UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

WENDERSON LUIZ GANDA

ANÁLISE DA DINÂMICA ACOPLADA DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO MONTADO SOBRE UMA BASE ELÁSTICA

VITÓRIA - ES
2013

WENDERSON LUIZ GANDA

ANÁLISE DA DINÂMICA ACOPLADA DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO MONTADO SOBRE UMA BASE ELÁSTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Ciências Mecânicos.

VITÓRIA - ES
2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

D391s

Ganda, Wenderson Luiz, 1982-
Análise da dinâmica acoplada de um motor de indução trifásico montado sobre uma base elástica / Wenderson Luiz Ganda. – 2013.
111f. : il.

Orientador: Carlos Friedrich Loeffler Neto.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Oscilações não lineares. 2. Dinâmica de Sistemas Eletromecânicos. 3. Estabilidade. 4. Vibração. I. Loeffler Neto, Carlos Friedrich. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 621

WENDERSON LUIZ GANDA

ANÁLISE DA DINÂMICA ACOPLADA DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO MONTADO SOBRE UM SUPORTE ELÁSTICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

COMISSÃO EXAMINADORA:

____

Prof. Dr. Carlos Friedrich Loeffler Neto
Orientador–Universidade Federal do Espírito Santo

____

Prof. Dr. Márcio Coelho de Mattos
Co-orientador–Universidade Federal do Espírito Santo

____

Prof. Dra. Jussara Farias Fardin
Membro interno – Universidade Federal do Espírito Santo

____

Prof. Dr. Roger Rocha
Membro externo – Faculdade do Centro Leste

Vitória (ES), 20 de setembro de 2013.

A minha amada esposa e minha família

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo em minha vida e por sempre me dar forças para superar os obstáculos e os desafios.

A minha esposa Débora, por todo o seu apoio, compreensão e amor.

Aos meus pais, Lauro e Edir, que sempre me apoiaram nos meus estudos, pela educação que me deram e pelo o apoio incondicional que prestam em minha vida.

Aos meus irmãos e amigos, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Aos Professores Márcio Coelho de Mattos e Carlos Friedrich Loeffler Neto.

Ao departamento de Engenharia Mecânica e a todos os professores do programa de pós-graduação.

Aos professores membros da banca examinadora, pela disponibilidade e contribuição.

“Então a nossa boca se encheu de riso e a nossa língua de cânticos. Então se dizia entre as nações: Grandes coisas fez o Senhor por eles. Sim, grandes coisas fez o Senhor por nós, e por isso estamos alegres."

(Salmos 126, 2-3)

RESUMO

A análise da dinâmica dos sistemas formados pelo motor e sua estrutura de sustentação é de suma importância, pois existe uma interação entre eles e a influência mútua ocasiona uma grande variedade de fenômenos durante seu funcionamento.

Através de modelos matemáticos é possível simular o comportamento dinâmico destes sistemas, com o objetivo de representar uma condição real e para prever a resposta do sistema. Essas respostas fornecem informações que podem ser aplicadas na solução de problemas durante a fase de projeto e auxiliar nos diagnósticos de falhas.

Nos últimos anos aconteceu gradativamente a substituição dos acionamentos baseados em Motores de Corrente Contínua (MCC) por acionamentos baseados em Motores de Indução Trifásicos (MIT) de Corrente Alternada (CA). A análise da dinâmica acoplada do motor CC e sua estrutura já foi extensamente estudada e os fenômenos ocorridos modelados.

O objetivo deste estudo é analisar o sistema composto de um suporte elástico com um motor de indução trifásico CA através de modelos dinâmicos acoplados, para identificar e verificar se os fenômenos de vibração não lineares são relevantes para este tipo de motor.

Palavras-chave: oscilações não lineares, dinâmica de sistemas eletromecânicos, vibração de suportes elásticos.

ABSTRACT

The dynamic analysis of systems compound by electric motor and its support structure its very important, because there is an interaction between them and the mutual influence generate various phenomena during its operation.
With mathematical models is possible to simulate the dynamical behavior of these systems, with the objective of represent an actual condition and to predict the system response. These answers provide information that can be applied in solutions to the problems during project stage and assist failure analysis.
In recent years, the drives based in Direct Current Motors (DCM) have been gradually substituted by drives based in Alternate Current Three-phase Induction Motor (TIM). The coupled dynamic analysis of DCM and its structure base have been widely studded and the phenomena that occur modeled.
The objective of this study is to analyze the systems compound by an elastic base support and a three-phase induction motor by coupled dynamic models, to identify and verify if non-linear oscillation phenomena are relevant to this type of motor.

Keywords: nonlinear oscillations, electro-mechanical systems dynamics, elastic supports vibration.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SÍMBOLOS

k - coeficiente de rigidez da mola

c_x - coeficiente de amortecimento viscoso na direção x

m - massa de desbalanceamento

r - raio de desbalanceamento

c_θ - coeficiente de amortecimento viscoso torcional no eixo do motor

M - massa do conjunto motor-base

T - energia cinética total de um sistema

V - energia potencial total de um sistema

J - momento de inércia do eixo do motor

T_m - torque eletromagnético fornecido pelo motor

T_L - torque resistente de uma carga no eixo do motor

v - tensão elétrica

i - corrente elétrica

r - resistência elétrica

L - indutância

N - número de espiras

θ - deslocamento angular do eixo do motor

λ - fluxo magnético concatenado

W - energia

P - número de polos do motor

ω - velocidade angular

Ψ - fluxo magnético normalizado

X - reatância em PU.

SUMÁRIO

1 Introdução

Este capítulo delimita e contextualiza o problema do sistema em estudo nesta dissertação. Segue, também, uma revisão bibliográfica para situar o estado da arte sobre o tema, os objetivos do trabalho e sua organização.

1.1 Descrição do Sistema em Estudo

O modelo do sistema investigado consiste de um motor elétrico montado sobre um suporte elástico, que pode se movimentar em uma direção. O modelo físico representativo do sistema de interesse se encontra na Figura 1.1.

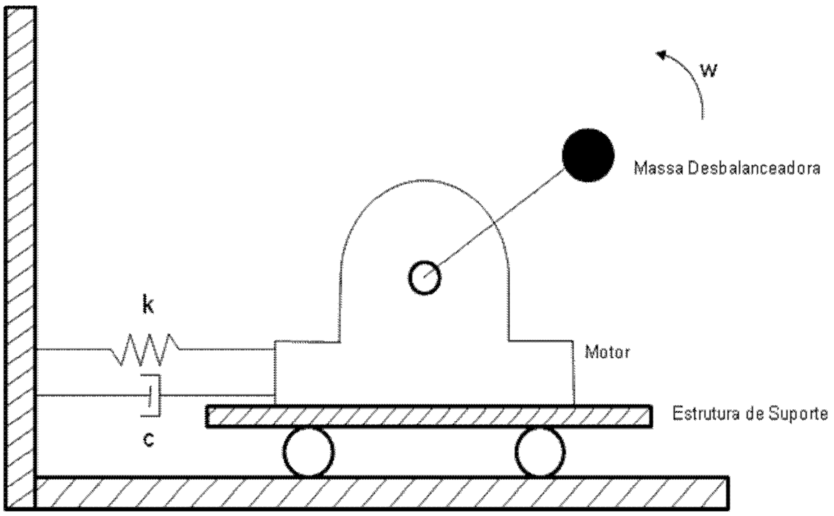

Figura 1.1: Modelo físico investigado.

A análise da dinâmica dos sistemas formados pelo motor e sua estrutura de sustentação é de suma importância, pois existe uma interação entre eles e a influência mútua ocasiona uma grande variedade de fenômenos durante seu funcionamento. A fundação é responsável pelo suporte do rotor, através da interconexão com os mancais. Os mancais transmitem à fundação, as forças causadas pelo movimento do rotor. Os modos de vibrar da fundação são excitados pelo giro do rotor e também são transmitidos movimentos de vibração através dos mancais de volta ao rotor.

Este tipo de sistema já foi amplamente estudado com o motor de corrente contínua (MCC) em suas configurações série e paralelo. Outras variações do MCC também foram abordadas. Os estudos destes sistemas tiveram como focos principais:

- a dinâmica global, com a influência do movimento oscilatório sobre o movimento rotativo do rotor e sobre as grandezas do motor (corrente e torque) e rendimento;
- a ocorrência do fenômeno do salto ou efeito Sommerfeld e fenômenos de ressonância; e
- as características sobre estabilidade, efeitos das não linearidades e caos.

No entanto, o uso industrial do MCC diminuiu consideravelmente nas últimas décadas, sendo amplamente aplicado o motor de indução trifásico de corrente alternada (MIT). A substituição quase completa do motor de corrente contínua se deu pelo avanço da eletrônica de potência, que permitiu controle de velocidade eficiente do motor de indução trifásico. Com custo reduzido, maior confiabilidade e menor custo de manutenção, o motor de indução trifásico corresponde a mais de 90% do parque de motores instalados nas indústrias.

Levando em conta a ampla utilização do MIT, o presente trabalho tem como objetivo explorar características do sistema formado pelo MIT montado sobre uma base elástica, a fim de analisar o comportamento da dinâmica do conjunto, sobre a ocorrência ou não do efeito Sommerfeld e efeitos das não linearidades e movimentos caóticos na ressonância.

1.2 Comentários sobre Sistemas Ideais e Não Ideais

A análise de sistemas oscilatórios com excitação possui duas classificações para as fontes de energia:

- Fonte ideal de energia, ou uma excitação ideal: quando esta não é influenciada pela resposta do sistema; e
- Fonte não ideal de energia, ou excitação não ideal: quando a excitação é influenciada pela resposta do sistema.

Então, analogamente, dependendo da excitação refere-se a um sistema oscilatório como:

- sistema ideal: supõe-se que a excitação é produzida por uma fonte de energia robusta o suficiente para mantê-la independente da saída; e
- sistema não ideal: geralmente, são aqueles em que a alimentação é limitada ou sofre influência da resposta. Será necessária a consideração, no equacionamento do problema, da dinâmica não ideal da fonte. Assim, o sistema não ideal tem um grau de liberdade a mais em relação ao mesmo sistema considerado ideal [Balthazar et al., 2001] e [Nayfeh & Mook, 1979].

A respeito dos sistemas não ideais, em Balthazar et al. (2001), é fornecida uma visão geral sobre o assunto, reunindo além de conceitos, uma revisão de vários resultados publicados.

O modelo analisado na dissertação é não ideal, pois o motor elétrico com desbalanceamento no eixo atuará como fonte para o sistema vibratório composto pelo próprio motor e a base elástica.

1.3 Revisão Bibliográfica

Poincaré foi o primeiro a estudar soluções de sistemas dinâmicos por séries de coeficientes periódicos, descobrindo assim, novas propriedades no comportamento de equações diferenciais, intrínsecas a alguns tipos de sistemas, dando o primeiro passo no estudo de sistemas não lineares. Paralelamente, Sommerfeld deu início a uma nova classe de sistemas dinâmicos: os sistemas dinâmicos não ideais. Ele observou a ocorrência de fenômenos diferenciados quando o sistema oscilante interagia com a fonte de excitação. Ele notou que na região de ressonância, a rotação do motor (fonte de excitação utilizada) variava de maneiras distintas conforme a variação da amplitude do sistema oscilante, sendo extremamente dependente da coordenada de movimento do sistema e não dependente simplesmente do tempo [Rafikova, 2006].

Após as observações de Sommerfeld, foram constatados outros fenômenos relacionados à interação entre fonte de energia e sistema oscilante na região de ressonância, como, por exemplo, a dependência da curva de ressonância com o sentido da variação da velocidade. Foi constatado ainda que a ocorrência de oscilações instáveis em um sistema linear está intimamente ligada às propriedades do motor elétrico [Rocha, 2004].

A interação entre um sistema oscilante e a fonte de energia foi apresentada pelo próprio Sommerfeld em 1902 [Rafikova, 2006]. Em seu experimento, constituído por uma mesa e um motor elétrico, o qual servia como fonte de excitação, ele observa que a velocidade do motor não era uma função suave que dependia apenas da energia inserida ao sistema. Quando a amplitude atinge o seu valor máximo, na região de ressonância, o gasto de energia cresce aproximadamente o dobro. Por outro lado, após a ressonância, a amplitude decresce bruscamente, enquanto a velocidade do motor cresce rapidamente. A este fenômeno atribuiu-se o nome de Efeito Sommerfeld. Roccard publicou em 1949 o primeiro estudo analítico deste fenômeno [Balthazar et al., 2001].

Kalischuk notou em 1939 a dependência da curva de ressonância com relação ao sentido da variação da frequência da força de excitação, ou seja, o sistema pode se comportar de maneira diferente se a máquina girante acelera ou desacelera. Logo após, Martyshkin mostrou que a ocorrência de instabilidades nas oscilações em um sistema está intimamente ligada às propriedades do motor elétrico.

O fenômeno do salto (*jump*) teve o seu primeiro relato em 1953, quando Blekhman observou, em um estudo de auto sincronização de massas rotacionais desbalanceadas, que a passagem de um regime ressonante para um regime não ressonante se dá através de um salto [Balthazar et al., 2001].

Kononenko, a partir de 1958 publicou vários artigos investigando sistemas não ideais, com as características da fonte de energia e passagem pela ressonância de alguns tipos de sistema. Kononenko e Korablev realizaram um experimento em 1959, no qual pode se verificar que, com potência limitada, a velocidade angular do excitador não é aleatória, mas sim determinada pela interação entre o sistema estrutural e o excitador [Aiba, 1976]. Em 1969, Kononenko dedicou um livro a sistemas dinâmicos com fonte de potência limitada, o qual faz referência a vários trabalhos e experimentos na área.

Dimentimberg (1997) estudou o problema do rotor desbalanceado, montado em base rígida suspensa por molas elásticas, o qual se move apenas na direção vertical. Ele estudou numericamente o problema para encontrar evidências do efeito Sommerfeld e também analisou a influencia da variação da rigidez na ocorrência do efeito.

A partir dos anos 2000, a formulação de sistemas dinâmicos como não ideais tem sido explorada de forma intensiva. Em 2003, Balthazar e colaboradores fizeram uma revisão completa de diferentes teorias sobre sistemas vibrantes não ideais [Balthazar et al., 2001].

Outra revisão sobre sistemas vibrantes não ideais foi feita por Cveticanin (2010).

Este trabalho revisa o histórico sobre os estudos destes sistemas e depois descreve os principais métodos analíticos e numéricos aplicados na análise, além de fornecer exemplos práticos dos tipos de sistemas não ideais e dos fenômenos que podem acontecer. Dentre os métodos revisados, destacam-se o método da média de Mitopolsky, o método das múltiplas escalas de Nayfeh e Mook e o método estendido de Lindstedt-Poincaré (EL-P) com múltiplas escalas, descrito por Psenjak, que usa o princípio de Hamilton estendido para se obter equações governantes da fonte não ideal. Também cita o cálculo dos expoentes máximos de Lyapunov que são utilizados para provar que os movimentos são regulares ou irregulares, o teorema de Bezout para estudo de estabilidade, o método de integração para detectar movimentos caóticos e o método da média aproximada assintótica de Krylov-Bogolubov para se obter a solução dos movimentos do sistema mecânico, estudado em por Zucovic e Cveticanin em 2009. Também são revisadas técnicas de controle de caos, como as por controle de energia, por controle de saturação e por realimentação simples [Cveticanin, 2010] e [Cveticanin & Zucovic, 2009].

Em 2004, Rocha estudou o sistema formado por um motor de corrente contínua e uma base elástica com uma não linearidade na mola e evidenciou a existência do efeito Sommerfeld e verificou sua influência no rendimento do motor [Rocha, 2004].

Rafikova (2006) fez uma análise da dinâmica não linear de um rotor não ideal, avaliando um rotor que consistia de um disco preso a uma barra elástica e excitado por uma fonte de energia de potência limitada. O sistema se desloca transversalmente e verticalmente além de possuir uma coordenada de rotação. Um estudo numérico do problema foi realizado para investigar a dinâmica não linear do sistema. Simulações numéricas tais como: diagramas de espaço de fase, curvas de resposta em frequência, diagramas de bifurcação e expoentes de Lyapunov mostraram uma forte influência da fonte de energia na resposta do sistema e revelou oscilações regulares e irregulares. Além disso, o efeito Sommerfeld foi observado, assim como o salto na resposta em frequência quando o parâmetro de controle do motor é variado. Também foi comprovado que os regimes irregulares presentes no movimento do sistema têm uma natureza caótica.

Brol (2011) estudou um modelo computacional para observar a influência da estrutura de suporte ou fundação no comportamento da dinâmica de um sistema composto de um rotor e seu suporte através dos métodos da impedância mecânica e coordenadas modais. A fundação é responsável pelo suporte do rotor, através da interconexão com os mancais. O sistema estudado é não ideal, devido à excitação do suporte pelo motor e devido à vibração do suporte influenciar o movimento do motor. Foi verificado que os métodos produzem resultados iguais, de acordo com o acoplamento do amortecimento, analisando os modos de vibração do conjunto de acordo com a rotação do rotor.

Samantaray estudou a influência de amortecimentos internos e externos e forças giroscópicas no efeito Sommerfeld em sistemas dinâmicos rotacionais planares simétricos. A simetria rotacional permitiu obter resultados analíticos elegantes para a dinâmica do sistema em regime permanente. Foi demonstrado também que os amortecimentos e as forças giroscópicas influenciam a velocidade angular do sistema não ideal e provoca mudanças na dinâmica do sistema de maneiras inesperadas. O estudo mostrou ainda que, para este sistema, grandes valores de amortecimento podem inibir a existência do efeito Sommerfeld em certas circunstâncias, assim, pode se derivar condições de estabilidade para vários pontos de equilíbrio em regime permanente [Samantaray et al., 2010]. Considerou-se como motor do sistema um motor de corrente contínua.

Belato et al. (2001) investigou um sistema composto de pêndulo cujo ponto de suporte vibra na direção horizontal, guiado por duas barras e acionado por um braço articulado acoplado ao eixo de um MCC, considerada como fonte limitada. Sob estas condições, as oscilações do pêndulo foram analisadas através da variação do parâmetro de controle, neste caso, a tensão de armadura do MCC. Foram simuladas acelerações de zero até a velocidade de regime, que possui uma oscilação em torno de um valor médio. Na região próxima à ressonância, o sistema apresentou um interessante fenômeno não linear, incluindo movimentos multi-periódicos, quase periódicos e caóticos. A perda de estabilidade ocorreu através de uma bifurcação do tipo sela-nó, na localização próxima da posição de equilíbrio do pêndulo, indicando a existência de um atrator caótico próximo da ressonância fundamental.

Uma das poucas análises de sistemas compostos com motores de corrente alternada e uma base elástica foi feita por Leonov (2008), que analisou um motor síncrono de corrente alternada partindo como um motor de indução trifásico (partida assíncrona). Foi feita uma análise matemática do sistema, com um modelo muito simplificado do motor síncrono. No artigo é provado que nestas condições de partida, mesmo passando pela região de ressonância, não ocorre o efeito Sommerfeld.

Outra análise de sistemas compostos com motores de corrente alternada e uma base elástica foi feita por Zukovic e Cveticanin (2009), que analisaram um sistema com um MIT e uma base elástica, mas com uma descontinuidade no acoplamento da mola chamada *clearence*. Esta conexão gera uma acoplamento descontínuo, mas linear entre o motor e a base elástica. Foi feita uma análise matemática do sistema, mais uma vez com um modelo muito simplificado do motor. É analisado o transitório, o regime permanente e a estabilidade do sistema. No artigo é detectado o efeito Sommerfeld. Além disso, para alguns valores de parâmetros do sistema, o movimento é caótico, causado por bifurcações de período duplo e comprovado pelo expoente máximo de Lyapunov. Ademais, um novo método de controle de caos é introduzido transformando o movimento caótico em periódico.

Em Krasnoploskaya et al. (1993), são investigados alguns sistemas físicos de oscilações forçadas (pêndulo e transdutores piezocerâmicos), através de novos modelos e propriedades. Devido às interações entre o sistema e a fonte de potência limitada, portanto, não linear, fenômenos não lineares ocorrem, incluindo o caos, mas somente se a fonte de excitação for não ideal. A análise é feita pelo expoente de Lyapunov.

Para análise de sistemas com características caóticas as ferramentas da teoria do caos se fazem necessárias. Tais métodos de análise têm origem nos trabalhos de Poincaré (1921), Birkhoff (1927), Lyapunov (1949), Andronov et al. (1966) e Sekar & Narayanan (1995). A caracterização dos fenômenos caóticos tais como a dependência das condições iniciais, aparecimento de atratores estranhos no espaço de fase, oscilações irregulares foi realizada em vários sistemas e explorada extensivamente, conforme pode ser encontrado em Nayfeh & Mook (1979), e em Strogatz (1994).

1.4 Motivação e Objetivos do Trabalho

De acordo com Rao (2008), a grande parte dos motores de acionamento tem problemas de vibração devido ao desbalanceamento inerente aos motores, desequilíbrio este que geralmente deve-se à falha de projeto, manutenção ou instalação. Em motores a diesel, o desbalanceamento pode causar ondas terrestres potentes o suficiente para incomodar residentes próximos e as vibrações podem causar falhas catastróficas em turbinas. E não somente os equipamentos podem falhar devido às vibrações, mas também a sua estrutura, componentes ou base de suporte. Além disso, a vibração causa desgaste mais rápido de peças de máquina como rolamentos, engrenagens, parafusos, acoplamentos e elementos de fixação e quando a frequência natural de vibração de uma máquina coincidir com a frequência de excitação externa, ocorre um fenômeno conhecido como ressonância, que resulta em deflexões excessivas e falhas drásticas. Por isso, sempre deve existir o estudo nos projetos de máquinas para se evitar os desbalanceamentos, conhecer os efeitos de vibrações, calcular suas frequências e também se projetar estruturas que suportem os possíveis efeitos de vibração sem falhar.

Pode-se afirmar que todo motor acoplado a uma carga mecânica é suportado por alguma estrutura. Como toda estrutura pode ser modelada com uma rigidez e uma dissipação de energia, o modelo proposto neste trabalho é válido para representação de diversas estruturas reais de suporte e é fundamental conhecer todos os fenômenos vibratórios associados ao conjunto, pois influencia o projeto e a manutenção de sistemas.

Conforme já mencionado, na Engenharia, é ampla a variedade de aplicações de estudos de vibração, pois os fenômenos vibratórios são bastante preocupantes. Máquinas com vibração excessiva demandam maiores paradas para manutenção e possuem maior histórico de falhas prematuras. Além disso, fenômenos ressonantes são especialmente destrutivos caso ocorram.

É o caso, por exemplo, de motores montados em asas de aeronaves, motores montados em uma base fixada somente na vertical ou na horizontal, moto-bombas, bomba centrífugas submersas (BCS) e moto-compressores e etc.

O estudo de problemas envolvendo o acoplamento da dinâmica de diversos sistemas vem aumentando recentemente pela mudança gradativa das características construtivas das máquinas e estruturas. A tendência é que as máquinas rotativas tenham componentes mais flexíveis e devam operar em rotações mais altas. Assim, fenômenos que não eram observados em gerações anteriores de máquinas se fazem presentes e sua explicação exige a adoção de modelos mais completos, como explicitado em Rocha (2004).

A dissertação tem por objetivos diretos:

- Analisar a resposta vibratória e a estabilidade da rotação do motor de indução trifásico ao passar pela ressonância;
- Verificar a ocorrência do Efeito Sommerfeld; e
- Analisar características de vibração durante aceleração para dois tipos de partida do motor.

Adicionalmente, busca-se:

- Contextualizar o estado da arte no que diz respeito ao estudo do sistema com motores elétricos;
- Descrever a modelagem matemática do sistema selecionado para estudo, explorando características que facilitem sua análise no espaço-estado; além disso, simular o sistema com base no modelo completo do motor de indução trifásico, que leva em consideração toda dinâmica elétrica;
- Apresentar um conjunto de simulações que apontem a existência de efeitos oscilatórios relevantes que possam afetar o funcionamento dos conjuntos, avaliar regiões de estabilidade e se existe tendência à ocorrência de caos.

O estudo será baseado em simulação baseado nos modelos matemáticos acoplados do sistema e visam simular o comportamento dinâmico do conjunto, levando em conta o modelo do motor completo, para avaliar a influência da dinâmica elétrica no comportamento do sistema e, ademais, tendo como objetivo a representação de uma condição real para prever a resposta do sistema. Essas respostas fornecem informações que podem ser aplicadas na solução de problemas durante a fase de projeto e auxiliar nos diagnósticos de falhas.

1.5 Organização da Dissertação

Além do capítulo introdutório, a dissertação é composta de mais quatro capítulos, totalizando, portanto, cinco capítulos.

O Capítulo 1 apresenta o problema de interesse com várias considerações pertinentes. Dispõe comentários acerca da importância do estudo de fenômenos ressonantes em motores elétricos e comentários gerais sobre as características do sistema a ser estudado. Descreve também quais tipos de sistema já foram detalhados em trabalhos anteriores, após uma revisão bibliográfica do estado da arte. Em seguida estão a motivação, os objetivos e a estruturação da dissertação.

O Capítulo 2 apresenta a modelagem matemática do sistema dinâmico, explorando o equacionamento do movimento mecânico, a modelagem dinâmica do motor de indução trifásico e o sistema de equações do conjunto motor-base no espaço de estados, preparando o modelo para simulação.

Os resultados de simulação e a discussão sobre os resultados para dois tipos de partida do motor são apresentados no Capítulo 3.

No Capítulo 4 mostram-se as discussões sobre a existência de efeitos não lineares, movimentos caóticos e influencia no rendimento do motor.

O Capítulo 5, por fim, apresenta análise final do trabalho, destacando as conclusões e proposições para trabalhos futuros.

2 Modelagem Matemática do Sistema

O capítulo apresenta o equacionamento do sistema dinâmico formado pelo motor e sua base elástica. Primeiramente, utilizando a equação de Lagrange, obtêm-se as equações dinâmicas do movimento. Em seguida, obtêm-se as equações dinâmicas do motor, através das variáveis da máquina e através da transformada d-q.

2.1 Equações Dinâmicas de Movimento

O modelo físico do sistema em estudo está novamente esquematizado na Figura 2.1, e consiste de uma base elástica, que está presa à parede fixa por meio de uma mola com coeficiente de rigidez k e de um amortecedor com coeficiente de amortecimento viscoso c_x e se move na direção x. Preso à base se encontra um motor de indução trifásico com um desbalanceamento de massa m e raio r no eixo. O eixo possui ainda um coeficiente de amortecimento viscoso torcional c_θ. O conjunto motor-base possui massa M .

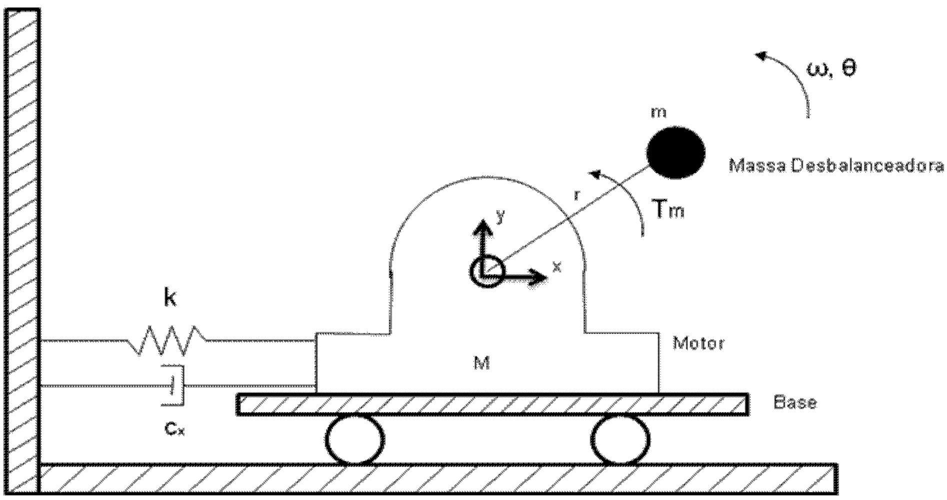

Figura 2.1: Sistema motor com desbalanceamento acoplado a uma base elástica

Pode-se aplicar no sistema considerado a equação de Lagrange, a fim de se obter as equações dinâmicas do movimento. Sejam T a energia cinética total e V a energia potencial total. Sendo L a diferença $L = T - V$ a equação de Lagrange fica [Rocha, 2004]:

$$\frac{\partial L}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \tag{2.1}$$

Onde q_i é uma coordenada e Q_i é a derivada do trabalho da força não conservativa. As energias cinética e potencial são dadas por:

$$T = \frac{M\dot{x}^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{J\dot{\theta}^2}{2} \tag{2.2}$$

$$V = \frac{kx^2}{2} + mgr(1 + sen(\theta)) \tag{2.3}$$

Sendo $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ a relação de velocidades na massa desbalanceadora *m*. Sendo ainda $v = r\dot{\theta}$ tem-se:

$$v^2 = \left(\dot{x} - r\dot{\theta} sen\theta\right)^2 + \left(r\dot{\theta}\cos\theta\right)^2 \tag{2.4}$$

Assim, a Equação (2.2) pode ser reescrita:

$$T = \frac{\left(M + m\right)\dot{x}^2}{2} - mr\dot{x}\dot{\theta} sen(\theta) + \frac{mr^2\dot{\theta}^2}{2} + \frac{J\dot{\theta}^2}{2} \tag{2.5}$$

As coordenadas selecionadas para análise são x e θ as forças não conservativas serão as forças de atrito nos amortecedores viscosos. Existe também um torque de carga resistente T_L. Assim, aplicando a equação de Lagrange para a coordenada x:

$$\frac{\partial L}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = Q_x \tag{2.6}$$

Calculando $L = T - V$ com as Equações (2.5) e (2.3) e calculando as derivadas obtém-se:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = (M + m)\dot{x} - mr\dot{\theta} sen\theta \\
&\frac{\partial L}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = (M + m)\ddot{x} - mr\ddot{\theta} sen\theta - mr\dot{\theta}^2 \cos\theta \\
&\frac{\partial L}{\partial x} = -kx \\
&Q_x = \frac{\partial(-c_x \dot{x} x)}{\partial x} = -c\dot{x}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

E assim, substituindo nos termos da equação de Lagrange (2.6), a equação do movimento para coordenada *x* é:

$$(M + m)\ddot{x} + c_x \dot{x} + kx - mr\ddot{\theta} sen(\theta) - mr\dot{\theta}^2 \cos(\theta) = 0 \tag{2.8}$$

Para a coordenada $q_i = \theta$ as derivadas são calculadas como:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = mr^2\dot{\theta} - mr\dot{x} sen\theta + J\dot{\theta} \\
&\frac{\partial L}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) = mr^2\ddot{\theta} - mr\ddot{x} sen\theta - mr\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + J\ddot{\theta} \\
&\frac{\partial L}{\partial \theta} = -mgr\cos\theta - m\dot{x}r\dot{\theta}\cos\theta \\
&Q_x = \frac{\partial\left(T_M\theta - T_L\theta - c_x\dot{\theta}\theta\right)}{\partial \theta} = T_M - T_L - c_\theta\dot{\theta}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Substituindo na equação de Lagrange para a coordenada *θ*, obtém-se a equação do movimento angular do sistema:

$$(J + mr^2)\ddot{\theta} + c_\theta\dot{\theta} - mr\ddot{x} sen(\theta) + mgr\cos(\theta) = T_M - T_L \tag{2.10}$$

É necessário manipular as equações dinâmicas do movimento (2.8) e (2.10) para posterior desenvolvimento no espaço de estados. Dividindo (2.8) por $(M+m)$ obtém-se:

$$\ddot{x}+\frac{c_x}{(M+m)}\dot{x}+\frac{k}{(M+m)}x-\frac{mr}{(M+m)}\ddot{\theta}sen(\theta)-\frac{mr}{(M+m)}\dot{\theta}^2\cos(\theta)=0 \tag{2.11}$$

Fazendo

$$\zeta_x=\frac{c_x}{(M+m)},\ \omega_0=\sqrt{\frac{k}{(M+m)}} \text{ e } \mu=\frac{mr}{(M+m)}$$

E substituindo na equação (2.11), tem-se:

$$\ddot{x}=-\zeta_x\dot{x}-\omega_0^2x+\mu\ddot{\theta}sen(\theta)+\mu\dot{\theta}^2\cos(\theta) \tag{2.12}$$

Dividindo (2.10) por $(J+mr^2)$ obtém-se:

$$\ddot{\theta}+\frac{c_\theta}{(J+mr^2)}\dot{\theta}-\frac{mr}{(J+mr^2)}\ddot{x}sen(\theta)+\frac{mrg}{(J+mr^2)}\cos(\theta)=\frac{1}{(J+mr^2)}(T_M-T_L) \tag{2.13}$$

Fazendo:

$$\zeta_\theta=\frac{c_\theta}{(J+mr^2)},\ \varepsilon=\frac{mr}{(J+mr^2)} \text{ e } \alpha=\frac{1}{(J+mr^2)}$$

E substituindo na equação (2.13), tem-se:

$$\ddot{\theta}=-\zeta_\theta\dot{\theta}+\varepsilon\ddot{x}sen(\theta)-\varepsilon g\cos(\theta)+\alpha(T_M-T_L) \tag{2.14}$$

As equações (2.12) e (2.14) formam o conjunto das equações dinâmicas do movimento do sistema, descrevendo a dinâmica do movimento linear e rotativo. Para complementar a análise do conjunto base-motor, é necessário obter as equações dinâmicas do motor.

2.2 Equações Dinâmicas do Motor de Indução Trifásico de Corrente Alternada

Os motores elétricos são amplamente utilizados em todos os tipos de indústria e convertem energia elétrica em trabalho mecânico no eixo e funcionam basicamente através da interação de campos magnéticos. São divididos em dois grandes grupos de acordo com a fonte de alimentação: Motores de Corrente Contínua e Motores de Corrente Alternada. Os diversos tipos de motores estão descritos na figura 2.2. Os motores mais utilizados na indústria são os motores de indução trifásicos de corrente alternada (MIT), os motores de corrente contínua de excitação independente e os motores trifásicos síncronos de corrente alternada.

Mais de 90% do parque industrial de motores é do tipo trifásico de indução de corrente alternada. Dentre suas vantagens, está seu baixo custo de aquisição, simplicidade na montagem, pouca necessidade de manutenção, comandos e controles simples. A figura 2.3 mostra uma visão expandida de um MIT de aplicação industrial comum. Devido ao seu ampliado uso é extremamente importante o estudo dos fenômenos que podem ocorrer com este motor.

Para o estudo de fenômenos dinâmicos, devem ser obtidas as equações de governo do funcionamento do motor, conforme é descrito a seguir.

Um motor de indução é composto basicamente de duas partes: o estator e o rotor. O estator é a parte estática e o rotor é sua parte móvel. Cada um possui um circuito elétrico para representação de seu modelo. O modelo do MIT é obtido então através da análise das equações dos circuitos elétricos do estator e do rotor e a interação entre os campos magnéticos produzidos por ambos.

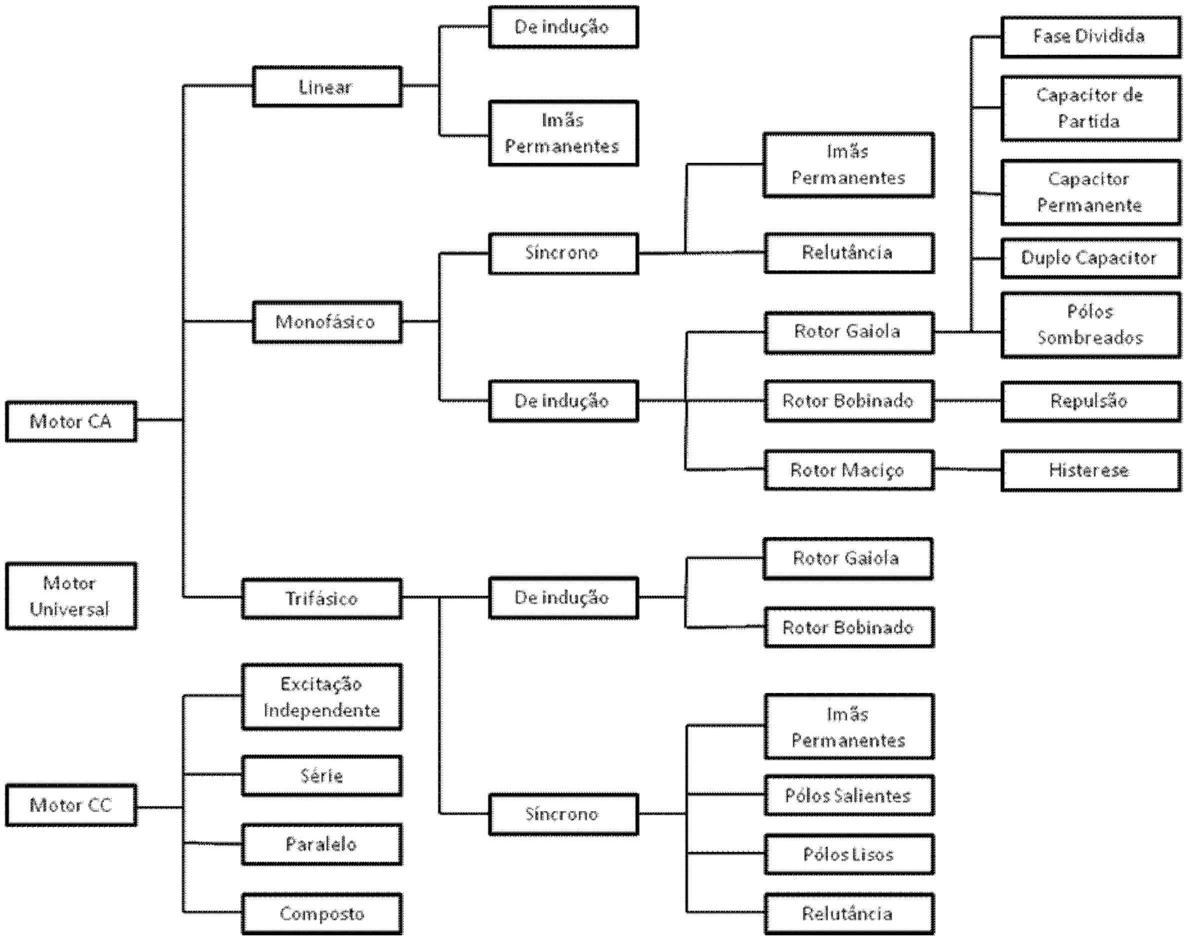

Figura 2.2: Tipos de Motores Elétricos

Para o MIT estudado, o estator recebe alimentação de uma fonte trifásica de corrente alternada e o rotor é curto-circuitado.

Os modelos estudados por Leonov e Zucovic e Cveticanin são representações simplificadas dos modelos de motores CA, não levando em consideração a dinâmica elétrica no modelo. Aqui, será utilizado um modelo completo do MIT, conforme se desenvolverá a seguir.

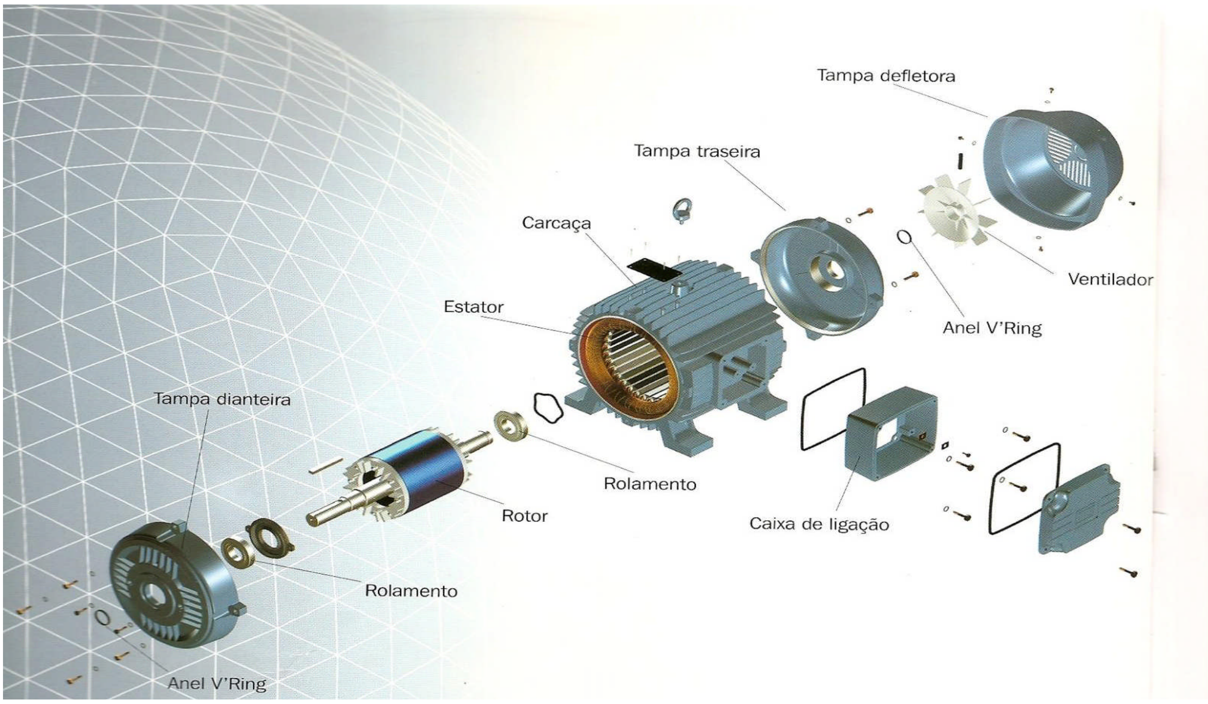

Figura 2.3: Motor de Indução Trifásico em Visão Explodida (Catálogo de Motores WEG)

2.2.1 Equações dinâmicas a partir da análise dos circuitos elétricos do estator e do rotor

Os circuitos elétricos do estator e do rotor são formados pela ligação em configuração Y de enrolamentos de N_s e N_r espiras e resistência r_s e r_r, defasados 120° entre si, conforme mostra figura 2.4.

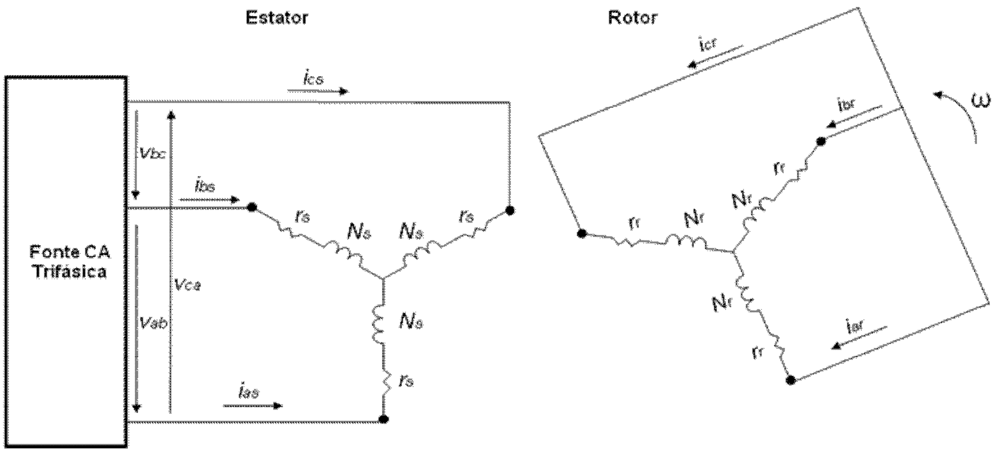

Figura 2.4: Modelo dos Circuitos Estatórico e Rotórico

Utilizando a forma matricial para o equacionamento, as equações de tensão serão:

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_{abcs} &= \mathbf{r}_s\mathbf{i}_{abcs} + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{abcs}}{dt} \\
0 &= \mathbf{r}_r\mathbf{i}_{abcr} + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{abcr}}{dt}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

$\mathbf{v}_{abcs}$ e $\mathbf{i}_{abcs}$ são vetores com as tensões e correntes por fase do estator, enquanto que $\mathbf{i}_{abcr}$ é o vetor de correntes de fase no rotor. Os vetores $\boldsymbol{\lambda}_{abcs}$ e $\boldsymbol{\lambda}_{abcr}$ são os fluxos concatenados do estator e do rotor e $\mathbf{r}_s$ e $\mathbf{r}_r$ são matrizes diagonais das resistências por fase do estator e rotor, respectivamente [Krause, 2002].

Por sua vez, os fluxos concatenados podem ser expressos por:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ \left(\mathbf{L}_{sr}\right)^T & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}_{abcr} \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

$\mathbf{L}_s$ e $\mathbf{L}_r$ são as matrizes de indutâncias do estator e do rotor e $\mathbf{L}_{sr}$ a matriz de indutâncias mútuas entre estator e rotor. Estas matrizes são dadas por:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

$$\mathbf{L}_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

Nas equações de indutâncias acima, L_{ls}, L_{lr}, L_{ms} e L_{mr} são, respectivamente, as indutâncias de dispersão e de magnetização do estator e do rotor. L_{sr} é a amplitude da indutância mútua entre estator e rotor, enquanto que θ_r é a posição angular do eixo do rotor.

A maioria dos motores de indução não possuem enrolamentos trifásicos bobinados no rotor; ao invés disso, a corrente flui em barras de cobre ou alumínio que são uniformemente distribuídas embutidas em um material ferromagnético com todas as barras terminadas em um anel comum em ambos os lados do rotor. Este tipo de rotor é conhecido como gaiola de esquilo. Apesar deste tipo de construção diferir dos três enrolamentos espaçados de 120° entre si, a análise por este modelo continua válida, devido ao fato de que a corrente trifásica senoidal fundamental ser muito mais representativa do que as demais harmônicas produzidas [Krause, 2002].

Para representar as equações do rotor no mesmo circuito do estator, uma conversão deve ser feita levando em consideração a relação de espiras entre rotor e estator, de acordo com o que segue:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{i}'_{abcr} &= \frac{N_r}{N_s}\mathbf{i}_{abcr} \\
\mathbf{v}'_{abcr} &= \frac{N_s}{N_r}\mathbf{v}_{abcr} \\
\boldsymbol{\lambda}'_{abcr} &= \frac{N_s}{N_r}\boldsymbol{\lambda}_{abcr}
\end{aligned} \qquad (2.20)
$$

As indutâncias e resistências do rotor também devem ser convertidas. Assim:

$$L_{sr} = \frac{N_r}{N_s} L_{ms}$$

$$\mathbf{L}'_{sr} = \frac{N_r}{N_s} \mathbf{L}_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r \end{bmatrix}$$

$$L_{mr} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 L_{ms}$$

$$\mathbf{L}'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \mathbf{L}_r$$

$$\mathbf{L}'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} \\ -\frac{1}{2} L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} \\ -\frac{1}{2} L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} \end{bmatrix}$$

$$L'_{lr} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr} \tag{2.21}$$

$$\mathbf{r}'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \mathbf{r}_r$$

Os fluxos concatenados agora podem ser expressos como:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}'_{sr} \\ \left(\mathbf{L}'_{sr}\right)^T & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

E as equações de tensão ficam:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abcs} \\ \mathbf{v}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_s + \frac{d}{dt}\mathbf{L}_s & \frac{d}{dt}\mathbf{L}'_{sr} \\ \frac{d}{dt}\left(\mathbf{L}'_{sr}\right)^T & \mathbf{r}'_r + \frac{d}{dt}\mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

Para encontrar a equação do torque gerado pelo motor é preciso avaliar a energia armazenada nos campos magnéticos. A equação geral para esta energia em circuitos indutivos é dada pela equação

$$W = \frac{1}{2}Li^2 \tag{2.24}$$

Para circuitos acoplados, a energia total é dada pela soma das energias armazenadas nas autoindutâncias e as energias armazenadas nas indutâncias mútuas [Krause, 2002]. As energias armazenadas nas indutâncias de dispersão não contribuem para energia total armazenada no circuito magnético acoplado. Dessa forma:

$$W = \frac{1}{2}\left(\mathbf{i}_{abcs}\right)^T \left(\mathbf{L}_s - L_{ls}\mathbf{I}\right)\mathbf{i}_{abcs} + \left(\mathbf{i}_{abcs}\right)^T \mathbf{L}'_{sr}\mathbf{i}'_{abcr} + \frac{1}{2}\left(\mathbf{i}'_{abcr}\right)^T \left(\mathbf{L}'_r - L'_{lr}\mathbf{I}\right)\mathbf{i}'_{abcr} \tag{2.25}$$

Onde $\mathbf{I}$ é a matriz identidade.

O diferencial de energia mecânica em um sistema rotativo pode ser dado por:

$$dW_m = -T_e d\theta_{rm} \tag{2.26}$$

Onde T_e é o torque eletromagnético fornecido pelo motor e θ_{rm} é o deslocamento angular mecânico do eixo. O fluxo concatenado, as correntes e a energia armazenada no circuito magnético do motor são dados em função do deslocamento elétrico do eixo θ_r. A relação entre os dois deslocamentos é dada pela equação seguinte:

$$\theta_r = \left(\frac{P}{2}\right)\theta_{rm} \tag{2.27}$$

Onde P é o número de polos da máquina. Assim, a equação (2.26) fica:

$$dW_m = -T_e \frac{2}{P} d\theta_r \tag{2.28}$$

E o torque eletromagnético pode ser obtido pela equação 2.28:

$$T_e = \frac{P}{2} \frac{\partial W_m}{\partial \theta_r} \tag{2.29}$$

Substituindo W_m obtido na equação 2.25 na equação 2.28 e levando em conta que L_s e L_r não dependem de θ_r , têm-se:

$$T_e = \frac{P}{2} \left(\mathbf{i}_{abcs}\right)^T \frac{\partial \mathbf{L}'_{sr}}{\partial \theta_r} \left(\mathbf{i}'_{abcr}\right) \tag{2.30}$$

Expandindo a equação 2.30:

$$\begin{aligned} T_e = -\frac{P}{2} L_{ms} \{ & \left[i_{as}\left(i'_{ar} - \frac{1}{2} i'_{br} - \frac{1}{2} i'_{cr}\right) + i_{bs}\left(i'_{br} - \frac{1}{2} i'_{ar} - \frac{1}{2} i'_{cr}\right) + i_{cs}\left(i'_{cr} - \frac{1}{2} i'_{br} - \frac{1}{2} i'_{ar}\right)\right] sen\theta_r \\ & + \frac{\sqrt{3}}{2}\left[i_{as}\left(i'_{br} - i'_{cr}\right) + i_{bs}\left(i'_{cr} - i'_{ar}\right) + i_{cs}\left(i'_{ar} - i'_{br}\right)\right] \cos\theta_r \} \end{aligned} \tag{2.31}$$

O conjunto formado pelas equações 2.23 e 2.31 forma o modelo do MIT utilizando as equações nas variáveis do motor.

Percebe-se que nas equações 2.23 existem indutâncias que são dependentes da velocidade do rotor, fazendo com que coeficientes das equações diferenciais da tensão sejam variáveis com o tempo, exceto quando o rotor está parado, resultando em um conjunto complexo de equações, cuja solução é bastante custosa.

No entanto, uma mudança de variáveis pode ser aplicada para reduzir a complexidade do conjunto de equações, a fim de simplificar o modelo para simulação.

2.2.2 Transformada d-q

As equações dinâmicas obtidas com as variáveis da máquina possuem indutâncias que variam com a velocidade do rotor, fazendo com que coeficientes das equações diferenciais das tensões sejam variáveis com o tempo. Uma transformação de variáveis pode ser utilizada para reduzir a complexidade das equações, principalmente, para eliminar os coeficientes variantes no tempo das equações diferenciais.

A transformação mais comumente utilizada para análise de máquinas elétricas é a transformada d-q, que utiliza um referencial girante a velocidades arbitrárias para descrever as variáveis. Estas transformações foram descritas primeiramente por R. H. Park nos anos 20, que utilizou um referencial fixo no rotor para reescrever as variáveis da máquina. Posteriormente, H. C. Stanley e G. Kron desenvolveram as equações para referenciais no estator e girante à velocidade síncrona do campo, respectivamente. Todas estas transformações eliminam os coeficientes variantes no tempo das equações e hoje em dia, fazem parte do conjunto de transformadas d-q [Krause, 2002].

A mudança de variáveis que executa a transformação de um circuito trifásico estacionário para uma referência arbitrária é dada pela equação 2.32:

$$\mathbf{f}_{qd0s} = \mathbf{K}_s \mathbf{f}_{abcs} \tag{2.32}$$

$\mathbf{f}_{qd0s}$ e $\mathbf{f}_{abcs}$ são vetores com as variáveis no referencial d-q-0 e a-b-c, ambos estacionários, indicados pelo subscrito *s*. Já $\mathbf{K}_s$ é a matriz de transformação e é dada por:

$$\mathbf{K}_s = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ sen\theta & sen\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & sen\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

A relação entre a velocidade de rotação do referencial e o ângulo teta da matriz $\mathbf{K}s$ é dada pela equação (2.34):

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (2.34)$$

Na equação (2.32), $\mathbf{f}$ pode representar tensão, corrente, fluxo concatenado ou carga elétrica. O subscrito *s* indica variáveis, parâmetros e transformação associados às circuitos estacionários. O deslocamento angular *θ* deve ser contínuo, no entanto, a velocidade de rotação $\boldsymbol{\omega}$ não é especificada. O referencial d-q pode girar a qualquer velocidade, constante ou variável, ou até mesmo permanecer parado. Assim, a velocidade pode ser selecionada, a fim de modificar as variáveis para facilitar a solução de sistemas de equações ou satisfazer restrições [Krause, 2002].

A transformação inversa também existe e é dada por:

$$\mathbf{f}_{abcs} = \left(\mathbf{K}_s\right)^{-1}\mathbf{f}_{qd0s} \quad (2.35)$$

Onde $\left(\mathbf{K}_s\right)^{-1}$ é:

$$(\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \tag{2.36}$$

Para circuitos indutivos, a tensão se relaciona com o fluxo concatenado por:

$$\mathbf{v}_{abcs} = \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{abcs}}{dt} \tag{2.37}$$

Aplicando a transformação a-b-c para d-q-0, têm-se:

$$\mathbf{v}_{dq0s} = \mathbf{K}_s \frac{d\left[(\mathbf{K}_s)^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}\right]}{dt} \tag{2.38}$$

Da propriedade de derivada do produto, tira-se que:

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{K}_s \frac{d\left[(\mathbf{K}_s)^{-1}\right]}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} + \mathbf{K}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{qd0s}}{dt} \tag{2.39}$$

Os seguintes resultados podem ser utilizados:

$$\frac{d(\mathbf{K}_s)^{-1}}{dt} = \omega \begin{bmatrix} -\text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ -\text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \\ -\text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

Assim,

$$\mathbf{K}_s \frac{d\left(\mathbf{K}_s\right)^{-1}}{dt} = \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

Então se chega a:

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \omega \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{qd0s}}{dt} \tag{2.42}$$

Onde:

$$\boldsymbol{\lambda}_{qd0s} = \begin{bmatrix} \lambda_d \\ -\lambda_q \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

Para um circuito magnético linear, o fluxo é dado por:

$$\boldsymbol{\lambda}_{abcs} = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abcs} \tag{2.44}$$

Aplicando a transformação para um referencial arbitrário:

$$\boldsymbol{\lambda}_{qd0s} = \mathbf{K}_s \mathbf{L}_s \left(\mathbf{K}_s\right)^{-1} \mathbf{i}_{qd0s} \tag{2.45}$$

Se o circuito trifásico é equilibrado a matriz $\mathbf{L}_s$ é dada pela matriz da equação 2.17. Então, tem-se que:

$$\mathbf{K}_s\mathbf{L}_s\left(\mathbf{K}_s\right)^{-1}=\begin{bmatrix} L_{ls}+\frac{3}{2}L_{ms} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls}+\frac{3}{2}L_{ms} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Para um circuito resistivo, como $\mathbf{r}s$ é uma matriz diagonal, a transformação não altera a matriz de resistências, assim:

$$\mathbf{v}_{qd0s}=\mathbf{K}_s\mathbf{r}_s\left(\mathbf{K}_s\right)^{-1}\mathbf{i}_{qd0s}=\mathbf{r}_s\mathbf{i}_{qd0s} \quad (2.47)$$

De posse das relações discutidas acima, pode-se escrever as equações dinâmicas do motor de indução no referencial d-q-0.

2.2.3 Equações dinâmicas do motor no referencial d-q-0

Conforme os resultados obtidos em 2.42, 2.45 e 2.47, podemos reescrever a equação 2.15 como:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{qd0s}&=\mathbf{r}_s\mathbf{i}_{qd0s}+\omega\boldsymbol{\lambda}_{dqs}+\frac{d\boldsymbol{\lambda}_{dq0s}}{dt} \\ 0&=\mathbf{r}_r'\mathbf{i}_{qd0r}'+\left(\omega-\omega_r\right)\boldsymbol{\lambda}_{dqr}'+\frac{d\boldsymbol{\lambda}_{dq0r}'}{dt} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Onde:

$$\boldsymbol{\lambda}_{dqs}=\begin{bmatrix} \lambda_{ds} \\ -\lambda_{qs} \\ 0 \end{bmatrix},\boldsymbol{\lambda}_{dqr}'=\begin{bmatrix} \lambda_{dr}' \\ -\lambda_{qr}' \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Aplicando o resultado obtido em (2.42) para o fluxo, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s \mathbf{L}_s \left(\mathbf{K}_s\right)^{-1} & \mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} \left(\mathbf{K}_r\right)^{-1} \\ \mathbf{K}_r \left(\mathbf{L}'_{sr}\right)^T \left(\mathbf{K}_s\right)^{-1} & \mathbf{K}_r \mathbf{L}'_r \left(\mathbf{K}_r\right)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{qd0s} \\ \mathbf{i}'_{qd0r} \end{bmatrix} \tag{2.50}$$

Avaliando as matrizes de indutâncias conforme em (2.43), tem-se:

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}_s \left(\mathbf{K}_s\right)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_M & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \tag{2.51}$$

$$\mathbf{K}_r \mathbf{L}'_r \left(\mathbf{K}_r\right)^{-1} = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_M & 0 & 0 \\ 0 & L'_{lr} + L_M & 0 \\ 0 & 0 & L'_{lr} \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} \left(\mathbf{K}_r\right)^{-1} = \mathbf{K}_r \left(\mathbf{L}'_{sr}\right)^T \left(\mathbf{K}_s\right)^{-1} = \begin{bmatrix} L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

Onde:

$$L_M = \frac{3}{2} L_{ms} \tag{2.54}$$

Expandindo a equação (2.48) das tensões, obtém-se:

$$
\begin{aligned}
v_{qs} &= r_s i_{qs} + \omega\lambda_{ds} + \frac{d\lambda_{qs}}{dt} \\
v_{ds} &= r_s i_{ds} - \omega\lambda_{ds} + \frac{d\lambda_{ds}}{dt} \\
v_{0s} &= r_s i_{0s} + \frac{d\lambda_{0s}}{dt} \\
0 &= r_r' i_{qr}' + \left(\omega - \omega_r\right)\lambda_{dr}' + \frac{d\lambda_{qr}'}{dt} \\
0 &= r_r' i_{dr}' - \left(\omega - \omega_r\right)\lambda_{qr}' + \frac{d\lambda_{dr}'}{dt} \\
0 &= r_r' i_{0r}' + \frac{d\lambda_{0r}'}{dt}
\end{aligned}
\tag{2.55}
$$

Expandindo a equação (2.50) dos fluxos utilizando os resultados de (2.51), (2.52) e (2.53), obtém-se:

$$
\begin{aligned}
\lambda_{qs} &= L_{ls} i_{qs} + L_M\left(i_{qs} + i_{qr}'\right) \\
\lambda_{ds} &= L_{ls} i_{ds} + L_M\left(i_{ds} + i_{dr}'\right) \\
\lambda_{0s} &= L_{ls} i_{0s} \\
\lambda_{qr}' &= L_{lr}' i_{qr}' + L_M\left(i_{qs} + i_{qr}'\right) \\
\lambda_{dr}' &= L_{lr}' i_{dr} + L_M\left(i_{ds} + i_{dr}'\right) \\
\lambda_{0r}' &= L_{lr} i_{0r}'
\end{aligned}
\tag{2.56}
$$

Em circuitos elétricos, é usual trabalhar com reatâncias ao invés de indutâncias, então, utilizando ω_b como velocidade angular base para o cálculo das reatâncias, as equações de tensão ficam da seguinte forma:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b}\psi_{ds} + \frac{1}{\omega_b}\frac{d\psi_{qs}}{dt}$$
$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b}\psi_{qs} + \frac{1}{\omega_b}\frac{d\psi_{ds}}{dt}$$
$$v_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{1}{\omega_b}\frac{d\psi_{0s}}{dt}$$
$$0 = r_r' i_{qr}' + \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b}\psi_{dr}' + \frac{1}{\omega_b}\frac{d\psi_{qr}'}{dt} \tag{2.57}$$
$$0 = r_r' i_{dr}' - \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b}\psi_{qr}' + \frac{1}{\omega_b}\frac{d\psi_{dr}'}{dt}$$
$$0 = r_r' i_{0r}' + \frac{1}{\omega_b}\frac{d\psi_{0r}'}{dt}$$

Similarmente, as equações de fluxo também são alteradas e se tornam:

$$\psi_{qs} = X_{ls} i_{qs} + X_M \left(i_{qs} + i_{qr}'\right)$$
$$\psi_{ds} = X_{ls} i_{ds} + X_M \left(i_{ds} + i_{dr}'\right)$$
$$\psi_{0s} = X_{ls} i_{0s}$$
$$\psi_{qr}' = X_{lr}' i_{qr}' + X_M \left(i_{qs} + i_{qr}'\right) \tag{2.58}$$
$$\psi_{dr}' = X_{lr}' i_{dr} + X_M \left(i_{ds} + i_{dr}'\right)$$
$$\psi_{0r}' = X_{lr}' i_{0r}'$$

Resolvendo o sistema de equações dado por (2.58) para encontrar as correntes e substituindo o resultado nas equações de tensão de (2.57), obtêm-se as equações de tensão em função dos fluxos:

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{0s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{1}{\omega_b}\frac{d}{dt} & \frac{\omega}{\omega_b} & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 & 0 \\ -\frac{\omega}{\omega_b} & \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{1}{\omega_b}\frac{d}{dt} & 0 & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_s}{X_{ls}} + \frac{1}{\omega_b}\frac{d}{dt} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & 0 & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{1}{\omega_b}\frac{d}{dt} & \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & 0 \\ 0 & -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & -\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{1}{\omega_b}\frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r'_r}{X'_{lr}} + \frac{1}{\omega_b}\frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

onde:

$$\begin{aligned} X_{ss} &= X_{ls} + X_M \\ X'_{rr} &= X'_{lr} + X_M \\ D &= X_{ss} X'_{rr} - X_M{}^2 \end{aligned} \tag{2.60}$$

Percebe-se claramente que o modelo obtido em (2.59) é bem mais simples que o modelo obtido nas variáveis da máquina, eliminando-se os coeficientes variáveis nas equações diferenciais. Esta simplicidade também é refletida na equação do torque eletromagnético gerado pelo motor [Krause, 2002].

Aplicando a transformação na equação (2.30), obtém-se:

$$T_e = \frac{P}{2}\left[\left(\mathbf{K}_s\right)^{-1}\mathbf{i}_{qd0s}\right]^T \frac{\partial}{\partial\theta_r}\left(\mathbf{L}'_{sr}\right)\left(\mathbf{K}_r\right)^{-1}\mathbf{i}'_{qd0r} \tag{2.61}$$

Executando as transformações e rearranjando a equação, obtém-se:

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)\left(\frac{X_M}{D\omega_b}\right)\left(\psi_{qs}\psi'_{dr} - \psi'_{qr}\psi_{ds}\right) \tag{2.62}$$

2.3 Equações Dinâmicas do Sistema Motor-Base no Espaço de Estados

Espaço de estados nada mais é que uma forma de análise de sistemas dinâmicos no domínio do tempo. O estado de um sistema é um conjunto de variáveis cujos valores, em conjunto com os sinais de entrada e as equações descrevendo a dinâmica, irão fornecer a saída futura do sistema. Para um sistema dinâmico, o estado do sistema é descrito em função de um conjunto de variáveis de estado. As variáveis de estado são aquelas variáveis que determinam o comportamento futuro de um sistema quando o estado presente do sistema e os sinais de excitação são conhecidos [Dorf, 2009].

A resposta do sistema no espaço de estados é descrita por um sistema de equações diferenciais de primeira ordem escritas em função das variáveis de estado (x_1, x_2, x_3, ...,x_n) e das entradas (u_1, u_2, u_3,...,u_n), que podem ser escritas de forma geral como:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{11} & a_{11} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{mm} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \qquad (2.63)$$

A equação diferencial matricial (2.60) pode ser escrita na forma compacta por:

$$\dot{\mathrm{x}} = \mathrm{Ax} + \mathrm{Bu} \qquad (2.64)$$

onde $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_8]^T$ e $\mathbf{u}^T = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_8]^T$.

A matriz coluna das variáveis de estado x é chamada de vetor de estados e u é o vetor dos sinais de entrada. A equação (2.61) é chamada de equação diferencial de estado e relaciona a taxa de variação do estado do sistema com o estado do sistema e os sinais de entrada. Em geral, as saídas de um sistema linear podem ser relacionadas com as variáveis de estado e os sinais de entrada pela equação de saída:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \tag{2.65}$$

A equação (2.61) em conjunto com a equação (2.62) forma a representação no espaço de estados de um sistema.

Para adaptar as equações dinâmicas do sistema formado pelo motor e o suporte elástico, devem ser eliminadas as dependências das derivadas de segunda ordem das equações (2.9) e (2.11). Então, substituindo (2.11) em (2.9) e (2.9) em (2.11) e em seguida rearranjando, obtém-se:

$$\ddot{x} = \frac{-1}{\left(1-\mu\varepsilon sen^2\theta\right)}\left[\zeta_x\dot{x} + \omega_0^2 x + \mu sen\theta\zeta_\theta\dot{\theta} + \mu\varepsilon g\frac{sen2\theta}{2} - \mu sen\theta\zeta_\theta\alpha T_e + \mu sen\theta\alpha T_L - \mu\cos\theta\dot{\theta}^2\right] \tag{2.66}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-1}{\left(1-\mu\varepsilon sen^2\theta\right)}\left[\zeta_\theta\dot{\theta} + \varepsilon sen\theta\zeta_x\dot{x} + \varepsilon\omega_0^2 sen\theta x + \mu\varepsilon\frac{sen2\theta}{2}\dot{\theta}^2 + \varepsilon g\cos\theta - \alpha T_e + \alpha T_L\right] \tag{2.67}$$

Para o motor, somente existem equações diferenciais de primeira ordem. Pode-se também reduzir o número de equações de fluxo de seis para quatro, pois em motores e circuitos equilibrados, alimentados por fontes trifásicas senoidais equilibradas, as variáveis de sequencia zero são iguais à zero. A equação de torque gerado pelo motor não é um estado, mas sim uma saída para o modelo do motor, pois é função dos estados de fluxo. Assim, podem-se definir todos os estados para o sistema motor-base conforme a seguir:

$$\left[x_1\ \ x_2\ \ x_3\ \ x_4\ \ x_5\ \ x_6\ \ x_7\ \ x_8\right]^T = \left[\Psi_{qs}\ \ \Psi_{ds}\ \ \Psi_{qr}^{'}\ \ \Psi_{ds}^{'}\ \ x\ \ \dot{x}\ \ \theta\ \ \dot{\theta}\right]^T \tag{2.68}$$

A tensão de alimentação do motor é o vetor de sinais de entrada. Outro sinal de entrada é o de torque de carga resistente.

O modelo completo do sistema no espaço de estados é descrito pelas equações a seguir, complementado com a equação do torque do motor (2.59):

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = \dot{\psi}_{qs} = \omega_b \left[v_{qs} - \frac{r_s X'_{rr}}{D} \psi_{qs} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{r_s X_M}{D} \psi'_{qr} \right] \\
&\dot{x}_2 = \dot{\psi}_{ds} = \omega_b \left[v_{ds} - \frac{r_s X'_{rr}}{D} \psi_{ds} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{r_s X_M}{D} \psi'_{dr} \right] \\
&\dot{x}_3 = \dot{\psi}'_{qr} = \omega_b \left[-\frac{r'_r X_{ss}}{D} \psi'_{qr} - \frac{\left(\omega - \dot{\theta} \frac{P}{2} \right)}{\omega_b} \psi'_{dr} + \frac{r'_r X_M}{D} \psi_{qs} \right] \\
&\dot{x}_4 = \dot{\psi}'_{dr} = \omega_b \left[-\frac{r'_r X_{ss}}{D} \psi'_{dr} + \frac{\left(\omega - \dot{\theta} \frac{P}{2} \right)}{\omega_b} \psi'_{qr} + \frac{r'_r X_M}{D} \psi_{ds} \right] \\
&\dot{x}_5 = x_6 = \dot{x} \\
&\dot{x}_6 = \ddot{x} = \frac{-1}{\left(1 - \mu\varepsilon sen^2\theta\right)} \left[\zeta_x \dot{x} + \omega_0^2 x + \mu sen\theta \zeta_\theta \dot{\theta} + \mu\varepsilon g \frac{sen 2\theta}{2} - \mu sen\theta \zeta_\theta \alpha T_e + \mu sen\theta \alpha T_L - \mu \cos\theta \dot{\theta}^2 \right] \\
&\dot{x}_7 = x_8 = \dot{\theta} \\
&\dot{x}_8 = \ddot{\theta} = \frac{-1}{\left(1 - \mu\varepsilon sen^2\theta\right)} \left[\zeta_\theta \dot{\theta} + \varepsilon sen\theta \zeta_x \dot{x} + \varepsilon \omega_0^2 sen\theta x + \mu\varepsilon \frac{sen 2\theta}{2} \dot{\theta}^2 + \varepsilon g \cos\theta - \alpha T_e + \alpha T_L \right]
\end{aligned}
\tag{2.69}
$$

3 Simulações Numéricas: Resultados

Neste terceiro capítulo, apresentam-se resultados de simulações do sistema. O objetivo não é esgotar a análise do sistema, mas apenas evidenciar a possibilidade de ocorrência do efeito Sommefeld, bem como o fato de que sua ocorrência está intrinsecamente ligada ao desbalanceamento do motor.

3.1 Estratégia Adotada para Simulação de Partidas do Motor

O modelo do sistema base-motor no espaço de estados foi implementado para simulação no *software* Simulink/Matlab®. Os blocos de simulação são mostrados na figura 3.1. O código do bloco *S-Function*, que possui as equações de estado, está descrito no Anexo 1.

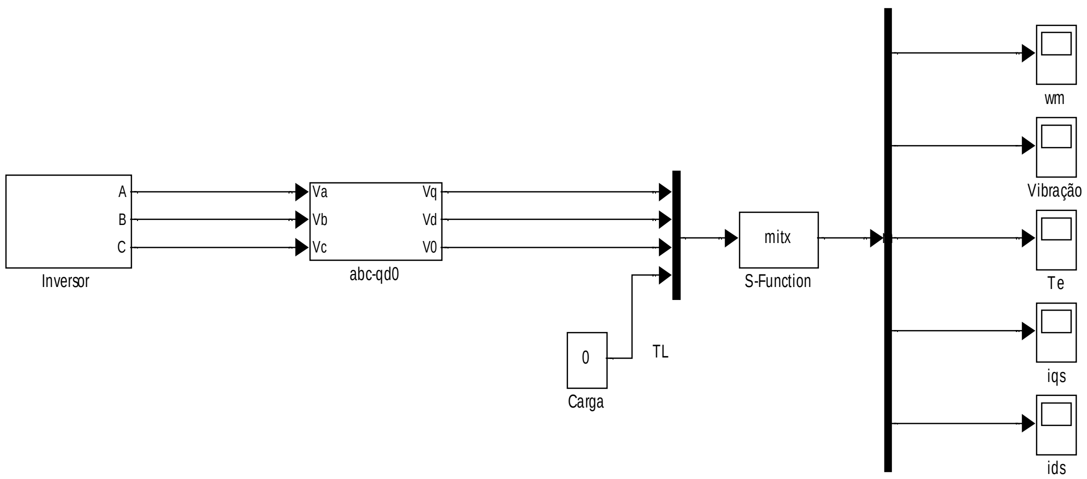

Figura 3.1: Blocos de simulação

Na figura 3.1, o bloco inversor simula um inversor de frequência para partida em rampa do MIT. O bloco abc-qd0 faz a transformação de variáveis do sistema abc para o referencial d-q-0, que aplica a tensão no motor. Existe também um bloco para aplicação de carga no eixo do motor. O sistema dinâmico formado pelo MIT e seu suporte é modelado pela *S-Function* e como saída do modelo, há a velocidade mecânica do eixo do rotor, a vibração mecânica da base elástica, o torque eletromagnético desenvolvido pelo motor e as correntes no referencial d-q-0. A frequência natural do sistema foi ajustada para 140 rad/s.

3.2 Simulação do Motor em Partida Direta

Para simulação da partida direta, o bloco do inversor é substituído por uma fonte trifásica senoidal. Assim, o conjunto pode ser simulado como um motor em partida direta da rede, com quatro graus de desbalanceamento.

A simulação foi realizada para diversos graus de desbalanceamento, cuja variação pode ser facilmente observada nas subseções seguintes. Os parâmetros do motor foram adaptados de um motor real e os parâmetros da fundação foram fixados com base em valores típicos de outros trabalhos. Ambos, parâmetros elétricos do motor e dados do suporte, são apresentados na tabela 1.

Elétricos		**Mecânicos**	
Parâmetro	**Valor**	**Parâmetro**	**Valor**
R_s	0,19	c_θ	0,001
R_r	0,07	c_x	10
X_{lr}	0,38	J	0,001
X_{ls}	0,75	r	0,005
X_m	20	M	5
P	4	g	10
		κ	0

Tabela 1: Parâmetros de simulação

Os demais parâmetros foram derivados dos parâmetros da tabela 1.

As repostas de velocidade e vibração para cada caso são mostradas nos itens a seguir.

3.2.1 Grau de Desbalanceamento g_d=10e-4

a) Velocidade do Motor

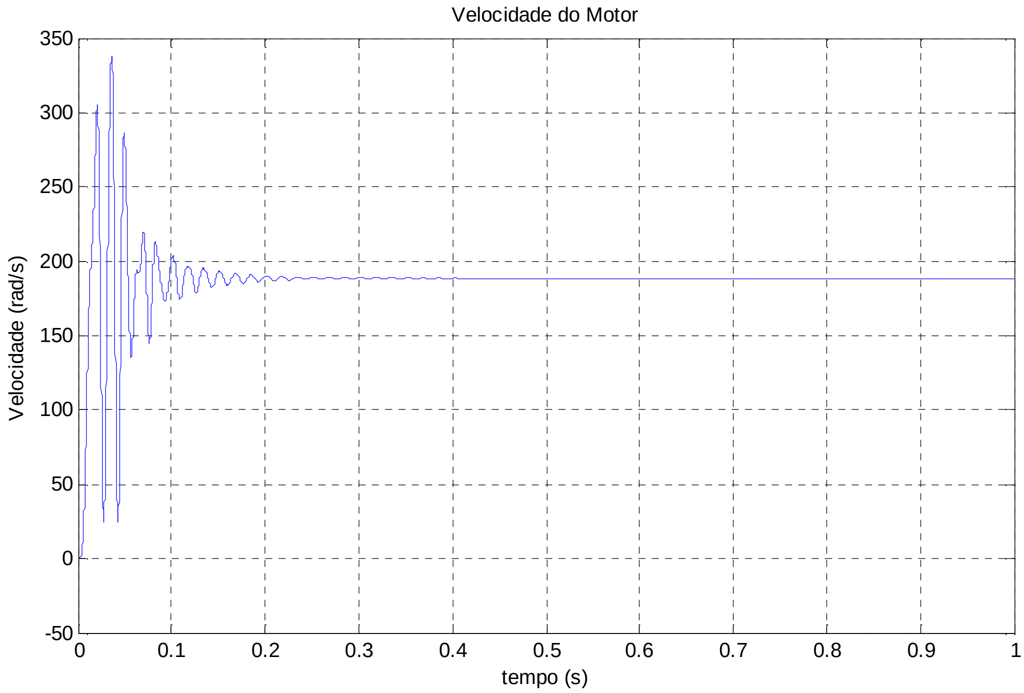

Figura 3.2: Resposta de velocidade do motor em partida direta com g_d=10e-4

Observa-se na resposta de velocidade um transitório oscilatório, mas rapidamente a velocidade se estabiliza e em regime não se observa efeitos oscilatórios na velocidade do eixo do rotor do MIT.

b) Vibração

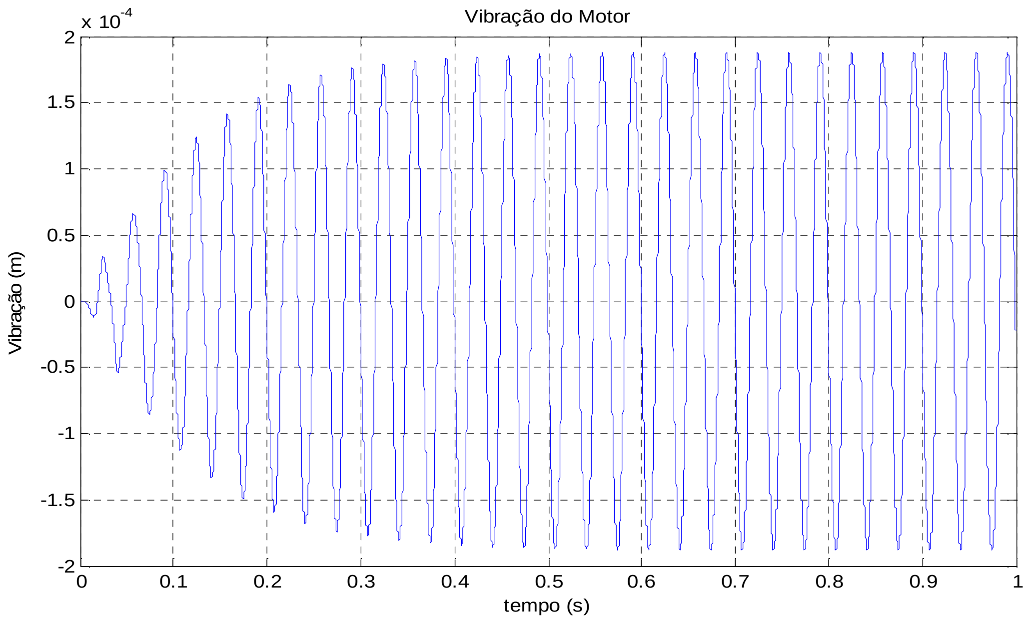

Figura 3.3: Resposta de vibração do sistema com gd=10e-4

A vibração do suporte do motor possui um perfil senoidal suave e que se estabiliza em regime, de maneira muito parecida com o sistema linear.

3.2.2 Grau de Desbalanceamento gd=50e-4

a) Velocidade do Motor

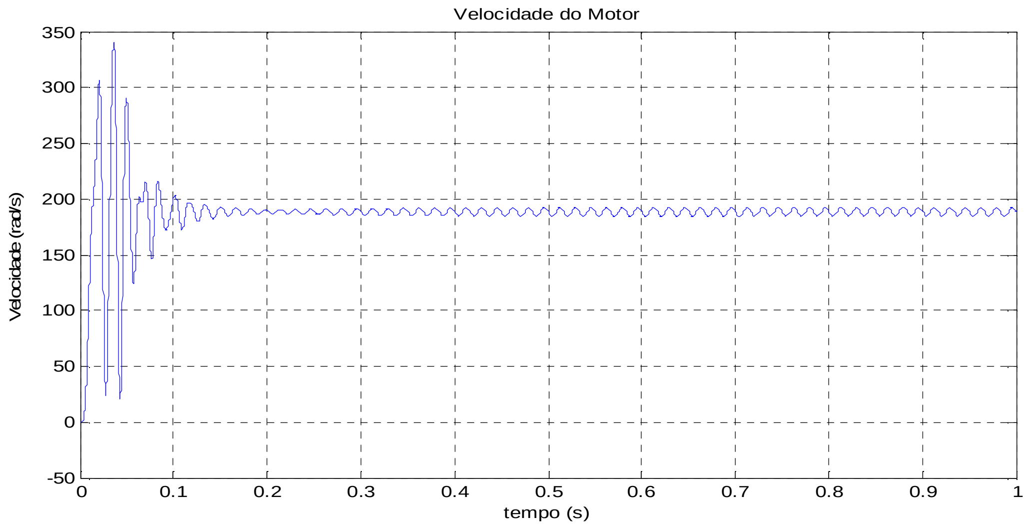

Figura 3.4: Resposta de velocidade do motor em partida direta com gd=50e-4

Observa-se na resposta de velocidade um transitório oscilatório. Em regime, existe uma oscilação estável, com amplitude de 7,3 rad/s.

b) Vibração do Motor

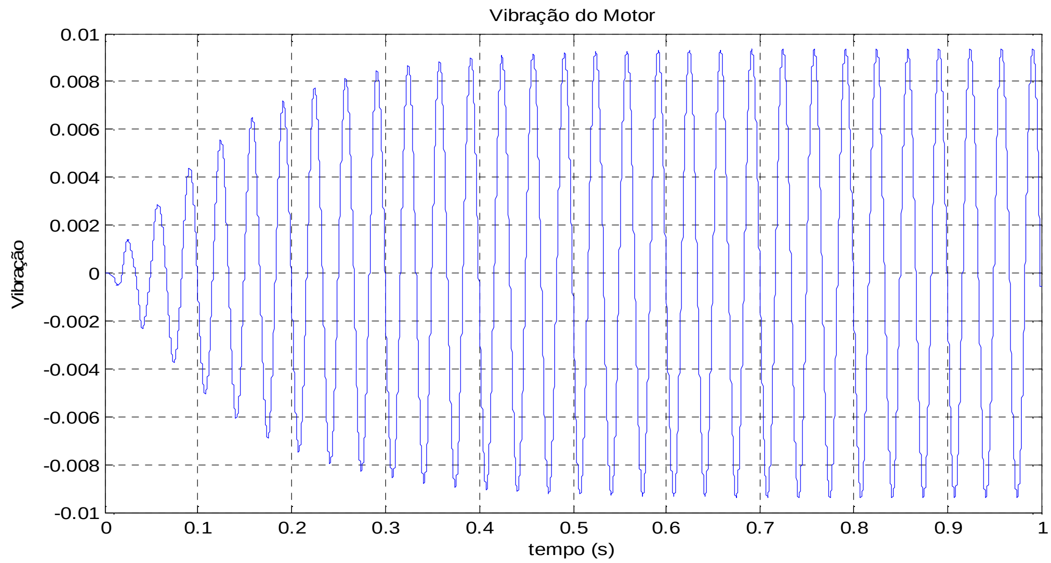

Figura 3.5: Resposta de vibração do sistema com gd=50e-4

A vibração do suporte do motor possui um perfil senoidal suave e que se estabiliza em regime.

3.2.3 Grau de Desbalanceamento gd=100e-4

a) Velocidade do Motor

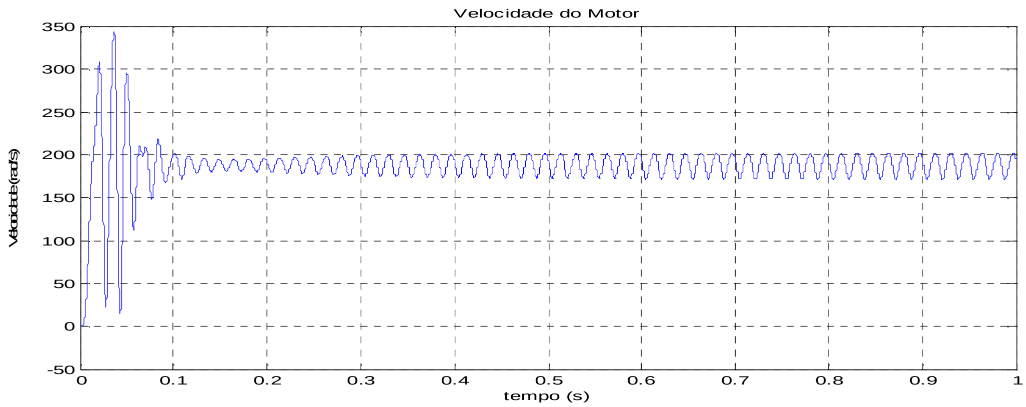

Figura 3.6: Resposta de velocidade do motor em partida direta com gd=100e-4

Observa-se na resposta de velocidade um transitório oscilatório. Em regime, existe uma oscilação estável, com amplitude de 29,4 rad/s.

b) Vibração

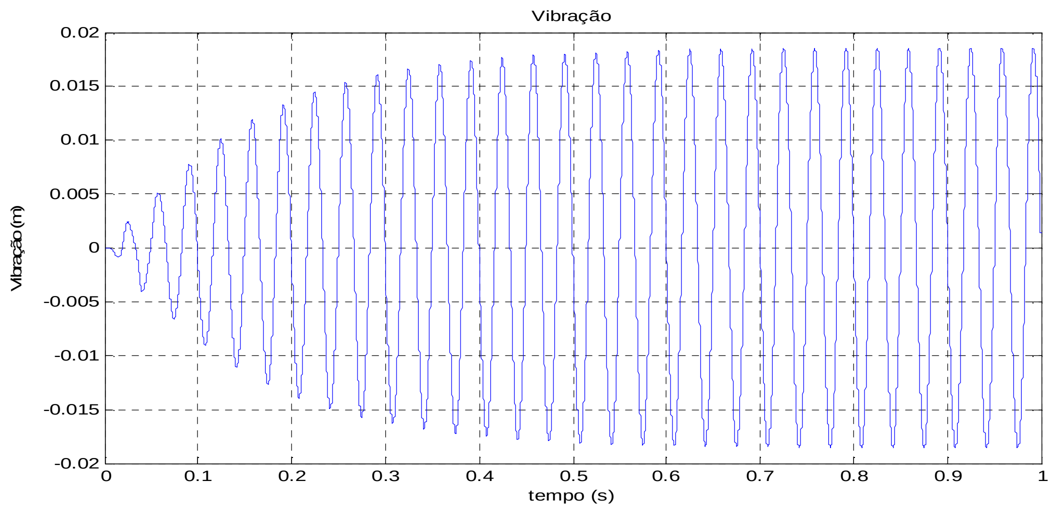

Figura 3.7: Resposta de vibração do sistema com gd=100e-4

A vibração do suporte do motor possui um perfil senoidal suave e que se estabiliza em regime, sem captura pela ressonância.

3.2.4 Grau de Desbalanceamento gd=200e-4

a) Velocidade do Motor

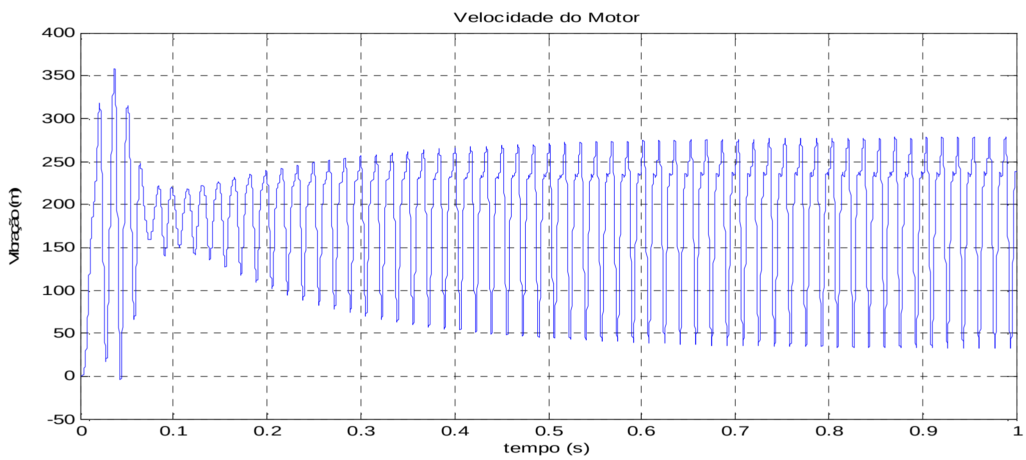

Figura 3.8: Resposta de velocidade do motor em partida direta com gd=200e-4

Para este grau de desbalanceamento, além de um transitório oscilatório, observa-se em regime uma oscilação periódica, mas não puramente senoidal, indicando diferentes frequências na oscilação da velocidade.

b) Vibração

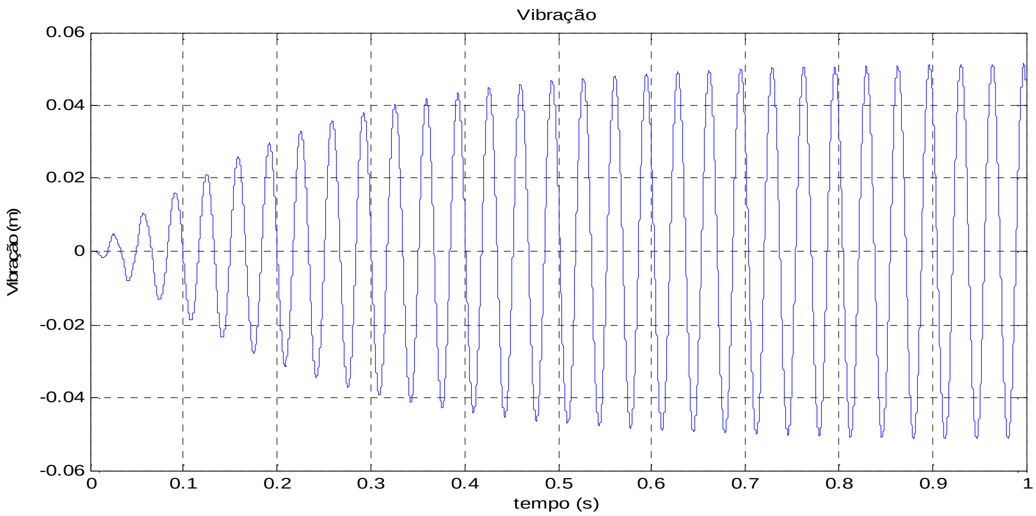

Figura 3.9: Resposta de vibração do sistema com g_d=200e-4

Apesar da maior amplitude, a vibração do suporte do motor possui um perfil senoidal suave e que se estabiliza em regime.

As figuras 3.2 a 3.9 mostram que os efeitos não lineares são amplificados quando o grau de desbalanceamento cresce. De certa forma, isto é mesmo esperado, já que os termos que terminam por acoplar as equações que governam a dinâmica das partes mecânica e elétrica dependem principalmente deste parâmetro. Isto pode ser visto, por exemplo, nas equações 2.63 e 2.63, especificamente nos parâmetros μ e ε, dependentes do grau de desbalanceamento e muito importantes no acoplamento das equações.

Apesar do incremento dos efeitos não lineares, não se conseguiu neste trabalho, todavia, que a rotação do motor fosse capturada pela ressonância quando o motor foi acionado em partida direta.

3.3 Simulação do Motor em Partida com Inversor de Frequência

Alguns sistemas acionados por motores elétricos necessitam de partidas lentas, como em grandes compressores acionados por motores elétricos de corrente alternada de alta tensão (até 13,8 kV) ou partidas em degraus, como os motores do Bombeio Centrífugo Submerso (BCS) utilizados na elevação artificial de petróleo em poços terrestres ou marítimos. Estes últimos são conjuntos alongados formados por um MIT, uma bomba centrífuga e a selagem e que ficam no fundo do poço de petróleo, em poços falsos (em Módulos de Bombeio – MOBO) ou em *skids* no fundo do mar (*Skid*-BCS). O MIT do BCS é refrigerado pelo próprio fluido do poço. Devido ao grande tamanho do eixo (até 20 m), o torque aplicado ao eixo deve ser graduado para estabilizar o fluxo e equilibrar a temperatura, ocorrendo a partida assim em degraus, conforme pode ser visto nas figuras a seguir:

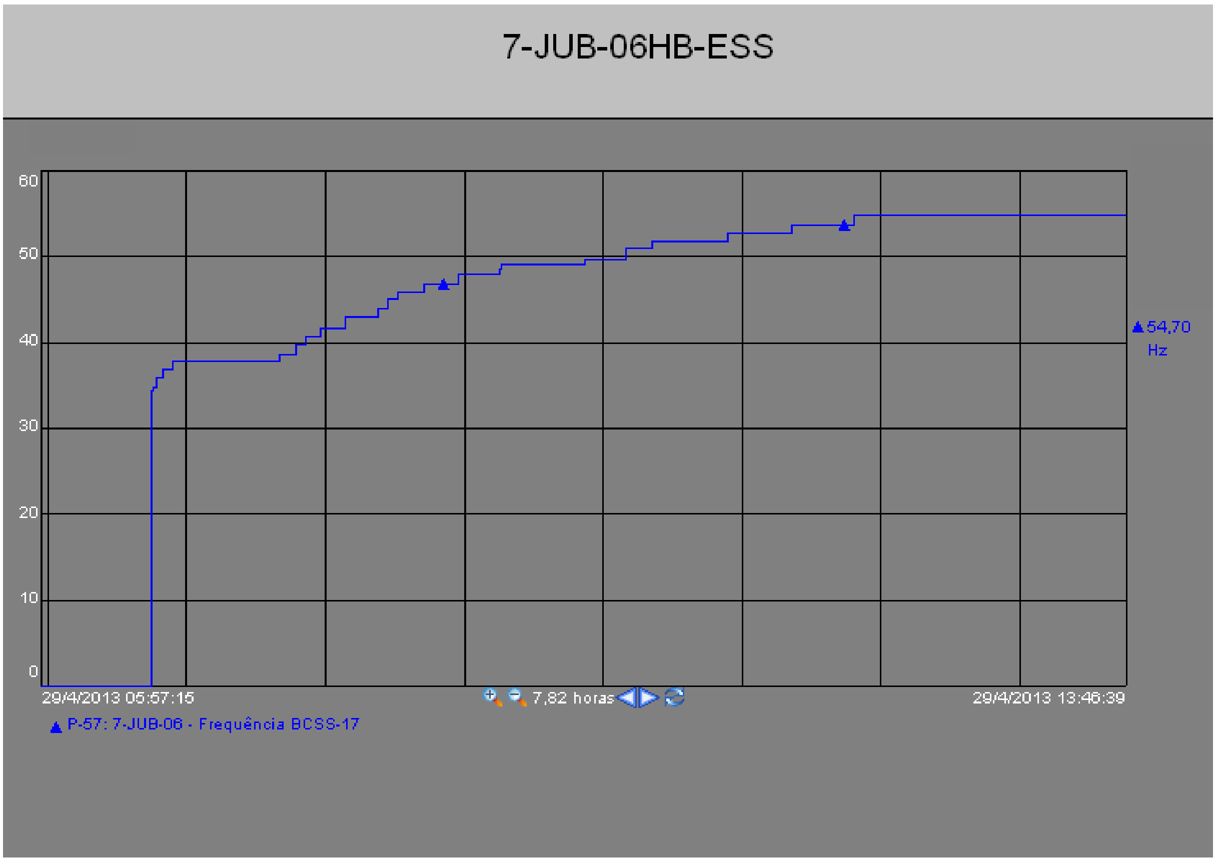

Figura 3.10: Partida de um motor de uma BCS

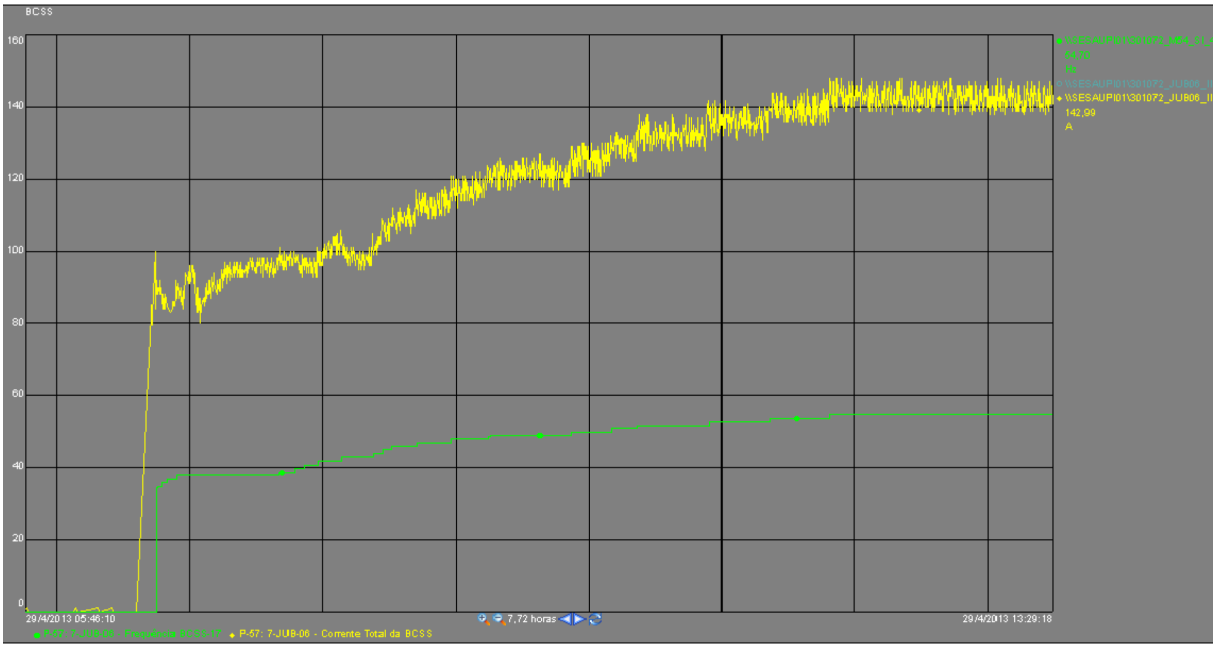

Figura 3.11: Partida de um motor de uma BCS e a evolução da corrente de partida

Sendo assim, é importante a análise da partida do MIT com inversor de frequência, pois o mesmo pode estar sujeito a fenômenos vibratórios até atingir a velocidade de regime. Neste trabalho, optou-se por analisar a partida com o inversor em degraus. Foram utilizados cinco valores diferentes para o grau de desbalanceamento para a aceleração e para a desaceleração do motor. A resposta de velocidade, a vibração e o gráfico entrada-saída são mostrados para cada caso nos itens a seguir. A entrada neste caso, refere-se ao patamar de referência dado ao inversor e saída o valor médio da velocidade no eixo do motor para cada degrau durante a aceleração.

3.3.1 Grau de Desbalanceamento gd=10e-4

a) Velocidade do Motor

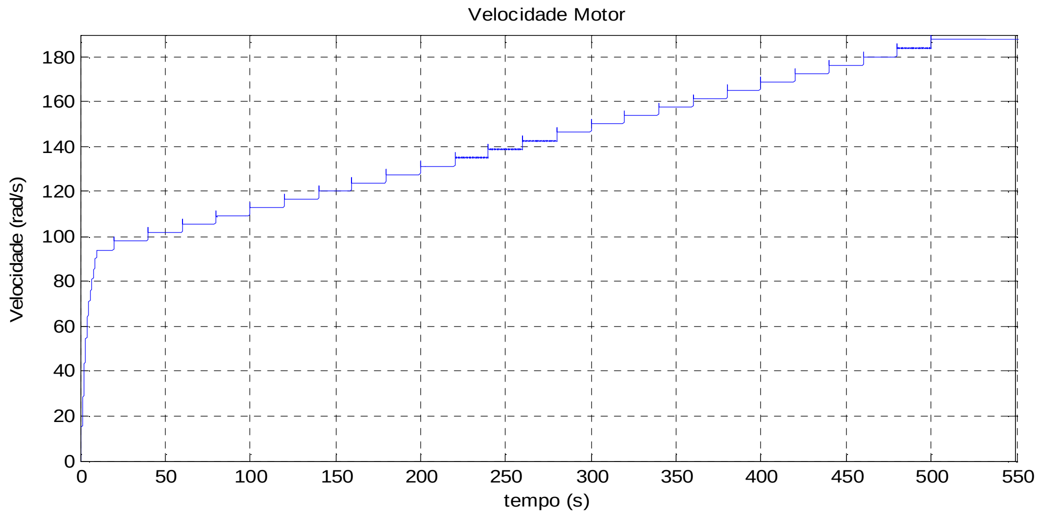

Figura 3.12: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com gd=10e-4

Na região próxima à ressonância:

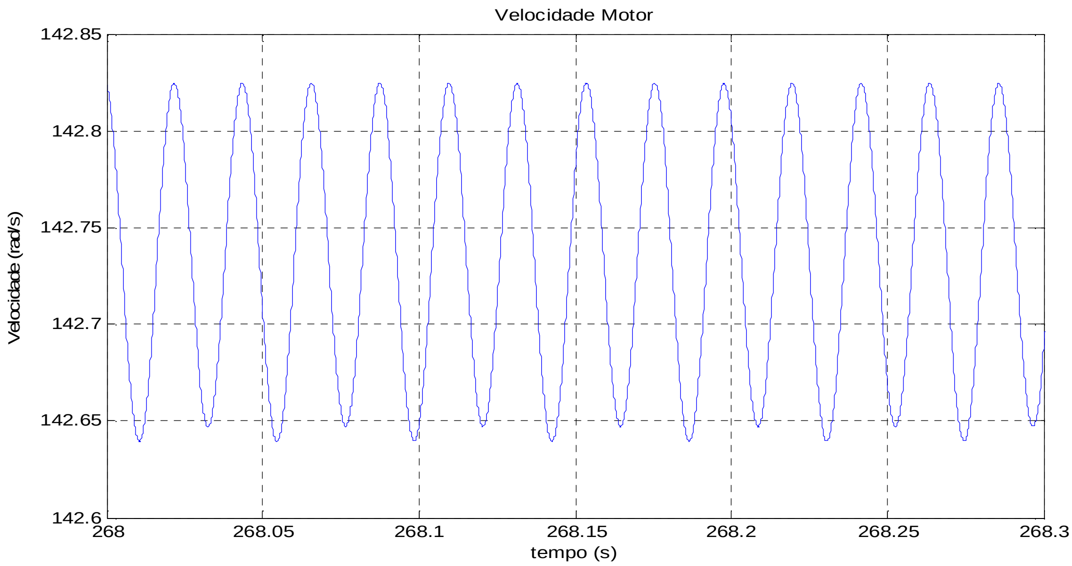

Figura 3.13: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com gd=10e-4 na região próxima à ressonância

No degrau de velocidade próximo a velocidade de ressonância, observa-se um transitório oscilatório e a estabilização de uma oscilação senoidal com amplitude de 0,2 rad/s.

b) Resposta em Frequência na Ressonância

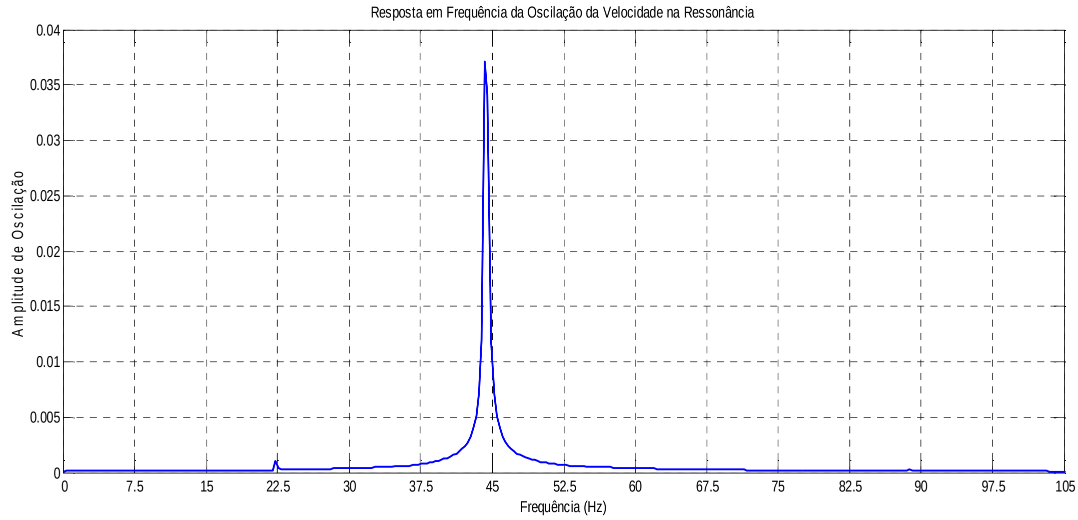

Figura 3.14: Resposta da análise de espectro de frequência da velocidade do motor na região de ressonância em partida com inversor com g_d=10e-4

Ao analisar a resposta em frequência da oscilação da velocidade próxima a região da ressonância pode-se observar duas frequências para oscilação: f_1 = 22 Hz e f_2 = 44 Hz. A frequência natural é 22,28 Hz, ou seja, existe além de uma oscilação na frequência natural do sistema, uma oscilação na frequência do dobro da frequência natural. Este resultado é interessante, pois o mesmo resultado foi encontrado para o sistema simulado com o motor de corrente contínua em Rocha (2004).

c) Vibração

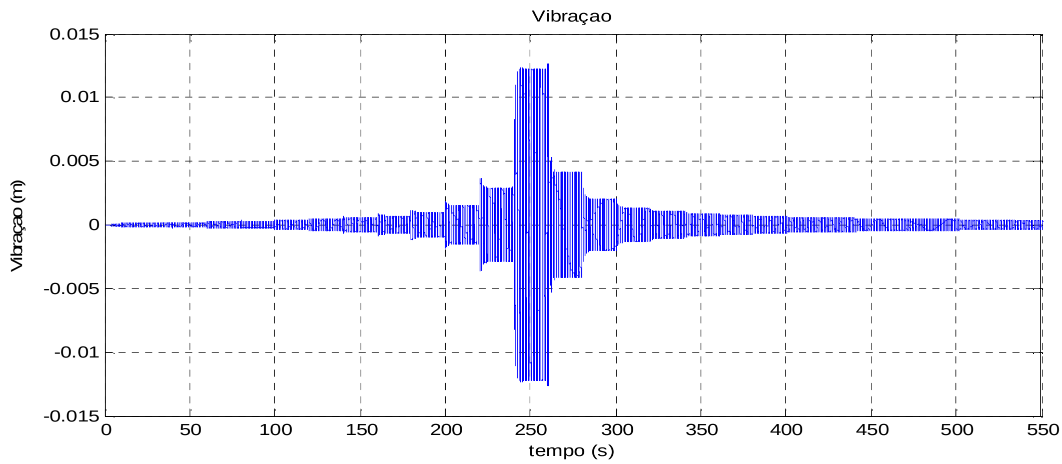

Figura 3.15: Resposta de vibração do sistema para partida do motor com inversor com g_d=10e-4

Na região da ressonância:

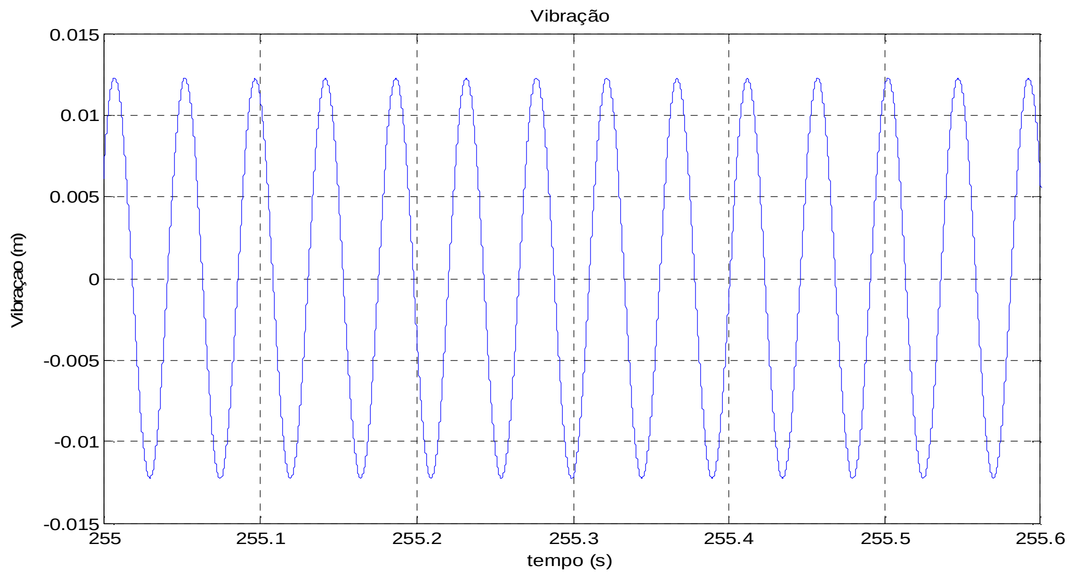

Figura 3.16: Resposta de vibração na região da ressonância para partida do motor com inversor com gd=10e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal.

d) Relação Entrada-Saída

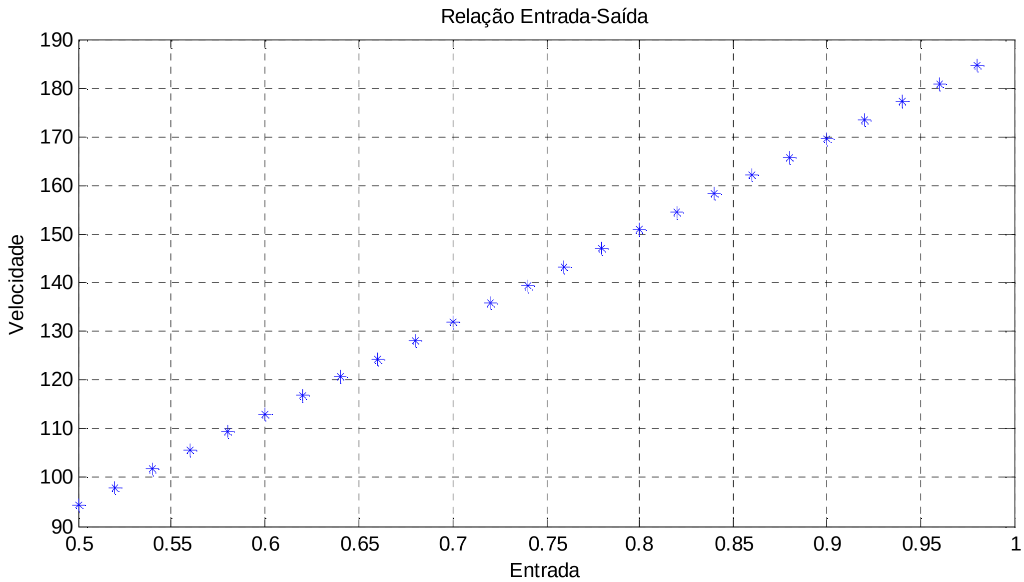

Figura 3.17: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com gd=10e-4

Esta comparação da variação da entrada com a saída de velocidade mostra que para este grau de desbalanceamento não existe “captura”, ou seja, não há indício de não linearidade na região da ressonância, não indicando existência do efeito Sommerfeld.

3.3.2 Grau de Desbalanceamento g_d=50e-4

a) Velocidade do Motor

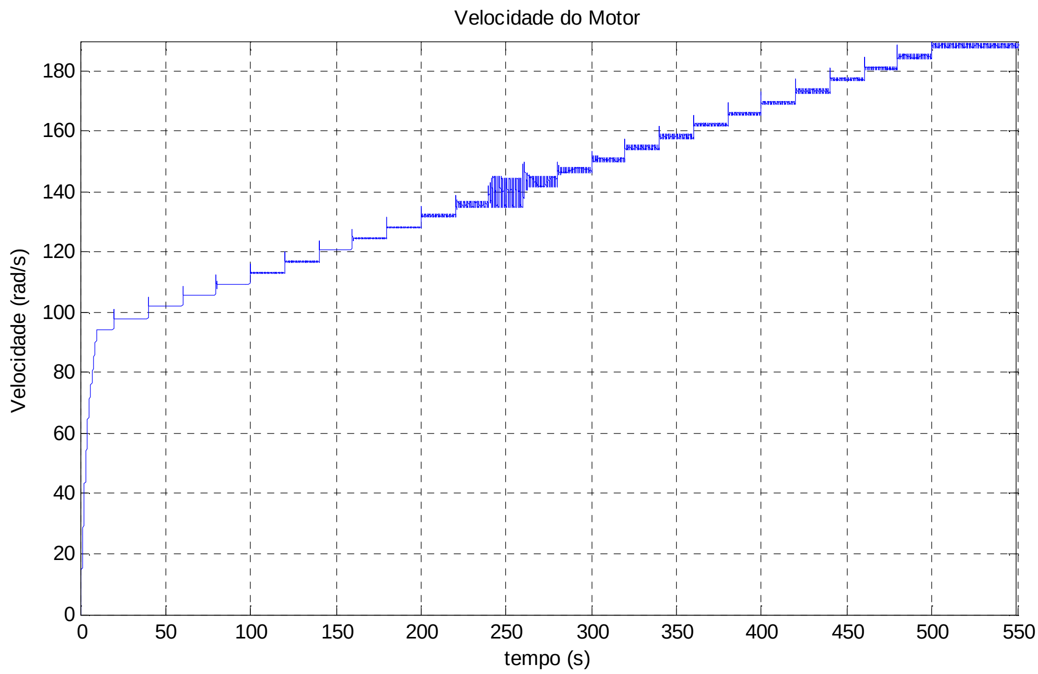

Figura 3.18: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com g_d=50e-4

Na região próxima à ressonância:

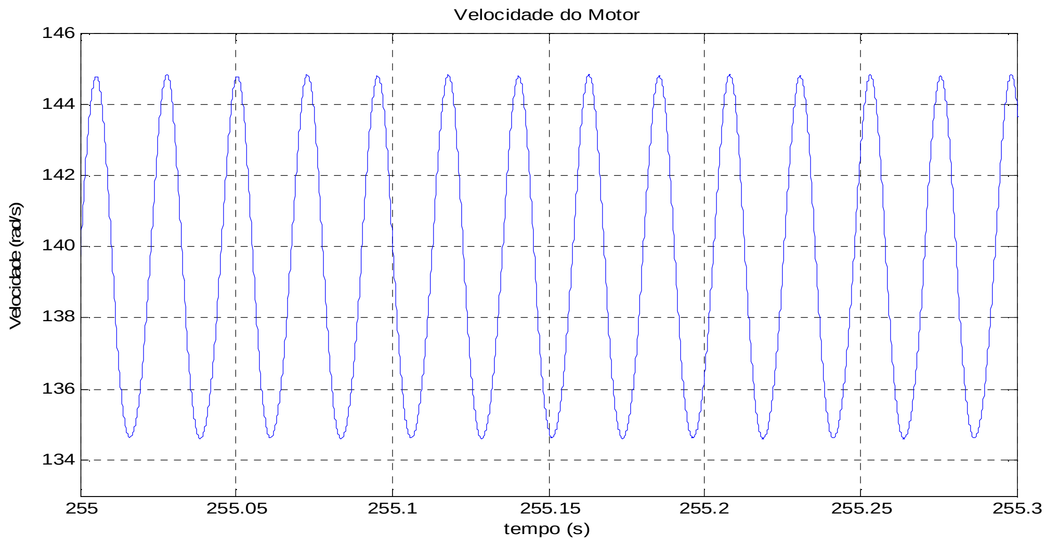

Figura 3.19: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com gd=50e-4 na região próxima à ressonância

No degrau de velocidade próximo a velocidade de ressonância, observa-se um transitório oscilatório e a estabilização de uma oscilação senoidal com amplitude de 7rad/s.

b) Resposta em Frequência na Ressonância

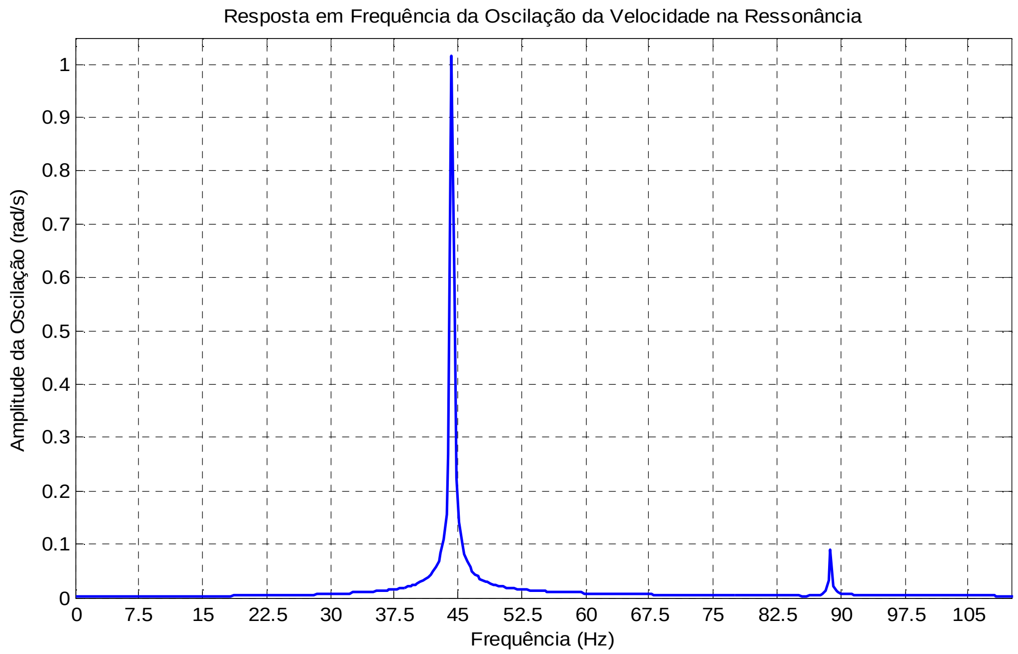

Figura 3.20: Resposta da análise de espectro de frequência da velocidade do motor na região de ressonância em partida com inversor com gd=50e-4

Na região da ressonância podem-se observar duas frequências para oscilação: f_1=44,2 Hz e f_2=88,5 Hz. Existe além da oscilação na frequência do dobro da frequência natural uma frequência quatro vezes a frequência natural.

c) Vibração

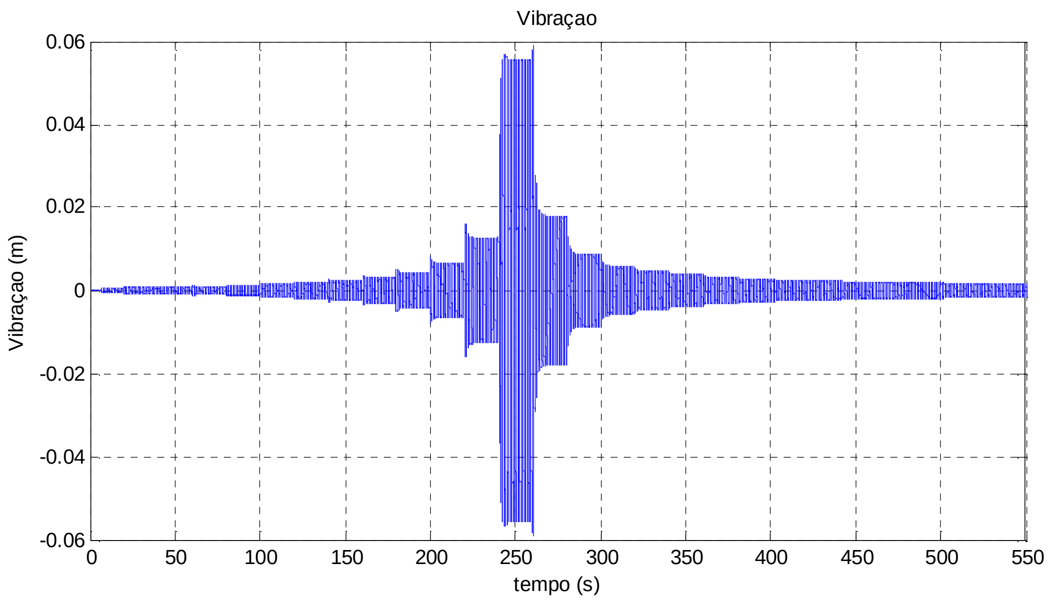

Figura 3.21: Resposta de vibração do sistema para partida do motor com inversor com g_d=50e-4

Na região da ressonância:

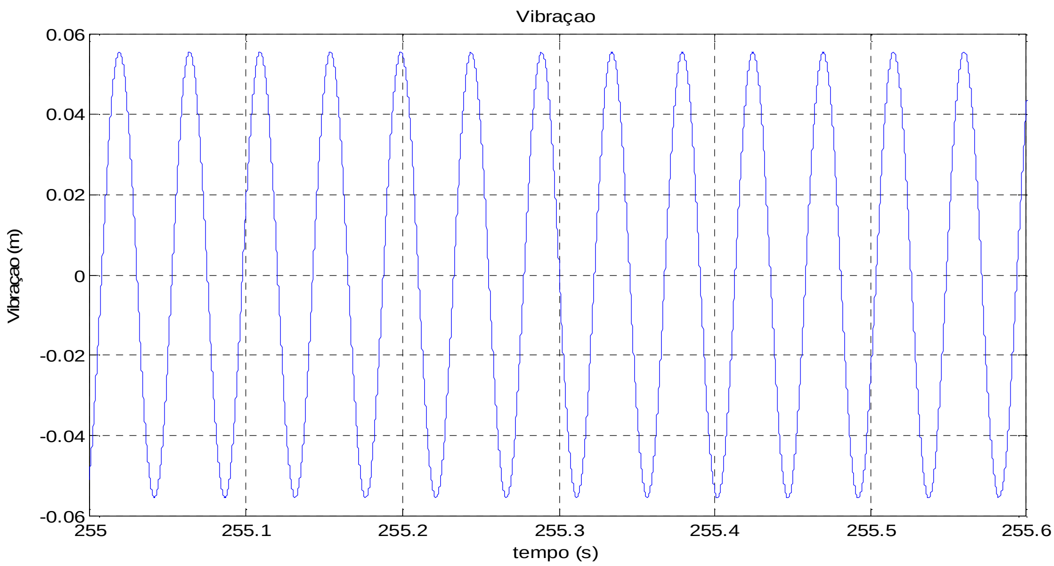

Figura 3.22: Resposta de vibração na região da ressonância para partida do motor com inversor com g_d=50e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal.

d) Relação Entrada-Saída

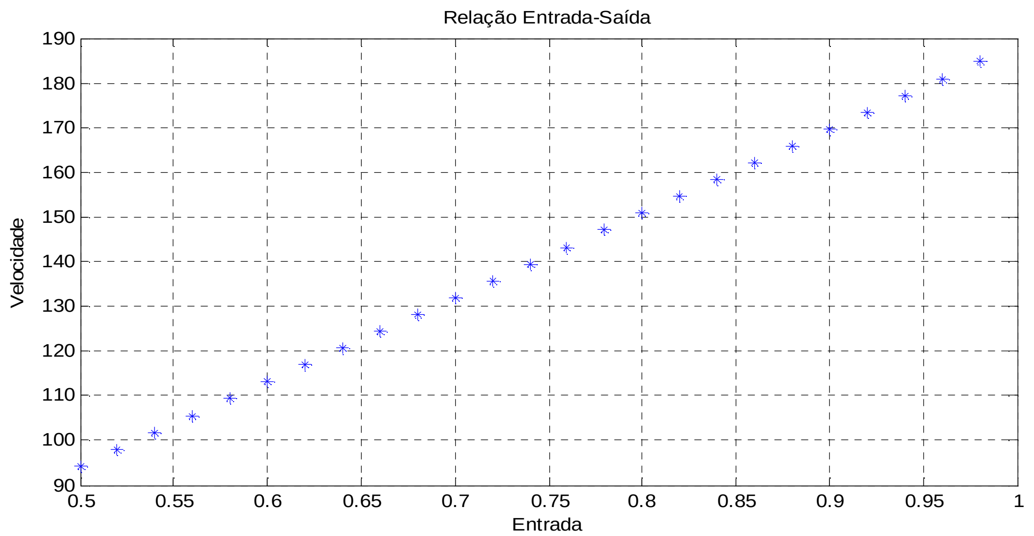

Figura 3.23: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com gd=50e-4

Para este grau de desbalanceamento a relação entrada-saída permanece linear, indicando que não existem fenômenos não lineares na região da ressonância.

3.3.3 Grau de Desbalanceamento gd=100e-4

a) Velocidade do Motor

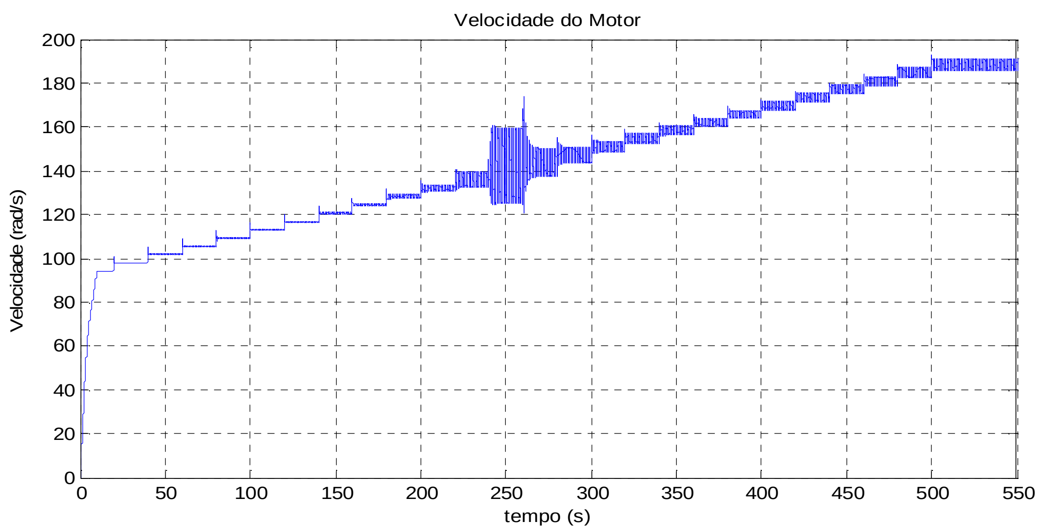

Figura 3.24: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com gd=100e-4

Na região da ressonância:

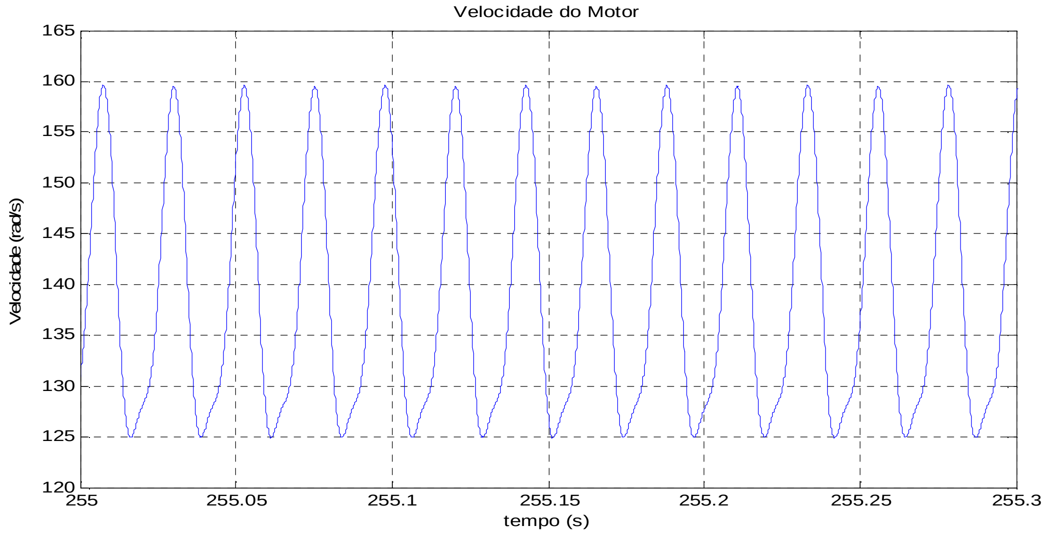

Figura 3.25: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com gd=100e-4 na região próxima à ressonância

Neste caso, a estabilização da oscilação ocorre com amplitude de 35 rad/s. Existe uma pequena deformação na forma de onda, que indica maior presença de conteúdo harmônico.

b) Resposta em Frequência na Ressonância

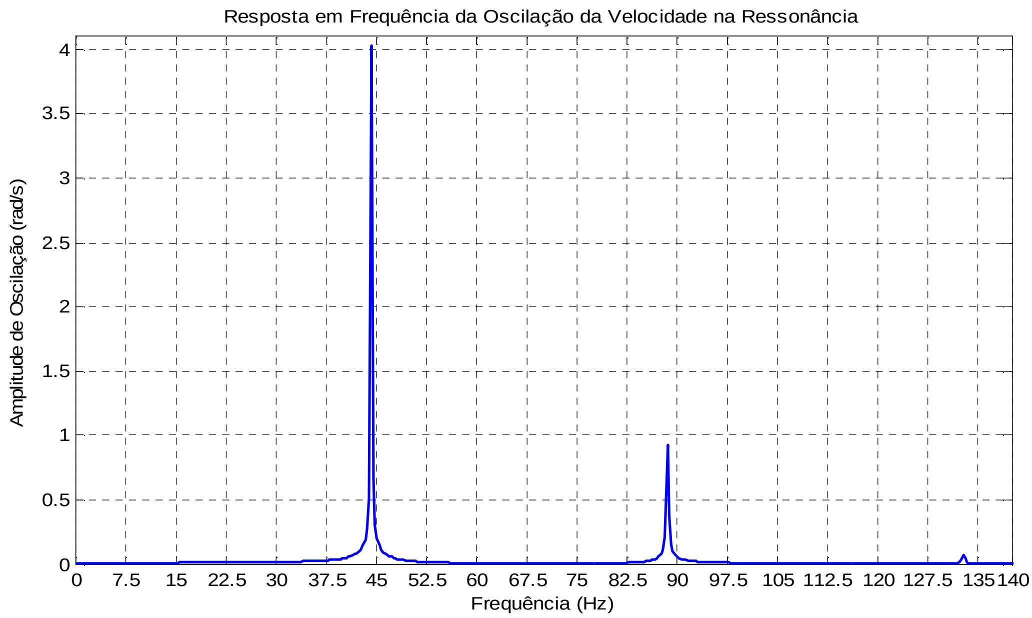

Figura 3.26: Resposta da análise de espectro de frequência da velocidade do motor na região de ressonância em partida com inversor com gd=100e-4

Podem-se observar três frequências para oscilação: f_1=44,2 Hz, f_2=88,5 Hz e f_3=133,1 Hz. Já se acentua o valor da harmônica de 88,5 Hz e aparece uma componente de seis vezes a frequência natural.

c) Vibração

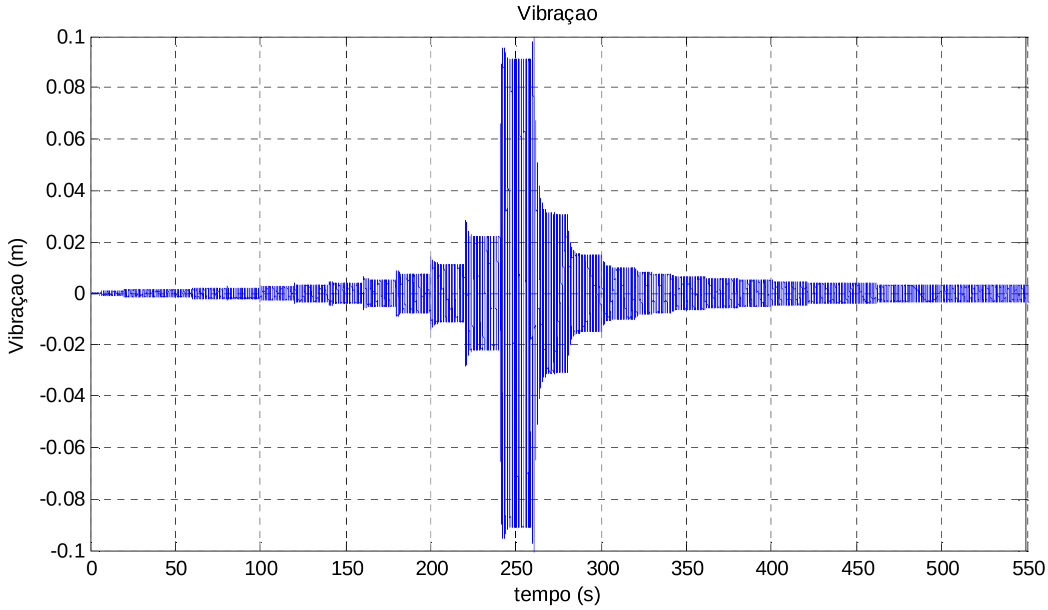

Figura 3.27: Resposta de vibração do sistema para partida do motor com inversor com g_d=100e-4

Na região da ressonância:

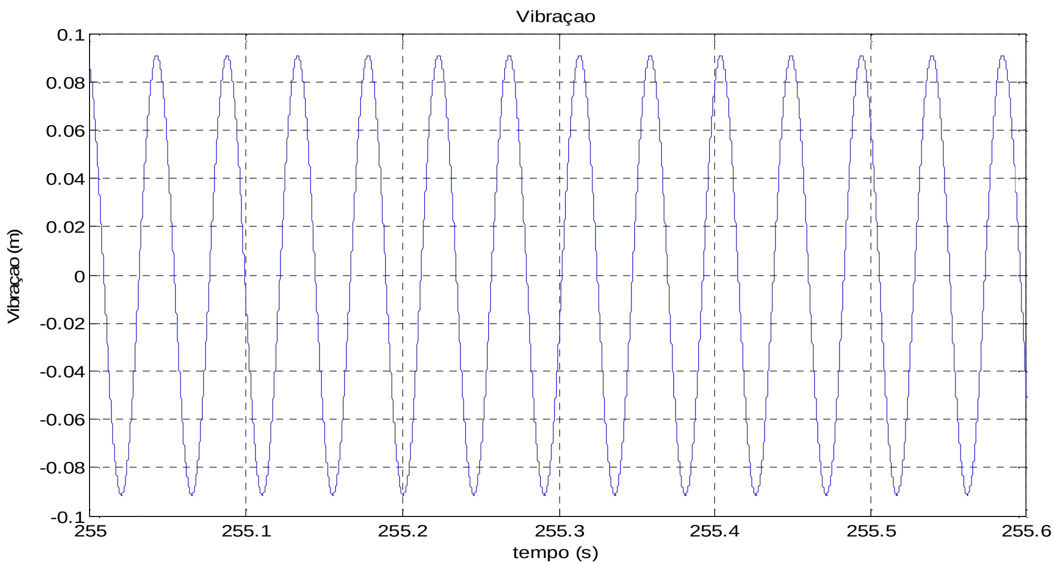

Figura 3.28: Resposta de vibração na região da ressonância para partida do motor com inversor com gd=100e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal.

d) Relação Entrada-Saída

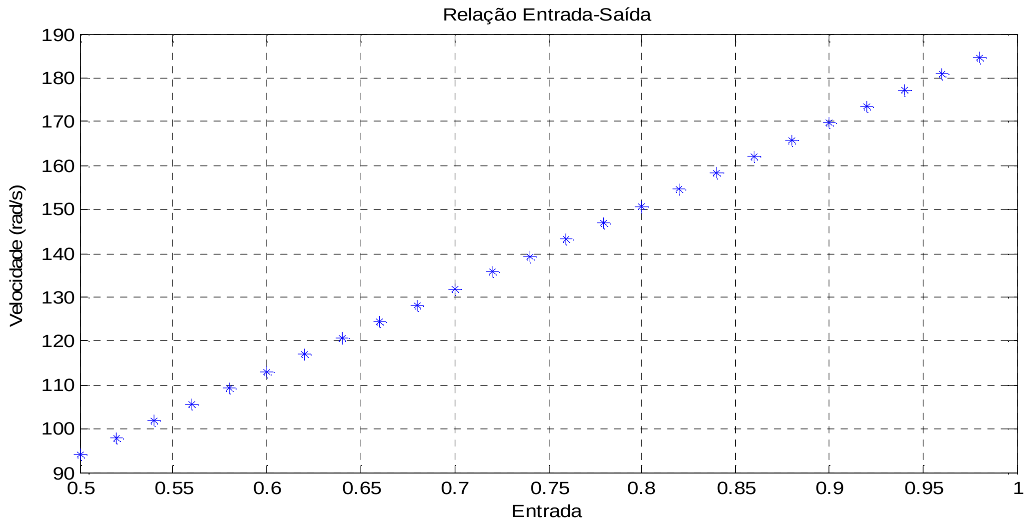

Figura 3.29: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com g_d=100e-4

Para este grau de desbalanceamento a relação entrada-saída permanece linear, indicando que não existem fenômenos não lineares na região da ressonância.

3.3.4 Grau de Desbalanceamento g_d=200e-4

a) Velocidade do Motor

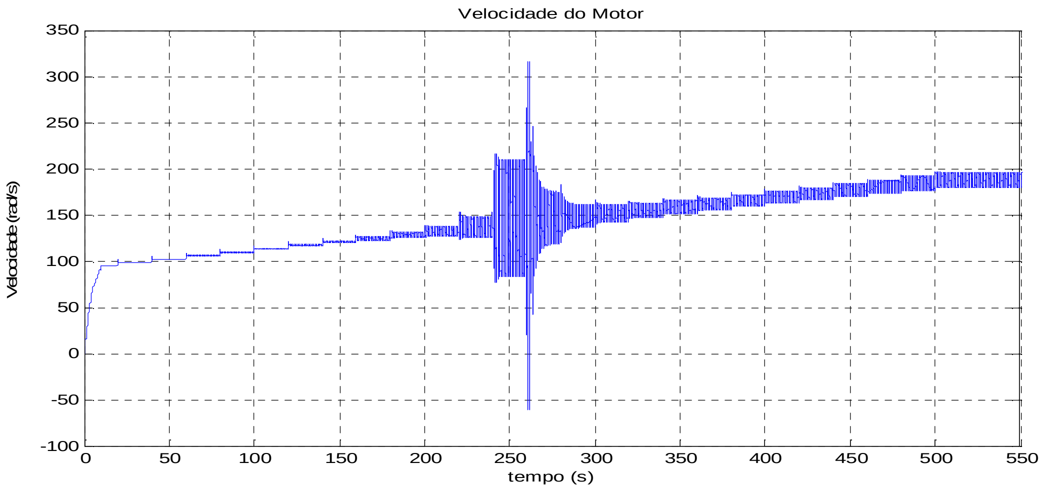

Figura 3.30: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com g_d=200e-4

Na região da ressonância:

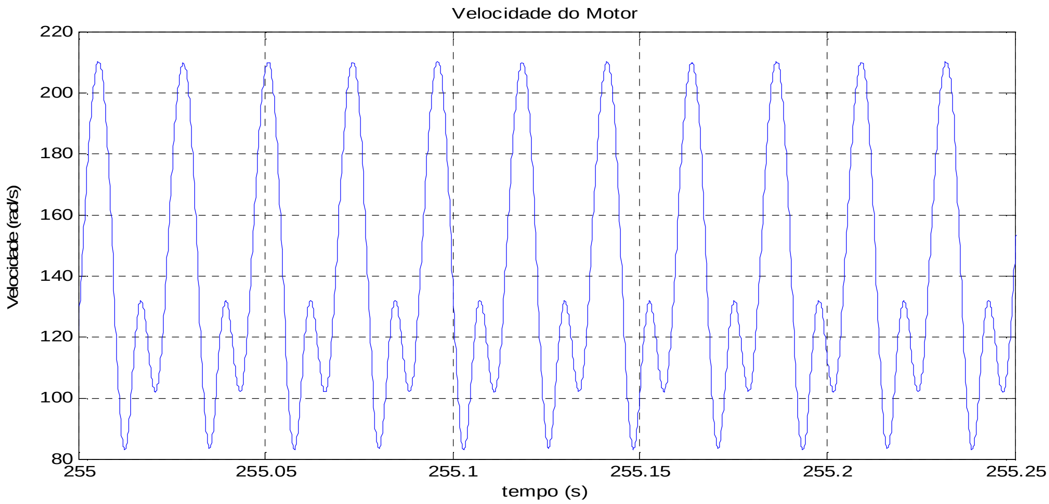

Figura 3.31: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com g_d=200e-4 na região próxima à ressonância

Neste caso, a estabilização da oscilação ocorre com amplitude de 130 rad/s. Existe uma severa deformação na forma de onda, que indica grande presença de conteúdo harmônico.

b) Resposta em Frequência na Ressonância

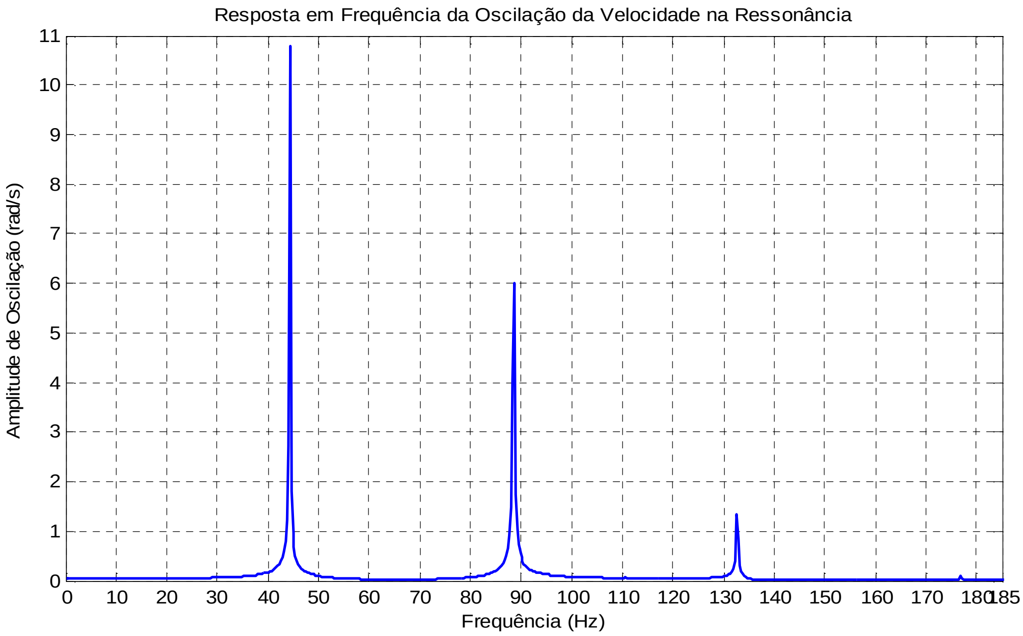

Figura 3.32: Resposta da análise de espectro de frequência da velocidade do motor na região de ressonância em partida com inversor com g_d=200e-4

Podem-se observar quatro frequências para oscilação: f_1=44,2 Hz, f_2=88,5 Hz, f_3=132,4 Hz e f_4=176,7 Hz. Verifica-se o grande valor da harmônica de 88,5 Hz e aparece uma componente de oito vezes a frequência natural.

c) Vibração

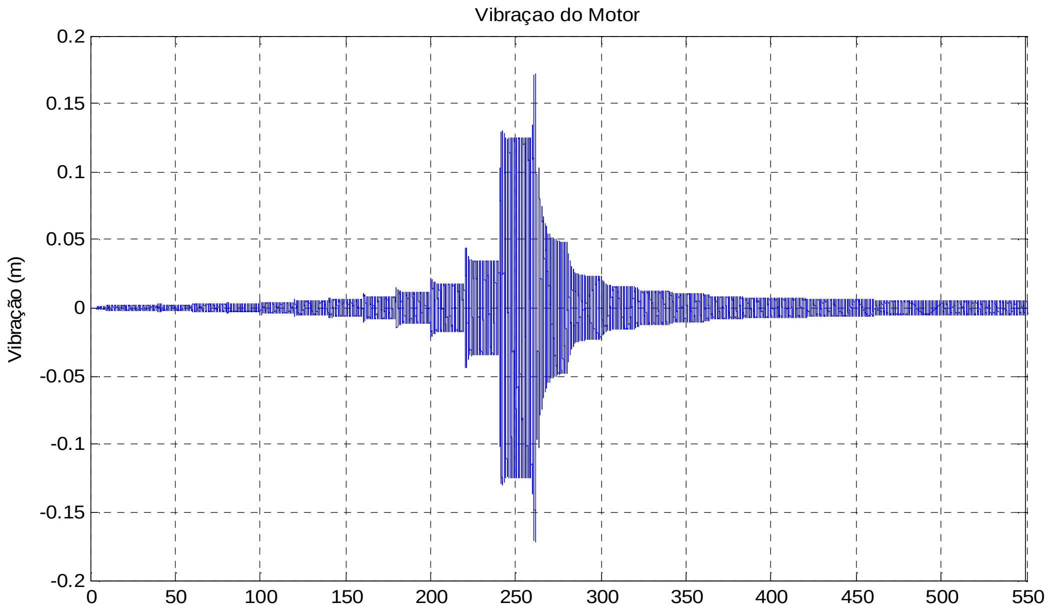

Figura 3.33: Resposta de vibração do sistema para partida do motor com inversor com g_d=200e-4

Na região da ressonância:

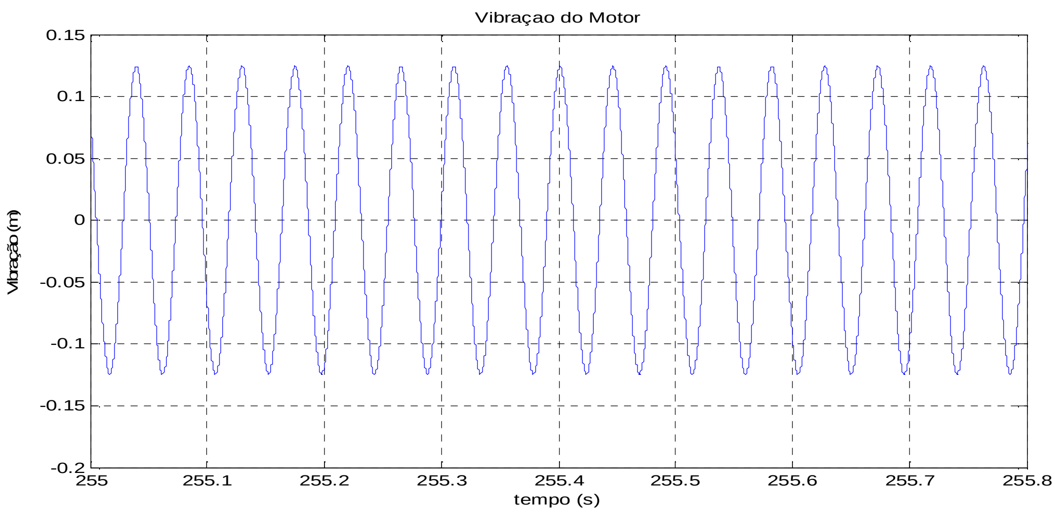

Figura 3.34: Resposta de vibração na região da ressonância para partida do motor com inversor com gd=200e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal sem perturbações na forma.

d) Relação Entrada-Saída

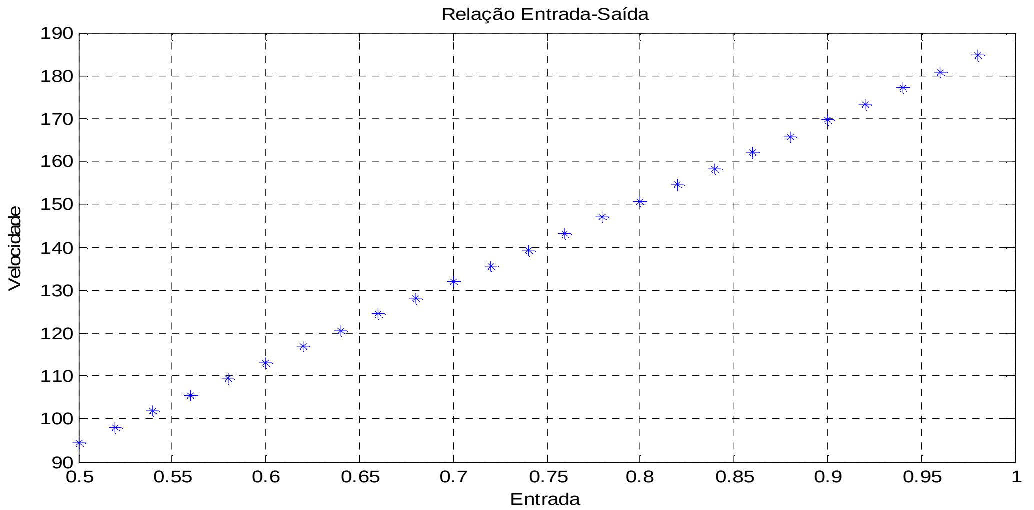

Figura 3.35: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com g_d=200e-4

Para este grau de desbalanceamento a relação entrada-saída permanece linear, indicando que não existem fenômenos não lineares na região da ressonância.

3.3.5 Grau de Desbalanceamento g_d=300e-4

a) Velocidade do Motor

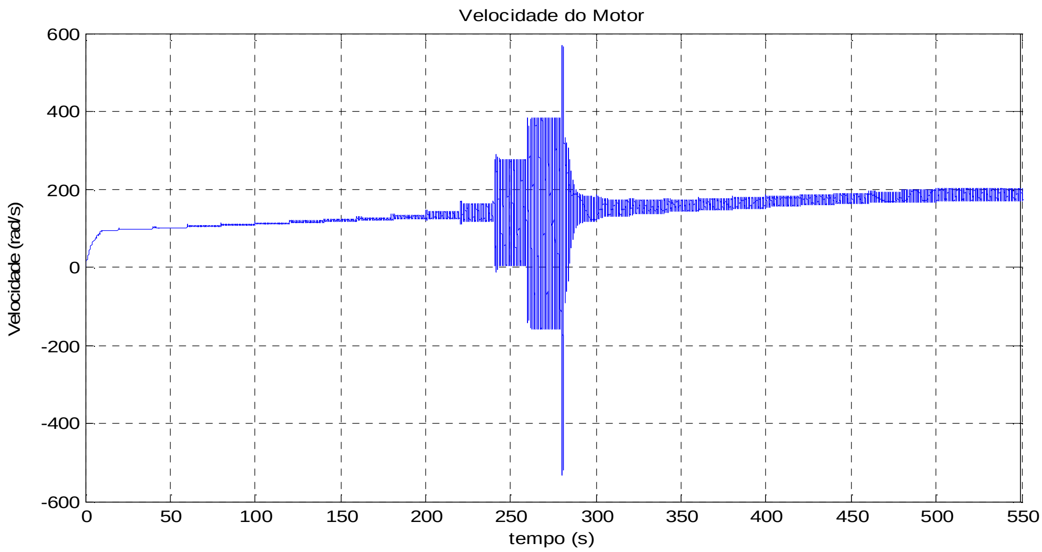

Figura 3.36: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com g_d=300e-4

Na região da ressonância:

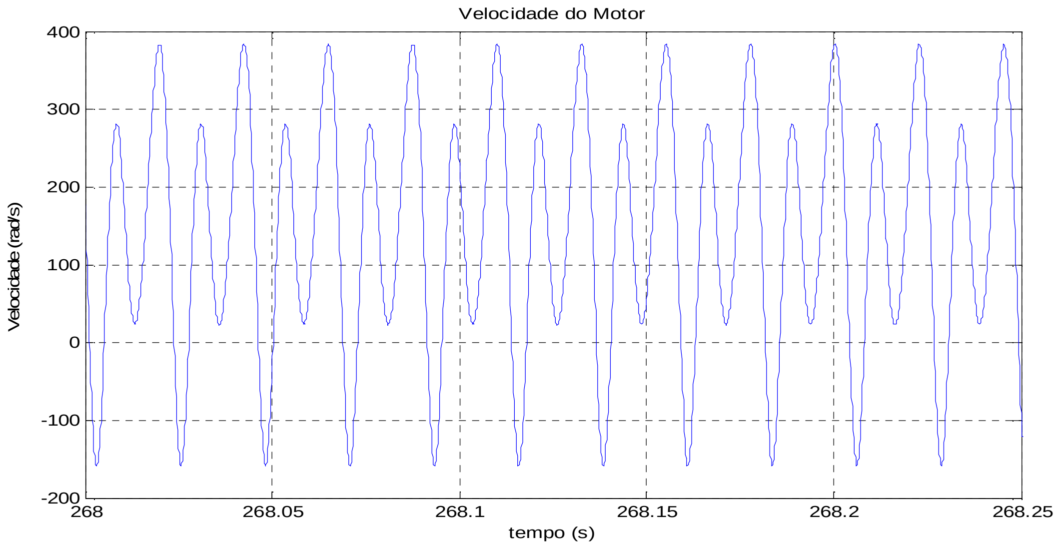

Figura 3.37: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com gd=300e-4 na região próxima à ressonância

Neste caso, a estabilização da oscilação ocorre com grande amplitude de 275 rad/s. Também existe uma severa deformação na forma de onda, que indica grande presença de conteúdo harmônico. Percebe-se também um grande transitório quando se aumenta o degrau de referência para aumento da velocidade, que se deve ao grande valor da amplitude de oscilação e a alguma instabilidade na região.

b) Resposta em Frequência na Ressonância

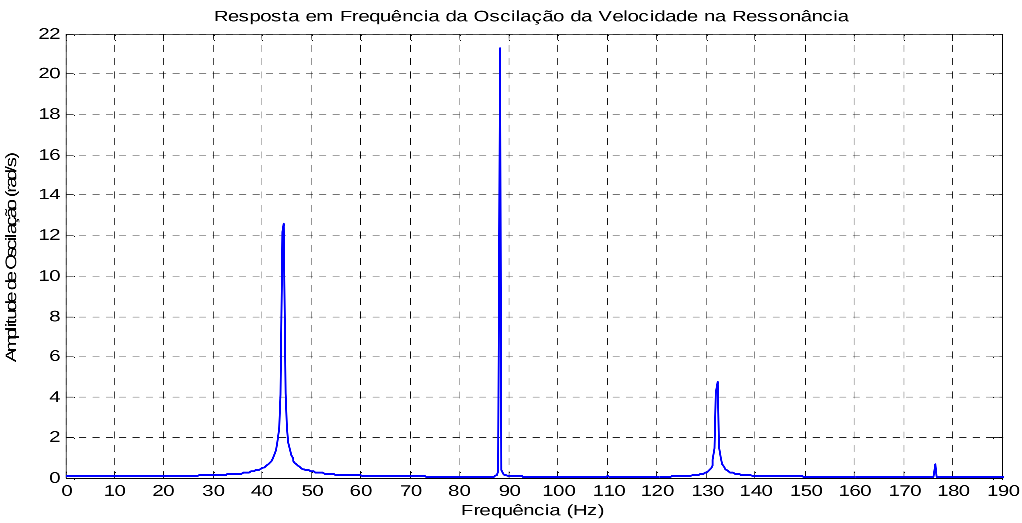

Figura 3.38: Resposta da análise de espectro de frequência da velocidade do motor na região de ressonância em partida com inversor com gd=300e-4

Observam-se as mesmas quatro frequências para oscilação: f_1=88,2 Hz, f_2=44,2 Hz e f_3=132,4 Hz e f_3=176,4 Hz. Verifica-se que a maior amplitude deve-se a harmônica de 88,2 Hz, justificando assim a grande distorção na forma de onda encontrada.

c) Vibração

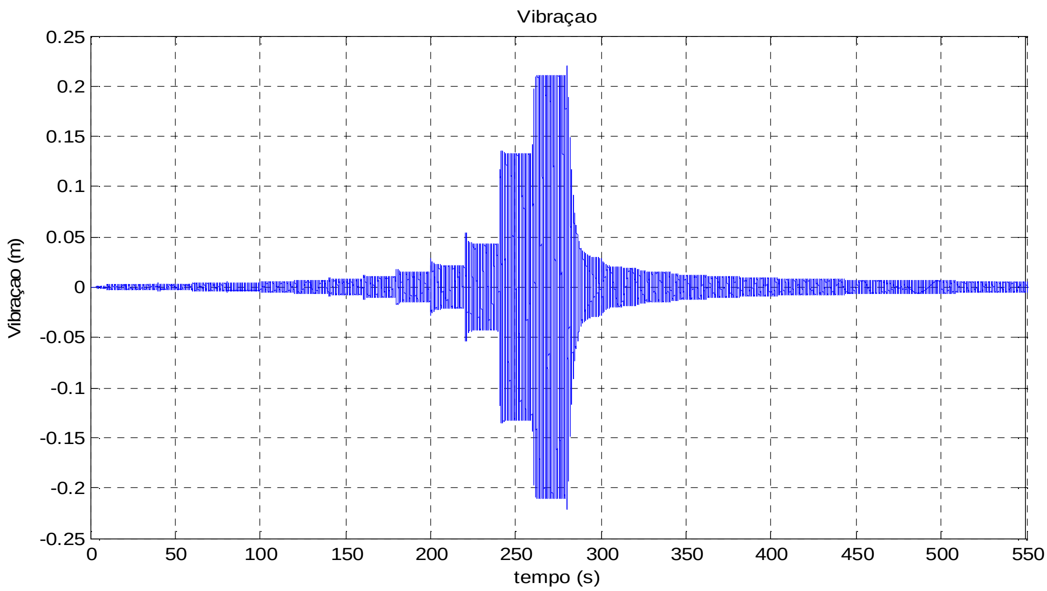

Figura 3.39: Resposta de vibração do sistema para partida do motor com inversor com g_d=300e-4

Na região da ressonância:

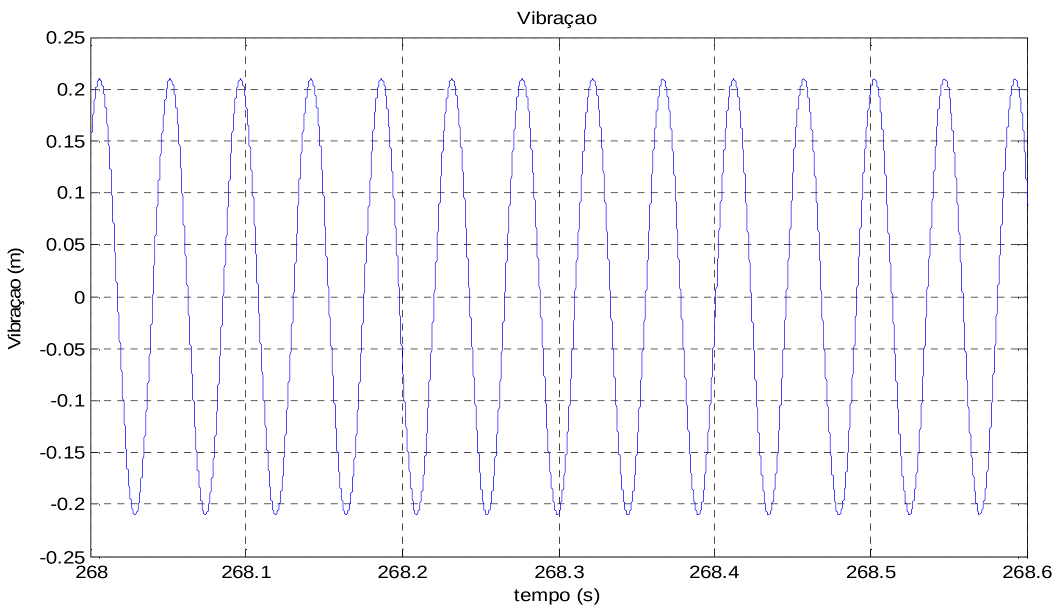

Figura 3.40: Resposta de vibração na região da ressonância para partida do motor com inversor com g_d=300e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal sem perturbações na forma.

d) Relação Entrada-Saída

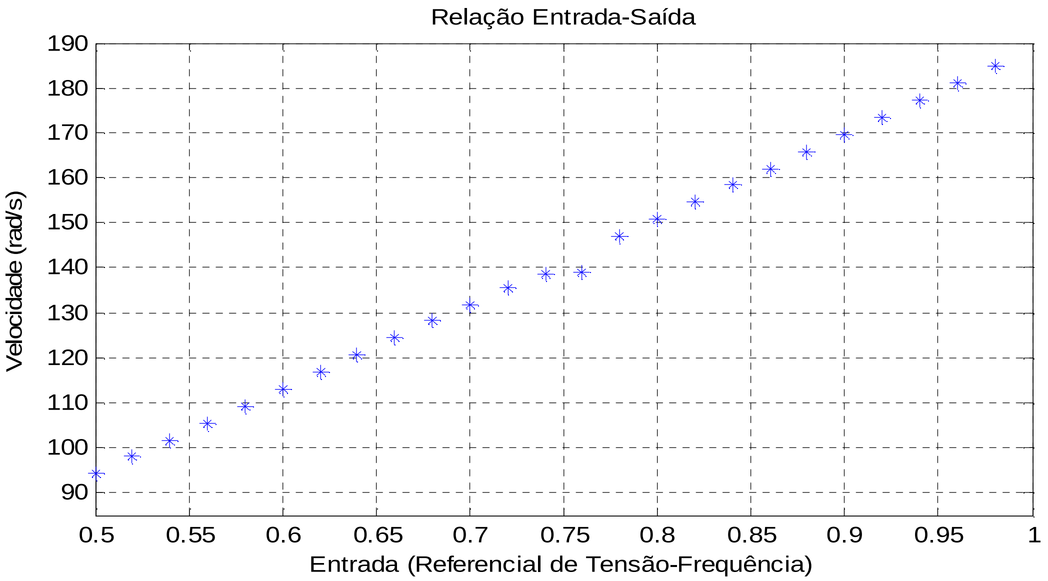

Figura 3.41: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com g_d=300e-4

Para este grau de desbalanceamento a relação entrada-saída possui uma não linearidade na região da ressonância, pois a referência de velocidade aumenta e a velocidade não aumenta. É, portanto, um indicativo da presença do efeito Sommerfeld. No entanto, no passo seguinte, a velocidade retoma sua linearidade com a entrada.

A fim de verificar melhor esta não linearidade na relação entrada-saída, foi reduzido o degrau de referencia da velocidade na região próxima da ressonância e foram novamente simuladas as situações de g_d=200e-4 e g_d=300-4.

3.3.6 Grau de Desbalanceamento gd=200e-4 com redução do degrau

a) Velocidade do Motor

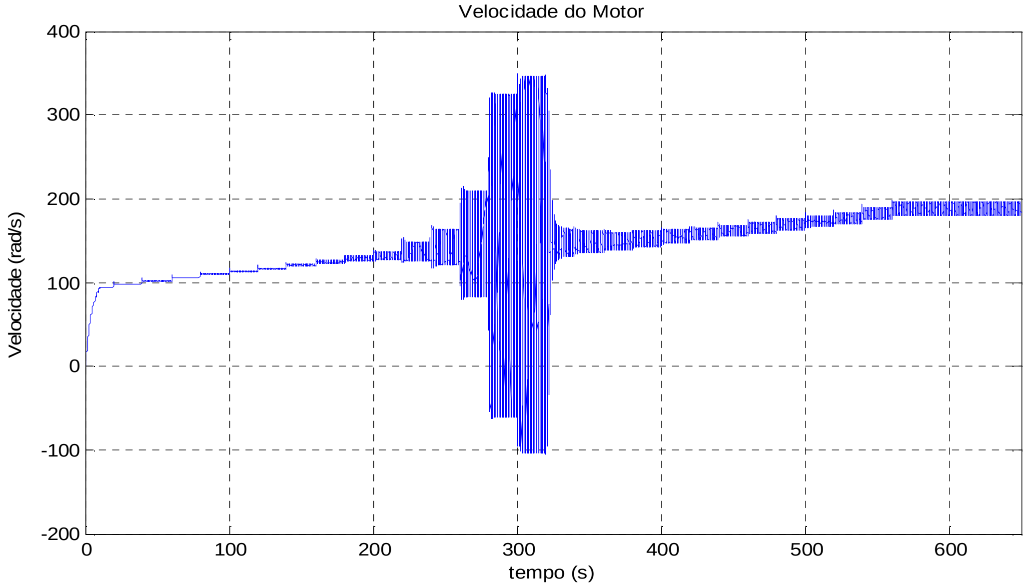

Figura 3.42: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com gd=200e-4, com degrau reduzido na região da ressonância

b) Relação Entrada-Saída

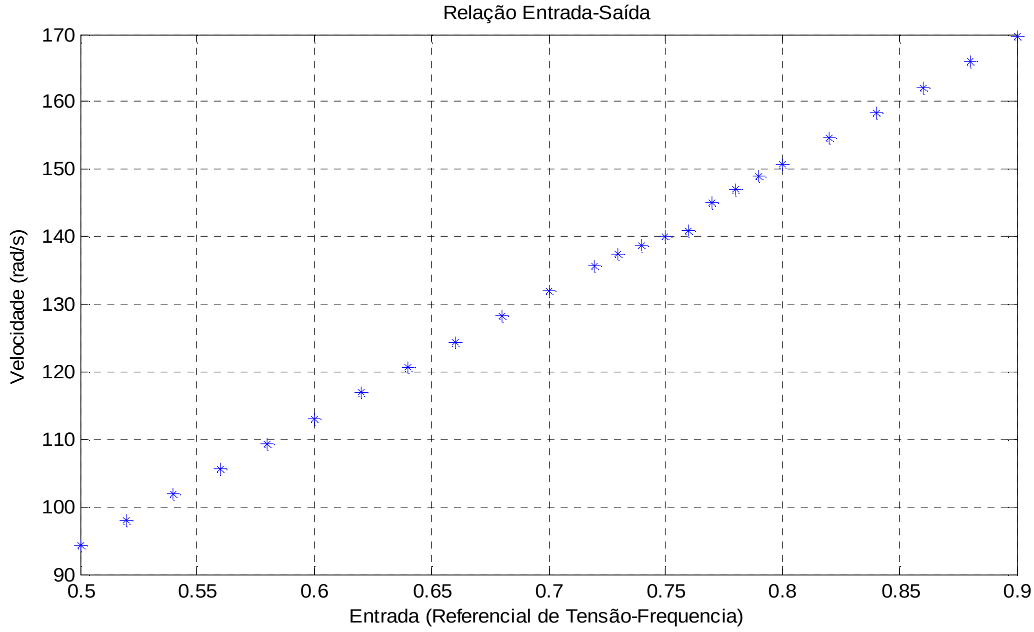

Figura 3.43: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com gd=200e-4 com degrau reduzido na região da ressonância

3.3.7 Grau de Desbalanceamento gd=300e-4 com redução do degrau

a) Velocidade do Motor

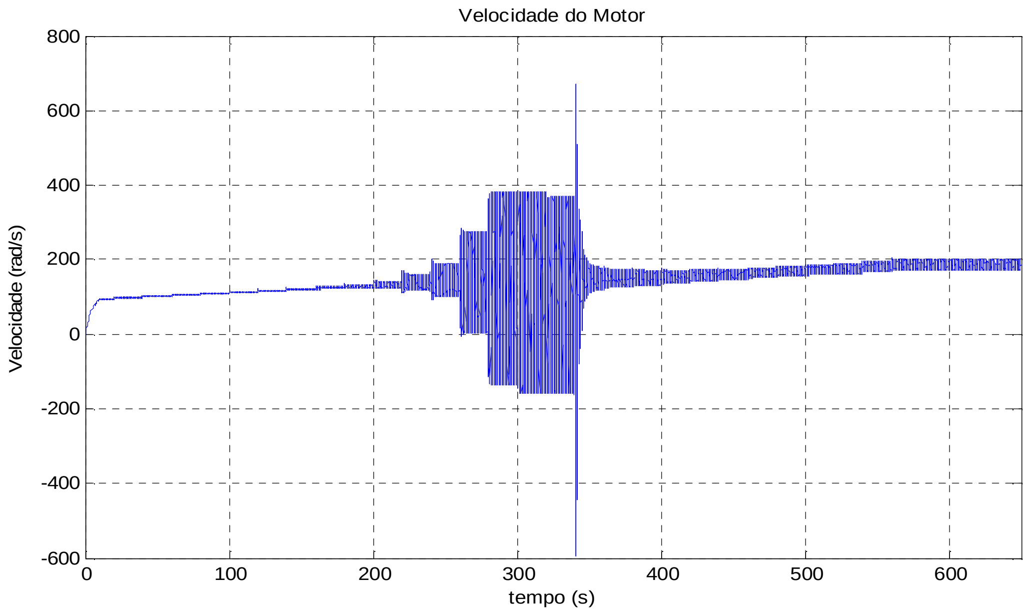

Figura 3.44: Resposta de velocidade do motor em partida com inversor com gd=300e-4, com degrau reduzido na região da ressonância

c) Relação Entrada-Saída

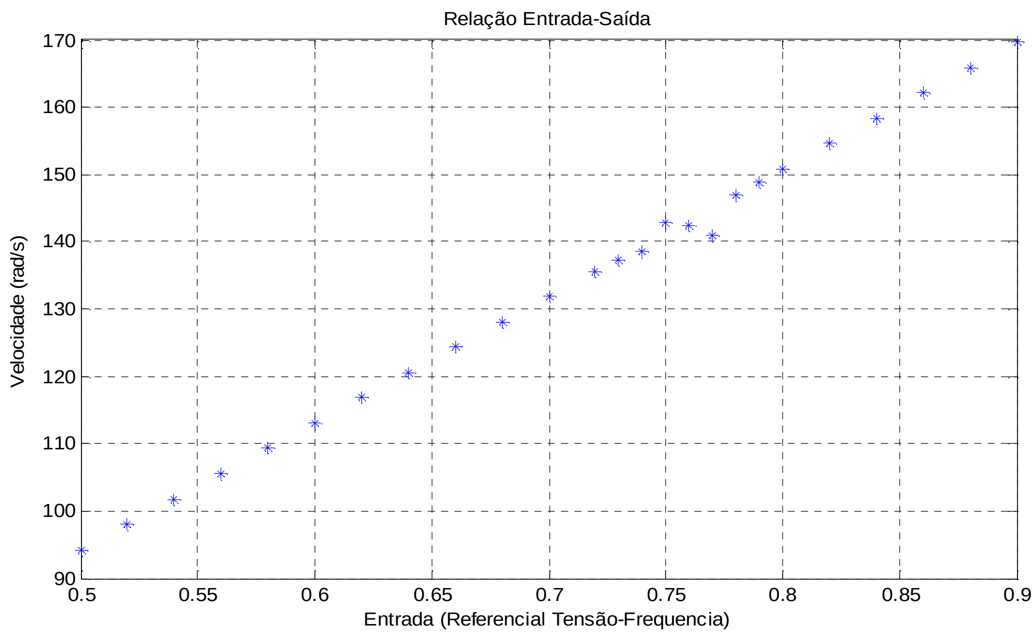

Figura 3.45: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com gd=300e-4 com degrau reduzido na região da ressonância

Verifica-se que ao reduzir o degrau na rampa de velocidade, ocorre uma não linearidade com um grau de desbalanceamento menor (200e-4) e que a não linearidade é mais severa com o grau de desbalanceamento de 300e-4. Confirma-se, portanto, indícios da existência do efeito Sommerfeld para a aceleração do MIT em degraus.

Além da simulação do motor em aceleração em degraus de zero até a velocidade nominal, foi também simulada a desaceleração do sistema da velocidade nominal até zero, variando o grau de desbalanceamento.

3.3.8 Desaceleração: Grau de Desbalanceamento gd=10e-4

a) Velocidade do Motor

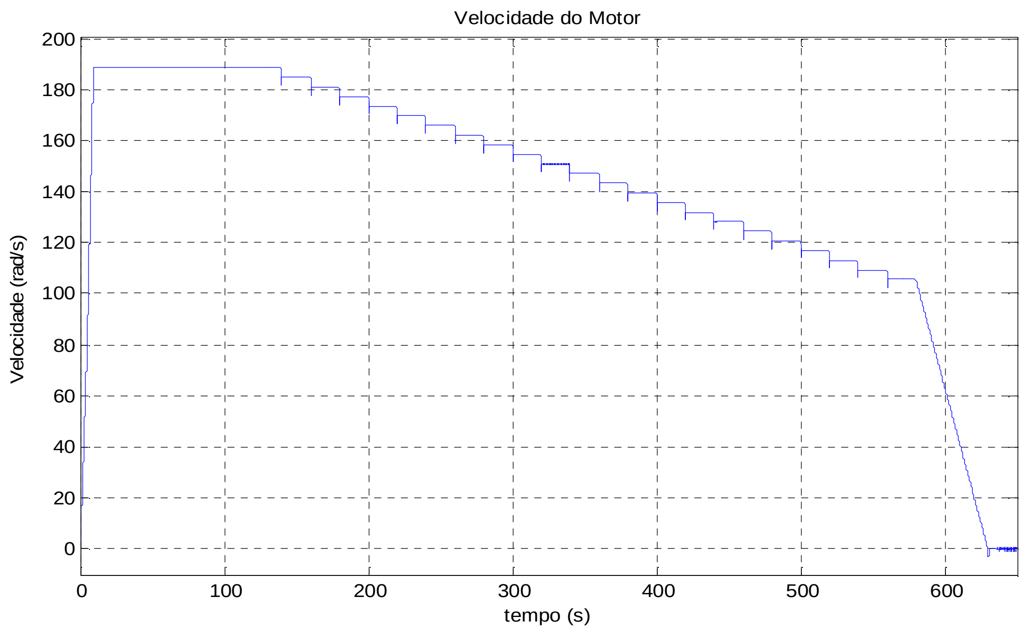

Figura 3.46: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor com g_d=10e-4

Na região da ressonância:

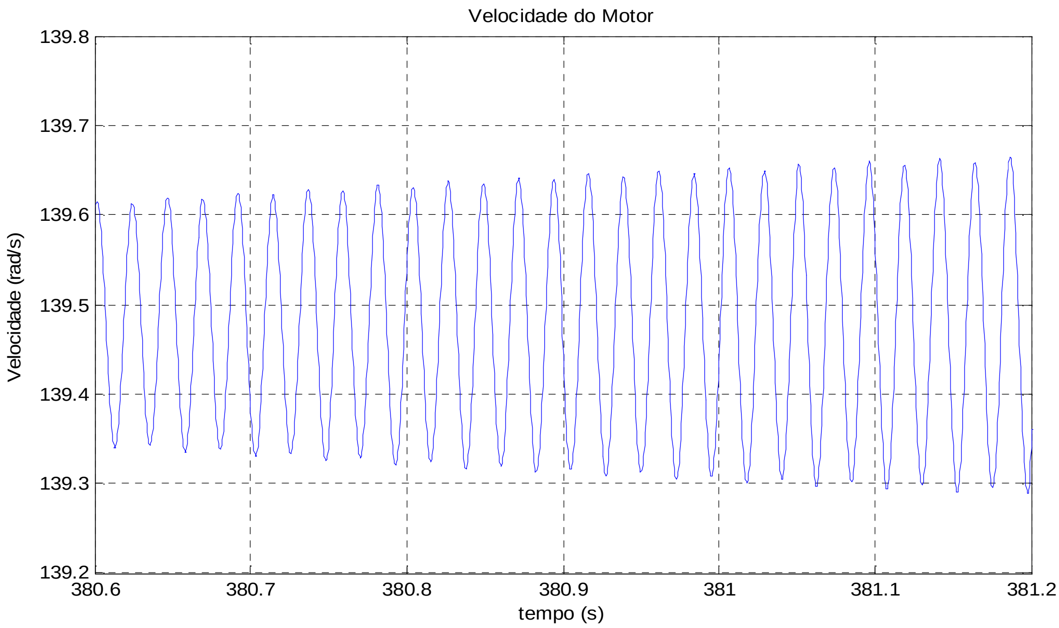

Figura 3.47: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com g_d=10e-4

No degrau de velocidade próximo a velocidade de ressonância, observa-se um transitório oscilatório e a estabilização de uma oscilação senoidal com amplitude de 0,3 rad/s.

b) Resposta em Frequência na Ressonância

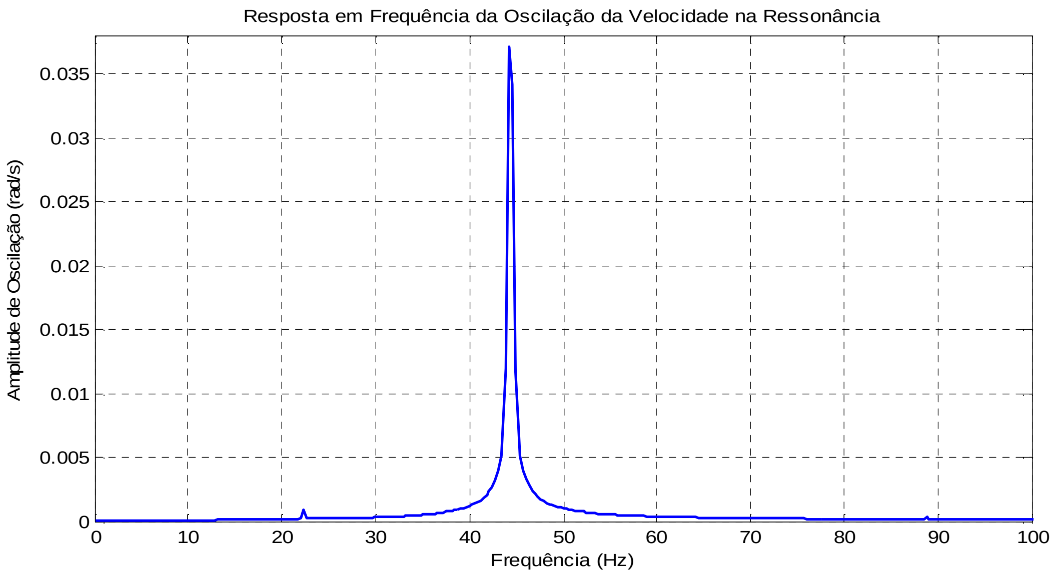

Figura 3.48: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com g_d=10e-4

Ao analisar a resposta em frequência da oscilação da velocidade próxima a região da ressonância pode-se observar duas frequências para oscilação: f_1 = 22,28 Hz e f_2 = 44,25 Hz. A frequência natural é 22,28 Hz, ou seja, existe além de uma oscilação na frequência natural do sistema, uma oscilação na frequência do dobro da frequência natural. O mesmo resultado foi encontrado na aceleração para este grau de desbalanceamento.

c) Vibração

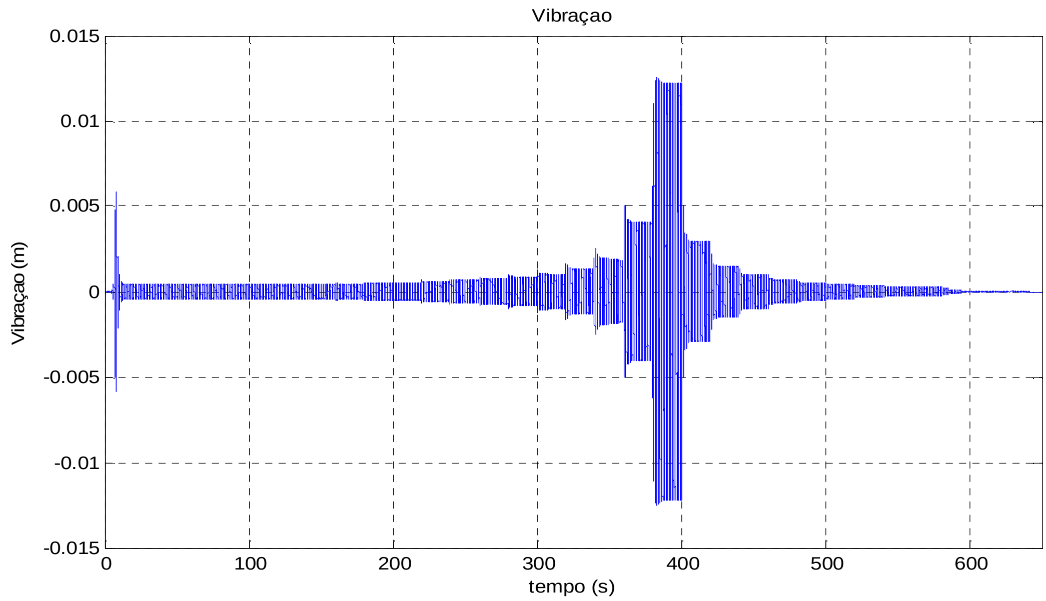

Figura 3.49: Resposta de vibração do sistema para desaceleração do motor com inversor com g_d=10e-4

Na região da ressonância

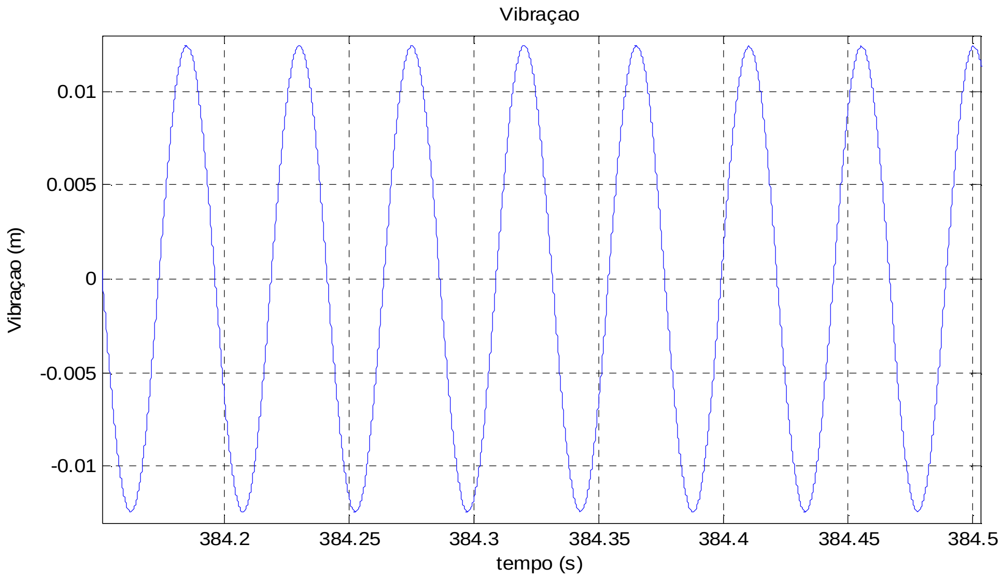

Figura 3.50: Resposta de vibração do sistema para desaceleração do motor com inversor na região da ressonância com gd=10e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal.

d) Relação Entrada-Saída

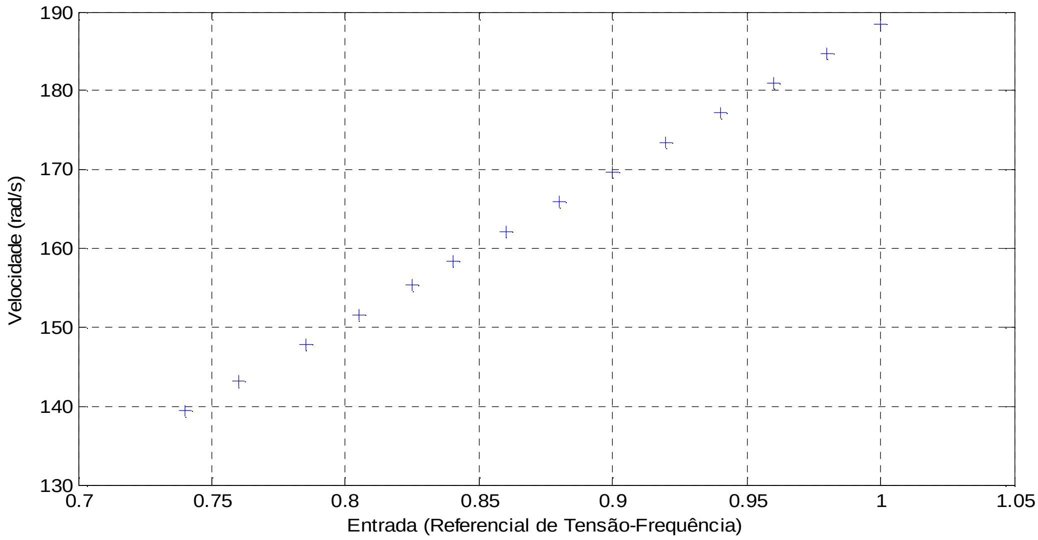

Figura 3.51: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com gd=10e-4

Esta comparação da variação da entrada com a saída de velocidade mostra que para este grau de desbalanceamento não existe "captura", ou seja, não há indício de não linearidade na região da ressonância, não indicando existência do efeito Sommerfeld.

3.3.9 Desaceleração: Grau de Desbalanceamento gd=50e-4

a) Velocidade do Motor

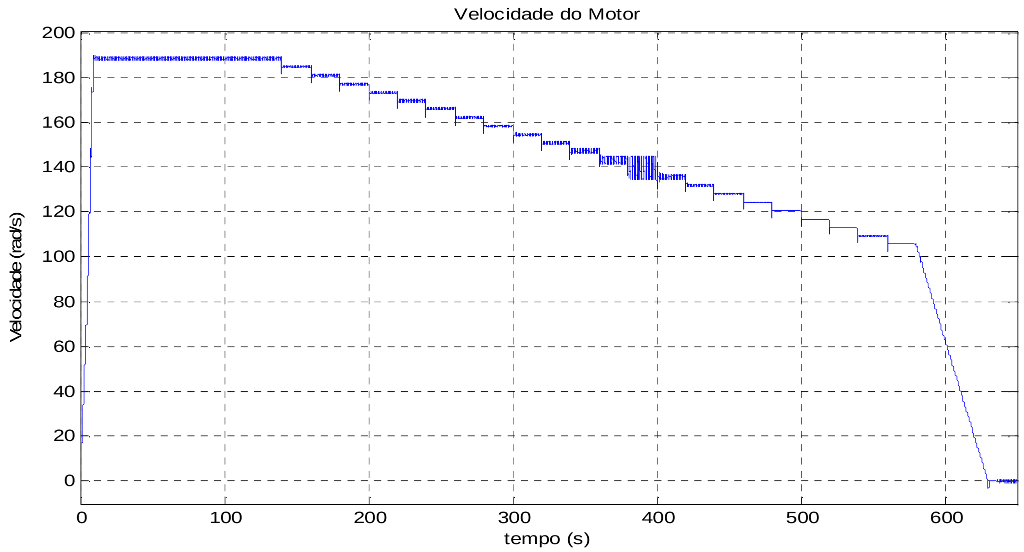

Figura 3.52: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor com gd=50e-4

Na região da ressonância:

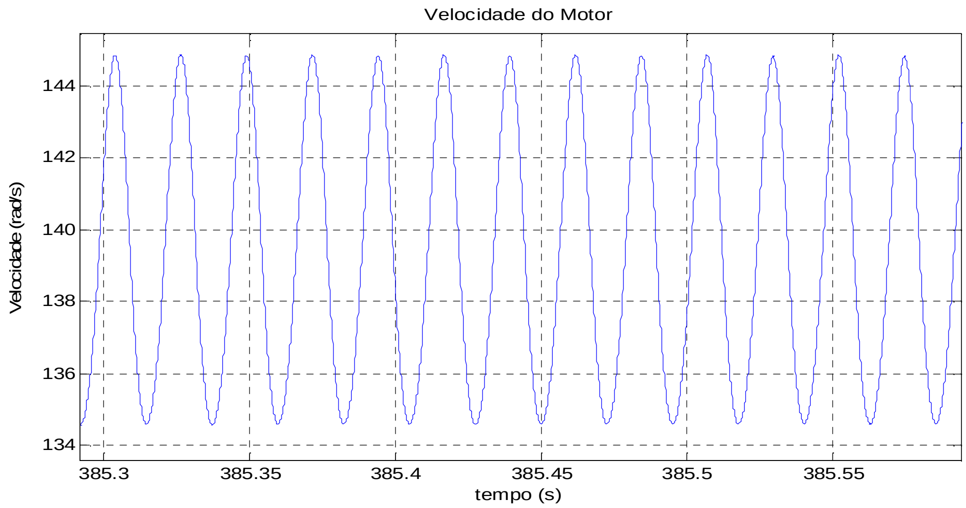

Figura 3.53: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com gd=50e-4

No degrau de velocidade próximo a velocidade de ressonância, observa-se um transitório oscilatório e a estabilização de uma oscilação senoidal com amplitude de 9 rad/s.

b) Resposta em frequência na ressonância

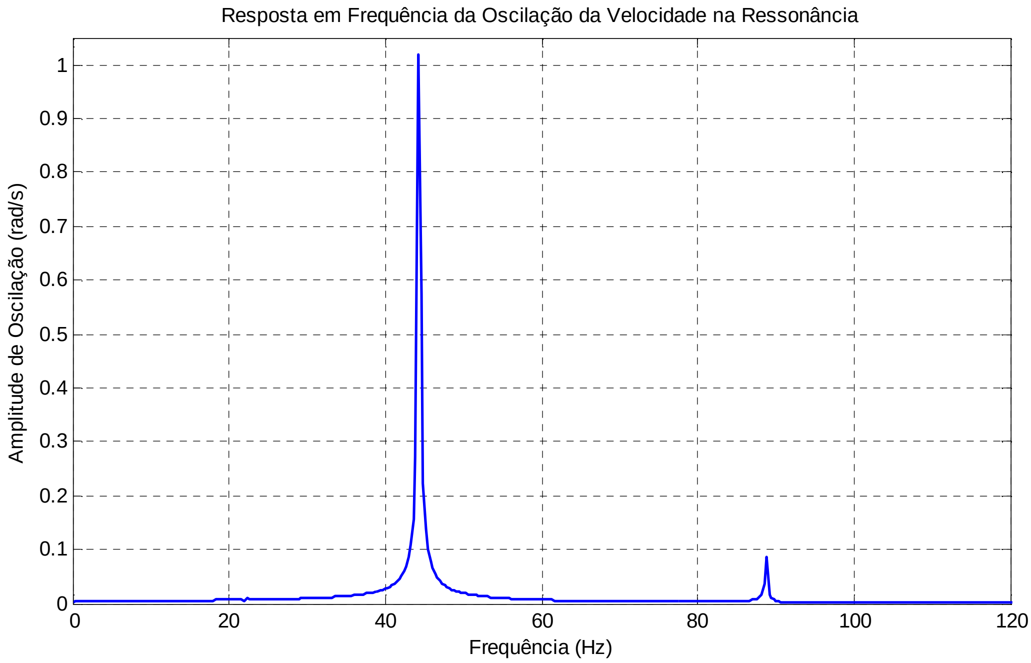

Figura 3.54: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com g_d=10e-4

Na região da ressonância podem-se observar duas frequências para oscilação: f_1=44,25 Hz e f_2=88,81 Hz. Existe além da oscilação na frequência do dobro da frequência natural uma frequência quatro vezes a frequência natural.

c) Vibração

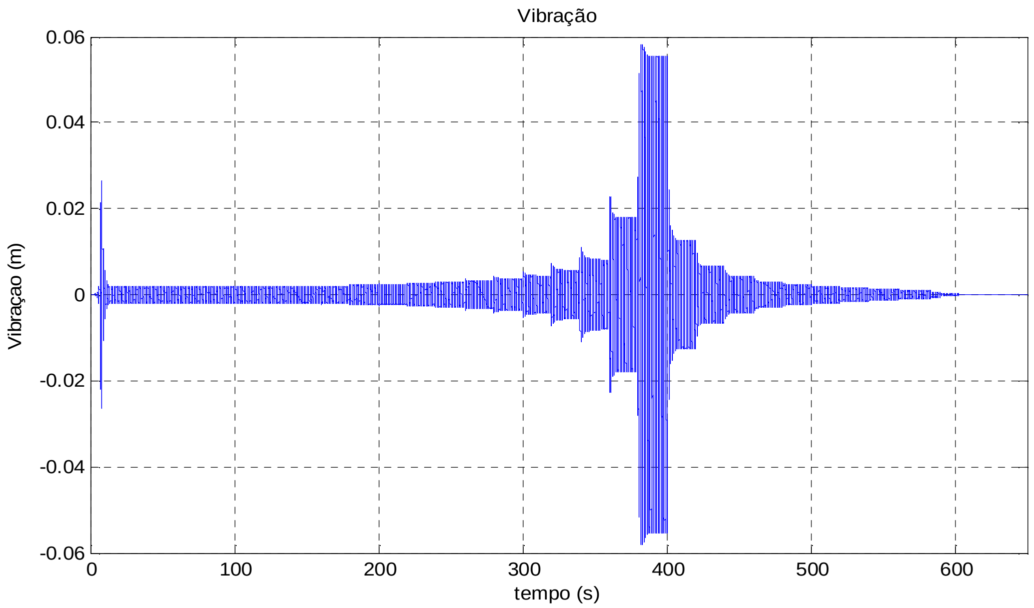

Figura 3.55: Resposta de vibração do sistema para desaceleração do motor com inversor com gd=50e-4

Na região da ressonância:

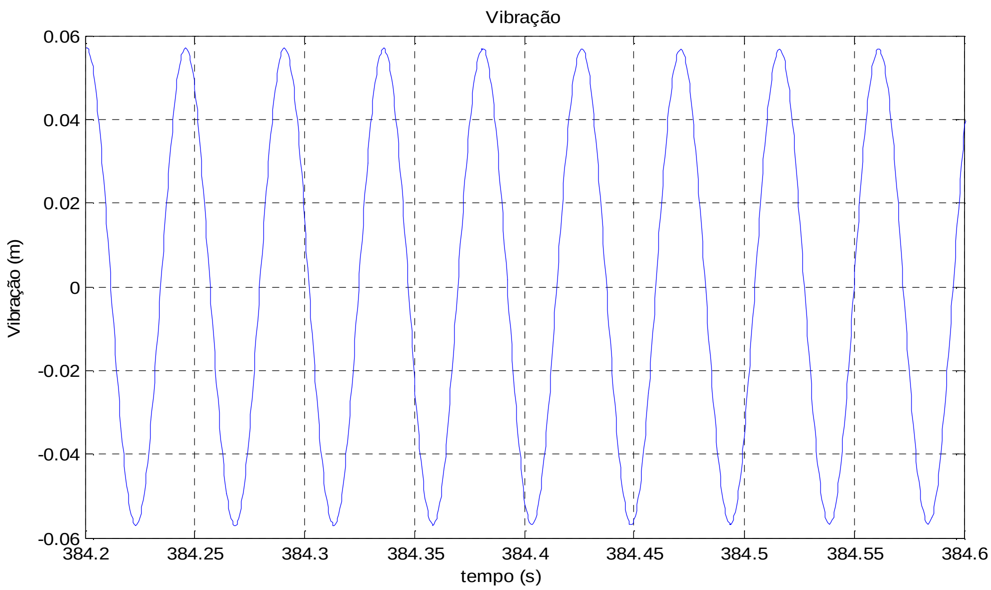

Figura 3.56: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com gd=10e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal.

d) Relação Entrada-Saída

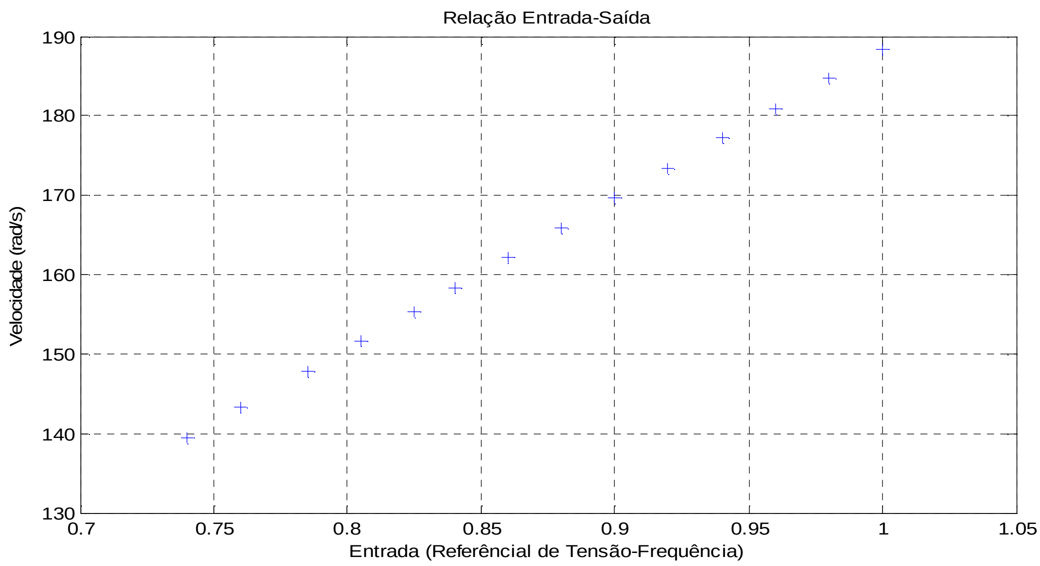

Figura 3.57: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com gd=50e-4

Para este grau de desbalanceamento a relação entrada-saída permanece linear, indicando que não existem fenômenos não lineares na região da ressonância.

3.3.10 Desaceleração: Grau de Desbalanceamento g_d=100e-4

a) Velocidade do Motor

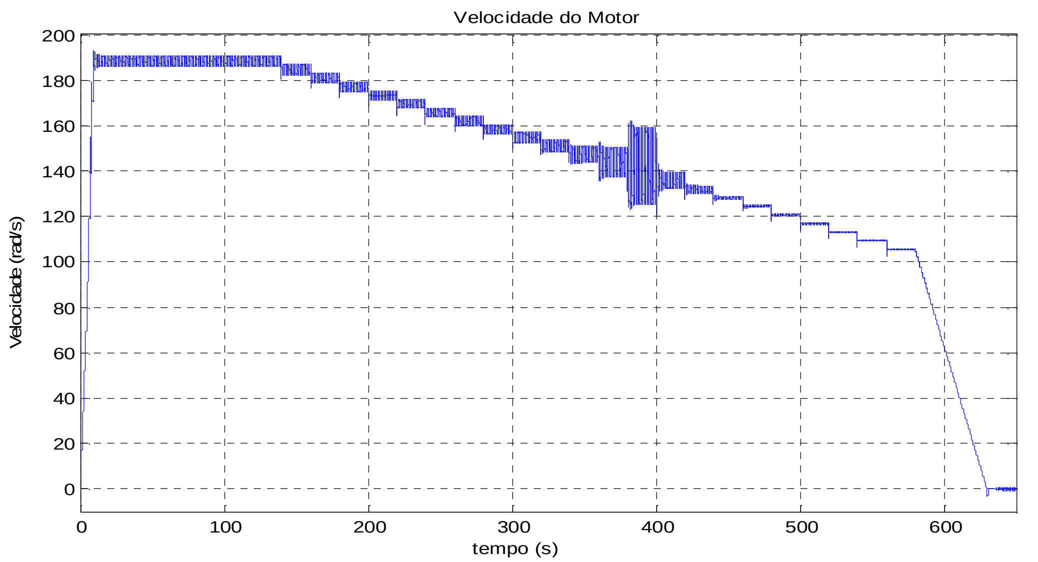

Figura 3.58: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor com g_d=100e-4

Na região da ressonância:

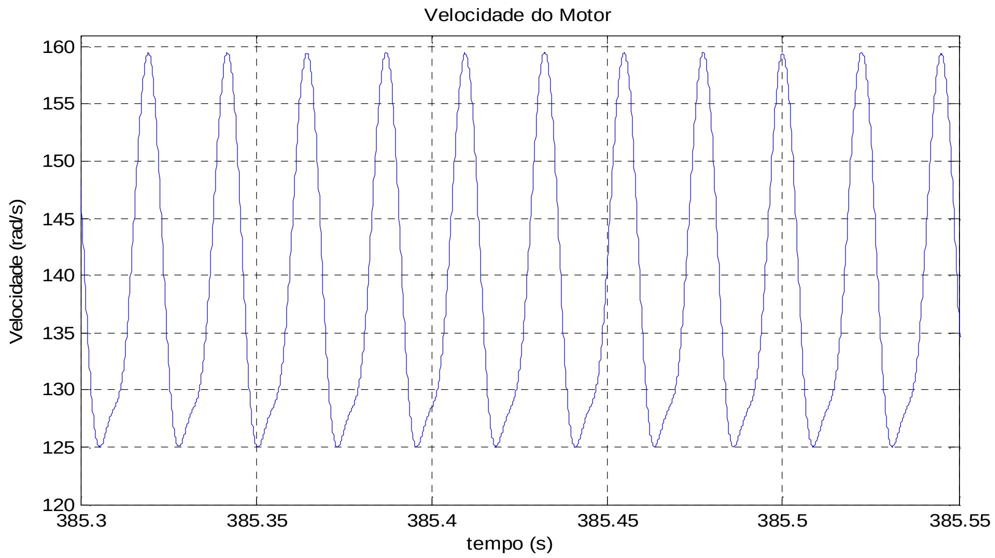

Figura 3.59: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com gd=100e-4

Neste caso, a estabilização da oscilação ocorre com amplitude de 34 rad/s. Existe uma pequena deformação na forma de onda, que indica maior presença de conteúdo harmônico.

b) Resposta em frequência na ressonância

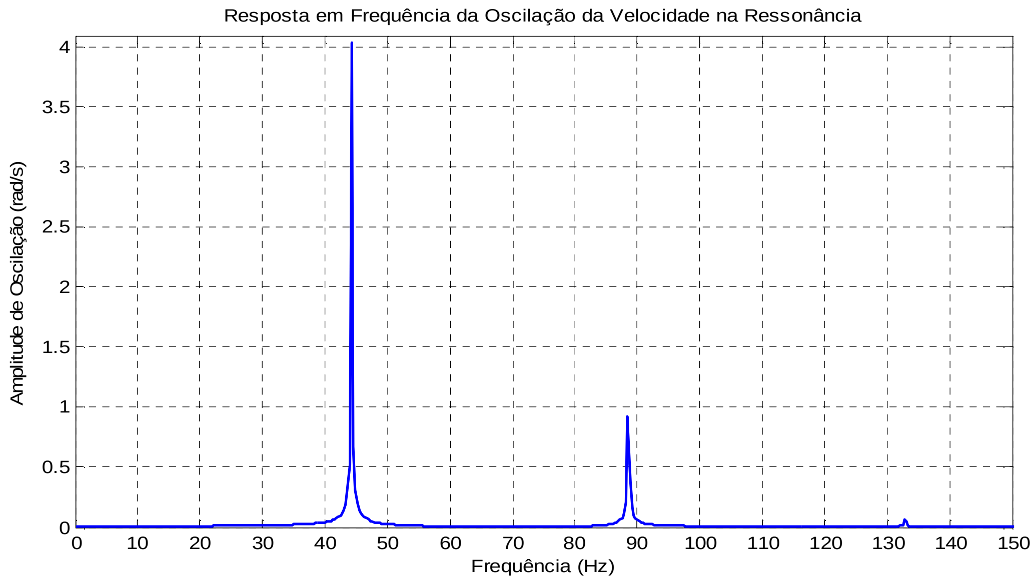

Figura 3.60: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com gd=10e-4

Podem-se observar três frequências para oscilação: f_1=44,25 Hz, f_2=88,5 Hz e f_3=132,8 Hz. Já se acentua o valor da harmônica de 88,5 Hz e aparece uma componente de seis vezes a frequência natural.

c) Vibração

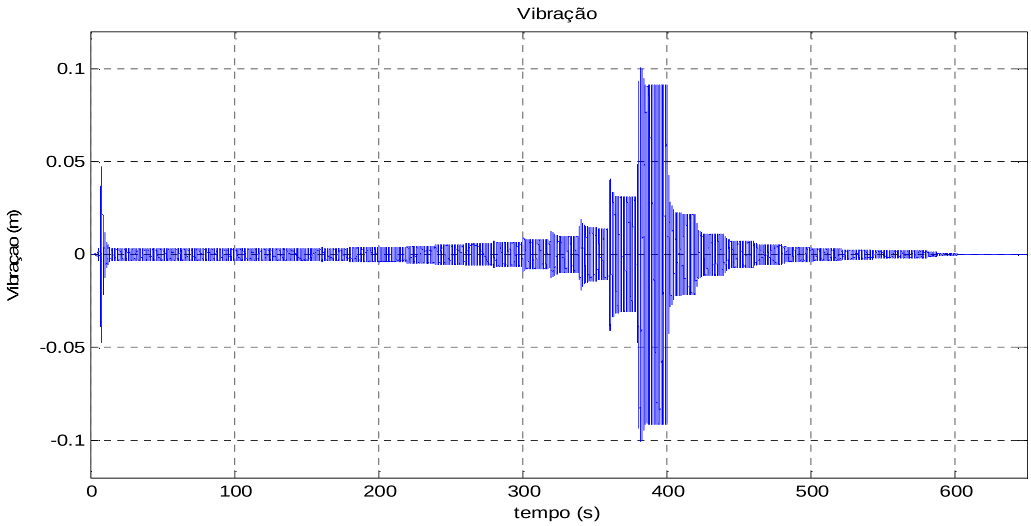

Figura 3.61: Resposta de vibração do sistema para desaceleração do motor com inversor com g_d=100e-4

Na região da ressonância:

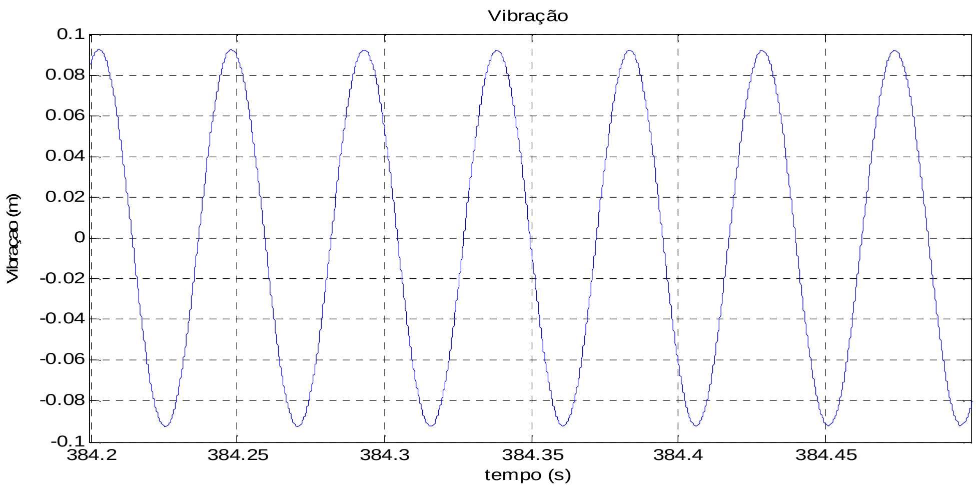

Figura 3.62: Resposta de vibração do sistema para desaceleração do motor com inversor na região da ressonância com g_d=100e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal.

d) Relação Entrada-Saída

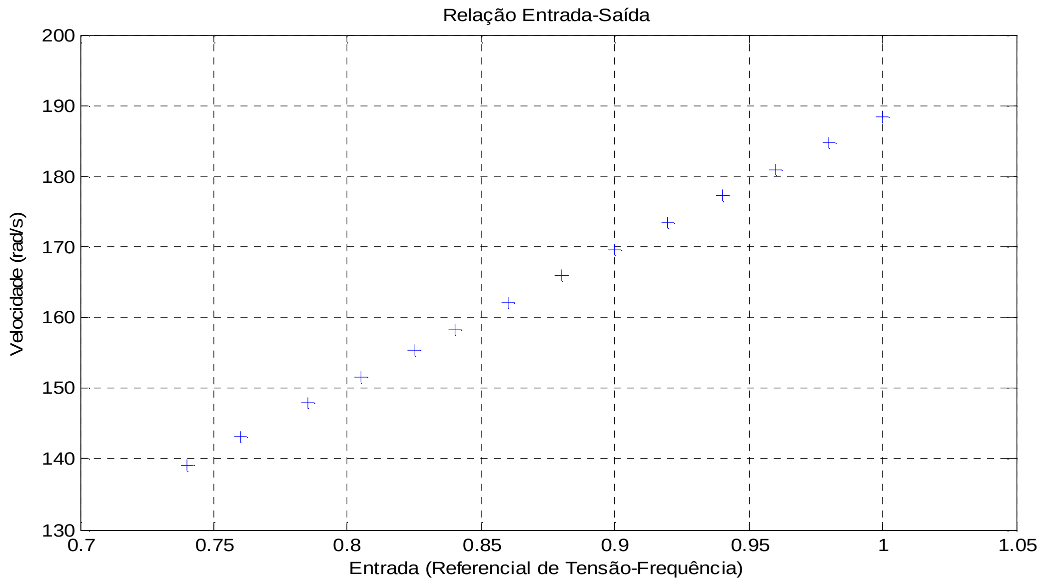

Figura 3.63: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com gd=100e-4

Para este grau de desbalanceamento a relação entrada-saída permanece linear, indicando que não existem fenômenos não lineares na região da ressonância.

3.3.11 Desaceleração: Grau de Desbalanceamento g_d=200e-4

a) Velocidade do Motor

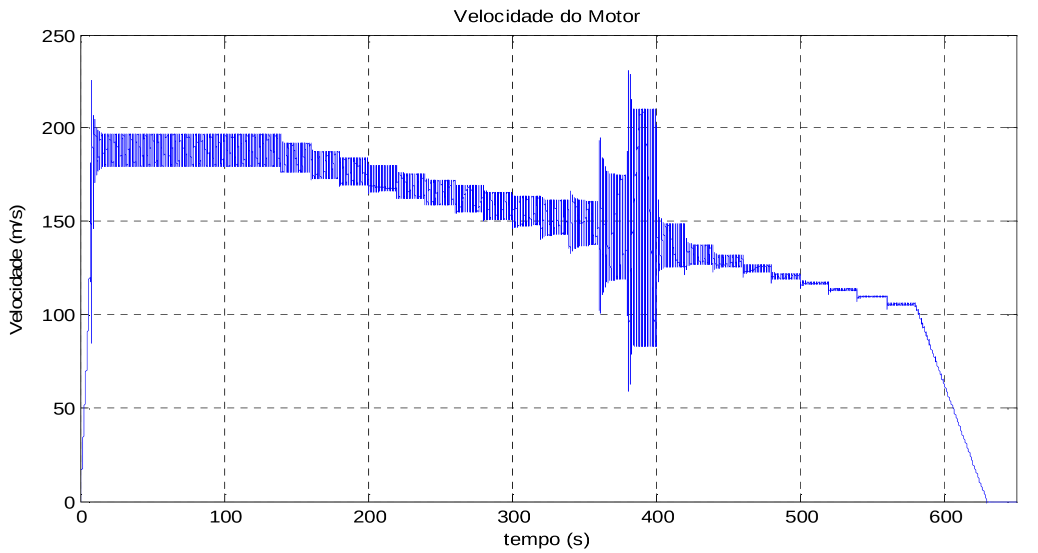

Figura 3.64: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor com g_d=200e-4

Na região da ressonância:

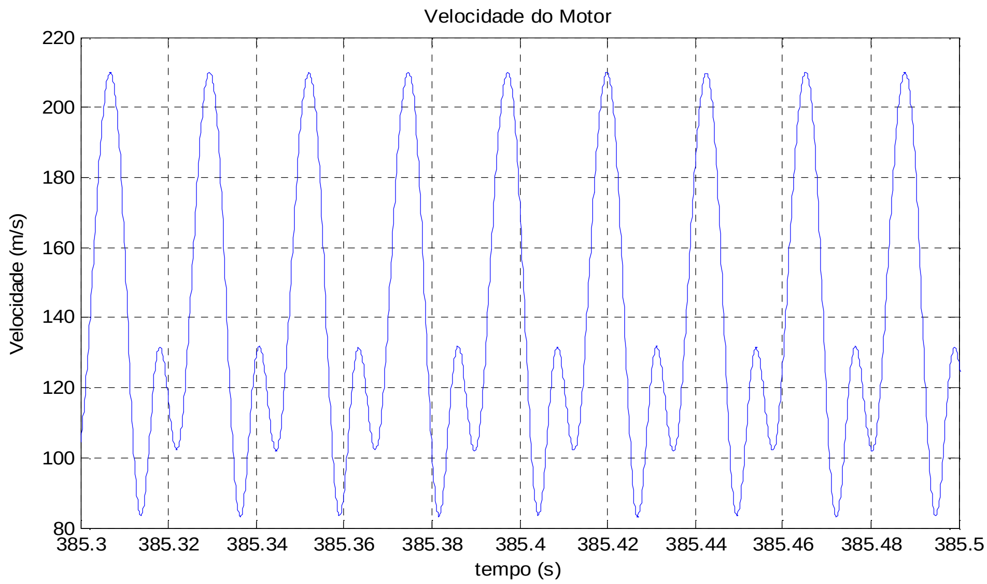

Figura 3.65: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com gd=200e-4

Neste caso, a estabilização da oscilação ocorre com amplitude de 130 rad/s. Existe uma severa deformação na forma de onda, que indica grande presença de conteúdo harmônico.

b) Resposta em frequência na ressonância

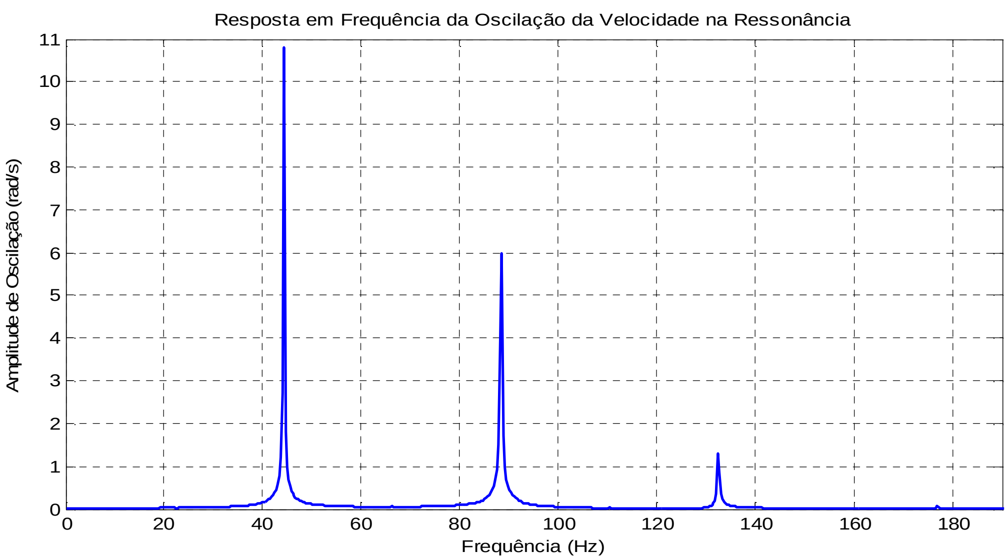

Figura 3.66: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com gd=10e-4

Podem-se observar quatro frequências para oscilação: f_1=44,2 Hz, f_2=88,5 Hz, f_3=132,4 Hz e f_4=176,7 Hz. Verifica-se o grande valor da harmônica de 88,5 Hz e aparece uma componente de oito vezes a frequência natural.

c) Vibração

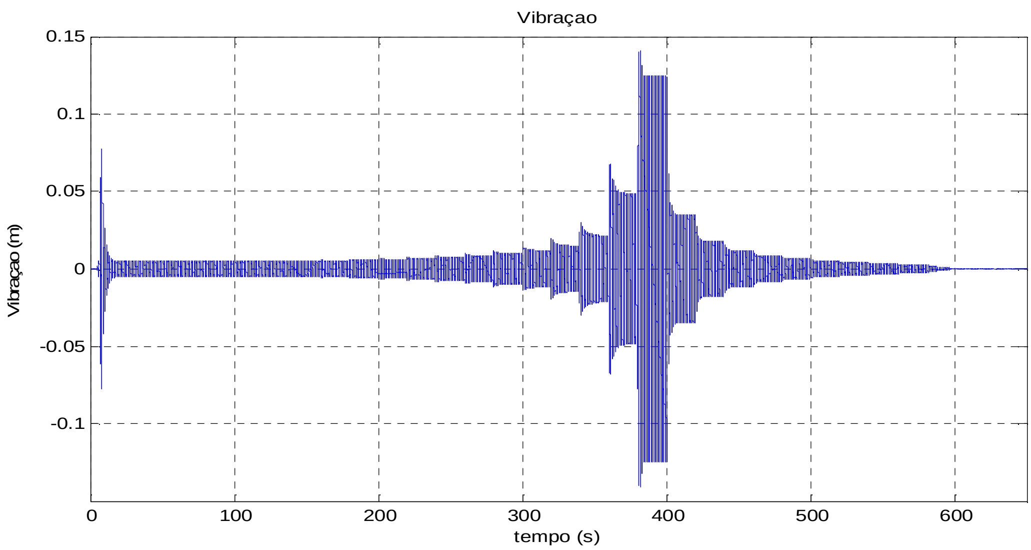

Figura 3.67: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor com g_d=100e-4

Na região da ressonância:

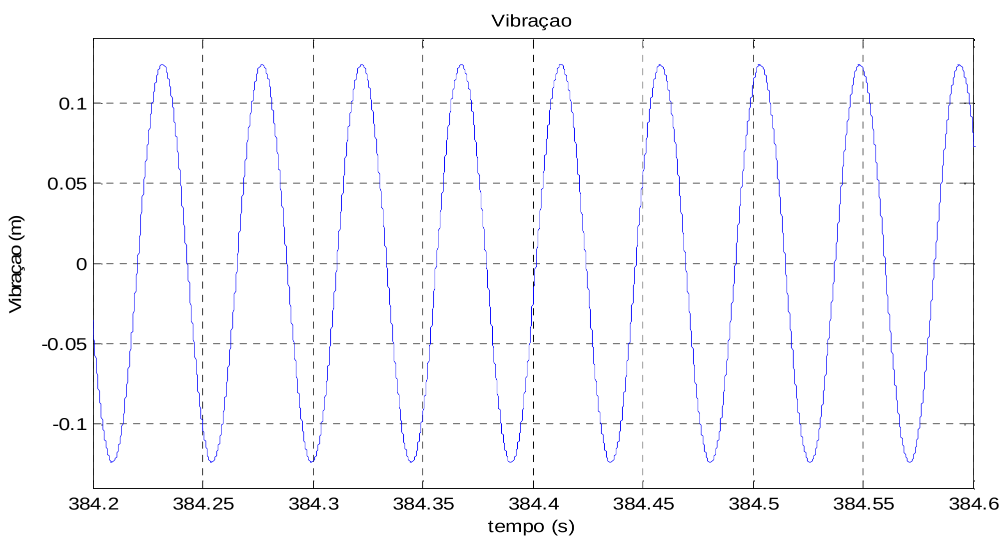

Figura 3.68: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor região da ressonância com g_d = 200e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal sem perturbações na forma.

d) Relação Entrada-Saída

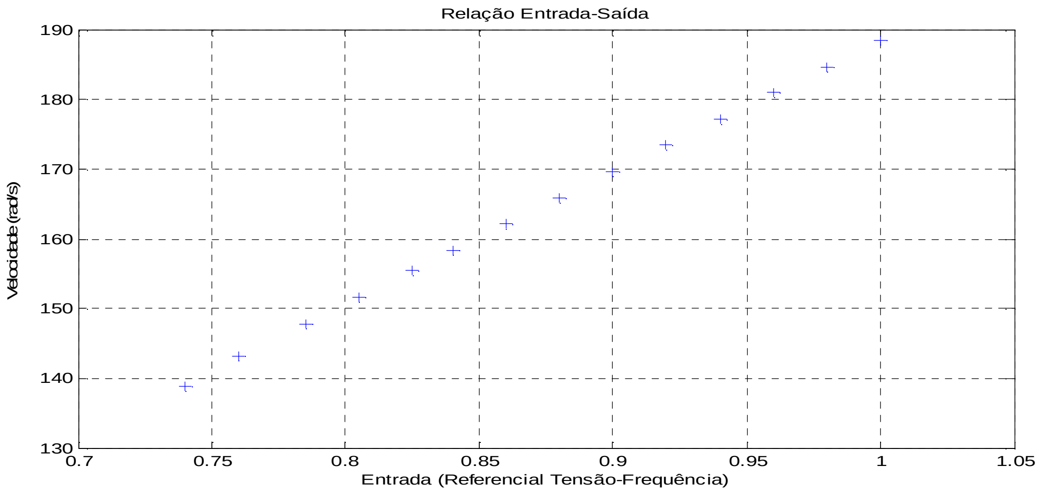

Figura 3.69: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com g_d=200e-4

Para este grau de desbalanceamento a relação entrada-saída permanece linear, indicando que não existem fenômenos não lineares na região da ressonância.

3.3.12 Desaceleração: Grau de Desbalanceamento g_d=300e-4

a) Velocidade do Motor

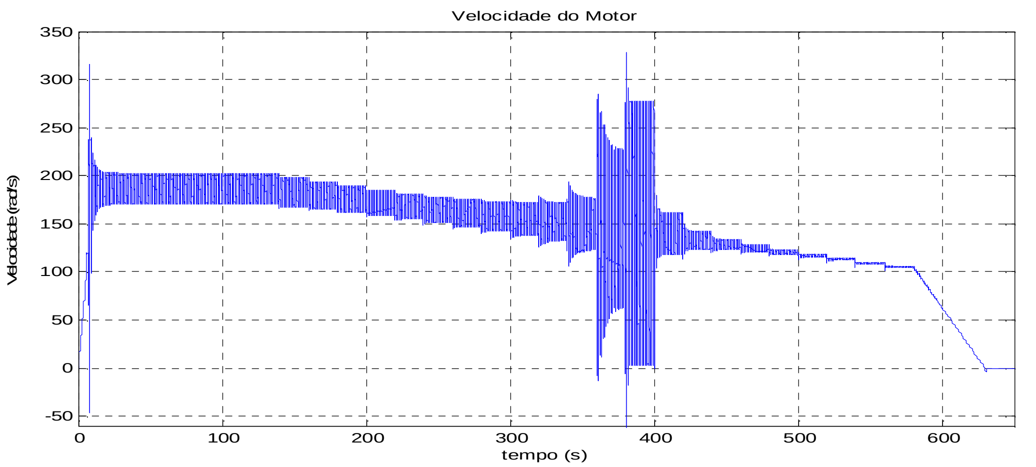

Figura 3.70: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor com g_d=300e-4

Na região da ressonância:

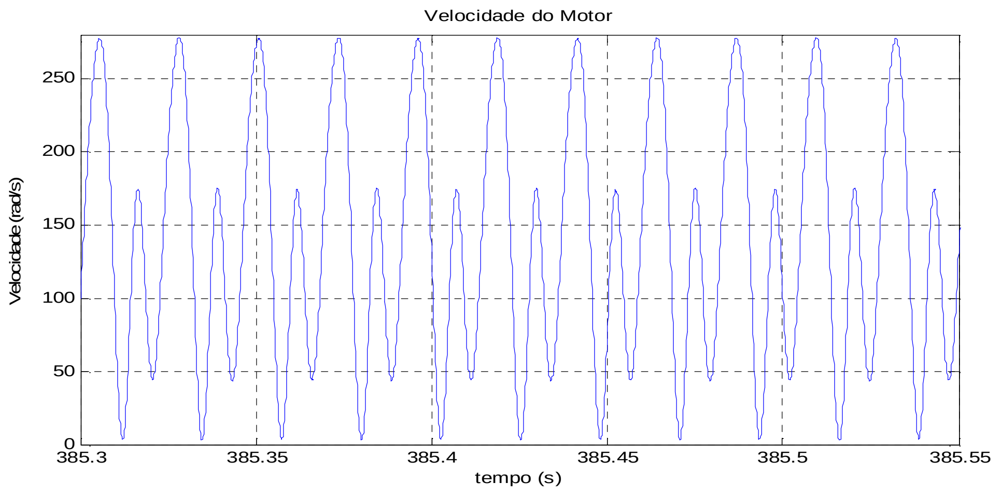

Figura 3.71: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com gd=300e-4

Neste caso, a estabilização da oscilação ocorre com grande amplitude de 275 rad/s. Também existe uma severa deformação na forma de onda, que indica grande presença de conteúdo harmônico. Percebe-se também um grande transitório quando se aumenta o degrau de referência para aumento da velocidade, que se deve ao grande valor da amplitude de oscilação e a alguma instabilidade na região.

b) Resposta em frequência na ressonância

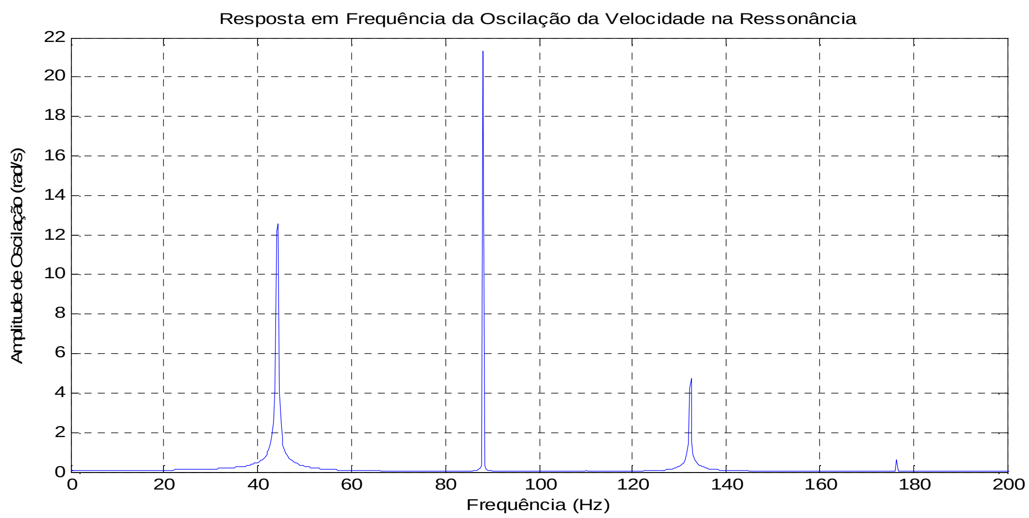

Figura 3.72: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com gd=10e-4

Observam-se as mesmas quatro frequências para oscilação: f_1=88,2 Hz, f_2=44,2 Hz e f_3=132,4 Hz e f_4=176,4 Hz. Verifica-se que a maior amplitude deve-se a harmônica de 88,2 Hz, justificando assim a grande distorção na forma de onda encontrada.

c) Vibração

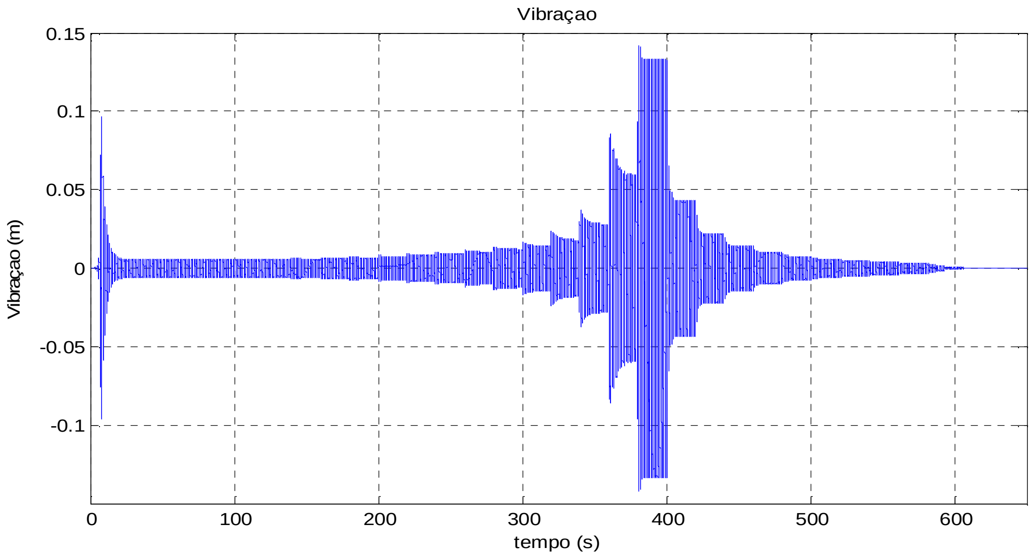

Figura 3.73: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor com g_d=300e-4

Na região da ressonância:

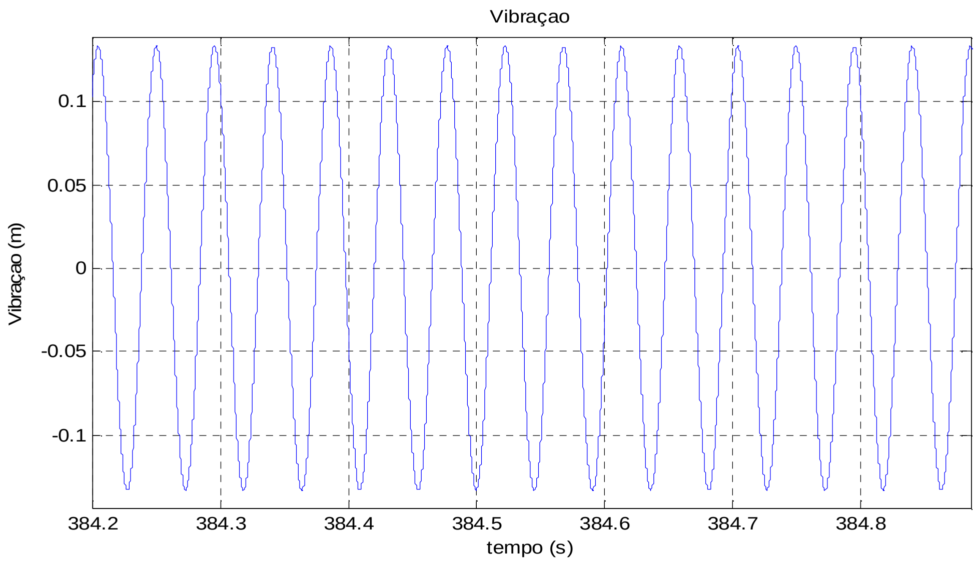

Figura 3.74: Resposta de velocidade do motor em desaceleração com inversor na região da ressonância com g_d=300e-4

Na região da ressonância, a oscilação na vibração do suporte se estabiliza como uma onda senoidal sem perturbações na forma.

d) Relação Entrada-Saída

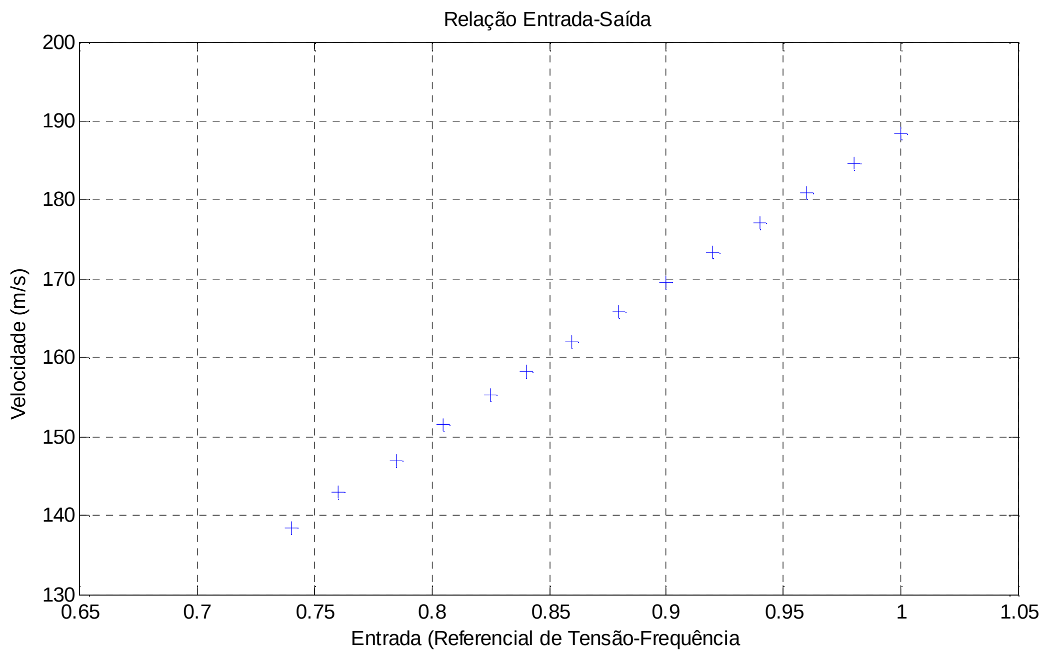

Figura 3.75: Relação entre entrada e saída para velocidade do motor com g_d=300e-4

Percebe-se que na desaceleração, para todos os grau de desbalanceamento simulados neste trabalho, a relação entrada-saída não possui não linearidades na região da ressonância, pois a referência de velocidade diminui e a velocidade diminui para todos os degraus. Foi simulado inclusive uma desaceleração com degraus de referencia menores e ainda assim não ocorrem não linearidades entre entrada e saída, diferentemente do ocorrido na aceleração, onde a partir do grau de desbalanceamento de 200e-4 ocorre não linearidade.

Foi também simulado na aceleração e na desaceleração o caso do motor com carga T_L no eixo, no entanto, nenhuma efeito adicional foi observado, obtendo-se os mesmos resultados com o motor sem carga no eixo.

4 Alguns Comentários Sobre a Resposta na Ressonância

Este pequeno capítulo apresenta comentários breves sobre algumas ocorrências presentes na dinâmica do sistema estudado. Salienta-se que o objetivo da dissertação nunca foi aprofundar-se na análise destes fenômenos, mas apenas detectar sua possibilidade. Uma análise detalhada destes pontos deve ser feita em estudos futuros

4.1 Quanto à existência do Efeito Sommerfeld

Ao contrário do que provou Leonov (2008) sobre a impossibilidade de Efeito Sommerfeld no motor síncrono trifásico partindo como motor de indução, as simulações evidenciam claramente a possibilidade deste efeito nos motores trifásicos de indução, mesmo sem a presença de molas ou amortecedores não lineares. Como mostrou Zucovic (2010) o efeito pode aparecer em sistemas com molas não lineares. Embora as simulações com partida direta não tenham capturado este efeito, as simulações com partida em regime quase estático não deixam dúvida.

Poder-se-ia perguntar sobre a aplicação prática da partida em regime quase estático. Destaca-se que grandes motores de indução, que acionam cargas de inércia muito elevada, como longas correias transportadoras e grandes cilindros de laminação, não são acionados por partida direta, pois implicaria correntes muitos elevadas nos enrolamentos. Nestes casos, a rotação é elevada lentamente, o que pode ser feito por um critério adequado de controle do inversor de frequência. Além disso, como mostrado no capítulo 3, as bombas centrífugas submersas que operam nos poços de produção de petróleo também partem em rampas de aceleração em degraus, com os motores acionados por inversores de frequência, devido as características construtivas do conjunto (eixos delgados e muito longos) e a capacidade de resfriamento dos enrolamentos do motor.

Vê-se, portanto, que não é desarrazoado o estudo do efeito Sommerfeld em equipamentos acionados por motores de indução trifásicos.

4.2 Comentários Qualitativos Quanto ao Rendimento do Motor

Tome-se, por exemplo, a situação das Figuras 3.67 e 3.70. Nota-se, na Figura 3.67, que a velocidade de rotação do motor varia, no caso simulado, entre 5 e 250 rad/s, o que é uma variação muito grande. A variação de velocidade implica a necessidade de que parte do torque proveniente da indução é utilizada para acelerar o eixo do motor, em vez de ser dirigido à realização de trabalho útil na saída do eixo do motor.

Assim, na ressonância, o trabalho líquido real disponível é menor do aquele que estaria disponível se o motor não for capturado pela ressonância. Pode-se fazer uma estimativa aproximada desta perda de rendimento. Quando o motor se estabiliza numa determinada rotação, a potência útil disponível no eixo pode ser dada pela expressão:

$$P_u = f(\omega) \tag{4.1}$$

Se a velocidade de rotação varia harmonicamente, a potência útil será dada pela velocidade média, de forma que se tem:

$$P_u = f(\overline{\omega}) \tag{4.2}$$

Se a velocidade de rotação for escrita como

$$\omega = \overline{\omega} + A\cos(pt - \varphi) \tag{4.3}$$

O torque proveniente do efeito de amortecimento pode ser escrito como

$$\tau_{\omega} = c_e\bar{\omega} + C_e \cos\left(pt - \varphi\right) \tag{4.4}$$

em que $c_e\bar{\omega}$ expressa o efeito dissipativo é levado em conta no cálculo da potência útil expressa na Equação 4.2 e $C_e \cos\left(pt - \varphi\right)$ leva em conta o efeito dissipativo adicional devido à variação da aceleração.

A potência envolvida na variação de velocidade pode ser calculada pela expressão

$$\Delta P_1 = \int_T C_e \cos\left(pt - \varphi\right) \cdot \omega \cdot dt = \frac{C_e \pi A^2}{p} \tag{4.5}$$

Tomando agora o efeito dissipativo no movimento de translação, tem-se que a velocidade da resposta vibratória é:

$$v = B\cos\left(pt - \phi\right) \tag{4.6}$$

de modo que a força amortecedora é

$$f_v = -B \cdot p\,\mathrm{sen}\left(pt - \phi\right) \tag{4.7}$$

Também a potência envolvida neste processo é:

$$\Delta P_2 = \int_T C_x \cos\left(pt - \varphi\right) \cdot v \cdot dt = \frac{C_x \pi B^2}{p} \tag{4.8}$$

Assim, a queda de rendimento do sistema devido ao efeito de vibração pode ser estimada conforme segue.

$$\eta_1 = \frac{f\left(\bar{\omega}_1\right)}{P_e} \qquad \eta_2 = \frac{f\left(\bar{\omega}_2\right) - \Delta P_1 - \Delta P_2}{P_e} \tag{4.9}$$

onde P_e é a potência disponível nos terminais elétricos do motor e $f\left(\bar{\omega}\right)$ é potência útil do motor na rotação $\bar{\omega}$.

Deve-se também salientar que as simulações mostram que, nas expressões 4.5 e 4.8, o valor da frequência p guarda relação com o valor da rotação $\bar{\omega}$. Via de regra, observa-se que a harmônica principal da variação da rotação ocorre numa frequência que corresponde à metade da própria rotação. Assim, numa primeira aproximação, a queda de rendimento pode ser estimada pela expressão:

$$\frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_1} = 1 - \frac{f\left(\bar{\omega}_2\right)}{f\left(\bar{\omega}_1\right)} - \frac{2C_x \pi A^2 + 2C_x \pi B^2}{f\left(\bar{\omega}_1\right) \cdot f\left(\bar{\omega}_2\right)} \tag{4.10}$$

Na expressão 4.10 cabe observar que as amplitudes A e B são numericamente pequenas em relação à $f\left(\bar{\omega}_1\right)$ e $f\left(\bar{\omega}_2\right)$. Por isto as duas últimas parcelas são muito pequenas. Assim, a principal contribuição na queda de rendimento vem do fato que, para uma mesma potência de entrada, a captura pela ressonância leva a rotação média do motor a ser menor em relação àquela à qual ela chegaria se não houvesse captura.

A Figura 4.1 mostra uma curva de potência típica de um motor de indução trifásico. Nota-se que, nas rotações acima do conjugado máximo, onde o motor normalmente trabalha, o conjugado do motor decresce linearmente com o aumento da rotação, de forma que se pode escrever:

$$f\left(\omega\right) = \left(b - a \cdot \omega\right) \cdot \eta_e \tag{4.11}$$

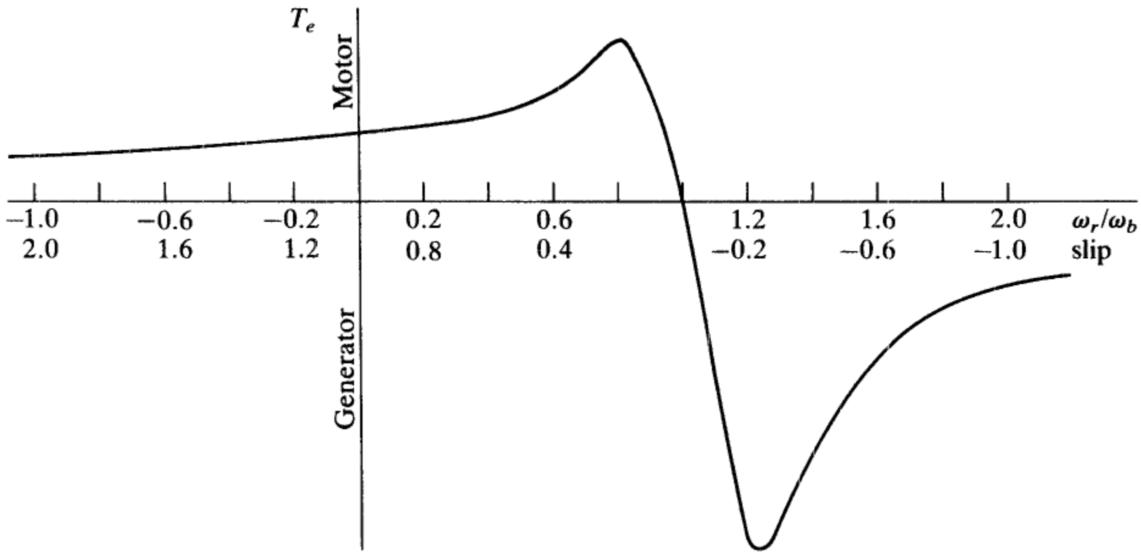

Figura 4.1: Curva de potência típica para uma máquina de indução trifásica (Krause, 2002)

onde a e b são os coeficientes da reta (angular e linear), e η_e é o rendimento do circuito elétrico puramente considerado. As curvas de rendimento típicas de motores de indução mostram que a variação de η_e próxima rotação nominal do motor é bem pequena, de forma que se pode considerar η_e constante. Assim, a Equação 4.10 pode ser escrita como

$$\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_1} \approx 1-\frac{\left(b-a\cdot\bar{\omega}_2\right)\cdot\bar{\omega}_2}{\left(b-a\cdot\bar{\omega}_1\right)\cdot\bar{\omega}_1}=1-\frac{\bar{\omega}_2}{\bar{\omega}_1}-\left(\frac{\bar{\omega}_2}{\bar{\omega}_1}\right)^2 \tag{4.12}$$

Assim, quando a variação de rotação é mais baixa, a queda de rendimento é linear em relação à variação de rotação. Deve-se salientar, no entanto, que uma queda de 10% no rendimento global de um motor elétrico é muito significativa, pois estes sistemas foram projetados para ter alto rendimento. Observa-se também que, em situações mais críticas comuns a motores de corrente contínua, a rotação média real chega a ser 40% inferior à rotação nominal de projeto.

Nas situações simuladas nesta dissertação, chegou-se a quedas de rotação inferiores a 5%, sempre considerando a velocidade de rotação média. Chama-se a atenção para o fato de que isto não é desprezível. Em motores de grande potência, nos quais o rendimento é superior a 85%, isto pode significar uma redução de até 5 pontos percentuais no rendimento, o que é muito significativo em termos energéticos.

Soma-se a isto um possível efeito secundário que merece um estudo mais aprofundado. O fato de a rotação não ser constante induz um torque variável proporcional à aceleração angular do rotor. O efeito deste torque, que pode ser chamado de inercial, equivale eletricamente, ao efeito indutivo do circuito elétrico. Em ambos os sistemas, mecânico e elétrico, este torque é conservativo, e seu trabalho é nulo quando avaliado sobre um período da resposta do sistema. No entanto, há um efeito secundário da potência reativa, o que eleva a corrente no circuito. A importância deste efeito secundário do torque inercial deve ser melhor investigado.

4.3 Quanto à existência de movimentos caóticos

A existência de movimentos caóticos é sempre uma possibilidade a ser considerada nos sistemas não lineares, ainda que em situações bem peculiares. As técnicas convencionais de detecção e descrição de movimentos caóticas envolvem os diagramas de bifurcação, os mapas de Poincaré e a análise dos expoentes de Lyapunov, todas técnicas bem descritas, por exemplo, na obra de Strogatz (1994).

Os mapas de Poincaré e os diagramas de bifurcação envolvem muito tempo na simulação do sistema. Tais mapas e diagramas só fazem sentido quando se garante que o sistema estará em sua resposta estacionária (se houver) ou num movimento quase periódico, ou mesmo num movimento caótico.

No caso da análise por expoentes de Lyapunov, o estudo requer, para que sua avaliação computacional seja correta, descrição precisa e metodologia de estimativa de erro computacional. Do contrário, as conclusões poderão ser falseadas numericamente.

Para os fins deste trabalho, que não busca um estudo analítico mais profundo dos fenômenos, mas apenas sua possibilidade de ocorrência, julga-se necessário apenas destacar que os espectros apresentados no capítulo 3 apresentam algumas características que sugerem uma rota para o caos. Vejamos:

a) Com o aumento do grau de desbalanceamento, a variação do rotação do eixo do motor, excitação primária do suporte do motor, aumenta sensivelmente, chegando mesmo a apresentar sinais de inversão, ainda que em curto lapso temporal (vide Figura 3.70). Isto demonstra uma grande instabilidade da rotação do eixo e, por consequência, da própria excitação primária do suporte, o que é indicativo de falta de previsibilidade determinística da resposta, exatamente a característica qualitativa do caos.

b) Pode-se observar, para alguns graus de desbalanceamento, que o espectro da resposta evidencia que diversas frequências passam a ter participação relevante na resposta, em vez de uma delas dominar a resposta. O espalhamento do espectro de frequências quando a excitação principal não se altera (no caso, o acionamento do motor) é indicativo clássico da complexidade da dinâmica do sistema, podendo levar ao caos;

c) Além do espalhamento do espectro, nota-se que ele ocorre em frequências que guardam relação com a frequência natural do sistema, evidenciando um fluxo de energia entre a dinâmica natural e a dinâmica forçada, o que aponta uma espécie de "competição de duas dinâmicas", gerando imprevisibilidade da reposta, indicativo da possibilidade de caos;

d) Por fim, salienta-se que o "surgimento de frequências" múltiplas e submúltiplas são rotas clássicas para o caos, dentro do que se denomina bifurcação por duplicação de período (frequências submúltiplas) ou por duplicação de frequência (frequências múltiplas). Em ambos os casos, o diagrama de bifurcação (ou o mapa da Poincaré, se for o caso), entrarão numa rota de indefinição da resposta nos períodos futuros.

5 Conclusão

Neste trabalho foi estudado um sistema mecânico composto de um motor de indução trifásico de corrente alternada e sua base elástica, tendo o motor um desbalanceamento no eixo.

As equações dinâmicas foram completamente deduzidas, explicando-se detalhadamente cada passo, resultando em um trabalho de modelagem cuja apresentação completa não foi encontrada, mesmo após exaustivo levantamento, em nenhuma publicação na literatura. Em parte, isto se deve á complexidade do comportamento dinâmico do motor de indução trifásico. A engenharia elétrica se ocupa muito das especificidades das interações elétricas, deixando de lado as possíveis influências das perturbações de ordem mecânica. Por seu turno, a engenharia mecânica costuma não levar em conta, no estudo da dinâmica do sistema mecânico, as influências das perturbações de ordem elétrica. Como fruto deste trabalho, tem-se pronto um modelo integrado que poderá ser aplicado em muitos estudos detalhados a possibilidade de ocorrência de movimentos muito particulares, como já observados em diversos sistemas não ideais.

Não se fez, nem seria possível fazer, uma análise completa sobre as possíveis respostas que o sistema pode apresentar. A ideia era mesmo desenvolver a modelagem e mostrar, com um conjunto razoável de simulações, que este sistema pode apresentar movimentos irregulares, como os resultantes do efeito Sommerfeld, isto é, a “captura” do movimento de rotação do motor, ditada primeiramente pela dinâmica da parte elétrica, pela frequência natural do oscilador mecânico.

As simulações visaram observar a influência da vibração do conjunto na velocidade do motor na passagem pela ressonância e verificar a existência de efeito Sommerfeld na velocidade do motor, conforme também buscaram esta verificação

Leonov (2008) e Zucovic (2010) com modelos simplificados do motor. As simulações foram realizadas no software Matlab™, cuja lógica macro é descrita.

Dois tipos de aceleração do motor foram simulados: A partida direta e a partida em rampa com inversor de frequência. Conforme pode ser visto no capitulo 3, para a partida direta, mesmo passando na região da ressonância, não foi observado nenhuma efeito oscilatório não linear durante aceleração do motor, conforme foi demonstrado analiticamente com modelo simplificado do sistema por Leonov (2008).

Para a aceleração em rampa, simulando uma partida em degraus com o inversor de frequência, ao se aproximar da região de ressonância, a oscilação na velocidade aumenta consideravelmente a medida que o grau de desbalanceamento cresce e uma descontinuidade na relação entrada-saída é observada para um grau de desbalanceamento igual a 200e-4. Além disso, foi feita análise do espectro de frequência da oscilação da velocidade do motor, percebendo-se que à medida que o grau de desbalanceamento aumenta, mais distorcida fica a forma de onda característica da resposta do sistema, distanciando-se da resposta linear.

Apresentam-se também alguns comentários sobre mais dois pontos específicos que envolvem a resposta ressonante do sistema, com destaque para:

a) A influência das oscilações não regulares sobre o rendimento do motor elétrico. Neste ponto, destaca-se a possibilidade de uma queda sensível no rendimento do motor elétrico, já que parte do torque gerado pela indução nos enrolamentos deverá ser usada no processo oscilatório de variação da rotação do motor, o que terminará por afetar o torque final disponível para o trabalho útil do sistema, qual seja, mover a carga.

b) O aparecimento, a partir de certo grau de desbalanceamento, de harmônicas múltiplas do dobro da frequência fundamental da própria resposta, indicando a possibilidade de caos por duplicação da frequência, clássica rota para o caos já largamente documentada na literatura sobre dinâmica de sistemas não lineares.

5.1 Sugestões de Trabalhos Futuros

Em relação as perspectivas para trabalhos futuros, um dos aspectos não contemplados por esse trabalho e que seria de interesse, já que o modelo está completamente desenvolvido, é uma simulação mais detalhada do sistema. Como foi mostrado, existe um indício da presença de efeito Sommerfeld para uma aceleração em rampa, portanto, é interessante buscar previsão de bifurcações no espaço de fase, atratores ou ciclos limites. Neste estudo seria importante trabalhar com o modelo completo do motor, que leva em consideração toda dinâmica elétrica da máquina.

Outras possibilidades de estudos poderiam abordar outros tipos de motores de corrente alternada, como o motor síncrono trifásico, o motor síncrono de imã permanente, o motor monofásico e outros. Além disso, poderiam ser analisados outros tipos de acoplamento da base elástica, como realizado por Zucovic (2009), tratando com molas e amortecedores não lineares que possam simular condições reais de estruturas.

Por fim, uma abordagem experimental do sistema estudado no presente trabalho possibilitaria um estudo prático da influência de vários parâmetros, além do desbalanceamento no eixo do motor, na dinâmica do sistema.

Referências Bibliográficas

[1] Rocha Júnior, Edmilson B. Análise da dinâmica acoplada de uma máquina elétrica rotativa e sua estrutura de suporte, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo, 2004.85p.

[2] Aiba S. On a Vibration of a Rotation Shaft Passing through the Critical Speed.Bulletin of JSME, v.19, n. 128, 1976, 95 p.

[3] Sommerfeld, A. BeiträgeZumDynamischenAusbau der estigkeitslehe Physikal Zeitschr. 3, pp.266-286, 1902.

[4] Balthazar, J. M., Cheshankov, B. I., Ruschev, D. T., Barbanti, L., Weber, H. I. Remarks on the passage through resonance of a vibrating system with two degrees of freedom, excited by a non- ideal energy source. Journal of Sound and Vibration, v.239, (5), pp.1075-1085, 2001.

[5] Kalinshchuk A.K. Elementary methods for the study of the dynamical properties of a system. Zh.Tekhn. Fiz., 9, n.8, 1939.

[6] Martyshkin V.S. Directions for the study of the dynamical characteristics of building materials. Dynamical properties of building materials. Stroiizdat, 1940.

[7] Balthazar, J. M., Mook, D. T., Weber, H. I., Reyolando, M. L. R. F., Fenili, A., Belato, D.,Felix, J. L. P. An overview on non- ideal vibrations. Meccanica, 2003

[8] Nayfeh, A. H., Mook, D. T. Nonlinear Oscillations. USA: Wiley, 1979.704 p.

[9] Dimentberg F.M. Dynamic of an unbalanced shaft interacting with a limited power supply. Nonlinear Dynamics, v.13 p.171-187,1997

[10] Rafikova, Elvira. Análise da Dinâmica Não-Linear de Um Rotor Não-Ideal, Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2006. 99p

[11] Leonov, G.A. The Passage Through Resonance of Synchronous Electric Motors Mounted on an Elastic Base, Journal of Applied Mathematics and Mechanics n.72, pp 631-637, 2008.

[12] Strogatz, Steven H. Nonlinear Dynamics and Chaos, 420p, Westview, 1994.

[13] Kononenko, V. O. Vibrating System of Limited Power Supply. ILife, 1969, 236 p.

[14] Rao, S. R. Vibrações Mecânicas, 424p, Pearson Prentice Hall, 2008.

[15] Ganda, W. L. Análise do Bombeio Centrífugo Submerso. Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização, Universidade Petrobras-RJ. 2009.

[16] Brol, Kellen A. Modelagem de Estruturas de Suporte, Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2011, 119p.

[17] Krause, P. C et al. Analysis of Electric Machinery and Drive Systems – Second Edition, IEEE Press, 2002, 630p.

[18] Zukovic, M. e Cveticanin, L. Chaos in Non Ideal Mechanical System with Clearence, Journal of Vibration and Control. 2009 15:1229.

[19] Krasnoploskaya, T. S. Shvets, A. Y. Chaos in Vibrating Systems with a Limited Power-Supply, American Institute of Physics.1993.

[20] Samantaray, A. K., Dasupta, S. S e Bhattacharyya, R. Sommerfeld effect in rotational symmetric planar dynamical systems, International Journal of Engineering Science. 2010, pp 21-36.

[21] Cveticanin, L. Dynamics of the non-ideal mechanical systems: A review. Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics. Vol.4. No.2, 2010, pp 75-86.

[22] Belato, D., Weber, H. I., Balthazar, J. M., Mook, D. T. Chaotic vibrations of a nonideal electro-mechanical system. International Journal of Solids and Structures. No.38, 2001, pp 1699-1706.

[23] Dorf, R. C., Bishop, R. H. Sistemas de Controle Moderno. 11ª Edição, LTC. 2009, 712p.

Anexo I

Código para *S-Function* que simula o modelo do sistema no espaço de estados

```
function [y,x0]=mitx(~,x,u,flag)

% Entradas

% u(1) = vqs
% u(2) = vds
% u(3) = v0s
% u(4) = TL


% Parametros do motor

Rs = .19;
Rr = .07;
Xlr= .38;
Xls= .75;
Xm = 20;
Xrr = Xlr+Xm;
Xss = Xls+Xm;
P = 4;

% Parametros mecânicos

gd = 10e-4;
cx = 10;
ct = 0.001;
J = 1e-3;
r = 0.005;
M = 5;
m = gd/r;
w0 = 140; %raiz(k/m+M)Velocidade de Ressonância
qsix = cx/(M+m);
mi = (m*r)/(M+m);
qsit = ct/(J+m*r^2);
E = (m*r)/(J+m*r^2);
alfa = 1/(J+m*r^2);
g = 10;
kappa=0;

w = 0;            % Referencial Estacionário
wb= 377;          %Frequência eletrica angular base usada para calcular as
reatâncias
D = Xss*Xrr - Xm^2;
```

```
ifflag==1        % Equaçoes de estados
  y(1)= wb*(u(1) - Rs*(Xrr/D)*x(1) - (w/wb)*x(2) + Rs*(Xm/D)*x(4));
%  1 - psiqs
  y(2)= wb*(u(2) - Rs*(Xrr/D)*x(2) + (w/wb)*x(1) + Rs*(Xm/D)*x(5));
%  2 - psids
  y(3)= wb*(u(3) - (Rs/Xls)*x(3));
%  3 - psi0s
  y(4)= wb*(- Rr*(Xss/D)*x(4) - ((w-(x(10)*(P/2)))/wb)*x(5) +
Rr*(Xm/D)*x(1));    %  4 - psiqr
  y(5)= wb*(- Rr*(Xss/D)*x(5) + ((w-(x(10)*(P/2)))/wb)*x(4) +
Rr*(Xm/D)*x(2));    %  5 - psidr
  y(6)= wb*(- (Rr/Xlr)*x(6));
%  6 - psi0r
  Te = (3/2)*(P/2)*(Xm/(D*wb))*(x(1)*x(5) - x(4)*x(2)); %Te
  y(7)= x(8);  %x(8)= velocidade x % x(7) = vibração x
  y(8) = (-1/(1-
mi*E*(sin(x(9)))^2))*(qsix*x(8)+(w0^2)*x(7)+mi*sin(x(9))*qsit*x(10)+mi*E*(g
/2)*sin(2*x(9))-mi*sin(x(9))*alfa*Te+mi*sin(x(9))*alfa*u(4)-
mi*cos(x(9))*(x(10)^2));
  y(9) = x(10); % x(10) = velocidade teta% x(9) posição teta
  y(10) = (-1/(1-
mi*E*(sin(x(9)))^2))*(qsit*x(10)+E*qsix*sin(x(9))*x(8)+E*(w0^2)*sin(x(9))*x
(7)-E*(mi/2)*sin(2*x(9))*(x(10)^2)+E*g*cos(x(9))-alfa*Te+alfa*u(4));


elseifflag==3    % Equaçoes de saída
  y(1)= x(10);
% Saída 1 - vel. motor
  y(2)= x(7);
% Vibração z
  y(3)=(3/2)*(P/2)*(Xm/(D*wb))*(x(1)*x(5) - x(4)*x(2));
% Te
  y(4)=(Xrr*x(1)-Xm*x(4))*(1/D);
% Saída 3 - iqs
  y(5)=(Xrr*x(2)-Xm*x(5))*(1/D);
% Saída 4 - iqs


elseifflag==0   % parâmetros do sistema
            y=[10,0,5,4,0,0];          % Sistema com 10 estados, 5 saídas e
4 entradas

x0=[0.001,0.001,0.001,0.001,0.001,0.001,0,0,(-pi/2),0];  % x0=condições
iniciais dos estados
else
    y=[];
end
```