1	80,4	82,9	79,0	81,7
	0,6	14,8	918	45,5	49,4	55,3	46,7 _a	26,1	37,6	23,1	34,1
			1422	59,8	62,0	64,6	57,1	47,4	55,9	42,4	52,0
			1904	65,3	66,8	71,8	64,9 _a	63,3 _a	70,0	59,1	66,8 _a
			2210	62,3	62,8	77,6	71,1	76,5	81,7	73,3	79,4
	0,4	9,3	828	17,9	18,7	22,4	-1,3	-41,8	-22,7	-45,4	-29,5
			1284	32,4	34,9	35,2 _a	11,1	-16,5	8,1	-28,7	-3,8
			1732	45,1	46,9	44,1 _a	22,6	18,4	39,1	5,8	29,2
			2034	44,2	44,7	52,2	33,5	49,4	64,3	40,4	57,8
1,0	24,5	948	51,5	55,3	50,5 _a	47,0	42,1	44,5	41,6	43,7	
		1450	64,9	67,9	63,0 _a	59,4	56,2	59,0	54,9	57,6	
		1872	69,7	70,7	60,8	58,2	57,8	60,1	56,6	58,9	
		2105	74,7	78,1	78,0 _a	75,8 _a	77,7 _a	79,9 _a	76,6 _a	78,9 _a	
0,8	19,4	858	50,6	59,5	56,6 _a	52,8 _a	45,6	49,4 _a	44,6	48,2	
		1362	67,2	68,5	70,7 _a	67,1 _a	63,2	66,7 _a	61,2	65,0 _a	
		1896	66,1	66,6	73,8	70,5	69,8	72,9	68,0 _a	71,4	
		2233	74,9	74,8	82,7	79,6	82,1	84,8	80,6	83,6	
0,6	14,1	833	46,0	48,4	53,8	45,4 _a	25,6	36,7	22,6	33,3	
		1321	62,1	60,1	63,3 _a	55,8	46,4	55,0	41,3	51,0	
		1781	66,8	66,6	69,5	62,7	61,3	67,9 _a	57,1	64,8 _a	
		2078	65,5	65,8	76,9	70,3	75,9	81,2	72,7	78,9	
0,4	9,3	828	18,6	19,1	23,2	-1,2	-40,6	-21,7	-46,6	-28,3	
		1284	32,9	34,8	34,9 _a	9,9	-16,6	8,6	-27,5	-2,6	
		1732	45,5	47,5	43,2 _a	21,8	17,2	39,1	6,8	30,1	
		2034	43,7	45,1	53,1	32,7	49,2	63,5	40,3	57,9	

Para este conjunto de testes, o modelo com *C* constante estimado pela equação de Mei et al. (2018) apresentou o melhor desempenho geral na predição da atenuação, com o erro médio de 5,7%. Uma vez que nos testes em regime laminar, para o diâmetro do atenuador de 32 mm, as condições operacionais resultaram em uma faixa de atenuação mais

estreita em relação à observada nos testes em regime turbulento, o valor da complacência, mesmo constante, foi adequado para representar de forma geral a complacência real fornecida pelo atenuador.

Apesar dessas limitações, os modelos teóricos que consideraram diferentes descrições da complacência partindo do modelo Windkessel modificado descrito na seção 2.2 mostraram-se úteis para captar tendências gerais do sistema, permitindo prever faixas de operação com melhor desempenho e compreender o impacto de ajustes no valor da complacência. No contexto de projeto preliminar de atenuadores, tais modelos oferecem uma ferramenta útil e de baixo custo computacional, quando comparada ao modelo FSI, cujos resultados serão discutidos a seguir.

Ao se considerar a adoção de geometrias mais complexas para o atenuador, torna-se fundamental que os modelos empregados na análise sejam capazes de representar a possível variação da complacência em função da pressão interna. Nesse sentido, a incorporação dessa dependência em um modelo de parâmetros concentrados apresenta uma abordagem vantajosa, sobretudo por permitir a obtenção de estimativas com menor custo computacional em comparação com simulações tridimensionais baseadas em interação fluido-estrutura.

Mais especificamente, quando se lida com geometrias não convencionais, é desejável que, em um primeiro estágio, o comportamento global do sistema seja compreendido por meio de um modelo simplificado. Para isso, pode-se estabelecer uma relação funcional entre a pressão interna e a complacência, e incorporar essa relação ao modelo de parâmetro concentrado. A partir dessa formulação, torna-se possível construir um mapa operacional de atenuação, abrangendo diferentes condições de trabalho, o que oferece uma visão geral do desempenho do dispositivo.

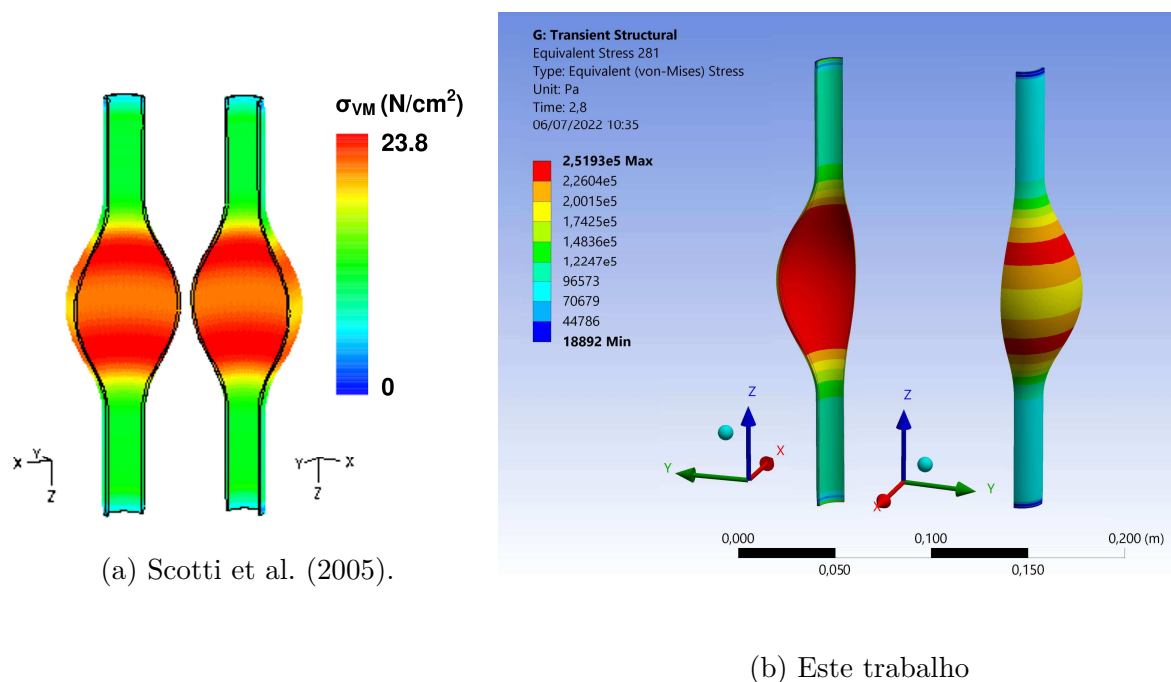
Posteriormente, condições específicas de operação, de maior interesse prático, podem ser analisadas com maior nível de detalhamento utilizando o modelo FSI. Dessa forma, o modelo de parâmetros concentrados atua como uma ferramenta preliminar eficiente, guiando a seleção de casos representativos a serem investigados com abordagens numéricas mais sofisticadas.

6.5 Modelo FSI do escoamento laminar através de um atenuador tubular de material elástico linear

6.5.1 Resultados do caso de verificação

A Figura 37 apresenta as distribuições de tensão de Von Mises obtidas para o instante em que há aplicação da pressão máxima na saída do aneurisma (15492 Pa em $t = 0,4$ s, conforme apresentado na Figura 25).

Figura 37 – Distribuição da tensão de Von Mises na parede do aneurisma no instante do pico da pressão na saída

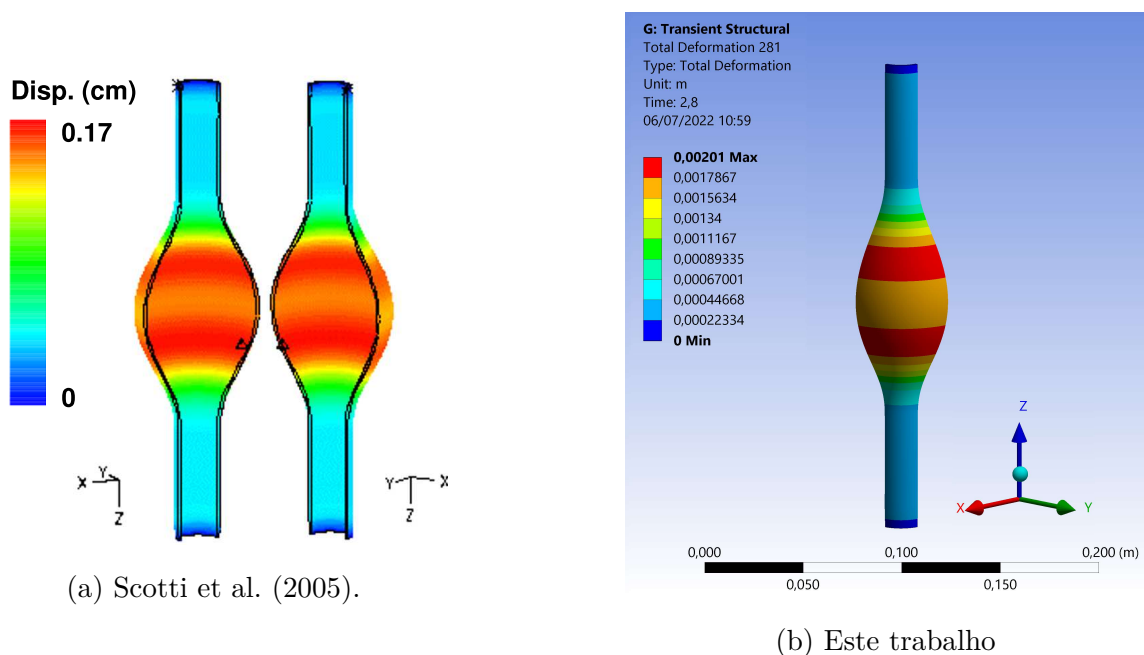


Fonte: elaborada pelo autor.

O valor máximo de tensão de Von Mises obtido por Scotti et al. (2005) neste instante foi de 238 kPa (23,8 N/cm²) enquanto o presente trabalho obteve o valor de 251,9 kPa, uma diferença de 5,8%, sendo que, em ambos os resultados, a região onde os valores máximos predominam se encontra na superfície interna do aneurisma. Observa-se que as distribuições apresentam comportamentos semelhantes, destacando-se uma região no diâmetro máximo do aneurisma, na superfície externa, em que a tensão situa-se entre 70 a 80% da tensão máxima. Considerando todo o ciclo de pulsação, Scotti et al. (2005) reporta uma tensão de Von Mises máxima de 277 kPa, enquanto este trabalho obteve o valor de 267,8 kPa, representando uma diferença de 3,3%. A tensão máxima se encontra na superfície interior e é cerca de 17 vezes maior que a pressão interna máxima experimentada pelo aneurisma.

Em relação ao deslocamento total da parede do aneurisma, a comparação entre os valores obtidos no instante de tempo da pressão máxima na saída pode ser feita na Figura 38. Observa-se que as distribuições do deslocamento são semelhantes, nas quais se pode destacar uma região nas proximidades do diâmetro máximo do aneurisma em que os valores são ligeiramente abaixo dos valores máximos. O valor de deslocamento máximo obtido neste trabalho foi de 2,01 mm, sendo 18,4% maior que o valor obtido por Scotti et al. (2005). Considerando todo o ciclo de pulsação, Scotti et al. (2005) reporta o deslocamento máximo de 1,91 mm, enquanto este trabalho obteve o valor de 2,17 mm, representando uma diferença de 13,41%.

Figura 38 – Distribuição do deslocamento total da parede do aneurisma no instante do pico da pressão na saída

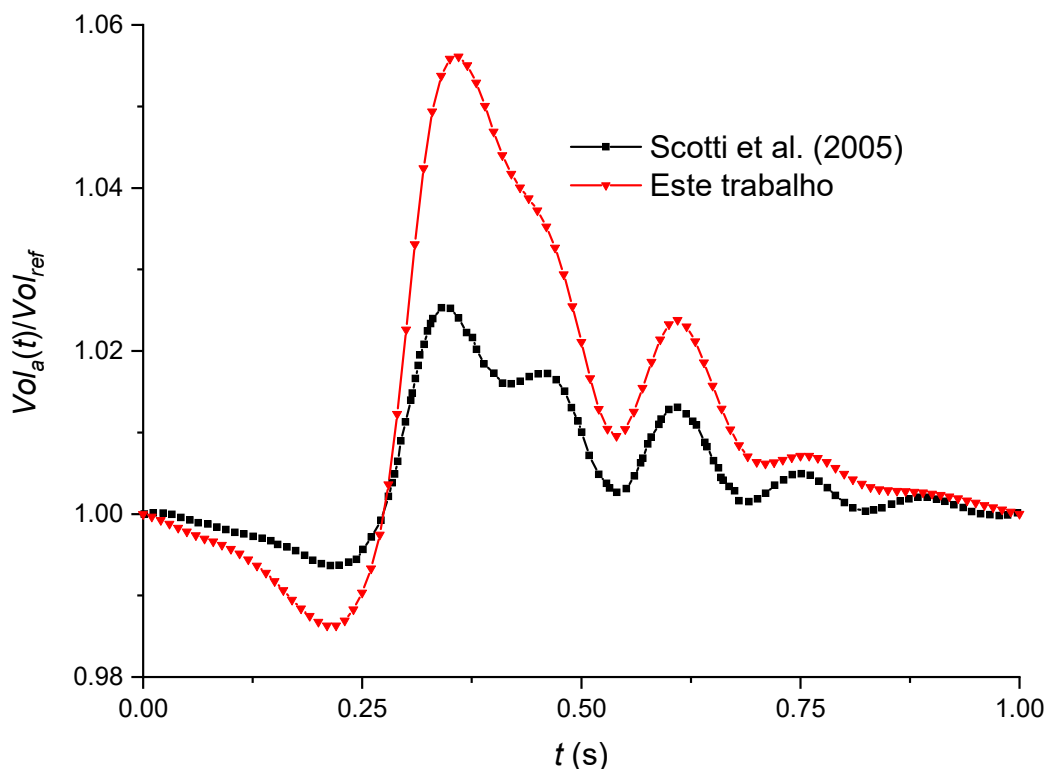


Fonte: elaborada pelo autor.

Em relação às diferenças consideráveis nos resultados de deslocamento, é importante enfatizar que os autores reportam que a formulação utilizada em sua implementação do problema FSI assumiu pequenas deformações no aneurisma. Porém, o resultado apresentado não fornece suporte a esta consideração, uma vez que um simples cálculo demonstra que o valor da deformação média em termos da variação do perímetro pode superar 5% sendo os casos mais comuns em que é assumida esta condição, as deformações estão na ordem de 0,1%. Ao assumirem condição de pequenas deformações para simplificação da análise, principalmente em termos de uso de redução de custo computacional da solução, os autores limitaram os deslocamentos da parede do aneurisma a valores que não recebem a contribuição de termos não lineares que estão presentes na formulação completa do tensor de deformação. Outro resultado que corrobora com esta afirmação é a variação do volume experimentada pelo aneurisma. Scotti et al. (2005) reportam um aumento do volume de no máximo 7,2% (com base no volume não deformado), enquanto este trabalho obteve a variação de volume máxima de 15,9% (também com base no volume não deformado, igual a 206,6 cm³). Porém, quando se considera o volume deformado no início do ciclo Vol_{ref} como referência, e determina-se a razão entre o volume instantâneo do aneurisma $Vol_a(t)$ e Vol_{ref} , pode-se observar na Figura 39 que os resultados deste trabalho possuem distribuição temporal semelhante à de Scotti et al. (2005), mas com uma maior amplitude de variação, que pode ser naturalmente atribuída à aplicação da forma completa do tensor de deformação ao se considerar que a geometria está sujeita a elevadas deformações.

Em relação à fluidodinâmica, na Figura 40 podem-se comparar as distribuições

Figura 39 – Comportamento temporal do volume do aneurisma: para Scotti et al. (2005) $Vol_{ref} = 215,85 \text{ cm}^3$; neste trabalho, $Vol_{ref} = 226,74 \text{ cm}^3$

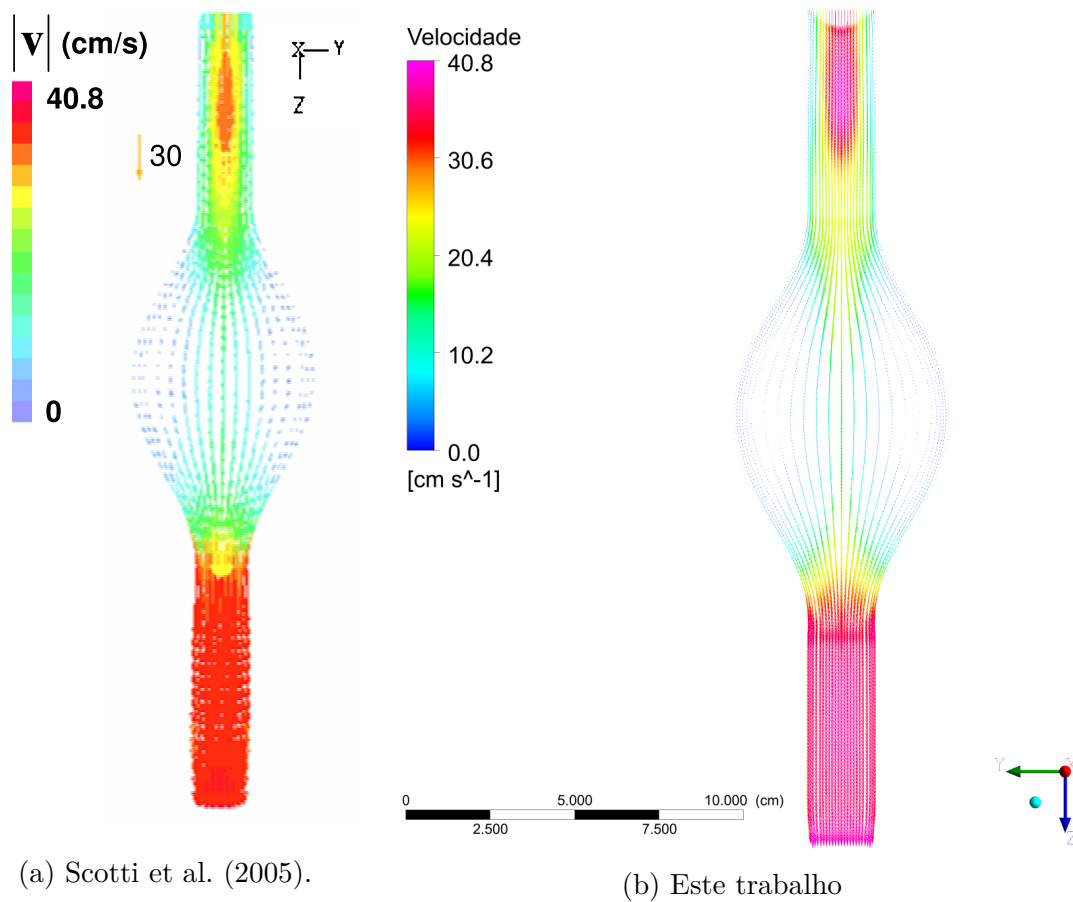


Fonte: elaborada pelo autor.

de velocidade no interior do aneurisma, no instante $t = 0,4 \text{ s}$ (pico de pressão na saída). Observa-se que os resultados convergem em relação à intensidade e localização da região onde os valores máximos de velocidade do escoamento, $40,8 \text{ cm/s}$, ocorrem neste instante, sendo próximos à saída do aneurisma e ligeiramente a jusante da entrada, demonstrando assim que houve reprodução do comportamento da onda de velocidade alcançado pelos autores. As distribuições apresentam boa similaridade tanto em termos qualitativos quanto quantitativos, porém, devido ao maior aumento do volume apresentado neste trabalho, a região no centro do aneurisma onde o fluido está praticamente estagnado é maior do que no resultado de Scotti et al. (2005).

De forma geral, as comparações dos resultados demonstram que o modelo FSI aplicado neste trabalho se apresenta consistente e adequado para ser utilizado nas próximas análises. Em relação às diferenças em alguns resultados, é importante destacar que o trabalho utilizado como referência se limitou aos recursos computacionais disponíveis na época de sua produção, sendo que os próprios autores reportaram que as malhas utilizadas foram selecionadas com maior ênfase em manter um tempo de simulação aceitável, que foi 71 horas reais (*clocktime*) de processamento em média. É natural que, com o avanço dos recursos computacionais e sua maior disponibilidade, seja possível explorar melhor as potencialidades dos modelos físicos, com melhor discretização geométrica e temporal, e

Figura 40 – Vetores de velocidade no plano yz obtidos no instante do pico de pressão na saída



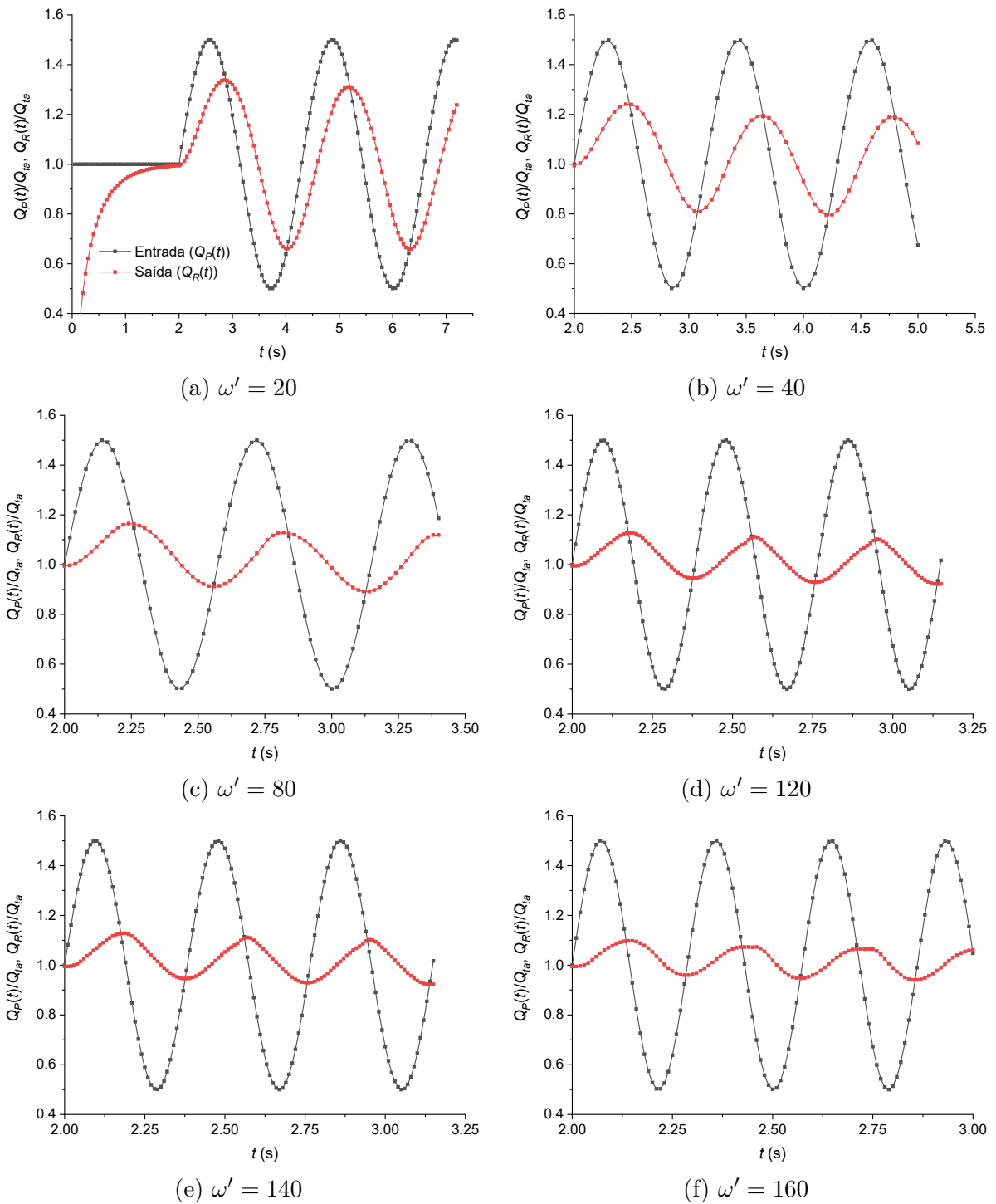
Fonte: elaborada pelo autor.

que resultados possam ser revistos.

6.5.2 Atenuação da amplitude de vazão e comparação das simulações com o modelo *Windkessel* de dois elementos

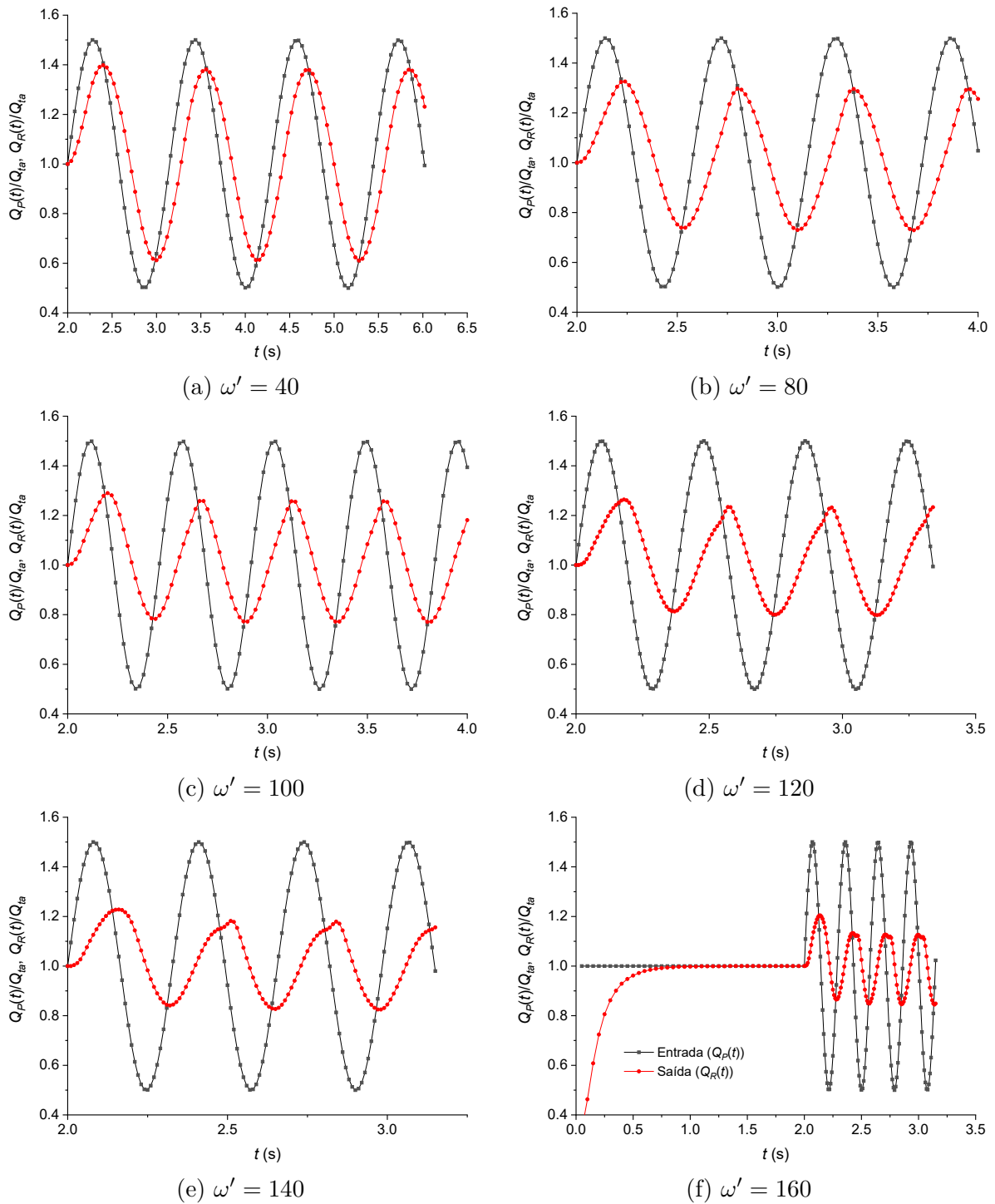
Nas figuras 41 a 44 são apresentadas as distribuições temporais das vazões na entrada e saída do atenuador normalizadas em relação à vazão média correspondente ao Re_{ta} utilizado. A sequência de disposição dos resultados é a mesma da realização dos conjuntos de simulações (um conjunto se refere ao grupo de simulações com mesmo K_{RCL} e Re_{ta} para ω' diferentes). Existem diferenças nas apresentações que estão relacionadas a ajustes feitos entre um conjunto e outro, motivadas não somente pela busca por equilíbrio entre exatidão nos resultados e redução do tempo de simulação, mas também em explorar comportamentos da solução numérica que auxiliem posteriormente estudos paramétricos mais complexos aos quais a forma final deste trabalho se destina. Neste ponto, é importante tecer alguns comentários acerca dessas diferenças.

Figura 41 – Vazões normalizadas em relação a média na entrada e saída do atenuador.
 $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$.



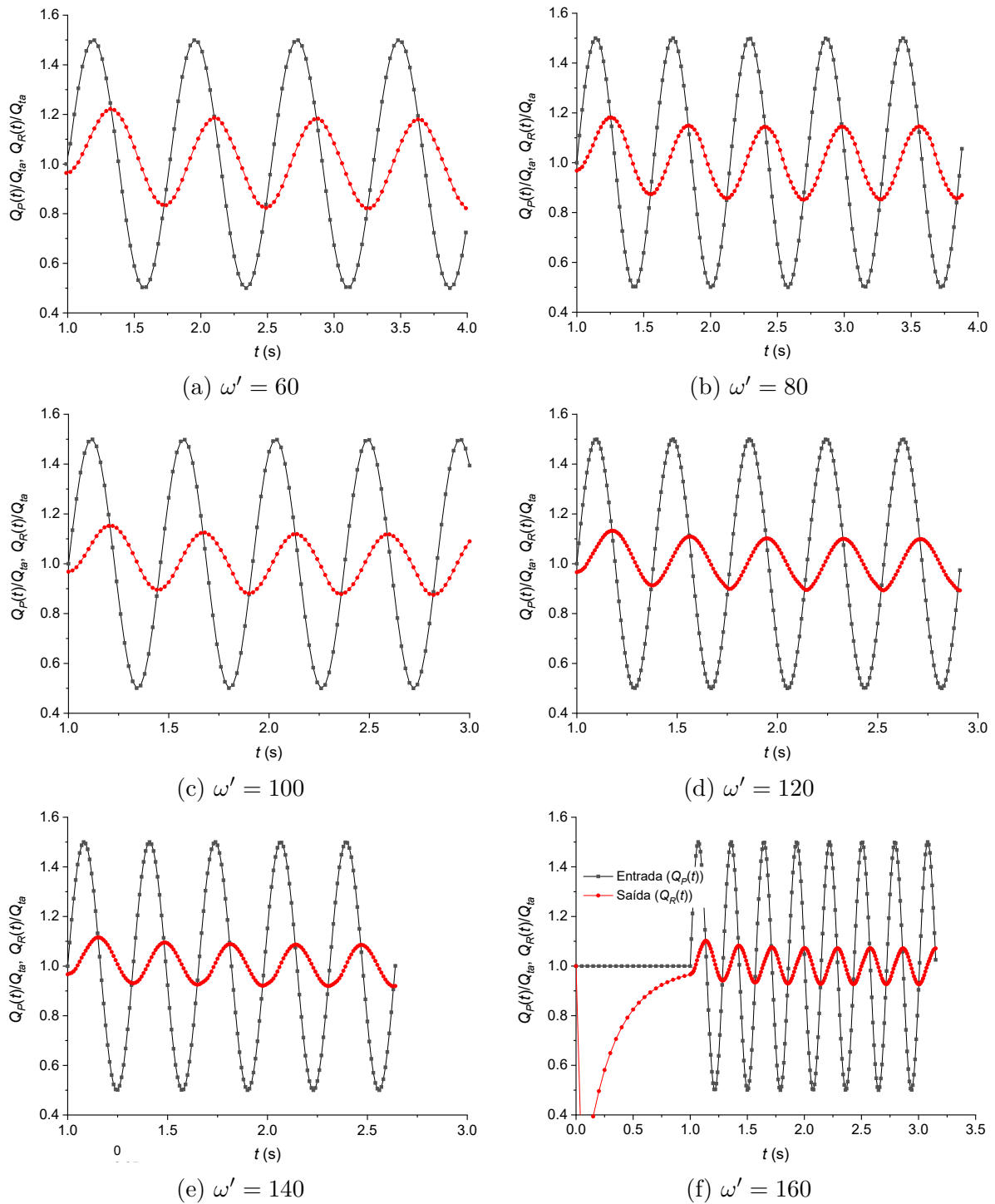
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 42 – Vazões normalizadas em relação a média na entrada e saída do atenuador.
 $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$.



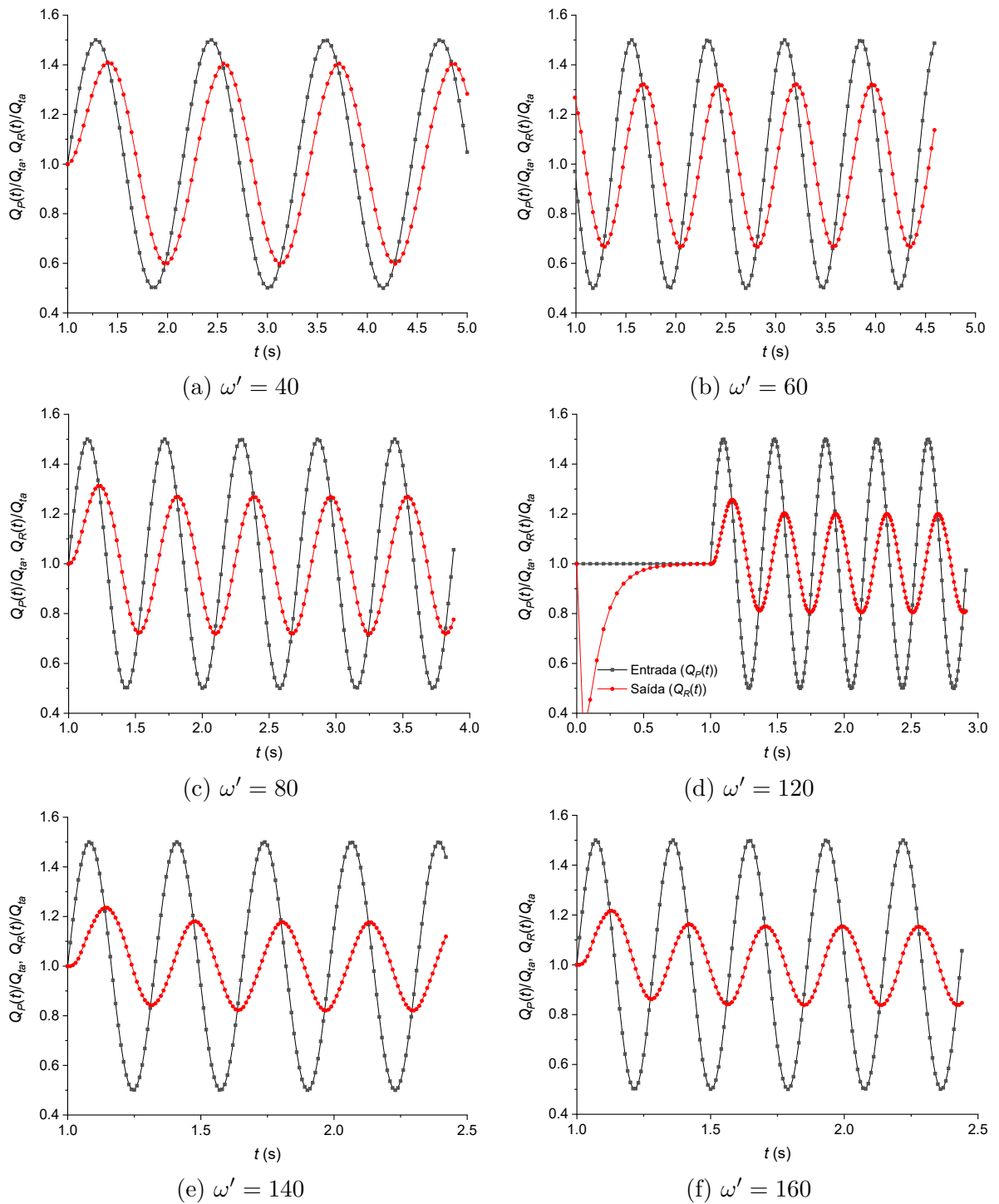
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 43 – Vazões normalizadas em relação a média na entrada e saída do atenuador.
 $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 750$.



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 44 – Vazões normalizadas em relação a média na entrada e saída do atenuador.
 $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 750$.



Fonte: elaborada pelo autor.

A primeira diferença observada é o número de períodos de oscilação simulados, que no geral foram aumentando, principalmente no primeiro conjunto de simulações ($K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$). Foi notado que à medida que a frequência adimensional ω' aumentava, era necessário simular mais períodos de oscilação para perceber a estabilização da amplitude da vazão na saída. Para avaliar este comportamento, foram comparados os valores de $(A_{Q,1})^2$ obtidos com o último e penúltimo período simulado para cada condição de ω' , sendo considerada a onda estável quando a variação do último em relação ao penúltimo fosse menor que 3%. No primeiro conjunto de simulações (Figura 41) houve então necessidade de aumentar o número de períodos simulados. Um teste mais extenso dessa condição foi feito no caso simulado com $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$, $Re_{ta} = 750$ e $\omega' = 160$, conforme apresentado na Figura 43f, onde percebe-se que do segundo para o terceiro período a amplitude da vazão de saída já se encontra estável. Nos outros conjuntos de simulações percebeu-se que a estabilidade era alcançada de forma mais rápida, devido ao atenuador estar submetido a menores deformações. Vale destacar que reduzir o valor de um dos dimensionais, K_{RCL} ou Re_{ta} , enquanto o outro é mantido, submete o atenuador a pressões menores, o que resulta em menor deformação das paredes do elemento e menor variação do volume. De modo geral, quanto menor a deformação do atenuador e menor a frequência do sinal de vazão, a estabilidade na amplitude da vazão de saída é alcançada em um menor número de períodos simulados. Apesar da possibilidade de se reduzir o número de períodos de simulação necessários nos conjuntos de simulações das figuras 42, 43 e 44, preferiu-se manter uma quantidade de ciclos um pouco maior para evidenciar este comportamento.

A segunda diferença relevante observada é o tempo inicial necessário para que o atenuador deforme em equilíbrio com a distribuição de pressão produzida pelo escoamento da vazão média Q_{ta} associada a Re_{ta} , e a vazão na saída se iguale à vazão na entrada, estabelecendo uma condição inicial mais adequada para a convergência durante o problema do escoamento pulsátil. Esta etapa inicial é apresentada nas figuras 41a, 42f, 43f e 44d. No primeiro e segundo conjunto de simulações (figuras 41 e 42), o tempo dedicado a esta etapa inicial foi de 2 s, enquanto no terceiro e quarto conjunto de simulações (figuras 43 e 44) o tempo foi de 1 s. Comparando-se as figuras 41a e 42f verifica-se que é possível trabalhar com tempos menores quanto menor for a variação de volume do atenuador até o estabelecimento das condições iniciais estáveis (vazões na entrada e saída se igualem e variação do volume permaneça constante). Por outro lado, observando-se a Figura 43f verifica-se que também é possível iniciar-se o problema do escoamento pulsátil, alcançando os critérios de convergência, sem que as condições iniciais estáveis se estabeleçam perfeitamente. Isto permite que a solução seja alcançada de forma mais rápida. Porém, não é recomendado que as condições do problema de escoamento pulsátil sejam aplicadas tão prematuramente, pois isso, além de prejudicar a convergência, levaria a maior número de períodos de oscilação necessários para a estabilização da amplitude da

vazão de saída, resultando, ao final, em maior tempo para obtenção da solução.

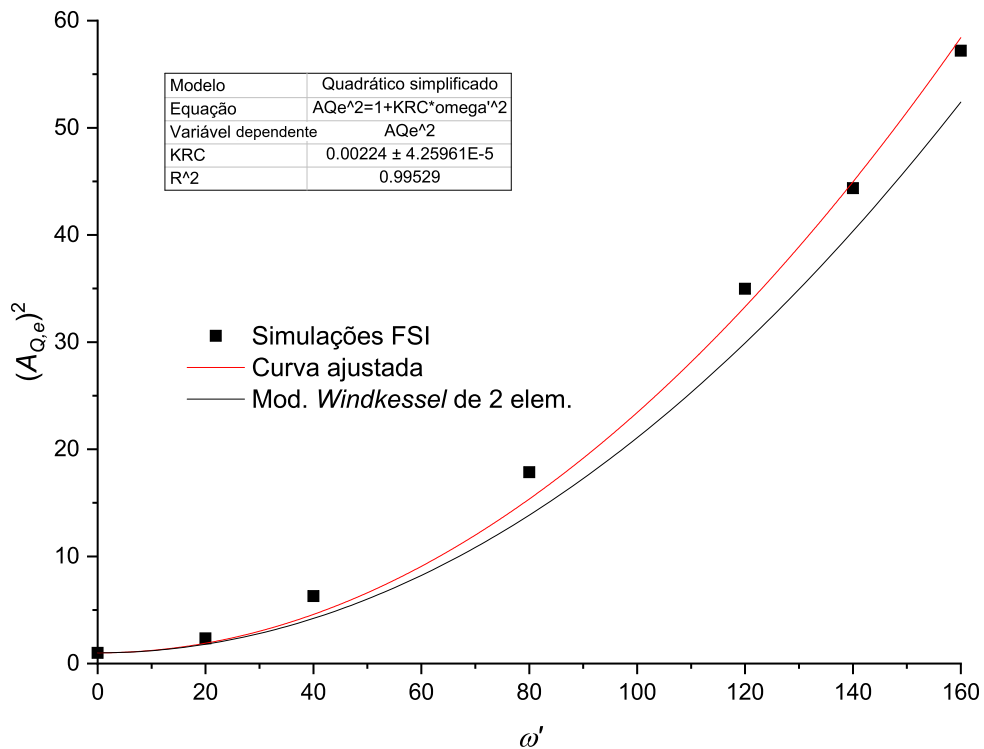
Em todos os conjuntos de simulações, pode-se notar que houve atenuação, na forma da redução na amplitude da vazão de saída, e que a intensidade dessa redução se tornou maior conforme o aumento de ω' , seguindo o comportamento previsto pelo modelo *Windkessel* de dois elementos. A atenuação se apresentou maior para o maior valor de K_{RC} , conforme observado pela comparação entre quaisquer pares de resultados com mesmo valor de ω' e Re_{ta} , por exemplo, nas figuras 41b e 42a, figuras 41e e 42e ou as figuras 43f e 44f. Este comportamento também foi coerente com o resultado teórico para a atenuação segundo o modelo *Windkessel* de dois elementos (Equação 2.44). O maior valor de atenuação $aten_{Q,1}$ obtido nas simulações foi de 86,78% ($K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$; $\omega' = 160$), enquanto o menor valor foi de 19,53% ($K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-6}$; $Re_{ta} = 750$; $\omega' = 40$).

Outro resultado previsto pelo modelo e também presente nas simulações é a mudança de fase no sinal da vazão na saída em relação à entrada, percebida na forma dos diferentes instantes de tempo em que as vazões assumem valores máximos ou mínimos. No entanto, para $Re_{ta} = 1500$ e nas frequências adimensionais $\omega' = 80$ e acima, o sinal da vazão normalizada na saída possui uma aparência distinta dos outros sinais, como se fosse composto por mais de uma componente harmônica, com frequência distinta, porém próxima da frequência fundamental de excitação ω . Nestes casos específicos, percebe-se também que a defasagem entre os picos dos sinais se torna maior com o aumento de ω' . Não foi possível elaborar uma hipótese acerca deste comportamento, porém espera-se que, na continuidade deste trabalho, ao se explorar mais valores de Re_{ta} na faixa de ω' destacada, obtenha-se melhor entendimento dos padrões envolvidos.

Nas figuras 45 a 48 são apresentados os resultados de $(A_{Q,e})^2$ obtidos por meio das simulações numéricas com o modelo tridimensional FSI, as curvas de regressão não linear ajustadas para o modelo $(A_{Q,e})^2 = 1 + (128K_{RCL, sim})^2\omega'^2$ e comparação com o resultado da Equação 2.52 para a respectiva condição de K_{RCL} . Em todas as curvas de regressão ajustadas, os valores do respectivo coeficiente de determinação r^2 (registrados na segunda coluna e penúltima linha dos quadros presentes nas figuras) foram superiores a 0,99. Este valor indica que, dada a condição de K_{RCL} e Re_{ta} , a variabilidade de $(A_{Q,e})^2$ no modelo FSI é explicada quase totalmente pela variação de ω' , conforme indicado pela solução do modelo *Windkessel* de dois elementos.

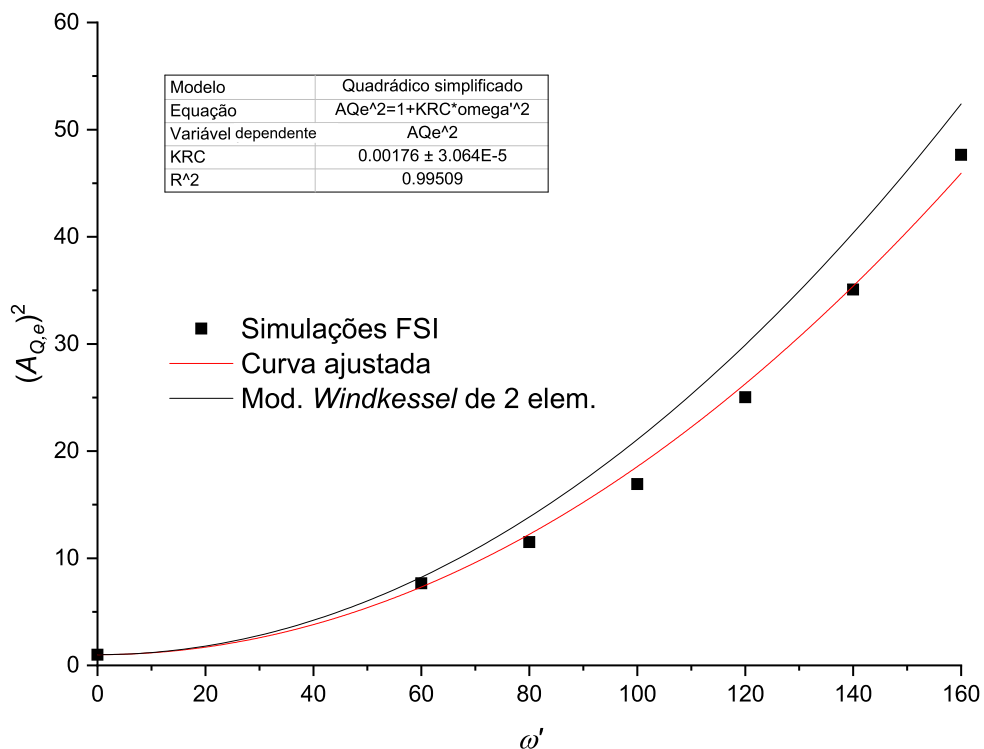
Uma diferença importante a ser observada entre as simulações e o modelo teórico foi que a atenuação se apresentou dependente também de Re_{ta} . Na condição em que $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$, para $Re_{ta} = 1500$, os valores de $(A_{Q,e})^2$ foram maiores que os valores teóricos dados pela Equação 2.52. (Figura 45) enquanto para $Re_{ta} = 750$, os valores de $(A_{Q,e})^2$ foram menores que o estimado na teoria (Figura 46). Já na condição de $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$, tanto para $Re_{ta} = 1500$ quanto para $Re_{ta} = 750$ os valores de $(A_{Q,e})^2$ foram menores que os valores teóricos, porém os resultados com menor Re_{ta}

Figura 45 – Resultados de $(A_{Q,e})^2$ obtidos pelo modelo FSI em comparação com o modelo *Windkessel* de dois elementos: $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$.



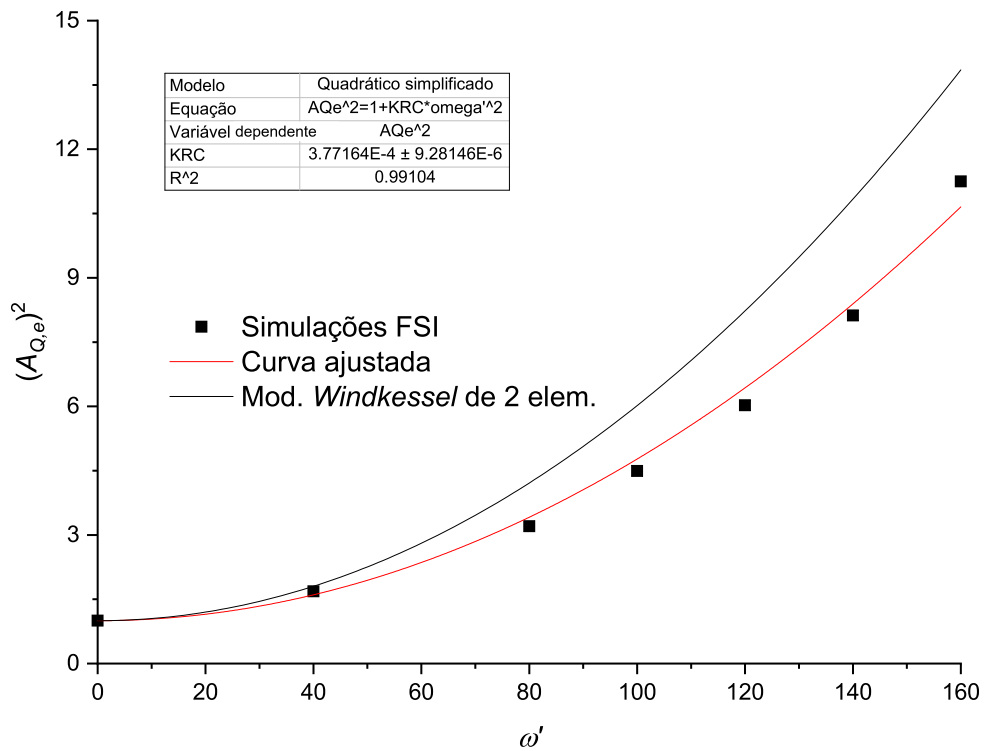
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 46 – Resultados de $(A_{Q,e})^2$ obtidos pelo modelo FSI em comparação com o modelo *Windkessel* de dois elementos: $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 750$.



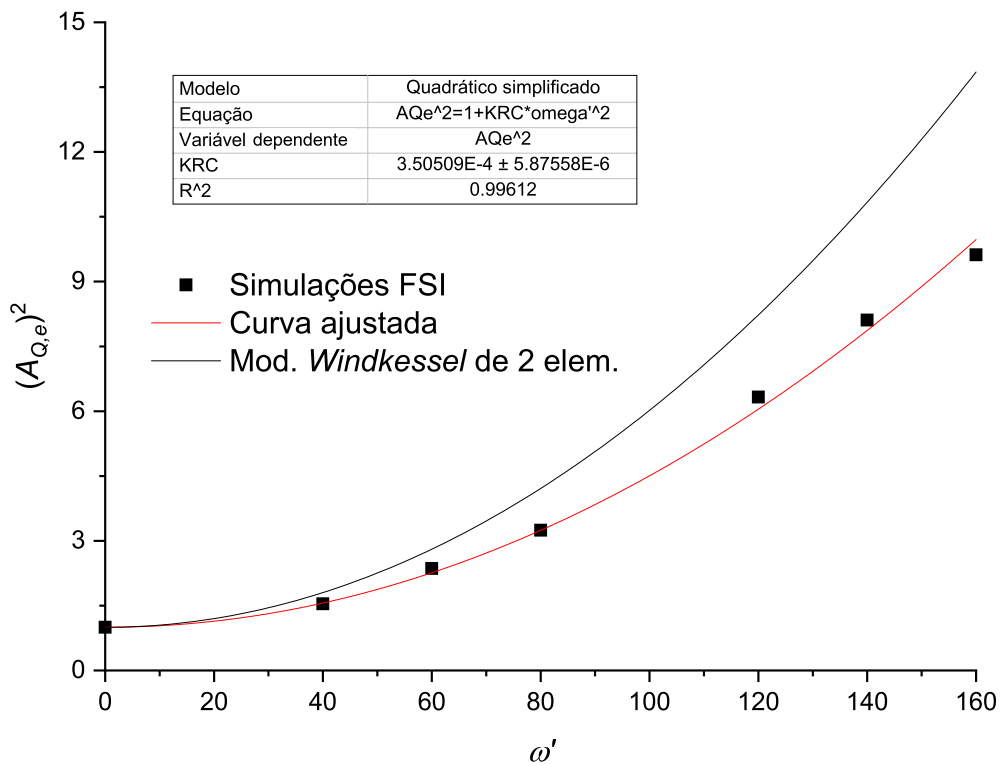
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 47 – Resultados de $(A_{Q,e})^2$ obtidos pelo modelo FSI em comparação com o modelo *Windkessel* de dois elementos: $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$.



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 48 – Resultados de $(A_{Q,e})^2$ obtidos pelo modelo FSI em comparação com o modelo *Windkessel* de dois elementos: $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 750$.



Fonte: elaborada pelo autor.

apresentaram menor atenuação. Por exemplo, em $\omega' = 160$ obteve-se $(A_{Q,e})^2 = 11,25$ (correspondente a uma atenuação de 70,18% segundo a Equação 2.22) quando $Re_{ta} = 1500$ e $(A_{Q,e})^2 = 9,62$ (correspondente a uma atenuação de 67,76%) quando $Re_{ta} = 750$, ambos abaixo do valor teórico de 13,85 (correspondente a uma atenuação de 73,13%). As possíveis razões desta variação $(A_{Q,e})^2$ em função de Re_{ta} serão discutidas mais adiante, após a análise do parâmetro $K_{RCL, sim}$ e sua relação com as propriedades R e C .

Foram feitos testes de hipótese sobre a nulidade do coeficiente ajustado $K_{RCL, sim}$ com base no resíduos de $(A_{Q,e})^2$, sendo que em todos os casos a hipótese nula ($H_0 : K_{RCL, sim} = 0$) foi rejeitada, indicando que os valores de $K_{RCL, sim}$ são significativos ao nível de 95% de confiabilidade. A Tabela 16 apresenta os valores de $K_{RCL, sim}$ em comparação com os valores K_{RCL} teóricos característicos de cada conjunto de simulações, obtidos por meio da Equação 2.45.

Tabela 16 – Valores de $K_{RCL, sim}$ obtidos a partir das curvas ajustadas para as simulações.

$K_{RCL}(\times 10^{-4})$	Re_{ta}	$K_{RCL, sim}(\times 10^{-6})$	Desvio (%)
3,50	1500	3,70	+5,62
	750	3,28	-6,38
1,75	1500	1,52	-13,32
	750	1,46	-16,44

Fonte: elaborada pelo autor.

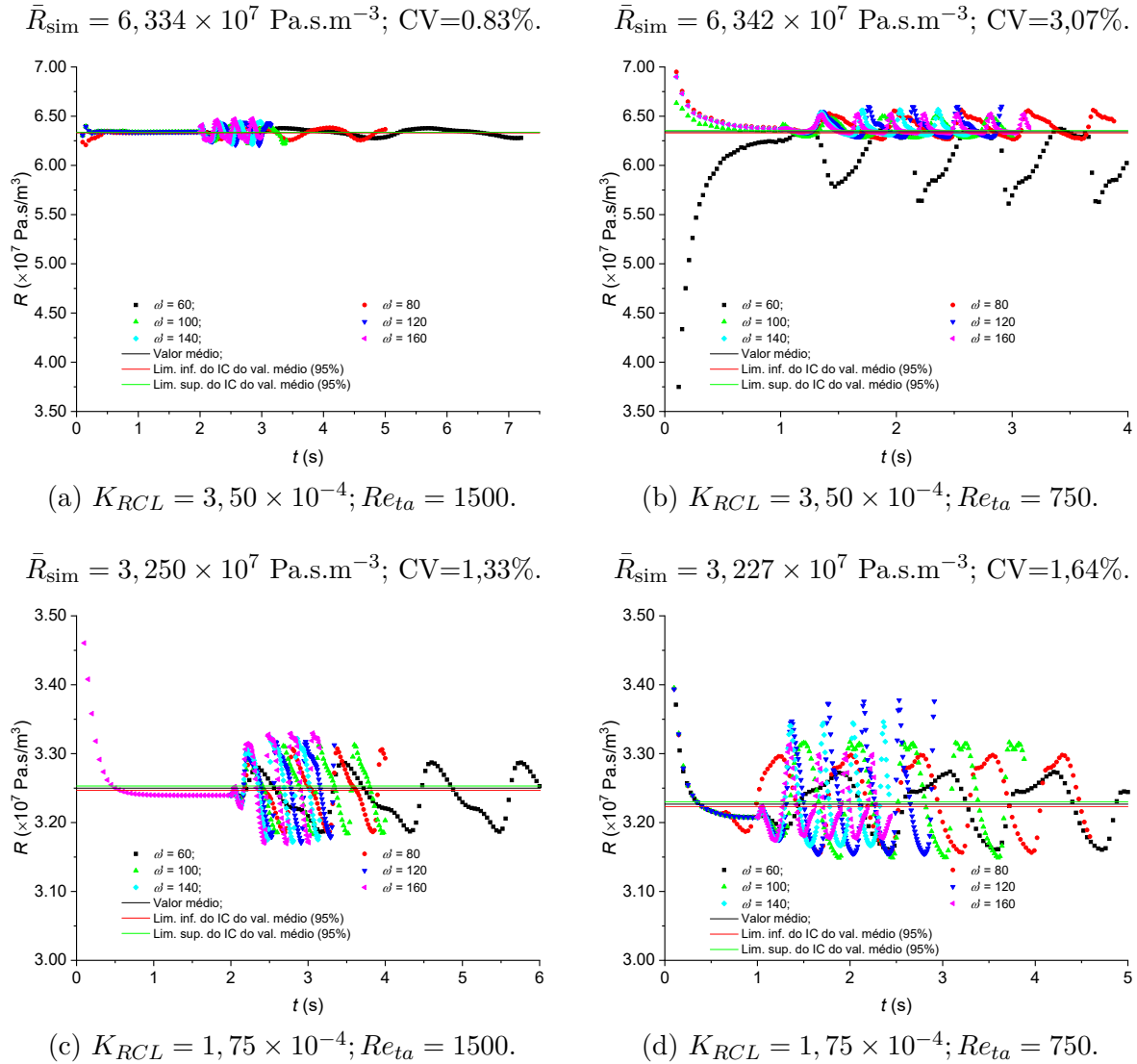
Em todas as condições, $K_{RCL, sim}$ apresentou diferença significativa do valor teórico. Observa-se que, de forma distinta do modelo *Windkessel* clássico, para $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ e $Re_{ta} = 1500$, o valor de $K_{RCL, sim}$ superou o valor teórico, porém nas outras condições, o valor de $K_{RCL, sim}$ foi menor que o valor teórico. Uma vez que K_{RCL} é relacionado diretamente com valores de R e C (Equação 2.53), estes parâmetros foram também obtidos a partir dos resultados das simulações (R_{sim} e C_{sim}) para verificar qual dos dois possui maior influência sobre a variação apresentada pelos resultados de simulação em relação aos resultados teóricos.

6.5.2.1 Comparação entre R teórico e R_{sim} .

Para cada passo de tempo, o valor de R_{sim} foi obtido diretamente com o uso da Equação 2.31, fazendo-se a razão entre a pressão média na superfície Γ_{pj}^F e a vazão através da superfície Γ_{outlet}^F , sendo todos os resultados obtidos apresentados na Figura 49 e a comparação das médias com o resultado teórico feita na Tabela 17.

Os valores de R_{sim} concordaram com o valor teórico com elevada proximidade, sendo o maior desvio apresentado abaixo de 2%. R_{sim} também apresentou baixa dispersão, com o maior coeficiente de variação (CV) de 3,07% quando se considera o grupo de simulações com $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ e Re_{ta} , e que reduz para 2,42% quando se considera todas as

Figura 49 – Valores de R_{sim} obtidos ao longo das simulações (\bar{R}_{sim} é o valor médio; CV é o coeficiente de variação).



Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 17 – Resumo dos resultados de R_{sim} e comparação com R obtido pela aplicação da Equação 2.31.

$K_{RCL}(\times 10^{-4})$	$\bar{R}_{sim} (\times 10^7 \text{ Pa.s.m}^{-3})$	CV (%)	Limite inferior do IC de 95% para $\bar{R}_{sim} (\times 10^7 \text{ Pa.s.m}^{-3})$	Limite superior do IC de 95% para $\bar{R}_{sim} (\times 10^7 \text{ Pa.s.m}^{-3})$	Equação 2.31 ($\times 10^7 \text{ Pa.s.m}^{-3}$)	Desvio (%)
3,50	6,339	2,42	6,332	6,346	6,361	-0,35
1,75	3,237	1,55	3,234	3,239	3,181	+1,76

Fonte: elaborada pelo autor.

simulações com $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ (uma vez que R não depende de Re_{ta} segundo a teoria). Isso indica que as variações de $K_{RCL, sim}$ em relação aos valores teóricos não podem ser atribuídas a variação de R_{sim} , restando a contribuição de C_{sim} a ser avaliada.

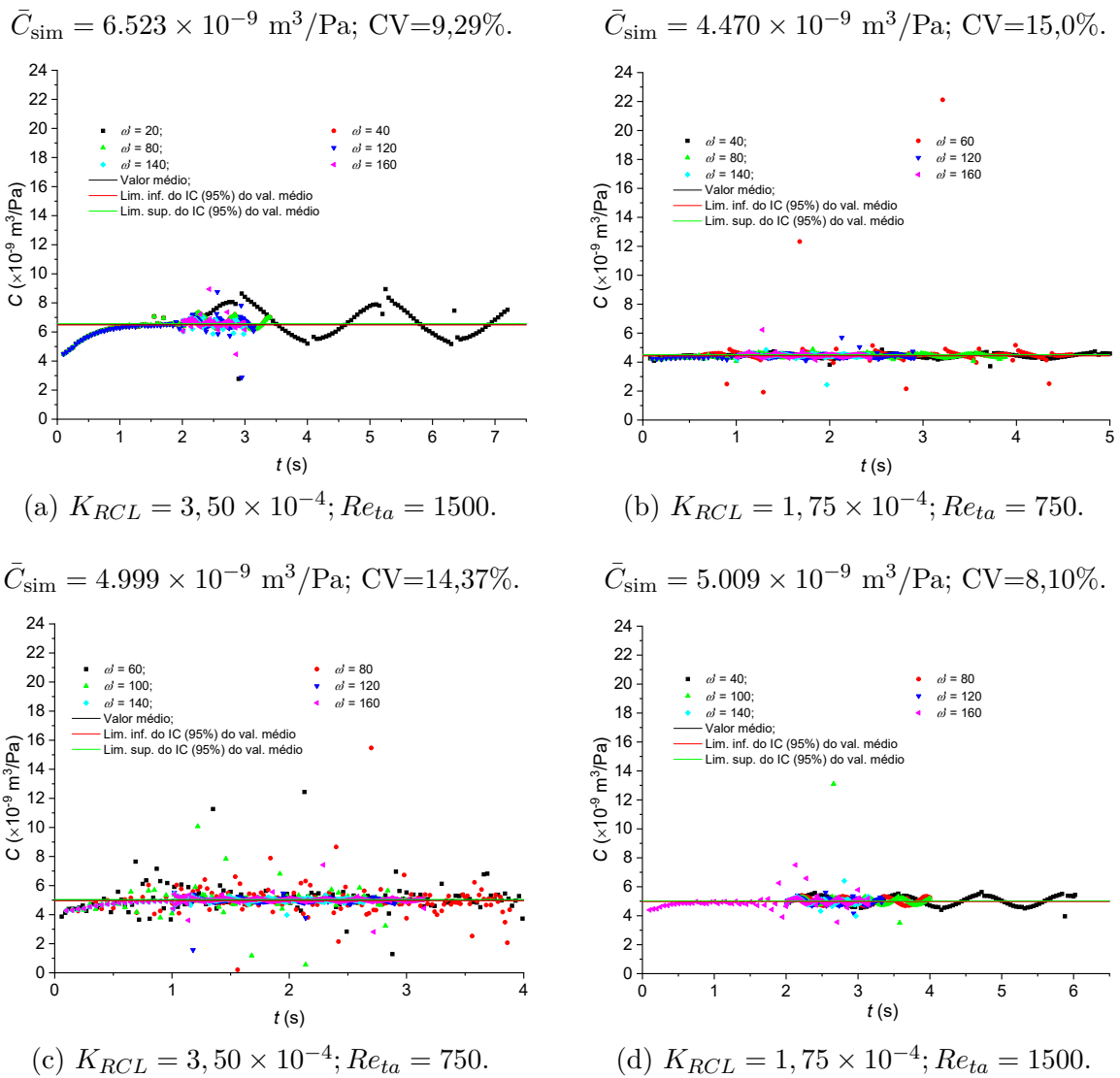
6.5.2.2 Comparação entre C teórico e C_{sim} .

A determinação do valor de C_{sim} para cada passo de tempo t_n foi feita por meio da Equação 6.2:

$$C_{sim} = \frac{V_{d,t_n} - V_{d,t_{n-1}}}{\bar{p}_{w,t_n} - \bar{p}_{w,t_{n-1}}} \quad (6.2)$$

em que V_{d,t_n} é o volume do atenuador no instante t_n , $V_{d,t_{n-1}}$ é o volume do atenuador no instante de tempo anterior (t_{n-1}), \bar{p}_{w,t_n} é a pressão média na parede do atenuador em t_n e $\bar{p}_{w,t_{n-1}}$ é a pressão média na parede do atenuador no instante de tempo anterior. Os valores de C_{sim} obtidos são apresentados na Figura 50 e a comparação das médias com o resultado teórico é feita na Tabela 18.

Figura 50 – Valores de C_{sim} obtidos ao longo das simulações (\bar{C}_{sim} é o valor médio; CV é o coeficiente de variação).



Fonte: elaborada pelo autor.

Diferente do comportamento previsto do em teoria, C_{sim} apresentou variação em relação a K_{RCL} e Re_{ta} , com resultados desviando-se tanto para valores superiores ao

Tabela 18 – Resumo dos resultados de C_{sim} e comparações com as Equações 2.38 e 2.37.

$K_{RCL} \times 10^{-4}$	Re_{ta}	\bar{C}_{sim} ($\times 10^{-9} \text{m}^3/\text{Pa}$)	CV (%)	Limite inferior do IC de 95% para \bar{C}_{sim} ($\times 10^{-9} \text{m}^3/\text{Pa}$)	Limite superior do IC de 95% para \bar{C}_{sim} ($\times 10^{-9} \text{m}^3/\text{Pa}$)	Equação 2.38 ($\times 10^{-9} \text{m}^3/\text{Pa}$)	Desvio (%)	Equação 2.37 ($\times 10^{-9} \text{m}^3/\text{Pa}$)	Desvio (%)
3,50	1500	6,523	9,29	6,479	6,570		+26,71		+63,50
	750	4,999	14,37	4,955	5,043		-2,90		+25,29
1,75	1500	5,009	8,10	4,979	5,039	5,148	-2,71	3,990	+25,54
	750	4,470	15,01	4,427	4,514		-13,16		+12,04

Fonte: elaborada pelo autor.

valor teórico (em $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ e $Re_{ta} = 1500$ quando comparada a resultado da Equação 2.38, e em todas as comparações com a Equação 2.37) quanto para valores inferiores (em $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$, $Re_{ta} = 750$ e $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$, $Re_{ta} = 1500$ e 750 quando comparada a resultado da Equação 2.38). Os valores C_{sim} também se apresentam mais dispersos que os valores de R_{sim} , visto que o menor valor de CV apresentado foi de 8,10%, quase três vezes o valor do maior CV para R_{sim} . Ambos comportamentos demonstram que os desvios da propriedade do sistema C_{sim} em relação ao valor teórico são também responsáveis pelos desvios do adimensional $K_{RCL, \text{sim}}$ em relação ao valor teórico.

Neste ponto, são levantados possíveis fatores que explicam o comportamento da atenuação nas simulações ser dependente de Re_{ta} , principalmente devido às variações de C . O primeiro, e possivelmente o mais relevante, diz respeito à utilização da formulação completa do tensor de deformações no MEF com o uso da consideração de grandes deslocamentos. O uso desta formulação implica em áreas de atuação da pressão interna que podem diferenciar consideravelmente da área inicial (indeformada). O mesmo incremento na pressão sobre áreas de atuação diferentes resulta em incrementos de volume distintos e isso leva tanto às variações temporais de C_{sim} que são observadas na Figura 50, quanto à variação das médias deste parâmetro. Ocorre que, definido o valor de K_{RCL} pelas características do sistema hidráulico, fluido transportado e dimensões do atenuador, o valor de Re_{ta} está associado à componente permanente de vazão (Q_{ta}) e pressão ($p_{ta} = RQ_{ta}$) que atuam no atenuador, segundo a Equação A.37. Desse modo, quanto maior Re_{ta} , maior p_{ta} , resultando em maior deformação do atenuador e aumento da área de atuação da pressão interna. Esta área, quando submetida ao incremento de pressão, apresenta a variação do volume superior a estimada pela teoria que assume o material das paredes do atenuador com comportamento linear elástico submetido a pequenas deformações. Os resultados \bar{C}_{sim} sempre superiores ao valor teórico dado pela Equação 2.37 dão suporte a este comportamento. Observa-se que, para os mesmos valores do produto $K_{RCL} \times Re_{ta}$ (por exemplo, simulações com $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$ e $Re_{ta} = 1500$ apresentam valor de $K_{RCL} \times Re_{ta}$ igual ao de simulações com $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ e $Re_{ta} = 750$), o atenuador estava sujeito à mesma p_{ta} , os valores de C_{sim} não possuem diferença significativa, reforçando que a diferença entre a complacência teórica e a estimada pelas simulações está relacionada com a componente permanente da pressão p_{ta} , que por sua vez está associada a Re_{ta} .

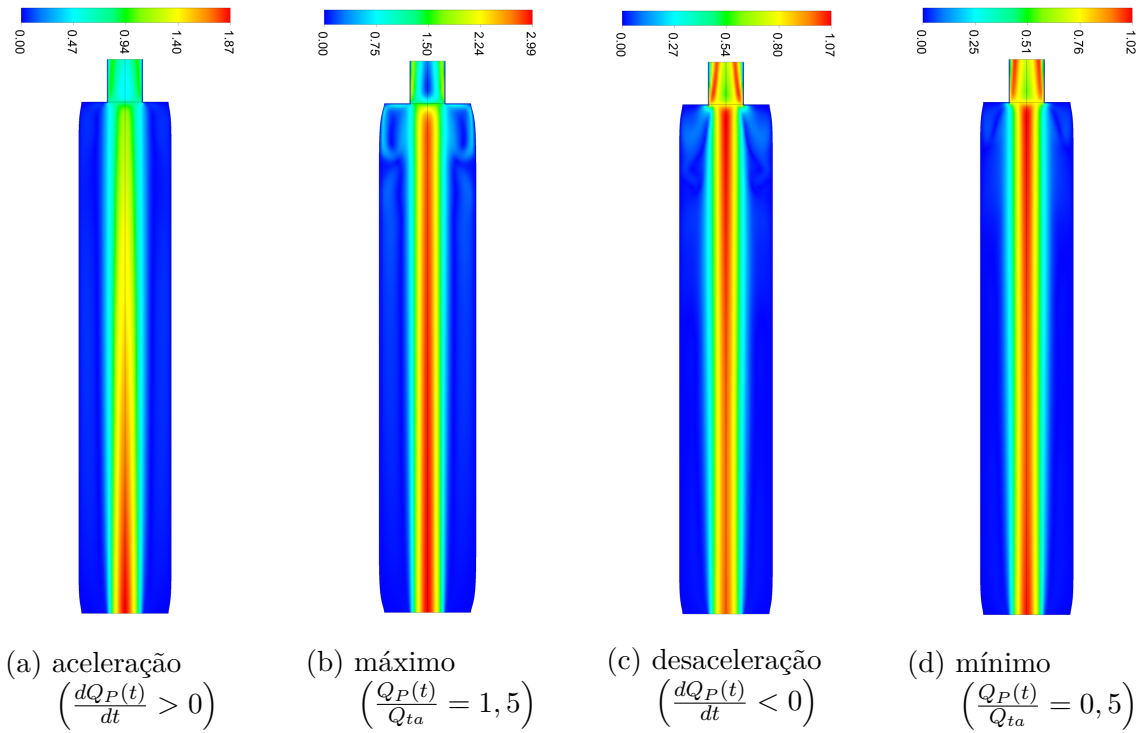
Outro fator relacionado às variações de C_{sim} (que se combina com o efeito da formulação discutido anteriormente) é a distribuição não uniforme do deslocamento radial devido à fixação das extremidades do atenuador, com deslocamento completamente restrito, e da própria distribuição da pressão atuante na parede do atenuador. Ambos os modelos teóricos de C , dados pelas Equações 2.37 e 2.38, assumem a pressão uniforme e não consideram efeitos de fixação das extremidades da parede do atenuador. A contribuição da presença de fixação sobre o desvio de C_{sim} em relação ao valor teórico tende a ser maior à medida que o comprimento do atenuador L_d diminui e o valor da componente permanente da pressão p_{ta} aumenta (recordando-se que p_{ta} está associado diretamente a Re_{ta}). Já em relação à distribuição de pressão atuante na parede, seu efeito sobre a complacência tende a ser maior à medida que o comprimento do atenuador aumenta, de forma que, para elementos tubulares complacentes de maior comprimento, é preciso considerar também o fenômeno do deslocamento da onda de pressão no meio sólido, conforme discutido por Mei et al. (2018). Aplicando-se a Equação 2.39 para a maior frequência utilizada nas simulações ($\omega = 21,89$ rad/s, quando $\omega' = 160$) obteve-se $l_p = 3,12$ m, sendo então a razão $\frac{l_p}{L_d} > 10$, validando assim a condição do atenuador ser considerado como curto, no qual o efeito da distribuição não uniforme da pressão devido ao deslocamento da onda pode ser negligenciado.

6.5.3 Fluidodinâmica no interior do atenuador

As figuras 51 a 56 apresentam distribuições de velocidade normalizadas em relação à velocidade média na entrada associada a Q_{ta} , que para as condições de $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ e $Re_{ta} = 1500$ foi de 1,074 m/s. Nestas figuras, o sentido do escoamento é ascendente, a entrada do atenuador se localiza na extremidade inferior e a saída está na extremidade superior. Os resultados de cada caso foram obtidos no último período simulado. Os casos associados as outras condições de K_{RCL} e Re_{ta} não são apresentados pois não adicionam informação relevante uma vez que observou-se elevada similaridade nas distribuições de velocidade normalizadas nas mesmas frequências e instantes avaliados.

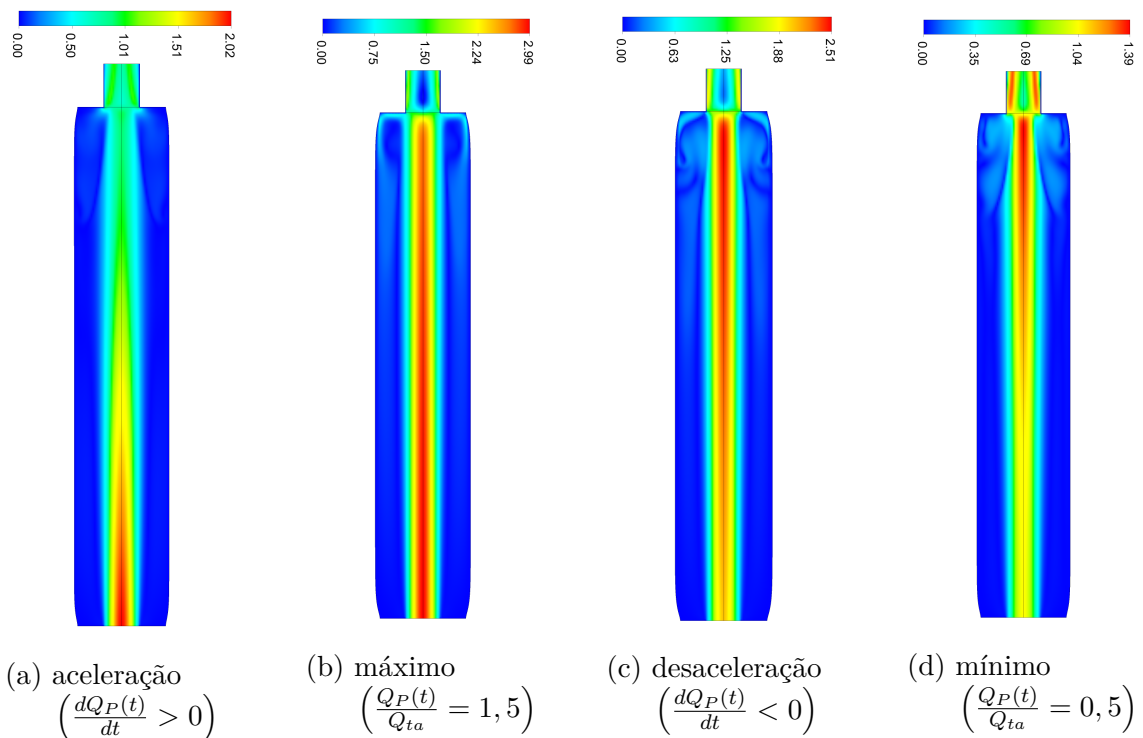
Pode-se observar o deslocamento do pulso de vazão por meio da mudança de posição da região de maior velocidade (região em vermelho) entre os instantes apresentados, sendo isso mais evidente nas maiores frequências adimensionais $\omega' = 140$ (Figura 55) e $\omega' = 160$ (Figura 56), nas quais o comprimento de onda se torna menor e por isso as regiões de velocidade máxima são mais compactas em comparação com os resultados das outras frequências. É observada a ocorrência de uma região de recirculação próxima à saída do atenuador, possivelmente resultado da redução do diâmetro da saída em relação ao diâmetro do atenuador. A intensidade da recirculação foi afetada pela oscilação da vazão, para $\omega' \geq 80$, especialmente durante a passagem do pico do pulso de vazão pela saída, que ocorreu geralmente durante o intervalo de tempo no qual a vazão alcança valor mínimo

Figura 51 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada:
 $\omega' = 20; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$



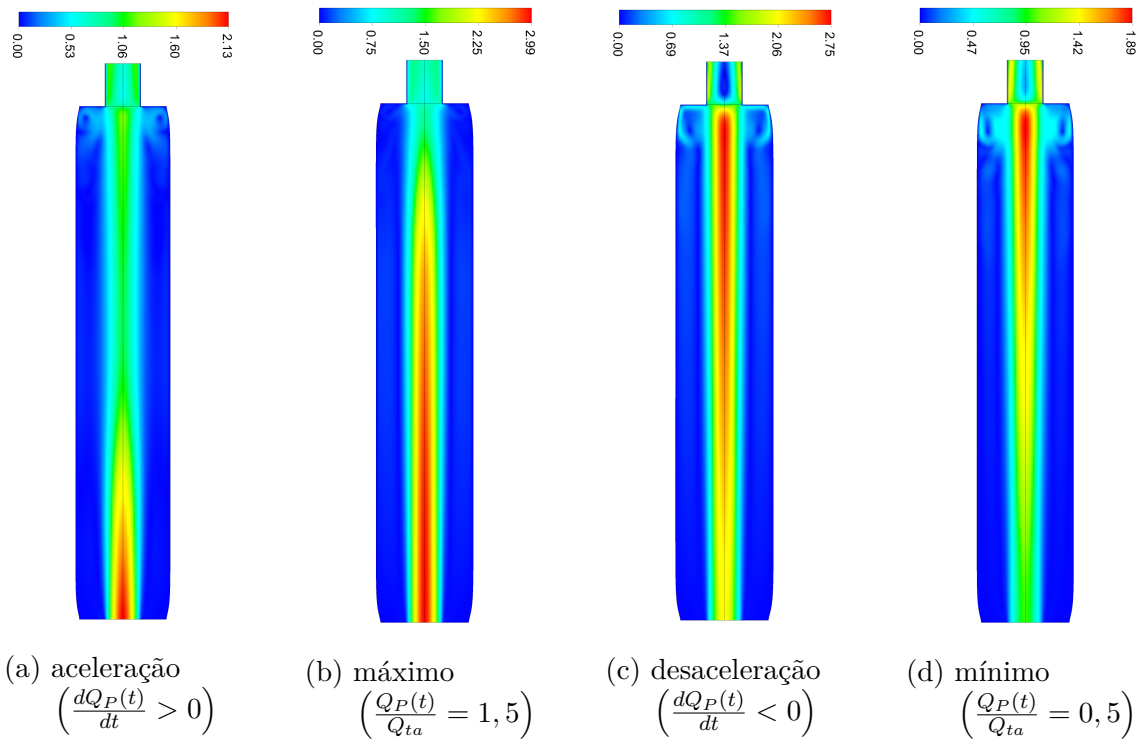
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 52 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada:
 $\omega' = 40; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$



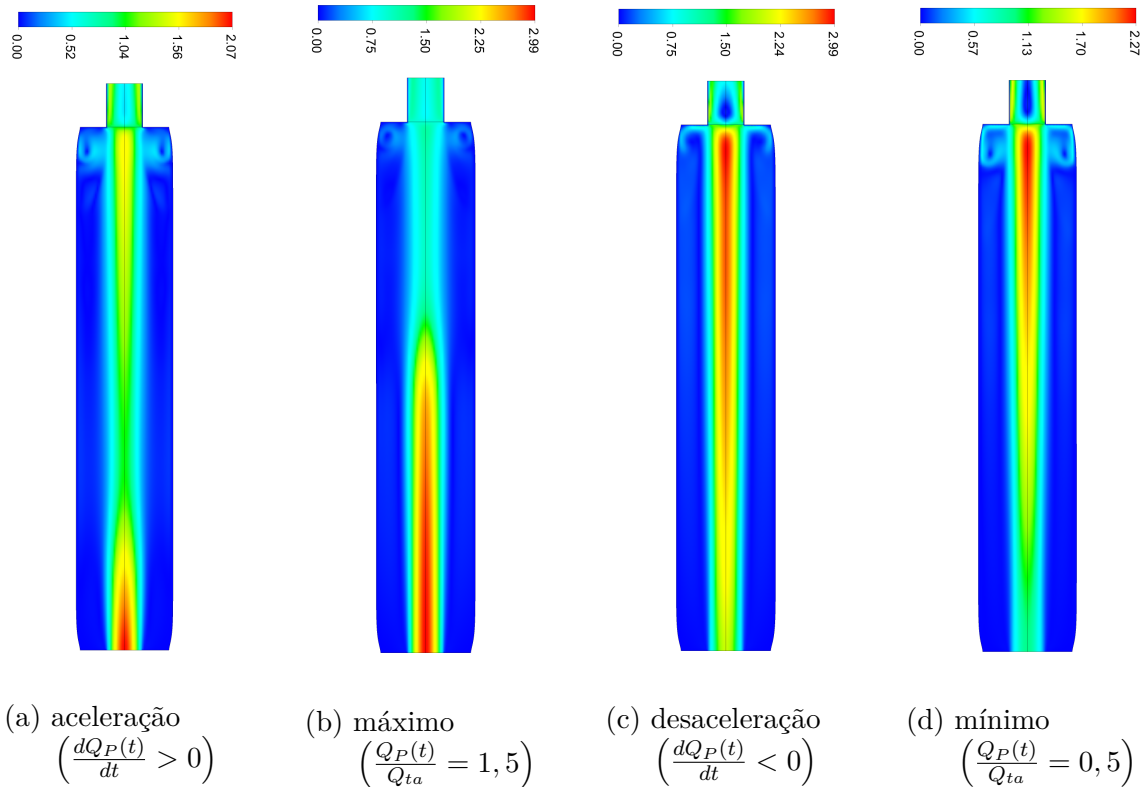
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 53 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada:
 $\omega' = 80; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$



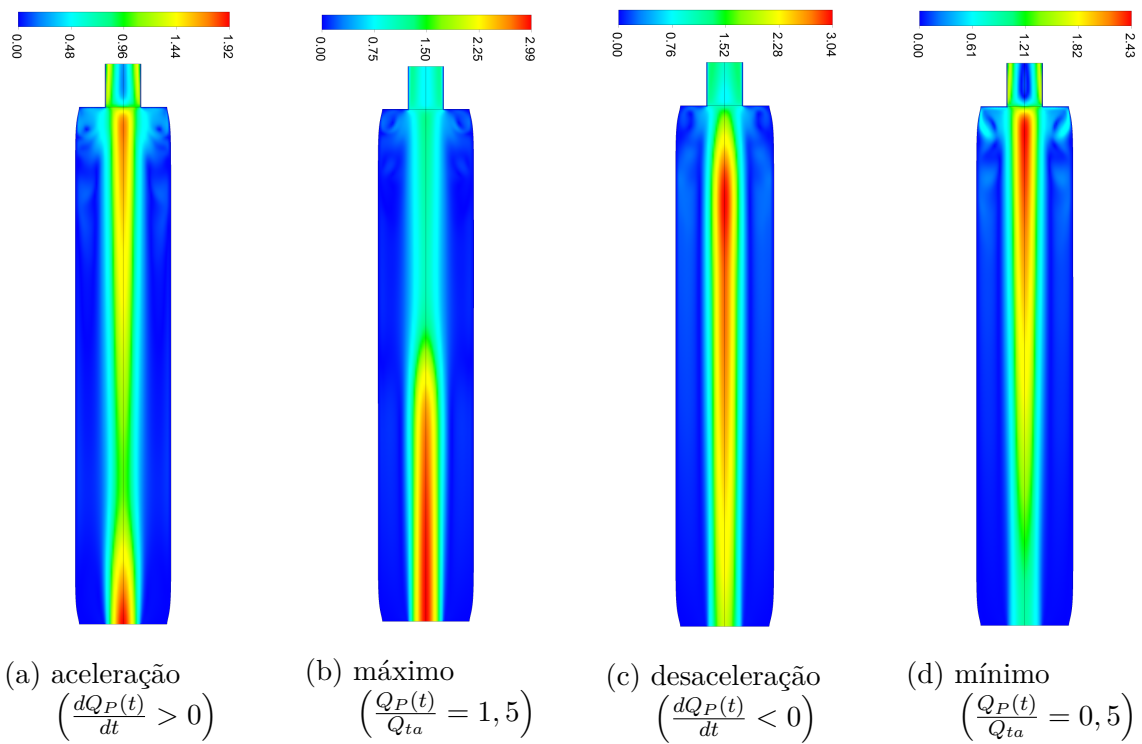
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 54 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada:
 $\omega' = 120; K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}; Re_{ta} = 1500.$



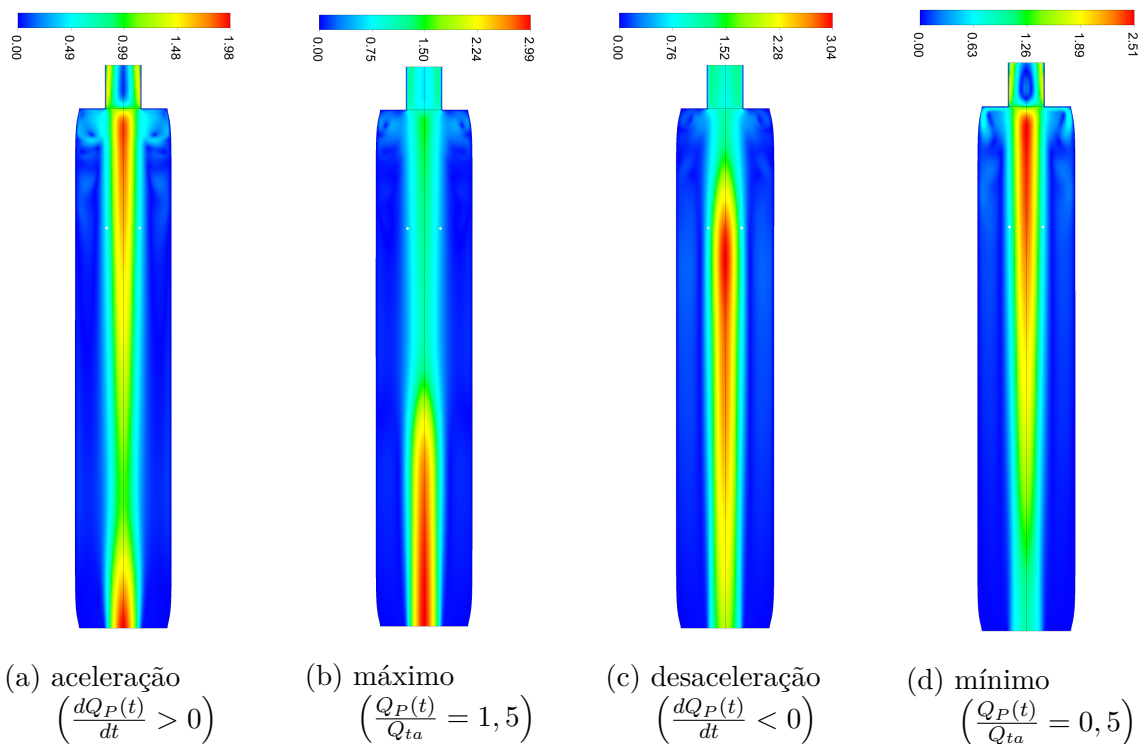
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 55 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada:
 $\omega' = 140$; $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-6}$; $Re_{ta} = 1500$.



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 56 – Distribuições de velocidade normalizadas durante um ciclo da vazão de entrada:
 $\omega' = 160$; $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-6}$; $Re_{ta} = 1500$.



Fonte: elaborada pelo autor.

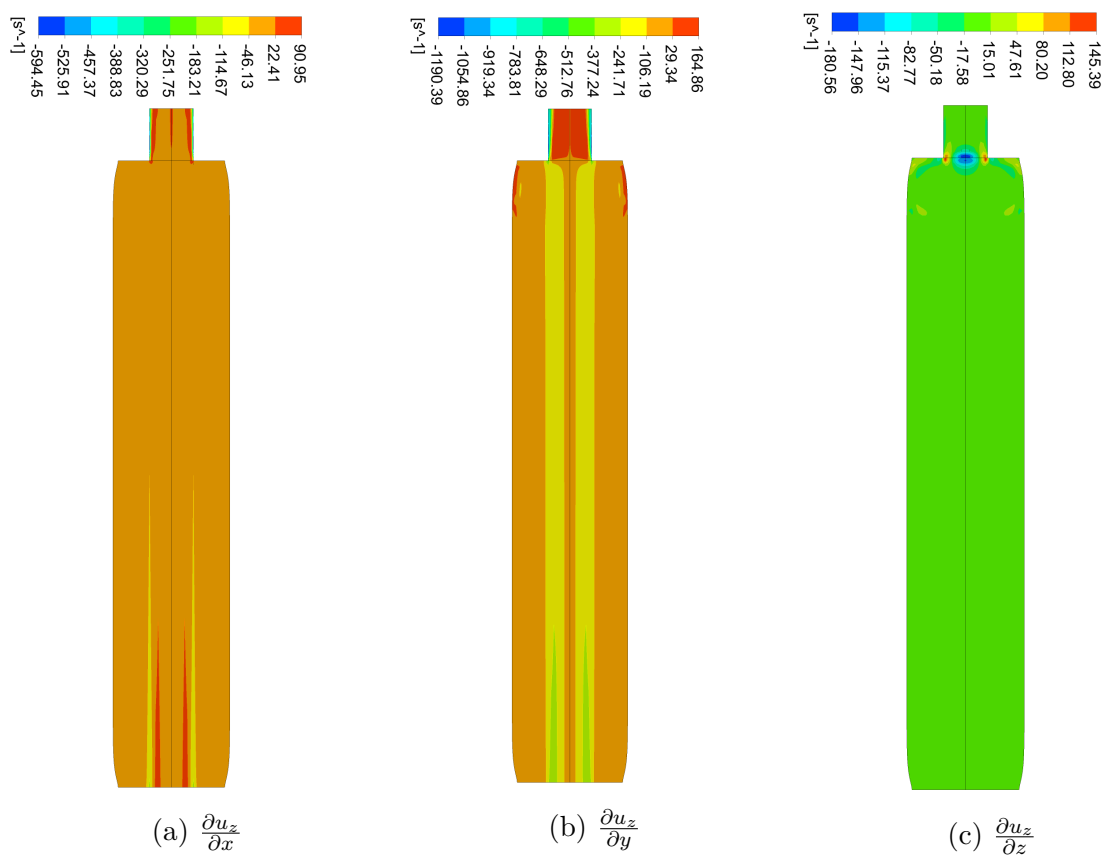
(figuras 53d, 54d, 55d e 56d). Uma vez que, no escoamento laminar, o único mecanismo de transferência de quantidade de movimento na direção radial é a difusão, durante todo o pulso de vazão, o escoamento no interior do atenuador ocorre principalmente em uma região concêntrica, mantendo em grande parte as características do perfil de velocidade na entrada, com reduzida componente de velocidade radial.

A Figura 57 apresenta as distribuições das componentes do gradiente de velocidade axial (∇u_z) no plano longitudinal yz , em uma situação em que o escoamento ocorre em regime permanente, não apresentando oscilação ($\omega' = 0$), ou seja, $Q_P(t) = Q_{ta}$. Não são avaliados os gradientes das outras componentes radiais da velocidade (u_x e u_y) pois, conforme indicado nas figuras 51 a 56, as intensidades destas componentes da velocidade são pequenas em comparação com a componente axial. Verifica-se que os valores absolutos das componentes do gradiente de velocidade variam da ordem de 10 s^{-1} a 1000 s^{-1} , sendo que os maiores valores são observados na componente $\frac{\partial u_z}{\partial y}$ do gradiente. Em todas as componentes, as maiores intensidades do gradiente ocorrem nas proximidades da saída do atenuador, na restrição no escoamento devido à redução do diâmetro do atenuador $2r_d$ para o diâmetro do sistema hidráulico D . Para efeito de comparação, o maior valor absoluto da componente $\frac{\partial u_z}{\partial y}$ no escoamento laminar desenvolvido, com $Re_{ta} = 1500$, no tubo de diâmetro $D = 20,93 \text{ mm}$, e nas condições da simulação, é $205,26 \text{ s}^{-1}$. Considerando este resultado, verifica-se que o efeito na restrição no escoamento pode aumentar o gradiente de velocidade em aproximadamente 6 vezes o valor máximo atribuído ao escoamento no tubo, mas no interior do atenuador os gradientes de velocidade possuem intensidade próxima a este valor de referência. As distribuições das componentes do gradiente de velocidade axial em condição de regime permanente podem ser comparadas com as distribuições em condições oscilatórias da vazão, apresentadas nas figuras 58, 59 e 60.

Observa-se de forma geral que, nas condições de escoamento oscilatório, são obtidas maiores intensidades das componentes do gradiente de velocidade em comparação com a condição de escoamento em regime permanente. Porém, em semelhança com a condição em regime permanente, as intensidades do gradiente de velocidade também variam da ordem de 10 s^{-1} a 1000 s^{-1} , sendo que novamente, as maiores intensidades são observadas na componente $\frac{\partial u_z}{\partial y}$. Do mesmo modo, as maiores intensidades das componentes ocorrem nas proximidades da saída do atenuador. Assim, verifica-se que no interior do atenuador, os gradientes de velocidade e as tensões de cisalhamento associadas, mesmo quando submetidos a um aumento devido ao efeito dinâmico, são grandezas que não apresentam ordem diferente dos valores que podem ocorrer no escoamento característico do sistema hidráulico, em regime permanente. Este comportamento é de interesse no ponto de vista da avaliação da capacidade do atenuador em alterar as características do fluido que escoar, quando estas são afetadas pelas tensões presentes no campo de escoamento. Um exemplo são as emulsões de óleo (fase dispersa) em água (fase contínua) ou água (fase dispersa) em óleo (fase contínua), nas quais a distribuição do tamanho de gotas pode variar ao longo

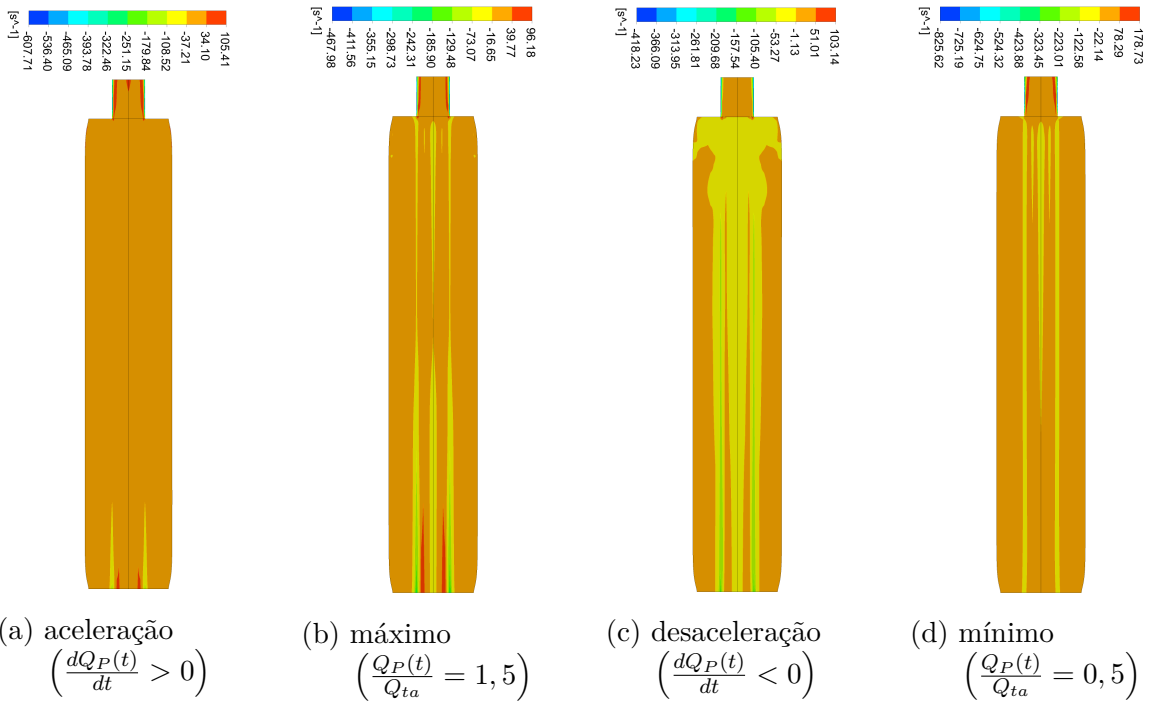
do escoamento devido aos fenômenos de quebra e coalescência, que estão intimamente relacionados com a dinâmica dos esforços (forças cisalhantes viscosas, forças de arrasto e forças inerciais) aplicados sobre as partículas da fase dispersa (STEINER et al., 2006). Neste tipo de aplicação, os resultados demonstram que o atenuador pode contribuir para a melhoria das características oscilatórias do escoamento, sem impor perturbações com ordem de grandeza superior às presentes no escoamento em regime permanente, exceto as relacionadas aos efeitos geométricos de expansão e redução de seção transversal.

Figura 57 – Componentes do gradiente de velocidade axial: $\omega' = 0$; $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$. Valores em s^{-1} .



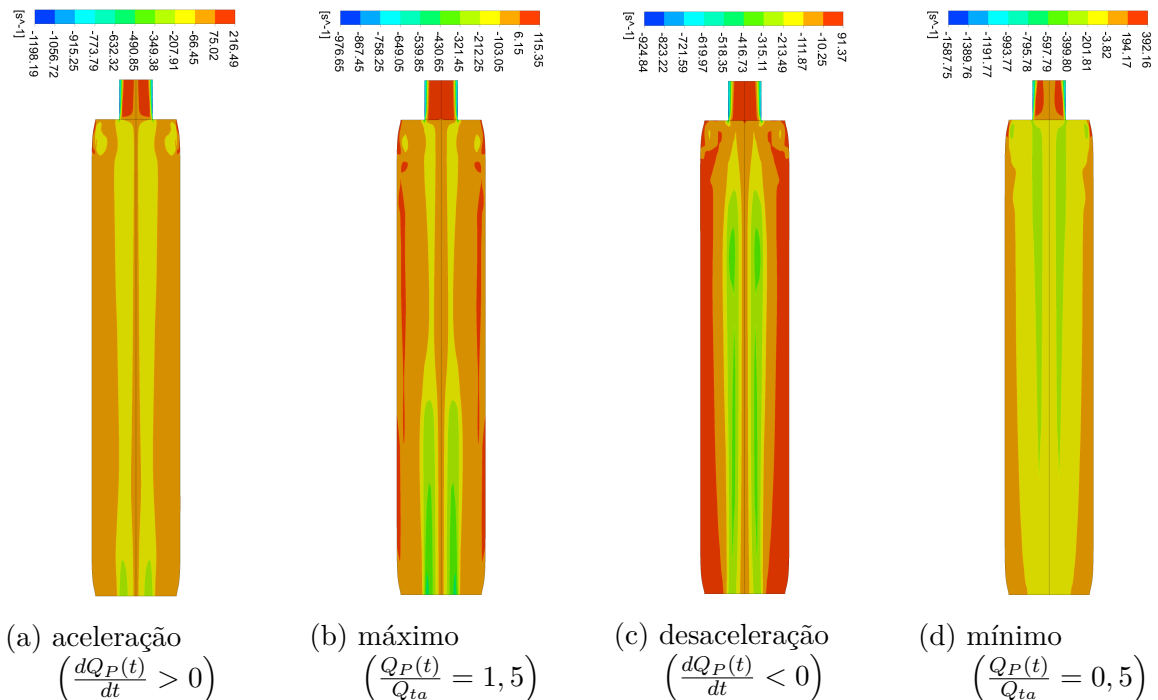
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 58 – Distribuições da componente $\frac{\partial u_z}{\partial x}$ do gradiente de velocidade axial (∇u_z) em um plano longitudinal yz , durante o ciclo de oscilação da vazão de entrada: $\omega' = 160$; $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$. Valores em s^{-1} .



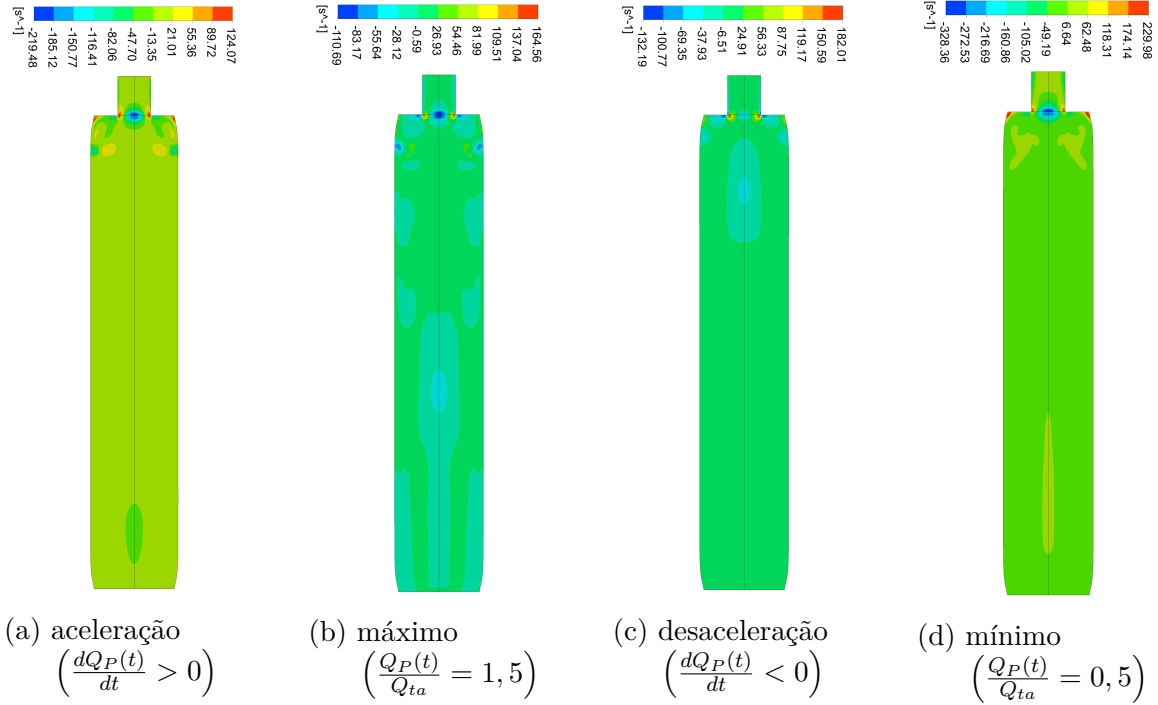
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 59 – Distribuições da componente $\frac{\partial u_z}{\partial y}$ do gradiente de velocidade axial (∇u_z) em um plano longitudinal yz , durante o ciclo de oscilação da vazão de entrada: $\omega' = 160$; $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$. Valores em s^{-1} .



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 60 – Distribuições da componente $\frac{\partial u_z}{\partial z}$ do gradiente de velocidade axial (∇u_z) em um plano longitudinal yz , durante o ciclo de oscilação da vazão de entrada: $\omega' = 160$; $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$. Valores em s^{-1} .

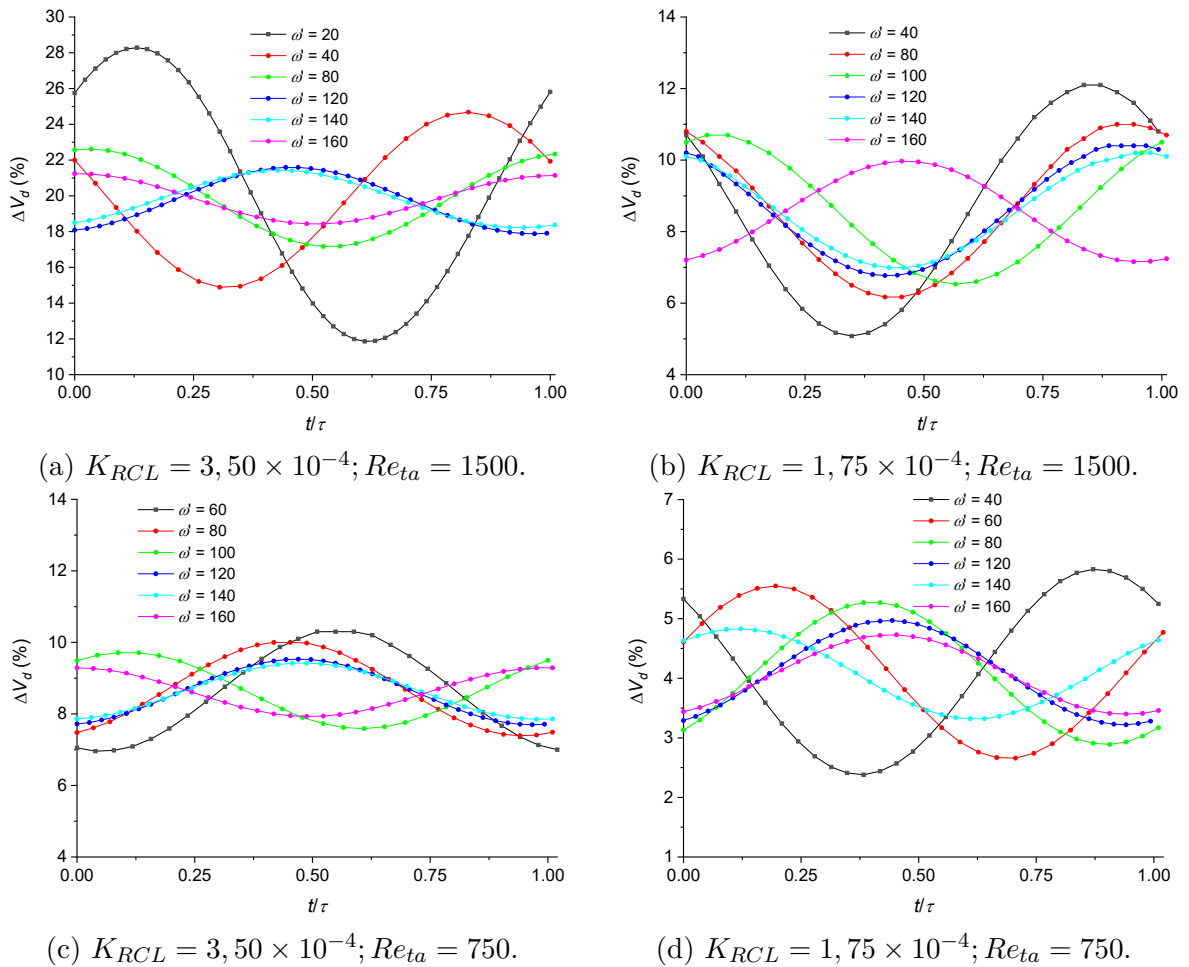


Fonte: elaborada pelo autor.

6.5.4 Variação do volume e balanço de energia no atenuador.

A Figura 61 apresenta a distribuição temporal da variação percentual do volume do atenuador, $\Delta V_d(\%)$ (Equação 5.53), durante o último período simulado de cada caso. No eixo das abcissas, o tempo t foi adimensionalizado em termos do período τ que corresponde à frequência adimensional ω' utilizada. O valor de ΔV_d máximo obtido nas simulações foi de 28,29% (para $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$, $Re_{ta} = 1500$ e $\omega' = 20$) e o valor mínimo foi de 2,38% (para $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$, $Re_{ta} = 750$ e $\omega' = 40$).

Figura 61 – Distribuição temporal da variação percentual do volume do atenuador.



Fonte: elaborada pelo autor.

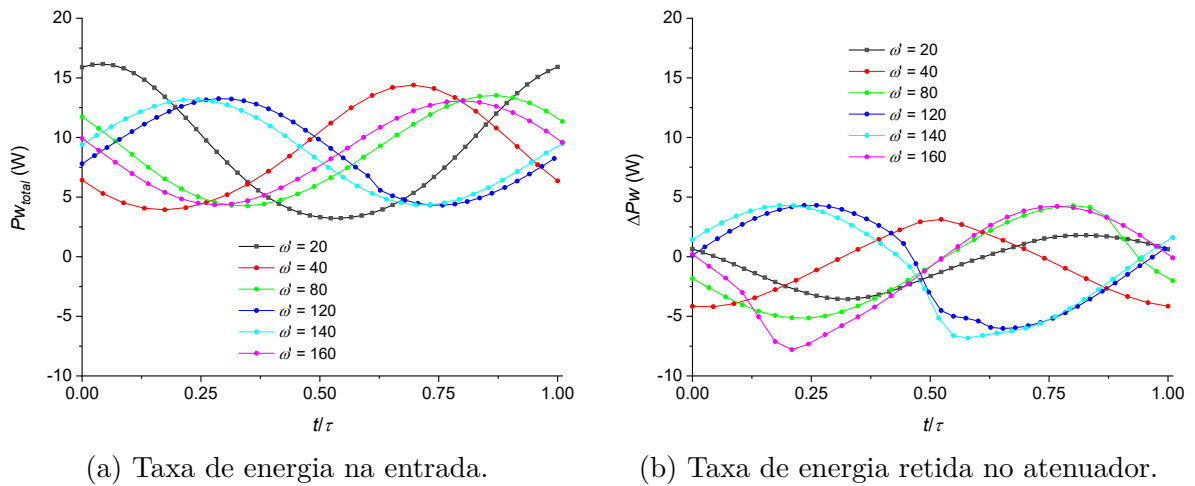
Em todos os conjuntos de simulações com mesmo K_{RCL} e Re_{ta} , a amplitude de variação de ΔV_d diminuiu com o aumento de ω' . Este comportamento é explicado pelo fato de que, como a atenuação se torna maior com o aumento de ω' , a amplitude da pressão atuante no atenuador acompanha o comportamento da amplitude da vazão de saída, sendo também reduzida, implicando em menor amplitude da variação do volume no período de oscilação.

Na comparação entre casos com o mesmo valor de ω' , observa-se que a maior amplitude e média temporal de ΔV_d ocorre no caso com maior valor do produto $\sqrt{K_{RC}} \times$

Re_{ta} , uma vez que este produto é proporcional a média temporal da pressão a qual o atenuador está submetido. Porém, comparando-se o conjunto de simulações da Figura 61b com o conjunto da Figura 61c (os quais possuem o mesmo resultado para o produto $\sqrt{K_{RC}} \times Re_{ta}$), maiores amplitudes de ΔV_d ocorreram quando $Re_{ta} = 1500$. Este resultado está alinhado com o resultado de atenuação, que foi maior para as simulações em que $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ e $Re_{ta} = 750$ em comparação com as simulações em que $K_{RC} = 1,75 \times 10^{-4}$ e $Re_{ta} = 1500$. Assim, de forma geral, as simulações indicaram que, definidas as características do atenuador, quanto maior a atenuação da vazão e, conseqüentemente, da pressão, menor a amplitude de variação do volume do dispositivo em relação ao volume indeformado.

As figuras 62 a 65 apresentam os resultados da taxa de retenção da energia mecânica do escoamento no atenuador ΔPw e da taxa de energia mecânica transportada pelo escoamento na entrada do atenuador Pw_{total} . Ambos os resultados foram obtidos no último período simulado de cada caso.

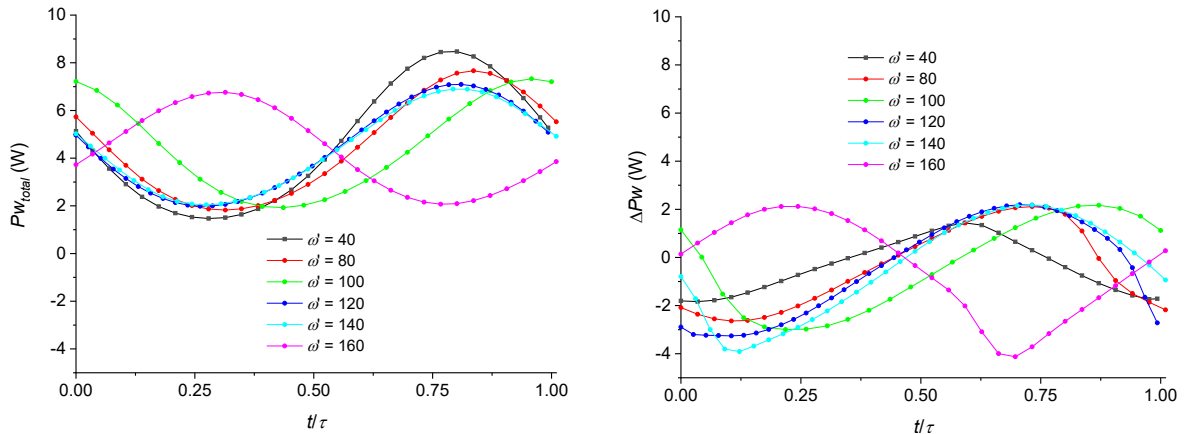
Figura 62 – Balanço de energia do escoamento: $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$.



Fonte: elaborada pelo autor.

Uma vez que a média temporal da pressão a qual o atenuador está submetido é proporcional a $K_{RCL} \times Re_{ta}$, e a vazão de entrada no atenuador é proporcional a Re_{ta} , pode-se afirmar que Pw_{total} é proporcional a $K_{RC} \times Re_{ta}^2$. Em outras palavras, se Re_{ta} for duplicado, espera-se que o valor de Pw_{total} se quadruplique, enquanto se K_{RCL} for duplicado, espera-se o valor de Pw_{total} se duplique. Com base nesse argumento, nota-se que o comportamento de Pw_{total} nas simulações é próximo do previsto pela teoria. Alguns exemplos pontuais podem ser destacados: o valor mínimo de Pw_{total} para $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$, $Re_{ta} = 750$ e $\omega' = 160$ é 1,076 W (em $t/\tau = 0,28$ na Figura 64a); para os mesmos $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$ e $\omega' = 160$, porém $Re_{ta} = 1500$, tem-se que o Pw_{total} mínimo é 4,353 W (também em $t/\tau = 0,28$ na Figura 62a); mantendo-se $\omega' = 160$, retornando-se a $Re_{ta} = 750$, mas agora com $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$, tem-se que o Pw_{total}

Figura 63 – Balanço de energia do escoamento: $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 1500$.

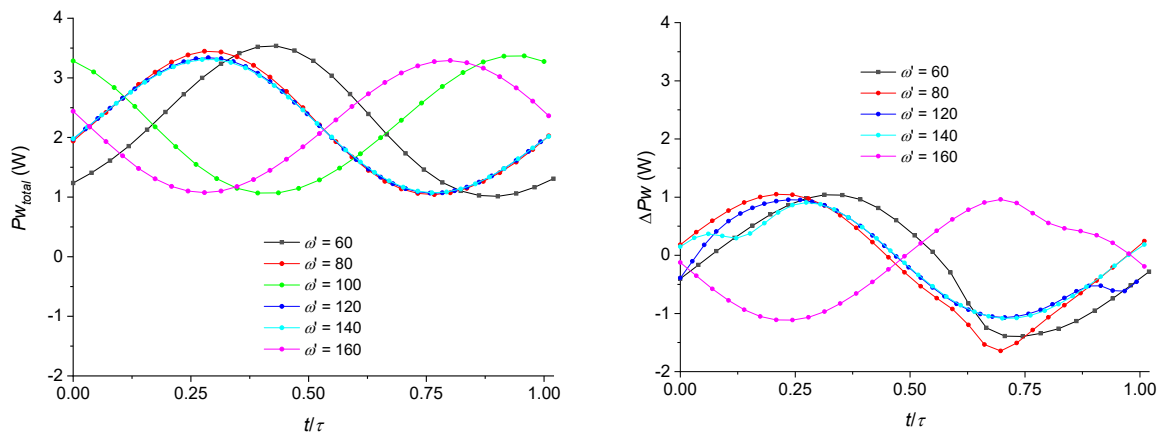


(a) Taxa de energia na entrada.

(b) Taxa de energia retida no atenuador.

Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 64 – Balanço de energia do escoamento: $K_{RCL} = 3,50 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 750$.



(a) Taxa de energia na entrada.

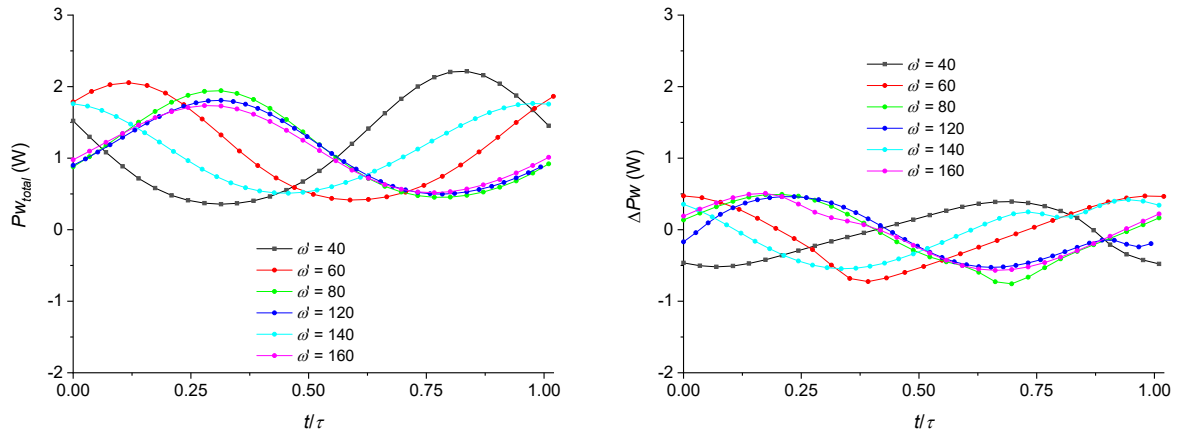
(b) Taxa de energia retida no atenuador.

Fonte: elaborada pelo autor.

mínimo é 0,517 W (em $t/\tau = 0,77$ na Figura 65a). Percebe-se que as razões entre os valores de Pw_{total} são próximas às respectivas razões entre os valores de K_{RCL} e Re_{ta}^2 correspondentes aos casos comparados.

Com relação ao efeito de ω' sobre Pw_{total} em geral, em cada conjunto de simulações, observa-se que o aumento de ω' resulta na redução da amplitude de Pw_{total} , porém esta redução ocorre com intensidade menor do que a redução observada na amplitude de ΔV_d . A menor influência de ω' sobre Pw_{total} em comparação com ΔV_d é explicada pelo fato de que a atenuação (que depende de ω') afeta a amplitude da pressão na entrada $p_{\Gamma_{inlet}^F}$ mas não influencia a amplitude da vazão de entrada $Q_P(t)$.

Assim como para Pw_{total} , a amplitude da taxa de retenção da energia no atenuador ΔPw apresentou diminuição com o aumento de ω' . Enfatiza-se que as formas das curvas nas figuras 62b, 63b, 64b e 65b são diferentes de uma onda com apenas uma componente

Figura 65 – Balanço de energia do escoamento: $K_{RCL} = 1,75 \times 10^{-4}$; $Re_{ta} = 750$.

(a) Taxa de energia na entrada.

(b) Taxa de energia retida no atenuador.

Fonte: elaborada pelo autor.

harmônica pois, recordando-se da Equação 5.55, ΔPw é composto da subtração de ondas que são defasadas (a onda formada pelo produto $p_{\Gamma_{inlet}^F} Q_P(t)$ é defasada da onda produzida pelo produto $p_{\Gamma_{pj}^F} Q_R(t)$). Valores negativos de ΔPw indicam a restituição da energia mecânica ao escoamento. É interessante verificar que os valores de ΔPw são negativos aproximadamente durante o mesmo intervalo de tempo em que os valores Pw_{total} se encontram abaixo da respectiva média para o valor de ω' considerado. Por exemplo, para $K_{RC} = 502,07 \times 10^{-6}$, $Re_{ta} = 1500$ e $\omega' = 100$ (Figura 63) o valor médio de Pw_{total} é 4,54 W e os valores se encontram abaixo desta média para de $0,17 < t/\tau < 0,70$, enquanto os valores de ΔPw são negativos para $0,08 < t/\tau < 0,57$. Desse modo, percebe-se que o atenuador atua restituindo parte da energia mecânica previamente armazenada por meio de sua deformação, principalmente durante o intervalo de tempo em que a energia mecânica fornecida ao sistema está abaixo da média temporal.

6.5.5 Limitações da análise FSI

Neste ponto é relevante destacar as limitações da análise resultantes das simplificações geométricas, condições de contorno aplicadas, modelo constitutivo do material sólido, e demais considerações físicas e matemáticas aplicadas no modelo FSI. Isso é fundamental para o desenvolvimento gradual do entendimento sobre o problema e levantamento de novas possibilidades de estudos futuros.

Em relação à geometria, a consideração de apenas um quarto do volume, aproveitando-se da simetria do problema e com intuito de reduzir o custo computacional, torna a análise inapta para captar características não simétricas da deformação tridimensional completa, bem como modos de colapso que podem ocorrer quando eventualmente a pressão pulsátil reduz abaixo da pressão média, em flutuações mais intensas. Na simulação de escoamentos turbulentos, esta simplificação da geometria também impediria o desenvolvimento completo

dos vórtices dissipativos da energia do escoamento. Além disso, a forma inicial de tubo ideal, com diâmetro e espessura constante e completamente livre de tensões somente, é válida se o peso do fluido no interior do tubo for desprezado, e sob uma condição idealizada de fixação. Na prática, observa-se que o tubo feito de material complacente, estiver na posição horizontal, apresenta deflexões que se tornam mais evidentes à medida que o comprimento aumenta. Na posição vertical, a pressão hidrostática contribui para aumentar o diâmetro na parte inferior e, conseqüentemente, reduzir a espessura inicial da parede. Em qualquer posição, a instalação de um tubo complacente também será dificilmente realizada sem que pré-cargas apareçam no material, e esta condição terá efeito direto na complacência efetiva do atenuador.

A condição de contorno de perfil de velocidade completamente desenvolvido na entrada limita a análise a uma condição em que o atenuador se encontre distante o suficiente de quaisquer acidentes de tubulação no sistema hidráulico, o que é muito difícil de ser observado em sistemas reais. Os efeitos de outras condições de entrada devem ser avaliados, pois estes afetam a distribuição de esforços de pressão e tensão de cisalhamento no interior do atenuador. Em relação à condição de saída, à medida que a frequência aumenta, os efeitos inerciais se tornam consideráveis. Isso demanda o uso de um termo adicional que represente o efeito da inertância no sistema hidráulico, na modelagem da queda de pressão a jusante do atenuador, em função da vazão instantânea de saída. Em relação ao modelo constitutivo do material, à medida que as deformações do tubo aumentarem, se torna necessária a utilização de modelos constitutivos mais adequados para a representação das não-linearidades na relação tensão-deformação comuns dos materiais elastoméricos. Quando maiores espessuras de parede do atenuador também forem necessárias devido ao aspecto de resistência do material utilizado no projeto, o modelo de membrana deve ser substituído por uma representação real da espessura do tubo, para melhor captura dos efeitos do estado de tensão tridimensional sobre a complacência do atenuador.

7 Considerações finais

O comportamento de um dispositivo atenuador de escoamento intermitente foi analisado por meio de uma combinação de modelos analíticos, experimentais e numéricos. A solução analítica do modelo Windkessel clássico permitiu definir parâmetros governantes para o problema do escoamento laminar pulsátil e um fluido newtoniano através de um atenuador tubular constituído de material com comportamento linear elástico. Modelos experimentais que descrevem a tensão de cisalhamento na parede da tubulação de um sistema hidráulico, em função da frequência de pulsação do escoamento e da componente média da vazão pulsátil, foram utilizados para tornar o modelo Windkessel apto à análise de escoamentos turbulentos pulsáteis. Dois modelos Windkessel modificados foram considerados, ambos assumindo complacência constante, mas com valores distintos: o modelo com maior complacência demonstrou melhor concordância com os dados experimentais nas faixas de operação em que a atenuação alcança maiores valores.

Um modelo numérico tridimensional de interação fluido-estrutura (FSI) foi utilizado para simular o comportamento do dispositivo atenuador submetido ao escoamento laminar pulsátil harmônico, e os resultados de atenuação foram confrontados com a solução analítica.

No modelo analítico, a atenuação da amplitude da vazão de característica harmônica se mostrou dependente do parâmetro adimensional K_{RCL} (que reúne as características físicas do sistema hidráulico, fluido transportado e atenuador) e da frequência adimensional ω' (que fornece uma escala da razão entre esforços inerciais e viscosos atuantes presentes no escoamento).

Diferente do modelo Windkessel clássico, no modelo modificado para escoamento turbulento pulsátil, a atenuação se apresentou dependente de Re_{ta} , além de manter a dependência em relação a K_{RCL} e ω' , e independência em relação à razão entre a amplitude e a vazão média, R_{amp} . Os resultados demonstram que a característica assintótica da atenuação deve ser cuidadosamente avaliada para proposição de modificações no sistema que resultem em ganhos significativos na eficiência do atenuador.

Do ponto de vista experimental, foram avaliados dois dispositivos atenuadores com geometrias tubulares distintas ($D_d = 32$ mm e $D_d = 36$ mm), em regime laminar e turbulento, para diferentes combinações de frequência e vazão. Em regime laminar, com Re_{ta} entre 865 e 2212 e ω' entre 8,9 e 24,5, não foram observados casos de atenuação negativa. A eficiência aumentou com o crescimento de Re_{ta} e ω' , alcançando até 78,1% de atenuação. Em regime turbulento, com Re_{ta} entre 17140 e 45700 e ω' entre 168 e 450, o desempenho também aumentou com esses parâmetros, com atenuações de até 85% no

dispositivo de maior complacência ($D_d = 36$ mm). No entanto, observou-se amplificação das componentes oscilatórias (atenuação negativa de até -36%) para certas combinações de menor frequência e menor vazão, sobretudo no atenuador de menor diâmetro. Ambas as geometrias apresentaram desempenho semelhante nas configurações em linha e em apêndice, com leve vantagem prática para a segunda, devido à facilidade de manutenção.

Esses resultados evidenciam a importância da complacência na resposta dinâmica do sistema e reforçam a necessidade de estimativas precisas desse parâmetro nos modelos analíticos. A discrepância entre as previsões dos modelos e os valores experimentais em determinadas condições também indica a relevância de efeitos não lineares e geométricos, não captados pelas simplificações adotadas.

O modelo tridimensional FSI apresentou resultados de atenuação consistentes com o modelo analítico, principalmente em termos do comportamento em relação a ω' , uma vez que a atenuação se tornou maior com o aumento deste adimensional. Além disso, a relação funcional entre atenuação, K_{RCL} e ω' obtida por meio das simulações se apresentou muito semelhante à relação obtida no modelo analítico. Porém, os resultados das simulações também indicaram uma relação da atenuação com Re_{ta} , provavelmente explicada pela ligação deste adimensional com a média temporal da pressão atuante no dispositivo atenuador. A observação da distribuição de velocidade e das componentes do gradiente de velocidade axial no interior do atenuador, durante o período de oscilação da onda de vazão, indica que o dispositivo não submete o fluido a tensões cisalhantes de ordem superior às encontradas no restante do sistema hidráulico.

A análise do volume do atenuador, da taxa de energia transportada no escoamento e da taxa de energia retida no atenuador demonstrou que estes três parâmetros também são dependentes de ω' , o primeiro mais do que os dois últimos. Pôde-se também visualizar como o mecanismo de atenuação contempla a restituição parcial da energia mecânica ao escoamento, na forma da inversão do sinal da taxa de energia retida quando a taxa de energia transportada se encontra abaixo de seu valor médio.

Os modelos de parâmetros concentrados apresentam-se como uma ferramenta valiosa para a estimativa do comportamento geral da atenuação em função de variáveis operacionais, como a frequência e a vazão média do escoamento. Além disso, esse tipo de modelagem permite refinamentos adicionais, nos quais propriedades do sistema — como a própria complacência, a resistência ao escoamento e a inertância — podem ser formuladas como funções de variáveis dependentes, em especial da pressão interna, sem comprometer significativamente o custo computacional.

Essa abordagem contrasta com o modelo de interação fluido–estrutura (FSI), que fornece uma descrição detalhada do campo de escoamento e das deformações estruturais do atenuador, mas que demanda elevado esforço computacional para cada ponto operacional analisado. Em vista disso, o uso do modelo de parâmetros concentrados se mostra

particularmente estratégico na fase inicial de análise, permitindo a construção de um panorama geral do desempenho do sistema em diferentes condições operacionais. A partir dessa análise preliminar, torna-se possível identificar com maior precisão os pontos operacionais de maior interesse, que poderão ser então investigados com maior profundidade por meio de simulações FSI. Essa combinação de abordagens permite otimizar os recursos computacionais e fornece uma base mais sólida para o entendimento do comportamento dinâmico dos dispositivos atenuadores.

7.1 Trabalhos futuros

Para dar continuidade aos avanços propostos nesta pesquisa, diversas frentes de investigação podem ser exploradas com vistas ao aprimoramento do desempenho e da aplicabilidade de atenuadores hidráulicos isentos de gás, especialmente em contextos industriais mais exigentes.

Em primeiro lugar, destaca-se a exploração de novas geometrias de atenuadores, projetadas especificamente para fornecer curvas de complacência ajustadas à faixa de pressão de operação dos sistemas nos quais serão aplicados. A adoção de formas geométricas não convencionais, incluindo perfis cônicos ou com variação discreta do diâmetro, estruturas multicamadas ou elementos com variação longitudinal de espessura, pode permitir um controle mais preciso da resposta de deformação e variação do volume do dispositivo, possibilitando a otimização simultânea da eficiência de atenuação e da durabilidade estrutural.

Paralelamente, a avaliação de diferentes materiais elastoméricos representa uma etapa essencial para expandir o uso de atenuadores a condições operacionais mais severas. A seleção de materiais com maior resistência térmica e compatibilidade química permitirá aplicações em ambientes com elevadas temperaturas ou fluidos agressivos, como em setores petroquímico, farmacêutico ou de mineração. Além disso, o uso de elastômeros com formulações específicas poderá influenciar diretamente a dissipação de energia do sistema e o comportamento dinâmico da atenuação.

Nesse contexto, torna-se necessária uma caracterização mais abrangente dos materiais elastoméricos, a fim de suprir as limitações dos modelos simplificados utilizados neste trabalho. Ensaio mecânicos adicionais, como testes de tração biaxial, de compressibilidade volumétrica e de resposta sob excitações dinâmicas, permitirão a construção de modelos constitutivos mais robustos. Tais modelos deverão contemplar os efeitos de histerese, fadiga e relaxação de tensões, possibilitando simulações mais fidedignas, sobretudo quando o atenuador estiver submetido a excitações periódicas de alta amplitude e frequência.

Outra extensão natural desta pesquisa consiste na ampliação das faixas de frequência e número de Reynolds avaliadas nas simulações FSI, de modo a contemplar regimes

operacionais mais variados. Para tal, uma evolução metodológica importante será a implementação de condições de saída com dependência explícita da vazão instantânea, permitindo a modelagem mais adequada da inertância do sistema hidráulico a jusante. Esse avanço é especialmente relevante para a simulação de escoamentos em alta frequência, nos quais os efeitos inerciais têm papel dominante na formação de picos de pressão e na eficiência do processo de amortecimento.

Por fim, abre-se uma linha promissora de pesquisa voltada à caracterização do escoamento intermitente de fluidos não newtonianos. Sistemas hidráulicos que operam com fluidos com viscosidade dependente da taxa de deformação, como pastas industriais, polímeros ou suspensões concentradas, apresentam comportamento dinâmico significativamente distinto dos fluidos newtonianos considerados neste trabalho. A proposição de modelos analíticos e numéricos capazes de estimar a atenuação de pulsos nesse tipo de escoamento contribuirá para a extensão do uso de atenuadores em aplicações ainda pouco exploradas, com impacto direto sobre a estabilidade e segurança de processos industriais complexos.

7.2 Publicações resultantes

Até o presente momento, as publicações que foram feitas a partir deste trabalho estão relacionadas a seguir:

- Numerical analysis of a gasless tubular pulsation dampener for effective flow attenuation in industrial pumping systems. *Mechanics Research Communications* (de Oliveira dos Santos et al., 2025).
- Optimized sulfur curing of pulse-damping rubber tubes. *Materials Chemistry and Physics* (LIMA et al., 2024).
- Investigating the Influence of Dimensionless Parameters on Tubular Attenuator Efficiency for Flow Pulsation Reduction. *Proceedings of the 20th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering - ENCIT 2024* (SANTOS et al., 2024).
- Estudo das propriedades mecânicas da borracha no desempenho de sistemas de bombeamento com fluxo pulsante. *76º Congresso Anual da ABM, 2023* (LIMA et al., 2023).
- Numerical and experimental study of a pulsation damper: application of a hyperelastic model for uniaxial tension. *Proceedings of the 27th International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2023* (LIMA et al., 2023).

- A modified windkessel model applied in a tubular pulsation dampener analysis. Proceedings of the 26th International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2021 (SANTOS et al., 2021).

Referências

- ABOELKASSEM, Y.; VIRAG, Z. A hybrid windkessel-womersley model for blood flow in arteries. *Journal of theoretical biology*, Elsevier, v. 462, p. 499–513, 2019.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. *IEEE transactions on automatic control*, Ieee, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974.
- AKRAMI, E.; SPECKLIN, M.; RUBIO, R. T.; CONNOLLY, R.; BREEN, B.; BERTEN, S.; KEHOE, M.; ALBADAWI, A.; DELAURE, Y. A sharp MLS penalty immersed finite element method for fluid-structure interaction of highly deformable slender body in turbulent flow. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Informa UK Limited, v. 18, n. 1, jan 5 2024. ISSN 1994-2060. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/19942060.2023.2300451>>.
- ANAND, V.; CHRISTOV, I. C. Transient compressible flow in a compliant viscoelastic tube. *Physics of Fluids*, AIP Publishing, v. 32, n. 11, nov 1 2020. ISSN 1070-6631. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/5.0022406>>.
- AQUINO, F. J. A. de. *Tópicos de métodos numéricos com Scilab: computação científica para engenheiros*. [S.l.]: PoD Editora, 2020. ISBN 9786586147827.
- ASTM International. *Test Methods for Density and Specific Gravity (Relative Density) of Plastics by Displacement*. West Conshohocken, PA, USA: [s.n.], 2008. Disponível em: <<https://www.astm.org/d0792-20.html>>.
- ASTM International. *Standard Test Methods for Vulcanized Rubber and Thermoplastic Elastomers—Tension*. West Conshohocken, PA, USA: [s.n.], 2021. Disponível em: <<https://www.astm.org/Standards/D412.htm>>.
- BAHLOUL, M. A.; ABOELKASSEM, Y.; LALEG-KIRATI, T.-M. Human hypertension blood flow model using fractional calculus. *Frontiers in Physiology*, Frontiers Media SA, v. 13, p. 838593, 2022.
- BAHLOUL, M. A.; LALEG-KIRATI, T.-M. Assessment of fractional-order arterial windkessel as a model of aortic input impedance. *IEEE open journal of engineering in medicine and biology*, IEEE, v. 1, p. 123–132, 2020.
- BERTAGLIA, G.; CALEFFI, V.; PARESCHI, L.; VALIANI, A. Uncertainty quantification of viscoelastic parameters in arterial hemodynamics with the a-fsi blood flow model. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 430, p. 110102, 2021.
- BROWN, D.; CHRISTIAN, W.; HANSON, R. M. *Tracker Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education*. 2024. <<https://tracker.physlets.org/>>. Accessed: 31/07/2023.
- BROWN, F. T.; MARGOLIS, D. L.; SHAH, R. P. Small-Amplitude Frequency Behavior of Fluid Lines With Turbulent Flow. *Journal of Basic Engineering*, v. 91, n. 4, p. 678–693, 12 1969. ISSN 0021-9223. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.3571209>>.
- BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. *Model selection and multi-model inference: a practical information-theoretic approach*. [S.l.]: Springer, 2002.

- CHAI, L.; JIAO, Z.; XU, Y.; ZHENG, H. A compact design of pulsation attenuator for hydraulic pumps. In: IEEE. *2016 IEEE International Conference on Aircraft Utility Systems (AUS)*. 2016. p. 1111–1116. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/AUS.2016.7748225>>.
- CHANDRAN, K.; DALAL, I. S.; TATSUMI, K.; MURALIDHAR, K. Numerical simulation of blood flow modeled as a fluid-particulate mixture. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Elsevier, v. 285, p. 104383, 2020.
- CHAPRA, S.; CANALE, R. *Métodos Numéricos para Engenharia - 7ª Edição*. McGraw Hill Brasil, 2016. ISBN 9788580555691. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=8pMyDAAAQBAJ>>.
- CHEVALIER, L.; CALLOCH, S.; HILD, F.; MARCO, Y. Digital image correlation used to analyze the multiaxial behavior of rubber-like materials. *European journal of mechanics, A, Solids*, Elsevier Masson SAS, PARIS, v. 20, n. 2, p. 169–187, 2001. ISSN 0997-7538.
- CZECHOWICZ, K.; BADUR, J.; NARKIEWICZ, K. Two-way fsi modelling of blood flow through cca accounting on-line medical diagnostics in hypertension. In: IOP PUBLISHING. *Journal of Physics: Conference Series*. [S.l.], 2014. v. 530, n. 1, p. 012011.
- DADRAS, R.; JABBARI, A.; ASL, N. K.; SOLTANI, M.; RAFIEE, F.; PARSAEE, M.; GOLCHIN, S.; POURALIAKBAR, H.; SADEGHIPOUR, P.; ALIMOHAMMADI, M. In-silico investigations of haemodynamic parameters for a blunt thoracic aortic injury case. *Scientific Reports*, Nature Publishing Group UK London, v. 13, n. 1, p. 8355, 2023.
- de Oliveira dos Santos, M.; SIQUEIRA, R. do N.; LOUREIRO, B. V.; RIBEIRO, D. da C.; SILVA, L. A. S. Numerical analysis of a gasless tubular pulsation dampener for effective flow attenuation in industrial pumping systems. *Mechanics Research Communications*, v. 148, p. 104486, 2025. ISSN 0093-6413. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0093641325001193>>.
- DEUS, J.; MARTIN, E. Efficient cardiovascular parameters estimation for fluid-structure simulations using gappy proper orthogonal decomposition. *Annals of Biomedical Engineering*, Springer, p. 1–16, 2024.
- DUMONT, K.; VIERENDEELS, J.; KAMINSKY, R.; NOOTEN, G. V.; VERDONCK, P.; BLUESTEIN, D. Comparison of the hemodynamic and thrombogenic performance of two bileaflet mechanical heart valves using a cfd/fsi model. *Journal of biomechanical engineering*, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 129, n. 4, p. 558–565, 2007.
- DUTTA, S.; JOG, C. A monolithic arbitrary lagrangian–eulerian-based finite element strategy for fluid–structure interaction problems involving a compressible fluid. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Wiley Online Library, v. 122, n. 21, p. 6037–6102, 2021.
- FOX, R.; MCDONALD, A.; PRITCHARD, P.; MICHTELL, J. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. LTC, 2018. ISBN 9788521634812. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=723-zwEACAAJ>>.
- FUNG, Y. Blood flow in arteries. In: *Biomechanics*. [S.l.]: Springer, 1997. p. 108–205.

FUNK, J. E.; WOOD, D. J. Frequency Response of Fluid Lines With Turbulent Flow. *Journal of Fluids Engineering*, v. 96, n. 4, p. 365–369, 12 1974. ISSN 0098-2202. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.3447171>>.

GARCÍA-GALINDO, A.; AGUJETAS, R.; LÓPEZ-MÍNGUEZ, J. R.; FERRERA, C. Assessment of valve implantation in the descending aorta as an alternative for aortic regurgitation patients not treatable with conventional procedures. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, Springer, v. 22, n. 2, p. 575–591, 2023.

GHITTI, B.; TORO, E. F.; MÜLLER, L. O. Nonlinear lumped-parameter models for blood flow simulations in networks of vessels. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, EDP Sciences, v. 56, n. 5, p. 1579–1627, 2022.

GHOSH, R. P.; MAROM, G.; ROTMAN, O. M.; SLEPIAN, M. J.; PRABHAKAR, S.; HORNER, M.; BLUESTEIN, D. Comparative fluid–structure interaction analysis of polymeric transcatheter and surgical aortic valves’ hemodynamics and structural mechanics. *Journal of biomechanical engineering*, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 140, n. 12, 2018.

GOETZ, A.; JEKEN-RICO, P.; PELISSIER, U.; CHAU, Y.; SÉDAT, J.; HACHEM, E. Anxplora: a comprehensive fluid-structure interaction study of 101 intracranial aneurysms. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, Frontiers Media SA, v. 12, jun 24 2024. ISSN 2296-4185. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3389/fbioe.2024.1433811>>.

GUAN, C.; HE, S.; JIAO, Z. Development research of reflection-absorption compound type fluid pulsation attenuator. In: IEEE. *IEEE 10th International Conference on Industrial Informatics*. [S.l.], 2012. p. 606–612.

GUMA, G.; BUCHER, P.; LETZGUS, P.; LUTZ, T.; WÜCHNER, R. High-fidelity aeroelastic analyses of wind turbines in complex terrain: fluid–structure interaction and aerodynamic modeling. *Wind Energy Science*, Copernicus GmbH, v. 7, n. 4, p. 1421–1439, jul 13 2022. ISSN 2366-7451. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5194/wes-7-1421-2022>>.

HE, Z.-Y.; WU, Y.-Q.; YOU, X.-P. The performance study of current-carrying plate fluid attenuator. *Journal of Applied Science and Engineering*, Tamkang University Press, v. 22, n. 3, p. 481–492, 2019.

HORR, A. M.; KRONSTEINER, J. Dynamic Simulations of Manufacturing Processes: Hybrid-Evolving Technique. *Metals*, MDPI AG, v. 11, n. 12, p. 1884, nov 23 2021. ISSN 2075-4701. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/met11121884>>.

HUANG, Y.; XIAO, Q.; IDARRAGA, G.; YANG, L.; DAI, S.; ABAD, F.; BRENNAN, F.; LOTFIAN, S. Novel computational fluid dynamics-finite element analysis solution for the study of flexible material wave energy converters. *Physics of Fluids*, AIP Publishing, v. 35, n. 8, aug 1 2023. ISSN 1070-6631. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/5.0160328>>.

INMETRO. *Avaliação de dados de medição: uma introdução ao “Guia para a expressão de incerteza de medição” e a documentos correlatos*. Duque de Caxias, RJ, 2014. 43 p. Tradução autorizada pelo BIPM da 1ª edição de 2009 do documento original *Evaluation of measurement data — An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents*. Parte da série *Evaluation of measurement data*.

INMETRO. *Avaliação de dados de medição: o papel da incerteza de medição na avaliação da conformidade*. Brasília, DF, 2022. Tradução autorizada do documento original *Evaluation of measurement data — The role of measurement uncertainty in conformity assessment*. Suplemento 6 do *Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)*.

IRIZAR, V.; ANDREASEN, C. S. Hydraulic pitch control system for wind turbines: Advanced modeling and verification of an hydraulic accumulator. *Simulation Modelling Practice and Theory*, Elsevier BV, v. 79, p. 1–22, 12 2017. ISSN 1569-190X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.simpat.2017.09.002>>.

IRIZAR, V.; RASMUSSEN, P. W.; OLSEN, O. D.; ANDREASEN, C. S. Modeling and Verification of Accumulators using CFD. In: LINKÖPING UNIVERSITY ELECTRONIC PRESS. *Linköping Electronic Conference Proceedings*. 2017. v. 144, p. 340–350. ISSN 1650-3686. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3384/ECP17144340>>.

JAYENDIRAN, R.; NOUR, B.; RUIMI, A. Dacron graft as replacement to dissected aorta: A three-dimensional fluid-structure-interaction analysis. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, v. 78, p. 329–341, 2018. ISSN 1751-6161. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1751616117305179>>.

JAYENDIRAN, R.; NOUR, B.; RUIMI, A. A fluid–structure interaction analysis of anisotropic dacron fabric used for aortic replacement. *Journal of Fluids and Structures*, Elsevier, v. 97, p. 103108, 2020.

KHANAFER, K. M.; BULL, J. L.; BERGUER, R. Fluid–structure interaction of turbulent pulsatile flow within a flexible wall axisymmetric aortic aneurysm model. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Elsevier, v. 28, n. 1, p. 88–102, 2009.

KIM, N.; SANKAR, B. *Introduction to Finite Element Analysis and Design*. Wiley, 2008. ISBN 9780470125397. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=d3mtGAAACAAJ>>.

KOEGLER, A. F.; HASELMANN, D.; ALT, N. S.; SCHLUECKER, E. Experimental characterization of a flow-through pulsation damper regarding pressure pulsations and vibrations. *Chemical Engineering & Technology*, Wiley Online Library, v. 40, n. 1, p. 162–169, 2017.

KU, D. N. Blood flow in arteries. *Annual review of fluid mechanics*, v. 29, n. 1, p. 399–434, 1997.

KUCHUMOV, A. G.; KHAIRULIN, A.; SHMURAK, M.; PORODIKOV, A.; MERZLYAKOV, A. The effects of the mechanical properties of vascular grafts and an anisotropic hyperelastic aortic model on local hemodynamics during modified blalock–taussig shunt operation, assessed using fsi simulation. *Materials*, MDPI, v. 15, n. 8, p. 2719, 2022.

LAI, W.; RUBIN, D.; RUBIN, D.; KREMPL, E. *Introduction to Continuum Mechanics*. Elsevier Science, 2009. ISBN 9780080942520. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=IEhh-hjG6EGC>>.

LATO, T.; MOHANY, A. Passive damping of pressure pulsations in pipelines using herschel–quincke tubes. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 448, p. 160–177, 2019.

- LENCI, A.; ZEIGHAMI, F.; FEDERICO, V. D. Effective forchheimer coefficient for layered porous media. *Transport in Porous Media*, Springer, v. 144, n. 2, p. 459–480, 2022.
- LENNON, K. R.; MCKINLEY, G. H.; SWAN, J. W. Scientific machine learning for modeling and simulating complex fluids. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Proceedings of the National Academy of Sciences, v. 120, n. 27, jun 26 2023. ISSN 0027-8424. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1073/pnas.2304669120>>.
- LIANG, M.; GAO, Y.; YANG, S.; XIAO, B.; WANG, Z.; LI, Y. AN ANALYTICAL MODEL FOR TWO-PHASE RELATIVE PERMEABILITY WITH JAMIN EFFECT IN POROUS MEDIA. *Fractals*, World Scientific Pub Co Pte Lt, v. 26, n. 03, p. 1850037, jun. 2018.
- LIMA, M. A.; LOUREIRO, B.; RIBEIRO, D.; BARBOSA, J. P.; SANTOS, M. de Oliveira dos; DIXINI, P. V. M.; SIQUEIRA, R. Numerical and experimental study of a pulsation damper: application of a hyperelastic model for uniaxial tension. In: *Proceedings of the 27th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM)*. Florianópolis, Brazil: ABCM, 2023.
- LIMA, M. A.; LOUREIRO, B. V.; RIBEIRO, D. da C.; BARBOSA, J. P.; SANTOS, M. d. O. dos; DIXINI, P. V. M.; SIQUEIRA, R. do N. Optimized sulfur curing of pulse-damping rubber tubes. *Materials Chemistry and Physics*, Elsevier, v. 319, p. 129369, 2024.
- LIMA, M. A.; LOUREIRO, B. V.; SANTOS, M. d. O. D.; BARBOSA, J. P.; MORAES, A. R.; SIQUEIRA, R. d. N.; DIXINI, P. V. M. Estudo das propriedades mecânicas da borracha no desempenho de sistemas de bombeamento com fluxo pulsante. In: *Anais do 76º Congresso Anual da ABM – Internacional*. São Paulo: ABM, 2023. p. 2359–2370. ISSN 2594-5327.
- LIU, Y.; XU, Z.; HUA, L.; ZHAO, X. Analysis of energy characteristic and working performance of novel controllable hydraulic accumulator with simulation and experimental methods. *Energy Conversion and Management*, Elsevier BV, v. 221, p. 113196, 10 2020. ISSN 0196-8904. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.enconman.2020.113196>>.
- MAREK, K.; EARNHART, N.; CUNEFARE, K. Model and analysis of a cylindrical in-line hydraulic suppressor with a solid compressible liner. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 333, n. 24, p. 6312–6331, 2014.
- MARTINS, P. A. L. S.; JORGE, R. M. N.; FERREIRA, A. J. M. A comparative study of several material models for prediction of hyperelastic properties: Application to silicone-rubber and soft tissues. *Strain*, v. 42, n. 3, p. 135–147, 2006. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1475-1305.2006.00257.x>>.
- MEI, C.; ZHANG, J.; JING, H. Fluid mechanics of windkessel effect. *Medical & Biological Engineering & Computing*, v. 56, p. 1–10, 01 2018.
- MELLY, S. K.; LIU, L.; LIU, Y.; LENG, J. A review on material models for isotropic hyperelasticity. *International Journal of Mechanical System Dynamics*, v. 1, n. 1, p. 71–88, 2021. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/msd2.12013>>.

MILLS, C. J.; GABE, I. T.; GAULT, J. H.; MASON, D. T.; ROSS J., J.; BRAUNWALD, E.; SHILLINGFORD, J. P. Pressure-flow relationships and vascular impedance in man. *Cardiovascular Research*, v. 4, n. 4, p. 405–417, 10 1970. ISSN 0008-6363. Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/cvr/4.4.405>>.

MORIKAWA, D. S.; ASAI, M. Coupling total lagrangian sph–eisp for fluid–structure interaction with large deformed hyperelastic solid bodies. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 381, p. 113832, 2021.

NANNINI, G.; CAIMI, A.; PALUMBO, M. C.; SAITTA, S.; GIRARDI, L. N.; GAUDINO, M.; ROMAN, M. J.; WEINSAFT, J. W.; REDAELLI, A. Aortic hemodynamics assessment prior and after valve sparing reconstruction: A patient-specific 4d flow-based fsi model. *Computers in Biology and Medicine*, Elsevier, v. 135, p. 104581, 2021.

NOLETO, L. G. *Uma abordagem Euleriana-Lagrangeana para simulação de escoamentos turbulentos com fronteiras móveis*. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, 2010.

OCHRYMIUK, T.; BANASZKIEWICZ, M.; LEMAŃSKI, M.; KOWALCZYK, T.; ZIÓŁKOWSKI, P.; ZIÓŁKOWSKI, P. J.; HYRZYŃSKI, R.; STAJNKE, M.; BRYK, M.; KRASZEWSKI, B.; KRUK-GOTZMAN, S.; FROISSART, M.; BADUR, J. Fluid solid interactions—a novelty in industrial applications. *Archives of Thermodynamics*, The Committee of Thermodynamics and Combustion of the Polish Academy of Science, p. 75–96, 2022.

OHMI, M.; IGUCHI, M. Flow pattern and frictional losses in pulsating pipe flow : Part 2, effect of pulsating frequency on the turbulent frictional losses. *Bulletin of JSME*, v. 23, n. 186, p. 2021–2028, 1980.

OHMI, M.; IGUCHI, M. Flow pattern and frictional losses in pulsating pipe flow : Part 4, general representation of turbulent frictional losses. *Bulletin of JSME*, v. 24, n. 187, p. 67–74, 1981.

OHMI, M.; IGUCHI, M. Flow pattern and frictional losses in pulsating pipe flow: part 6 frictional losses in a laminar flow. *Bulletin of JSME*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 24, n. 196, p. 1756–1763, 1981.

OHMI, M.; IGUCHI, M. Flow pattern and frictional losses in pulsating pipe flow: Part 7 wall shear stress in a turbulent flow. *Bulletin of JSME*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 24, n. 196, p. 1764–1771, 1981.

OHMI, M.; IGUCHI, M.; USUI, T. Flow pattern and frictional losses in pulsating pipe flow: Part 5, wall shear stress and flow pattern in a laminar flow. *Bulletin of JSME*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 24, n. 187, p. 75–81, 1981.

OHMI, M.; IGUCHI, M.; USUI, T.; MINAMI, H. Flow pattern and frictional losses in pulsating pipe flow : Part 1, effect of pulsating frequency on the turbulent flow pattern. *Bulletin of JSME*, v. 23, n. 186, p. 2013–2020, 1980.

OriginLab Corporation. *Origin*. 2024. <<https://www.originlab.com/index.aspx?go=PRODUCTS/Origin>>. Informações do software disponíveis em <<https://www.originlab.com/>>.

- ORTIZ-RANGEL, E.; GUERRERO-RAMÍREZ, G. V.; GARCÍA-BELTRÁN, C. D.; GUERRERO-LARA, M.; ADAM-MEDINA, M.; ASTORGA-ZARAGOZA, C. M.; REYES-REYES, J.; POSADA-GÓMEZ, R. Dynamic modeling and simulation of the human cardiovascular system with pda. *Biomedical Signal Processing and Control*, Elsevier, v. 71, p. 103151, 2022.
- ORTWIG, H. Experimental and analytical vibration analysis in fluid power systems. *International journal of solids and structures*, Elsevier, v. 42, n. 21-22, p. 5821–5830, 2005.
- PAGILLA, P.; GARIMELLA, S.; DREINHOEFER, L.; KING, E. Dynamics and control of accumulators in continuous strip processing lines. In: IEEE. *Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy (Cat. No.00CH37129)*. 2000. v. 4, p. 2647–2653. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/IAS.2000.883197>>.
- PANDE, S. D.; WANG, X.; CHRISTOV, I. C. Oscillatory flows in compliant conduits at arbitrary Womersley number. *Physical Review Fluids*, American Physical Society (APS), v. 8, n. 12, dec 20 2023. ISSN 2469-990X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/physrevfluids.8.124102>>.
- PATTERSON, R. F. 9 - silicones. In: GOODMAN, S. H. (Ed.). *Handbook of Thermoset Plastics (Second Edition)*. Second edition. Westwood, NJ: William Andrew Publishing, 1998. p. 468–497. ISBN 978-0-8155-1421-3. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780815514213500126>>.
- PEWOWARUK, R.; ROLDÁN-ALZATE, A. A distributed lumped parameter model of blood flow with fluid-structure interaction. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, Springer, v. 20, n. 5, p. 1659–1674, 2021.
- PHILPOT, T.; THOMAS, J. *Mechanics of Materials: An Integrated Learning System*. Wiley, 2016. ISBN 9781119329619. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=v0-wDAEACAAJ>>.
- PIHALE, S.; EDER, F.; KROKE, E. Thermal conductivity of filled sol-gel-derived hybrid materials. *Journal of Applied Polymer Science*, Wiley Online Library, v. 131, n. 21, 2014.
- PIROLA, S.; CHENG, Z.; JARRAL, O.; O'REGAN, D.; PEPPER, J.; ATHANASIOU, T.; XU, X. On the choice of outlet boundary conditions for patient-specific analysis of aortic flow using computational fluid dynamics. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 60, p. 15–21, 2017.
- QUAN, X.; HAN, R.; SHAO, Y.; NIU, K. Effect of hollow glass beads on density and mechanical properties of silicone rubber composites. *Journal of applied polymer science*, John Wiley and Sons, Inc, Hoboken, USA, v. 138, n. 7, p. 49865–n/a, 2021. ISSN 0021-8995.
- QUIROGA, J. L. Digital HYDRAULICS IN ELECTRIC HYBRID VEHICLES TO IMPROVE EFFICIENCY AND BATTERY USE. *Purdue University Graduate School*, Purdue University Graduate School, 2020. Disponível em: <https://hammer.purdue.edu/articles/thesis/DIGITAL_HYDRAULICS_IN_ELECTRIC_HYBRID_VEHICLES_TO_IMPROVE_EFFICIENCY_AND_BATTERY_USE/12747050/1>.

RAGHAVAN, M.; VORP, D. A. Toward a biomechanical tool to evaluate rupture potential of abdominal aortic aneurysm: identification of a finite strain constitutive model and evaluation of its applicability. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 33, n. 4, p. 475–482, 2000.

RANJAN, P.; BHOLA, M.; WRAT, G.; MISHRA, S. K.; DAS, J. Performance enhancement of hybrid hydraulic excavator using multiple hydro-pneumatic accumulators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, SAGE Publications, v. 234, n. 10, p. 1133–1149, mar 10 2020. ISSN 0959-6518. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/0959651820904274>>.

RANJAN, P.; WRAT, G.; BHOLA, M.; MISHRA, S. K.; DAS, J. A novel approach for the energy recovery and position control of a hybrid hydraulic excavator. *ISA Transactions*, Elsevier BV, v. 99, p. 387–402, 4 2020. ISSN 0019-0578. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2019.08.066>>.

RAO, S. *Mechanical Vibrations*. Prentice Hall, 2011. (Mechanical Vibrations, v. 978, Nº 0-212813). ISBN 9780132128193. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=TOpBswEACAAJ>>.

REXER, M. Foam accumulators: packaging and weight reduction for mobile applications. Deutsche Nationalbibliothek, 2020.

REYMOND, P.; CROSETTO, P.; DEPARIS, S.; QUARTERONI, A.; STERGIOPULOS, N. Physiological simulation of blood flow in the aorta: comparison of hemodynamic indices as predicted by 3-d fsi, 3-d rigid wall and 1-d models. *Medical engineering & physics*, Elsevier, v. 35, n. 6, p. 784–791, 2013.

ROMAGNUOLO, L.; FROSINA, E.; HIERONYMIS, C. R. d.; BORDINI, G.; SENATORE, A. Innovative and self-adaptive energy recovery system in hydraulic cylinders for cyclic operations. *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, v. 2893, n. 1, p. 012059, nov 1 2024. ISSN 1742-6588. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2893/1/012059>>.

ROSTAM-ALILOU, A. A.; JARRAH, H. R.; ZOLFAGHARIAN, A.; BODAGHI, M. Fluid–structure interaction (fsi) simulation for studying the impact of atherosclerosis on hemodynamics, arterial tissue remodeling, and initiation risk of intracranial aneurysms. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, Springer, p. 1–14, 2022.

SAEDNIYA, M.; TALAEITABA, S. B. Numerical modeling of elastomeric seismic isolators for determining force–displacement curve from cyclic loading. *International Journal of Advanced Structural Engineering*, Springer, v. 11, n. 3, p. 361–376, 2019.

SAGAWA, K.; LIE, R. K.; SCHAEFER, J. Translation of otto frank's paper "die grundform des arteriellen pulses" zeitschrift für biologische 37: 483-526 (1899). *Journal of molecular and cellular cardiology*, v. 22, n. 3, p. 253–254, 1990.

SANTO, G.; PEETERS, M.; PAEPEGEM, W. V.; DEGROOTE, J. Fluid–Structure Interaction Simulations of a Wind Gust Impacting on the Blades of a Large Horizontal Axis Wind Turbine. *Energies*, MDPI AG, v. 13, n. 3, p. 509, jan 21 2020. ISSN 1996-1073. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/en13030509>>.

- SANTOS, M. de Oliveira dos; RIBEIRO, D.; BARBOSA, J. P.; SIQUEIRA, R. A modified windkessel model applied in a tubular pulsation dampener analysis. In: *Proceedings of the 26th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM)*. Brazil: ABCM, 2021.
- SANTOS, M. de Oliveira dos; SILVA, L. A. S.; LOUREIRO, B. V.; RIBEIRO, D.; SIQUEIRA, R. do N. Investigating the influence of dimensionless parameters on tubular attenuator efficiency for flow pulsation reduction. *Proceedings of the 20th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering*, 2024. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:274629888>>.
- SCOTTI, C. M.; SHKOLNIK, A. D.; MULUK, S. C.; FINOL, E. A. Fluid-structure interaction in abdominal aortic aneurysms: effects of asymmetry and wall thickness. *Biomedical engineering online*, Springer, v. 4, n. 1, p. 1–22, 2005.
- SELAMET, A.; DICKEY, N.; NOVAK, J. The herschel–quincke tube: a theoretical, computational, and experimental investigation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 96, n. 5, p. 3177–3185, 1994.
- SHAHZAD, M.; KAMRAN, A.; SIDDIQUI, M. Z.; FARHAN, M. Mechanical characterization and fe modelling of a hyperelastic material. *Materials research*, SciELO Brasil, v. 18, p. 918–924, 2015.
- SHANG, X.; ZHOU, H.; YANG, H. Numerical study on a compound hydraulic pulsation attenuator based on string-fluid resonance. *Journal of Mechanical Science and Technology*, Springer, v. 34, n. 10, p. 4091–4106, 2020.
- SHI, Y.; YANG, S.; PAN, X.; LIU, Y. Effects of a bladder accumulator on pressure pulsation of urea dosing system. *IEEE Access*, IEEE, v. 7, p. 157200–157211, 2019.
- SHIRAIISHI, T.; WATAKABE, H.; NAKAMORI, N.; TABUCHI, K.; TAKAYAMA, Y.; SUGIZAKI, T. Characteristics of the Flow-Controlled Accumulator. *Nuclear Technology*, Informa UK Limited, v. 108, n. 2, p. 181–190, 11 1994. ISSN 0029-5450. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.13182/NT94-A35029>>.
- SIGÜENZA, J.; POTT, D.; MENDEZ, S.; SONNTAG, S. J.; KAUFMANN, T. A.; STEINSEIFER, U.; NICOUD, F. Fluid-structure interaction of a pulsatile flow with an aortic valve model: a combined experimental and numerical study. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, Wiley Online Library, v. 34, n. 4, p. e2945, 2018.
- STEFANINI, C.; GIORGETTI, F.; MERCURI, A.; FACCI, A.; FANELLI, P. Cylinder-lamina system fluid–structure interaction problem solved with an original openfoam code. *Journal of Computational Science*, Elsevier, v. 54, p. 101420, 2021.
- STEINER, H.; TEPPNER, R.; BRENN, G.; VANKOVA, N.; TCHOLAKOVA, S.; DENKOV, N. Numerical simulation and experimental study of emulsification in a narrow-gap homogenizer. *Chemical Engineering Science*, v. 61, n. 17, p. 5841–5855, 2006. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250906002673>>.
- STROGANOV, A.; SHESHIN, L. Improvement of heat-regenerative hydraulic accumulators. *Ventil*, v. 17, n. 4, p. 322–332, 2011.

SU, Y.; XIANG, Z.; SONG, X.; ZHENG, S.; XU, X. Design and Optimization of a New Anti-reflux Biliary Stent With Retractable Bionic Valve Based on Fluid-Structure Interaction Analysis. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, Frontiers Media SA, v. 10, mar 28 2022. ISSN 2296-4185. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3389/fbioe.2022.824207>>.

Taelman, L.; Bols, J.; Degroote, J.; Muthurangu, V.; Panzer, J.; Vierendeels, J.; Segers, P. Differential impact of local stiffening and narrowing on hemodynamics in repaired aortic coarctation: an fsi study. *Medical & biological engineering & computing*, Springer, v. 54, n. 2, p. 497–510, 2016.

Tandis, E.; Ashrafizadeh, A. A numerical study on the fluid compressibility effects in strongly coupled fluid–solid interaction problems. *Engineering with Computers*, Springer, v. 37, n. 2, p. 1205–1217, 2021.

Tatsumoto, H.; Aso, T.; Ohtsu, K.; Kawakami, Y. Development of a partitionable accumulator with pressure tolerance for the cryogenic hydrogen system at j-parc. *Physics Procedia*, Elsevier, v. 67, p. 123–128, 2015.

Thomas, B.; Sumam, K. Blood flow in human arterial system-a review. *Procedia Technology*, Elsevier, v. 24, p. 339–346, 2016.

Torregrosa, A.; Broatch, A.; Gil, A.; Moreno, D. Analysis of acoustic networks including cavities by means of a linear finite volume method. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 331, n. 20, p. 4575–4586, 2012.

Ujiie, H.; Iwata, Y. Solitonic windkessel model for intracranial aneurysm. *Brain Sciences*, MDPI, v. 12, n. 8, p. 1016, 2022.

Ven, J. D. Van de. Increasing Hydraulic Energy Storage Capacity: Flywheel-Accumulator. *International Journal of Fluid Power*, River Publishers, v. 10, n. 3, p. 41–50, 1 2009. ISSN 1439-9776. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/14399776.2009.10780987>>.

Ven, J. D. Van de; McInnis, J. A. Design and experimental results of a bench top flywheel accumulator for compact energy storage. In: CITESEER. *Proc. 52nd National Conference on Fluid Power*. [S.l.], 2011. p. 237–242.

Versteeg, H.; Malalasekera, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited, 2007. ISBN 9780131274983. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=RvBZ-UMpGzIC>>.

Wachel, J.; Price, S. Understanding how pulsation accumulators work. In: Petroleum Division, New Orleans, LA. *Proceedings of the ASME 11th Annual Energy-Sources Technology Conference*. [S.l.], 1988. v. 14, p. 23–31.

Wang, D.; Serracino-Inglott, F.; Feng, J. Numerical simulations of patient-specific models with multiple plaques in human peripheral artery: a fluid-structure interaction analysis. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, Springer, v. 20, n. 1, p. 255–265, 2021.

Wang, X. S. *Fundamentals of Fluid-Solid Interactions: Analytical and Computational Approaches*. Oxford: Elsevier Science & Technology, 2008. v. 8. (Monograph series on nonlinear science and complexity, v. 8). ISBN 9780444528070.

- WANG, Y.; SHEN, T.; TAN, C.; FU, J.; GUO, S. Research status, critical technologies, and development trends of hydraulic pressure pulsation attenuator. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, Springer, v. 34, n. 1, p. 1–17, 2021.
- WESTERHOF, N.; LANKHAAR, J.-W.; WESTERHOF, B. E. The arterial windkessel. *Medical & biological engineering & computing*, Springer, v. 47, n. 2, p. 131–141, 2009.
- WOMERSLEY, J. R. Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known. *The Journal of Physiology*, v. 127, n. 3, p. 553–563, 1955. Disponível em: <<https://physoc.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1113/jphysiol.1955.sp005276>>.
- WU, Z.; XIANG, Y.; LI, M.; IQBAL, M. Y.; XU, G. Investigation of accumulator main parameters of hydraulic excitation system. *Journal of Coastal Research*, Coastal Education and Research Foundation, v. 93, n. SI, p. 613–622, 2019.
- XIAOHUI, L.; SHUPING, C.; WEIJIE, S.; XIAOFENG, H. Analysis and design of a water pump with accumulators absorbing pressure pulsation in high-velocity water-jet propulsion system. *Journal of Marine Science and Technology*, Springer, v. 20, n. 3, p. 551–558, 2015.
- XIN, Q.; ZHANG, Y.; LI, J. Study on flow dynamic characteristic of bladder pressure pulsation attenuator based on dynamic mesh technology. *Journal of Vibroengineering*, JVE International Ltd., v. 23, n. 4, p. 1011–1023, 2021.
- XU, D.-X.; SUN, Y.-H.; LIU, Y.-S.; WEI, L.-J. Analysis of noise reduction of valve-controlled hydraulic system for accumulator filling. In: IEEE. *2019 IEEE 8th International Conference on Fluid Power and Mechatronics (FPM)*. [S.l.], 2019. p. 722–729.
- XU, M.; SELAMET, A.; KIM, H. Dual helmholtz resonator. *Applied Acoustics*, Elsevier, v. 71, n. 9, p. 822–829, 2010.
- XU, M.; ZHANG, J.; SUN, S.; CHEN, G. Analysis of accumulator effect on the suppression of fluid pulsation. In: IEEE. *2018 2nd IEEE Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC)*. [S.l.], 2018. p. 980–983.
- YAMASHITA, Y.; UEMATSU, H.; TANOUE, S. Calculation of strain energy density function using ogden model and mooney–rivlin model based on biaxial elongation experiments of silicone rubber. *Polymers*, MDPI, v. 15, n. 10, p. 2266, 2023.
- YANG, F.; DENG, B. Filtering performance and optimization of double-chamber compound hydraulic attenuators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 232, n. 18, p. 3250–3262, 2018.
- YEOH, O. H. Some forms of the strain energy function for rubber. *Rubber Chemistry and technology*, v. 66, n. 5, p. 754–771, 1993.
- YOKOTA, S.; SOMADA, H.; YAMAGUCHI, H. Study on an Active Accumulator. Active Control of High-Frequency Pulsation of Flow Rate in Hydraulic Systems. *TRANSACTIONS OF THE JAPAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS Series*

B, Japan Society of Mechanical Engineers, v. 60, n. 570, p. 484–490, 1994. ISSN 0387-5016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1299/KIKAIB.60.484>>.

YUAN, J.; JIANG, H.; FANG, Z.-y.; WANG, T.-s.; LUO, Z.; JIANG, F.-x.; YIN, G.-h. Design and Characteristic Analysis of a New Type of Hydraulic Pulsation Suppressor. *E3S Web of Conferences*, EDP Sciences, v. 293, p. 02028, 2021. ISSN 2267-1242. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1051/e3sconf/202129302028>>.

ZHAO, B.; MOHANTY, K. K. Effect of wettability on immiscible viscous fingering in porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier BV, v. 174, p. 738–746, mar. 2019.

ZHAO, D.; GE, W.; MO, X.; DONG, D.; SUN, Y. Design and Optimization of a Constant Pressure Hydraulic Accumulator Using a Cam Mechanism. In: _____. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. Springer International Publishing, 2018. p. 898–907. ISBN 9783030002138. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-00214-5_111>.

ZHU, H.; SUN, Q.; TAO, J.; SUN, H.; CHEN, Z.; ZENG, X.; SOULAT, D. Fluid-structure interaction simulation for performance prediction and design optimization of parafoils. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Informa UK Limited, v. 17, n. 1, mar 27 2023. ISSN 1994-2060. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/19942060.2023.2194359>>.

ZHU, Q.; ZHANG, Y.; ZHU, D. Study on dynamic characteristics of the bladder fluid pulsation attenuator based on dynamic mesh technology. *Journal of Mechanical Science and Technology*, Springer, v. 33, n. 3, p. 1159–1168, 2019.

ZIENKIEWICZ, O.; TAYLOR, R.; ZHU, J. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Elsevier Science, 2005. ISBN 9780080472775. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=YocoaH8lnx8C>>.

ZUTI, Z.; SHUPING, C.; HUAWEI, W.; XIAOHUI, L.; JIA, D.; YUQUAN, Z. The approach on reducing the pressure pulsation and vibration of seawater piston pump through integrating a group of accumulators. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 173, p. 319–330, 2019.

A Solução completa do modelo *Windkessel* de três elementos.

O desenvolvimento da solução apresentada nesta seção baseia-se em algumas considerações fundamentais que devem ser explicitadas:

- o fluido possui comportamento newtoniano;
- o escoamento é isotérmico e incompressível;
- o escoamento ocorre em regime laminar;
- os elementos do sistema hidráulico possuem coeficientes de perda da carga constantes;
- na faixa de deformação a qual o material do atenuador está submetido, o comportamento tensão-deformação pode ser considerado linear;
- a pressão atuante no atenuador é uniforme sobre toda a superfície deformável;
- efeitos não-lineares na mudança de volume do atenuador devido a pressão que sejam relacionados à geometria e condições de contorno são negligenciados;
- a frequência adimensional ω' , definida pela Equação 2.28, associada a componente da onda analisada, é menor que o 1,74.

As considerações acima são necessárias para se estabelecer que, neste modelo simplificado, as características atribuídas ao sistema hidráulico, resistência ao escoamento R e a inertância L , bem como a complacência do atenuador C , sejam constantes. O modelo *Windkessel* de três elementos é representado matematicamente pela Equação 2.4, novamente apresentada a seguir:

$$Q_P(t) + \frac{L}{R} \frac{dQ_P(t)}{dt} = \frac{p(t)}{R} + C \frac{dp(t)}{dt} + \frac{LC}{R} \frac{d^2p(t)}{dt^2} \quad (\text{A.1})$$

em que $Q(t)$ é a vazão à jusante do atenuador, $p(t)$ é a pressão imediatamente à jusante do atenuador e t é o tempo.

Aplicando a transformada de Laplace, definida como $\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{t=0}^{\infty} f(t)e^{-st} dt = F(s)$, recordando-se das propriedades lineares deste operador e sabendo que a transformada inversa $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$, tem-se que:

$$\mathcal{L}\{Q(t)\} = \mathcal{L} \left\{ \frac{p(t)}{R} + C \frac{dp(t)}{dt} + \frac{LC}{R} \frac{d^2p(t)}{dt^2} - \frac{L}{R} \frac{dQ(t)}{dt} \right\} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathcal{L}\{Q(t)\} = \mathcal{L}\left\{\frac{p(t)}{R}\right\} + \mathcal{L}\left\{C\frac{dp(t)}{dt}\right\} + \mathcal{L}\left\{\frac{LC}{R}\frac{d^2p(t)}{dt^2}\right\} - \mathcal{L}\left\{\frac{L}{R}\frac{Q(t)}{dt}\right\} \quad (\text{A.3})$$

$$\mathcal{L}\{Q(t)\} + \mathcal{L}\left\{\frac{L}{R}\frac{Q(t)}{dt}\right\} = \mathcal{L}\left\{\frac{p(t)}{R}\right\} + \mathcal{L}\left\{C\frac{dp(t)}{dt}\right\} + \mathcal{L}\left\{\frac{LC}{R}\frac{d^2p(t)}{dt^2}\right\} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{Q(t)\} + \frac{L}{R}(s\mathcal{L}\{Q(t)\} - Q(0)) &= \frac{1}{R}\mathcal{L}\{p(t)\} \\ &+ C(s\mathcal{L}\{p(t)\} - p(0)) + \frac{LC}{R}(s^2\mathcal{L}\{p(t)\} - sp(0) - p'(0)) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{L}{R}s\right)\mathcal{L}\{Q(t)\} - \frac{L}{R}Q(0) &= \left(\frac{1}{R} + Cs + \frac{LC}{R}s^2\right)\mathcal{L}\{p(t)\} \\ &- Cp(0) - \frac{LC}{R}sp(0) - \frac{LC}{R}p'(0) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{L}{R}s\right)\mathcal{L}\{Q(t)\} &= \left(\frac{1}{R} + Cs + \frac{LC}{R}s^2\right)\mathcal{L}\{p(t)\} \\ &- \left(C + \frac{LC}{R}s\right)p(0) - \frac{LC}{R}p'(0) + \frac{L}{R}Q(0) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} (R + Ls)\mathcal{L}\{Q(t)\} &= (1 + RCs + LCs^2)\mathcal{L}\{p(t)\} \\ &- C(R + Ls)p(0) - Lp'(0) + LQ(0) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

em que $p(0)$ e $Q(0)$ são as condições iniciais de pressão e vazão, respectivamente e $p'(0)$ é a condição inicial para a primeira derivada temporal da pressão. A função de transferência $H(s)$ entre a pressão e vazão pode ser obtida a partir da Equação A.8, fazendo-se a razão entre $\mathcal{L}\{p(t)\}$ e $\mathcal{L}\{Q(t)\}$, com condições iniciais nulas ($p(0) = 0$, $p'(0) = 0$ e $Q(0) = 0$):

$$\frac{\mathcal{L}\{p(t)\}}{\mathcal{L}\{Q(t)\}} = H(s) = \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1}. \quad (\text{A.9})$$

A partir da análise da Equação A.9, pode-se afirmar os seguintes aspectos:

- os polos (raízes do denominador de uma função de transferência $H(s)$) da Equação A.9, são iguais a $s_1 = \frac{-RC + \sqrt{(RC)^2 - 4LC}}{2LC}$ e $s_2 = \frac{-RC - \sqrt{(RC)^2 - 4LC}}{2LC}$; ambos valores possuem a parte real negativa (uma vez que $|RC| > |\sqrt{(RC)^2 - 4LC}|$), o que indica que o sistema é estável em todas as frequências;
- naturalmente, o ganho de $H(s)$ (obtido fazendo-se $s = 0$) é igual a resistência o escoamento R , uma vez que este valor representa a razão entre o sinal de pressão e o sinal de vazão em condições não oscilatórias;

- o valor de s que faz $H(s) = 0$ é $-\frac{R}{L}$, representando a frequência do sinal de entrada (vazão) na qual o sinal de saída (pressão) se anula; como essa frequência negativa não é fisicamente possível, esse resultado indica que não existe condição oscilatória da vazão na qual o sinal de pressão se anula;

Desse modo, a partir da definição do sinal de vazão e as condições iniciais adequadas, a solução completa para o sinal de pressão em função do tempo se apresenta como:

$$p(t) = \mathcal{L}^{-1} \{H(s)\mathcal{L}\{Q(t)\} + H_0(s)\} = \mathcal{L}^{-1} \{H(s)\mathcal{L}\{Q(t)\}\} + \mathcal{L}^{-1} \{H_0(s)\} \quad (\text{A.10})$$

$$H_0(s) = \frac{1}{1 + RCs + LCs^2} (C(R + Ls)p(0) + LCp'(0) - LQ(0)) \quad (\text{A.11})$$

em que $H_0(s)$ é termo da solução relacionado com as condições iniciais. Este termo apresenta característica transitória sobre a solução, ou seja, sua influência é percebida apenas nos instantes iniciais do funcionamento do sistema. O aspecto matemático relacionado a este comportamento é a presença de termos do tipo $e^{S_n t}$ quando a solução é apresentada no domínio do tempo, nos quais S_n é uma constante complexa com a componente real negativa, fazendo com que termos multiplicados por $e^{S_n t}$ tendam a zero a medida que t aumenta.

A vazão fornecida pela bomba, à montante do atenuador, pode ser definida na forma de uma série harmônica com numero de termos k suficientes para representar a vazão real do sistema modelado:

$$Q(t) = Q_{ta} + \sum_{n=1}^k (a_n \sin(n\omega t) + b_n \cos(n\omega t)) \quad (\text{A.12})$$

em que Q_{ta} é a média temporal da vazão, a_n e b_n são coeficientes definidos pelas Equações 2.8 e 2.9, respectivamente, que podem dar origem a amplitude Q_n e o ângulo de fase ϕ_n da componente n , de acordo com as Equações 2.11 e 2.10. No domínio s da transformada de Laplace tem-se a vazão como:

$$\mathcal{L}\{Q(t)\} = \frac{Q_{ta}}{s} + \sum_{n=1}^k \left(\frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} a_n + \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} b_n \right). \quad (\text{A.13})$$

Devido extensão ampla da solução, serão trabalhados os termos separadamente. O primeiro termo avaliado é o produto $\mathcal{L}\{Q(t)\}H(s)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{Q(t)\}H(s) &= \frac{Q_{ta}}{s} \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \\ &+ \sum_{n=1}^k \left(\frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} a_n + \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} b_n \right) \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Avalia-se então as transformadas inversas $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$ para retornar ao domínio do tempo. Tabelas de correspondências entre $F(s)$ e $f(t)$ como a presente no

Apêndice E de Rao (2011) são úteis para tanto. Tem-se a primeira parcela da Equação A.14 como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Q_{ta}}{s} \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \right\} &= Q_{ta} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{L}{CL} \frac{s + \frac{R}{L}}{s(s - s_1)(s - s_2)} \right\} \\ &= \frac{Q_{ta}}{C} \left(\frac{\frac{R}{L}}{s_1 s_2} + \frac{(\frac{R}{L} + s_1)e^{s_1 t}}{s_1(s_1 - s_2)} + \frac{(\frac{R}{L} + s_2)e^{s_2 t}}{s_2(s_2 - s_1)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$s_1 = \frac{-RC + \sqrt{(RC)^2 - 4LC}}{2LC} \quad (\text{A.16})$$

$$s_2 = \frac{-RC - \sqrt{(RC)^2 - 4LC}}{2LC} \quad (\text{A.17})$$

Como já destacado, s_1 e s_2 possuem componentes reais negativas, o que leva aos dois últimos termos da Equação A.15 tenderem a zero ao longo do tempo, fazendo com que a componente permanente desta equação se reduza a:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Q_{ta}}{s} \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \right\}_{\text{permanente}} = \frac{Q_{ta}}{C} \frac{R}{Ls_1 s_2} \quad (\text{A.18})$$

$$s_1 s_2 = \frac{1}{CL} \quad (\text{A.19})$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Q_{ta}}{s} \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \right\}_{\text{permanente}} = \frac{Q_{ta}}{C} \frac{R}{L \frac{1}{CL}} = Q_{ta} R = p_{ta} \quad (\text{A.20})$$

em que p_{ta} é o valor da média temporal do sinal de pressão.

A segunda parcela da Equação A.14 desenvolve-se a seguir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \sum_{n=1}^k \left(\frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} a_n + \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} b_n \right) \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \right\} \\ = \sum_{n=1}^k \left(\mathcal{L}^{-1} \left\{ b_n \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \right\} \right. \\ \left. + \mathcal{L}^{-1} \left\{ a_n \frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \right\} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Desenvolvendo cada termo de transformada inversa no interior do somatório da

Equação A.21:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}^{-1} \left\{ b_n \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \right\} \\
 &= b_n \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Rs + Ls^2}{(s + s_3)(s + s_4)CL(s - s_1)(s - s_2)} \right\} \\
 &= \frac{b_n}{CL} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{A}{s + s_3} + \frac{B}{s + s_4} + \frac{C}{s - s_1} + \frac{D}{s - s_2} \right\} \\
 &= \frac{b_n}{CL} \left(\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{A}{s + s_3} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{B}{s + s_4} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{C}{s - s_1} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{D}{s - s_2} \right\} \right) \\
 &= \frac{b_n}{CL} \left(Ae^{-s_3t} + Be^{-s_4t} + Ce^{s_1t} + De^{s_2t} \right) \quad (\text{A.22})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}^{-1} \left\{ a_n \frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \right\} \\
 &= a_n \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{n\omega R + n\omega Ls}{(s + s_3)(s + s_4)CL(s - s_1)(s - s_2)} \right\} \\
 &= \frac{a_n}{CL} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{E}{s + s_3} + \frac{F}{s + s_4} + \frac{G}{s - s_1} + \frac{H}{s - s_2} \right\} \\
 &= \frac{a_n}{CL} \left(\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{E}{s + s_3} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{F}{s + s_4} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G}{s - s_1} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{H}{s - s_2} \right\} \right) \\
 &= \frac{a_n}{CL} \left(Ee^{-s_3t} + Fe^{-s_4t} + Ge^{s_1t} + He^{s_2t} \right) \quad (\text{A.23})
 \end{aligned}$$

$$s_3 = i(n\omega) \quad (\text{A.24})$$

$$s_4 = -i(n\omega) \quad (\text{A.25})$$

$$A = \frac{Rs_3 - Ls_3^2}{(s_3 - s_4)(s_3 + s_1)(s_3 + s_2)} \quad (\text{A.26})$$

$$B = \frac{Rs_4 - Ls_4^2}{(s_4 - s_3)(s_4 + s_1)(s_4 + s_2)} \quad (\text{A.27})$$

$$C = \frac{Rs_1 + Ls_1^2}{(s_1 - s_2)(s_3 + s_1)(s_4 + s_1)} \quad (\text{A.28})$$

$$D = \frac{Rs_2 + Ls_2^2}{(s_2 - s_1)(s_3 + s_2)(s_4 + s_2)} \quad (\text{A.29})$$

$$E = \frac{n\omega(R - Ls_3)}{(s_4 - s_3)(s_3 + s_1)(s_3 + s_2)} \quad (\text{A.30})$$

$$F = \frac{n\omega(R - Ls_4)}{(s_3 - s_4)(s_4 + s_1)(s_4 + s_2)} \quad (\text{A.31})$$

$$G = \frac{n\omega(R - Ls_1)}{(s_1 - s_2)(s_3 + s_1)(s_4 + s_1)} \quad (\text{A.32})$$

$$H = \frac{n\omega(R - Ls_2)}{(s_2 - s_1)(s_3 + s_2)(s_4 + s_2)}. \quad (\text{A.33})$$

Os termos Ce^{s_1t} , De^{s_2t} , Ge^{s_1t} e He^{s_2t} são termos transitórios, pois recorda-se que s_1 e s_2 possuem parte real negativa, que faz com que e^{s_1t} e e^{s_2t} sejam termos oscilatórios (devido as partes imaginárias de s_1 e s_2) que tendem a 0 a medida que o t aumenta. Considerando-se apenas os termos oscilatórios que não são transitórios, e após substituição das constantes definidas desde a Equação A.24 até Equação A.33 e simplificação dos termos, tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(\mathcal{L}^{-1} \left\{ \sum_{n=1}^k \left(\frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} b_n + \frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} a_n \right) \frac{R + Ls}{LCs^2 + RCs + 1} \right\} \right)_{\text{permanente}} \\ &= \sum_{n=1}^k \left(\frac{b_n}{CL} (Ae^{-s_3t} + Be^{-s_4t}) + \frac{a_n}{CL} (Ee^{-s_3t} + Fe^{-s_4t}) \right) \\ &= \sum_{n=1}^k \left(\frac{b_n \sin(n\omega t) - a_n \cos(n\omega t)}{n\omega C} \right. \\ &+ \left. \frac{(a_n n\omega CR + b_n((n\omega)^2 CL - 1)) \sin(n\omega t) + (b_n n\omega CR + a_n(1 - (n\omega)^2 CL)) \cos(n\omega t)}{(n\omega)^3 C^3 R^2 + (n\omega)^5 C^3 L^2 - 2(n\omega)^3 C^2 L + n\omega C} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Avalia-se agora o termo $\mathcal{L}^{-1} \{H_0(s)\}$ da Equação A.10:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \{H_0(s)\} &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{1 + RCs + LCs^2} (C(R + Ls)p(0) + L Cp'(0) - LQ(0)) \right\} \\ &= \frac{CLp(0)}{LC} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\frac{R}{L} + s}{(s - s_1)(s - s_2)} \right\} + \left(\frac{CLp'(0)}{LC} - \frac{LQ(0)}{LC} \right) \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} \right\} \\ &= p(0) \frac{\left(\frac{R}{L} + s_1\right) e^{s_1t} - \left(\frac{R}{L} + s_2\right) e^{s_2t}}{s_1 - s_2} + \left(p'(0) - \frac{Q(0)}{C} \right) \frac{e^{s_1t} - e^{s_2t}}{s_1 - s_2}. \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Percebe-se que todos os termos de $\mathcal{L}^{-1} \{H_0(s)\}$ estão multiplicados por e^{s_1t} ou e^{s_2t} , fazendo com que esta parte da solução seja também transitória, com influência sobre o comportamento do sistema apenas nos instantes iniciais.

Por fim, assumindo a forma da vazão dada pela Equação A.12, são reunidos todos

os termos da solução para $p(t)$:

$$\begin{aligned}
p(t) = & \frac{Q_{ta}}{C} \left(\frac{R}{s_1 s_2} + \frac{(\frac{R}{L} + s_1) e^{s_1 t}}{s_1 (s_1 - s_2)} + \frac{(\frac{R}{L} + s_2) e^{s_2 t}}{s_2 (s_2 - s_1)} \right) \\
& + \sum_{n=1}^k \left(\frac{b_n}{CL} (A e^{-s_3 t} + B e^{-s_4 t} + C e^{s_1 t} + D e^{s_2 t}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{a_n}{CL} (E e^{-s_3 t} + F e^{-s_4 t} + G e^{s_1 t} + H e^{s_2 t}) \right) \\
& + p(0) \frac{(\frac{R}{L} + s_1) e^{s_1 t} - (\frac{R}{L} + s_2) e^{s_2 t}}{s_1 - s_2} + \left(p'(0) - \frac{Q(0)}{C} \right) \frac{e^{s_1 t} - e^{s_2 t}}{s_1 - s_2}. \quad (\text{A.36})
\end{aligned}$$

Fazendo-se $t \rightarrow \infty$, elimina-se da solução componentes transitórias, que não são relevantes na análise do comportamento harmônico do sistema. Pode-se então definir a resposta estável $p(t)_\infty$ como:

$$\begin{aligned}
p(t)_\infty = & Q_{ta} R + \sum_{n=1}^k \left(\frac{b_n \sin(n\omega t) - a_n \cos(n\omega t)}{n\omega C} \right. \\
& \left. + \frac{(a_n n\omega C R + b_n ((n\omega)^2 C L - 1)) \sin(n\omega t) + (b_n n\omega C R + a_n (1 - (n\omega)^2 C L)) \cos(n\omega t)}{(n\omega)^3 C^3 R^2 + (n\omega)^5 C^3 L^2 - 2(n\omega)^3 C^2 L + n\omega C} \right). \quad (\text{A.37})
\end{aligned}$$

B Solução completa do modelo *Windkessel* generalizado para escoamento pulsátil laminar.

O desenvolvimento da solução apresentada nesta seção baseia-se nas seguintes considerações :

- o fluido possui comportamento newtoniano;
- o escoamento é isotérmico e incompressível;
- o escoamento ocorre em regime laminar;
- os elementos do sistema hidráulico possuem coeficientes de perda da carga constantes;
- na faixa de deformação a qual o material do atenuador esta submetido, o comportamento tensão-deformação pode ser considerado linear;
- efeitos não-lineares na mudança de volume do atenuador devido a pressão que sejam relacionados à geometria e condições de contorno são negligenciados.

O modelo *Windkessel* geral para escoamento pulsátil laminar é representado matematicamente pela Equação 2.66, novamente apresentada a seguir:

$$Q(t) = CL_e \left(\left(\frac{\mu}{D} + \frac{32\mu^2 \xi_1(\sqrt{\omega'})}{D^3 \rho \omega} \right) \frac{d^2 Re(t)}{dt^2} + \frac{32\mu^2}{D^3 \rho} \eta_1(\sqrt{\omega'}) \frac{dRe(t)}{dt} \right) + \frac{\pi D \mu}{4\rho} Re(t). \quad (\text{B.1})$$

em que $Q(t)$ é a vazão à jusante do atenuador, $Re(t)$ é o número de Reynolds instantâneo obtido a partir da vazão a montante $Q_R(t)$ do atenuador (Equação 2.58), C é a complacência do atenuador (Equação 2.37 ou 2.37), D é o diâmetro característico do sistema hidráulico, L_e é o comprimento equivalente do sistema hidráulico, ρ é a massa específica do fluido transportado, μ é a viscosidade dinâmica do fluido transportado, $\eta_1(\sqrt{\omega'})$ (Equação 2.62) e $\xi_1(\sqrt{\omega'})$ (Equação 2.63) são funções da frequência adimensional ω' (Equação 2.28), t é o tempo.

Aplicando a transformada de Laplace, definida como $\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{t=0}^{\infty} f(t)e^{-st} dt = F(s)$, recordando-se das propriedades lineares deste operador e sabendo que a transformada inversa $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$, tem-se que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{Q(t)\} = CL_e \left(\frac{\mu}{D} + \frac{32\mu^2 \xi_1(\sqrt{\omega'})}{D^3 \rho \omega} \right) & \left(-Re'(0) - sRe(0) + s^2 \mathcal{L}\{Re(t)\} \right) \\ & + CL_e \frac{32\mu^2}{D^3 \rho} \eta_1(\sqrt{\omega'}) \left(-Re(0) + s \mathcal{L}\{Re(t)\} \right) + \frac{\pi D \mu}{4\rho} \mathcal{L}\{Re(t)\} \quad (\text{B.2}) \end{aligned}$$

em que $Re(0)$ é a condição inicial de $Re(t)$ e $Re'(0)$ é a condição inicial para a primeira derivada temporal de $Re(t)$. A função de transferência $H(s)$ entre $Re(t)$ e $Q(t)$ pode ser obtida fazendo-se a razão entre $\mathcal{L}\{Re(t)\}$ e $\mathcal{L}\{Q(t)\}$, com condições iniciais nulas ($Re(0) = 0$ e $Re'(0) = 0$):

$$H(s) = \frac{1}{CL_e \left(\frac{\mu}{D} + \frac{32\mu^2 \xi_1(\sqrt{\omega'})}{D^3\rho \omega} \right) s^2 + CL_e \frac{32\mu^2}{D^3\rho} \eta_1(\sqrt{\omega'}) s + \frac{\pi D \mu}{4\rho}} \quad (\text{B.3})$$

sendo estas as principais características desta função de transferência:

- não existe valor de s que faz a Equação B.3 igual a zero, indicando que não existe condição oscilatória da vazão de entrada na qual a vazão de saída se anula; mesmo sendo um resultado óbvio, reforça a consistência física deste modelo matemático;
- naturalmente, em condições não oscilatórias (fazendo-se $s = 0$), o ganho (razão entre o sinal de saída e o sinal de entrada em uma função de transferência) da Equação B.3 é igual a constante $\frac{4\rho}{\pi D \mu}$;
- verifica-se que as raízes do denominador da Equação B.3 possuem parte real negativa, semelhante as raízes do denominador da Equação A.9, o que implica que o sistema é estável para todas as frequências fisicamente possíveis.

Desse modo, a partir da definição do sinal de vazão e as condições iniciais adequadas, a solução completa para $Re(t)$ se apresenta como:

$$Re(t) = \mathcal{L}^{-1} \{ H(s) \mathcal{L}\{Q(t)\} + H_0(s) \} = \mathcal{L}^{-1} \{ H(s) \mathcal{L}\{Q(t)\} \} + \mathcal{L}^{-1} \{ H_0(s) \} \quad (\text{B.4})$$

$$H_0(s) = \frac{k_1 Re'(0) + k_1 Re(0) s + k_2 Re(0)}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \quad (\text{B.5})$$

$$k_1 = CL_e \left(\frac{\mu}{D} + \frac{32\mu^2 \xi_1(\sqrt{\omega'})}{D^3\rho \omega} \right) \quad (\text{B.6})$$

$$k_2 = CL_e \frac{32\mu^2}{D^3\rho} \eta_1(\sqrt{\omega'}) \quad (\text{B.7})$$

$$k_3 = \frac{\pi D \mu}{4\rho} \quad (\text{B.8})$$

em que $H_0(s)$ é termo da solução relacionado com as condições iniciais e k_1 , k_2 e k_3 são as constantes reunidas.

A vazão fornecida pela bomba, à montante do atenuador, pode ser definida na forma de uma série harmônica com número de termos k suficientes para representar a

vazão real do sistema modelado:

$$Q(t) = Q_{ta} + \sum_{n=1}^k (a_n \sin(n\omega t) + b_n \cos(n\omega t)) \quad (\text{B.9})$$

em que Q_{ta} é a média temporal da vazão, a_n e b_n são coeficientes definidos pelas Equações 2.8 e 2.9, respectivamente, que podem dar origem a amplitude Q_n e o ângulo de fase ϕ_n da componente n , de acordo com as Equações 2.11 e 2.10. No domínio s da transformada de Laplace tem-se a vazão como:

$$\mathcal{L}\{Q(t)\} = \frac{Q_{ta}}{s} + \sum_{n=1}^k \left(\frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} a_n + \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} b_n \right). \quad (\text{B.10})$$

Devido extensão ampla da solução, serão trabalhados os termos separadamente. O primeiro termo avaliado é o produto $\mathcal{L}\{Q(t)\}H(s)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{Q(t)\}H(s) &= \frac{Q_{ta}}{s} \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \\ &+ \sum_{n=1}^k \left(\frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} a_n + \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} b_n \right) \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3}. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Avalia-se então as transformadas inversas $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$ para retornar ao domínio do tempo. Tem-se a primeira parcela da Equação B.11 como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Q_{ta}}{s} \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} &= Q_{ta} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{k_1 s(s - s_1)(s - s_2)} \right\} \\ &= \frac{Q_{ta}}{k_1} \left(\frac{1}{s_1 s_2} + \frac{e^{s_1 t}}{s_1(s_1 - s_2)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2(s_2 - s_1)} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$s_1 = \frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 - 4k_1 k_3}}{2k_1} \quad (\text{B.13})$$

$$s_2 = \frac{-k_2 - \sqrt{k_2^2 - 4k_1 k_3}}{2k_1}. \quad (\text{B.14})$$

As constantes s_1 e s_2 possuem componentes reais negativas, o que leva aos dois últimos termos da Equação B.12 tenderem a zero ao longo do tempo, fazendo com que a componente permanente desta equação se reduza a:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Q_{ta}}{s} \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\}_{\text{permanente}} = \frac{Q_{ta}}{k_1} \frac{1}{s_1 s_2} \quad (\text{B.15})$$

$$s_1 s_2 = \frac{k_3}{k_1} \quad (\text{B.16})$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Q_{ta}}{s} \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\}_{\text{permanente}} = \frac{Q_{ta}}{k_3} = \frac{4Q_{ta}}{\pi D \nu} = Re_{ta} \quad (\text{B.17})$$

em que Re_{ta} é o valor da média temporal do número de Reynolds.

A segunda parcela da Equação B.11 é desenvolvida a seguir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \sum_{n=1}^k \left(\frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} a_n + \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} b_n \right) \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} \\ = \sum_{n=1}^k \left(\mathcal{L}^{-1} \left\{ a_n \frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} \right. \\ \left. + \mathcal{L}^{-1} \left\{ b_n \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} \right). \quad (\text{B.18}) \end{aligned}$$

Desenvolvendo-se cada termo no interior do somatório da Equação B.18:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ a_n \frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} &= a_n \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{n\omega}{(s + s_3)(s + s_4)k_1(s - s_1)(s - s_2)} \right\} \\ &= \frac{a_n}{k_1} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{A}{(s + s_3)} + \frac{B}{(s + s_4)} + \frac{C}{(s - s_1)} + \frac{D}{(s - s_2)} \right\} \\ &= \frac{a_n}{k_1} \left(\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{A}{(s + s_3)} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{B}{(s + s_4)} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{C}{(s - s_1)} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{D}{(s - s_2)} \right\} \right) \\ &= \frac{a_n}{k_1} \left(A e^{-s_3 t} + B e^{-s_4 t} + C e^{s_1 t} + D e^{s_2 t} \right) \quad (\text{B.19}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ b_n \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} &= b_n \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{(s + s_3)(s + s_4)k_1(s - s_1)(s - s_2)} \right\} \\ &= \frac{b_n}{k_1} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{E}{(s + s_3)} + \frac{F}{(s + s_4)} + \frac{G}{(s - s_1)} + \frac{H}{(s - s_2)} \right\} \\ &= \frac{b_n}{k_1} \left(\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{E}{(s + s_3)} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{F}{(s + s_4)} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G}{(s - s_1)} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{H}{(s - s_2)} \right\} \right) \\ &= \frac{b_n}{k_1} \left(E e^{-s_3 t} + F e^{-s_4 t} + G e^{s_1 t} + H e^{s_2 t} \right) \quad (\text{B.20}) \end{aligned}$$

$$A = \frac{n\omega}{(s_3 + s_1)(s_3 + s_2)(s_4 - s_3)} \quad (\text{B.21})$$

$$B = \frac{-n\omega}{(s_4 - s_3)(s_4 + s_1)(s_4 + s_2)} \quad (\text{B.22})$$

$$C = \frac{-n\omega}{(s_2 - s_1)(s_3 + s_1)(s_4 + s_1)} \quad (\text{B.23})$$

$$D = \frac{n\omega}{(s_2 - s_1)(s_3 + s_2)(s_4 + s_2)} \quad (\text{B.24})$$

$$E = \frac{-s_3}{(s_3 + s_1)(s_3 + s_2)(s_4 - s_3)} \quad (\text{B.25})$$

$$F = \frac{s_4}{(s_4 - s_3)(s_4 + s_1)(s_4 + s_2)} \quad (\text{B.26})$$

$$G = \frac{-s_1}{(s_2 - s_1)(s_3 + s_1)(s_4 + s_1)} \quad (\text{B.27})$$

$$H = \frac{s_2}{(s_2 - s_1)(s_3 + s_2)(s_4 + s_2)} \quad (\text{B.28})$$

$$s_3 = i(n\omega) \quad (\text{B.29})$$

$$s_4 = -i(n\omega). \quad (\text{B.30})$$

Os termos Ce^{s_1t} , De^{s_2t} , Ge^{s_1t} e He^{s_2t} são termos transitórios, pois recorda-se que s_1 e s_2 possuem parte real negativa, que faz com que e^{s_1t} e e^{s_2t} sejam termos oscilatórios (devido as partes imaginárias de s_1 e s_2) que tendem a 0 a medida que o t aumenta. Considerando-se apenas os termos oscilatórios que não são transitórios, e após substituição das constantes definidas desde a Equação B.21 até Equação B.30 e simplificação dos termos, tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(\mathcal{L}^{-1} \left\{ \sum_{n=1}^k \left(\frac{n\omega}{s^2 + (n\omega)^2} a_n + \frac{s}{s^2 + (n\omega)^2} b_n \right) \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} \right)_{\text{permanente}} \\ &= \sum_{n=1}^k \left(\frac{a_n}{k_1} (Ae^{-s_3t} + Be^{-s_4t}) + \frac{b_n}{k_1} (Ee^{-s_3t} + Fe^{-s_4t}) \right) \\ &= \sum_{n=1}^k \left(a_n \frac{(k_3 - k_1(n\omega)^2) \sin(n\omega t) - k_2 n\omega \cos(n\omega t)}{k_1^2(n\omega)^4 + (k_2^2 - 2k_1k_3)(n\omega)^2 + k_3^2} \right. \\ & \quad \left. + b_n \frac{(k_3 - k_1(n\omega)^2) \cos(n\omega t) - k_2 n\omega \sin(n\omega t)}{k_1^2(n\omega)^4 + (k_2^2 - 2k_1k_3)(n\omega)^2 + k_3^2} \right) \\ &= \sum_{n=1}^k \left(\frac{(a_n k_3 + b_n k_2 n\omega - a_n k_1 (n\omega)^2) \sin(n\omega t) + (b_n k_3 - a_n k_2 n\omega - b_n k_1 (n\omega)^2) \cos(n\omega t)}{k_1^2(n\omega)^4 + (k_2^2 - 2k_1k_3)(n\omega)^2 + k_3^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

Avalia-se agora o termo $\mathcal{L}^{-1} \{H_0(s)\}$ da Equação B.4:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \{H_0(s)\} &= k_1 Re'(0) \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} + k_1 Re(0) \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} \\ &+ k_2 Re(0) \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \right\} = k_1 Re'(0) \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{k_1 (s - s_1)(s - s_2)} \right\} \\ &+ k_1 Re(0) \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{k_1 (s - s_1)(s - s_2)} \right\} + k_2 Re(0) \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{k_1 (s - s_1)(s - s_2)} \right\} \\ &= Re'(0) \frac{e^{s_1t} - e^{s_2t}}{s_1 - s_2} + Re(0) \frac{s_1 e^{s_1t} - s_2 e^{s_2t}}{s_1 - s_2} + Re(0) \frac{k_2}{k_1} \frac{e^{s_1t} - e^{s_2t}}{s_1 - s_2} \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

Percebe-se que todos os termos de $\mathcal{L}^{-1}\{H_0(s)\}$ estão multiplicados por $e^{s_1 t}$ ou $e^{s_2 t}$, fazendo com que esta parte da solução seja também transitória, com influência sobre o comportamento do sistema apenas nos instantes iniciais.

Por fim, são reunidos todos os termos da solução para $Re(t)$:

$$\begin{aligned}
 Re(t) = & \frac{Q_{ta}}{k_1} \left(\frac{1}{s_1 s_2} + \frac{e^{s_1 t}}{s_1(s_1 - s_2)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2(s_2 - s_1)} \right) \\
 & + \sum_{n=1}^k \left(\frac{a_n}{k_1} (Ae^{-s_3 t} + Be^{-s_4 t} + Ce^{s_1 t} + De^{s_2 t}) + \frac{b_n}{k_1} (Ee^{-s_3 t} + Fe^{-s_4 t} + Ge^{s_1 t} + He^{s_2 t}) \right) \\
 & + Re'(0) \frac{e^{s_1 t} - e^{s_2 t}}{s_1 - s_2} + Re(0) \frac{s_1 e^{s_1 t} - s_2 e^{s_2 t}}{s_1 - s_2} + Re(0) \frac{k_2}{k_1} \frac{e^{s_1 t} - e^{s_2 t}}{s_1 - s_2}. \quad (B.33)
 \end{aligned}$$

Fazendo-se $t \rightarrow \infty$, elimina-se da solução componentes transitórias, que não são relevantes na análise do comportamento harmônico do sistema. Pode-se então definir a resposta estável $Re(t)_\infty$ como:

$$\begin{aligned}
 Re(t)_\infty = & Re_{ta} \\
 & + \sum_{n=1}^k \left(\frac{(a_n k_3 + b_n k_2 n\omega - a_n k_1 (n\omega)^2) \sin(n\omega t) + (b_n k_3 - a_n k_2 n\omega - b_n k_1 (n\omega)^2) \cos(n\omega t)}{k_1^2 (n\omega)^4 + (k_2^2 - 2k_1 k_3) (n\omega)^2 + k_3^2} \right) \quad (B.34)
 \end{aligned}$$

e reforça-se que, no caso da consideração de uma componente n no sinal de $Q(t)$, além da frequência fundamental, k_1 e k_2 devem ser avaliados para a frequência $n\omega$ desta respectiva componente n .

C Códigos desenvolvidos para solução do Modelo *Windkessel* modificado para escoamento pulsátil com frequências moderadas e altas.

C.1 Código implementado em Scilab 2024.0.0 para a solução do Modelo *Windkessel* modificado para escoamento laminar (Equação 2.66.)

```

1 clc
2 clear all
3 clear
4
5 //Constantes utilizadas
6 D=mean([16.115 16.155 16.105 16.085 16.115 16.070 16.11 16.14 16.115])
   *0.001 //diametro principal da tubulacao da bancada (m)
7 ro=1220 //massa especifica do fluido transportado (k/m^3)
8 Bar=10^5 //fator de conversao de bar para pascal
9 g=9.807 //aceleracao da gravidade (m/s^2)
10 ha=3e-3 //espessura do atenuador (m)
11 ra=(32e-3)/2 //raio do atenuador (m)
12 La=490e-3 //comprimento livre do atenuador (m)
13 V0=%pi*(ra^2)*La //volume interno do atenuador indeformado (m^3)
14 rug=0 //rugosidade da parede da tubulacao (m)
15
16 //
17 -----
18 //Caracterizacao do material do atenuador e estimativa da complacencia,
   considerando o material como linear
19 A=fscanfMat('ensaio_tracao.txt') //carregando os dados do ensaio de
   tracao
20 Strain=A(:,1) //deformacao normal (mm/mm)
21 Stress=A(:,2)*10^6 //tensao (Pa)
22 E=sum(Stress.*Strain)/sum(Strain.^2) //estimativa do modulo de
   elasticidade
23 Stress_E=E*Strain // estimativa da tensao com base no modulo de
   elasticidade

```

```
24 residual_E=Stress-Stress_E
25 SQ_res=0
26 SQ_tot=0
27 n_p=size(Stress, '*')
28 nv=1
29 for i=1:n_p
30     SQ_tot=(Stress(i,1)-mean(Stress))^2+SQ_tot
31     SQ_res=(residual_E(i,1))^2+SQ_res
32 end
33
34 R2_E=1-SQ_res/SQ_tot //coeficiente de determinacao
35 R2_ajust_E=1-(n_p-1)*(1-R2_E)/(n_p-(nv+1)) //coeficiente de determinacao
    ajustado
36 ni_d=0.45 //coeficiente de Poisson do material
37 Cms=(2-ni_d)*%pi*ra^3*La/(E*ha) //estimativa da complacencia (rigidez
    volumetrica) do atenuador (m^3/Pa) com base na teoria de mecanica dos
    solidos linear elastica
38 Cmei=(2)*%pi*ra^3*La/(E*ha) //estimativa da complacencia (rigidez
    volumetrica) do atenuador segundo Mei et al. (2018) (m^3/Pa)
39
40 //alturas relativas dos transdutores
41 z1=0.86
42 z2=0.86
43 z3=0.86
44 z4=0.86
45 z5=0.97
46 z6=z5+1.06
47 z_saida=2.1-0.63
48
49 function niT=ni_T(T)
50     aT=4.15183
51     bT=37.1678
52     cT=-4.57628
53     niT=(aT*exp(bT./(T+cT)))*1e-6
54 endfunction
55
56 //Velocidade media em funcao da vazao
57 function v_Q=v(Q)
58     v_Q=4*(Q/3600)/(%pi*D^2)
59 endfunction
60
61 //Numero de Reynolds em funcao da vazao
62 function Rey_Q=Rey(Q,ni)
63     Rey_Q=D*v(Q)./ni
64 endfunction
65
66 //Fator de atrito em funcao da vazao (formula de Colebrook)
```

```
67 function fa_Q=fa(Q,ni)
68     if Rey(Q,ni)>=4000 then
69         for i=1:length(Q)
70             f0(i)=0.25*(log10(rug/(3.7*D)+5.74/Rey(Q,ni)(i)^0.9))^(-2)
71             f1(i)=(-2*log10(rug/(3.7*D)+2.51/(Rey(Q,ni)(i)*f0(i)^0.5)))
              ^(-2)
72             while abs(f1(i)-f0(i))/f1(i)>0.0001
73                 f0(i)=f1(i)
74                 f1(i)=(-2*log10(rug/(3.7*D)+2.51/(Rey(Q,ni)(i)*f0(i)
              ^0.5)))^(-2) //estimativa do fator de atrito
75             end
76         end
77         fa_Q=f1
78     else
79         fa_Q=64./Rey(Q,ni)
80     end
81 endfunction
82
83 //Fator de atrito de Blasius
84 function fa_B=fa_blasius(Q,ni)
85     fa_B=0.3164*Rey(Q,ni).^(-0.25)
86 endfunction
87
88 //Estimativa do fator de atrito
89 function fe_Q=fest(Q,a)
90     fe_Q=-a*Bar*2*D./(ro*v(Q).^2)
91 endfunction
92
93 //Dados da bancada parada para correcao da pressao e vazao
94 off=fscanfMat('Testes_regime_permanente_laminar_2\Background.lvm')
95 t_off=(off(:,1))
96 Q_off=(off(:,3))
97 Q2_off=(off(:,2))
98 P1_off=(off(:,9))
99 P2_off=(off(:,10))
100 P3_off=(off(:,11))
101 P4_off=(off(:,12))
102
103 //Dados da bancada parada e atenuador vazao para correcao da pressao dos
      transdutores a montante e jusante do atenuador
104 offP5P6=fscanfMat('Testes_regime_permanente_laminar_2\Background_TP5_TP6
      .lvm')
105 t_offP5P6=(offP5P6(:,1))
106 P5_off=(offP5P6(:,14))
107 P6_off=(offP5P6(:,15))
108
109 //Filtrando os dados para retirada de outliers
```

```

110
111 function [filtered_data, filtered_time] = filtro_limite_percentil(data,
112     time)
113     //Carregue seus dados de pressao em 'data' e seus dados de tempo em
114     'time'
115     //Inicializa vetores para os dados e tempos filtrados
116     filtered_data = []
117     filtered_time = []
118     //define o limite inferior a partir do divisor entre primeiro e
119     segundo quartil e o limite superior a partir do divisor entre
120     terceiro e quarto quartil
121     p=perctl(data,[10 90])
122     limite_inferior=p(1,1)
123     limite_superior=p(2,1)
124     //Percorre os dados e tempos originais
125     n = length(data)
126     for i = 1:n
127         if data(i) <= limite_superior && data(i) >= limite_inferior
128             //Se o dado estiver dentro do limite, adiciona-o aos dados
129             filtrados
130             filtered_data = [filtered_data, data(i)]
131             filtered_time = [filtered_time, time(i)]
132         end
133     end
134 end
135
136 [Q_off_f,t_off_Q] = filtro_limite_percentil(Q_off,t_off)
137 [Q2_off_f,t_off_Q2] = filtro_limite_percentil(Q2_off,t_off)
138 [P1_off_f,t_off_P1] = filtro_limite_percentil(P1_off,t_off)
139 [P2_off_f,t_off_P2] = filtro_limite_percentil(P2_off,t_off)
140 [P3_off_f,t_off_P3] = filtro_limite_percentil(P3_off,t_off)
141 [P4_off_f,t_off_P4] = filtro_limite_percentil(P4_off,t_off)
142 [P5_off_f,t_off_P5] = filtro_limite_percentil(P5_off,t_offP5P6)
143 [P6_off_f,t_off_P6] = filtro_limite_percentil(P6_off,t_offP5P6)
144
145 x1=0 //posicao relativa do transdutor 1 (m)
146 x2=0.5 //posicao relativa do transdutor 2 (m)
147 x3=1.0 //posicao relativa do transdutor 3 (m)
148 x4=2.3 //posicao relativa do transdutor 4 (m)
149 x=[x1 x2 x3 x4]
150
151 figure(0)
152 clf(0)
153
154 subplot(2,3,1)
155 scatter(Strain,Stress/10^6,36,'red','d')
156 plot(Strain,Stress_E/10^6,'black')

```

```
152 h=gca()
153 //h.data_bounds=[0,0;3.7,7.1]
154 xtitle('Ensaio de tracao (a linha representa o modelo linear obtido a
partir dos dados)','Deformacao (m/m)','Tensao normal (MPa)')
155
156 subplot(2,3,2)
157 scatter(t_off,Q_off,12,'red','d')
158 plot(t_off,mean(Q_off),'red')
159 scatter(t_off,Q2_off,12,'blue','d')
160 plot(t_off,mean(Q2_off),'blue')
161 h=gca()
162 //h.data_bounds=[0,0.9;300,1.10]
163 xtitle('Vazao versus tempo: offset sem filtro. Warne: azul; Yokogawa:
vermelho.','Tempo (s)','Vazao (m^3/hr)')
164
165 subplot(2,3,3)
166 scatter(t_off_Q,Q_off_f,12,'red','d')
167 plot(t_off_Q,mean(Q_off_f),'red')
168 scatter(t_off_Q2,Q2_off_f,12,'blue','d')
169 plot(t_off_Q2,mean(Q2_off_f),'blue')
170 h=gca()
171 //h.data_bounds=[0,0.9;300,1.10]
172 xtitle('Vazao versus tempo: offset com filtro. Warne: azul; Yokogawa:
vermelho.','Tempo (s)','Vazao (m^3/hr)')
173
174 subplot(2,3,4)
175 scatter(t_off,P1_off,12,'red','d')
176 plot(t_off,mean(P1_off),'red')
177 scatter(t_off,P2_off,12,'blue','d')
178 plot(t_off,mean(P2_off),'blue')
179 scatter(t_off,P3_off,12,'green','d')
180 plot(t_off,mean(P3_off),'green')
181 scatter(t_off,P4_off,12,'magenta','d')
182 plot(t_off,mean(P4_off),'magenta')
183 scatter(t_off,P5P6,P5_off,12,'black','d')
184 plot(t_off,P5P6,mean(P5_off),'black')
185 scatter(t_off,P5P6,P6_off,12,'cyan','d')
186 plot(t_off,P5P6,mean(P6_off),'cyan')
187 h=gca()
188 h.data_bounds=[0,-0.05;200,0.2]
189 xtitle('Pressao versus tempo: offset sem filtro. P1: vermelho; P2: azul;
P3: verde; P4: magenta; P5: preto; P6: ciano.','Tempo (s)', 'Pressao
(bar)')
190
191 subplot(2,3,5)
192 scatter(t_off_P1,P1_off_f,12,'red','d')
193 plot(t_off_P1,mean(P1_off_f),'red')
```

```
194 scatter(t_off_P2,P2_off_f,12,'blue','d')
195 plot(t_off_P2,mean(P2_off_f),'blue')
196 scatter(t_off_P3,P3_off_f,12,'green','d')
197 plot(t_off_P3,mean(P3_off_f),'green')
198 scatter(t_off_P4,P4_off_f,12,'magenta','d')
199 plot(t_off_P4,mean(P4_off_f),'magenta')
200 scatter(t_off_P5,P5_off_f,12,'black','d')
201 plot(t_off_P5,mean(P5_off_f),'black')
202 scatter(t_off_P6,P6_off_f,12,'cyan','d')
203 plot(t_off_P6,mean(P6_off_f),'cyan')
204 h=gca()
205 h.data_bounds=[0,-0.05;200,0.2]
206 xtitle('Pressao versus tempo: offset com filtro. P1: vermelho; P2: azul;
        P3; verde; P4: magenta; P5: preto; P6: ciano.','Tempo (s)', 'Pressao
        (bar)')
207
208 Q_off=mean(Q_off_f)
209 Q2_off=mean(Q2_off_f)
210 P1_off=mean(P1_off_f)
211 P2_off=mean(P2_off_f)
212 P3_off=mean(P3_off_f)
213 P4_off=mean(P4_off_f)
214 P5_off=mean(P5_off_f)
215 P6_off=mean(P6_off_f)
216
217 //
-----
218
219 // Medicoes com vazoes distintas em regime permanente
220
221 nQ=18 //numero de vazoes diferentes testadas, igual ao numero de
        arquivos de teste
222 nC=2 //numero de condicoes da medicao da vazao (2: montante e jusante)
223 //figure(1)
224 //clf(1)
225
226 for i=1:nQ //mudar o limite superior em funcao da quantidade de testes
227     for j=1:nC
228         data=fscanfMat('Testes_regime_permanente_laminar_2\permanente_'+
                string(j)+'_Passe_'+string(i)+'_Bomba'+'.lvm')
229         time=data(:,1)
230         Q_sf=(data(:,3))-mean(Q_off_f)//vazao do medidor Yokogawa (m3/
                hr)
231         Q2_sf=(data(:,2))-mean(Q2_off_f)//vazao do medidor Warne (m3/hr)
                )
232         P1_sf=data(:,9)-mean(P1_off_f)//pressao 1 sem filtro (bar)
```

```
233     P2_sf=data(:,10)-mean(P2_off_f)//pressao 2 sem filtro (bar)
234     P3_sf=data(:,11)-mean(P3_off_f)//pressao 3 sem filtro (bar)
235     P4_sf=data(:,12)-mean(P4_off_f)//pressao 4 sem filtro (bar)
236     P5_sf=data(:,13)-mean(P5_off_f)//pressao 5 sem filtro (bar)
237     P6_sf=data(:,14)-mean(P6_off_f)//pressao 6 sem filtro (bar)
238     T_sf=data(:,17)
239     [Q_f,t_Q] = filtro_limite_percentil(Q_sf,time)
240     [T_f,t_T] = filtro_limite_percentil(T_sf,time)
241     [Q2_f,t_Q2] = filtro_limite_percentil(Q2_sf,time)
242     [P1_f,t_P1] = filtro_limite_percentil(P1_sf,time)
243     [P2_f,t_P2] = filtro_limite_percentil(P2_sf,time)
244     [P3_f,t_P3] = filtro_limite_percentil(P3_sf,time)
245     [P4_f,t_P4] = filtro_limite_percentil(P4_sf,time)
246     [P5_f,t_P5] = filtro_limite_percentil(P5_sf,time)
247     [P6_f,t_P6] = filtro_limite_percentil(P6_sf,time)
248     Q(i,j)=mean(Q_f)
249     T(i,j)=mean(T_f)
250     ni(i,j)=ni_T(T(i,j))
251     Re(i,j)=Rey(Q(i,j),ni(i,j))
252     Q2(i,j)=mean(Q2_f)
253     P1(i,j)=mean(P1_f)
254     P2(i,j)=mean(P2_f)
255     P3(i,j)=mean(P3_f)
256     P4(i,j)=mean(P4_f)
257     P5(i,j)=mean(P5_f)
258     P6(i,j)=mean(P6_f)
259     time=0
260     Q_f=0
261     t_Q=0
262     Q_sf=0
263     Q2_sf=0
264     P1_sf=0
265     P2_sf=0
266     P3_sf=0
267     P4_sf=0
268     Q2_f=0
269     t_Q2=0
270     P1_f=0
271     t_P1=0
272     P2_f=0
273     t_P2=0
274     P3_f=0
275     t_P3=0
276     P4_f=0
277     t_P4=0
278     end
279 end
```

```

280
281 for j=1:nC
282     for i=1:nQ
283         if j==1 then
284             linhaP(i,1)=P1(i,j)
285             linhaP(i,2)=P2(i,j)
286             linhaP(i,3)=P3(i,j)
287             linhaP(i,4)=P4(i,j)
288             Q_testes(i,1)=Q(i,j)
289             ni_testes(i,1)=ni(i,j)
290             rot_bomba(i,1)=800+i*100
291         else
292             linhaP(nQ+i,1)=P1(i,j)
293             linhaP(nQ+i,2)=P2(i,j)
294             linhaP(nQ+i,3)=P3(i,j)
295             linhaP(nQ+i,4)=P4(i,j)
296             Q_testes(nQ+i,1)=Q(i,j)
297             ni_testes(nQ+i,1)=ni(i,j)
298             rot_bomba(nQ+i,1)=800+i*100
299         end
300     end
301 end
302
303
304 n_dr=size(x, '*')
305 nv=1
306
307 function p_x=p_linha(x,a,b)
308     p_x=a*x+b
309 endfunction
310
311 figure(2)
312 clf(2)
313
314 for i=1:nQ*nC
315     [a1,b1,sig1]=reglin(x,linhaP(i,:))
316     a(i,1)=a1 //inclinacao da reta p(x),
317     b(i,1)=b1
318     residual_P(i,:)=linhaP(i,:)-p_linha(x,a(i,1),b(i,1))
319     SQ_res=0
320     SQ_tot=0
321     for j=1:n_dr
322         SQ_tot=(linhaP(i,j)-mean(linhaP(i,:)))^2+SQ_tot
323         SQ_res=(residual_P(i,j))^2+SQ_res
324     end
325     R2_P(i,1)=1-SQ_res/SQ_tot //coeficientes de determinacao (R^2)
326     R2_ajust_P(i,1)=1-(n_dr-1)*(1-R2_P(i,1))/(n_dr-(nv+1))

```

```
327     subplot(2,2,1)
328     scatter(x,linhaP(i,:),40,'black','d')
329     plot(x,p_linha(x,a(i,1),b(i,1)),'red')
330     h=gca()
331     xtitle('Linha pressao versus posicao. Linha: regressao linear','
Posicao relativa (m)', 'Pressao (bar)')
332     f_bancada(i,1)=fest(Q_testes(i,1),a(i,1))
333     y_f(1,i)=log(f_bancada(i,1))
334     x_Re(1,i)=log(Rey(Q_testes(i,1),ni_testes(i,1)))
335 end
336
337 [af,bf,sigf]=reglin(x_Re,y_f)
338
339 function f_x=f_log(x,a,b)
340     f_x=a*x+b
341 endfunction
342
343
344 for i=1:nQ
345     Re_med_testes(1,i)=Rey(mean([Q_testes(i,1) Q_testes(i+nQ,1)]),mean([
ni_testes(i,1) ni_testes(i+nQ,1)]))
346 end
347
348 n_f=size(x_Re,'*')
349 SQ_tot=0
350 SQ_res=0
351
352 for j=1:n_f
353     residual_f(i)=y_f(i)-f_log(x_Re(i),af,bf)
354     SQ_tot=(y_f(i)-mean(y_f))^2+SQ_tot
355     SQ_res=(residual_f(i))^2+SQ_res
356 end
357 R2_f=1-SQ_res/SQ_tot //coeficientes de determinacao (R^2)
358 R2_ajust_f=1-(n_f-1)*(1-R2_f)/(n_f-(nv+1))
359
360 bf=%e^bf
361
362 function faexp=fa_exp(x,a,b)
363     faexp=b*x.^a
364 endfunction
365
366 subplot(2,2,2)
367 scatter(Rey(Q,ni),fa(Q,ni),40,'blue','d')
368 scatter(Rey(Q,ni),f_bancada,40,'red','d')
369 plot(Re_med_testes,fa_exp(Re_med_testes,af,bf),'red')
370 h=gca()
371 xtitle('Fator de atrito versus Reynolds. Teorico: azul; Experimento:
```

```

    vermelho', 'Re', 'f')
372
373 for i=1:nC*nQ
374     erro_fa(i,1)=abs(f_bancada(i,1)-fa(Q_testes(i,1),ni_testes(i,1)))
        *100/fa(Q_testes(i,1),ni_testes(i,1))
375 end
376 erro_rms=sqrt(sum(((f_bancada-fa(Q_testes,ni_testes))./f_bancada).^2)/
        length(f_bancada))
377
378 subplot(2,2,3)
379 scatter(rot_bomba,Rey(Q,ni),40,'blue','d')
380 xtitle('Reynolds versus rotacao setada','rpm setado', 'Re')
381
382 //comprimento equivalente
383 function Leq_Q=Leq(Q,ni,pm,pj,zm,zj,z_2)
384     Leq_Q=((pm+pj)*Bar/(2*ro)+v(Q).^2/2+g*((zm+zj)/2-z_2))*2*D./(fa(Q,ni)
        ).*v(Q).^2)
385 endfunction
386
387 for i=1:nQ
388     L_eq(1,i)=mean([Leq(Q(i,1),ni(i,1),P5(i,1),P6(i,1),z5,z6,z_saida)
        Leq(Q(i,2),ni(i,1),P5(i,2),P6(i,1),z5,z6,z_saida)])
389     Re_eq(1,i)=mean([Rey(Q(i,1),ni(i,1)) Rey(Q(i,1),ni(i,1))])
390     L_eq_m(1,i)=Leq(Q(i,1),ni(i,1),P5(i,1),P6(i,1),z5,z6,z_saida)
391     L_eq_j(1,i)=Leq(Q(i,2),ni(i,1),P5(i,2),P6(i,1),z5,z6,z_saida)
392 end
393
394 function L_Re=LRe(Re)
395     L_Re=interpLn([Re_eq;L_eq],Re)
396 endfunction
397
398 function L_Re_m=LRe_m(Re)
399     L_Re_m=interpLn([Re_eq;L_eq_m],Re)
400 endfunction
401
402
403 function L_Re_j=LRe_j(Re)
404     L_Re_j=interpLn([Re_eq;L_eq_j],Re)
405 endfunction
406
407 //
    -----
408
409 //Carregamento dos dados do teste do atenuador na bancada
410
411 Dn=32 //diametro nominal interno do atenuador

```

```
412 Fi=1 //frequencia de teste, em Hz
413 rot=2600 //rotacao da bomba aplicada no teste
414 omega=(Fi)*2*%pi //frequencia angular base (rad/s)
415 tau=2*%pi/omega
416
417 SG_m=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\
'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_SG_M.lvm') //dados sem atenuador,
medicao de vazao a montante
418 SG_j=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\
'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_SG_J.lvm') //dados sem atenuador,
medicao de vazao a jusante
419 CG_m=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\
'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_CG_M.lvm') //dados com atenuador,
medicao de vazao a montante
420 CG_j=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\
'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_CG_J.lvm') //dados com atenuador,
medicao de vazao a jusante
421 CGA_m=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz
\'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_CGA_M.lvm') //dados com
atenuador em configuracao apendice (A), medicao de vazao a montante
422 CGA_j=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz
\'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_CGA_J.lvm') //dados com
atenuador em configuracao apendice (A), medicao de vazao a jusante
423
424 //SG_m=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'
Hz_rep\rep_'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_SG_M.lvm') //dados sem
atenuador, medicao de vazao a montante
425 //SG_j=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'
Hz_rep\rep_'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_SG_J.lvm') //dados sem
atenuador, medicao de vazao a jusante
426 //CG_m=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'
Hz_rep\rep_'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_CG_M.lvm') //dados com
atenuador, medicao de vazao a montante
427 //CG_j=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'
Hz_rep\rep_'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_CG_J.lvm') //dados com
atenuador, medicao de vazao a jusante
428 //CGA_m=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'
Hz_rep\rep_'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_CGA_M.lvm') //dados
com atenuador em configuracao apendice (A), medicao de vazao a
montante
429 //CGA_j=fscanfMat('Teste_regime_laminar_2\D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'
Hz_rep\rep_'+string(Fi)+'Hz_'+string(rot)+'rpm_CGA_J.lvm') //dados
com atenuador em configuracao apendice (A), medicao de vazao a
jusante
430
431
432 //Determinacao de medias temporais e flutuacoes
```

```
433 //Sem atenuador montante (sg_m)
434 t_sg_m=SG_m(:,1) //tempo (s)
435 Q_sg_m=(SG_m(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
436 v_sg_m=v(Q_sg_m) //velocidade media
437 T_sg_m=SG_m(:,17)//temperatura do fluido (graus C)
438 ni_sg_m=ni_T(T_sg_m) //viscosidade em funcao da temperatura
439 ni_sg_m=mean(ni_sg_m) //viscosidade media no teste
440 Re_sg_m=Rey(Q_sg_m,ni_sg_m) //Reynolds
441 p_sg_m=(SG_m(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
442 p1_sg_m=(SG_m(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
443 Q_med_sg_m=mean(Q_sg_m) //media temporal da vazao
444 v_med_sg_m=mean(v_sg_m) //media temporal da velocidade
445 Re_med_sg_m=mean(Re_sg_m) //media temporal de Reynolds
446 p_med_sg_m=mean(p_sg_m) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
447 p1_med_sg_m=mean(p1_sg_m) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
448 deltaQ_sg_m=p1_med_sg_m-p_med_sg_m //queda de pressao no trecho de teste
449 R_sg_med_m=p_med_sg_m*Bar*3600/Q_med_sg_m //Resistencia ao escoamento
    media
450
451 //Sem atenuador jusante (sg_j)
452 t_sg_j=SG_j(:,1) //tempo (s)
453 Q_sg_j=(SG_j(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
454 v_sg_j=v(Q_sg_j) //velocidade media
455 T_sg_j=SG_j(:,17) //temperatura do fluido (graus C)
456 ni_sg_j=ni_T(T_sg_j) //viscosidade em funcao da temperatura
457 ni_sg_j=mean(ni_sg_j) //viscosidade media no teste
458 Re_sg_j=Rey(Q_sg_j,ni_sg_j) //Reynolds
459 p_sg_j=(SG_j(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
460 p1_sg_j=(SG_j(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
461 Q_med_sg_j=mean(Q_sg_j) //media temporal da vazao
462 v_med_sg_j=mean(v_sg_j) //media temporal da velocidade
463 Re_med_sg_j=mean(Re_sg_j) //media temporal de Reynolds
464 p_med_sg_j=mean(p_sg_j) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
465 p1_med_sg_j=mean(p1_sg_j) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
466 deltaQ_sg_j=p1_med_sg_j-p_med_sg_j //queda de pressao no trecho de teste
467 R_sg_med_j=p_med_sg_j*Bar*3600/Q_med_sg_j //Resistencia ao escoamento
    media
468
469 //Com atenuador montante (cg_m)
```

```
470 t_cg_m=CG_m(:,1) //tempo (s)
471 Q_cg_m=(CG_m(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
472 v_cg_m=v(Q_cg_m) //velocidade media
473 T_cg_m=CG_m(:,17) //temperatura do fluido (graus C)
474 ni_cg_m=ni_T(T_cg_m) //viscosidade em funcao da temperatura
475 ni_cg_m=mean(ni_cg_m) //viscosidade media no teste
476 Re_cg_m=Rey(Q_cg_m,ni_cg_m) //Reynolds
477 p_cg_m=(CG_m(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
478 p1_cg_m=(CG_m(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
479 Q_med_cg_m=mean(Q_cg_m) //media temporal da vazao
480 v_med_cg_m=mean(v_cg_m) //media temporal da velocidade
481 Re_med_cg_m=mean(Re_cg_m) //media temporal de Reynolds
482 p_med_cg_m=mean(p_cg_m) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
483 p1_med_cg_m=mean(p1_cg_m) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
484 deltaQ_cg_m=p1_med_cg_m-p_med_cg_m //queda de pressao no trecho de teste
485 R_cg_med_m=p_med_cg_m*Bar*3600/Q_med_cg_m //Resistencia ao escoamento
    media
486
487 //Com atenuador jusante(CG_j)
488 t_cg_j=CG_j(:,1) //tempo (s)
489 Q_cg_j=(CG_j(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
490 v_cg_j=v(Q_cg_j) //velocidade media
491 T_cg_j=CG_j(:,17) //temperatura do fluido (graus C)
492 ni_cg_j=ni_T(T_cg_j) //viscosidade em funcao da temperatura
493 ni_cg_j=mean(ni_cg_j) //viscosidade media no teste
494 Re_cg_j=Rey(Q_cg_j,ni_cg_j) //Reynolds
495 p_cg_j=(CG_j(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
496 p1_cg_j=(CG_j(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
497 Q_med_cg_j=mean(Q_cg_j) //media temporal da vazao
498 v_med_cg_j=mean(v_cg_j) //media temporal da velocidade
499 Re_med_cg_j=mean(Re_cg_j) //media temporal de Reynolds
500 p_med_cg_j=mean(p_cg_j) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
501 p1_med_cg_j=mean(p1_cg_j) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
502 deltaQ_cg_j=p1_med_cg_j-p_med_cg_j //queda de pressao no trecho de teste
503 R_cg_med_j=p_med_cg_j*Bar*3600/Q_med_cg_j //Resistencia ao escoamento
    media
504
505 //Com atenuador apendice motante(CG_m)
506 t_cg_a_m=CGA_m(:,1) //tempo (s)
```

```
507 Q_cga_m=(CGA_m(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
508 v_cga_m=v(Q_cga_m) //velocidade media
509 T_cga_m=CGA_m(:,17) //temperatura do fluido (graus C)
510 ni_cga_m=ni_T(T_cga_m) //viscosidade em funcao da temperatura
511 ni_cga_m=mean(ni_cga_m) //viscosidade media no teste
512 Re_cga_m=Rey(Q_cga_m,ni_cga_m) //Reynolds
513 p_cga_m=(CG_m(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
514 p1_cga_m=(CG_m(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
515 Q_med_cga_m=mean(Q_cga_m) //media temporal da vazao
516 v_med_cga_m=mean(v_cga_m) //media temporal da velocidade
517 Re_med_cga_m=mean(Re_cga_m) //media temporal de Reynolds
518 p_med_cga_m=mean(p_cga_m) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
519 p1_med_cga_m=mean(p1_cga_m) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
520 delTAQ_cga_m=p1_med_cga_m-p_med_cga_m //queda de pressao no trecho de
    teste
521 R_cga_med_m=p_med_cga_m*Bar*3600/Q_med_cga_m //Resistencia ao escoamento
    media
522
523 //Com atenuador apendice jusante(cga_j)
524 t_cga_j=CGA_j(:,1) //tempo (s)
525 Q_cga_j=(CGA_j(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
526 v_cga_j=v(Q_cga_j) //velocidade media
527 T_cga_j=CGA_j(:,17) //temperatura do fluido (graus C)
528 ni_cga_j=ni_T(T_cga_j) //viscosidade em funcao da temperatura
529 ni_cga_j=mean(ni_cga_j) //viscosidade media no teste
530 Re_cga_j=Rey(Q_cga_j,ni_cga_j) //Reynolds
531 p_cga_j=(CG_j(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
532 p1_cga_j=(CG_j(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
533 Q_med_cga_j=mean(Q_cga_j) //media temporal da vazao
534 v_med_cga_j=mean(v_cga_j) //media temporal da velocidade
535 Re_med_cga_j=mean(Re_cga_j) //media temporal de Reynolds
536 p_med_cga_j=mean(p_cga_j) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
537 p1_med_cga_j=mean(p1_cga_j) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
538 delTAQ_cga_j=p1_med_cga_j-p_med_cga_j //queda de pressao no trecho de
    teste
539 R_cga_med_j=p_med_cga_j*Bar*3600/Q_med_cga_j //Resistencia ao escoamento
    media
540
541 Remed=mean([Re_med_cg_m Re_med_cg_j Re_med_sg_m Re_med_sg_j Re_med_cga_m
```

```

    Re_med_cga_j])
542 delta_Re=(max([Re_med_cg_m Re_med_cg_j Re_med_sg_m Re_med_sg_j
    Re_med_cga_m Re_med_cga_j])-min([Re_med_cg_m Re_med_cg_j Re_med_sg_m
    Re_med_sg_j Re_med_cga_m Re_med_cga_j]))/Remed
543 ni=mean([ni_cg_m ni_cg_j ni_sg_m ni_sg_j ni_cga_m ni_cga_j])
544 mi=ro*ni
545 Wo2_c=D^2*omega/(4*ni)
546 ReWo=sqrt(Wo2_c*Remed^(-3/4))
547
548 disp("Dados do caso:")
549 disp(" Sem atenuador:")
550 disp("      pressao media = montante "+string(p_med_sg_m)+" bar; jusante
    : "+string(p_med_sg_j)+" bar.")
551 disp("      pressao media (montante do trecho de teste) = montante "+
    string(p1_med_sg_m)+" bar; jusante:" +string(p1_med_sg_j)+" bar.")
552 disp("      queda de pressao no trecho de teste = montante "+string(
    deltAQ_sg_m)+" bar; jusante:" +string(deltAQ_sg_j)+" bar.")
553 disp("      vazao media = montante: "+string(Q_med_sg_m*1000/60)+" L/min
    ; jusante: "+string(Q_med_sg_j*1000/60)+" L/min.")
554 disp("      Reynolds medio = montante: "+string(Re_med_sg_m)+"; jusante:
    "+string(Re_med_sg_j)+".")
555 disp("      Resistencia ao escoamento media (R) = montante: "+string(
    R_sg_med_m/10^6)+" MPa.s/m^3; jusante: "+string(R_sg_med_j/10^6)+"
    MPa.s/m^3;")
556 disp(" Com atenuador:")
557 disp("      pressao media = montante "+string(p_med_cg_m)+" bar; jusante
    : "+string(p_med_cg_j)+" bar.")
558 disp("      pressao media (montante do trecho de teste) = montante "+
    string(p1_med_cg_m)+" bar; jusante:" +string(p1_med_cg_j)+" bar.")
559 disp("      queda de pressao no trecho de teste = montante "+string(
    deltAQ_cg_m)+" bar; jusante:" +string(deltAQ_cg_j)+" bar.")
560 disp("      vazao media = montante: "+string(Q_med_cg_m*1000/60)+" L/min
    ; jusante: "+string(Q_med_cg_j*1000/60)+" L/min.")
561 disp("      Reynolds medio = montante: "+string(Re_med_cg_m)+"; jusante:
    "+string(Re_med_cg_j)+".")
562 disp("      Resistencia ao escoamento media (R) = montante: "+string(
    R_cg_med_m/10^6)+" MPa.s/m^3; jusante: "+string(R_cg_med_j/10^6)+"
    MPa.s/m^3;")
563 disp(" Com atenuador apendice:")
564 disp("      pressao media = montante "+string(p_med_cga_m)+" bar;
    jusante:" +string(p_med_cga_j)+" bar.")
565 disp("      pressao media (montante do trecho de teste) = montante "+
    string(p1_med_cga_m)+" bar; jusante:" +string(p1_med_cga_j)+" bar.")
566 disp("      queda de pressao no trecho de teste = montante "+string(
    deltAQ_cga_m)+" bar; jusante:" +string(deltAQ_cga_j)+" bar.")
567 disp("      vazao media = montante: "+string(Q_med_cga_m*1000/60)+" L/
    min; jusante: "+string(Q_med_cga_j*1000/60)+" L/min.")

```

```
568 disp("      Reynolds medio = montante: "+string(Re_med_cga_m)+"; jusante
      : "+string(Re_med_cga_j)+".")
569 disp("      Resistencia ao escoamento media (R) = montante: "+string(
      R_cga_med_m/10^6)+" MPa.s/m^3; jusante: "+string(R_cga_med_j/10^6)+"
      MPa.s/m^3;")
570 disp("      Reynolds do caso = "+string(Remed))
571 disp("      Variacao dos valores maximo e minimo de Reynolds em relacao a
      media = "+string(delta_Re*100)+"%")
572
573 disp("      Frequencia adimensional predominante: Wo^2 = "+string(Wo2_c))
574
575 //planilha resumo
576 Resultados_gerais(1,1)=p_med_sg_m //pressao (bar)
577
578 Resultados_gerais(1,2)=p_med_sg_j
579 Resultados_gerais(1,3)=Q_med_sg_m //vazao (L/hr)
580
581
582 Resultados_gerais(1,4)=Q_med_sg_j
583 Resultados_gerais(1,5)=Re_med_sg_m //Reynolds
584 Resultados_gerais(1,6)=Re_med_sg_j
585 Resultados_gerais(1,7)=deltAQ_sg_m //queda de pressao (bar)
586 Resultados_gerais(1,8)=deltAQ_sg_j
587 Resultados_gerais(2,1)=p_med_cg_m //
588 Resultados_gerais(2,2)=p_med_cg_j
589 Resultados_gerais(2,3)=Q_med_cg_m
590 Resultados_gerais(2,4)=Q_med_cg_j
591 Resultados_gerais(2,5)=Re_med_cg_m
592 Resultados_gerais(2,6)=Re_med_cg_j
593 Resultados_gerais(2,7)=deltAQ_cg_m
594 Resultados_gerais(2,8)=deltAQ_cg_j
595 Resultados_gerais(3,1)=p_med_cga_m //
596 Resultados_gerais(3,2)=p_med_cga_j
597 Resultados_gerais(3,3)=Q_med_cga_m
598 Resultados_gerais(3,4)=Q_med_cga_j
599 Resultados_gerais(3,5)=Re_med_cga_m
600 Resultados_gerais(3,6)=Re_med_cga_j
601 Resultados_gerais(3,7)=deltAQ_cga_m
602 Resultados_gerais(3,8)=deltAQ_cga_j
603
604 //7. Determinacao da atenuacao com base nos sinais de pressao e vazao
605
606 N_sg_m=size(t_sg_m,'*'); //numero de amostras sem atenuador
607 N_sg_j=size(t_sg_j,'*'); //numero de amostras sem atenuador
608 N_cg_m=size(t_cg_m,'*'); //numero de amostras com atenuador
609 N_cg_j=size(t_cg_j,'*'); //numero de amostras com atenuador
610 N_cga_m=size(t_cga_m,'*'); //numero de amostras com atenuador apendice
```

```
611 N_cga_j=size(t_cga_j, '*'); //numero de amostras com atenuador apendice
612
613 for i=2:N_sg_m
614     deltat_sg_m(i,1)=t_sg_m(i,1)-t_sg_m(i-1,1)
615 end
616 for i=2:N_sg_j
617     deltat_sg_j(i,1)=t_sg_j(i,1)-t_sg_j(i-1,1)
618 end
619 for i=2:N_cg_m
620     deltat_cg_m(i,1)=t_cg_m(i,1)-t_cg_m(i-1,1)
621 end
622 for i=2:N_cg_j
623     deltat_cg_j(i,1)=t_cg_j(i,1)-t_cg_j(i-1,1)
624 end
625 for i=2:N_cga_m
626     deltat_cga_m(i,1)=t_cga_m(i,1)-t_cga_m(i-1,1)
627 end
628 for i=2:N_cga_j
629     deltat_cga_j(i,1)=t_cga_j(i,1)-t_cga_j(i-1,1)
630 end
631
632 deltat_med_sg_m=mean(deltat_sg_m)
633 deltat_med_cg_m=mean(deltat_cg_m)
634 deltat_med_sg_j=mean(deltat_sg_j)
635 deltat_med_cg_j=mean(deltat_cg_j)
636 deltat_med_cga_m=mean(deltat_cga_m)
637 deltat_med_cga_j=mean(deltat_cga_j)
638
639 samplerate_sg_m=1/deltat_med_sg_m //frequencia de amostragem (50 Hz = 50
    medicoes por segundo)
640 samplerate_cg_m=1/deltat_med_cg_m //frequencia de amostragem
641 samplerate_sg_j=1/deltat_med_sg_j //frequencia de amostragem (50 Hz = 50
    medicoes por segundo)
642 samplerate_cg_j=1/deltat_med_cg_j //frequencia de amostragem
643 samplerate_cga_m=1/deltat_med_cga_m //frequencia de amostragem
644 samplerate_cga_j=1/deltat_med_cga_j //frequencia de amostragem
645
646 N_caso=min(N_cg_m,N_sg_m,N_cg_j,N_sg_j)
647 if N_caso==N_sg_m then
648     sample_rate_caso=samplerate_sg_m
649 elseif N_caso==N_sg_j then
650     sample_rate_caso=samplerate_sg_j
651 elseif N_caso==N_cg_m then
652     sample_rate_caso=samplerate_cg_m
653 elseif N_caso==N_cg_j then
654     sample_rate_caso=samplerate_cg_j
655 elseif N_caso==N_cga_m then
```

```
656     sample_rate_caso=samplerate_cga_m
657 elseif N_caso==N_cga_j then
658     sample_rate_caso=samplerate_cga_j
659 end
660
661 //7.1 Com base na integracao do sinal e obtencao da amplitude
    equivalente
662
663 //Pressao: a atenuacao e avaliada comparando-se os sinais com e sem
    atenuador na linha
664 //Sem atenuador
665 Int_p_sg_m=(t_sg_m(2,1)-t_sg_m(1,1))*((p_sg_m(1,1)-p_med_sg_m)^2+(p_sg_m
    (2,1)-p_med_sg_m)^2)/2
666 Int_p_sg_j=(t_sg_j(2,1)-t_sg_j(1,1))*((p_sg_j(1,1)-p_med_sg_j)^2+(p_sg_j
    (2,1)-p_med_sg_j)^2)/2
667 for i=2:N_caso-1
668     Int_p_sg_m=(t_sg_m(i+1,1)-t_sg_m(i,1))*((p_sg_m(i,1)-p_med_sg_m)^2+(
    p_sg_m(i+1,1)-p_med_sg_m)^2)/2+Int_p_sg_m
669     Int_p_sg_j=(t_sg_j(i+1,1)-t_sg_j(i,1))*((p_sg_j(i,1)-p_med_sg_j)^2+(
    p_sg_j(i+1,1)-p_med_sg_j)^2)/2+Int_p_sg_j
670 end
671 //Com atenuador
672 Int_p_cg_m=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((p_cg_m(1,1)-p_med_cg_m)^2+(p_cg_m
    (2,1)-p_med_cg_m)^2)/2
673 Int_p_cg_j=(t_cg_j(2,1)-t_cg_j(1,1))*((p_cg_j(1,1)-p_med_cg_j)^2+(p_cg_j
    (2,1)-p_med_cg_j)^2)/2
674 for i=2:N_caso-1
675     Int_p_cg_m=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((p_cg_m(i,1)-p_med_cg_m)^2+(
    p_cg_m(i+1,1)-p_med_cg_m)^2)/2+Int_p_cg_m
676     Int_p_cg_j=(t_cg_j(i+1,1)-t_cg_j(i,1))*((p_cg_j(i,1)-p_med_cg_j)^2+(
    p_cg_j(i+1,1)-p_med_cg_j)^2)/2+Int_p_cg_j
677 end
678 //Com atenuador apendice
679 Int_p_cga_m=(t_cga_m(2,1)-t_cga_m(1,1))*((p_cga_m(1,1)-p_med_cga_m)^2+(
    p_cga_m(2,1)-p_med_cga_m)^2)/2
680 Int_p_cga_j=(t_cga_j(2,1)-t_cga_j(1,1))*((p_cga_j(1,1)-p_med_cga_j)^2+(
    p_cga_j(2,1)-p_med_cga_j)^2)/2
681 for i=2:N_caso-1
682     Int_p_cga_m=(t_cga_m(i+1,1)-t_cga_m(i,1))*((p_cga_m(i,1)-p_med_cga_m
    )^2+(p_cga_m(i+1,1)-p_med_cga_m)^2)/2+Int_p_cga_m
683     Int_p_cga_j=(t_cga_j(i+1,1)-t_cga_j(i,1))*((p_cga_j(i,1)-p_med_cga_j
    )^2+(p_cga_j(i+1,1)-p_med_cga_j)^2)/2+Int_p_cga_j
684 end
685
686 ////Vazao: a atenuacao e avaliada comparando-se os sinais a montante e a
    jusante do atenuador
687 //Sem atenuador
```

```
688 Int_Q_sg_m=(t_sg_m(2,1)-t_sg_m(1,1))*((Q_sg_m(1,1)-Q_med_sg_m)^2+(Q_sg_m
    (2,1)-Q_med_sg_m)^2)/2
689 Int_Q_sg_j=(t_sg_j(2,1)-t_sg_j(1,1))*((Q_sg_j(1,1)-Q_med_sg_j)^2+(Q_sg_j
    (2,1)-Q_med_sg_j)^2)/2
690 for i=2:N_caso-1
691     Int_Q_sg_m=(t_sg_m(i+1,1)-t_sg_m(i,1))*((Q_sg_m(i,1)-Q_med_sg_m)^2+(
    Q_sg_m(i+1,1)-Q_med_sg_m)^2)/2+Int_Q_sg_m
692     Int_Q_sg_j=(t_sg_j(i+1,1)-t_sg_j(i,1))*((Q_sg_j(i,1)-Q_med_sg_j)^2+(
    Q_sg_j(i+1,1)-Q_med_sg_j)^2)/2+Int_Q_sg_j
693 end
694 //Com atenuador
695 Int_Q_cg_m=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((Q_cg_m(1,1)-Q_med_cg_m)^2+(Q_cg_m
    (2,1)-Q_med_cg_m)^2)/2
696 Int_Q_cg_j=(t_cg_j(2,1)-t_cg_j(1,1))*((Q_cg_j(1,1)-Q_med_cg_j)^2+(Q_cg_j
    (2,1)-Q_med_cg_j)^2)/2
697 for i=2:N_caso-1
698     Int_Q_cg_m=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((Q_cg_m(i,1)-Q_med_cg_m)^2+(
    Q_cg_m(i+1,1)-Q_med_cg_m)^2)/2+Int_Q_cg_m
699     Int_Q_cg_j=(t_cg_j(i+1,1)-t_cg_j(i,1))*((Q_cg_j(i,1)-Q_med_cg_j)^2+(
    Q_cg_j(i+1,1)-Q_med_cg_j)^2)/2+Int_Q_cg_j
700 end
701 //Com atenuador apendice
702 Int_Q_cga_m=(t_cga_m(2,1)-t_cga_m(1,1))*((Q_cga_m(1,1)-Q_med_cga_m)^2+(
    Q_cga_m(2,1)-Q_med_cga_m)^2)/2
703 Int_Q_cga_j=(t_cga_j(2,1)-t_cga_j(1,1))*((Q_cga_j(1,1)-Q_med_cga_j)^2+(
    Q_cga_j(2,1)-Q_med_cga_j)^2)/2
704 for i=2:N_caso-1
705     Int_Q_cga_m=(t_cga_m(i+1,1)-t_cga_m(i,1))*((Q_cga_m(i,1)-Q_med_cga_m
    )^2+(Q_cga_m(i+1,1)-Q_med_cga_m)^2)/2+Int_Q_cga_m
706     Int_Q_cga_j=(t_cga_j(i+1,1)-t_cga_j(i,1))*((Q_cga_j(i,1)-Q_med_cga_j
    )^2+(Q_cga_j(i+1,1)-Q_med_cga_j)^2)/2+Int_Q_cga_j
707 end
708
709 Ae_p_sc_m=sqrt(Int_p_sg_m/Int_p_cg_m)
710 Ae_p_sc_j=sqrt(Int_p_sg_j/Int_p_cg_j)
711 Ae_p_sg_mj=sqrt(Int_p_sg_m/Int_p_sg_j)
712 Ae_p_cg_mj=sqrt(Int_p_cg_m/Int_p_cg_j)
713 Ae_p_sca_m=sqrt(Int_p_sg_m/Int_p_cga_m)
714 Ae_p_sca_j=sqrt(Int_p_sg_j/Int_p_cga_j)
715 Ae_p_cga_mj=sqrt(Int_p_cga_m/Int_p_cga_j)
716
717 aten_p_sc_m=(1-1/Ae_p_sc_m)*100
718 aten_p_sc_j=(1-1/Ae_p_sc_j)*100
719 aten_p_sg_mj=(1-1/Ae_p_sg_mj)*100
720 aten_p_cg_mj=(1-1/Ae_p_cg_mj)*100
721 aten_p_sca_m=(1-1/Ae_p_sca_m)*100
722 aten_p_sca_j=(1-1/Ae_p_sca_j)*100
```

```
723 aten_p_cga_mj=(1-1/Ae_p_cga_mj)*100
724
725 Ae_p_ef=sqrt((Int_p_sg_m+Int_p_sg_j)/(Int_p_cg_m+Int_p_cg_j))
726 aten_p_ef=(1-1/Ae_p_ef)*100
727 Ae_p_cga_ef=sqrt((Int_p_sg_m+Int_p_sg_j)/(Int_p_cga_m+Int_p_cga_j))
728 aten_p_cga_ef=(1-1/Ae_p_cga_ef)*100
729
730 Ae_Q_sc_m=sqrt(Int_Q_sg_m/Int_Q_cg_m)
731 Ae_Q_sc_j=sqrt(Int_Q_sg_j/Int_Q_cg_j)
732 Ae_Q_sg_mj=sqrt(Int_Q_sg_m/Int_Q_sg_j)
733 Ae_Q_cg_mj=sqrt(Int_Q_cg_m/Int_Q_cg_j)
734 Ae_Q_sca_m=sqrt(Int_Q_sg_m/Int_Q_cga_m)
735 Ae_Q_sca_j=sqrt(Int_Q_sg_j/Int_Q_cga_j)
736 Ae_Q_cga_mj=sqrt(Int_Q_cga_m/Int_Q_cga_j)
737
738 aten_Q_sc_m=(1-1/Ae_Q_sc_m)*100
739 aten_Q_sc_j=(1-1/Ae_Q_sc_j)*100
740 aten_Q_sg_mj=(1-1/Ae_Q_sg_mj)*100
741 aten_Q_cg_mj=(1-1/Ae_Q_cg_mj)*100
742 aten_Q_sca_m=(1-1/Ae_Q_sca_m)*100
743 aten_Q_sca_j=(1-1/Ae_Q_sca_j)*100
744 aten_Q_cga_mj=(1-1/Ae_Q_cga_mj)*100
745
746 Ae_Q_ef=Ae_Q_cg_mj
747 aten_Q_ef=(1-1/Ae_Q_ef)*100
748 Ae_Q_cga_ef=Ae_Q_cga_mj
749 aten_Q_cga_ef=(1-1/Ae_Q_cga_ef)*100
750
751 //7.2. Com base nas componentes do sinal
752
753 f_caso=sample_rate_caso*(0:(N_caso/2))/N_caso //vetor de frequencia
       associado a fft
754 n_fft=size(f_caso, '*')
755
756 p_fft_sg_m=ifft(p_sg_m-p_med_sg_m) //transformada de fourier sobre o
       sinal
757 p_coeff_sg_m=2*abs(p_fft_sg_m(1:n_fft))
758
759 p_fft_sg_j=ifft(p_sg_j-p_med_sg_j) //transformada de fourier sobre o
       sinal
760 p_coeff_sg_j=2*abs(p_fft_sg_j(1:n_fft))
761
762 p_fft_cg_m=ifft(p_cg_m-p_med_cg_m) //transformada de fourier sobre o
       sinal
763 p_coeff_cg_m=2*abs(p_fft_cg_m(1:n_fft))
764
765 p_fft_cg_j=ifft(p_cg_j-p_med_cg_j) //transformada de fourier sobre o
```

```
    sinal
766 p_coeff_cg_j=2*abs(p_fft_cg_j(1:n_fft))
767
768 p_fft_cga_m=ifft(p_cga_m-p_med_cga_m) //transformada de fourier sobre o
    sinal
769 p_coeff_cga_m=2*abs(p_fft_cga_m(1:n_fft))
770
771 p_fft_cga_j=ifft(p_cga_j-p_med_cga_j) //transformada de fourier sobre o
    sinal
772 p_coeff_cga_j=2*abs(p_fft_cga_j(1:n_fft))
773
774 Q_fft_sg_m=ifft(Q_sg_m-Q_med_sg_m) //transformada de fourier sobre o
    sinal
775 Q_coeff_sg_m=2*abs(Q_fft_sg_m(1:n_fft))
776
777 Q_fft_sg_j=ifft(Q_sg_j-Q_med_sg_j) //transformada de fourier sobre o
    sinal
778 Q_coeff_sg_j=2*abs(Q_fft_sg_j(1:n_fft))
779
780 Q_fft_cg_m=ifft(Q_cg_m-Q_med_cg_m) //transformada de fourier sobre o
    sinal
781 Q_coeff_cg_m=2*abs(Q_fft_cg_m(1:n_fft))
782
783 Q_fft_cg_j=ifft(Q_cg_j-Q_med_cg_j) //transformada de fourier sobre o
    sinal
784 Q_coeff_cg_j=2*abs(Q_fft_cg_j(1:n_fft))
785
786 Q_fft_cga_m=ifft(Q_cga_m-Q_med_cga_m) //transformada de fourier sobre o
    sinal
787 Q_coeff_cga_m=2*abs(Q_fft_cga_m(1:n_fft))
788
789 Q_fft_cga_j=ifft(Q_cga_j-Q_med_cga_j) //transformada de fourier sobre o
    sinal
790 Q_coeff_cga_j=2*abs(Q_fft_cga_j(1:n_fft))
791
792 ////Construindo vetores com a amplitude, frecuencia e angulo de fase de
    cada componente
793 //pressao sem atenuador
794 phi_sg_m=atan(imag(p_fft_sg_m),real(p_fft_sg_m))
795 for i=1:n_fft
796     mat_sg_m(i,1)=p_coeff_sg_m(i,1)
797     mat_sg_m(i,2)=f_caso(1,i)
798     mat_sg_m(i,3)=phi_sg_m(i,1)
799 end
800 p_mat2_sg_m=gsort(mat_sg_m,'lr','d')
801
802 //vazao a montante com atenuador
```

```
803 phi_Q_cg_m=atan(imag(Q_fft_cg_m),real(Q_fft_cg_m))
804 for i=1:n_fft
805     mat_cg_Q(i,1)=Q_coeff_cg_m(i,1) //amplitude
806     mat_cg_Q(i,2)=f_caso(1,i) //frequencia
807     mat_cg_Q(i,3)=phi_Q_cg_m(i,1) //angulo de fase
808 end
809 Q_mat2_cg_m=gsort(mat_cg_Q,'lr','d') //organizando a matriz em ordem
      decrescente da amplitude
810
811 //razoes de amplitude e atenuacao em %
812 Ap_fft_sc_m=sqrt(sum(p_coeff_sg_m.^2)/sum(p_coeff_cg_m.^2))
813 Ap_fft_sc_j=sqrt(sum(p_coeff_sg_j.^2)/sum(p_coeff_cg_j.^2))
814 Ap_fft_sg_mj=sqrt(sum(p_coeff_sg_m.^2)/sum(p_coeff_sg_j.^2))
815 Ap_fft_cg_mj=sqrt(sum(p_coeff_cg_m.^2)/sum(p_coeff_cg_j.^2))
816 Ap_fft_sca_m=sqrt(sum(p_coeff_sg_m.^2)/sum(p_coeff_cga_m.^2))
817 Ap_fft_sca_j=sqrt(sum(p_coeff_sg_j.^2)/sum(p_coeff_cga_j.^2))
818 Ap_fft_cga_mj=sqrt(sum(p_coeff_cga_m.^2)/sum(p_coeff_cga_j.^2))
819
820 aten_p_fft_sc_m=(1-1/Ap_fft_sc_m)*100
821 aten_p_fft_sc_j=(1-1/Ap_fft_sc_j)*100
822 aten_p_fft_sg_mj=(1-1/Ap_fft_sg_mj)*100
823 aten_p_fft_cg_mj=(1-1/Ap_fft_cg_mj)*100
824 aten_p_fft_sca_m=(1-1/Ap_fft_sca_m)*100
825 aten_p_fft_sca_j=(1-1/Ap_fft_sca_j)*100
826 aten_p_fft_cga_mj=(1-1/Ap_fft_cga_mj)*100
827
828 Ap_fft_ef=sqrt((sum(p_coeff_sg_m.^2)+sum(p_coeff_sg_j.^2))/(sum(
      p_coeff_cg_m.^2)+sum(p_coeff_cg_j.^2)))
829 aten_p_fft_ef=(1-1/Ap_fft_ef)*100
830 Ap_fft_cga_ef=sqrt((sum(p_coeff_sg_m.^2)+sum(p_coeff_sg_j.^2))/(sum(
      p_coeff_cga_m.^2)+sum(p_coeff_cga_j.^2)))
831 aten_p_fft_cga_ef=(1-1/Ap_fft_cga_ef)*100
832
833 AQ_fft_sc_m=sqrt(sum(Q_coeff_sg_m.^2)/sum(Q_coeff_cg_m.^2))
834 AQ_fft_sc_j=sqrt(sum(Q_coeff_sg_j.^2)/sum(Q_coeff_cg_j.^2))
835 AQ_fft_sg_mj=sqrt(sum(Q_coeff_sg_m.^2)/sum(Q_coeff_sg_j.^2))
836 AQ_fft_cg_mj=sqrt(sum(Q_coeff_cg_m.^2)/sum(Q_coeff_cg_j.^2))
837 AQ_fft_sca_m=sqrt(sum(Q_coeff_sg_m.^2)/sum(Q_coeff_cga_m.^2))
838 AQ_fft_sca_j=sqrt(sum(Q_coeff_sg_j.^2)/sum(Q_coeff_cga_j.^2))
839 AQ_fft_cga_mj=sqrt(sum(Q_coeff_cga_m.^2)/sum(Q_coeff_cga_j.^2))
840
841 aten_Q_fft_sc_m=(1-1/AQ_fft_sc_m)*100
842 aten_Q_fft_sc_j=(1-1/AQ_fft_sc_j)*100
843 aten_Q_fft_sg_mj=(1-1/AQ_fft_sg_mj)*100
844 aten_Q_fft_cg_mj=(1-1/AQ_fft_cg_mj)*100
845 aten_Q_fft_sca_m=(1-1/AQ_fft_sca_m)*100
846 aten_Q_fft_sca_j=(1-1/AQ_fft_sca_j)*100
```

```
847 aten_Q_fft_cga_mj=(1-1/AQ_fft_cga_mj)*100
848
849 AQ_fft_ef=AQ_fft_cg_mj
850 aten_Q_fft_ef=(1-1/AQ_fft_ef)*100
851 AQ_fft_cga_ef=AQ_fft_cga_mj
852 aten_Q_fft_cga_ef=(1-1/AQ_fft_cga_ef)*100
853
854 //Apresentando resultados
855 disp("Resultados experimentais")
856 disp(" Pressao:")
857 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na integracao do
      sinal = "+string(Ae_p_ef))
858 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na razao entre
      as normas das amplitudes obtidas pela analise FFT do sinal = "+string
      (Ap_fft_ef))
859 disp("      Atenuacao da baseada na integracao do sinal = "+string(
      aten_p_ef)+"%")
860 disp("      Atenuacao da baseada na razao entre as normas das amplitudes
      obtidas pela analise FFT do sinal = "+string(aten_p_fft_ef)+"%")
861
862 disp(" Vazao:")
863 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na integracao do
      sinal = "+string(Ae_Q_ef))
864 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na razao entre
      as normas das amplitudes obtidas pela analise FFT do sinal = "+string
      (AQ_fft_ef))
865 disp("      Atenuacao da baseada na integracao do sinal = "+string(
      aten_Q_ef)+"%")
866 disp("      Atenuacao da baseada na razao entre as normas das amplitudes
      obtidas pela analise FFT do sinal = "+string(aten_Q_fft_ef)+"%")
867
868 disp("Resultados experimentais atenuador apendice")
869 disp(" Pressao:")
870 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na integracao do
      sinal = "+string(Ae_p_cga_ef))
871 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na razao entre
      as normas das amplitudes obtidas pela analise FFT do sinal = "+string
      (Ap_fft_cga_ef))
872 disp("      Atenuacao da baseada na integracao do sinal = "+string(
      aten_p_cga_ef)+"%")
873 disp("      Atenuacao da baseada na razao entre as normas das amplitudes
      obtidas pela analise FFT do sinal = "+string(aten_p_fft_cga_ef)+"%")
874
875 disp(" Vazao:")
876 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na integracao do
      sinal = "+string(Ae_Q_cga_ef))
877 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na razao entre
```

```
    as normas das amplitudes obtidas pela analise FFT do sinal = "+string
    (AQ_fft_cga_ef))
878 disp("      Atenuacao da baseada na integracao do sinal = "+string(
    aten_Q_cga_ef)+"%")
879 disp("      Atenuacao da baseada na razao entre as normas das amplitudes
    obtidas pela analise FFT do sinal = "+string(aten_Q_fft_cga_ef)+"%")
880
881 figure(3)
882 clf(3)
883
884 subplot(3,3,1)
885 plot(t_sg_m,p_sg_m,'blue')
886 plot(t_sg_m,p_med_sg_m,'blue')
887 plot(t_cg_m,p_cg_m,'red')
888 plot(t_cg_m,p_med_cg_m,'red')
889 h=gca()
890 //h.data_bounds=[280,0.15;300,0.45]
891 xtitle('Medicao a montante - Azul: sem atenuador; Vermelho: com
    atenuador.','Tempo (s)','Pressao (bar)')
892
893 subplot(3,3,2)
894 plot(f_caso',p_coeff_sg_m,'blue')
895 plot(f_caso',p_coeff_cg_m,'red')
896 h=gca()
897 h.data_bounds=[0,0;4*Fi,max(max(p_coeff_sg_m),max(p_coeff_cg_m))]
898 xtitle('Medicao a montante - Azul: sem atenuador; Vermelho: com
    atenuador.','Frequencia (Hz)','Amplitude da pressao (bar)')
899
900 subplot(3,3,3)
901 plot(t_sg_j,p_sg_j,'blue')
902 plot(t_sg_j,p_med_sg_j,'blue')
903 plot(t_cg_j,p_cg_j,'red')
904 plot(t_cg_j,p_med_cg_j,'red')
905 h=gca()
906 //h.data_bounds=[0,min(min(p_sg),min(p_cg)-0.1);max(t_sg),1.10*max(max(
    p_sg),max(p_cg))+0.1]
907 xtitle('Medicao a jusante - Azul: sem atenuador; Vermelho: com atenuador
    .','Tempo (s)','Pressao (bar)')
908
909 subplot(3,3,4)
910 plot(f_caso',p_coeff_sg_j,'blue')
911 plot(f_caso',p_coeff_cg_j,'red')
912 h=gca()
913 h.data_bounds=[0,0;4*Fi,max(max(p_coeff_sg_j),max(p_coeff_cg_j))]
914 xtitle('Medicao a jusante - Azul: sem atenuador; Vermelho: com atenuador
    .','Frequencia (Hz)','Amplitude da pressao (bar)')
915
```

```

916 subplot(3,3,5)
917 plot(t_sg_m,Q_sg_m,'blue')
918 plot(t_sg_m,Q_med_sg_m,'blue')
919 plot(t_sg_m,Q_sg_j,'red')
920 plot(t_sg_m,Q_med_sg_j,'red')
921 h=gca()
922 //h.data_bounds=[280,min(min(Q_cg_m),min(Q_cg_j))-0.1;300,max(max(Q_cg_m
    ),max(Q_cg_j))+0.1]
923 xtitle('SG - Azul: montante; Vermelho: jusante.','Tempo (s)','Vazao (m
    ^3/hr)')
924
925 subplot(3,3,6)
926 plot(f_caso',Q_coeff_sg_m,'blue')
927 plot(f_caso',Q_coeff_sg_j,'red')
928 h=gca()
929 h.data_bounds=[0,0;4*Fi,max(max(Q_coeff_sg_m),max(Q_coeff_sg_j))]
930 xtitle('SG - Azul: montante; Vermelho: jusante.','Frequencia (Hz)','
    Amplitude da vazao (m^3/hr)')
931
932 subplot(3,3,7)
933 plot(t_cg_m,Q_cg_m*1000/60,'blue')
934 plot(t_cg_m,Q_med_cg_m*1000/60,'blue')
935 plot(t_cg_m,Q_cg_j*1000/60,'red')
936 plot(t_cg_m,Q_med_cg_j*1000/60,'red')
937 h=gca()
938 //h.data_bounds=[0,min(min(Q1_cg),min(Q2_cg))-0.1;max(t_sg),max(max(
    Q1_cg),max(Q2_cg))+0.1]
939 xtitle('CG - Azul: montante; Vermelho: jusante.','Tempo (s)','Vazao (L/
    min)')
940
941 subplot(3,3,8)
942 plot(f_caso',Q_coeff_cg_m*1000/60,'blue')
943 plot(f_caso',Q_coeff_cg_j*1000/60,'red')
944 h=gca()
945 //h.data_bounds=[0,0;4*Fi,1.05*max(max(Q_coeff_cg_m),max(Q_coeff_cg_j))]
946 xtitle('CG - Azul: montante; Vermelho: jusante.','Frequencia (Hz)','
    Amplitude da vazao (m^3/hr)')
947
948 subplot(3,3,9)
949 plot(t_sg_j,Q_cg_m/Q_med_cg_m,'blue')
950 plot(t_sg_j,p1_cg_j/p1_med_cg_j,'red')
951 h=gca()
952 h.data_bounds=[100,0;110,2]
953 xtitle('CG - Azul: Q(t)/Q_med; Vermelho: p(t)/p_med.','Tempo (s)',' Q(t)
    /Q_med; p(t)/p_med')
954
955 Results_A_aten(1,1)=mean([Ae_p_sc_m Ap_fft_sc_m])

```

```

956 Results_A_aten(1,2)=mean([Ae_p_sc_j Ap_fft_sc_j])
957 Results_A_aten(1,3)=mean([Ae_p_sg_mj Ap_fft_sg_mj])
958 Results_A_aten(1,4)=mean([Ae_p_cg_mj Ap_fft_cg_mj])
959 Results_A_aten(1,5)=mean([Ae_p_cga_mj Ap_fft_cga_mj])
960 Results_A_aten(1,6)=mean([Ae_p_sca_m Ap_fft_sca_m])
961 Results_A_aten(1,7)=mean([Ae_p_sca_j Ap_fft_sca_j])
962 Results_A_aten(1,8)=mean([Ae_p_ef Ap_fft_ef])
963 Results_A_aten(1,9)=mean([Ae_p_cga_ef Ap_fft_cga_ef])
964
965 Results_A_aten(2,1)=mean([Ae_Q_sc_m AQ_fft_sc_m])
966 Results_A_aten(2,2)=mean([Ae_Q_sc_j AQ_fft_sc_j])
967 Results_A_aten(2,3)=mean([Ae_Q_sg_mj AQ_fft_sg_mj])
968 Results_A_aten(2,4)=mean([Ae_Q_cg_mj AQ_fft_cg_mj])
969 Results_A_aten(2,5)=mean([Ae_Q_cga_mj AQ_fft_cga_mj])
970 Results_A_aten(2,6)=mean([Ae_Q_sca_m AQ_fft_sca_m])
971 Results_A_aten(2,7)=mean([Ae_Q_sca_j AQ_fft_sca_j])
972 Results_A_aten(2,8)=mean([Ae_Q_ef AQ_fft_ef])
973 Results_A_aten(2,9)=mean([Ae_Q_cga_ef AQ_fft_cga_ef])
974
975 Q_coeff_cg_m_Lmin=Q_coeff_cg_m*1000/60
976 Q_coeff_cg_j_Lmin=Q_coeff_cg_j*1000/60
977 f_caso_linha=f_caso'
978
979 Q_cg_m_Lmin=Q_cg_m*1000/60
980 Q_cg_j_Lmin=Q_cg_j*1000/60
981
982 // -----Atenuacao teorica
-----
983
984 //funcao eta(Eq. 2.62)
985 function eta1=eta(x)
986     M1=abs(besselj(1,%i^(3/2)*x))
987     M2=abs(besselj(2,%i^(3/2)*x))
988     teta1=atan(imag(besselj(1,%i^(3/2)*x)),real(besselj(1,%i^(3/2)*x)))
989     teta2=atan(imag(besselj(2,%i^(3/2)*x)),real(besselj(2,%i^(3/2)*x)))
990     eta1=(x/4)*(M1/M2)*cos(teta1-teta2+3*pi/4)
991 endfunction
992
993 //funcao epsilon (Eq. 2.63)
994 function epsilon1=epsilon(x)
995     M1=abs(besselj(1,%i^(3/2)*x))
996     M2=abs(besselj(2,%i^(3/2)*x))
997     teta1=atan(imag(besselj(1,%i^(3/2)*x)),real(besselj(1,%i^(3/2)*x)))
998     teta2=atan(imag(besselj(2,%i^(3/2)*x)),real(besselj(2,%i^(3/2)*x)))
999     epsilon1=(x/4)*(M1/M2)*sin(teta1-teta2+3*pi/4)
1000 endfunction

```

```
1001
1002 //Determinando a complacencia a partir dos resultados numericos em
      funcao da pressao media
1003 Vi_r=335297.48 //volume inicial forma real aproximada(mm^3)
1004 A_r=47655.612 //area da superficie interna na forma real aproximada (mm
      ^2)
1005 L=La*1000 //comprimento do atenuador (mm)
1006 Vi_t=L*%pi*Dn^2/4 //volume inicial teorico baseado no diametro nominal (
      mm^3)
1007 A_t=%pi*Dn*L
1008 Deq=sqrt(4*Vi_r/(L*%pi)) //diametro equivalente da forma real aproximada
1009
1010 data_pV=fscanfMat('pressaoXvolume_32-38_Yeoh2ordem_preuso_tuboideal.txt'
      )
1011 //data_pV=fscanfMat('pressaoXvolume_32-38_Yeoh2ordem_posuso_tuboideal.
      txt')
1012 p_med=data_pV(:,1) //pressao media no atenuador (Pa)
1013 vol=data_pV(:,2) //volume interno do atenuador (m^3)
1014
1015 n=length(p_med)-1
1016 for i=1:n
1017     Cnum(i,1)=(vol(i+1)-vol(i))/(p_med(i+1)-p_med(i))
1018 end
1019
1020 function Cpnum_p=C_num(p)
1021     Cpnum_p=interpln([p_med(1:n,1)'];Cnum'),p)
1022 endfunction
1023
1024 //C=Cms
1025 //C=Cmei
1026 p_med_C=mean([p_med_cg_m p1_med_cg_m])
1027 //p_med_C=mean([p_med_cg_m p_med_cg_j p1_med_cg_m p1_med_cg_j])
1028 C=C_num(p_med_C*Bar)
1029
1030 figure(4)
1031 clf(4)
1032
1033 subplot(2,2,4)
1034 scatter(p_med(1:n,1)/100000,Cnum/Cms,36,'red','d')
1035 h=gca()
1036 h.data_bounds=[0.1,0;1.6,5]
1037 xtitle('Complacencia do atenuador em funcao da pressao media.','Pressao
      (bar)','C/Cms')
1038
1039 //Estabelecendo um sinal de vazao e pressao do sinal a partir das FFTs
      correspondentes
1040
```

```
1041 N_analise=n_fft//numero de componentes analisadas
1042
1043 //Estabelecendo um sinal de vazao e pressao do sinal a partir das FFTs
      correspondentes
1044
1045 //vazao de entrada
1046 for i=1:N_analise
1047     Qin(i,1)=Q_mat2_cg_m(i,1) //amplitude
1048     Qin(i,2)=Q_mat2_cg_m(i,2)*2*%pi //frequencia (em rad/s)
1049     Qin(i,3)=Q_mat2_cg_m(i,3) //angulo de fase
1050 end
1051
1052 function Qin_t=Q_in(t)
1053     Qin_t=Q_med_cg_m
1054     for i=1:N_analise
1055         Qin_t=Qin_t+Qin(i,1)*sin(Qin(i,2)*t+Qin(i,3))
1056     end
1057 endfunction
1058
1059 Qfft_teste=Q_in(t_cg_m)
1060 Qfft_teste_med=mean(Qfft_teste)
1061
1062 erro=(sqrt(sum((Qfft_teste-Q_cg_m).^2)/length(Q_cg_m))*100)/mean(Q_cg_m)
1063
1064 subplot(2,2,1)
1065 plot(t_cg_m,Q_cg_m,'blue')
1066 plot(t_cg_m,Q_med_cg_m,'blue')
1067 plot(t_cg_m,Qfft_teste,'green')
1068 plot(t_cg_m,Qfft_teste_med,'green')
1069 h=gca()
1070 //h.data_bounds=[0*tau,0.99*min(Q_sg*60000);max(t_sg),1.01*max(Q_sg
      *60000)]
1071 xtitle('Azul: montante atenuador (experimento); Verde: sinal replicado a
      partir da FFT','Tempo (s)','Vazao (m^3/hr)')
1072
1073 //Verificando nivel de atenuacao inerente da reducao de componentes do
      sinal
1074
1075 Int_teste_Q=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((Qfft_teste(1,1)-Qfft_teste_med)
      ^2+(Qfft_teste(2,1)-Qfft_teste_med)^2)/2
1076 for i=2:N_caso-1
1077     Int_teste_Q=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((Qfft_teste(i,1)-
      Qfft_teste_med)^2+(Qfft_teste(i+1,1)-Qfft_teste_med)^2)/2+Int_teste_Q
1078 end
1079
1080 disp("Atenuacao inerente da reducao de componentes do sinal")
1081
```

```
1082 Ae_teste_Q=sqrt(Int_Q_cg_m/Int_teste_Q)
1083 aten_teste_Q=(1-1/Ae_teste_Q)*100
1084 disp(" Vazao: "+string(aten_teste_Q)+"%")
1085
1086 disp("Erro RMS resultante da reducao de componentes do sinal (% da media
    )")
1087 disp(" Erro RMS: "+string(erro)+"% da media")
1088
1089 for i=1:N_analise
1090     WQ(i,1)=Qin(i,2)*D^2/(4*ni)
1091     WQ(i,2)=Qin(i,1)/3600
1092     WQ(i,3)=Qin(i,3)
1093     Q_coeff_red(i,1)=Qin(i,1)
1094     Psg_coeff_red(i,1)=p_mat2_sg_m(i,1)
1095 end
1096
1097 WQ2=gsort(WQ,'lr','i')
1098
1099 if min(WQ2(:,1))==0 then
1100     for i=2:N_analise
1101         Wo2(i-1,1)=WQ2(i,1)
1102         Qamp(i-1,1)=WQ2(i,2)
1103         phi(i-1,1)=WQ2(i,3)
1104     end
1105 else
1106     for i=1:N_analise
1107         Wo2(i,1)=WQ2(i,1)
1108         Qamp(i,1)=WQ2(i,2)
1109         phi(i,1)=WQ2(i,3)
1110     end
1111 end
1112 //
1113 ////Coefientes da equacao de blasius adaptada
1114 //a_b=af
1115 //b_b=bf
1116 //
1117 //comprimento equivalente
1118 Lt=LRe(Remed)
1119
1120 //Constantes do modelo
1121 k3=%pi*D*ni/4
1122
1123 Qmed=k3*Remed //vazao media (m^3/s)
1124
1125 for i=1:length(Wo2)
1126     omega(i,1)=4*ni*Wo2(i,1)/D^2
1127     k2(i,1)=C*Lt*32*mi^2*eta(sqrt(Wo2(i,1)))/(D^3*ro)
```

```

1128     k1(i,1)=C*Lt*(mi/D+32*mi^2*epsilon(sqrt(Wo2(i,1)))/(D^3*ro*omega(i
1129     ,1)))
1129     tau(i,1)=2*%pi/omega(i,1) //perido de pulsacao (s)
1130     deltat(i,1)=tau(i,1)/1000 //passo de tempo para a solucao numerica (
1131     s)
1131     t0=0 //tempo inicial da solucao (s)
1132     tf(i,1)=10*tau(i,1) //tempo final da solucao (s)
1133     t_valores=t0:deltat(i,1):tf(i,1) // valores de tempo para os quais a
1134     solucao e obtida
1134     function deriv=funcao(t,Re) //funcao de solucao da equacao
1135     diferencial
1135         deriv(1)=Re(2);
1136         deriv(2)=(-k3*Re(1)-k2(i,1)*Re(2)+(Qmed+Qamp(i,1)*sin(omega(i,1)
1137     *t+phi(i,1))))/k1(i,1)
1137     endfunction
1138     Re0=[Remed;0] //vetor de condicoes iniciais: Re(t=0)=Remed; Re'(t=0)
1139     =0
1139     resposta=ode(Re0,t0,t_valores,funcao) //matriz de solucao
1140     Re_sg_mod(i,:)=(Qmed+Qamp(i,1)*sin(omega(i,1)*t_valores+phi(i,1)))/
1141     k3
1141     dRe_sg_mod(i,1)=0
1142     for j=2:length(t_valores)
1143         dRe_sg_mod(i,j)=(Re_sg_mod(i,j)-Re_sg_mod(i,j-1))/(t_valores(j)-
1144     t_valores(j-1))
1144     end
1145     for j=1:length(t_valores)
1146         Re1(i,j)=resposta(1,j) //valores de Re(t)
1147         Re2(i,j)=resposta(2,j) //valores de Re'(t)
1148         tau_w(i,j)=(8*mi^2/(D^2*ro))*(Remed+eta(sqrt(Wo2(i,1)))*(Re1(i,j)
1149     )-Remed)+epsilon(sqrt(Wo2(i,1)))*Re2(i,j)/omega(i,1) //tensao de
1150     cisalhamento na parede
1151         tau_w_sg(i,j)=(8*mi^2/(D^2*ro))*(Remed+eta(sqrt(Wo2(i,1)))*(
1152     Re_sg_mod(i,j)-Remed)+epsilon(sqrt(Wo2(i,1)))*dRe_sg_mod(i,j)/omega(i
1153     ,1)) //tensao de cisalhamento na parede sem atenuador
1154         p_cg_mod(i,j)=Lt*((ro*ni/D)*Re2(i,j)+4*tau_w(i,j)/D) //pressao
1155     em funcao do tempo no escoamento atenuado
1156         p_sg_mod(i,j)=Lt*((ro*ni/D)*dRe_sg_mod(i,j)+4*tau_w_sg(i,j)/D)
1157     //pressao em funcao do tempo no escoamento nao atenuado
1158         Qout(i,j)=k3*(Re1(i,j)-Remed)
1159     end
1160     n1=floor(length(t_valores)-tau(i,1)/deltat(i,1))
1161     n2=length(t_valores)
1162     p_cg_mod_med(i,1)=mean(p_cg_mod(i,n1:n2))
1163     p_sg_mod_med(i,1)=mean(p_sg_mod(i,n1:n2))
1164     for j=n1:n2
1165         anQ(j-n1+1)=Qout(i,j)*cos(omega(i,1)*t_valores(j))
1166         bnQ(j-n1+1)=Qout(i,j)*sin(omega(i,1)*t_valores(j))

```

```

1161     anP(j-n1+1)=p_cg_mod(i,j)*cos(omega(i,1)*t_valores(j))
1162     bnP(j-n1+1)=p_cg_mod(i,j)*sin(omega(i,1)*t_valores(j))
1163     anP_sg(j-n1+1)=p_sg_mod(i,j)*cos(omega(i,1)*t_valores(j))
1164     bnP_sg(j-n1+1)=p_sg_mod(i,j)*sin(omega(i,1)*t_valores(j))
1165     end
1166     an_Q(i,1)=3600*2*sum(anQ)/length(anQ)
1167     bn_Q(i,1)=3600*2*sum(bnQ)/length(bnQ)
1168     an_p(i,1)=2*sum(anP)/length(anP)
1169     bn_p(i,1)=2*sum(bnP)/length(bnP)
1170     an_p_sg(i,1)=2*sum(anP_sg)/length(anP_sg)
1171     bn_p_sg(i,1)=2*sum(bnP_sg)/length(bnP_sg)
1172     Qout_amp(i,1)=sqrt(an_Q(i,1)^2+bn_Q(i,1)^2) //amplitude da
componente obtida a partir dos coeficientes da serie de Fourier
1173     Int_Qout=deltat(i,1)*((Qout(i,n1))^2+(Qout(i,n1+1))^2)/2
1174     Int_p_cg_mod=deltat(i,1)*((p_cg_mod(i,n1)-p_cg_mod_med(i,1))^2+(
p_cg_mod(i,n1+1)-p_cg_mod_med(i,1))^2)/2
1175     Int_p_sg_mod=deltat(i,1)*((p_sg_mod(i,n1)-p_sg_mod_med(i,1))^2+(
p_sg_mod(i,n1+1)-p_sg_mod_med(i,1))^2)/2
1176     for j=(n1+1):(length(t_valores)-1)
1177         Int_Qout=deltat(i,1)*((Qout(i,j))^2+(Qout(i,j+1))^2)/2+Int_Qout
1178         Int_p_cg_mod=deltat(i,1)*((p_cg_mod(i,j)-p_cg_mod_med(i,1))^2+(
p_cg_mod(i,j+1)-p_cg_mod_med(i,1))^2)/2+Int_p_cg_mod
1179         Int_p_sg_mod=deltat(i,1)*((p_sg_mod(i,j)-p_sg_mod_med(i,1))^2+(
p_sg_mod(i,j+1)-p_sg_mod_med(i,1))^2)/2+Int_p_sg_mod
1180     end
1181     Amp_Qout(i,1)=sqrt(omega(i,1)*Int_Qout*3600^2/%pi) //amplitude
equivalente
1182     Amp_p_cg_mod(i,1)=sqrt(omega(i,1)*Int_p_cg_mod/(Bar^2*%pi))
1183     Amp_p_sg_mod(i,1)=sqrt(omega(i,1)*Int_p_sg_mod/(Bar^2*%pi))
1184     Int_Qout=0
1185     Int_p_cg_mod=0
1186     Int_p_sg_mod=0
1187     n1=0
1188     n2=0
1189     t_valores=0
1190     anQ=0
1191     bnQ=0
1192     anP=0
1193     bnP=0
1194     anP_sg=0
1195     bnP_sg=0
1196     resposta=0
1197 end
1198
1199 Qmed=Qmed*3600
1200
1201 function Qout_t=Q_out(t)

```

```
1202     Qout_t=Qmed
1203     for i=1:length(Wo2)
1204         Qout_t=Qout_t+an_Q(i,1)*cos(omega(i,1)*t)+bn_Q(i,1)*sin(omega(i
,1)*t)
1205     end
1206 endfunction
1207
1208 function Pcg_t=P_cg(t)
1209     Pcg_t=mean(p_cg_mod_med)
1210     for i=1:length(Wo2)
1211         Pcg_t=Pcg_t+an_p(i,1)*cos(omega(i,1)*t)+bn_p(i,1)*sin(omega(i,1)
*t)
1212     end
1213 endfunction
1214
1215 function Psg_t=P_sg(t)
1216     Psg_t=mean(p_sg_mod_med)
1217     for i=1:length(Wo2)
1218         Psg_t=Psg_t+an_p_sg(i,1)*cos(omega(i,1)*t)+bn_p_sg(i,1)*sin(
omega(i,1)*t)
1219     end
1220 endfunction
1221
1222 Qout_total=Q_out(t_cg_m)
1223 Pcg_total=P_cg(t_cg_m)/Bar
1224 Pcg_total_med=mean(Pcg_total)
1225 Psg_total=P_sg(t_sg_m)/Bar
1226 Psg_total_med=mean(Psg_total)
1227
1228 subplot(2,2,2)
1229 plot(t_cg_m,Q_cg_m,'blue')
1230 plot(t_cg_m,Q_med_cg_m,'blue')
1231 plot(t_cg_m,Qout_total,'red')
1232 plot(t_cg_m,mean(Qout_total),'red')
1233 h=gca()
1234 //h.data_bounds=[0*tau,0.99*min(Q_sg*60000);max(t_sg),1.01*max(Q_sg
*60000)]
1235 xtitle('Azul: montante atenuador (experimento); Vermelho: vazao atenuada
do modelo','Tempo (s)','Vazao (m^3/hr)')
1236
1237 subplot(2,2,3)
1238 plot(t_sg_m,p_sg_m,'blue')
1239 plot(t_sg_m,p_med_sg_m,'blue')
1240 plot(t_sg_m,Psg_total,'cyan')
1241 plot(t_sg_m,mean(Psg_total),'cyan')
1242 plot(t_cg_m,Pcg_total,'yellow')
1243 plot(t_cg_m,mean(Pcg_total),'yellow')
```

```
1244 h=gca()
1245 //h.data_bounds=[0*tau,0.99*min(Q_sg*60000);max(t_sg),1.01*max(Q_sg
    *60000)]
1246 xtitle('Azul: sem atenuador (experimento); Ciano: sem atenuador (modelo)
    Amarelo: com atenuador (modelo)', 'Tempo (s)', 'Pressao (bar)')
1247
1248 //vazao
1249 AQ_mod=sqrt(sum((Q_coef_red).^2)/sum(Amp_Qout.^2))
1250 aten_Q_mod=(1-1/AQ_mod)*100 //amplitude equivalente
1251
1252 AQ_mod2=sqrt(sum((Q_coef_red).^2)/sum(Qout_amp.^2))
1253 aten_Q_mod2=(1-1/AQ_mod2)*100 //amplitude da componente obtida a partir
    dos coeficientes da serie de Fourier
1254
1255 Int_Qout_cg=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((Qout_total(1,1)-Qmed)^2+(
    Qout_total(2,1)-Qmed)^2)/2
1256 Int_P_cg_mod=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((Pcg_total(1,1)-Pcg_total_med)
    ^2+(Pcg_total(2,1)-Pcg_total_med)^2)/2
1257 Int_P_sg_mod=(t_sg_m(2,1)-t_sg_m(1,1))*((Psg_total(1,1)-Psg_total_med)
    ^2+(Psg_total(2,1)-Psg_total_med)^2)/2
1258 for i=2:N_caso-1
1259     Int_Qout_cg=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((Qout_total(i,1)-Qmed)^2+(
    Qout_total(i+1,1)-Qmed)^2)/2+Int_Qout_cg
1260     Int_P_cg_mod=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((Pcg_total(i,1)-
    Pcg_total_med)^2+(Pcg_total(i+1,1)-Pcg_total_med)^2)/2+Int_P_cg_mod
1261     Int_P_sg_mod=(t_sg_m(i+1,1)-t_sg_m(i,1))*((Psg_total(i,1)-
    Psg_total_med)^2+(Psg_total(i+1,1)-Psg_total_med)^2)/2+Int_P_sg_mod
1262 end
1263
1264 AQe_mod=sqrt(Int_teste_Q/Int_Qout_cg)
1265 aten_Q_mod_int=(1-1/AQe_mod)*100
1266
1267 disp("Resultados do modelo teorico")
1268 disp("  Vazao:")
1269 disp("      Atenuacao baseada nas componentes do sinal de vazao atenuada
    ; ")
1270 disp("      Razao entre amplitudes (Tau2, amplitude equivalente): "+
    string(AQ_mod))
1271 disp("      Razao entre amplitudes (Tau2, coeficientes da serie de
    Fourier): "+string(AQ_mod2))
1272 disp("      Atenuacao (Tau2, amplitude equivalente): "+string(
    aten_Q_mod)+"%")
1273 disp("      Atenuacao (Tau2, coeficientes da serie de Fourier): "+
    string(aten_Q_mod2)+"%")
1274
1275 disp("      Atenuacao modelo turbuleto (Tau2) baseada na integracao do
    sinal de vazao atenuada; ")
```

```
1276 disp("          Razao entre amplitudes (Tau2): "+string(AQe_mod))
1277 disp("          Atenuacao (Tau2): "+string(aten_Q_mod_int)+"%")
```

C.2 Código implementado em Scilab 2024.0.0 para a solução do Modelo *Windkessel* modificado para escoamento turbulento (Equação 2.92) baseado na formulação da tensão na parede $\tau_w'(t)$ (Equação 2.87)

```
1 clc
2 clear all
3 clear
4 tic()
5
6 //Constantes utilizadas
7 D=mean([16.115 16.155 16.105 16.085 16.115 16.070 16.11 16.14 16.115])
   *0.001 //diametro principal da tubulacao da bancada (m)
8 ro=996 //massa especifica da fluido transportado (k/m^3)
9 mi=0.000951284//viscosidade dinamica do fluido transportado a 25graus C
   (Pa.s)
10 ni=mi/ro //viscosidade cinematica do fluido transportado(m^2/s)
11 Bar=10^5 //fator de conversao de bar para pascal
12 g=9.807 //aceleracao da gravidade (m/s^2)
13 ha=3e-3 //espessura do atenuador (m)
14 ra=(32e-3)/2 //raio do atenuador (m)
15 La=490e-3 //comprimento livre do atenuador (m)
16 V0=%pi*(ra^2)*La //volume interno do atenuador indeformado (m^3)
17 rug=0 //rugosidade da parede da tubulacao (m)
18
19 //
   -----
20
21 //Caracterizacao do material do atenuador e estimativa da complacencia,
   considerando o material como linear
22 A=fscanfMat('ensaio_tracao.txt') //carregando os dados do ensaio de
   tracao
23 //Strain=A(1:314,1) //deformacao normal (mm/mm)
24 //Stress=A(1:314,2)*10^6 //tensao (Pa)
25 Strain=A(:,1) //deformacao normal (mm/mm)
26 Stress=A(:,2)*10^6 //tensao (Pa)
27 E=sum(Stress.*Strain)/sum(Strain.^2) //estimativa do modulo de
   elasticidade
28 Stress_E=E*Strain // estimativa da tensao com base no modulo de
   elasticidade
29 residual_E=Stress-Stress_E
```

```
30 SQ_res=0
31 SQ_tot=0
32 n_p=size(Stress, '*')
33 nv=1
34 for i=1:n_p
35     SQ_tot=(Stress(i,1)-mean(Stress))^2+SQ_tot
36     SQ_res=(residual_E(i,1))^2+SQ_res
37 end
38
39 R2_E=1-SQ_res/SQ_tot //coeficiente de determinacao
40 R2_ajust_E=1-(n_p-1)*(1-R2_E)/(n_p-(nv+1)) ////coeficiente de
    determinacao ajustado
41 ni_d=0.45 //coeficiente de Poisson do material
42 Cms=(2-ni_d)*%pi*ra^3*La/(E*ha) //estimativa da complacencia (rigidez
    volumetrica) do atenuador (m^3/Pa) com base na teoria de mecanica do
    solidos linear elastica
43 Cmei=(2)*%pi*ra^3*La/(E*ha) //estimativa da complacencia (rigidez
    volumetrica) do atenuador segundo Mei et al. (2018) (m^3/Pa)
44
45 //alturas relativas do transdutores
46 z1=0.86
47 z2=0.86
48 z3=0.86
49 z4=0.86
50 z5=0.97
51 z6=z5+1.06
52 z_saida=2.1-0.33
53
54 //viscosidade em funcao da temperatura
55 function miT=mi_T(T)
56     miT=(280.68*((T+273.15)/300).^(-1.9)+511.45*((T+273.15)/300).^(-7.7)
    +61.131*((T+273.15)/300).^(-19.6)+0.45903*((T+273.15)/300).^(-40.0))
    *1.06886*10^(-6)
57 endfunction
58
59 //Velocidade media em funcao da vazao
60 function v_Q=v(Q)
61     v_Q=4*(Q/3600)/(%pi*D^2)
62 endfunction
63
64 //Numero de Reynolds em funcao da vazao
65 function Rey_Q=Rey(Q,mi)
66     Rey_Q=D*v(Q)*ro./mi
67 endfunction
68
69 //Fator de atrito em funcao da vazao (formula de Colebrook)
70 function fa_Q=fa(Q,mi)
```

```

71     for i=1:length(Q)
72         f0(i)=0.25*(log10(rug/(3.7*D)+5.74/Rey(Q,mi)(i)^0.9))^(-2)
73         f1(i)=(-2*log10(rug/(3.7*D)+2.51/(Rey(Q,mi)(i)*f0(i)^0.5)))^(-2)
74         while abs(f1(i)-f0(i))/f1(i)>0.0001
75             f0(i)=f1(i)
76             f1(i)=(-2*log10(rug/(3.7*D)+2.51/(Rey(Q,mi)(i)*f0(i)^0.5)))
77             ^(-2) //estimativa do fator de atrito
78         end
79         fa_Q=f1
80     endfunction
81
82 //Fator de atrito de Blasius
83 function fa_B=fa_blasius(Q,mi)
84     fa_B=0.3164*Rey(Q,mi).^(-0.25)
85 endfunction
86
87 //Estimativa do fator de atrito
88 function fe_Q=fest(Q,a)
89     fe_Q=-a*Bar*2*D/(ro*v(Q)^2)
90 endfunction
91
92 //Dados da bancada parada para correcao da pressao e vazao
93 off=fscanfMat('Testes_regime_permanente\Background.lvm')
94 t_off=(off(:,1))
95 Q_off=(off(:,3))
96 Q2_off=(off(:,2))
97 P1_off=(off(:,9))
98 P2_off=(off(:,10))
99 P3_off=(off(:,11))
100 P4_off=(off(:,12))
101
102 //Dados da bancada parada e atenuador vazio para correcao da pressao dos
103 //transdutores a montante e jusante do atenuador
104 offP5P6=fscanfMat('Testes_regime_permanente\Background_TP5_TP6.lvm')
105 t_offP5P6=(offP5P6(:,1))
106 P5_off=(offP5P6(:,14))
107 P6_off=(offP5P6(:,15))
108
109 //Filtrando os dados para retirada de outliers
110 function [filtered_data, filtered_time] = filtro_limite_percentil(data,
111     time)
112     //Carregue seus dados de pressao em 'data' e seus dados de tempo em
113     //'time'
114     //Inicializa vetores para os dados e tempos filtrados
115     filtered_data = []

```

```
114     filtered_time = []
115     //define o limites superior partir do divisor entre primeiro e
segundo quartil e o limite superior a partir partir do divisor entre
terceiro e quarto quartil
116     p=perctl(data,[10 90])
117     limite_inferior=p(1,1)
118     limite_superior=p(2,1)
119     //Percorre os dados e tempos originais
120     n = length(data)
121     for i = 1:n
122         if data(i) <= limite_superior && data(i) >= limite_inferior
123             //Se o dado estiver dentro do limite, adiciona-o aos dados
filtrados
124                 filtered_data = [filtered_data, data(i)]
125                 filtered_time = [filtered_time, time(i)]
126         end
127     end
128 end
129
130 [Q_off_f,t_off_Q] = filtro_limite_percentil(Q_off,t_off)
131 [Q2_off_f,t_off_Q2] = filtro_limite_percentil(Q2_off,t_off)
132 [P1_off_f,t_off_P1] = filtro_limite_percentil(P1_off,t_off)
133 [P2_off_f,t_off_P2] = filtro_limite_percentil(P2_off,t_off)
134 [P3_off_f,t_off_P3] = filtro_limite_percentil(P3_off,t_off)
135 [P4_off_f,t_off_P4] = filtro_limite_percentil(P4_off,t_off)
136 [P5_off_f,t_off_P5] = filtro_limite_percentil(P5_off,t_offP5P6)
137 [P6_off_f,t_off_P6] = filtro_limite_percentil(P6_off,t_offP5P6)
138
139 x1=0//posicao relativa do transdutor 1 (m)
140 x2=0.5 //posicao relativa do transdutor 2 (m)
141 x3=1.0 //posicao relativa do transdutor 3 (m)
142 x4=2.3 //posicao relativa do transdutor 4 (m)
143 x=[x1 x2 x3 x4]
144
145 figure(0)
146 clf(0)
147
148 subplot(2,3,1)
149 scatter(Strain,Stress/10^6,36,'red','d')
150 plot(Strain,Stress_E/10^6,'black')
151 h=gca()
152 //h.data_bounds=[0,0;3.7,7.1]
153 xtitle('Ensaio de tracao (a linha representa o modelo linear obtido a
partir dos dados)','Deformacao (m/m)','Tensao normal (MPa)')
154
155 subplot(2,3,2)
156 scatter(t_off,Q_off,12,'red','d')
```

```
157 plot(t_off,mean(Q_off),'red')
158 scatter(t_off,Q2_off,12,'blue','d')
159 plot(t_off,mean(Q2_off),'blue')
160 h=gca()
161 //h.data_bounds=[0,0.9;300,1.10]
162 xtitle('Vazao versus tempo: offset sem filtro. Warme: azul; Yokogawa:
        vermelho.','Tempo (s)','Vazao (m^3/hr)')
163
164 subplot(2,3,3)
165 scatter(t_off_Q,Q_off_f,12,'red','d')
166 plot(t_off_Q,mean(Q_off_f),'red')
167 scatter(t_off_Q2,Q2_off_f,12,'blue','d')
168 plot(t_off_Q2,mean(Q2_off_f),'blue')
169 h=gca()
170 //h.data_bounds=[0,0.9;300,1.10]
171 xtitle('Vazao versus tempo: offset com filtro. Warme: azul; Yokogawa:
        vermelho.','Tempo (s)','Vazao (m^3/hr)')
172
173 subplot(2,3,4)
174 scatter(t_off,P1_off,12,'red','d')
175 plot(t_off,mean(P1_off),'red')
176 scatter(t_off,P2_off,12,'blue','d')
177 plot(t_off,mean(P2_off),'blue')
178 scatter(t_off,P3_off,12,'green','d')
179 plot(t_off,mean(P3_off),'green')
180 scatter(t_off,P4_off,12,'magenta','d')
181 plot(t_off,mean(P4_off),'magenta')
182 scatter(t_off,P5P6,P5_off,12,'black','d')
183 plot(t_off,P5P6,mean(P5_off),'black')
184 scatter(t_off,P5P6,P6_off,12,'cyan','d')
185 plot(t_off,P5P6,mean(P6_off),'cyan')
186 h=gca()
187 h.data_bounds=[0,-0.05;200,0.2]
188 xtitle('Pressao versus tempo: offset sem filtro. P1: vermelho; P2: azul;
        P3; verde; P4: magenta; P5: preto; P6: ciano.','Tempo (s)', 'Pressao
        (bar)')
189
190 subplot(2,3,5)
191 scatter(t_off_P1,P1_off_f,12,'red','d')
192 plot(t_off_P1,mean(P1_off_f),'red')
193 scatter(t_off_P2,P2_off_f,12,'blue','d')
194 plot(t_off_P2,mean(P2_off_f),'blue')
195 scatter(t_off_P3,P3_off_f,12,'green','d')
196 plot(t_off_P3,mean(P3_off_f),'green')
197 scatter(t_off_P4,P4_off_f,12,'magenta','d')
198 plot(t_off_P4,mean(P4_off_f),'magenta')
199 scatter(t_off_P5,P5_off_f,12,'black','d')
```

```
200 plot(t_off_P5,mean(P5_off_f),'black')
201 scatter(t_off_P6,P6_off_f,12,'cyan','d')
202 plot(t_off_P6,mean(P6_off_f),'cyan')
203 h=gca()
204 h.data_bounds=[0,-0.05;200,0.2]
205 xtitle('Pressao versus tempo: offset com filtro. P1: vermelho; P2: azul;
        P3: verde; P4: magenta; P5: preto; P6: ciano.','Tempo (s)', 'Pressao
        (bar)')
206
207 Q_off=mean(Q_off_f)
208 Q2_off=mean(Q2_off_f)
209 P1_off=mean(P1_off_f)
210 P2_off=mean(P2_off_f)
211 P3_off=mean(P3_off_f)
212 P4_off=mean(P4_off_f)
213 P5_off=mean(P5_off_f)
214 P6_off=mean(P6_off_f)
215
216 //
        -----
217
218 // Medicoes com vazoes distintas em regime permanente
219
220 nQ=22 //numero de vazoes diferentes testadas, igual ao numero de
        arquivos de teste
221 nC=2 //numero de condicoes da medicao da vazao (2: montante e jusante)
222 //figure(1)
223 //clf(1)
224
225 for i=1:nQ //mudar o limite superior em funcao da quantidade de testes
226     for j=1:nC
227         data=fscanfMat('Testes_regime_permanente\permanente_'+string(j)+
        '_Passe_'+string(i)+'_Bomba'+'.lvm')
228         time=data(:,1)
229         Q_sf=(data(:,3))-mean(Q_off_f)//vazao do medidor Yokogawa (m^3/
        hr)
230         Q2_sf=(data(:,2))-mean(Q2_off_f)//vazao do medidor Warme (m^3/hr
        )
231         P1_sf=data(:,9)-mean(P1_off_f)//pressao 1 sem filtro (bar)
232         P2_sf=data(:,10)-mean(P2_off_f)//pressao 2 sem filtro (bar)
233         P3_sf=data(:,11)-mean(P3_off_f)//pressao 3 sem filtro (bar)
234         P4_sf=data(:,12)-mean(P4_off_f)//pressao 4 sem filtro (bar)
235         P5_sf=data(:,13)-mean(P5_off_f)//pressao 5 sem filtro (bar)
236         P6_sf=data(:,14)-mean(P6_off_f)//pressao 6 sem filtro (bar)
237         T_sf=data(:,17)
238         [Q_f,t_Q] = filtro_limite_percentil(Q_sf,time)
```

```
239     [T_f,t_T] = filtro_limite_percentil(T_sf,time)
240     [Q2_f,t_Q2] = filtro_limite_percentil(Q2_sf,time)
241     [P1_f,t_P1] = filtro_limite_percentil(P1_sf,time)
242     [P2_f,t_P2] = filtro_limite_percentil(P2_sf,time)
243     [P3_f,t_P3] = filtro_limite_percentil(P3_sf,time)
244     [P4_f,t_P4] = filtro_limite_percentil(P4_sf,time)
245     [P5_f,t_P5] = filtro_limite_percentil(P5_sf,time)
246     [P6_f,t_P6] = filtro_limite_percentil(P6_sf,time)
247     Q(i,j)=mean(Q_f)
248     T(i,j)=mean(T_f)
249     mi(i,j)=mi_T(T(i,j))
250     Re(i,j)=Rey(Q(i,j),mi(i,j))
251     Q2(i,j)=mean(Q2_f)
252     P1(i,j)=mean(P1_f)
253     P2(i,j)=mean(P2_f)
254     P3(i,j)=mean(P3_f)
255     P4(i,j)=mean(P4_f)
256     P5(i,j)=mean(P5_f)
257     P6(i,j)=mean(P6_f)
258     time=0
259     Q_f=0
260     t_Q=0
261     Q_sf=0
262     Q2_sf=0
263     P1_sf=0
264     P2_sf=0
265     P3_sf=0
266     P4_sf=0
267     Q2_f=0
268     t_Q2=0
269     P1_f=0
270     t_P1=0
271     P2_f=0
272     t_P2=0
273     P3_f=0
274     t_P3=0
275     P4_f=0
276     t_P4=0
277     end
278 end
279
280 for j=1:nC
281     for i=1:nQ
282         if j==1 then
283             linhaP(i,1)=P1(i,j)
284             linhaP(i,2)=P2(i,j)
285             linhaP(i,3)=P3(i,j)
```

```

286         linhaP(i,4)=P4(i,j)
287         Q_testes(i,1)=Q(i,j)
288         mi_testes(i,1)=mi(i,j)
289         rot_bomba(i,1)=600+i*100
290     else
291         linhaP(nQ+i,1)=P1(i,j)
292         linhaP(nQ+i,2)=P2(i,j)
293         linhaP(nQ+i,3)=P3(i,j)
294         linhaP(nQ+i,4)=P4(i,j)
295         Q_testes(nQ+i,1)=Q(i,j)
296         mi_testes(nQ+i,1)=mi(i,j)
297         rot_bomba(nQ+i,1)=600+i*100
298     end
299 end
300 end
301
302
303 n_dr=size(x, '*')
304 nv=1
305
306 function p_x=p_linha(x,a,b)
307     p_x=a*x+b
308 endfunction
309
310 figure(2)
311 clf(2)
312
313 for i=1:nQ*nC
314     [a1,b1,sig1]=reglin(x,linhaP(i,:))
315     a(i,1)=a1 //inclinacao da reta p(x),
316     b(i,1)=b1
317     residual_P(i,:)=linhaP(i,:)-p_linha(x,a(i,1),b(i,1))
318     SQ_res=0
319     SQ_tot=0
320     for j=1:n_dr
321         SQ_tot=(linhaP(i,j)-mean(linhaP(i,:)))^2+SQ_tot
322         SQ_res=(residual_P(i,j))^2+SQ_res
323     end
324     R2_P(i,1)=1-SQ_res/SQ_tot //coeficientes de determinacao (R^2)
325     R2_ajust_P(i,1)=1-(n_dr-1)*(1-R2_P(i,1))/(n_dr-(nv+1))
326     subplot(2,2,1)
327     scatter(x,linhaP(i,:),40,'black','d')
328     plot(x,p_linha(x,a(i,1),b(i,1)),'red')
329     h=gca()
330     xtitle('Linha pressao versus posicao. Linha: regressao linear',
331           'Posicao relativa (m)', 'Pressao (bar)')
331     f_bancada(i,1)=fest(Q_testes(i,1),a(i,1))

```

```

332     y_f(1,i)=log(f_bancada(i,1))
333     x_Re(1,i)=log(Rey(Q_testes(i,1),mi_testes(i,1)))
334 end
335
336 for i=1:nQ
337     f_bancada(i,1)=mean([fest(Q_testes(i,1),a(i,1)) fest(Q_testes(i+nQ
338     ,1),a(i+nQ,1))])
339     y_f(1,i)=log(f_bancada(i,1))
340     Re_med_testes(1,i)=Rey(mean([Q_testes(i,1) Q_testes(i+nQ,1)]),mean([
341     mi_testes(i,1) mi_testes(i+nQ,1)]))
342     x_Re(1,i)=log(Re_med_testes(1,i))
343 end
344
345 [af,bf,sigf]=reglin(x_Re,y_f)
346
347 function f_x=f_log(x,a,b)
348     f_x=a*x+b
349 endfunction
350
351 n_f=size(x_Re,'*')
352 SQ_tot=0
353 SQ_res=0
354
355 for j=1:n_f
356     residual_f(i)=y_f(i)-f_log(x_Re(i),af,bf)
357     SQ_tot=(y_f(i)-mean(y_f))^2+SQ_tot
358     SQ_res=(residual_f(i))^2+SQ_res
359 end
360 R2_f=1-SQ_res/SQ_tot //coeficientes de determinacao (R^2)
361 R2_ajust_f=1-(n_f-1)*(1-R2_f)/(n_f-(nv+1))
362
363 bf=%e^bf
364
365 function faexp=fa_exp(x,a,b)
366     faexp=b*x.^a
367 endfunction
368
369 subplot(2,2,2)
370 scatter(Rey(Q,mi),fa(Q,mi),40,'blue','d')
371 scatter(Rey(Q,mi),fa_blasius(Q,mi),40,'black','d')
372 scatter(Rey(Q,mi),f_bancada,40,'red','d')
373 plot(Re_med_testes,fa_exp(Re_med_testes,af,bf),'red')
374 h=gca()
375 xtitle('Fator de atrito versus Reynolds. Colebrook: azul; Blasius: preto
376 ; Experimento: vermelho','Re','f')
377
378 for i=1:nC*nQ

```

```

376     erro_fa_blasius(i,1)=abs(f_bancada(i,1)-fa_blasius(Q_testes(i,1),
mi_testes(i,1)))*100/fa_blasius(Q_testes(i,1),mi_testes(i,1))
377     erro_fa(i,1)=abs(f_bancada(i,1)-fa(Q_testes(i,1),mi_testes(i,1)))
*100/fa(Q_testes(i,1),mi_testes(i,1))
378 end
379
380 subplot(2,2,3)
381 scatter(rot_bomba,Rey(Q,mi),40,'blue','d')
382 xtitle('Reynolds versus rotacao setada','rpm setado', 'Re')
383
384 //comprimento equivalente
385 function Leq_Q=Leq(Q,mi,pm,pj,z_1,z_2)
386     Leq_Q=((pm+pj)*Bar/(2*ro)+v(Q).^2/2+g*(z_1-z_2))*2*D./(fa(Q,mi).*v(Q)
).^2)
387 endfunction
388
389 for i=1:nQ
390     L_eq(1,i)=mean([Leq(Q(i,1),mi(i,1),P5(i,1),P6(i,1),z6,z_saida) Leq(Q
(i,2),mi(i,1),P5(i,2),P6(i,1),z6,z_saida)])
391     Re_eq(1,i)=mean([Rey(Q(i,1),mi(i,1)) Rey(Q(i,1),mi(i,1))])
392     L_eq_m(1,i)=Leq(Q(i,1),mi(i,1),P5(i,1),P6(i,1),z6,z_saida)
393     L_eq_j(1,i)=Leq(Q(i,2),mi(i,1),P5(i,2),P6(i,1),z6,z_saida)
394 end
395
396 function L_Re=LRe(Re)
397     L_Re=interp1n([Re_eq;L_eq],Re)
398 endfunction
399
400 function L_Re_m=LRe_m(Re)
401     L_Re_m=interp1n([Re_eq;L_eq_m],Re)
402 endfunction
403
404 function L_Re_j=LRe_j(Re)
405     L_Re_j=interp1n([Re_eq;L_eq_j],Re)
406 endfunction
407
408 //
-----
409
410 //Carregamento dos dados do teste do atenuador na bancada
411
412 Dn=32 //diametro nominal interno do atenuador
413 Fi=1 //frequencia de teste, em Hz
414 rot=2600 //rotacao da bomba aplicada no teste
415 omega=(Fi)*2*%pi //frequencia angular base (rad/s)
416 tau=2*%pi/omega

```

```
417
418 SG_m=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\'+string(Fi)+'Hz_'+
    string(rot)+'rpm_SG_M.lvm') //dados sem atenuador, medicao de vazao a
    montante
419 SG_j=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\'+string(Fi)+'Hz_'+
    string(rot)+'rpm_SG_J.lvm') //dados sem atenuador, medicao de vazao a
    jusante
420 CG_m=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\'+string(Fi)+'Hz_'+
    string(rot)+'rpm_CG_M.lvm') //dados com atenuador, medicao de vazao a
    montante
421 CG_j=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\'+string(Fi)+'Hz_'+
    string(rot)+'rpm_CG_J.lvm') //dados com atenuador, medicao de vazao a
    jusante
422 CGA_m=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\'+string(Fi)+'Hz_'+
    string(rot)+'rpm_CGA_M.lvm') //dados com atenuador em configuracao
    apendice (A), medicao de vazao a montante
423 CGA_j=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz\'+string(Fi)+'Hz_'+
    string(rot)+'rpm_CGA_J.lvm') //dados com atenuador em configuracao
    apendice (A), medicao de vazao a jusante
424
425 //SG_m=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz_rep\rep_'+string(Fi)
    +'Hz_'+string(rot)+'rpm_SG_M.lvm') //dados sem atenuador, medicao de
    vazao a montante
426 //SG_j=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz_rep\rep_'+string(Fi)
    +'Hz_'+string(rot)+'rpm_SG_J.lvm') //dados sem atenuador, medicao de
    vazao a jusante
427 //CG_m=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz_rep\rep_'+string(Fi)
    +'Hz_'+string(rot)+'rpm_CG_M.lvm') //dados com atenuador, medicao de
    vazao a montante
428 //CG_j=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz_rep\rep_'+string(Fi)
    +'Hz_'+string(rot)+'rpm_CG_J.lvm') //dados com atenuador, medicao de
    vazao a jusante
429 //CGA_m=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz_rep\rep_'+string(Fi)
    +'Hz_'+string(rot)+'rpm_CGA_M.lvm') //dados com atenuador em
    configuracao apendice (A), medicao de vazao a montante
430 //CGA_j=fscanfMat('D'+string(Dn)+'\'+string(Fi)+'Hz_rep\rep_'+string(Fi)
    +'Hz_'+string(rot)+'rpm_CGA_J.lvm') //dados com atenuador em
    configuracao apendice (A), medicao de vazao a jusante
431
432
433 //Determinacao de medias temporais e flutuacoes
434 //Sem atenuador montante(sg_m)
435 t_sg_m=SG_m(:,1)
436 Q_sg_m=(SG_m(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
437 v_sg_m=v(Q_sg_m) //velocidade media
438 T_sg_m=SG_m(:,17)
439 mi_sg_m=mi_T(T_sg_m)
```

```
440 ni_sg_m=mean(mi_sg_m/ro)
441 Re_sg_m=Rey(Q_sg_m,mi_sg_m) //Reynolds
442 p_sg_m=(SG_m(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
443 p1_sg_m=(SG_m(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
444 Q_med_sg_m=mean(Q_sg_m) //media temporal da vazao
445 v_med_sg_m=mean(v_sg_m) //media temporal da velocidade
446 Re_med_sg_m=mean(Re_sg_m) //media temporal de Reynolds
447 p_med_sg_m=mean(p_sg_m) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
448 p1_med_sg_m=mean(p1_sg_m) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
449 deltaQ_sg_m=p1_med_sg_m-p_med_sg_m //queda de pressao no trecho de teste
450 R_sg_med_m=p_med_sg_m*Bar*3600/Q_med_sg_m //Resistencia ao escoamento
    media
451
452 //Sem atenuador jusante(sg_j)
453 t_sg_j=SG_j(:,1)
454 Q_sg_j=(SG_j(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
455 v_sg_j=v(Q_sg_j) //velocidade media
456 T_sg_j=SG_j(:,17)
457 mi_sg_j=mi_T(T_sg_j)
458 ni_sg_j=mean(mi_sg_j/ro)
459 Re_sg_j=Rey(Q_sg_j,mi_sg_j) //Reynolds
460 p_sg_j=(SG_j(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
461 p1_sg_j=(SG_j(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
462 Q_med_sg_j=mean(Q_sg_j) //media temporal da vazao
463 v_med_sg_j=mean(v_sg_j) //media temporal da velocidade
464 Re_med_sg_j=mean(Re_sg_j) //media temporal de Reynolds
465 p_med_sg_j=mean(p_sg_j) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
466 p1_med_sg_j=mean(p1_sg_j) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
467 deltaQ_sg_j=p1_med_sg_j-p_med_sg_j //queda de pressao no trecho de teste
468 R_sg_med_j=p_med_sg_j*Bar*3600/Q_med_sg_j //Resistencia ao escoamento
    media
469
470 //Com atenuador montante(cg_m)
471 t_cg_m=CG_m(:,1)
472 Q_cg_m=(CG_m(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
473 v_cg_m=v(Q_cg_m) //velocidade media
474 T_cg_m=CG_m(:,17)
475 mi_cg_m=mi_T(T_cg_m)
476 ni_cg_m=mean(mi_cg_m/ro)
```

```
477 Re_cg_m=Rey(Q_cg_m,mi_cg_m) //Reynolds
478 p_cg_m=(CG_m(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
479 p1_cg_m=(CG_m(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
480 Q_med_cg_m=mean(Q_cg_m) //media temporal da vazao
481 v_med_cg_m=mean(v_cg_m) //media temporal da velocidade
482 Re_med_cg_m=mean(Re_cg_m) //media temporal de Reynolds
483 p_med_cg_m=mean(p_cg_m) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
484 p1_med_cg_m=mean(p1_cg_m) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
485 delTAQ_cg_m=p1_med_cg_m-p_med_cg_m //queda de pressao no trecho de teste
486 R_cg_med_m=p_med_cg_m*Bar*3600/Q_med_cg_m //Resistencia ao escoamento
    media
487
488 //Com atenuador jusante(CG_j)
489 t_cg_j=CG_j(:,1)
490 Q_cg_j=(CG_j(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
491 v_cg_j=v(Q_cg_j) //velocidade media
492 T_cg_j=CG_j(:,17)
493 mi_cg_j=mi_T(T_cg_j)
494 ni_cg_j=mean(mi_cg_j/ro)
495 Re_cg_j=Rey(Q_cg_j,mi_cg_j) //Reynolds
496 p_cg_j=(CG_j(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
497 p1_cg_j=(CG_j(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
498 Q_med_cg_j=mean(Q_cg_j) //media temporal da vazao
499 v_med_cg_j=mean(v_cg_j) //media temporal da velocidade
500 Re_med_cg_j=mean(Re_cg_j) //media temporal de Reynolds
501 p_med_cg_j=mean(p_cg_j) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
502 p1_med_cg_j=mean(p1_cg_j) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
503 delTAQ_cg_j=p1_med_cg_j-p_med_cg_j //queda de pressao no trecho de teste
504 R_cg_med_j=p_med_cg_j*Bar*3600/Q_med_cg_j //Resistencia ao escoamento
    media
505
506 //Com atenuador apendice motante(CG_m)
507 t_cga_m=CGA_m(:,1)
508 Q_cga_m=(CGA_m(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
509 v_cga_m=v(Q_cga_m) //velocidade media
510 T_cga_m=CGA_m(:,17)
511 mi_cga_m=mi_T(T_cga_m)
512 ni_cga_m=mean(mi_cga_m/ro)
513 Re_cga_m=Rey(Q_cga_m,mi_cga_m) //Reynolds
```

```
514 p_cga_m=(CG_m(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
515 p1_cga_m=(CG_m(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
516 Q_med_cga_m=mean(Q_cga_m) //media temporal da vazao
517 v_med_cga_m=mean(v_cga_m) //media temporal da velocidade
518 Re_med_cga_m=mean(Re_cga_m) //media temporal de Reynolds
519 p_med_cga_m=mean(p_cga_m) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
520 p1_med_cga_m=mean(p1_cga_m) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
521 deltaQ_cga_m=p1_med_cga_m-p_med_cga_m //queda de pressao no trecho de
    teste
522 R_cga_med_m=p_med_cga_m*Bar*3600/Q_med_cga_m //Resistencia ao escoamento
    media
523
524 //Com atenuador apendice jusante(cga_j)
525 t_cga_j=CGA_j(:,1)
526 Q_cga_j=(CGA_j(:,3)-Q_off) //vazao Yokogawa montante
527 v_cga_j=v(Q_cga_j) //velocidade media
528 T_cga_j=CGA_j(:,17)
529 mi_cga_j=mi_T(T_cga_j)
530 ni_cga_j=mean(mi_cga_j/ro)
531 Re_cga_j=Rey(Q_cga_j,mi_cga_j) //Reynolds
532 p_cga_j=(CG_j(:,14)-P6_off) //pressao no transdutor a jusante do
    atenuador
533 p1_cga_j=(CG_j(:,13)-P5_off)//pressao no transdutor a montante do
    atenuador
534 Q_med_cga_j=mean(Q_cga_j) //media temporal da vazao
535 v_med_cga_j=mean(v_cga_j) //media temporal da velocidade
536 Re_med_cga_j=mean(Re_cga_j) //media temporal de Reynolds
537 p_med_cga_j=mean(p_cga_j) //media temporal da pressao a jusante do
    atenuador
538 p1_med_cga_j=mean(p1_cga_j) //media temporal da pressao a montante do
    atenuador
539 deltaQ_cga_j=p1_med_cga_j-p_med_cga_j //queda de pressao no trecho de
    teste
540 R_cga_med_j=p_med_cga_j*Bar*3600/Q_med_cga_j //Resistencia ao escoamento
    media
541
542 Remed=mean([Re_med_cg_m Re_med_cg_j Re_med_sg_m Re_med_sg_j Re_med_cga_m
    Re_med_cga_j])
543 delta_Re=(max([Re_med_cg_m Re_med_cg_j Re_med_sg_m Re_med_sg_j
    Re_med_cga_m Re_med_cga_j])-min([Re_med_cg_m Re_med_cg_j Re_med_sg_m
    Re_med_sg_j Re_med_cga_m Re_med_cga_j]))/Remed
544 ni=mean([ni_cg_m ni_cg_j ni_sg_m ni_sg_j ni_cga_m ni_cga_j])
545 Wo2_c=D^2*omega/(4*ni)
```

```
546 ReWo=sqrt(Wo2_c*Remed^(-3/4))
547
548 disp("Dados do caso:")
549 disp(" Sem atenuador:")
550 disp("      pressao media = montante "+string(p_med_sg_m)+" bar; jusante
      : "+string(p_med_sg_j)+" bar.")
551 disp("      pressao media (montante do trecho de teste) = montante "+
      string(p1_med_sg_m)+" bar; jusante:" +string(p1_med_sg_j)+" bar.")
552 disp("      queda de pressao no trecho de teste = montante "+string(
      deltAQ_sg_m)+" bar; jusante:" +string(deltAQ_sg_j)+" bar.")
553 disp("      vazao media = montante: "+string(Q_med_sg_m*1000/60)+" L/min
      ; jusante: "+string(Q_med_sg_j*1000/60)+" L/min.")
554 disp("      Reynolds medio = montante: "+string(Re_med_sg_m)+" ; jusante:
      "+string(Re_med_sg_j)+".")
555 disp("      Resistencia ao escoamento media (R) = montante: "+string(
      R_sg_med_m/10^6)+" MPa.s/m^3; jusante: "+string(R_sg_med_j/10^6)+"
      MPa.s/m^3;")
556 disp(" Com atenuador:")
557 disp("      pressao media = montante "+string(p_med_cg_m)+" bar; jusante
      : "+string(p_med_cg_j)+" bar.")
558 disp("      pressao media (montante do trecho de teste) = montante "+
      string(p1_med_cg_m)+" bar; jusante:" +string(p1_med_cg_j)+" bar.")
559 disp("      queda de pressao no trecho de teste = montante "+string(
      deltAQ_cg_m)+" bar; jusante:" +string(deltAQ_cg_j)+" bar.")
560 disp("      vazao media = montante: "+string(Q_med_cg_m*1000/60)+" L/min
      ; jusante: "+string(Q_med_cg_j*1000/60)+" L/min.")
561 disp("      Reynolds medio = montante: "+string(Re_med_cg_m)+" ; jusante:
      "+string(Re_med_cg_j)+".")
562 disp("      Resistencia ao escoamento media (R) = montante: "+string(
      R_cg_med_m/10^6)+" MPa.s/m^3; jusante: "+string(R_cg_med_j/10^6)+"
      MPa.s/m^3;")
563 disp(" Com atenuador apendice:")
564 disp("      pressao media = montante "+string(p_med_cga_m)+" bar;
      jusante:" +string(p_med_cga_j)+" bar.")
565 disp("      pressao media (montante do trecho de teste) = montante "+
      string(p1_med_cga_m)+" bar; jusante:" +string(p1_med_cga_j)+" bar.")
566 disp("      queda de pressao no trecho de teste = montante "+string(
      deltAQ_cga_m)+" bar; jusante:" +string(deltAQ_cga_j)+" bar.")
567 disp("      vazao media = montante: "+string(Q_med_cga_m*1000/60)+" L/
      min; jusante: "+string(Q_med_cga_j*1000/60)+" L/min.")
568 disp("      Reynolds medio = montante: "+string(Re_med_cga_m)+" ; jusante
      : "+string(Re_med_cga_j)+".")
569 disp("      Resistencia ao escoamento media (R) = montante: "+string(
      R_cga_med_m/10^6)+" MPa.s/m^3; jusante: "+string(R_cga_med_j/10^6)+"
      MPa.s/m^3;")
570 disp(" Reynolds do caso = "+string(Remed))
571 disp(" Variacao dos valores maximo e minimo de Reynolds em relacao a
```

```
media = "+string(delta_Re*100)+"%"
572
573
574
575 disp(" Frequencia adimensional predominante: Wo^2 = "+string(Wo2_c))
576
577 //planilha resumo
578 Resultados_gerais(1,1)=p_med_sg_m //pressao (bar)
579 Resultados_gerais(1,2)=p_med_sg_j
580 Resultados_gerais(1,3)=Q_med_sg_m //vazao (L/hr)
581 Resultados_gerais(1,4)=Q_med_sg_j
582 Resultados_gerais(1,5)=Re_med_sg_m //Reynolds
583 Resultados_gerais(1,6)=Re_med_sg_j
584 Resultados_gerais(1,7)=deltAQ_sg_m //queda de pressao (bar)
585 Resultados_gerais(1,8)=deltAQ_sg_j
586 Resultados_gerais(2,1)=p_med_cg_m //
587 Resultados_gerais(2,2)=p_med_cg_j
588 Resultados_gerais(2,3)=Q_med_cg_m
589 Resultados_gerais(2,4)=Q_med_cg_j
590 Resultados_gerais(2,5)=Re_med_cg_m
591 Resultados_gerais(2,6)=Re_med_cg_j
592 Resultados_gerais(2,7)=deltAQ_cg_m
593 Resultados_gerais(2,8)=deltAQ_cg_j
594 Resultados_gerais(3,1)=p_med_cga_m //
595 Resultados_gerais(3,2)=p_med_cga_j
596 Resultados_gerais(3,3)=Q_med_cga_m
597 Resultados_gerais(3,4)=Q_med_cga_j
598 Resultados_gerais(3,5)=Re_med_cga_m
599 Resultados_gerais(3,6)=Re_med_cga_j
600 Resultados_gerais(3,7)=deltAQ_cga_m
601 Resultados_gerais(3,8)=deltAQ_cga_j
602
603 //7. Determinacao da atenuacao com base nos sinais de pressao e vazao
604
605 N_sg_m=size(t_sg_m, '*'); //numero de amostras sem atenuador
606 N_sg_j=size(t_sg_j, '*'); //numero de amostras sem atenuador
607 N_cg_m=size(t_cg_m, '*'); //numero de amostras com atenuador
608 N_cg_j=size(t_cg_j, '*'); //numero de amostras com atenuador
609 N_cga_m=size(t_cga_m, '*'); //numero de amostras com atenuador apendice
610 N_cga_j=size(t_cga_j, '*'); //numero de amostras com atenuador apendice
611
612 for i=2:N_sg_m
613     deltat_sg_m(i,1)=t_sg_m(i,1)-t_sg_m(i-1,1)
614 end
615 for i=2:N_sg_j
616     deltat_sg_j(i,1)=t_sg_j(i,1)-t_sg_j(i-1,1)
617 end
```

```
618 for i=2:N_cg_m
619     deltat_cg_m(i,1)=t_cg_m(i,1)-t_cg_m(i-1,1)
620 end
621 for i=2:N_cg_j
622     deltat_cg_j(i,1)=t_cg_j(i,1)-t_cg_j(i-1,1)
623 end
624 for i=2:N_cga_m
625     deltat_cga_m(i,1)=t_cga_m(i,1)-t_cga_m(i-1,1)
626 end
627 for i=2:N_cga_j
628     deltat_cga_j(i,1)=t_cga_j(i,1)-t_cga_j(i-1,1)
629 end
630
631 deltat_med_sg_m=mean(deltat_sg_m)
632 deltat_med_cg_m=mean(deltat_cg_m)
633 deltat_med_sg_j=mean(deltat_sg_j)
634 deltat_med_cg_j=mean(deltat_cg_j)
635 deltat_med_cga_m=mean(deltat_cga_m)
636 deltat_med_cga_j=mean(deltat_cga_j)
637
638 samplerate_sg_m=1/deltat_med_sg_m //frequencia de amostragem (50 Hz = 50
    medicoes por segundo)
639 samplerate_cg_m=1/deltat_med_cg_m //frequencia de amostragem
640 samplerate_sg_j=1/deltat_med_sg_j //frequencia de amostragem (50 Hz = 50
    medicoes por segundo)
641 samplerate_cg_j=1/deltat_med_cg_j //frequencia de amostragem
642 samplerate_cga_m=1/deltat_med_cga_m //frequencia de amostragem
643 samplerate_cga_j=1/deltat_med_cga_j //frequencia de amostragem
644
645 N_caso=min(N_cg_m,N_sg_m,N_cg_j,N_sg_j)
646 if N_caso==N_sg_m then
647     sample_rate_caso=samplerate_sg_m
648 elseif N_caso==N_sg_j then
649     sample_rate_caso=samplerate_sg_j
650 elseif N_caso==N_cg_m then
651     sample_rate_caso=samplerate_cg_m
652 elseif N_caso==N_cg_j then
653     sample_rate_caso=samplerate_cg_j
654 elseif N_caso==N_cga_m then
655     sample_rate_caso=samplerate_cga_m
656 elseif N_caso==N_cga_j then
657     sample_rate_caso=samplerate_cga_j
658 end
659
660 //7.1 Com base na integracao do sinal e obtencao da amplitude
    equivalente
661
```

```
662 //Pressao: a atenuacao e avaliada comparando-se os sinais com e sem
      atenuador na linha
663 //Sem atenuador
664 Int_p_sg_m=(t_sg_m(2,1)-t_sg_m(1,1))*((p_sg_m(1,1)-p_med_sg_m)^2+(p_sg_m
      (2,1)-p_med_sg_m)^2)/2
665 Int_p_sg_j=(t_sg_j(2,1)-t_sg_j(1,1))*((p_sg_j(1,1)-p_med_sg_j)^2+(p_sg_j
      (2,1)-p_med_sg_j)^2)/2
666 for i=2:N_caso-1
667     Int_p_sg_m=(t_sg_m(i+1,1)-t_sg_m(i,1))*((p_sg_m(i,1)-p_med_sg_m)^2+(
      p_sg_m(i+1,1)-p_med_sg_m)^2)/2+Int_p_sg_m
668     Int_p_sg_j=(t_sg_j(i+1,1)-t_sg_j(i,1))*((p_sg_j(i,1)-p_med_sg_j)^2+(
      p_sg_j(i+1,1)-p_med_sg_j)^2)/2+Int_p_sg_j
669 end
670 //Com atenuador
671 Int_p_cg_m=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((p_cg_m(1,1)-p_med_cg_m)^2+(p_cg_m
      (2,1)-p_med_cg_m)^2)/2
672 Int_p_cg_j=(t_cg_j(2,1)-t_cg_j(1,1))*((p_cg_j(1,1)-p_med_cg_j)^2+(p_cg_j
      (2,1)-p_med_cg_j)^2)/2
673 for i=2:N_caso-1
674     Int_p_cg_m=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((p_cg_m(i,1)-p_med_cg_m)^2+(
      p_cg_m(i+1,1)-p_med_cg_m)^2)/2+Int_p_cg_m
675     Int_p_cg_j=(t_cg_j(i+1,1)-t_cg_j(i,1))*((p_cg_j(i,1)-p_med_cg_j)^2+(
      p_cg_j(i+1,1)-p_med_cg_j)^2)/2+Int_p_cg_j
676 end
677 //Com atenuador apendice
678 Int_p_cga_m=(t_cga_m(2,1)-t_cga_m(1,1))*((p_cga_m(1,1)-p_med_cga_m)^2+(
      p_cga_m(2,1)-p_med_cga_m)^2)/2
679 Int_p_cga_j=(t_cga_j(2,1)-t_cga_j(1,1))*((p_cga_j(1,1)-p_med_cga_j)^2+(
      p_cga_j(2,1)-p_med_cga_j)^2)/2
680 for i=2:N_caso-1
681     Int_p_cga_m=(t_cga_m(i+1,1)-t_cga_m(i,1))*((p_cga_m(i,1)-p_med_cga_m
      )^2+(p_cga_m(i+1,1)-p_med_cga_m)^2)/2+Int_p_cga_m
682     Int_p_cga_j=(t_cga_j(i+1,1)-t_cga_j(i,1))*((p_cga_j(i,1)-p_med_cga_j
      )^2+(p_cga_j(i+1,1)-p_med_cga_j)^2)/2+Int_p_cga_j
683 end
684
685 ////Vazao: a atenuacao e avaliada comparando-se os sinais a montante e a
      jusante do atenuador
686 //Sem atenuador
687 Int_Q_sg_m=(t_sg_m(2,1)-t_sg_m(1,1))*((Q_sg_m(1,1)-Q_med_sg_m)^2+(Q_sg_m
      (2,1)-Q_med_sg_m)^2)/2
688 Int_Q_sg_j=(t_sg_j(2,1)-t_sg_j(1,1))*((Q_sg_j(1,1)-Q_med_sg_j)^2+(Q_sg_j
      (2,1)-Q_med_sg_j)^2)/2
689 for i=2:N_caso-1
690     Int_Q_sg_m=(t_sg_m(i+1,1)-t_sg_m(i,1))*((Q_sg_m(i,1)-Q_med_sg_m)^2+(
      Q_sg_m(i+1,1)-Q_med_sg_m)^2)/2+Int_Q_sg_m
691     Int_Q_sg_j=(t_sg_j(i+1,1)-t_sg_j(i,1))*((Q_sg_j(i,1)-Q_med_sg_j)^2+(
```

```

    Q_sg_j(i+1,1)-Q_med_sg_j)^2)/2+Int_Q_sg_j
692 end
693 //Com atenuador
694 Int_Q_cg_m=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((Q_cg_m(1,1)-Q_med_cg_m)^2+(Q_cg_m
    (2,1)-Q_med_cg_m)^2)/2
695 Int_Q_cg_j=(t_cg_j(2,1)-t_cg_j(1,1))*((Q_cg_j(1,1)-Q_med_cg_j)^2+(Q_cg_j
    (2,1)-Q_med_cg_j)^2)/2
696 for i=2:N_caso-1
697     Int_Q_cg_m=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((Q_cg_m(i,1)-Q_med_cg_m)^2+(
    Q_cg_m(i+1,1)-Q_med_cg_m)^2)/2+Int_Q_cg_m
698     Int_Q_cg_j=(t_cg_j(i+1,1)-t_cg_j(i,1))*((Q_cg_j(i,1)-Q_med_cg_j)^2+(
    Q_cg_j(i+1,1)-Q_med_cg_j)^2)/2+Int_Q_cg_j
699 end
700 //Com atenuador apendice
701 Int_Q_cga_m=(t_cga_m(2,1)-t_cga_m(1,1))*((Q_cga_m(1,1)-Q_med_cga_m)^2+(
    Q_cga_m(2,1)-Q_med_cga_m)^2)/2
702 Int_Q_cga_j=(t_cga_j(2,1)-t_cga_j(1,1))*((Q_cga_j(1,1)-Q_med_cga_j)^2+(
    Q_cga_j(2,1)-Q_med_cga_j)^2)/2
703 for i=2:N_caso-1
704     Int_Q_cga_m=(t_cga_m(i+1,1)-t_cga_m(i,1))*((Q_cga_m(i,1)-Q_med_cga_m
    )^2+(Q_cga_m(i+1,1)-Q_med_cga_m)^2)/2+Int_Q_cga_m
705     Int_Q_cga_j=(t_cga_j(i+1,1)-t_cga_j(i,1))*((Q_cga_j(i,1)-Q_med_cga_j
    )^2+(Q_cga_j(i+1,1)-Q_med_cga_j)^2)/2+Int_Q_cga_j
706 end
707
708 Ae_p_sc_m=sqrt(Int_p_sg_m/Int_p_cg_m)
709 Ae_p_sc_j=sqrt(Int_p_sg_j/Int_p_cg_j)
710 Ae_p_sg_mj=sqrt(Int_p_sg_m/Int_p_sg_j)
711 Ae_p_cg_mj=sqrt(Int_p_cg_m/Int_p_cg_j)
712 Ae_p_sca_m=sqrt(Int_p_sg_m/Int_p_cga_m)
713 Ae_p_sca_j=sqrt(Int_p_sg_j/Int_p_cga_j)
714 Ae_p_cga_mj=sqrt(Int_p_cga_m/Int_p_cga_j)
715
716 aten_p_sc_m=(1-1/Ae_p_sc_m)*100
717 aten_p_sc_j=(1-1/Ae_p_sc_j)*100
718 aten_p_sg_mj=(1-1/Ae_p_sg_mj)*100
719 aten_p_cg_mj=(1-1/Ae_p_cg_mj)*100
720 aten_p_sca_m=(1-1/Ae_p_sca_m)*100
721 aten_p_sca_j=(1-1/Ae_p_sca_j)*100
722 aten_p_cga_mj=(1-1/Ae_p_cga_mj)*100
723
724 Ae_p_ef=sqrt((Int_p_sg_m+Int_p_sg_j)/(Int_p_cg_m+Int_p_cg_j))
725 aten_p_ef=(1-1/Ae_p_ef)*100
726 Ae_p_cga_ef=sqrt((Int_p_sg_m+Int_p_sg_j)/(Int_p_cga_m+Int_p_cga_j))
727 aten_p_cga_ef=(1-1/Ae_p_cga_ef)*100
728
729 Ae_Q_sc_m=sqrt(Int_Q_sg_m/Int_Q_cg_m)

```

```
730 Ae_Q_sc_j=sqrt(Int_Q_sg_j/Int_Q_cg_j)
731 Ae_Q_sg_mj=sqrt(Int_Q_sg_m/Int_Q_sg_j)
732 Ae_Q_cg_mj=sqrt(Int_Q_cg_m/Int_Q_cg_j)
733 Ae_Q_sca_m=sqrt(Int_Q_sg_m/Int_Q_cga_m)
734 Ae_Q_sca_j=sqrt(Int_Q_sg_j/Int_Q_cga_j)
735 Ae_Q_cga_mj=sqrt(Int_Q_cga_m/Int_Q_cga_j)
736
737 aten_Q_sc_m=(1-1/Ae_Q_sc_m)*100
738 aten_Q_sc_j=(1-1/Ae_Q_sc_j)*100
739 aten_Q_sg_mj=(1-1/Ae_Q_sg_mj)*100
740 aten_Q_cg_mj=(1-1/Ae_Q_cg_mj)*100
741 aten_Q_sca_m=(1-1/Ae_Q_sca_m)*100
742 aten_Q_sca_j=(1-1/Ae_Q_sca_j)*100
743 aten_Q_cga_mj=(1-1/Ae_Q_cga_mj)*100
744
745 Ae_Q_ef=Ae_Q_cg_mj
746 aten_Q_ef=(1-1/Ae_Q_ef)*100
747 Ae_Q_cga_ef=Ae_Q_cga_mj
748 aten_Q_cga_ef=(1-1/Ae_Q_cga_ef)*100
749
750 //7.2. Com base nas componentes do sinal
751
752 f_caso=sample_rate_caso*(0:(N_caso/2))/N_caso //vetor de frequencia
       associado a fft
753 n_fft=size(f_caso, '*')
754
755 p_fft_sg_m=ifft(p_sg_m-p_med_sg_m) //transformada de fourier sobre o
       sinal
756 p_coeff_sg_m=2*abs(p_fft_sg_m(1:n_fft))
757
758 p_fft_sg_j=ifft(p_sg_j-p_med_sg_j) //transformada de fourier sobre o
       sinal
759 p_coeff_sg_j=2*abs(p_fft_sg_j(1:n_fft))
760
761 p_fft_cg_m=ifft(p_cg_m-p_med_cg_m) //transformada de fourier sobre o
       sinal
762 p_coeff_cg_m=2*abs(p_fft_cg_m(1:n_fft))
763
764 p_fft_cg_j=ifft(p_cg_j-p_med_cg_j) //transformada de fourier sobre o
       sinal
765
766 p_coeff_cg_j=2*abs(p_fft_cg_j(1:n_fft))
767
768 p_fft_cga_m=ifft(p_cga_m-p_med_cga_m) //transformada de fourier sobre o
       sinal
769 p_coeff_cga_m=2*abs(p_fft_cga_m(1:n_fft))
770
```

```
771 p_fft_cga_j=ifft(p_cga_j-p_med_cga_j) //transformada de fourier sobre o
    sinal
772 p_coeff_cga_j=2*abs(p_fft_cga_j(1:n_fft))
773
774 Q_fft_sg_m=ifft(Q_sg_m-Q_med_sg_m) //transformada de fourier sobre o
    sinal
775 Q_coeff_sg_m=2*abs(Q_fft_sg_m(1:n_fft))
776
777 Q_fft_sg_j=ifft(Q_sg_j-Q_med_sg_j) //transformada de fourier sobre o
    sinal
778 Q_coeff_sg_j=2*abs(Q_fft_sg_j(1:n_fft))
779
780 Q_fft_cg_m=ifft(Q_cg_m-Q_med_cg_m) //transformada de fourier sobre o
    sinal
781 Q_coeff_cg_m=2*abs(Q_fft_cg_m(1:n_fft))
782
783 Q_fft_cg_j=ifft(Q_cg_j-Q_med_cg_j) //transformada de fourier sobre o
    sinal
784 Q_coeff_cg_j=2*abs(Q_fft_cg_j(1:n_fft))
785
786 Q_fft_cga_m=ifft(Q_cga_m-Q_med_cga_m) //transformada de fourier sobre o
    sinal
787 Q_coeff_cga_m=2*abs(Q_fft_cga_m(1:n_fft))
788
789 Q_fft_cga_j=ifft(Q_cga_j-Q_med_cga_j) //transformada de fourier sobre o
    sinal
790 Q_coeff_cga_j=2*abs(Q_fft_cga_j(1:n_fft))
791
792 ////Construindo vetores com a amplitude, frecuencia e angulo de fase de
    cada componente
793 //pressao sem atenuador
794 phi_sg_m=atan(imag(p_fft_sg_m),real(p_fft_sg_m))
795 for i=1:n_fft
796     mat_sg_m(i,1)=p_coeff_sg_m(i,1)
797     mat_sg_m(i,2)=f_caso(1,i)
798     mat_sg_m(i,3)=phi_sg_m(i,1)
799 end
800 p_mat2_sg_m=gsort(mat_sg_m,'lr','d')
801
802 //vazao a montante com atenuador
803 phi_Q_cg_m=atan(imag(Q_fft_cg_m),real(Q_fft_cg_m))
804 for i=1:n_fft
805     mat_cg_Q(i,1)=Q_coeff_cg_m(i,1) //amplitude
806     mat_cg_Q(i,2)=f_caso(1,i) //frequencia
807     mat_cg_Q(i,3)=phi_Q_cg_m(i,1) //angulo de fase
808 end
809 Q_mat2_cg_m=gsort(mat_cg_Q,'lr','d') //organizando a matriz em ordem
```

```
decrecente da amplitude
810
811 //razoes de amplitude e atenuacao em %
812 Ap_fft_sc_m=sqrt(sum(p_coeff_sg_m.^2)/sum(p_coeff_cg_m.^2))
813 Ap_fft_sc_j=sqrt(sum(p_coeff_sg_j.^2)/sum(p_coeff_cg_j.^2))
814 Ap_fft_sg_mj=sqrt(sum(p_coeff_sg_m.^2)/sum(p_coeff_sg_j.^2))
815 Ap_fft_cg_mj=sqrt(sum(p_coeff_cg_m.^2)/sum(p_coeff_cg_j.^2))
816 Ap_fft_sca_m=sqrt(sum(p_coeff_sg_m.^2)/sum(p_coeff_cga_m.^2))
817 Ap_fft_sca_j=sqrt(sum(p_coeff_sg_j.^2)/sum(p_coeff_cga_j.^2))
818 Ap_fft_cga_mj=sqrt(sum(p_coeff_cga_m.^2)/sum(p_coeff_cga_j.^2))
819
820 aten_p_fft_sc_m=(1-1/Ap_fft_sc_m)*100
821 aten_p_fft_sc_j=(1-1/Ap_fft_sc_j)*100
822 aten_p_fft_sg_mj=(1-1/Ap_fft_sg_mj)*100
823 aten_p_fft_cg_mj=(1-1/Ap_fft_cg_mj)*100
824 aten_p_fft_sca_m=(1-1/Ap_fft_sca_m)*100
825 aten_p_fft_sca_j=(1-1/Ap_fft_sca_j)*100
826 aten_p_fft_cga_mj=(1-1/Ap_fft_cga_mj)*100
827
828 Ap_fft_ef=sqrt((sum(p_coeff_sg_m.^2)+sum(p_coeff_sg_j.^2))/(sum(
    p_coeff_cg_m.^2)+sum(p_coeff_cg_j.^2)))
829 aten_p_fft_ef=(1-1/Ap_fft_ef)*100
830 Ap_fft_cga_ef=sqrt((sum(p_coeff_sg_m.^2)+sum(p_coeff_sg_j.^2))/(sum(
    p_coeff_cga_m.^2)+sum(p_coeff_cga_j.^2)))
831 aten_p_fft_cga_ef=(1-1/Ap_fft_cga_ef)*100
832
833 AQ_fft_sc_m=sqrt(sum(Q_coeff_sg_m.^2)/sum(Q_coeff_cg_m.^2))
834 AQ_fft_sc_j=sqrt(sum(Q_coeff_sg_j.^2)/sum(Q_coeff_cg_j.^2))
835 AQ_fft_sg_mj=sqrt(sum(Q_coeff_sg_m.^2)/sum(Q_coeff_sg_j.^2))
836 AQ_fft_cg_mj=sqrt(sum(Q_coeff_cg_m.^2)/sum(Q_coeff_cg_j.^2))
837 AQ_fft_sca_m=sqrt(sum(Q_coeff_sg_m.^2)/sum(Q_coeff_cga_m.^2))
838 AQ_fft_sca_j=sqrt(sum(Q_coeff_sg_j.^2)/sum(Q_coeff_cga_j.^2))
839 AQ_fft_cga_mj=sqrt(sum(Q_coeff_cga_m.^2)/sum(Q_coeff_cga_j.^2))
840
841 aten_Q_fft_sc_m=(1-1/AQ_fft_sc_m)*100
842 aten_Q_fft_sc_j=(1-1/AQ_fft_sc_j)*100
843 aten_Q_fft_sg_mj=(1-1/AQ_fft_sg_mj)*100
844 aten_Q_fft_cg_mj=(1-1/AQ_fft_cg_mj)*100
845 aten_Q_fft_sca_m=(1-1/AQ_fft_sca_m)*100
846 aten_Q_fft_sca_j=(1-1/AQ_fft_sca_j)*100
847 aten_Q_fft_cga_mj=(1-1/AQ_fft_cga_mj)*100
848
849 AQ_fft_ef=AQ_fft_cg_mj
850 aten_Q_fft_ef=(1-1/AQ_fft_ef)*100
851 AQ_fft_cga_ef=AQ_fft_cga_mj
852 aten_Q_fft_cga_ef=(1-1/AQ_fft_cga_ef)*100
853
```

```
854 //Apresentando resultados
855 disp("Resultados experimentais")
856 disp(" Pressao:")
857 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na integracao do
      sinal = "+string(Ae_p_ef))
858 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na razao entre
      as normas das amplitudes obtidas pela analise FFT do sinal = "+string
      (Ap_fft_ef))
859 disp("      Atenuacao da baseada na integracao do sinal = "+string(
      aten_p_ef)+"%")
860 disp("      Atenuacao da baseada na razao entre as normas das amplitudes
      obtidas pela analise FFT do sinal = "+string(aten_p_fft_ef)+"%")
861
862 disp(" Vazao:")
863 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na integracao do
      sinal = "+string(Ae_Q_ef))
864 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na razao entre
      as normas das amplitudes obtidas pela analise FFT do sinal = "+string
      (AQ_fft_ef))
865 disp("      Atenuacao da baseada na integracao do sinal = "+string(
      aten_Q_ef)+"%")
866 disp("      Atenuacao da baseada na razao entre as normas das amplitudes
      obtidas pela analise FFT do sinal = "+string(aten_Q_fft_ef)+"%")
867
868 disp("Resultados experimentais atenuador apendice")
869 disp(" Pressao:")
870 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na integracao do
      sinal = "+string(Ae_p_cga_ef))
871 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na razao entre
      as normas das amplitudes obtidas pela analise FFT do sinal = "+string
      (Ap_fft_cga_ef))
872 disp("      Atenuacao da baseada na integracao do sinal = "+string(
      aten_p_cga_ef)+"%")
873 disp("      Atenuacao da baseada na razao entre as normas das amplitudes
      obtidas pela analise FFT do sinal = "+string(aten_p_fft_cga_ef)+"%")
874
875 disp(" Vazao:")
876 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na integracao do
      sinal = "+string(Ae_Q_cga_ef))
877 disp("      Razao entre amplitudes equivalentes baseada na razao entre
      as normas das amplitudes obtidas pela analise FFT do sinal = "+string
      (AQ_fft_cga_ef))
878 disp("      Atenuacao da baseada na integracao do sinal = "+string(
      aten_Q_cga_ef)+"%")
879 disp("      Atenuacao da baseada na razao entre as normas das amplitudes
      obtidas pela analise FFT do sinal = "+string(aten_Q_fft_cga_ef)+"%")
880
```

```
881 figure(3)
882 clf(3)
883
884 subplot(3,3,1)
885 plot(t_sg_m,p_sg_m,'blue')
886 plot(t_sg_m,p_med_sg_m,'blue')
887 plot(t_cg_m,p_cg_m,'red')
888 plot(t_cg_m,p_med_cg_m,'red')
889 h=gca()
890 //h.data_bounds=[280,0.15;300,0.45]
891 xtitle('Medicao a montante - Azul: sem atenuador; Vermelho: com
        atenuador.','Tempo (s)','Pressao (bar)')
892
893 subplot(3,3,2)
894 plot(f_caso',p_coeff_sg_m,'blue')
895 plot(f_caso',p_coeff_cg_m,'red')
896 h=gca()
897 h.data_bounds=[0,0;4*Fi,max(max(p_coeff_sg_m),max(p_coeff_cg_m))]
898 xtitle('Medicao a montante - Azul: sem atenuador; Vermelho: com
        atenuador.','Frequencia (Hz)','Amplitude da pressao (bar)')
899
900 subplot(3,3,3)
901 plot(t_sg_j,p_sg_j,'blue')
902 plot(t_sg_j,p_med_sg_j,'blue')
903 plot(t_cg_j,p_cg_j,'red')
904 plot(t_cg_j,p_med_cg_j,'red')
905 h=gca()
906 //h.data_bounds=[0,min(min(p_sg),min(p_cg)-0.1);max(t_sg),1.10*max(max(
        p_sg),max(p_cg))+0.1]
907 xtitle('Medicao a jusante - Azul: sem atenuador; Vermelho: com atenuador
        .','Tempo (s)','Pressao (bar)')
908
909 subplot(3,3,4)
910 plot(f_caso',p_coeff_sg_j,'blue')
911 plot(f_caso',p_coeff_cg_j,'red')
912 h=gca()
913 h.data_bounds=[0,0;4*Fi,max(max(p_coeff_sg_j),max(p_coeff_cg_j))]
914 xtitle('Medicao a jusante - Azul: sem atenuador; Vermelho: com atenuador
        .','Frequencia (Hz)','Amplitude da pressao (bar)')
915
916 subplot(3,3,5)
917 plot(t_sg_m,Q_sg_m,'blue')
918 plot(t_sg_m,Q_med_sg_m,'blue')
919 plot(t_sg_m,Q_sg_j,'red')
920 plot(t_sg_m,Q_med_sg_j,'red')
921 h=gca()
922 //h.data_bounds=[280,min(min(Q_cg_m),min(Q_cg_j))-0.1;300,max(max(Q_cg_m
```

```
    ),max(Q_cg_j))+0.1]
923 xtitle('SG - Azul: montante; Vermelho: jusante.','Tempo (s)','Vazao (m
    ^3/hr)')
924
925 subplot(3,3,6)
926 plot(f_caso',Q_coeff_sg_m,'blue')
927 plot(f_caso',Q_coeff_sg_j,'red')
928 h=gca()
929 h.data_bounds=[0,0;4*Fi,max(max(Q_coeff_sg_m),max(Q_coeff_sg_j))]
930 xtitle('SG - Azul: montante; Vermelho: jusante.','Frequencia (Hz)','
    Amplitude da vazao (m^3/hr)')
931
932 subplot(3,3,7)
933 plot(t_cg_m,Q_cg_m,'blue')
934 plot(t_cg_m,Q_med_cg_m,'blue')
935 plot(t_cg_m,Q_cg_j,'red')
936 plot(t_cg_m,Q_med_cg_j,'red')
937 h=gca()
938 //h.data_bounds=[0,min(min(Q1_cg),min(Q2_cg))-0.1;max(t_sg),max(max(
    Q1_cg),max(Q2_cg))+0.1]
939 xtitle('CG - Azul: montante; Vermelho: jusante.','Tempo (s)','Vazao (m
    ^3/hr)')
940
941 subplot(3,3,8)
942 plot(f_caso',Q_coeff_cg_m,'blue')
943 plot(f_caso',Q_coeff_cg_j,'red')
944 h=gca()
945 h.data_bounds=[0,0;4*Fi,1.05*max(max(Q_coeff_cg_m),max(Q_coeff_cg_j))]
946 xtitle('CG - Azul: montante; Vermelho: jusante.','Frequencia (Hz)','
    Amplitude da vazao (m^3/hr)')
947
948 subplot(3,3,9)
949 plot(t_sg_j,Q_cg_m/Q_med_cg_m,'blue')
950 plot(t_sg_j,p1_cg_j/p1_med_cg_j,'red')
951 h=gca()
952 h.data_bounds=[100,0;110,2]
953 xtitle('CG - Azul: montante; Vermelho: jusante.','Tempo (s)','Vazao (m
    ^3/hr)')
954
955 Results_A_aten(1,1)=mean([Ae_p_sc_m Ap_fft_sc_m])
956 Results_A_aten(1,2)=mean([Ae_p_sc_j Ap_fft_sc_j])
957 Results_A_aten(1,3)=mean([Ae_p_sg_mj Ap_fft_sg_mj])
958 Results_A_aten(1,4)=mean([Ae_p_cg_mj Ap_fft_cg_mj])
959 Results_A_aten(1,5)=mean([Ae_p_cga_mj Ap_fft_cga_mj])
960 Results_A_aten(1,6)=mean([Ae_p_sca_m Ap_fft_sca_m])
961 Results_A_aten(1,7)=mean([Ae_p_sca_j Ap_fft_sca_j])
962 Results_A_aten(1,8)=mean([Ae_p_ef Ap_fft_ef])
```

```

963 Results_A_aten(1,9)=mean([Ae_p_cga_ef Ap_fft_cga_ef])
964
965 Results_A_aten(2,1)=mean([Ae_Q_sc_m AQ_fft_sc_m])
966 Results_A_aten(2,2)=mean([Ae_Q_sc_j AQ_fft_sc_j])
967 Results_A_aten(2,3)=mean([Ae_Q_sg_mj AQ_fft_sg_mj])
968 Results_A_aten(2,4)=mean([Ae_Q_cg_mj AQ_fft_cg_mj])
969 Results_A_aten(2,5)=mean([Ae_Q_cga_mj AQ_fft_cga_mj])
970 Results_A_aten(2,6)=mean([Ae_Q_sca_m AQ_fft_sca_m])
971 Results_A_aten(2,7)=mean([Ae_Q_sca_j AQ_fft_sca_j])
972 Results_A_aten(2,8)=mean([Ae_Q_ef AQ_fft_ef])
973 Results_A_aten(2,9)=mean([Ae_Q_cga_ef AQ_fft_cga_ef])
974
975 // -----Atenuacao teorica
-----
976
977 //funcao eta(Eq. 2.62)
978 function eta1=eta(x)
979     M1=abs(besselj(1,%i^(3/2)*x))
980     M2=abs(besselj(2,%i^(3/2)*x))
981     teta1=atan(imag(besselj(1,%i^(3/2)*x)),real(besselj(1,%i^(3/2)*x)))
982     teta2=atan(imag(besselj(2,%i^(3/2)*x)),real(besselj(2,%i^(3/2)*x)))
983     eta1=(x/4)*(M1/M2)*cos(teta1-teta2+3*pi/4)
984 endfunction
985
986 //funcao epsilon (Eq. 2.63)
987 function epsilon1=epsilon(x)
988     M1=abs(besselj(1,%i^(3/2)*x))
989     M2=abs(besselj(2,%i^(3/2)*x))
990     teta1=atan(imag(besselj(1,%i^(3/2)*x)),real(besselj(1,%i^(3/2)*x)))
991     teta2=atan(imag(besselj(2,%i^(3/2)*x)),real(besselj(2,%i^(3/2)*x)))
992     epsilon1=(x/4)*(M1/M2)*sin(teta1-teta2+3*pi/4)
993 endfunction
994
995 //Determinando a complacencia a partir dos resultados numericos em
    funcao da pressao media
996 Vi_r=335297.48 //volume inicial forma real aproximada(mm^3)
997 A_r=47655.612 //area da superficie interna na forma real aproximada (mm
    ^2)
998 L=La*1000 //comprimento do atenuador (mm)
999 Vi_t=L*pi*Dn^2/4 //volume inicial teorico baseado no diametro nominal (
    mm^3)
1000 A_t=%pi*Dn*L
1001 Deq=sqrt(4*Vi_r/(L*pi)) //diametro equivalente da forma real aproximada
1002
1003 data_pV=fscanfMat('pressaoXvolume_32-38_Yeoh2ordem_posuso.txt')
1004 //data_pV=fscanfMat('pressaoXvolume_32-38_Yeoh2ordem_posuso.txt')

```

```
1005 p_med=data_pV(:,1) //pressao media no atenuador (Pa)
1006 vol=data_pV(:,2) //volume interno do atenuador (m^3)
1007
1008 n=length(p_med)-1
1009 for i=1:n
1010     Cnum(i,1)=(vol(i+1)-vol(i))/(p_med(i+1)-p_med(i))
1011 end
1012
1013 function Cpnum_p=C_num(p)
1014     Cpnum_p=interpln([p_med(1:n,1)'];Cnum',p)
1015 endfunction
1016
1017 //C=Cms
1018 //C=Cmei
1019 p_med_C=mean([p_med_cg_m p1_med_cg_m])
1020 //p_med_C=mean([p_med_cg_m p_med_cg_j p1_med_cg_m p1_med_cg_j])
1021 C=C_num(p_med_C*Bar)
1022
1023 figure(4)
1024 clf(4)
1025
1026 subplot(2,2,4)
1027 scatter(p_med(1:n,1)/100000,Cnum/Cms,36,'red','d')
1028 h=gca()
1029 h.data_bounds=[0.1,0;1.6,5]
1030 xtitle('Complacencia do atenuador em funcao da pressao media.','Pressao
        (bar)'),'C/Cms')
1031
1032 //Estabelecendo um sinal de vazao e pressao do sinal a partir das FFTs
        correspondentes
1033
1034 N_analise=n_fft//numero de componentes analisadas
1035
1036 //vazao de entrada
1037 for i=1:N_analise
1038     Qin(i,1)=Q_mat2_cg_m(i,1) //amplitude
1039     Qin(i,2)=Q_mat2_cg_m(i,2)*2*%pi //frequencia (em rad/s)
1040     Qin(i,3)=Q_mat2_cg_m(i,3) //angulo de fase
1041 end
1042
1043 function Qin_t=Q_in(t)
1044     Qin_t=Q_med_cg_m
1045     for i=1:N_analise
1046         Qin_t=Qin_t+Qin(i,1)*sin(Qin(i,2)*t+Qin(i,3))
1047     end
1048 endfunction
1049
```

```
1050 Qfft_teste=Q_in(t_cg_m)
1051 Qfft_teste_med=mean(Qfft_teste)
1052
1053 erro=sum(abs(Qfft_teste-Q_cg_m))
1054
1055 subplot(2,2,1)
1056 plot(t_cg_m,Q_cg_m,'blue')
1057 plot(t_cg_m,Q_med_cg_m,'blue')
1058 plot(t_cg_m,Qfft_teste,'green')
1059 plot(t_cg_m,Qfft_teste_med,'green')
1060 h=gca()
1061 //h.data_bounds=[0*tau,0.99*min(Q_sg*60000);max(t_sg),1.01*max(Q_sg
    *60000)]
1062 xtitle('Azul: montante atenuador (experimento); Verde: sinal replicado a
    partir da FFT','Tempo (s)','Vazao (m^3/hr)')
1063
1064 //Verificando nivel de atenuacao inerente da reducao de componentes do
    sinal
1065
1066 Int_teste_Q=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((Qfft_teste(1,1)-Qfft_teste_med)
    ^2+(Qfft_teste(2,1)-Qfft_teste_med)^2)/2
1067 for i=2:N_caso-1
1068     Int_teste_Q=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((Qfft_teste(i,1)-
    Qfft_teste_med)^2+(Qfft_teste(i+1,1)-Qfft_teste_med)^2)/2+Int_teste_Q
1069 end
1070
1071 disp("Atenuacao inerente da reducao de componentes do sinal")
1072
1073 Ae_teste_Q=sqrt(Int_Q_cg_m/Int_teste_Q)
1074 aten_teste_Q=(1-1/Ae_teste_Q)*100
1075 disp(" Vazao: "+string(aten_teste_Q)+"%")
1076
1077 disp("Soma dos erros resultantes da reducao de componentes do sinal")
1078 disp(" Erro: "+string(erro))
1079
1080 for i=1:N_analise
1081     WQ(i,1)=Qin(i,2)*D^2/(4*ni)
1082     WQ(i,2)=Qin(i,1)/3600
1083     WQ(i,3)=Qin(i,3)
1084     Q_coeff_red(i,1)=Qin(i,1)
1085     Psg_coeff_red(i,1)=p_mat2_sg_m(i,1)
1086 end
1087
1088 WQ2=gsort(WQ,'lr','i')
1089
1090 if min(WQ2(:,1))==0 then
1091     for i=2:N_analise
```

```

1092     Wo2(i-1,1)=WQ2(i,1)
1093     Qamp(i-1,1)=WQ2(i,2)
1094     phi(i-1,1)=WQ2(i,3)
1095     end
1096 else
1097     for i=1:N_analise
1098         Wo2(i,1)=WQ2(i,1)
1099         Qamp(i,1)=WQ2(i,2)
1100         phi(i,1)=WQ2(i,3)
1101     end
1102 end
1103
1104 //Coeficientes da equacao de blasius adaptada
1105 a_b=af
1106 b_b=bf
1107
1108 //comprimento equivalente
1109 Lt=LRe(Remed)
1110
1111 //Constantes do modelo
1112 k1=C*Lt*ro*ni/D
1113 k3=b_b*C*Lt*ro*ni^2/D^3
1114 k5=%pi*D*ni/4
1115
1116 Qmed=k5*Remed //vazao media (m^3/s)
1117
1118 for i=1:length(Wo2)
1119     omega(i,1)=4*ni*Wo2(i,1)/D^2
1120     Wo2e(i,1)=115.6*Wo2(i,1)/Remed^(3/4)
1121     k2(i,1)=b_b*(28/32)*(ni/D^2)*Remed^(1+a_b)*epsilon(sqrt(Wo2e(i,1)))/
omega(i,1)
1122     k4(i,1)=(28/32)*Remed^(1+a_b)*(eta(sqrt(Wo2e(i,1)))-1)
1123     tau(i,1)=2*pi/omega(i,1) //perido de pulsacao (s)
1124     deltat(i,1)=tau(i,1)/1000 //passo de tempo para a solucao numerica (
s)
1125     t0=0 //tempo inicial da solucao (s)
1126     tf(i,1)=10*tau(i,1) //tempo final da solucao (s)
1127     t_valores=t0:deltat(i,1):tf(i,1) // valores de tempo para os quais a
solucao e obtida
1128     function deriv=funcao(t,Re) //funcao de solucao da equacao
diferencial
1129         deriv(1)=Re(2);
1130         deriv(2)=(-k3*(Re(1)^(1+a_b)+k4(i,1))*Re(2)-k5*Re(1)+(Qmed+Qamp(
i,1)*sin(omega(i,1)*t+phi(i,1)))/(k1*(1+k2(i,1)))
1131     endfunction
1132     Re0=[Remed;0] //vetor de condicoes iniciais: Re(t=0)=Remed; Re'(t=0)
=0

```

```

1133     resposta=ode(Re0,t0,t_valores,funcao) //matriz de solucao
1134     Re_sg_mod(i,:)=(Qmed+Qamp(i,1)*sin(omega(i,1)*t_valores+phi(i,1)))/
k5
1135     dRe_sg_mod(i,1)=0
1136     for j=2:length(t_valores)
1137         dRe_sg_mod(i,j)=(Re_sg_mod(i,j)-Re_sg_mod(i,j-1))/(t_valores(j)-
t_valores(j-1))
1138     end
1139     for j=1:length(t_valores)
1140         Re1(i,j)=resposta(1,j) //valores de Re(t)
1141         Re2(i,j)=resposta(2,j) //valores de Re'(t)
1142         tau_w(i,j)=(ro*ni^2/D^2)*(b_b*Re1(i,j)^(2+a_b)/8+(b_b*7/32)*
Remed^(1+a_b)*((eta(sqrt(Wo2e(i,1)))-1)*(Re1(i,j)-Remed)+epsilon(sqrt
(Wo2e(i,1)))*Re2(i,j))) //tensao de cisalhamento na parede
1143         tau_w_sg(i,j)=(ro*ni^2/D^2)*(b_b*Re_sg_mod(i,j)^(2+a_b)/8+(b_b
*7/32)*Remed^(1+a_b)*((eta(sqrt(Wo2e(i,1)))-1)*(Re_sg_mod(i,j)-Remed)
+epsilon(sqrt(Wo2e(i,1)))*dRe_sg_mod(i,j))) //tensao de cisalhamento
na parede
1144         p_cg_mod(i,j)=Lt*((ro*ni/D)*Re2(i,j)+4*tau_w(i,j)/D) //pressao
em funcao do tempo no escoamento atenuado
1145         p_sg_mod(i,j)=Lt*((ro*ni/D)*dRe_sg_mod(i,j)+4*tau_w_sg(i,j)/D)
//pressao em funcao do tempo no escoamento nao atenuado
1146         Qout(i,j)=k5*(Re1(i,j)-Remed)
1147     end
1148     n1=floor(length(t_valores)-tau(i,1)/deltat(i,1))
1149     n2=length(t_valores)
1150     p_cg_mod_med(i,1)=mean(p_cg_mod(i,n1:n2))
1151     p_sg_mod_med(i,1)=mean(p_sg_mod(i,n1:n2))
1152     for j=n1:n2
1153         anQ(j-n1+1)=Qout(i,j)*cos(omega(i,1)*t_valores(j))
1154         bnQ(j-n1+1)=Qout(i,j)*sin(omega(i,1)*t_valores(j))
1155         anP(j-n1+1)=p_cg_mod(i,j)*cos(omega(i,1)*t_valores(j))
1156         bnP(j-n1+1)=p_cg_mod(i,j)*sin(omega(i,1)*t_valores(j))
1157         anP_sg(j-n1+1)=p_sg_mod(i,j)*cos(omega(i,1)*t_valores(j))
1158         bnP_sg(j-n1+1)=p_sg_mod(i,j)*sin(omega(i,1)*t_valores(j))
1159     end
1160     an_Q(i,1)=3600*2*sum(anQ)/length(anQ)
1161     bn_Q(i,1)=3600*2*sum(bnQ)/length(bnQ)
1162     an_p(i,1)=2*sum(anP)/length(anP)
1163     bn_p(i,1)=2*sum(bnP)/length(bnP)
1164     an_p_sg(i,1)=2*sum(anP_sg)/length(anP_sg)
1165     bn_p_sg(i,1)=2*sum(bnP_sg)/length(bnP_sg)
1166     Qout_amp(i,1)=sqrt(an_Q(i,1)^2+bn_Q(i,1)^2) //amplitude da
componente obtida a partir dos coeficientes da serie de Fourier
1167     Int_Qout=deltat(i,1)*((Qout(i,n1))^2+(Qout(i,n1+1))^2)/2
1168     Int_p_cg_mod=deltat(i,1)*((p_cg_mod(i,n1)-p_cg_mod_med(i,1))^2+(
p_cg_mod(i,n1+1)-p_cg_mod_med(i,1))^2)/2

```

```

1169     Int_p_sg_mod=deltat(i,1)*((p_sg_mod(i,n1)-p_sg_mod_med(i,1))^2+(
p_sg_mod(i,n1+1)-p_sg_mod_med(i,1))^2)/2
1170     for j=(n1+1):(length(t_valores)-1)
1171         Int_Qout=deltat(i,1)*((Qout(i,j))^2+(Qout(i,j+1))^2)/2+Int_Qout
1172         Int_p_cg_mod=deltat(i,1)*((p_cg_mod(i,j)-p_cg_mod_med(i,1))^2+(
p_cg_mod(i,j+1)-p_cg_mod_med(i,1))^2)/2+Int_p_cg_mod
1173         Int_p_sg_mod=deltat(i,1)*((p_sg_mod(i,j)-p_sg_mod_med(i,1))^2+(
p_sg_mod(i,j+1)-p_sg_mod_med(i,1))^2)/2+Int_p_sg_mod
1174     end
1175     Amp_Qout(i,1)=sqrt(omega(i,1)*Int_Qout*3600^2/%pi) //amplitude
equivalente
1176     Amp_p_cg_mod(i,1)=sqrt(omega(i,1)*Int_p_cg_mod/(Bar^2*%pi))
1177     Amp_p_sg_mod(i,1)=sqrt(omega(i,1)*Int_p_sg_mod/(Bar^2*%pi))
1178     Int_Qout=0
1179     Int_p_cg_mod=0
1180     Int_p_sg_mod=0
1181     n1=0
1182     n2=0
1183     t_valores=0
1184     anQ=0
1185     bnQ=0
1186     anP=0
1187     bnP=0
1188     anP_sg=0
1189     bnP_sg=0
1190     resposta=0
1191 end
1192
1193 Qmed=Qmed*3600
1194
1195 function Qout_t=Q_out(t)
1196     Qout_t=Qmed
1197     for i=1:length(Wo2)
1198         Qout_t=Qout_t+an_Q(i,1)*cos(omega(i,1)*t)+bn_Q(i,1)*sin(omega(i
,1)*t)
1199     end
1200 endfunction
1201
1202 function Pcg_t=P_cg(t)
1203     Pcg_t=mean(p_cg_mod_med)
1204     for i=1:length(Wo2)
1205         Pcg_t=Pcg_t+an_p(i,1)*cos(omega(i,1)*t)+bn_p(i,1)*sin(omega(i,1)
*t)
1206     end
1207 endfunction
1208
1209 function Psg_t=P_sg(t)

```

```

1210     Psg_t=mean(p_sg_mod_med)
1211     for i=1:length(Wo2)
1212         Psg_t=Psg_t+an_p_sg(i,1)*cos(omega(i,1)*t)+bn_p_sg(i,1)*sin(
            omega(i,1)*t)
1213     end
1214 endfunction
1215
1216 Qout_total=Q_out(t_cg_m)
1217 Pcg_total=P_cg(t_cg_m)/Bar
1218 Pcg_total_med=mean(Pcg_total)
1219 Psg_total=P_sg(t_sg_m)/Bar
1220 Psg_total_med=mean(Psg_total)
1221
1222 subplot(2,2,2)
1223 plot(t_cg_m,Q_cg_m,'blue')
1224 plot(t_cg_m,Q_med_cg_m,'blue')
1225 plot(t_cg_m,Qout_total,'red')
1226 plot(t_cg_m,mean(Qout_total),'red')
1227 h=gca()
1228 //h.data_bounds=[0*tau,0.99*min(Q_sg*60000);max(t_sg),1.01*max(Q_sg
            *60000)]
1229 xtitle('Azul: montante atenuador (experimento); Vermelho: vazao atenuada
            do modelo','Tempo (s)','Vazao (m^3/hr)')
1230
1231 subplot(2,2,3)
1232 plot(t_sg_m,p_sg_m,'blue')
1233 plot(t_sg_m,p_med_sg_m,'blue')
1234 plot(t_sg_m,Psg_total,'cyan')
1235 plot(t_sg_m,mean(Psg_total),'cyan')
1236 plot(t_cg_m,Pcg_total,'yellow')
1237 plot(t_cg_m,mean(Pcg_total),'yellow')
1238 h=gca()
1239 //h.data_bounds=[0*tau,0.99*min(Q_sg*60000);max(t_sg),1.01*max(Q_sg
            *60000)]
1240 xtitle('Azul: sem atenuador (experimento); Ciano: sem atenuador (modelo)
            Amarelo: com atenuador (modelo)','Tempo (s)','Pressao (bar)')
1241
1242 subplot(2,2,4)
1243 scatter(p_med(1:n,1)/100000,Cnum/Cms,36,'red','d')
1244 h=gca()
1245 h.data_bounds=[0.1,0;1.6,5]
1246 xtitle('Complacencia do atenuador em funcao da pressao media.','Pressao
            (bar)','C/Cms')
1247
1248 //vazao
1249 AQ_mod=sqrt(sum((Q_coeff_red).^2)/sum(Amp_Qout.^2))
1250 aten_Q_mod=(1-1/AQ_mod)*100 //amplitude equivalente

```

```
1251
1252 AQ_mod2=sqrt(sum((Q_coef_fred).^2)/sum(Qout_amp.^2))
1253 aten_Q_mod2=(1-1/AQ_mod2)*100 //amplitude da componente obtida a partir
    dos coeficientes da serie de Fourier
1254
1255 Int_Qout_cg=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((Qout_total(1,1)-Qmed)^2+(
    Qout_total(2,1)-Qmed)^2)/2
1256 Int_P_cg_mod=(t_cg_m(2,1)-t_cg_m(1,1))*((Pcg_total(1,1)-Pcg_total_med)
    ^2+(Pcg_total(2,1)-Pcg_total_med)^2)/2
1257 Int_P_sg_mod=(t_sg_m(2,1)-t_sg_m(1,1))*((Psg_total(1,1)-Psg_total_med)
    ^2+(Psg_total(2,1)-Psg_total_med)^2)/2
1258 for i=2:N_caso-1
1259     Int_Qout_cg=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((Qout_total(i,1)-Qmed)^2+(
    Qout_total(i+1,1)-Qmed)^2)/2+Int_Qout_cg
1260     Int_P_cg_mod=(t_cg_m(i+1,1)-t_cg_m(i,1))*((Pcg_total(i,1)-
    Pcg_total_med)^2+(Pcg_total(i+1,1)-Pcg_total_med)^2)/2+Int_P_cg_mod
1261     Int_P_sg_mod=(t_sg_m(i+1,1)-t_sg_m(i,1))*((Psg_total(i,1)-
    Psg_total_med)^2+(Psg_total(i+1,1)-Psg_total_med)^2)/2+Int_P_sg_mod
1262 end
1263
1264 AQe_mod=sqrt(Int_teste_Q/Int_Qout_cg)
1265 aten_Q_mod_int=(1-1/AQe_mod)*100
1266
1267 APe_mod=sqrt(Int_p_sg_m/Int_P_cg_mod)
1268 APe_mod_mod=sqrt(Int_P_sg_mod/Int_P_cg_mod)
1269 aten_P_mod_int=(1-1/APe_mod)*100
1270 aten_P_mod_mod_int=(1-1/APe_mod_mod)*100
1271
1272 disp("Resultados do modelo teorico")
1273 disp("  Vazao:")
1274 disp("      Atenuacao baseada nas componentes do sinal de vazao atenuada
    ; ")
1275 disp("      Razao entre amplitudes (Tau2, amplitude equivalente): "+
    string(AQ_mod))
1276 disp("      Razao entre amplitudes (Tau2, coeficientes da serie de
    Fourier): "+string(AQ_mod2))
1277 disp("      Atenuacao (Tau2, amplitude equivalente): "+string(
    aten_Q_mod)+"%")
1278 disp("      Atenuacao (Tau2, coeficientes da serie de Fourier): "+
    string(aten_Q_mod2)+"%")
1279
1280 disp("      Atenuacao modelo turbuleto (Tau2) baseada na integracao do
    sinal de vazao atenuada; ")
1281 disp("      Razao entre amplitudes (Tau2): "+string(AQe_mod))
1282 disp("      Atenuacao (Tau2): "+string(aten_Q_mod_int)+"%")
1283
1284 disp("Tempo de processamento: "+string(toc()/60)+" min")
```