

Vinícius Secchin de Melo

**Análise, projeto e implementação de um inversor trifásico baseado no conversor CC-CC *Buck-Boost***

Vitória-ES

2020



Vinícius Secchin de Melo

**Análise, projeto e implementação de um inversor trifásico baseado  
no conversor CC-CC *Buck-Boost***

Tese submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica

Universidade do Espírito Santo - UFES  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Walbermark Marques dos Santos  
Coorientadores: Prof. Dr. Lucas Frizera Encarnação e  
Profa. Dra. Jussara Farias Fardin

Vitória-ES  
2020

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

---

M528a Melo, Vinícius Secchin, 1977-  
Análise, projeto e implementação de um inversor trifásico baseado no conversor CC-CC Buck-Boost / Vinícius Secchin Melo. - 2020.  
217 f. : il.

Orientador: Walbermark Marques Santos.  
Coorientadores: Jussara Farias Fardin, Lucas Frizera Encarnação.  
Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Eletrônica de potência. 2. Inversor trifásico. 3. Conversor Buck-Boost. 4. Modelagem. I. Santos, Walbermark Marques. II. Fardin, Jussara Farias. III. Encarnação, Lucas Frizera. IV. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. V. Título.

CDU: 621.3

---



Vinícius Secchin de Melo

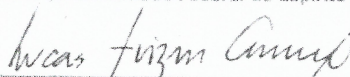
**Análise, projeto e implementação de um inversor trifásico baseado no conversor CC-CC Buck-Boost**

Tese submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica

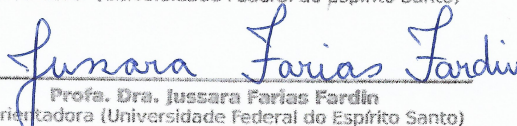
Trabalho aprovado. Vitória-ES, 27 de agosto de 2020:



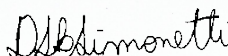
Prof. Dr. Walbermark Marques dos Santos  
Orientador (Universidade Federal do Espírito Santo)



Prof. Dr. Lucas Frizera Encarnação  
Coorientador (Universidade Federal do Espírito Santo)



Profa. Dra. Jussara Farias Fardin  
Coorientadora (Universidade Federal do Espírito Santo)




Prof. Dr. Domingos Sávio Lyrio Simonetti  
Examinador (Universidade Federal do Espírito Santo)




Prof. Dr. Cassiano Rech  
Examinador (Universidade Federal de Santa Maria)



Prof. Dr. Denizer Cruz Martins  
Examinador (Universidade Federal de Santa Catarina)



Prof. Dr. Gilberto Costa Drumond Sousa  
Examinador (Universidade de Vila Velha)



Prof. Dr. José Luiz de Freitas Vieira  
Examinador (Aposentado - Universidade Federal do Espírito Santo)

Vitória-ES

2020

*Dedico este trabalho  
à minha amada esposa Luize  
e aos meus queridos filhos,  
Davi, Laura e Lorenzo.*



---

# AGRADECIMENTOS

Agradeço acima de tudo a Deus, por ter me abençoado e colocado pessoas em minha jornada que foram importantíssimas para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

Agradeço aos meus familiares que sempre me apoiaram durante a jornada.

Agradeço aos meus orientadores. À professora Jussara que acreditou em mim, e proporcionou o sucesso deste trabalho. Aos professores Lucas e Walbermark que sempre estiveram dispostos e se empenharam em ajudar no planejamento, análise e discussão do tema abordado.

Agradeço aos professores Domingos Sávio Lyrio Simonetti, Denizar Cruz Martins, Gilberto Costa Drumond Sousa, José Luiz de Freitas Vieira e Cassiano Rech que aceitaram participar da banca de minha defesa.

Agradeço à Coordenadoria do Curso Técnico em Automação Industrial do IFES - *Campus Serra*, que autorizou a licença para realizar esta pesquisa de doutorado em regime integral.

Agradeço ao senhor Cristiano Pless, que nos doou em nome da Hércules Motores um motor de indução trifásico nas especificações particulares à pesquisa de doutorado. Ao senhor Roman Troesch, gerente de marketing e vendas da Plexim, que cedeu a UFES uma licença de servidor para até 50 usuários por um ano de forma gratuita o simulador de circuitos eletrônicos PLECS<sup>®</sup> que foi fundamental para as análises do inversor investigado na pesquisa de doutorado, e também à Brenda Barbosa e ao Magno Fernandes da STMicroelectronics, que nos cederam gentilmente os módulos IGBTs para a construção do protótipo.

Agradeço também aos colegas do LEPAC que sempre me deram força e apoio nos momentos em que precisei, e a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste trabalho.



*"Não fui eu que lhe ordenei?  
Seja forte e corajoso!  
Não se apavore, nem se desanime,  
pois o Senhor, o seu Deus, estará  
com você por onde você andar."  
Josué 1:9*



# Resumo

No cenário energético atual torna-se cada vez mais importante a utilização de fontes auxiliares de energia que contribuam para o sistema elétrico. A pesquisa e o aperfeiçoamento de novos inversores de potência são essenciais para garantir a viabilidade da utilização de fontes renováveis de energia em sistemas de geração distribuída, bem como no emprego destas em locais remotos como sistemas isolados. Neste ensaio, a eletrônica de potência é fundamental, pois normalmente no caso de sistemas fotovoltaicos e isolados, as fontes de energia elétrica fornecem tensões contínuas de valores baixos, que necessitam elevação para assim poderem ser convertidas em tensão alternada para conexão à rede elétrica ou acionar uma carga isolada com baixas distorções harmônicas. Muitas destas aplicações utilizam dois conversores, um CC-CC elevador e outro CC-CA, ou seja o inversor propriamente dito. A topologia estudada neste trabalho tem como objetivo fazer o interfaceamento entre fonte e carga com apenas um único estágio, onde são realizadas as operações de elevação e a inversão da tensão contínua em alternada nas amplitudes e frequências desejadas. O inversor utiliza três células do tipo *Buck-Boost*, com referenciais senoidais defasados de  $120^\circ$  um do outro. As tensões trifásicas são obtidas tomando-se as saídas dos três conversores em forma diferencial. Todo o modelamento do inversor é realizado utilizando-se o Modelo Médio Quase Instantâneo em Espaço de Estados, e por meio deste analisado o comportamento dinâmico do inversor operando em diferentes cenários através de simulações computacionais numéricas, e através de *software* dedicado à simulação de circuitos em eletrônica de potência. Um modelo monofásico é apresentado e comparado seu comportamento dinâmico com o modelo trifásico com carga resistiva operando com tensão constante e variável na saída, bem como com variações de carga. Utilizando-se o modelo monofásico, é apresentada uma metodologia para o cálculo dos indutores e capacitores do inversor com base na resposta em frequência. São analisadas as influências da componente de tensão contínua presente nos capacitores do inversor considerando esta constante e proporcional à amplitude da componente senoidal nos capacitores. Para aplicações onde é desejável que amplitude da tensão de saída seja variável, foi concluído que utilizando o valor da componente da tensão contínua nos capacitores proporcional, obtêm-se redução do *stress* de tensão nas chaves e dos valores médio e eficazes de correntes nas chaves e nos indutores. Para validação de toda análise teórica e das simulações eletrônicas, um protótipo com seis IGBTs chaveados na frequência de 20 kHz, com tensão de entrada de 48 V foi implementado. Resultados experimentais foram obtidos utilizando-se cargas em estrela com potência de 200 W do tipo R, RL e RC, alimentadas com 50 V de tensão de linha e frequência de 60 Hz.

**Palavras-chaves:** Inversor Buck-Boost, modelamento, painéis fotovoltaicos, sistemas isolados, veículos elétricos, *Python*, PLECS<sup>®</sup>.



# Abstract

*In the current energy scenario, it is becoming increasingly important to use auxiliary energy sources that contribute to the electrical system. Research and improvement of new power inverters are essential to guarantee the feasibility of using renewable energy sources in distributed generation systems, or in remote locations as isolated systems. In this occasion, the power electronics is fundamental, because normally in the case of photovoltaic and isolated systems. These energy sources provide low voltage values, which require a boost stage in order to be converted into alternating voltage for connection to the grid or to drive an isolated load with low harmonic distortions. Many of these applications use two converters, a boost DC-DC converter, and an inverter. The topology studied in this work aims to make the interface between the source and load with a single stage. In other words, the boost and inversion operations are performed at the same time. The inverter uses three Buck-Boost cells, with sinusoidal references shifted by  $120^\circ$  from each other. Three-phase voltages are obtained by taking the differential voltages across the outputs of the converters. The inverter is modeled using state-space average-value modeling. It is analyzed the dynamic behavior of the inverter operating in different scenarios through numerical computer simulations, and circuit simulation software in power electronics. A single-phase model is presented and its dynamic behavior is compared with the three-phase model with resistive load operating with constant and variable output voltage, as well as with load variations. A methodology is presented for calculating the inverter inductors and capacitors based on frequency response using the single-phase model. Influences of the DC voltage level present in the capacitor voltages are analyzed considering the constant DC level and DC level proportional to the amplitude of the sinusoidal component in the capacitors. For applications where it is desirable variable output voltages, it was concluded that using proportional DC voltage level, reduction of voltage stress on switches is obtained and the current average and RMS values in the switches and inductors. For validation of all theoretical analysis and electronic simulations, a prototype with six IGBTs switched at a frequency of 20 kHz, with an input voltage of 48 V was implemented. Experimental results were obtained using star loads with a power of 200 W of type R, RL and RC, fed with 50 V of line voltage and 60 Hz frequency.*

**Key-words:** Buck-Boost inverter, modeling, PV panels, isolated systems, electric vehicles, Python, PLECS<sup>®</sup>.



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>35</b>
<b>1.1</b>	<b>Tipos de conexão de conversores à carga</b>	<b>35</b>
1.1.1	Com isolamento galvânica	35
1.1.2	Sem isolamento galvânica	36
<b>1.2</b>	<b>A proposta</b>	<b>41</b>
<b>2</b>	<b>INVERSOR <i>BUCK-BOOST</i> DE ÚNICO ESTÁGIO</b>	<b>43</b>
<b>2.1</b>	<b>Modelamento por Equação de Espaço Estados - sem perdas e carga RL</b>	<b>47</b>
2.1.1	Etapas de operação	47
2.1.2	Equação em espaço de estados do inversor <i>Buck-Boost</i> com carga RL	48
<b>2.2</b>	<b>Modelamento por Equação de Espaço de Estados - sem perdas e carga R</b>	<b>58</b>
<b>3</b>	<b>MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE</b>	<b>61</b>
<b>3.1</b>	<b>Modelo monofásico em Equação de Espaço de Estados com perdas</b>	<b>64</b>
3.1.1	Etapas de operação durante o semiciclo positivo da tensão de saída	64
3.1.2	Etapas de operação durante o semiciclo negativo da tensão de saída	69
3.1.3	Modelo monofásico sem perdas nas chaves	73
3.1.4	Modelo trifásico simplificado	73
<b>3.2</b>	<b>Plantas do inversor por fase</b>	<b>74</b>
3.2.1	Plantas da tensão no capacitor e corrente no indutor em função da razão cíclica	74
3.2.2	Plantas da tensão no capacitor e corrente no indutor em função da tensão de entrada	77
3.2.3	Planta da tensão no capacitor em função da corrente no indutor	77
<b>3.3</b>	<b>Cálculo da razão cíclica do inversor - modelo monofásico com perdas</b>	<b>78</b>
<b>3.4</b>	<b>Influências do nível de <i>offset</i> de tensão nos capacitores do inversor</b>	<b>80</b>
3.4.1	Razão cíclica	83
3.4.2	Tensão de comutação nas chaves	84
3.4.3	Valores médio e eficaz da corrente no indutor	85
3.4.4	Conclusões	88
<b>3.5</b>	<b>Cálculo do ganho do inversor - modelo monofásico com perdas</b>	<b>88</b>
<b>3.6</b>	<b>Cálculo dos indutores e capacitores do inversor</b>	<b>94</b>
3.6.1	Indutores	95
3.6.2	Capacitores	97
<b>3.7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>100</b>
<b>4</b>	<b>SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS COM CARGAS RESISTIVA E RL</b>	<b>101</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo matemático para simulação</b>	<b>102</b>
<b>4.2</b>	<b>Simulação do modelo sem perdas nas chaves e indutores com carga R</b>	<b>104</b>

4.2.1	Metodologia para o cálculo das indutâncias e capacitâncias do inversor em função da resposta em frequência . . . . .	109
4.2.2	Validação do modelo por fase simplificado sem perdas . . . . .	122
4.2.2.1	Comparação das formas de onda das variáveis de estados e das correntes de linha para os modelos monofásico e trifásico . . . . .	126
4.2.3	Simulação sem perdas e carga R utilizando PLECS® . . . . .	130
<b>4.3</b>	<b>Simulação do modelo com perdas nas chaves e indutores com carga RL . . . . .</b>	<b>135</b>
4.3.1	Função razão cíclica . . . . .	140
4.3.2	Tensão nos capacitores e corrente nos indutores do conversor . . . . .	140
4.3.3	Tensão e corrente de fase na carga . . . . .	141
4.3.4	Tensão e corrente nas chaves do inversor . . . . .	143
4.3.5	Determinação das perdas nas chaves e indutores do conversor . . . . .	149
4.3.5.1	Eficiência . . . . .	152
	<b>5 PROTÓTIPO IMPLEMENTADO . . . . .</b>	<b>155</b>
	<b>6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS . . . . .</b>	<b>161</b>
<b>6.1</b>	<b>Carga RL tipo 1 . . . . .</b>	<b>161</b>
6.1.1	Tensões e correntes na carga . . . . .	162
6.1.2	Formas de onda nos capacitores e indutores do inversor . . . . .	164
6.1.3	Tensões e correntes nas chaves . . . . .	166
6.1.4	Eficiência . . . . .	169
<b>6.2</b>	<b>Resultados experimentais com outros tipos de cargas . . . . .</b>	<b>169</b>
6.2.1	Carga R . . . . .	170
6.2.2	Carga RL tipo 2 . . . . .	173
6.2.3	Carga RC . . . . .	176
<b>6.3</b>	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>179</b>
	<b>7 CONSIDERAÇÕES E CONCLUSÕES FINAIS . . . . .</b>	<b>181</b>
<b>7.1</b>	<b>Trabalhos futuros . . . . .</b>	<b>183</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>185</b>
	<b>APÊNDICES . . . . .</b>	<b>191</b>
	<b>A1 DETERMINAÇÃO DAS PERDAS . . . . .</b>	<b>193</b>
<b>A1.1</b>	<b>Perdas por condução nas chaves . . . . .</b>	<b>193</b>
<b>A1.2</b>	<b>Perdas por chaveamento . . . . .</b>	<b>194</b>
A1.2.1	Perdas nos IGBTs . . . . .	194
A1.2.2	Perdas nos Diodos . . . . .	195
	<b>A2 MODELAMENTO DO CONVERSOR BUCK-BOOST IDEAL . . . . .</b>	<b>197</b>
<b>A2.1</b>	<b>Ganho do Conversor . . . . .</b>	<b>203</b>
<b>A2.2</b>	<b>Razão Cíclica . . . . .</b>	<b>203</b>
	<b>A3 PROJETO DOS INDUTORES . . . . .</b>	<b>205</b>
<b>A3.1</b>	<b>Projeto físico . . . . .</b>	<b>205</b>
<b>A3.2</b>	<b>Determinação das perdas no indutor . . . . .</b>	<b>208</b>

**A4 VALORES MÉDIO E EFICAZ DA CORRENTE NOS INDUTORES . . . . 211**



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Topologias típicas de conexão à rede com isolamento galvânica. . . . .	36
Figura 2 – Conexão sem transformador a uma carga isolada ou rede elétrica, utilizando apenas o inversor. . . . .	36
Figura 3 – Conversor CC-CA não isolado com estágio elevador de tensão. . . . .	37
Figura 4 – Conversor CC-CA típico para aplicações em tração elétrica veicular. . . . .	38
Figura 5 – Inversor <i>Boost</i> monofásico. . . . .	38
Figura 6 – Inversor <i>Buck-Boost</i> monofásico. . . . .	39
Figura 7 – Inversores elevadores trifásicos baseados em topologias CC-CC básicas. . .	40
Figura 8 – Diagrama elétrico do inversor <i>Buck-Boost</i> trifásico proposto em [45]. . . . .	41
Figura 9 – Diagrama elétrico do inversor <i>Buck-Boost</i> trifásico proposto. . . . .	42
Figura 10 – Diagrama esquemático do conversor <i>Buck-Boost</i> . . . . .	43
Figura 11 – Tensão de saída do conversor CC-CC <i>Buck-Boost</i> para um referencial variável. .	43
Figura 12 – Interligação entre duas células <i>Buck-Boost</i> com saída diferencial. . . . .	44
Figura 13 – Interligação entre três células <i>Buck-Boost</i> com saídas diferenciais. . . . .	45
Figura 14 – Diagrama esquemático do inversor <i>Buck-Boost</i> . . . . .	46
Figura 15 – Razão cíclica para um dos braços do inversor <i>Buck-Boost</i> para se produzir uma tensão senoidal em sua saída. . . . .	46
Figura 16 – Diagrama esquemático do inversor <i>Buck-Boost</i> . . . . .	47
Figura 17 – Diagrama esquemático de um braço do inversor <i>Buck-Boost</i> . . . . .	47
Figura 18 – Regiões de operação do braço 1 do inversor com suas respectivas etapas. .	48
Figura 19 – Regiões de operação do braço 2 do inversor com suas respectivas etapas. .	48
Figura 20 – Regiões de operação do braço 3 do inversor com suas respectivas etapas. .	48
Figura 21 – Diagrama esquemático de um braço do inversor <i>Buck-Boost</i> . . . . .	49
Figura 22 – Diagrama esquemático do braço 1 do inversor <i>Buck-Boost</i> na primeira etapa de operação no intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída. . . . .	49
Figura 23 – Diagrama esquemático do braço 1 do inversor <i>Buck-Boost</i> na segunda etapa de operação no intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída. . .	52
Figura 24 – Diagrama esquemático do braço 1 do inversor <i>Buck-Boost</i> na primeira etapa de operação no intervalo do semiciclo negativo da tensão de saída. . . . .	54
Figura 25 – Diagrama esquemático do braço 1 do inversor <i>Buck-Boost</i> na segunda etapa de operação no intervalo do semiciclo negativo da tensão de saída. .	55
Figura 26 – Circuito de carga visto pelo braço 1 do inversor <i>Buck-Boost</i> . . . . .	58
Figura 27 – Diagrama esquemático do inversor <i>Buck-Boost</i> com carga em estrela. . . . .	61
Figura 28 – Circuito equivalente para obtenção do modelo monofásico. . . . .	63
Figura 29 – Circuito equivalente monofásico. . . . .	64
Figura 30 – Diagrama esquemático do modelo simplificado na primeira etapa de operação no intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída. . . . .	64
Figura 31 – Diagrama esquemático do modelo simplificado na segunda etapa de operação no intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída. . . . .	66
Figura 32 – Diagrama esquemático do modelo simplificado na primeira etapa de operação no intervalo do semiciclo negativo da tensão de saída. . . . .	69
Figura 33 – Diagrama esquemático do modelo simplificado na segunda etapa de operação no intervalo do semiciclo negativo da tensão de saída. . . . .	70

Figura 34 – Esboço da tensão de saída com $V_{DC}$ fixo e variável. . . . .	83
Figura 35 – Tensão de saída com nível de <i>offset</i> fixo e variável. . . . .	83
Figura 36 – Razão Cíclica para $V_{DC}$ constante e variável (caso ideal) com $V_g = 1,17 pu$ . . . . .	84
Figura 37 – Diagrama esquemático das etapas de operação do modelo simplificado. . . . .	84
Figura 38 – Comparação entre as tensões de bloqueio nas chaves com nível de <i>offset</i> constante e variável com $V_g = 1,17 pu$ . . . . .	85
Figura 39 – Comparação entre os valores médios máximos das correntes nos indutores com nível de <i>offset</i> constante e variável. . . . .	86
Figura 40 – Comparação entre os valores eficazes máximos das correntes nos indutores com nível de <i>offset</i> constante e variável. . . . .	88
Figura 41 – Ganho em função da razão cíclica (caso ideal). . . . .	89
Figura 42 – Ganho em função da razão cíclica para valores discretos de $\frac{V_{CE}}{V_g}$ . . . . .	91
Figura 43 – Ganho em função da razão cíclica para valores discretos de $\frac{V_D}{V_g}$ . . . . .	92
Figura 44 – Ganho em função da razão cíclica para valores discretos de $\frac{r_L}{R_Y}$ e $\frac{r_D}{R_Y}$ . . . . .	93
Figura 45 – Ganho em função da razão cíclica para valores discretos de $\frac{r_L}{R_Y}$ e $\frac{r_D}{R_Y}$ . . . . .	93
Figura 46 – Diagrama esquemático equivalente da primeira etapa de operação do circuito equivalente monofásico sem perdas. . . . .	94
Figura 47 – Diagrama esquemático equivalente da segunda etapa de operação do circuito equivalente monofásico sem perdas. . . . .	95
Figura 48 – Formas de onda da tensão e corrente nos indutores do conversor. . . . .	96
Figura 49 – Máximos valores de $\Delta i_{Lpar}$ em função de $\frac{V_{max}}{V_g}$ variando de 0 a 2. . . . .	97
Figura 50 – Formas de onda da tensão e corrente nos capacitores do conversor. . . . .	98
Figura 51 – Máximo valor de $\Delta v_{Cpar}$ para valores de $\frac{V_{max}}{V_g}$ variando de 0 a 2. . . . .	100
Figura 52 – Exemplo de um diagrama esquemático no PLECS®. . . . .	102
Figura 53 – Máximo valor para $\Delta i_{Lpar}$ . . . . .	103
Figura 54 – Máximo valor para $\Delta v_{Cpar}$ . . . . .	104
Figura 55 – Gráficos das razões cíclicas utilizadas nas simulações computacionais. . . . .	105
Figura 56 – Tensões e correntes de linha para $L_{1,2,3} = 769,27 \mu H$ e $C_{1,2,3} = 326,05 \mu F$ . . . . .	105
Figura 57 – Tensão de linha do conversor e sua referência. . . . .	106
Figura 58 – Tensão no capacitor $C_1$ e sua referência. . . . .	106
Figura 59 – Diagrama de Bode para razão cíclica máxima. . . . .	108
Figura 60 – Diagrama de Bode para razão cíclica mínima. . . . .	108
Figura 61 – Diagrama de Bode para o módulo da função $f_1$ . . . . .	115
Figura 62 – Diagrama de Bode para o módulo da função $f_2$ . . . . .	116
Figura 63 – Diagrama de Bode para fase da função de transferência $Tf_3$ . . . . .	118
Figura 64 – Detalhe do valor da fase para a $f = 60$ Hz da função de transferência $Tf_3$ . . . . .	118
Figura 65 – Tensão $v_{C1}$ no modelo monofásico com carga resistiva para os valores de indutância e capacitância propostos. . . . .	120
Figura 66 – Tensões $v_{C2}$ e $v_{C3}$ no modelo monofásico com carga resistiva para os valores de indutância e capacitância propostos. . . . .	121
Figura 67 – Tensões $v_{C1}$ , $v_{C2}$ e $v_{C3}$ para o modelo trifásico com carga resistiva. . . . .	122
Figura 68 – Diagrama de Bode para o modelo monofásico com carga resistiva e $D_{1max} = 0,648$ . . . . .	123
Figura 69 – Diagrama de Bode para o modelo trifásico com carga resistiva e $D_1 = 0,648$ . . . . .	124
Figura 70 – Diagrama de Bode para o modelos monofásico e trifásico com carga resistiva e $D_{1max} = 0,648$ , sobrepostos. . . . .	124

Figura 71 – Diagrama de Bode para o modelo monofásico com carga resistiva e $D_1 = 0,078$ .	125
Figura 72 – Diagrama de Bode para o modelo trifásico com carga resistiva e $D_{1min} = 0,078$ .	125
Figura 73 – Diagrama de Bode para o modelos monofásico e trifásico com carga resistiva e $D_{1min} = 0,078$ sobrepostos.	126
Figura 74 – Correntes de linha sobrepostas dos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.	126
Figura 75 – Formas de onda das variáveis de estado sobrepostas dos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.	127
Figura 76 – Variação das tensões e frequências de referências das tensões nos capacitores para os modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.	127
Figura 77 – Razões cíclicas com referenciais de tensão variáveis aplicadas aos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.	128
Figura 78 – Forma de onda das variáveis de estado com referenciais de tensão variáveis dos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.	128
Figura 79 – Correntes de linha com referenciais variáveis dos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.	128
Figura 80 – Variação da carga para os modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.	129
Figura 81 – Forma de onda das variáveis de estado com variação de carga nos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.	129
Figura 82 – Correntes de linha com variação de carga nos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.	129
Figura 83 – Diagrama esquemático do modelo trifásico com carga resistiva simulado no PLECS <sup>®</sup> .	130
Figura 84 – Diagrama esquemático do módulo <i>PWM Generator</i> do modelo trifásico sem perdas com carga resistiva simulado no PLECS <sup>®</sup> .	131
Figura 85 – Razões cíclicas geradas pelo módulo <i>PWM Generator</i> do modelo trifásico sem perdas com carga resistiva simulado no PLECS <sup>®</sup> .	131
Figura 86 – Tensões e correntes de linha do modelo trifásico sem perdas com carga resistiva simulado no PLECS <sup>®</sup> .	132
Figura 87 – Correntes nos indutores e tensões nos capacitores do modelo trifásico simulado no PLECS <sup>®</sup> .	133
Figura 88 – Detalhe das correntes nos indutores e tensões nos capacitores do modelo trifásico simulado no PLECS <sup>®</sup> .	134
Figura 89 – Modelos do Indutor, IGBT e Diodo utilizados no circuito do conversor com perdas e carga R no PLECS <sup>®</sup> .	135
Figura 90 – Blocos do conversor simulado no PLECS <sup>®</sup> .	136
Figura 91 – Diagrama interno do bloco <i>PWM Generator</i> do modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS <sup>®</sup> .	137
Figura 92 – Diagrama interno do bloco de cálculo da razão cíclica $D_1$ do modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS <sup>®</sup> .	138
Figura 93 – Diagrama interno do bloco inversor	139
Figura 94 – Diagrama interno do bloco Carga RL	139
Figura 95 – Função razão cíclica	140

Figura 96 – Correntes nos indutores e tensões nos capacitores do conversor do modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS®. . . . .	140
Figura 97 – Correntes e tensões de fase na carga - Modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS®. . . . .	141
Figura 98 – Serie de Fourier para as tensões de fase - Modelo com perdas e carga RL simulado no PLECS® . . . . .	142
Figura 99 – Serie de Fourier extendida para a frequência de chaveamento para as tensões de linha na saída do conversor com perdas e carga R simulado no PLECS® . . . . .	142
Figura 100–Tensão e corrente no IGBT chave $T_1$ e Diodo chave $T_2$ . . . . .	143
Figura 101–Tensão e corrente no IGBT chave $T_3$ e Diodo chave $T_4$ . . . . .	144
Figura 102–Tensão e corrente no IGBT chave $T_5$ e Diodo chave $T_6$ . . . . .	145
Figura 103–Tensão e corrente no IGBT chave $T_2$ e Diodo chave $T_1$ . . . . .	146
Figura 104–Tensão e corrente no IGBT chave $T_4$ e Diodo chave $T_3$ . . . . .	147
Figura 105–Tensão e corrente no IGBT chave $T_6$ e Diodo chave $T_5$ . . . . .	148
Figura 106–Diagrama interno do bloco "Calcula Perdas" . . . . .	150
Figura 107–Funções utilizadas no PLECS para determinação das perdas nos IGBTs . . . . .	151
Figura 108–Funções utilizadas no PLECS para determinação das perdas nos diodos . . . . .	151
Figura 109–Diagrama em blocos do protótipo. . . . .	155
Figura 110–Placa de desenvolvimento TIVA-C. . . . .	156
Figura 111–Fluxograma da rotinal principal. . . . .	157
Figura 112–Diagrama esquemático do circuito de gate-driver. . . . .	158
Figura 113–Foto da placa de circuito impresso do <i>gate-driver</i> de um braço do inversor. . . . .	158
Figura 114–Fotografia da placa de circuito impresso de um dos braços que compõe o inversor. . . . .	159
Figura 115–Foto da carga utilizada no protótipo. . . . .	159
Figura 116–Foto do protótipo. . . . .	160
Figura 117–Tensões de fase na carga . . . . .	162
Figura 118–Tensão e corrente na fase 1 da carga . . . . .	163
Figura 119–Tensão e corrente na fase 2 da carga . . . . .	163
Figura 120–Tensão e corrente na fase 3 da carga . . . . .	164
Figura 121–Tensão nos capacitores do inversor . . . . .	165
Figura 122–Corrente nos indutores do inversor . . . . .	165
Figura 123–Detalhe da tensão e corrente nos indutores do inversor . . . . .	166
Figura 124–Tensões no circuito base-emissor dos IGBTs do inversor . . . . .	167
Figura 125–Tensões e correntes nas chaves que compõe o inversor . . . . .	168
Figura 126–Correntes nos indutores: Carga R. . . . .	170
Figura 127–Tensão nos capacitores: Carga R. . . . .	171
Figura 128–Tensões de fase na carga: Carga R. . . . .	171
Figura 129–Forma de onda das correntes nos indutores: Carga R. . . . .	172
Figura 130–Forma de onda das tensões de fase na carga e nos capacitores: Carga R. . . . .	172
Figura 131–Correntes nos indutores: Carga RL. . . . .	173
Figura 132–Tensão nos capacitores: Carga RL. . . . .	174
Figura 133–Tensões de fase na carga: Carga RL. . . . .	174
Figura 134–Forma de onda das correntes nos indutores: caso RL. . . . .	175
Figura 135–Forma de onda das tensões de fase na carga e nos capacitores: caso RL. . . . .	175
Figura 136–Correntes nos indutores: Carga RC. . . . .	176

Figura 137–Tensão nos capacitores: Carga RC. . . . .	177
Figura 138–Tensões de fase na carga: Carga RC. . . . .	177
Figura 139–Forma de onda das correntes nos indutores: Carga RC. . . . .	178
Figura 140–Forma de onda das tensões de fase na carga e nos capacitores: Carga RC. .	178
Figura 141–Modelo do componente. . . . .	193
Figura 142–Formas de onda da tensão e corrente no IGBT durante a entrada em condu- ção e corte. . . . .	195
Figura 143–Formas de onda da corrente no diodo durante a entrada em corte. . . . .	196
Figura 144–Diagrama esquemático do conversor Buck-Boost. . . . .	197
Figura 145–Diagrama esquemático do conversor Buck-Boost na primeira etapa de operação. . . . .	198
Figura 146–Diagrama esquemático do conversor Buck-Boost na segunda etapa de operação. . . . .	199
Figura 147–Núcleo de ferrite do tipo E-E. . . . .	205
Figura 148–Especificações do núcleo utilizado. . . . .	206
Figura 149–Especificações das perdas do núcleo utilizado. . . . .	209
Figura 150–Formas de onda da tensão e corrente nos indutores do conversor. . . . .	211



# Lista de tabelas

Tabela 1 – Valores médios, eficazes e THD das correntes e tensões de fase na carga - Modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS®. . . . .	141
Tabela 2 – Valores médios e eficazes das correntes em cada elemento das chaves . . .	149
Tabela 3 – Perdas no indutor e chaves do braço 1 do inversor . . . . .	152
Tabela 4 – Principais características do microcontrolador TM4C123GH6PM . . . . .	156
Tabela 5 – Principais parâmetros do inversor: situação 1 . . . . .	161
Tabela 6 – Principais valores obtidos no experimento para as tensões de fase . . . . .	162
Tabela 7 – Principais valores obtidos no experimento para as tensão e corrente de cada fase. . . . .	164
Tabela 8 – Principais valores obtidos no experimento para as tensões de fase . . . . .	165
Tabela 9 – Valores de corrente nos indutores . . . . .	166
Tabela 10 – Tensões e correntes de fase na carga e de entrada do inversor . . . . .	169
Tabela 11 – Eficiência obtida nas simulações e nos resultados experimentais . . . . .	169
Tabela 12 – Principais parâmetros do inversor: situação 2 . . . . .	170
Tabela 13 – Valores eficazes, médios e de pico-a-pico simulados para as tensões na carga, nos capacitores e das correntes nos indutores: Carga R. . . . .	171
Tabela 14 – Comparações entre os resultados de simulação do modelo monofásico e os resultados experimentais do modelo trifásico: Carga R. . . . .	173
Tabela 15 – Valores eficazes, médios e de pico-a-pico simulados para as tensões na carga, nos capacitores e das correntes nos indutores e na carga: carga RL. . . . .	174
Tabela 16 – Comparações entre os resultados de simulação do modelo monofásico e os resultados experimentais do modelo trifásico: carga RL. . . . .	176
Tabela 17 – Valores eficazes, médios e de pico-a-pico simulados para as tensões na carga, nos capacitores e das correntes nos indutores e na carga: Carga RC. . . . .	177
Tabela 18 – Comparações entre os resultados de simulação do modelo monofásico e resultados experimentais do modelo trifásico: Carga RC. . . . .	179



---

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
IGBT	Insulate Gate Bipolar Transistor
MPPT	<i>Maximmum Power Point Tracking</i>
PI	Proporcional-Integral
pu	Por unidade
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
R	Carga puramente resistiva
RC	Carga parcialmente capacitiva
RL	Carga parcialmente indutiva
$T_1 - T_6$	Chaves do inversor
VE	Veículo Elétrico



---

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_1^+$	Matriz de coeficientes do equivalente monofásico do inversor para o semiciclo positivo da tensão de saída
$A_1^-$	Matriz de coeficientes do equivalente monofásico do inversor para o semiciclo negativo da tensão de saída
$A_1$	Matriz de coeficientes do braço 1 do inversor
$A_2$	Matriz de coeficientes do braço 2 do inversor
$A_3$	Matriz de coeficientes do braço 3 do inversor
$A_{11}$	Matriz de coeficientes do braço 1 do inversor para a primeira etapa de operação
$A_{21}$	Matriz de coeficientes do braço 2 do inversor para a primeira etapa de operação
$A_{31}$	Matriz de coeficientes do braço 3 do inversor para a primeira etapa de operação
$A_{12}$	Matriz de coeficientes do braço 1 do inversor para a segunda etapa de operação
$A_{22}$	Matriz de coeficientes do braço 2 do inversor para a segunda etapa de operação
$A_{32}$	Matriz de coeficientes do braço 3 do inversor para a segunda etapa de operação
$A$	Matriz de coeficientes do inversor
$A_k^+$	Matriz de coeficientes do braço $k$ do inversor para o semiciclo positivo da tensão de saída
$A_k^-$	Matriz de coeficientes do braço $k$ do inversor para o semiciclo negativo da tensão de saída
$A_T$	Matriz transposta dos coeficientes do inversor

$B_1^+$	Matriz de entrada do equivalente monofásico do inversor para o semiciclo positivo da tensão de saída
$B_1^-$	Matriz de entrada do equivalente monofásico do inversor para o semiciclo negativo da tensão de saída
$B_1$	Matriz de entrada do braço 1 do inversor
$B_2$	Matriz de entrada do braço 2 do inversor
$B_3$	Matriz de entrada do braço 3 do inversor
$B_{11}$	Matriz de entrada do braço 1 do inversor para a primeira etapa de operação
$B_{21}$	Matriz de entrada do braço 2 do inversor para a primeira etapa de operação
$B_{31}$	Matriz de entrada do braço 3 do inversor para a primeira etapa de operação
$B_{12}$	Matriz de entrada do braço 1 do inversor para a segunda etapa de operação
$B_{22}$	Matriz de entrada do braço 2 do inversor para a segunda etapa de operação
$B_{32}$	Matriz de entrada do braço 3 do inversor para a segunda etapa de operação
$B$	Matriz de entrada do inversor
$B_k^+$	Matriz de entrada do braço $k$ do inversor para o semiciclo positivo da tensão de saída
$B_k^-$	Matriz de entrada do braço $k$ do inversor para o semiciclo negativo da tensão de saída
$B_T$	Matriz de entrada transposta do inversor
$C_1$	Capacitância do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 1 do inversor
$C_2$	Capacitância do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 2 do inversor
$C_3$	Capacitância do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 3 do inversor
$C_k$	Capacitância do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço $k$ do inversor
$D$	Razão cíclica
$D_1$	Razão cíclica do braço 1 do inversor
$D_2$	Razão cíclica do braço 2 do inversor
$D_3$	Razão cíclica do braço 3 do inversor
$D_F$	Razão cíclica para o caso de $V_{DC}$ constante
$D_{max}$	Razão cíclica máxima
$D_{min}$	Razão cíclica mínima
$D_V$	Razão cíclica para o caso de $V_{DC}$ variável
$D_{Vdc}$	Razão cíclica para se produzir o nível CC de tensão nos capacitores do inversor

$f$	Frequência de uma função cíclica
$G(j\omega)$	Ganho da função de transferência
$i_{C1}$	Corrente no capacitor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 1 do inversor
$i_{C2}$	Corrente no capacitor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 2 do inversor
$i_{C3}$	Corrente no capacitor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 3 do inversor
$i_{Ck}$	Corrente no capacitor k do inversor
$i_{L1}$	Corrente no indutor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 1 do inversor
$i_{L2}$	Corrente no indutor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 2 do inversor
$i_{L3}$	Corrente no indutor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 3 do inversor
$i_{Lk}$	Corrente no indutor k do inversor
$i_{LR1}$	Corrente no indutor da carga trifásica RL
$i_{LR2}$	Corrente no indutor da carga trifásica RL
$i_{LR3}$	Corrente no indutor da carga trifásica RL
$i_{R1}$	Corrente no resistor da carga trifásica RL
$i_{R2}$	Corrente no resistor da carga trifásica RL
$i_{R3}$	Corrente no resistor da carga trifásica RL
$j$	Número imaginário
$k$	Braço do inversor
$L_1$	Indutância do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 1 do inversor
$L_2$	Indutância do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 2 do inversor
$L_3$	Indutância do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 3 do inversor
$L_k$	Indutância do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço k do inversor
$L_{R1}$	Indutância da carga trifásica RL
$L_{R2}$	Indutância da carga trifásica RL
$L_{R3}$	Indutância da carga trifásica RL
$R_1$	Resistência da carga trifásica RL
$R_2$	Resistência da carga trifásica RL
$R_3$	Resistência da carga trifásica RL
$r_D$	Resistência direta dos diodos
$r_L$	Resistência dos enrolamentos dos indutores do inversor
$R_Y$	Resistência em estrela

$R_{\Delta}$	Resistência em triângulo
$t$	Grandeza temporal
$T$	Período de uma função cíclica
$T_f$	Função de transferência
$U$	Vetor de entrada
$v_1$	Tensão de fase da fase 1 na carga trifásica
$v_2$	Tensão de fase da fase 2 na carga trifásica
$v_3$	Tensão de fase da fase 3 na carga trifásica
$v_{12}$	Tensões de linha entre as fase 1 e 2 na carga trifásica
$v_{23}$	Tensões de linha entre as fase 2 e 3 na carga trifásica
$v_{31}$	Tensões de linha entre as fase 3 e 1 na carga trifásica
$v_{1N}$	Tensão de fase na carga 1 da carga trifásica
$v_{2N}$	Tensão de fase na carga 2 da carga trifásica
$v_{3N}$	Tensão de fase na carga 3 da carga trifásica
$v_{C1}$	Tensão no capacitor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 1 do inversor
$v_{C2}$	Tensão no capacitor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 1 do inversor
$v_{C3}$	Tensão no capacitor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço 1 do inversor
$v_{Ck}$	Tensão no capacitor k do inversor
$v_{Ckmax}$	Tensão máxima no capacitor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço k do inversor
$v_{Ckmin}$	Tensão mínima no capacitor do conversor <i>Buck-Boost</i> do braço k do inversor
$v_{CE}$	Tensão coletor-emissor dos IGBTs
$v_D$	Tensão direta dos diodos
$v_{DC}$	Componente de tensão CC nos capacitores do inversor
$V_g$	Tensão de entrada do inversor
$v_{L1}$	Tensão no indutor da carga trifásica RL
$v_{L2}$	Tensão no indutor da carga trifásica RL
$v_{L3}$	Tensão no indutor da carga trifásica RL
$v_{Lk}$	Tensão no indutor k do inversor
$V_P$	Tensão de pico da componente senoidal da tensão nos capacitores do inversor
$V_{Pmax}$	Tensão de pico máxima da componente senoidal da tensão nos capacitores do inversor

$V_{max}$	Tensão máxima da componente senoidal da tensão nos capacitores do inversor
$V_{NG}$	Tensão entre o ponto comum da carga em estrela e o referencial do inversor
$V_{R1}$	Tensão no resistor da carga trifásica RL
$V_{R2}$	Tensão no resistor da carga trifásica RL
$V_{R3}$	Tensão no resistor da carga trifásica RL
$V_{RD}$	Tensão na resistência direta dos diodos
$V_{RL}$	Tensão na resistência do indutor
$\dot{X}$	Vetor das derivadas das variáveis de estado
$X$	Vetor das variáveis de estado
$Z$	Impedância
$Z_1$	Impedância da fase 1 da carga trifásica
$Z_Y$	Impedância em estrela
$Z_\Delta$	Impedância em triângulo
$\omega$	Frequência angular
$\xi$	Fator de amortecimento
$\lambda$	Relação L sobre C



---

---

# CAPÍTULO 1

---

## INTRODUÇÃO

Com o crescimento da tecnologia para utilização de novas fontes de energias, e principalmente as renováveis, os conversores CC-CA tem desempenhado um papel importante na concretização destes projetos. Suas aplicações são as mais diversas possíveis, tais como o controle de velocidade e torque de motores elétricos em aplicações industriais e veiculares, UPS (*Uninterruptible Power Supplies*) e geração distribuída. Entretanto, em algumas aplicações um estágio elevador de tensão é necessário, podendo ser divididos em dois grupos: conexão com isolamento galvânica ou sem isolamento galvânica.

### 1.1 Tipos de conexão de conversores à carga

#### 1.1.1 Com isolamento galvânica

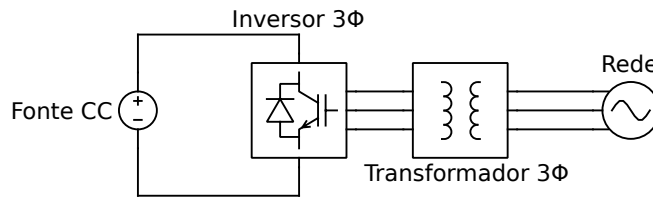
Neste tipo de conexão[1], o elemento utilizado para fazer a isolamento é um transformador, podendo operar em baixa ou alta frequência. Na conexão com transformador em baixa frequência é empregado um inversor trifásico de 3 braços [2] cuja entrada é conectada à saída da fonte CC, e sua saída conectada a um transformador elevador de tensão projetado para operar na frequência da rede elétrica, adequando os níveis de tensão da saída do inversor à rede, conforme mostrado na figura 1a. Nota-se que a tensão de saída do inversor deve estar na frequência do barramento de conexão.

Esta topologia possui a vantagem de ser simples e utilizar apenas dois componentes tradicionais (inversor e transformador trifásico), todavia, por utilizar um transformador de baixa frequência, o custo e o peso do sistema são elevados.

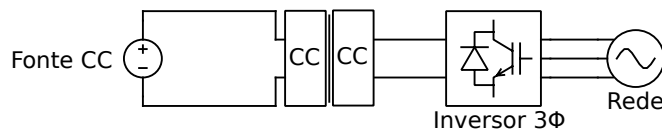
A conexão com transformador em alta frequência, utiliza um conversor CC-CC elevador isolado, operando com frequências na ordem de kHz. A saída do conversor é conectada a um inversor, que por sua vez é conectado uma carga CA ou rede elétrica conforme apresen-

tado na figura 1b. Nesta topologia, tem-se a vantagem da utilização de um transformador em alta frequência, o que diminui consideravelmente o seu tamanho e peso. Porém, observa-se a utilização de mais semicondutores devido à presença do conversor CC-CC.

Figura 1 – Topologias típicas de conexão à rede com isolamento galvânica.



(a) Utilizando transformador em baixa frequência.



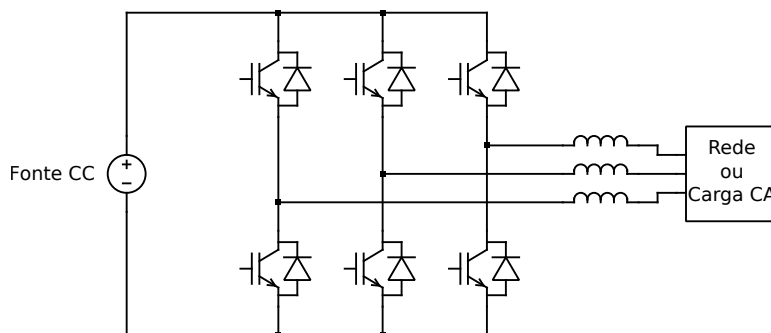
(b) Utilizando transformador em alta frequência.

Fonte: Autor.

### 1.1.2 Sem isolamento galvânica

Neste tipo de conexão, não existe mais o elemento para se prover a isolamento, ou seja, o transformador. Uma simples topologia deste tipo de conexão pode ser obtida somente com o interfaceamento da fonte CC com a carga CA ou rede utilizando um inversor de três braços, conforme mostrado na figura 2. Esta topologia tem sido muito utilizada onde não se requer um estágio elevador intermediário, ou seja, a tensão no barramento de entrada do inversor é suficiente para produzir em sua saída a tensão senoidal requerida.

Figura 2 – Conexão sem transformador a uma carga isolada ou rede elétrica, utilizando apenas o inversor.

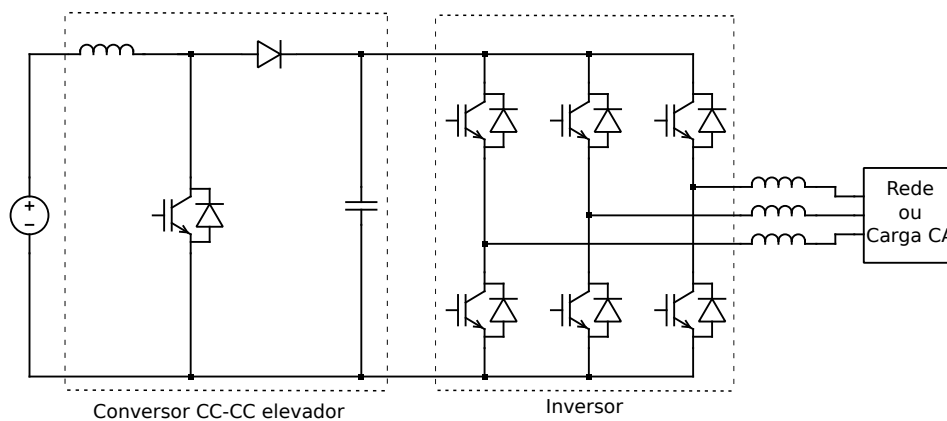


Fonte: Autor.

As aplicações mais comuns em que se necessitam um estágio elevador [3] são as

UPS, geração distribuída e veiculares [4]. A topologia utilizada nestas aplicações tem sido o Inversor como Fonte de Tensão ou VSI, do inglês *Voltage Source Inverter*. Entre suas características, está o fato de que a amplitude da tensão alternada em sua saída ser sempre menor do que a tensão de entrada CC [5], por isso a necessidade de um estágio elevador o preceder para utilização nas aplicações citadas. Na figura 3 está ilustrado o diagrama elétrico desta topologia.

Figura 3 – Conversor CC-CA não isolado com estágio elevador de tensão.



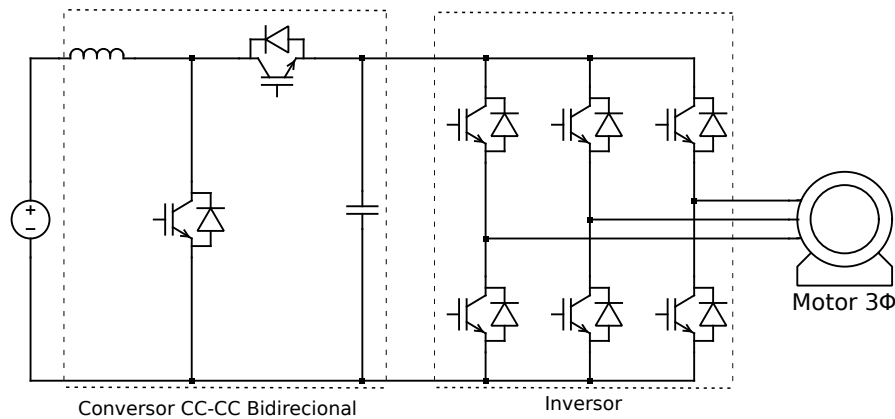
Fonte: Autor.

Na geração distribuída destacam-se os sistemas fotovoltaicos. Nestes sistemas os inversores possuem a função de conectar os painéis fotovoltaicos à rede elétrica. Uma segunda forma de utilização é como um sistema isolado, ou seja, conectado diretamente a uma carga CA, como exemplo a alimentação de motores ou equipamentos eletrônicos em locais em que a rede elétrica não está disponível.

Nas aplicações veiculares os inversores são utilizados desde a sintetização de tensões alternadas comerciais para alimentação de dispositivos eletroeletrônicos, tais como equipamentos médicos em ambulâncias ou equipamentos de uso doméstico como televisores, reprodutores de mídia, e eletrodomésticos em *motorhomes*, até motores de tração em veículos elétricos que utilizam tensão alternada em sua alimentação.

De forma semelhante aos painéis fotovoltaicos e UPS, os conversores veiculares necessitam de um estágio elevador CC-CC, mais o estágio inversor pelo fato de a tensão disponível nos veículos ser padronizada em 12 ou 24 V contínua que devem ser convertidos em valores de tensões alternadas comerciais, tipicamente 127/220V. Para a utilização em tração elétrica também faz-se necessária a utilização de um estágio elevador antes do inversor [4]. Este estágio poderia ser bidirecional, funcionando como um conversor elevador durante a tração, e abaixador durante a frenagem permitindo a recuperação de energia para recarga dos elementos armazenadores. Na figura 4 está ilustrado um diagrama elétrico típico deste conversor em tração elétrica veicular.

Figura 4 – Conversor CC-CA típico para aplicações em tração elétrica veicular.

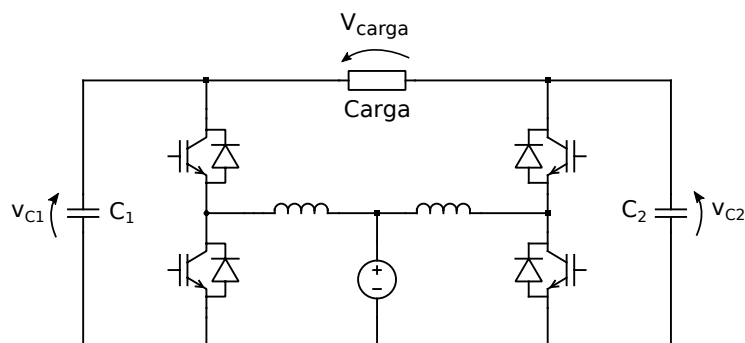


Fonte: Autor.

Algumas variações de conversores CC-CA veiculares de dois estágios são apresentadas em [6], [7] e [8], porém ainda utilizando-se um estágio elevador. Em [9] é apresentado um conversor de apenas um estágio, porém utilizando um inversor de quatro braços.

Algumas topologias têm sido propostas com o objetivo de reduzir o número de semicondutores, por conseguinte o volume e peso do conversor que são cruciais em aplicações veiculares ou onde o volume e o peso do equipamento são uma restrição física. Também deseja-se que com apenas um estágio seja possível a operação de elevação da tensão CC e a conversão CC-CA. Várias propostas na versão monofásicas são apresentadas, dentre elas uma das primeiras contribuições foram introduzidas na década de 90 em [10] e [11], onde são utilizados dois conversores CC-CC na topologia *Boost* [12] com saída diferencial para se produzir um inversor monofásico conforme mostrado no diagrama elétrico da figura 5. Na mesma década em [13] foi feito um estudo e análise experimental de conversores CC-CA elevadores monofásicos utilizando-se as topologias *Boost* e *Buck-Boost* [12]. Em [14] foi proposto um controlador robusto para a topologia *Buck-Boost* inversora, porém foram feitas apenas simulações computacionais para testar o desempenho do inversor com mudanças abruptas de carga.

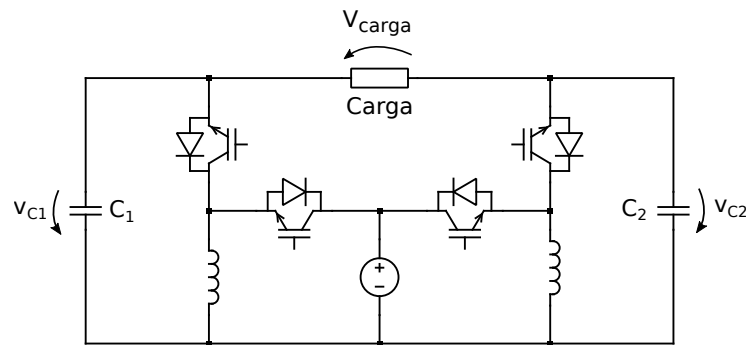
Figura 5 – Inversor *Boost* monofásico.



Fonte: Autor.

Na primeira década do ano 2000, em [15] foi apresentada uma nova estratégia de controle, utilizando-se duas malhas linearizantes, uma interna de corrente e outra externa de tensão, controlando assim a corrente no indutor e a tensão no capacitor do conversor de um inversor *Boost*. Anos mais tarde, esta técnica foi reproduzida em uma topologia inversora *Buck-Boost*, apresentada em [16] e em [17] sua versão experimental. O diagrama elétrico desta topologia é apresentado na figura 6.

Figura 6 – Inversor *Buck-Boost* monofásico.



Fonte: Autor.

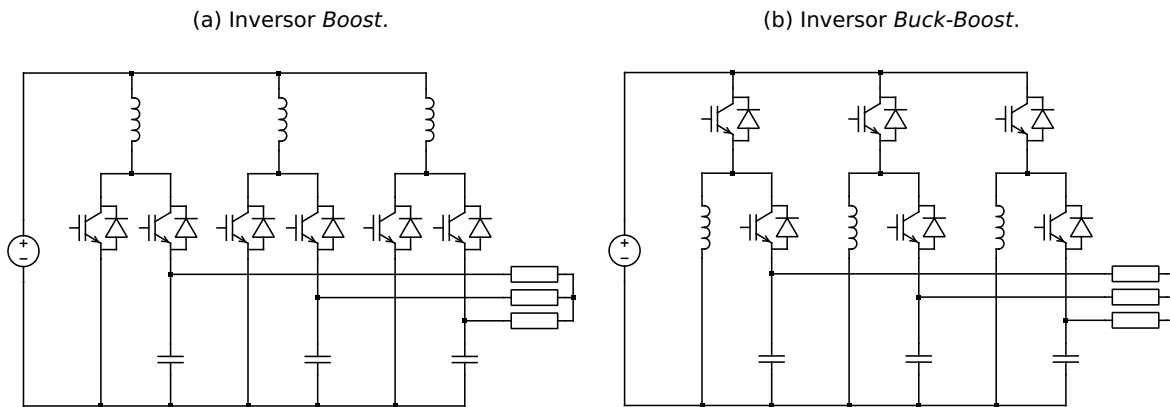
Somente a partir da segunda década do ano 2000 os inversores monofásicos de um estágio baseados nas topologias *Boost* e *Buck-Boost* começaram a ser relevantes nas aplicações com energias renováveis [18], e em aplicações com painéis fotovoltaicos [19–24]. Porém, muitas propostas ainda mantêm a utilização de dois estágios, um elevador e outro inversor [25–28].

Em [29] foi proposta uma topologia monofásica com uma nova técnica PWM com o objetivo de minimizar as perdas por chaveamento. Uma proposta de inversor monofásico para conexão de painéis solares em aplicações domésticas foi apresentada com a implementação de protótipo em [30]. Em [31] foi apresentada uma topologia multiporta baseada em conversores CC-CC *Buck-Boost*, e em [32] uma estrutura sem capacitores eletrolíticos, com quatro chaves ativas e um indutor de roda livre foi proposta, tendo como principal vantagem o reduzido número de componentes. Com o objetivo aumentar a faixa de ganho do inversor, em [33], foram utilizadas na estrutura monofásica indutores acoplados, tendo como benefício a redução nas perdas por chaveamento. Em [34] foram utilizadas duas células *Buck-Boost* para se realizar a elevação e conversão da tensão CC em CA com a adição de um filtro LC programável, podendo operar em diferentes condições de regime.

Em [35] foi introduzida a topologia trifásica conhecida como *Z Source Inverter* (ZSI). Esta topologia foi projetada, incorporando em um mesmo estágio um conversor CC-CC elevador e um inversor, com a capacidade de elevar a tensão e realizar o processo de conversão CC-CA, embora o fator de elevação possua limitações. Varias modificações para o *Z Source Inverter* foram propostas em [36–39]. Porém, todas estas topologias ainda possuem um grande número de elementos passivos. As aplicações trifásicas aparecem de forma mais tímida tomando como base 3 células *Boost* ou *Buck-Boost*, conforme mostrado na figura 7, para se produzir uma saída trifásica. Cada célula sintetiza em sua saída uma tensão alternada de mesma amplitude e frequência, deslocadas de um nível CC e defasadas

de  $120^\circ$ . Como as saídas são tomadas de forma diferencial, os níveis CC são cancelados, obtendo-se assim na carga tensões trifásicas.

Figura 7 – Inversores elevadores trifásicos baseados em topologias CC-CC básicas.

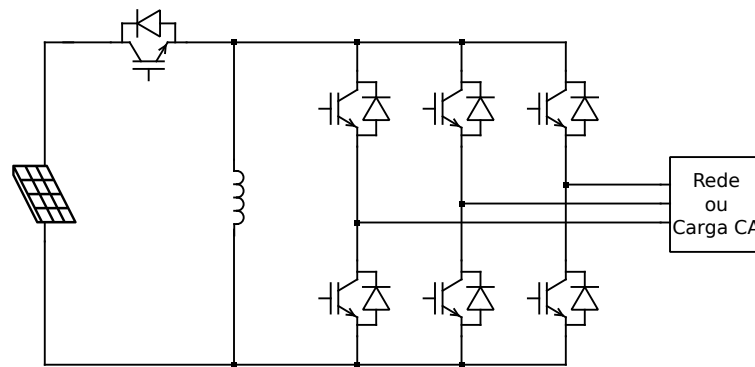


Fonte: Autor.

Uma das primeiras análises feitas para uma versão trifásica do inversor *Boost* utilizando a topologia mostrada na figura 7a foi abordada em [40] no início da primeira década de 2000, onde foi apresentado o modelo do conversor em espaço de estados, e uma análise para determinação dos valores das indutâncias e capacitâncias do conversor. Ainda no final desta década em [41], foram apresentadas simulações para cargas resistivas, e em [42], com resultados experimentais acionando um motor CA. Concomitantemente, foram implementados para a versão *Boost* trifásica a técnica de controle *Slide Mode Control* apresentada pela primeira vez em [11] no caso monofásico. Anos mais tarde em [43] foram feitas análises por simulações sobre a viabilidade do acionamento de um motor de indução utilizando a topologia *Boost* inversora.

Ainda na segunda década de 2000 em [44] foram apresentadas simulações das topologias apresentadas na figura 7, *Boost* inversora, utilizando a técnica de controle proposta em [15], e *Buck-Boost* inversora utilizando a técnica de controle *Slide Mode Control*.

Uma pequena variante da topologia mostrada na figura 7b, foi proposta em [45]. Foi utilizada uma modulação por vetores espaciais adaptada, e o controle foi realizado via transformada  $dq0$  utilizando-se controladores do tipo PI. O conversor foi utilizado para alimentar uma carga a partir de um painel fotovoltaico. Foi também implementado um algoritmo de MPPT (*Maximum Power Point Tracking*). O diagrama elétrico da topologia *Buck-Boost* proposta em [45] é mostrada na figura 8.

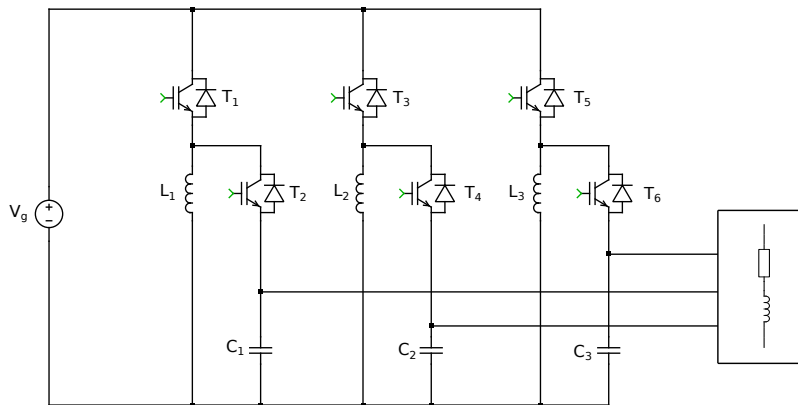
Figura 8 – Diagrama elétrico do inversor *Buck-Boost* trifásico proposto em [45].

Fonte: Autor.

Em [46] foi apresentada uma topologia trifásica de elevado ganho, porém com a necessidade de dois estágios. A diferença desta topologia em relação à tradicional foi a modificação do estágio elevador com o acréscimo de semicondutores e elementos passivos no estágio de elevação. Um inversor de único estágio e apenas quatro chaves, foi apresentado em [47]. Porém esta estrutura apresenta grandes correntes nas chaves, e necessita a utilização de uma fonte com tensões simétricas na entrada do inversor. Uma topologia baseada em três conversores CC-CC *Buck-Boost* chamada de *Y-Inverter* foi apresentada em [48] para aplicações veiculares com células combustíveis. Apesar de serem empregados três conversores DC-DC *Buck-Boost*, a configuração exige quatro chaves por fase do inversor, o que aumenta consideravelmente o número de semicondutores nesta proposta. Em [49] é proposto um conversor utilizando cinco chaves do tipo IGBT com objetivo de se conectar um painel fotovoltaico à rede elétrica. Recentemente, foi apresentada em [50] uma estrutura abaixadora e elevadora trifásica utilizando um inversor de quatro braços, porém nesta topologia foi introduzida uma isolamento galvânica e utilização de mais de doze chaves.

## 1.2 A proposta

Devido o notável crescimento das análises e aplicações de conversores CC-CA de único estágio e com número de chaves reduzidas, é proposto, então, no presente trabalho, a análise, projeto, simulação e implementação de um inversor utilizando células básicas da topologia *Buck-Boost*. O inversor opera em malha aberta, e são propostos referenciais específicos defasados de  $120^\circ$  como objetivo de se produzir tensões senoidais em sua saída, visto que nesta topologia não apresenta uma relação linear entre razão cíclica e tensão de saída [12]. O inversor é avaliado alimentando cargas R, RL e RC com 48 V de tensão de entrada e na saída, tensões trifásicas de linha de 50V/60Hz com potência máxima de 200 W. O diagrama elétrico do inversor estudado conectado a uma carga RL trifásica equilibrada é apresentado na figura 9.

Figura 9 – Diagrama elétrico do inversor *Buck-Boost* trifásico proposto.

Fonte: Autor.

Para se detalhar a apresentação da proposta, bem como o funcionamento de cada bloco da topologia, este trabalho será apresentado em mais sete capítulos. No capítulo dois é apresentado o modelo trifásico em espaço de estados sem perdas nas chaves conectado em sua saída uma carga RL série, e também o modelamento para carga R. No capítulo três, é proposto o modelo monofásico do inversor conectado a uma carga resistiva e a metodologia de cálculo para os indutores e os capacitores do inversor, utilizando-se como base a resposta em frequência do inversor, visto que as propostas tradicionais apresentadas na literatura para conversores CC-CC *Buck-Boost* podem não ser adequadas ao projeto do inversor. São obtidas as plantas de tensão e corrente em função da tensão de entrada, e da razão cíclica, sendo esta obtidas através do modelo de pequenos sinais para o modelo monofásico proposto. Também são analisadas as influências do nível de tensão CC presente nos capacitores do inversor, e as vantagens de se trabalhar com um valor proporcional à amplitude da componente senoidal da tensão nos capacitores.

No capítulo quatro são apresentadas as simulações numéricas comparando-se as tensões de saída, corrente nos indutores e tensão nos capacitores dos modelos trifásico e monofásico propostos, conectados a cargas R e RL. Para isto foram utilizados o pacote científico *Scipy* da linguagem de programação interpretada *Python*, e o simulador de circuitos eletrônicos PLECS voltado para aplicações em eletrônica de potência. Também são determinadas as perdas no inversor e calculada sua eficiência alimentando uma carga RL. No capítulo cinco é abordado o projeto e construção do protótipo do inversor. Finalmente no capítulo seis serão apresentados os resultados experimentais com cargas R, RL e RC operando em malha aberta, e comparados com os resultados de simulação. No capítulo sete são apresentadas a conclusão do trabalho, propostas de futuros trabalhos e temas para pesquisa.

---



---

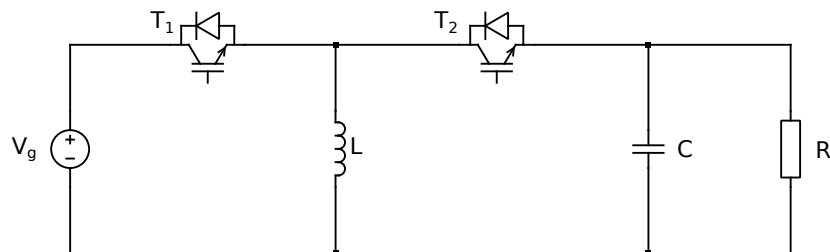
## CAPÍTULO 2

---

### INVERSOR *BUCK-BOOST* DE ÚNICO ESTÁGIO

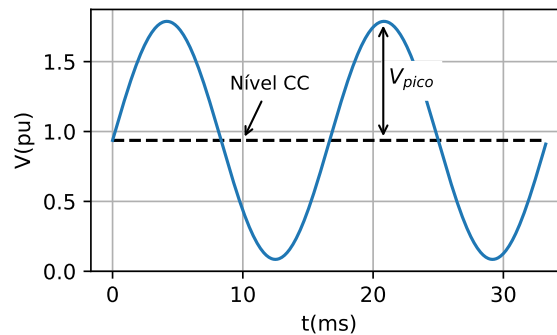
O conversor *Buck-Boost*, cujo diagrama esquemático está ilustrado na figura 10, por ser um conversor CC-CC, não é capaz produzir em sua saída uma tensão alternada. Porém, definindo um ponto específico de operação e modulando a razão cíclica em torno deste ponto, através de uma função modulação específica, a saída (carga R) pode apresentar um comportamento senoidal deslocada de um nível CC, como apresentado na figura 11.

Figura 10 – Diagrama esquemático do conversor *Buck-Boost*.



Fonte: Autor.

Figura 11 – Tensão de saída do conversor CC-CC *Buck-Boost* para um referencial variável.

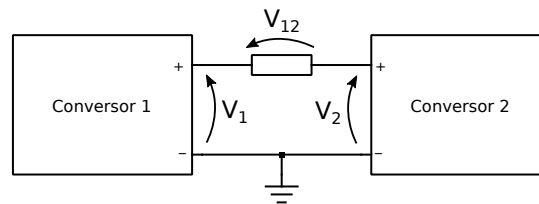


Fonte: Autor.

Caso seja tomada a tensão diferencial entre dois conversores, cujo diagrama elétrico da interligação é mostrado na figura 12, a tensão de saída será a diferença entre as tensões produzidas por cada conversor, dada por:

$$V_{12} = V_1 - V_2$$

Figura 12 – Interligação entre duas células *Buck-Boost* com saída diferencial.



Fonte: Autor.

Supondo que as tensões produzidas na saídas do conversor sejam:

$$V_1 = V_{DC} + V_{max} \text{sen} (\omega t + \theta_1)$$

$$V_2 = V_{DC} + V_{max} \text{sen} (\omega t + \theta_2)$$

Sendo  $V_{DC}$  um nível CC constante e maior que  $V_{max}$ , a tensão de saída  $V_{12}$  será puramente senoidal, pois

$$V_{12} = V_1 - V_2$$

$$V_{12} = V_{DC} + V_{max} \text{sen} (\omega t + \theta_1) - V_{DC} - V_{max} \text{sen} (\omega t + \theta_2)$$

$$V_{12} = \cancel{V_{DC}} + V_{max} \text{sen} (\omega t + \theta_1) - \cancel{V_{DC}} - V_{max} \text{sen} (\omega t + \theta_2)$$

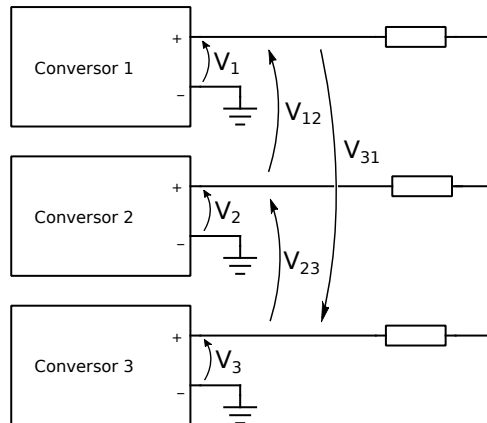
$$V_{12} = V_{max} \text{sen} (\omega t + \theta_1) - V_{max} \text{sen} (\omega t + \theta_2)$$

Para  $\theta_1 = 0^\circ$  e  $\theta_2 = 180^\circ$ , tem-se o Inversor *Buck-Boost* Monofásico, cuja tensão de saída será dada por:

$$V_{12} = 2V_{max} \text{sen} (\omega t)$$

Utilizando três conversores *Buck-Boost* conectados de acordo com a figura 13, pode-se obter uma versão trifásica do inversor.

Figura 13 – Interligação entre três células *Buck-Boost* com saídas diferenciais.



Fonte: Autor.

Supondo que os conversores que compõem o inversor da figura 13 sigam referências de tensão dadas por  $v_{refn} = V_{DC} + V_{max} \sin(\omega t + \theta_n)$ , defasadas de  $120^\circ$  com  $V_{max} < V_{DC}$  para se garantir que a tensão na saída seja contínua, as tensões resultantes na carga serão senoidais tal qual em um sistema trifásico, resultando em:

$$V_{12} = V_1 - V_2$$

$$V_{23} = V_2 - V_3$$

$$V_{31} = V_3 - V_1$$

Sendo  $V_1 = V_{DC} + V_{max} \sin(\omega t + 0^\circ)$ ,  $V_2 = V_{DC} + V_{max} \sin(\omega t + 120^\circ)$  e  $V_3 = V_{DC} + V_{max} \sin(\omega t + 240^\circ)$ , as tensões de linha serão dadas por:

$$V_{12} = V_1 - V_2$$

$$V_{12} = V_{DC} + V_{max} \sin(\omega t + 0^\circ) - V_{DC} - V_{max} \sin(\omega t + 120^\circ)$$

$$V_{12} = \cancel{V_{DC}} + V_{max} \sin(\omega t + 0^\circ) - \cancel{V_{DC}} - V_{max} \sin(\omega t + 120^\circ)$$

$$V_{12} = V_{max} \sin(\omega t + 0^\circ) - V_{max} \sin(\omega t + 120^\circ)$$

$$V_{12} = \sqrt{3} V_{max} \sin(\omega t - 30^\circ) \quad (2.1)$$

Fazendo o mesmo para as tensões  $V_{23}$  e  $V_{31}$ , obtem-se:

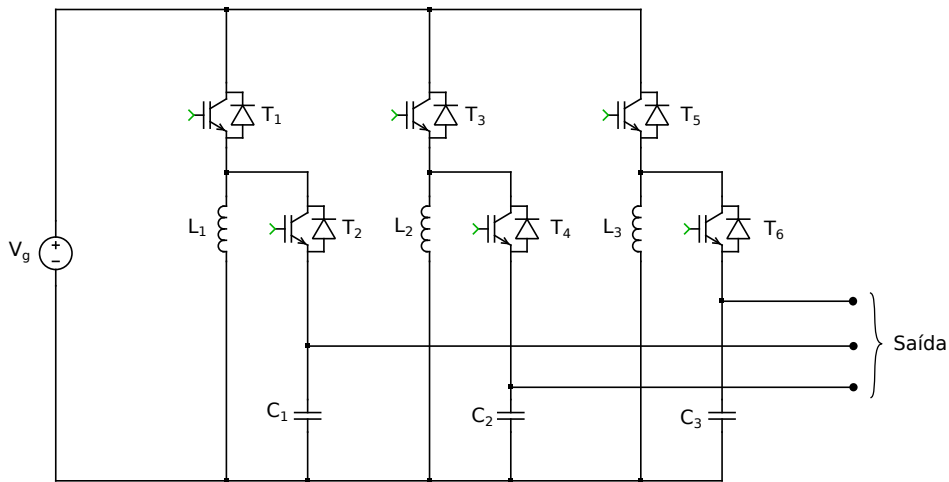
$$V_{23} = \sqrt{3} V_{max} \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (2.2)$$

$$V_{31} = \sqrt{3} V_{max} \sin(\omega t - 150^\circ) \quad (2.3)$$

De acordo com as equações 2.1, 2.2 e 2.3 chega-se a conclusão que de fato as tensões de linha  $V_{12}$ ,  $V_{23}$  e  $V_{31}$  são tensões senoidais trifásicas com *offset* nulo.

O diagrama elétrico do inversor Buck-Boost estudado é mostrado na figura 14.

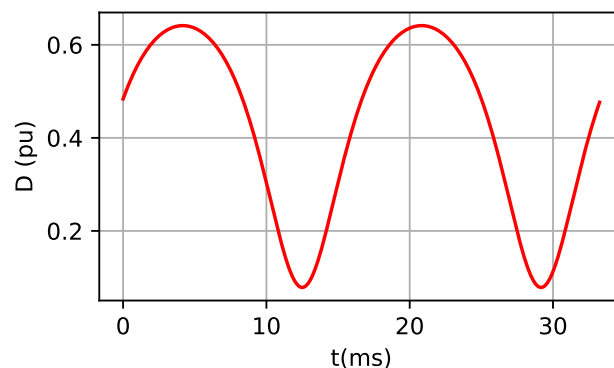
Figura 14 – Diagrama esquemático do inversor Buck-Boost.



Fonte: Autor.

Devido a relação não linear entre tensão de saída e entrada no conversor *Buck-Boost*, conforme equação A2.14 apresentada no Apêndice A2, a saída não será capaz de seguir um referencial senoidal para as razões cíclicas elevadas, tal qual em um inversor convencional. Desta forma, para se obter a tensão de saída desejada, foi determinada uma função razão cíclica com o objetivo de se produzir a modulação senoidal na saída do inversor em torno de um ponto de equilíbrio para cada braço do inversor *Buck-Boost*.

Utilizando a solução numérica para a determinação da função razão cíclica a partir da equação A2.15, e impondo-se uma saída do tipo  $V_{DC} + V_{max} \sin(\omega t)$  com  $V_{DC} > V_{max}$ , chega-se ao seguinte perfil mostrado na figura 15 para dois ciclos da tensão de saída.

Figura 15 – Razão cíclica para um dos braços do inversor *Buck-Boost* para se produzir uma tensão senoidal em sua saída.

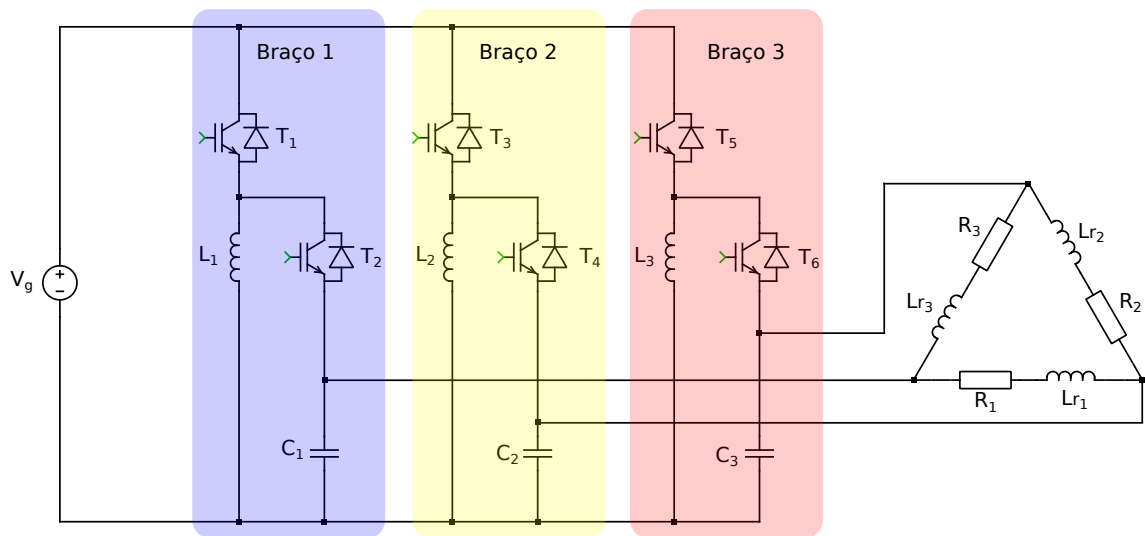
Fonte: Autor.

Para se determinar a referência dos outros braços do inversor, basta modificar o defasamento da tensão de saída desejada para se obter o sistema trifásico.

## 2.1 Modelamento por Equação de Espaço Estados - sem perdas e carga RL

Nesta seção é apresentado o equacionamento em Espaço de Estados do inversor *Buck-Boost* utilizando elementos ideais. O modelo foi obtido em conformidade com o circuito da figura 16.

Figura 16 – Diagrama esquemático do inversor *Buck-Boost*.

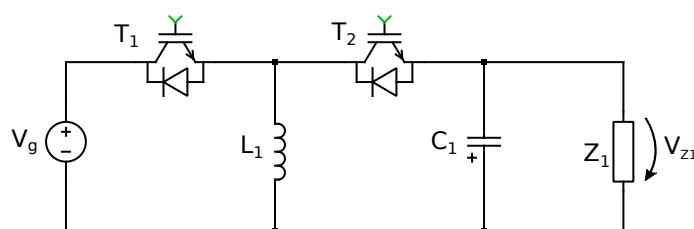


Fonte: Autor.

### 2.1.1 Etapas de operação

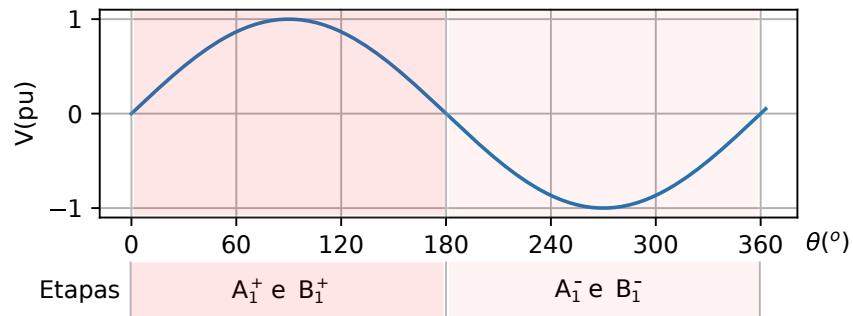
Analisando-se apenas um dos braços do inversor, apresentado na figura 17 onde  $Z_1$  representa a impedância vista pelo braço, tem-se ao todo quatro etapas de operação. As duas primeiras,  $A_k^+$  e  $B_k^+$  correspondem ao intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída, e as outras duas  $A_k^-$  e  $B_k^-$ , relativas ao intervalo do semiciclo negativo da tensão de saída. O índice  $k = 1, 2, 3$ , refere-se ao braço do inversor utilizado. Desta forma, são definidas duas regiões de operação para cada braço do inversor, em particular o braço 1, conforme mostrado na figura 18.

Figura 17 – Diagrama esquemático de um braço do inversor *Buck-Boost*.



Fonte: Autor.

Figura 18 – Regiões de operação do braço 1 do inversor com suas respectivas etapas.



Os demais braços obedecem a mesma lógica, conforme apresentado nas figuras 19 e 20.

Figura 19 – Regiões de operação do braço 2 do inversor com suas respectivas etapas.

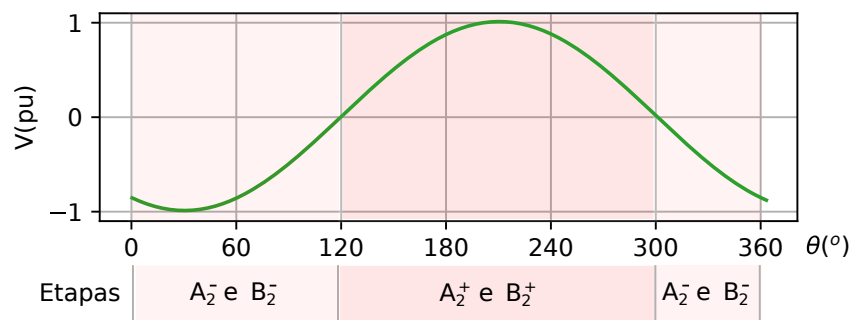
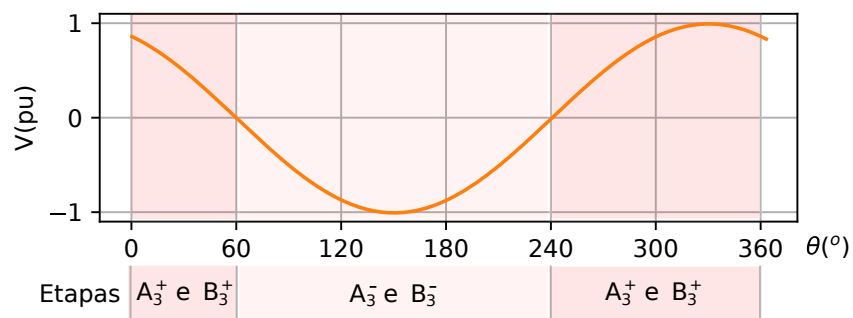


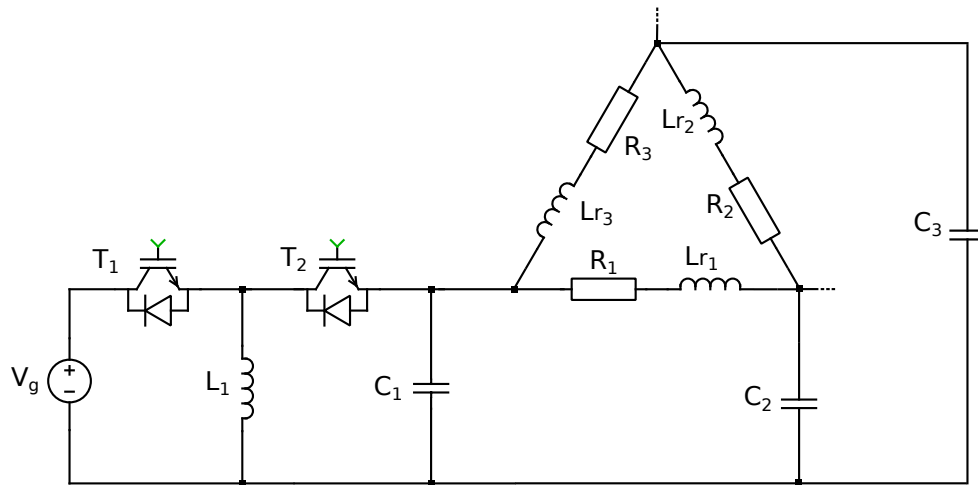
Figura 20 – Regiões de operação do braço 3 do inversor com suas respectivas etapas.



### 2.1.2 Equação em espaço de estados do inversor *Buck-Boost* com carga RL

A determinação da equação em espaço de estados do modelo referido é realizada utilizando o circuito por fase apresentado na figura 17, sendo a impedância  $Z_1$  substituída pelo circuito que a representa, conforme figura 21. Desta forma, são analisadas as quatro etapas de operações conforme apresentadas na figura 18.

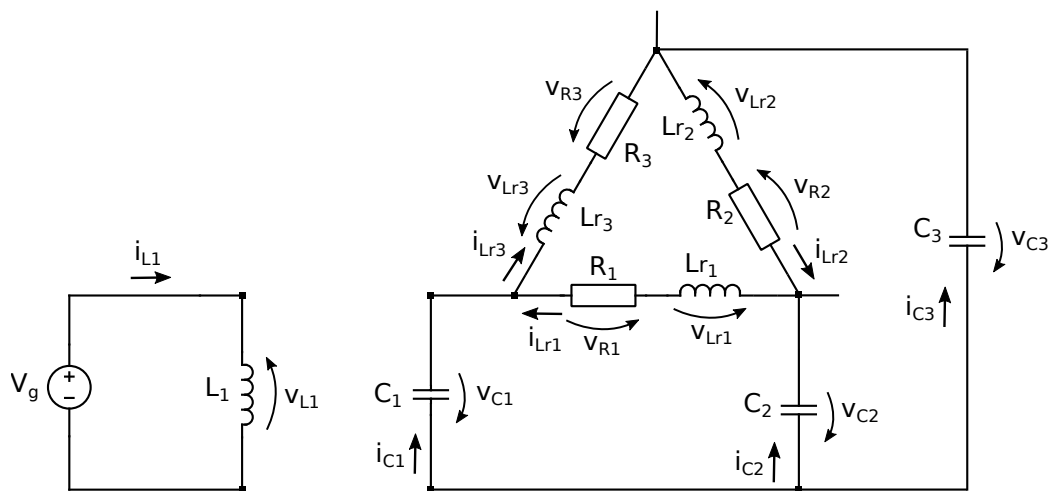
Figura 21 – Diagrama esquemático de um braço do inversor *Buck-Boost*.



Fonte: Autor.

1. Etapa  $A_1^+$ : O diagrama elétrico desta etapa de operação é mostrado na figura 22. Nesta etapa considera-se apenas o IGBT da chave  $T_1$  conduzindo, enquanto os semicondutores da chave  $T_2$  permanecem bloqueados.

Figura 22 – Diagrama esquemático do braço 1 do inversor *Buck-Boost* na primeira etapa de operação no intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída.



Fonte: Autor.

- Indutor  $L_1$ :

$$v_{L1} = V_g$$

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = V_g$$

$$\frac{di_{L1}}{dt} = \frac{1}{L_1} V_g$$

(2.4)

- Capacitor  $C_1$ :

$$i_{Lr3} = i_{C1} + i_{R1}$$

$$i_{C1} = i_{Lr3} - i_{Lr1}$$

$$C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = i_{Lr3} - i_{Lr1}$$

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = -\frac{1}{C_1} i_{Lr1} + \frac{1}{C_1} i_{Lr3} \quad (2.5)$$

- Indutor  $L_{r1}$ :

$$+v_{Lr1} + v_{C2} - v_{C1} + v_{R1} = 0$$

$$v_{Lr1} = v_{C1} - v_{C2} - v_{R1}$$

substituindo  $v_{R1}$  por  $R_1 i_{Lr1}$ :

$$v_{Lr1} = v_{C1} - v_{C2} - R_1 i_{Lr1}$$

$$L_{r1} \frac{di_{Lr1}}{dt} = v_{C1} - v_{C2} - R_1 i_{Lr1}$$

$$\frac{di_{Lr1}}{dt} = -\frac{R_1}{L_{r1}} i_{Lr1} + \frac{1}{L_{r1}} v_{C1} - \frac{1}{L_{r1}} v_{C2} \quad (2.6)$$

Com as equações 2.4, 2.5 e 2.6, chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{di_{L1}}{dt} = \frac{1}{L_1} V_g \\ \frac{di_{Lr1}}{dt} = -\frac{R_1}{L_{r1}} i_{Lr1} + \frac{1}{L_{r1}} v_{C1} - \frac{1}{L_{r1}} v_{C2} \\ \frac{dv_{C1}}{dt} = -\frac{1}{C_1} i_{Lr1} + \frac{1}{C_1} i_{Lr3} \end{cases} \quad (2.7)$$

De forma análoga pode-se determinar os sistemas de equações que regem os braços 2 e 3 do inversor:

$$\begin{cases} \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{1}{L_2} V_g \\ \frac{di_{Lr2}}{dt} = -\frac{R_2}{L_{r2}} i_{Lr2} + \frac{1}{L_{r2}} v_{C2} - \frac{1}{L_{r2}} v_{C3} \\ \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{1}{C_2} i_{Lr1} - \frac{1}{C_2} i_{Lr2} \end{cases} \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} \frac{di_{L3}}{dt} = \frac{1}{L_3} V_g \\ \frac{di_{Lr3}}{dt} = -\frac{R_3}{L_{r3}} i_{Lr3} + \frac{1}{L_{r3}} v_{C3} - \frac{1}{L_{r3}} v_{C1} \\ \frac{dv_{C3}}{dt} = \frac{1}{C_3} i_{Lr2} - \frac{1}{C_3} i_{Lr3} \end{cases} \quad (2.9)$$

Com os sistemas de equações 2.7, 2.8 e 2.9, obtêm-se as equações matriciais para os braços 1, 2 e 3 do conversor respectivamente na primeira etapa de operação:

$$\dot{X} = A_{11}X + B_{11}U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{Lr1} \\ \dot{v}_{C1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_1}{L_{r1}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{r1}} & -\frac{1}{L_{r1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{Lr1} \\ i_{Lr2} \\ i_{Lr3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (2.10)$$

$$\dot{X} = A_{11}X + B_{11}U$$

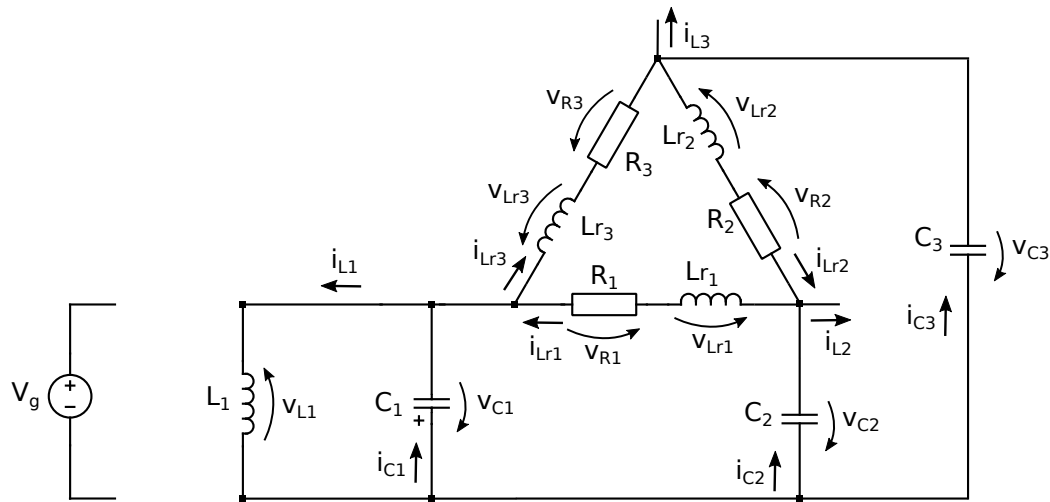
$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L2} \\ \dot{i}_{Lr2} \\ \dot{v}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_2}{L_{r2}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{r2}} & -\frac{1}{L_{r2}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{Lr1} \\ i_{Lr2} \\ i_{Lr3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (2.11)$$

$$\dot{X} = A_{11}X + B_{11}U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L3} \\ \dot{i}_{Lr3} \\ \dot{v}_{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_3}{L_{r3}} & -\frac{1}{L_{r3}} & 0 & \frac{1}{L_{r3}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_3} & -\frac{1}{C_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{Lr1} \\ i_{Lr2} \\ i_{Lr3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (2.12)$$

2. Etapa  $B_1^+$ : O diagrama elétrico desta etapa de operação para o braço 1 do inversor é mostrado na figura 23. Nesta etapa considera-se apenas o diodo da chave  $T_2$  conduzindo, enquanto os semicondutores da chave e chave  $T_1$  permanecem bloqueados.

Figura 23 – Diagrama esquemático do braço 1 do inversor *Buck-Boost* na segunda etapa de operação no intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída.



Fonte: Autor.

- Indutor  $L_1$ :

$$+ v_{L1} + v_{C1} = 0$$

$$v_{L1} = -v_{C1}$$

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = -v_{C1}$$

$$\frac{di_{L1}}{dt} = -\frac{1}{L_1} v_{C1} \quad (2.13)$$

- Capacitor  $C_1$ :

$$i_{Lr3} + i_{L1} = i_{C1} + i_{R1}$$

$$i_{C1} = i_{Lr3} + i_{L1} - i_{Lr1}$$

$$C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = i_{L1} + i_{Lr3} - i_{Lr1}$$

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1} i_{L1} - \frac{1}{C_1} i_{Lr1} + \frac{1}{C_1} i_{Lr3} \quad (2.14)$$

- Indutor  $L_{r1}$ :

$$+ v_{Lr1} + v_{C2} - v_{C1} + v_{R1} = 0$$

$$v_{Lr1} = v_{C1} - v_{C2} - v_{R1}$$

substituindo  $v_{R1}$  por  $R_1 i_{Lr1}$ :

$$v_{Lr1} = v_{C1} - v_{C2} - R_1 i_{Lr1}$$

$$L_{r1} \frac{di_{Lr1}}{dt} = v_{C1} - v_{C2} - R_1 i_{Lr1}$$

$$\frac{di_{Lr1}}{dt} = -\frac{R_1}{L_{r1}} i_{Lr1} + \frac{1}{L_{r1}} v_{C1} - \frac{1}{L_{r1}} v_{C2} \quad (2.15)$$

Com as equações 2.13, 2.14 e 2.15, chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{di_{L1}}{dt} = -\frac{1}{L_1}v_{C1} - \frac{1}{L_1}v_{D2} \\ \frac{di_{Lr1}}{dt} = -\frac{R_1}{L_{r1}}i_{Lr1} + \frac{1}{L_{r1}}v_{C1} - \frac{1}{L_{r1}}v_{C2} \\ \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1}i_{L1} - \frac{1}{C_1}i_{Lr1} + \frac{1}{C_1}i_{Lr3} \end{cases} \quad (2.16)$$

De forma análoga pode-se determinar os sistemas de equações que regem os braços 2 e 3 do inversor:

$$\begin{cases} \frac{di_{L2}}{dt} = -\frac{1}{L_2}v_{C2} - \frac{1}{L_2}v_{D4} \\ \frac{di_{Lr2}}{dt} = -\frac{R_2}{L_{r2}}i_{Lr2} + \frac{1}{L_{r2}}v_{C2} - \frac{1}{L_{r2}}v_{C3} \\ \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{1}{C_2}i_{L2} + \frac{1}{C_2}i_{Lr1} - \frac{1}{C_2}i_{Lr2} \end{cases} \quad (2.17)$$

$$\begin{cases} \frac{di_{L3}}{dt} = -\frac{1}{L_3}v_{C3} - \frac{1}{L_3}v_{D6} \\ \frac{di_{Lr3}}{dt} = -\frac{R_3}{L_{r3}}i_{Lr3} + \frac{1}{L_{r3}}v_{C3} - \frac{1}{L_{r1}}v_{C1} \\ \frac{dv_{C3}}{dt} = \frac{1}{C_3}i_{L3} + \frac{1}{C_3}i_{Lr2} - \frac{1}{C_3}i_{Lr3} \end{cases} \quad (2.18)$$

Com os sistemas de equações 2.16, 2.17 e 2.18, obtêm-se as equações matriciais para os braços 1, 2 e 3 do conversor respectivamente na segunda etapa de operação:

$$\dot{X} = A_{12}X + B_{12}U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{Lr1} \\ \dot{v}_{C1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_1}{L_{r1}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{r1}} & -\frac{1}{L_{r1}} & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{Lr1} \\ i_{Lr2} \\ i_{Lr3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (2.19)$$

$$\dot{X} = A_{22}X + B_{22}U$$

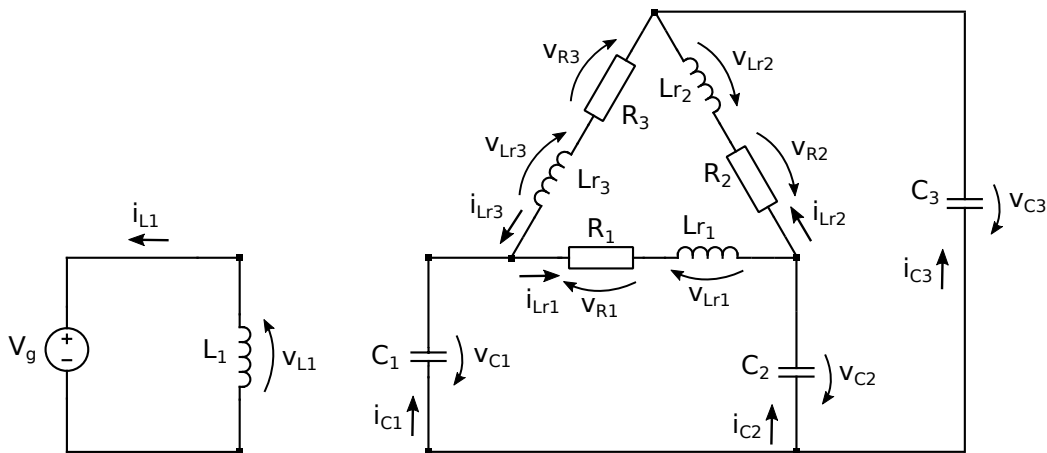
$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L2} \\ \dot{i}_{Lr2} \\ \dot{v}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_2}{L_{r2}} & 0 & \frac{1}{L_{r2}} & -\frac{1}{L_{r2}} \\ 0 & -\frac{1}{L_2} & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{Lr1} \\ i_{Lr2} \\ i_{Lr3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (2.20)$$

$$\dot{X} = A_{32}X + B_{32}U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L3} \\ \dot{i}_{Lr3} \\ \dot{v}_{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_3}{L_{r3}} & -\frac{1}{L_{r3}} & 0 & \frac{1}{L_{r3}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_3} & 0 & \frac{1}{C_3} & -\frac{1}{C_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{Lr1} \\ i_{Lr2} \\ i_{Lr3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (2.21)$$

3. Etapa  $A_1^-$ : O diagrama elétrico desta etapa de operação é mostrado na figura 24. Nesta etapa considera-se apenas o diodo da chave  $T_1$  conduzindo, enquanto os semicondutores da chave e chave  $T_2$  permanecem bloqueados.

Figura 24 – Diagrama esquemático do braço 1 do inversor *Buck-Boost* na primeira etapa de operação no intervalo do semiciclo negativo da tensão de saída.



Fonte: Autor.

Comparando o circuito equivalente desta etapa com o da etapa  $A_1^+$  apresentado na figura 22, percebe-se que são idênticos, visto que não foram consideradas as perdas nas chaves e os elementos passivos. Desta forma, as equações que o regem são as mesmas, conforme apresentadas em 2.7. A mesma conclusão se estende para os demais braços do inversor.

4. Etapa  $B_1^-$ : O diagrama elétrico desta etapa de operação para o braço 1 do inversor é mostrado na figura 25. Nesta etapa considera-se apenas o diodo da chave  $T_2$  conduzindo, enquanto os semicondutores da chave e chave  $T_1$  permanecem bloqueados.



$$A_1 = \frac{A_{11}d_1T + A_{12}(1-d_1)T}{T}$$

$$A_2 = \frac{A_{21}d_2T + A_{22}(1-d_2)T}{T}$$

$$A_3 = \frac{A_{31}d_3T + A_{32}(1-d_3)T}{T}$$

$$B_1 = \frac{B_{11}d_1T + B_{12}(1-d_1)T}{T}$$

$$B_2 = \frac{B_{21}d_2T + B_{22}(1-d_2)T}{T}$$

$$B_3 = \frac{B_{31}d_3T + B_{32}(1-d_3)T}{T}$$

Desta forma:

$$A_1 = \frac{A_{11}d_1\cancel{T} + A_{12}(1-d_1)\cancel{T}}{\cancel{T}}$$

$$A_1 = A_{11}d_1 + A_{12}(1-d_1)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_1}{L_{r1}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{r1}} & -\frac{1}{L_{r1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} d_1$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_1}{L_{r1}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{r1}} & -\frac{1}{L_{r1}} & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (1-d_1)$$

Obtendo-se então a matriz  $A_1$ :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_1-1)}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_1}{L_{r1}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{r1}} & -\frac{1}{L_{r1}} & 0 \\ \frac{(1-d_1)}{C_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para a determinação da matriz  $B_1$  considera-se a utilização de chaves idênticas no inversor. Desta forma a tensão coletor-emissor de todas as chaves são as mesmas dada apenas por  $v_{CE}$ , e as barreiras de potenciais e resistências dos diodos também são consideradas iguais dadas respectivamente por  $v_D$  e  $r_D$ , o que reduzirá tanto o número de colunas da matriz  $B$  final quanto o número de linhas da matriz de entrada  $U$  de sete para três.

Determina-se então a matriz  $B_1$  da seguinte forma:

$$B_1 = \frac{B_{11}d_1\mathcal{I} + B_{12}(1-D)\mathcal{I}}{\mathcal{I}}$$

$$B_1 = B_{11}d_1 + B_{12}(1-d_1)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (1-d_1)$$

Chegando-se a matriz  $B_1$  como sendo:

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{d_1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

De forma analoga pode-se encontrar as matrizes  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $A_3$  e  $B_3$ :

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_2-1)}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_2}{L_{r2}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{r1}} & -\frac{1}{L_{r1}} \\ 0 & \frac{(1-d_2)}{C_2} & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{d_2}{L_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_3-1)}{L_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_3}{L_{r3}} & -\frac{1}{L_{r3}} & 0 & \frac{1}{L_{r3}} \\ 0 & 0 & \frac{(1-d_3)}{C_3} & 0 & \frac{1}{C_3} & -\frac{1}{C_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_3 = \begin{bmatrix} \frac{d_3}{L_3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Com as matrizes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$  determinadas, obtêm-se as matrizes  $A$  e  $B$  dadas por:  $A^T = [A_{11} \ A_{21} \ A_{31} \ A_{12} \ A_{22} \ A_{32} \ A_{13} \ A_{23} \ A_{33}]$  e  $B^T = [B_{11} \ B_{21} \ B_{31} \ B_{12} \ B_{22} \ B_{32} \ B_{13} \ B_{23} \ B_{33}]$ .

Chegando assim a equação matricial final  $\dot{X} = AX + BU$ :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{i}_{L3} \\ \dot{i}_{Lr1} \\ \dot{i}_{Lr2} \\ \dot{i}_{Lr3} \\ \dot{v}_{C1} \\ \dot{v}_{C2} \\ \dot{v}_{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_1-1)}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_2-1)}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_3-1)}{L_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_1}{L_{r1}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{r1}} & -\frac{1}{L_{r1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_2}{L_{r2}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{r1}} & -\frac{1}{L_{r1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_3}{L_{r3}} & -\frac{1}{L_{r3}} & 0 & \frac{1}{L_{r3}} \\ \frac{(1-d_1)}{C_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-d_2)}{C_2} & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-d_3)}{C_3} & 0 & \frac{1}{C_3} & -\frac{1}{C_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{Lr1} \\ i_{Lr2} \\ i_{Lr3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_1}{L_1} \\ \frac{d_2}{L_2} \\ \frac{d_3}{L_3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g]$$

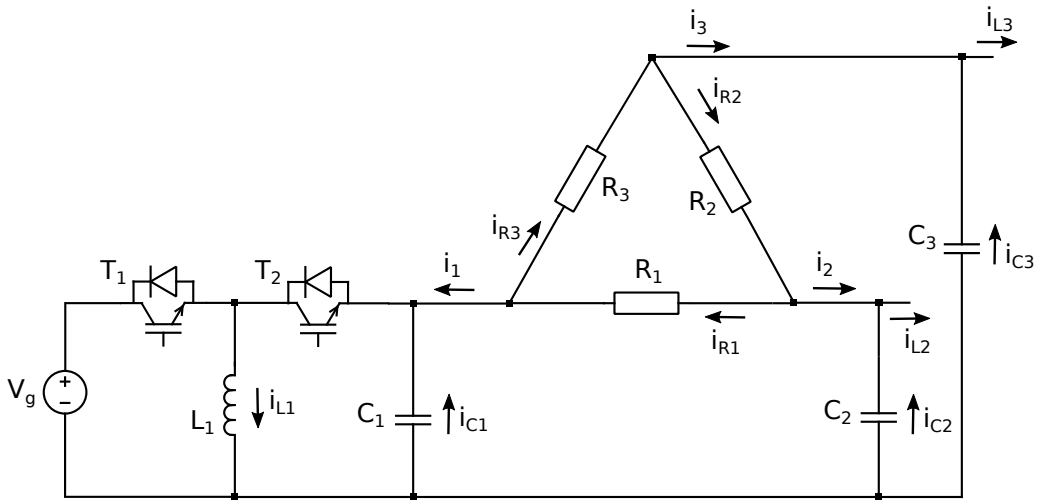
(2.22)

## 2.2 Modelamento por Equação de Espaço de Estados - sem perdas e carga R

Para se obter as equações do referido modelo, considera-se novamente como referência o braço 1 do inversor apresentado na figura 26. As seguintes simplificações são realizadas na equação matricial 2.22:

- 1- Eliminar as linhas 4, 5 e 6 das matrizes  $A$ ,  $B$ , e  $\dot{X}$ .
- 2- Substituir  $i_{Lrn}$  na matriz  $X$  por  $i_{Rn}$ .

Figura 26 – Circuito de carga visto pelo braço 1 do inversor *Buck-Boost*.



Fonte: Autor.

Obtendo assim a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{i}_{L3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_1-1)}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_2-1)}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_3-1)}{L_3} \\ \frac{(1-d_1)}{C_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-d_2)}{C_2} & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-d_3)}{C_3} & 0 & \frac{1}{C_3} & -\frac{1}{C_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{R1} \\ i_{R2} \\ i_{R3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_1}{L_1} \\ \frac{d_2}{L_2} \\ \frac{d_3}{L_3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (2.23)$$

Expandindo a linha 4 da equação matricial 2.23, tem-se:

$$v_{C1} = \frac{(1-d_1)}{C_1} i_{L1} - \frac{i_{R1}}{C_1} + \frac{i_{R3}}{C_1}$$

De acordo com a figura 26 pode-se definir  $i_1 = i_{R1} - i_{R3}$ . Desta forma tem-se:

$$v_{C1} = \frac{(1-d_1)}{C_1} i_{L1} - \frac{i_1}{C_1} \quad (2.24)$$

$$i_{R1} = \frac{v_{R1}}{R_1} = \frac{(v_{C1} - v_{C2})}{R_1} \quad (2.25)$$

$$i_{R3} = \frac{v_{R3}}{R_1} = \frac{(v_{C3} - v_{C1})}{R_3} \quad (2.26)$$

Obtendo-se:

$$i_1 = \frac{(v_{C1} - v_{C2})}{R_1} - \frac{(v_{C3} - v_{C1})}{R_3}$$

Por se tratar de uma carga equilibrada,  $R_1 = R_2 = R_3 = R_\Delta$ , então,

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{(v_{C1} - v_{C2})}{R_\Delta} - \frac{(v_{C3} - v_{C1})}{R_\Delta} \\ i_1 &= \frac{(v_{C1} - v_{C2} - v_{C3} + v_{C1})}{R_\Delta} \\ i_1 &= \frac{(2v_{C1} - v_{C2} - v_{C3})}{R_\Delta} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Substituindo 2.27 em 2.24, obtem-se:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{C1} &= \frac{(1-d_1)}{C_1} i_{L1} - \frac{(2v_{C1} - v_{C2} - v_{C3})}{R_\Delta C_1} \\ \dot{v}_{C1} &= \frac{(1-d_1)}{C_1} i_{L1} - \frac{1}{R_\Delta C_1} 2v_{C1} + \frac{1}{R_\Delta C_1} v_{C2} + \frac{1}{R_\Delta C_1} v_{C3} \end{aligned} \quad (2.28)$$

De forma análoga pode-se obter:

$$\dot{v}_{C2} = \frac{(1-d_2)}{C_2} i_{L2} + \frac{1}{R_\Delta C_1} v_{C1} - \frac{1}{R_\Delta C_1} 2v_{C2} + \frac{1}{R_\Delta C_1} v_{C3} \quad (2.29)$$

$$\dot{v}_{C3} = \frac{(1-d_3)}{C_3} i_{L3} + \frac{1}{R_\Delta C_1} v_{C1} + \frac{1}{R_\Delta C_1} v_{C2} - \frac{1}{R_\Delta C_1} 2v_{C3} \quad (2.30)$$

Incorporando as equações 2.28, 2.29 e 2.30 chega-se à seguinte equação matricial para o modelo proposto:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ \begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{i}_{L3} \\ \dot{v}_{C1} \\ \dot{v}_{C2} \\ \dot{v}_{C3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{(d_1-1)}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_2-1)}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_3-1)}{L_3} \\ \frac{(1-d_1)}{C_1} & 0 & 0 & -\frac{2}{R_\Delta C_1} & \frac{1}{R_\Delta C_1} & \frac{1}{R_\Delta C_1} \\ 0 & \frac{(1-d_2)}{C_2} & 0 & \frac{1}{R_\Delta C_2} & -\frac{2}{R_\Delta C_2} & \frac{1}{R_\Delta C_2} \\ 0 & 0 & \frac{(1-d_3)}{C_3} & \frac{1}{R_\Delta C_3} & \frac{1}{R_\Delta C_3} & -\frac{2}{R_\Delta C_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_1}{L_1} \\ \frac{d_2}{L_2} \\ \frac{d_3}{L_3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \end{aligned} \quad (2.31)$$



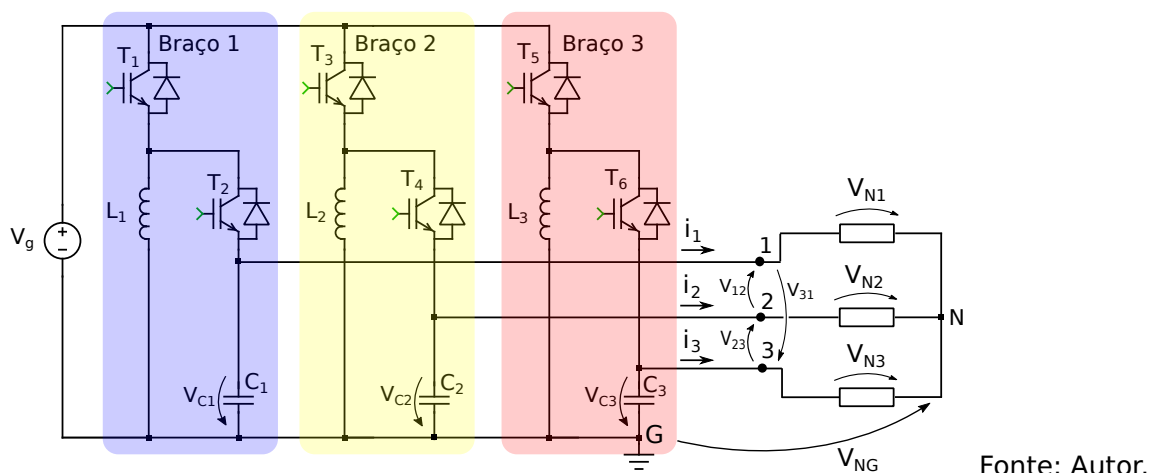
## CAPÍTULO 3

### MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE

Normalmente os circuitos trifásicos equilibrados podem ter soluções mais simplificadas quando obtido o seu equivalente monofásico, porém isto somente é possível em ligações do tipo estrela (Y). Desta forma, um circuito em triângulo ( $\Delta$ ) deve ser primeiramente transformado em seu equivalente estrela para assim obter-se o seu equivalente monofásico. A partir do circuito da figura 16 pode-se obter seu equivalente em estrela apresentado na figura 27, obedecendo a relação entre suas impedâncias dada por:

$$Z_y = \frac{Z_\Delta}{3} \quad (3.1)$$

Figura 27 – Diagrama esquemático do inversor *Buck-Boost* com carga em estrela.



Conforme apresentado no capítulo anterior, para que se possa gerar tensões senoidais na saída do inversor *Buck-Boost*, é necessário que cada braço seja chaveado de tal

forma que as tensões nos capacitores  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  possuam componentes CA superpostas a um nível de tensão CC, como se segue:

$$v_{C1} = V_{DC} + v_1 \quad (3.2)$$

$$v_{C2} = V_{DC} + v_2 \quad (3.3)$$

$$v_{C3} = V_{DC} + v_3 \quad (3.4)$$

Onde:

$$v_1 = V_{max} \text{sen}(\omega t + 0^\circ) \quad (3.5)$$

$$v_2 = V_{max} \text{sen}(\omega t + 120^\circ) \quad (3.6)$$

$$v_3 = V_{max} \text{sen}(\omega t + 240^\circ) \quad (3.7)$$

Com base nas representações de tensões e correntes do circuito elétrico apresentado na figura 27, e considerando-se a carga trifásica equilibrada e puramente resistiva, tem-se que:

$$v_{NG} + v_{C1} - v_{N1} = 0 \quad (3.8)$$

$$v_{NG} + v_{C2} - v_{N2} = 0 \quad (3.9)$$

$$v_{NG} + v_{C3} - v_{N3} = 0 \quad (3.10)$$

Substituindo as equações 3.2, 3.3 e 3.4 respectivamente em 3.8, 3.9 e 3.10, obtém-se:

$$v_{NG} + V_{DC} + v_1 - v_{N1} = 0 \quad (3.11)$$

$$v_{NG} + V_{DC} + v_2 - v_{N2} = 0 \quad (3.12)$$

$$v_{NG} + V_{DC} + v_3 - v_{N3} = 0 \quad (3.13)$$

Somando as equações 3.11, 3.12 e 3.13, tem-se que:

$$3v_{NG} + 3V_{DC} + (v_1 + v_2 + v_3) - (v_{N1} + v_{N2} + v_{N3}) = 0$$

$$3v_{NG} + 3V_{DC} + 0 - 0 = 0$$

$$3v_{NG} + 3V_{DC} = 0$$

$$v_{NG} = -V_{DC} \quad (3.14)$$

Substituindo 3.14 em 3.11, 3.12 e 3.13, são determinadas as tensões de fase na carga, dadas por:

$$v_{N1} = v_1 \quad (3.15)$$

$$v_{N2} = v_2 \quad (3.16)$$

$$v_{N3} = v_3 \quad (3.17)$$

Nota-se que as tensões de fase na carga trifásica são exatamente as componentes senoidais das tensões nos capacitores do inversor *Buck-Boost*.

Para a obtenção do modelo monofásico é considerado o circuito equivalente da Figura 28, tomando-se como referência o braço 1 do inversor.

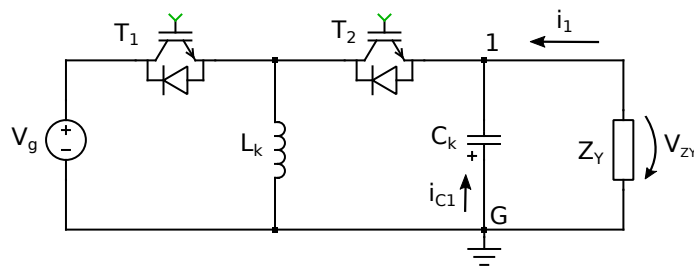


Figura 28 – Circuito equivalente para obtenção do modelo monofásico.

De acordo com a equação (3.8), pode-se escrever que:

$$\begin{aligned} V_{ZY} &= v_{G1} = v_{C1} \\ V_{ZY} &= v_{N1} - v_{NG} \\ V_{ZY} &= v_1 - (-V_{DC}) \\ V_{ZY} &= v_1 + V_{DC} \end{aligned} \quad (3.18)$$

De acordo com a equação (3.15) tem-se que:

$$v_1 = R_Y \cdot i_1 \quad (3.19)$$

Substituindo (3.19) em (3.18) obtém-se:

$$V_{ZY} = R_Y \cdot i_1 + V_{DC} \quad (3.20)$$

Conclui-se então, que a impedância  $Z$  pode ser substituída por um resistor em série com uma fonte CC, conforme apresentado no circuito da figura 29. Este circuito representa o circuito equivalente monofásico do inversor *Buck-Boost* trifásico.

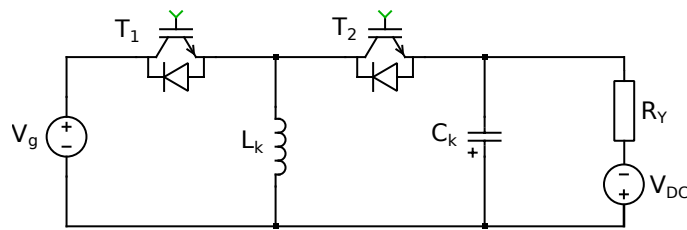


Figura 29 – Circuito equivalente monofásico.

Este modelo é de grande utilidade, pois através dele pode-se simular o inversor trifásico com apenas um inversor monofásico bastando alterar a fase das referências, e analisar assim as correntes e tensões em cada conversor, bem como as perdas nos semicondutores.

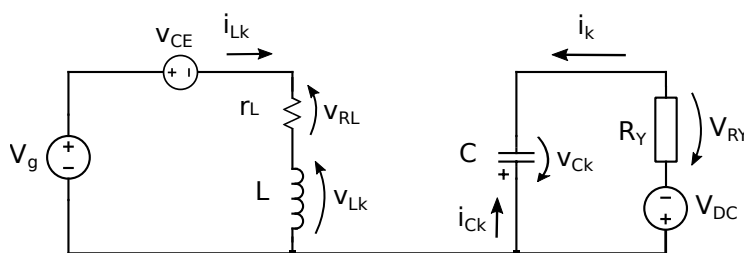
### 3.1 Modelo monofásico em Equação de Espaço de Estados com perdas

O modelamento descrito tem como base o circuito elétrico apresentado na figura 29, levando em consideração as perdas nos semicondutores e indutor do circuito. São consideradas as etapas de operação do inversor tal qual apresentada para o braço 1 do inversor no capítulo anterior, e por conseguinte a determinação das equações diferenciais que regem a dinâmica do circuito. Também são consideradas que todas as chaves possuem mesmas características elétricas, bem como os indutores e capacitores.

#### 3.1.1 Etapas de operação durante o semiciclo positivo da tensão de saída

1. Etapa  $A_1^+$ : O diagrama esquemático desta etapa de operação é mostrado na figura 30. Nesta etapa considera-se apenas o IGBT da chave  $T_1$  conduzindo e os demais semicondutores da chave  $T_2$  bloqueados. O índice  $k = 1, 2, 3$ , representa os braços do inversor.

Figura 30 – Diagrama esquemático do modelo simplificado na primeira etapa de operação no intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída.



Fonte: Autor.

- Indutor:

$$\begin{aligned}
 + V_g - v_{CE} - r_L i_{Lk} - v_{Lk} &= 0 \\
 v_{Lk} &= V_g - v_{CE} - r_L i_{Lk} \\
 L \frac{di_{Lk}}{dt} &= -r_L i_{Lk} + V_g - v_{CE} \\
 \frac{di_{Lk}}{dt} &= -\frac{r_L}{L} i_{Lk} + \frac{1}{L} V_g - \frac{1}{L} v_{CE}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

- Capacitor:

$$\begin{aligned}
 i_{Ck} + i_k &= 0 \\
 i_{Ck} &= -i_k
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Da figura 30, conclui-se-se que  $i_k = \frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y}$ . Substituindo então em 3.22 tem-se:

$$\begin{aligned}
 i_{Ck} &= -\frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y} \\
 C \frac{dv_{Ck}}{dt} &= -\frac{v_{Ck}}{R_Y} + \frac{V_{DC}}{R_Y} \\
 \frac{dv_{Ck}}{dt} &= -\frac{1}{R_Y C} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y C} V_{DC}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Com as equações 3.21 e 3.23, chega-se ao seguinte sistema de equações:

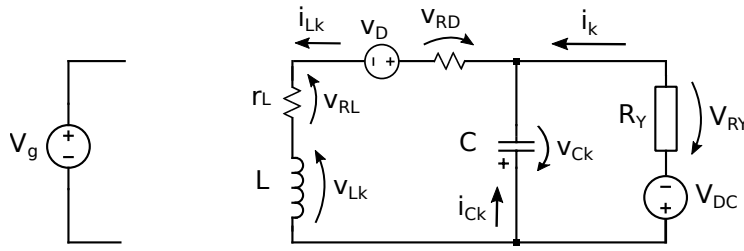
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{Lk}}{dt} = -\frac{r_L}{L} i_{Lk} + \frac{1}{L} V_g - \frac{1}{L} v_{CE} \\ \frac{dv_{Ck}}{dt} = -\frac{1}{R_Y C} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y C} V_{DC} \end{array} \right. \tag{3.24}$$

Com o sistema de equações 3.24, obtém-se a equação matricial para o modelo simplificado do conversor na etapa de operação  $A_1^+$ :

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= A_1^+ X + B_1^+ U \\
 \begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{v}_{Ck} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ v_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ v_{CE} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

2. Etapa  $B_1^+$ : O diagrama esquemático desta etapa de operação é mostrado na figura 31. Nesta etapa considera-se apenas o diodo da chave  $T_2$  conduzindo e os demais semicondutores da chave  $T_1$  bloqueados.

Figura 31 – Diagrama esquemático do modelo simplificado na segunda etapa de operação no intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída.



Fonte: Autor.

- Indutor:

$$+ v_{Lk} + r_L i_{Lk} + v_D + r_D i_{Lk} + v_{Ck} = 0$$

$$v_{Lk} = -r_L i_{Lk} - v_{Ck} - v_D - r_D i_{Lk}$$

$$L \frac{di_{Lk}}{dt} = -(r_L + r_D) i_{Lk} - v_{Ck} - v_D$$

$$\frac{di_{Lk}}{dt} = -\frac{(r_L + r_D)}{L} i_{Lk} - \frac{1}{L} v_{Ck} - \frac{1}{L} v_D \quad (3.26)$$

- Capacitor C<sub>1</sub>:

$$i_{Lk} = i_{Ck} + i_k$$

Da equação 3.23 tem-se que  $i_k = \frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y}$

$$i_{Lk} = i_{Ck} + \frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y}$$

$$i_{Ck} = i_{Lk} - \frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y}$$

$$C \frac{dv_{Ck}}{dt} = i_{Lk} - \frac{v_{Ck}}{R_Y} + \frac{V_{DC}}{R_Y}$$

$$\frac{dv_{Ck}}{dt} = \frac{1}{C} i_{Lk} - \frac{1}{R_Y C} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y C} V_{DC} \quad (3.27)$$

Com as equações 3.26 e 3.27, chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{di_{Lk}}{dt} = -\frac{(r_L + r_D)}{L} i_{Lk} - \frac{1}{L} v_{Ck} - \frac{1}{L} v_D \\ \frac{dv_{Ck}}{dt} = \frac{1}{C} i_{Lk} - \frac{1}{R_Y C} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y C} V_{DC} \end{cases} \quad (3.28)$$

Com o sistema de equações 3.28, obtém-se a equação matricial para o modelo simplificado do conversor na etapa de operação  $B_1^+$ :

$$\dot{X} = A_2^+ X + B_2^+ U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{v}_{Ck} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(r_L+r_D)}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_{\gamma C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ v_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_{\gamma C}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ v_D \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Nas etapas de operação descritas para o semiciclo positivo da tensão de saída, percebe-se elementos diferentes nas matrizes  $B_1^+$  e  $B_2^+$ , sendo assim necessário a adequação destas matrizes. As equações matriciais para a primeira e segunda etapas de operação podem ser reescritas respectivamente como:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{v}_{Ck} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{\gamma C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ v_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_{\gamma C}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ v_{CE} \\ v_D \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{v}_{Ck} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(r_L+r_D)}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_{\gamma C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ v_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_{\gamma C}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ v_{CE} \\ v_D \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Para se determinar a equação final de espaço estados que representa o inversor em suas duas etapas de operação durante o intervalo do semiciclo positivo da tensão de saída, deve-se encontrar as matrizes de espaço-estado  $A^+$  e  $B^+$  dadas pela média entre as matrizes  $A_1^+; A_2^+$  e  $B_1^+; B_2^+$  dentro do período de chaveamento  $T$ , ou seja:

$$A^+ = \frac{A_1^+ d_k T + A_2^+ (1 - d_k) T}{T}$$

Desta forma:

$$A^+ = \frac{A_1 d_k T + A_2 (1 - d_k) T}{T}$$

$$A^+ = A_1^+ d_k + A_2^+ (1 - d_k)$$

$$A^+ = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{\gamma C}} \end{bmatrix} d_k + \begin{bmatrix} -\frac{(r_L+r_D)}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_{\gamma C}} \end{bmatrix} (1 - d_k)$$

$$A^+ = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} d_k & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{\gamma C}} d_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{(r_L+r_D)}{L} (1 - d_k) & -\frac{1}{L} (1 - d_k) \\ \frac{1}{C} (1 - d_k) & -\frac{1}{R_{\gamma C}} (1 - d_k) \end{bmatrix}$$

$$A^+ \Rightarrow \begin{cases} A_{11}^+ = -\frac{r_L}{L} \times d_k - \frac{(r_L + r_D)}{L_1} \times (1 - d_k) = -\frac{r_L + r_D(1 - d_k)}{L_1} \\ A_{12}^+ = 0 \times d_k + -\frac{1}{L} \times (1 - d_k) = -\frac{(d_k - 1)}{L_1} \\ A_{21}^+ = 0 \times d_k + \frac{1}{C} \times (1 - d_k) = \frac{(1 - d_k)}{C} \\ A_{22}^+ = -\frac{1}{R_Y C} \times d_k + -\frac{1}{R_Y C} \times (1 - d_k) = -\frac{1}{R_Y C} \end{cases}$$

Obtendo então a matriz A:

$$A^+ = \begin{bmatrix} -\frac{r_L + r_D(1 - d_k)}{L_1} & -\frac{(d_k - 1)}{L_1} \\ \frac{(1 - d_k)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix}$$

De forma análoga determina-se a matriz B:

$$B^+ = \frac{B_1 d_k \mathcal{I} + B_2 (1 - D) \mathcal{I}}{\mathcal{I}}$$

$$B^+ = B_1 d_k + B_2 (1 - d_k)$$

$$B^+ = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 \end{bmatrix} d_k + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 \end{bmatrix} (1 - d_k)$$

$$B^+ = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} d_k & 0 & -\frac{1}{L} d_k & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} d_k & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} (1 - d_k) \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} (1 - d_k) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^+ \Rightarrow \begin{cases} B_{11}^+ = \frac{1}{L_1} d_k + 0 \times (1 - d_k) = \frac{d_k}{L_1} \\ B_{12}^+ = 0 \times d_k + 0 \times (1 - d_k) = 0 \\ B_{13}^+ = -\frac{1}{L} d_k + 0(1 - d_k) = -\frac{d_k}{L_1} \\ B_{14}^+ = 0 d_k + -\frac{1}{L_1} (1 - d_k) = -\frac{(1 - d_k)}{L_1} \\ B_{21}^+ = 0 \times d_k + 0 \times (1 - d_k) = 0 \\ B_{22}^+ = \frac{1}{R_Y C} \times d_k + \frac{1}{R_Y C} \times (1 - d_k) = \frac{1}{R_Y C} \\ B_{23}^+ = 0 \times d_k + 0 \times (1 - d_k) = 0 \\ B_{24}^+ = 0 \times d_k + 0 \times (1 - d_k) = 0 \end{cases}$$

Chegando a matriz B como sendo:

$$B^+ = \begin{bmatrix} \frac{d_k}{L_1} & 0 & -\frac{d_k}{L_1} & -\frac{(1-d_k)}{L_1} \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Com as matrizes  $A^+$  e  $B^+$  determinadas, obtém-se a equação matricial final:

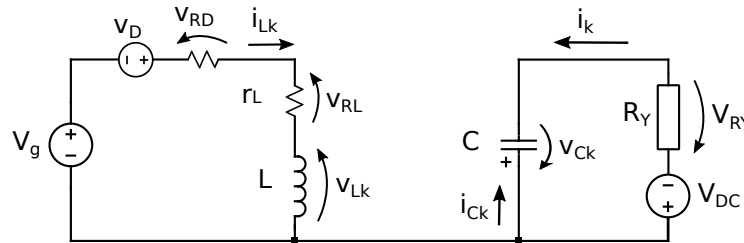
$$\dot{X} = A^+ X + B^+ U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_L + r_D(1-d_k)}{L} & \frac{(d_k-1)}{L} \\ \frac{(1-d_k)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_k}{L} & 0 & -\frac{d_k}{L} & -\frac{(1-d_k)}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ V_{CE} \\ v_D \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

### 3.1.2 Etapas de operação durante o semiciclo negativo da tensão de saída

1. Etapa  $A_1^-$ : O diagrama esquemático desta etapa de operação é mostrado na figura 32. Nesta etapa considera-se apenas o diodo da chave  $T_1$  conduzindo e os semicondutores da chave  $T_2$  bloqueados.

Figura 32 – Diagrama esquemático do modelo simplificado na primeira etapa de operação no intervalo do semiciclo negativo da tensão de saída.



Fonte: Autor.

- Indutor L:

$$+V_g - r_D i_{Lk} + v_D - r_L i_{Lk} - v_{Lk} = 0$$

$$v_{Lk} = V_g + v_D - (r_L + r_D) i_{Lk}$$

$$L \frac{di_{Lk}}{dt} = -(r_L + r_D) i_{Lk} + V_g + v_D$$

$$\frac{di_{Lk}}{dt} = -\frac{(r_L + r_D)}{L} i_{Lk} + \frac{1}{L} V_g + \frac{1}{L} v_D \quad (3.33)$$

- Capacitor C:

$$i_{Ck} + i_k = 0$$

$$i_{Ck} = -i_k \quad (3.34)$$

Da figura 30, conclui-se-se que  $i_k = \frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y}$ . Substituindo então em 3.34 tem-se:

$$\begin{aligned} i_{Ck} &= -\frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y} \\ C \frac{dv_{Ck}}{dt} &= -\frac{v_{Ck}}{R_Y} + \frac{V_{DC}}{R_Y} \\ \frac{dv_{Ck}}{dt} &= -\frac{1}{R_Y C} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y C} V_{DC} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Com as equações 3.33 e 3.35, chega-se ao seguinte sistema de equações:

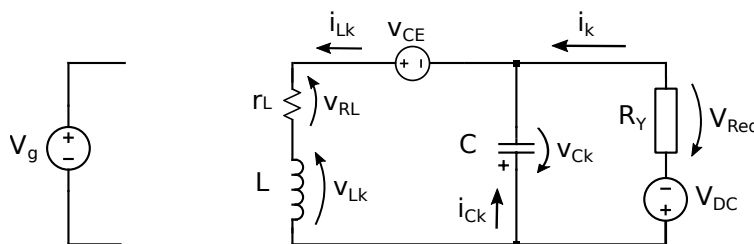
$$\begin{cases} \frac{di_{Lk}}{dt} = -\frac{(r_L + r_D)}{L} i_{Lk} + \frac{1}{L} V_g + \frac{1}{L} v_D \\ \frac{dv_{Ck}}{dt} = -\frac{1}{R_Y C} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y C} V_{DC} \end{cases} \quad (3.36)$$

Com o sistema de equações 3.36, obtém-se a equação matricial para o modelo simplificado do conversor na etapa de operação  $A_1^-$ :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A_1^- X + B_1^- U \\ \begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{v}_{Ck} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{(r_L + r_D)}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ v_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ v_D \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.37)$$

2. Etapa  $B_1^-$ : O diagrama esquemático desta etapa de operação é mostrado na figura 33. Nesta etapa considera-se apenas o IGBT da chave  $T_2$  conduzindo e os semicondutores da chave  $T_1$  bloqueados.

Figura 33 – Diagrama esquemático do modelo simplificado na segunda etapa de operação no intervalo do semiciclo negativo da tensão de saída.



Fonte: Autor.

- Indutor L:

$$\begin{aligned}
 &+ v_{Lk} + r_L i_{Lk} - v_{CE} + v_{Ck} = 0 \\
 &v_{Lk} = -r_L i_{Lk} - v_{Ck} + v_{CE} \\
 &L \frac{di_{Lk}}{dt} = -r_L i_{Lk} - v_{Ck} + v_{CE} \\
 &\frac{di_{Lk}}{dt} = -\frac{r_L}{L} i_{Lk} - \frac{1}{L} v_{Ck} + \frac{1}{L} v_{CE}
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

- Capacitor C:

$$i_{Lk} = i_{Ck} + i_k$$

Da equação 3.23 tem-se que  $i_k = \frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y}$

$$\begin{aligned}
 i_{Lk} &= i_{Ck} + \frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y} \\
 i_{Ck} &= i_{Lk} - \frac{(v_{Ck} - V_{DC})}{R_Y} \\
 C \frac{dv_{Ck}}{dt} &= i_{Lk} - \frac{v_{Ck}}{R_Y} + \frac{V_{DC}}{R_Y} \\
 \frac{dv_{Ck}}{dt} &= \frac{1}{C} i_{Lk} - \frac{1}{R_Y C} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y C} V_{DC}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

Com as equações 3.38 e 3.39, chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{di_{Lk}}{dt} = -\frac{r_L}{L} i_{Lk} - \frac{1}{L} v_{Ck} + \frac{1}{L} v_{CE} \\ \frac{dv_{Ck}}{dt} = \frac{1}{C} i_{Lk} - \frac{1}{R_Y C} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y C} V_{DC} \end{cases} \tag{3.40}$$

Com o sistema de equações 3.40, obtém-se a equação matricial para o modelo simplificado do conversor na etapa de operação  $B_1^+$ :

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= A_2^- X + B_2^- U \\
 \begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{v}_{Ck} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ v_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ v_{CE} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Nas etapas de operação descritas para o semiciclo negativo da tensão de saída, percebe-se elementos diferentes nas matrizes  $B_1^-$  e  $B_2^-$ , sendo assim necessário a adequação destas matrizes. Desta forma as equações matriciais para a primeira e segunda etapas de operação podem ser reescritas respectivamente como:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{v}_{Ck} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(r_L + r_D)}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ v_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ v_{CE} \\ v_D \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{v}_{Ck} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ v_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ v_{CE} \\ v_D \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Utilizando o mesmo procedimento realizado com as equações matriciais que regem o comportamento dinâmico do inversor durante o semiciclo positivo da tensão de saída, obtém-se a matriz  $A^-$  da seguinte forma:

$$A^- = A_1^- d_k + A_2^- (1 - d_k)$$

Obtendo então:

$$A^- = \begin{bmatrix} -\frac{(r_L + r_D d_k)}{L} & \frac{(d_k - 1)}{L} \\ \frac{(1 - d_k)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix}$$

De forma análoga determina-se a matriz  $B^-$ :

$$B^- = B_1^- d_k + B_2^- (1 - d_k)$$

Chegando a matriz  $B^-$  como sendo:

$$B^- = \begin{bmatrix} \frac{d_k}{L} & 0 & \frac{(1 - d_k)}{L} & \frac{d_k}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Com as matrizes  $A^-$  e  $B^-$  determinadas, obtém-se a equação matricial final:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A^- X + B^- U \\ \begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{v}_{Ck} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{(r_L + r_D d_k)}{L} & \frac{(d_k - 1)}{L} \\ \frac{(1 - d_k)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ v_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_k}{L} & 0 & \frac{(1 - d_k)}{L} & \frac{d_k}{L} \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \\ v_{CE} \\ v_D \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Observando as equações matriciais 3.32 e 3.44, percebe-se que existem diferenças entre os coeficientes das matrizes  $A^+$  e  $A^-$ , em particular o elemento da primeira linha e coluna. Em relação às matrizes  $B^+$  e  $B^-$  os elementos que se diferem se encontram na primeira linha pertencentes às terceira e quarta colunas. Este fato é devido às diferenças das características elétricas das chaves em função do seu sentido de corrente, já que para um sentido de corrente, quando polarizada, possui o comportamento de um IGBT, enquanto no outro, o de um diodo.

Conclui-se então que para a solução mais realista, será necessário encontrar a solução de duas equações matriciais, uma para o semiciclo positivo (equação 3.32), e outra para o semiciclo negativo (equação 3.44).

### 3.1.3 Modelo monofásico sem perdas nas chaves

Para a determinação do modelo monofásico sem perdas, basta igualar a zero as resistências de condução dos diodos, bem como as quedas de tensão nos diodos e IGBTs quando em condução, resultando nas seguintes equações para os semiciclos positivo (3.45) e negativo (3.46).

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A^+ X + B^+ U \\ \begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & \frac{(d_k-1)}{L} \\ \frac{(1-d_k)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_k}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A^- X + B^- U \\ \begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{V}_{Ck} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & \frac{(d_k-1)}{L} \\ \frac{(1-d_k)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ V_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_k}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Nota-se que ao se desconsiderar as perdas, as duas matrizes tornam-se idênticas, não necessitando assim de um modelo para cada semiciclo em um período da tensão de saída. Desta forma chega-se ao modelo monofásico sem perdas dado pela equação matricial 3.47.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{Lk} \\ \dot{V}_{Ck} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & \frac{(d_k-1)}{L} \\ \frac{(1-d_k)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lk} \\ V_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_k}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

### 3.1.4 Modelo trifásico simplificado

A partir do modelo monofásico obtido de acordo com a equação em espaço de estados 3.47, a equação em espaço de estados 2.31 pode ser simplificada e reescrita em acordo com a equação 3.48 como se segue:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{V}_{C1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{V}_{C2} \\ \dot{i}_{L3} \\ \dot{V}_{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & \frac{(d_1-1)}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(1-d_1)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r_L}{L} & \frac{(d_2-1)}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-d_2)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{r_L}{L} & \frac{(d_3-1)}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-d_3)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ V_{C1} \\ i_{L2} \\ V_{C2} \\ i_{L3} \\ V_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} \\ \frac{d_2}{L_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} \\ \frac{d_3}{L_3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

A equação 3.48 apresentada para o modelo trifásico não apresenta mais em sua matriz de coeficientes o acoplamento entre as variáveis de estado de cada braço do inversor, ao contrário da equação 2.31. Este desacoplamento torna-se interessante para a determinação do modelo de pequenos sinais, obtendo-se as plantas de tensão e corrente em função da razão cíclica, tomando-se como base o modelo monofásico.

## 3.2 Plantas do inversor por fase

Nesta seção é aplicada como base equação matricial 3.47 para se obter as plantas do conversor. As plantas não serão obtidas perante a variações de dois sinais de entrada, ou seja, variando a razão cíclica e a tensão de entrada ao mesmo tempo. Desta forma, para as plantas que dependem da razão cíclica, as variações da tensão de entrada serão consideradas zero, e para as plantas onde se busca o comportamento do conversor perante a variação da tensão de entrada, as variações na razão cíclica serão consideradas zero.

### 3.2.1 Plantas da tensão no capacitor e corrente no indutor em função da razão cíclica

Para se fazer a análise da dinâmica do conversor em função das variações da razão cíclica, faz-se necessário a obtenção do modelo de pequenos sinais da equação matricial 3.47. Para isto considera-se a equação matricial que relaciona as etapas de operação:

$$\dot{x}(t) = [A_1d(t) + A_2(1 - d(t))]x(t) + [B_1d(t) + B_2(1 - d(t))]u(t) \quad (3.49)$$

Submete-se agora o sistema a uma perturbação, e se lineariza as formas de onda do conversor em torno de um ponto de operação:

$$\begin{aligned} x(t) &= X + \hat{x}(t) \\ u(t) &= U + \hat{u}(t) \\ d(t) &= D + \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (3.50)$$

Onde  $\hat{u}(t)$  e  $\hat{d}(t)$  são pequenas variações no vetor de entrada e na razão cíclica respectivamente. O vetor  $\hat{x}(t)$  é o resultado das pequenas variações nas variáveis de estado do sistema, de tal forma que:

$$\begin{aligned} |X| &\gg |\hat{x}(t)| \\ |U| &\gg |\hat{u}(t)| \\ |D| &\gg |\hat{d}(t)| \end{aligned}$$

Substituindo-se 3.50 em 3.49, obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{X} + \dot{\hat{x}}(t) &= [A_1(D + \hat{d}(t)) + A_2(1 - D - \hat{d}(t))](X + \hat{x}(t)) \\ &\quad + [B_1(D + \hat{d}(t)) + B_2(1 - D - \hat{d}(t))](U + \hat{u}(t)) \end{aligned}$$

Como  $\dot{X} = 0$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{x}}(t) &= [A_1(D + \hat{d}(t)) + A_2(1 - D - \hat{d}(t))](X + \hat{x}(t)) \\
 &\quad + [B_1(D + \hat{d}(t)) + B_2(1 - D - \hat{d}(t))](U + \hat{u}(t)) \\
 \dot{\hat{x}}(t) &= [A_1D + A_1\hat{d}(t) + A_2(1 - D) - A_2\hat{d}(t)](X + \hat{x}(t)) \\
 &\quad + [B_1D + B_1\hat{d}(t) + B_2(1 - D) - B_2\hat{d}(t)](U + \hat{u}(t)) \\
 \dot{\hat{x}}(t) &= (A_1D + A_2(1 - D))X + (A_1\hat{d}(t) - A_2\hat{d}(t))X \\
 &\quad + (A_1D + A_2(1 - D))\hat{x}(t) + (A_1\hat{d}(t) - A_2\hat{d}(t))\hat{x}(t) \\
 &\quad + (B_1D + B_2(1 - D))U + (B_1\hat{d}(t) - B_2\hat{d}(t))U \\
 &\quad + (B_1D + B_2(1 - D))\hat{u}(t) + (B_1\hat{d}(t) - B_2\hat{d}(t))\hat{u}(t) \\
 \dot{\hat{x}}(t) &= \underbrace{AX + BU}_{\text{termos CC}} + \underbrace{A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\hat{d}(t)}_{\text{termos de 1ª ordem}} \\
 &\quad + \underbrace{(A_1 - A_2)\hat{x}(t)\hat{d}(t) + (B_1 - B_2)\hat{u}(t)\hat{d}(t)}_{\text{termos de 2ª ordem}} \tag{3.51}
 \end{aligned}$$

Desprezando-se os termos CC e de segunda ordem, bem como assumindo variações apenas na razão cíclica, a equação 3.51 pode ser simplificada:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\hat{d}(t) \tag{3.52}$$

Fazendo o termo  $[(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U] = B_d$ , obtém-se:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B_d\hat{d}(t) \tag{3.53}$$

Aplicando-se o mesmo procedimento aplicado à equação 3.49 para a equação matricial de saída  $y(t) = Cx(t) + Eu(t)$ , lembrando-se que o sistema não possui termo de relimentação direta ou seja,  $E = 0$ , obtém-se:

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \tag{3.54}$$

Unindo-se as equações 3.53 e 3.54, chega-se ao sistema:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + B_d\hat{d}(t) \\
 \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

Sendo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(D_1-1)}{L_k} \\ \frac{(1-D_1)}{C_k} & -\frac{3}{RC_k} \end{bmatrix}$$

$$B_d = [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U] \tag{3.56}$$

A partir das etapas de operações do modelo monofásico sem perdas, têm-se as seguintes matrizes:

**1ª etapa de operação:**

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_Y C_k} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C_k} \end{bmatrix}.$$

**2ª etapa de operação:**

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & -\frac{1}{L_k} \\ \frac{1}{C_k} & -\frac{1}{R_Y C_k} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C_k} \end{bmatrix}.$$

Considerando-se os vetores  $X$  e  $U$  como sendo:

$$X = \begin{bmatrix} I_{Lk} \\ V_{Ck} \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \end{bmatrix}$$

Substituindo-se  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $X$  e  $U$  na equação 3.56, tem-se:

$$B_d = \left( \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_Y C_k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & -\frac{1}{L_k} \\ \frac{1}{C_k} & -\frac{1}{R_Y C_k} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} I_{Lk} \\ V_{Ck} \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C_k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C_k} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_k} \\ -\frac{1}{C_k} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Lk} \\ V_{Ck} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_{DC} \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} \frac{V_{Ck}}{L_k} \\ -\frac{I_{Lk}}{C_k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_k} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} \frac{V_{Ck} + V_g}{L_k} \\ -\frac{I_{Lk}}{C_k} \end{bmatrix}$$

**Planta  $\frac{\hat{v}_{Ck}(s)}{\hat{d}(s)}$ :** Para se determinar a planta da tensão no capacitor em relação à variação na razão cíclica do sistema representado pela equação 3.55, basta resolver a seguinte equação derivada das técnicas de controle de sistemas [51]:

$$\frac{\hat{v}_{Ck}(s)}{\hat{d}(s)} = C(sI - A)^{-1} B_d \quad (3.57)$$

Substituindo-se as matrizes  $A$ ,  $B_d$ , e  $C = [0 \ 1]$  na equação 3.57 obtém-se a seguinte relação entre a variação da tensão de saída em função da variação da razão cíclica:

$$\frac{\hat{v}_{Ck}(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{\frac{I_{Lk}}{C_k} s + \frac{(V_{Ck} + V_g)}{L_k C_k} (1 - D_k)}{s^2 + \left( r_L + \frac{1}{R_Y C_k} \right) s + \frac{(1 - D_k)^2}{L_k C_k}} \quad (3.58)$$

**Planta  $\frac{\hat{i}_{Lk}(s)}{\hat{d}(s)}$ :** No caso da relação entre a corrente e a variação na razão cíclica, esta pode ser obtida através da seguinte equação:

$$\frac{\hat{i}_{L1}(s)}{\hat{d}(s)} = C(sI - A)^{-1}B_d \quad (3.59)$$

Substituindo-se as matrizes  $A$ ,  $B_d$ , e  $C = [1 \ 0]$  na equação 3.57 obtém-se a seguinte relação entre a variação da corrente no indutor em função da variação da razão cíclica:

$$\frac{\hat{i}_{L1}(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{\frac{(V_{Ck}+V_g)}{L_k}s + \frac{I_{Lk}}{L_k C_k}(1-D_k) + \frac{(V_{Ck}+V_g)}{L_k C_k}}{s^2 + \left(r_L + \frac{1}{R_Y C_k}\right)s + \frac{(1-D_k)^2}{L_k C_k}} \quad (3.60)$$

### 3.2.2 Plantas da tensão no capacitor e corrente no indutor em função da tensão de entrada

**Planta  $\frac{v_{Ck}(s)}{V_g(s)}$ :** Para se determinar a planta da tensão no capacitor em relação à variação na razão cíclica do sistema representado pela equação 3.55, basta resolver a seguinte equação derivada das técnicas de controle de sistemas [51]:

$$\frac{v_{Ck}(s)}{V_g(s)} = C(sI - A)^{-1}B \quad (3.61)$$

Substituindo-se as matrizes  $A$ ,  $B$ , e  $C = [0 \ 1]$  na equação 3.61 obtém-se a seguinte relação entre a variação da tensão de saída em função da variação da razão cíclica:

$$\frac{v_{Ck}(s)}{V_g(s)} = \frac{\frac{1}{r_L L_k C_k} D_k (1-D_k)}{s^2 + \left(r_L + \frac{1}{R_Y C_k}\right)s + \frac{(1-D_k)^2}{L_k C_k}} \quad (3.62)$$

**Planta  $\frac{i_{Lk}(s)}{V_g(s)}$ :** Para se determinar a planta da tensão no capacitor em relação à variação na razão cíclica do sistema representado pela equação 3.55, basta resolver a seguinte equação derivada das técnicas de controle de sistemas [51]:

$$\frac{i_{Lk}(s)}{V_g(s)} = C(sI - A)^{-1}B \quad (3.63)$$

Substituindo-se as matrizes  $A$ ,  $B$ , e  $C = [1 \ 0]$  na equação 3.63 obtém-se a seguinte relação entre a variação da tensão de saída em função da variação da razão cíclica:

$$\frac{i_{Lk}(s)}{V_g(s)} = \frac{\frac{D_k}{r_L L_k} \left(s + \frac{1}{R_Y C_k}\right)}{s^2 + \left(r_L + \frac{1}{R_Y C_k}\right)s + \frac{(1-D_k)^2}{L_k C_k}} \quad (3.64)$$

### 3.2.3 Planta da tensão no capacitor em função da corrente no indutor

**Planta  $\frac{v_{Ck}(s)}{V_g(s)}$ :** Para se determinar esta planta, basta encontrar a relação entres as plantas  $\frac{v_{Ck}(s)}{V_g(s)}$  e  $\frac{i_{Lk}(s)}{V_g(s)}$ , utilizando as equações 3.62 e 3.64 com se segue:

$$\begin{aligned}
\frac{v_{Ck}(s)}{i_{Lk}(s)} &= \frac{\frac{v_{Ck}(s)}{V_g(s)}}{\frac{i_{Lk}(s)}{V_g(s)}} \\
\frac{v_{Ck}(s)}{i_{Lk}(s)} &= \frac{\frac{1}{r_L L_k C_k} D_k (1-D_k)}{s^2 + \left(r_L + \frac{1}{R_Y C_k}\right) s + \frac{(1-D_k)^2}{L_k C_k}} \\
\frac{v_{Ck}(s)}{i_{Lk}(s)} &= \frac{\frac{D_k}{r_L L_k} \left(s + \frac{1}{R_Y C_k}\right)}{s^2 + \left(r_L + \frac{1}{R_Y C_k}\right) s + \frac{(1-D_k)^2}{L_k C_k}} \\
\frac{v_{Ck}(s)}{i_{Lk}(s)} &= \frac{\frac{1}{r_L L_k C_k} D_k (1-D_k)}{\frac{D_k}{r_L L_k} \left(s + \frac{1}{R_Y C_k}\right)} \\
\frac{v_{Ck}(s)}{i_{Lk}(s)} &= \frac{\frac{1}{C_k} (1-D_k)}{\left(s + \frac{1}{R_Y C_k}\right)} \tag{3.65}
\end{aligned}$$

### 3.3 Cálculo da razão cíclica do inversor - modelo monofásico com perdas

O cálculo da razão cíclica para o modelo monofásico leva em conta a situação de regime permanente, ou seja, a derivada das variáveis de estado são iguais a zero, porém devido o fato de o conversor possuir um modelo para cada semiciclo da tensão de saída, isto será feito em duas partes:

#### i- Semiciclo positivo da tensão de saída:

Igualando a primeira e a segunda linhas da equação matricial 3.32 a zero tem-se:

$$\begin{aligned}
0 &= -\frac{r_L + r_D(1-d_k)}{\cancel{L}} i_{Lk} + \frac{(d_k - 1)}{\cancel{L}} v_{Ck} + \frac{d_k}{\cancel{L}} V_g - \frac{d_k}{\cancel{L}} v_{CE} - \frac{(1-d_k)}{\cancel{L}} v_D \\
0 &= -(r_L + r_D(1-d_k)) i_{Lk} + (d_k - 1) v_{Ck} + d_k V_g - d_k v_{CE} - (1-d_k) v_D \tag{3.66}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{(1-d_k)}{C} i_{Lk} + -\frac{1}{R_Y C} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y C} V_{DC} \\
0 &= \frac{(1-d_k)}{\cancel{C}} i_{Lk} - \frac{1}{R_Y \cancel{C}} v_{Ck} + \frac{1}{R_Y \cancel{C}} V_{DC} \\
0 &= (1-d_k) i_{Lk} - \frac{v_{Ck}}{R_Y} + \frac{V_{DC}}{R_Y} \\
(1-d_k) i_{Lk} &= \frac{v_{Ck}}{R_Y} - \frac{V_{DC}}{R_Y} \\
i_{Lk} &= \frac{v_{Ck}}{R_Y(1-d_k)} - \frac{V_{DC}}{R_Y(1-d_k)} \tag{3.67}
\end{aligned}$$

Substituindo a equação 3.67 em 3.66, obtém-se:

$$\begin{aligned}
0 &= -(r_L + r_D(1-d_k)) \left( \frac{v_{Ck}}{R_Y(1-d_k)} - \frac{V_{DC}}{R_Y(1-d_k)} \right) + (d_k - 1)v_{Ck} + d_k V_g \\
&\quad - d_k v_{CE} - (1-d_k)v_D \\
0 &= -\frac{r_L}{R_Y(1-d_k)} v_{Ck} + \frac{r_L}{R_Y(1-d_k)} V_{DC} - \frac{r_D(1-d_k)}{R_Y(1-d_k)} v_{Ck} + \frac{r_D(1-d_k)}{R_Y(1-d_k)} V_{DC} \\
&\quad + (d_k - 1)v_{Ck} + d_k V_g - d_k v_{CE} - (1-d_k)v_D \\
0 &= -r_L v_{Ck} + r_L V_{DC} - r_D(1-d_k)v_{Ck} + r_D(1-d_k)V_{DC} - R_Y(1-d_k)^2 v_{Ck} \\
&\quad + R_Y(1-d_k)d_k V_g - R_Y(1-d_k)d_k v_{CE} - R_Y(1-d_k)^2 v_D \\
0 &= -r_L v_{Ck} + r_L V_{DC} - r_D v_{Ck} + r_D v_{Ck} d_k + r_D V_{DC} - r_D V_{DC} d_k \\
&\quad - (R_Y - 2R_Y d_k + R_Y d_k^2) v_{Ck} + (R_Y d_k - R_Y d_k^2) V_g - (R_Y d_k - R_Y d_k^2) v_{CE} \\
&\quad - (R_Y - 2R_Y d_k + R_Y d_k^2) v_D \\
0 &= -r_L v_{Ck} + r_L V_{DC} - r_D v_{Ck} + r_D v_{Ck} d_k + r_D V_{DC} - r_D V_{DC} d_k \\
&\quad - R_Y v_{Ck} + 2R_Y d_k v_{Ck} - R_Y d_k^2 v_{Ck} + R_Y d_k V_g - R_Y d_k^2 V_g - R_Y d_k v_{CE} + R_Y d_k^2 v_{CE} \\
&\quad - R_Y v_D + 2R_Y d_k v_D - R_Y d_k^2 v_D
\end{aligned}$$

Agrupando os termos em comum, tem-se:

$$\begin{aligned}
0 &= -R_Y d_k^2 v_{Ck} - R_Y d_k^2 V_g + R_Y d_k^2 v_{CE} - R_Y d_k^2 v_D \\
&\quad + 2R_Y d_k v_{Ck} + R_Y d_k V_g - R_Y d_k v_{CE} + 2R_Y d_k v_D + r_D v_{Ck} d_k - r_D V_{DC} d_k \\
&\quad - R_Y v_{Ck} - r_L v_{Ck} - r_D v_{Ck} + r_L V_{DC} + r_D V_{DC} - R_Y v_D \\
0 &= +R_Y(-v_{Ck} - V_g + v_{CE} - v_D) d_k^2 \\
&\quad + [R_Y(2v_{Ck} + V_g - v_{CE} + 2v_D) + r_D(v_{Ck} - V_{DC})] d_k \\
&\quad + R_Y(-v_{Ck} - v_D) - r_L(v_{Ck} - V_{DC}) - r_D(v_{Ck} - V_{DC})
\end{aligned} \tag{3.68}$$

Fazendo  $r_L$ ,  $r_D$ ,  $v_D$  e  $v_{CE}$  iguais a zero na equação 3.68 (caso ideal), tem-se:

$$\begin{aligned}
0 &= +R_Y(-v_{Ck} - V_g) d_k^2 + R_Y(2v_{Ck} + V_g) d_k - R_Y v_{Ck} \\
0 &= -R_Y v_{Ck} d_k^2 + 2R_Y v_{Ck} - R_Y v_{Ck} - R_Y V_g d_k^2 + R_Y V_g d_k \\
0 &= -v_{Ck}(d_k^2 - 2d_k + 1) + V_g(d_k - d_k^2) \\
0 &= -v_{Ck}(1-d_k)^2 + V_g d_k(1-d_k) \\
0 &= -v_{Ck}(1-d_k) + V_g d_k \\
0 &= -v_{Ck} + v_{Ck} d_k + V_g d_k \\
d_k(v_{Ck} + V_g) &= v_{Ck} \\
d_k &= \frac{v_{Ck}}{v_{Ck} + V_g}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

Com era de se esperar, a equação 3.69 é a mesma equação A2.15 encontrada no Apêndice A2.

## ii- Semiciclo negativo da tensão de saída:

Realizando os mesmos passos descritos na determinação da razão cíclica para o semiciclo positivo, encontra-se a seguinte equação para o cálculo da razão cíclica durante o semiciclo negativo:

$$\begin{aligned}
 0 = & + R_Y(-v_{CK} - V_g + v_{CE} - v_D)d_k^2 \\
 & + [R_Y(2v_{CK} + V_g - 2v_{CE} + v_D) - r_D(v_{CK} - V_{DC})]d_k \\
 & + R_Y(-v_{CK} + v_{CE}) - r_L(v_{CK} - V_{DC})
 \end{aligned} \tag{3.70}$$

Analisando as equações 3.68 e 3.70, observa-se que as mesmas são do tipo  $ad_k^2 + bd_k + c$ , ou seja, equações do segundo grau. Para se determinar os valores da razão cíclica dentro de um período da tensão de saída, e obter a função de referência para o chaveamento dos semicondutores, faz-se necessária a solução destas equações para cada período de chaveamento, realizada numericamente.

Nas soluções das equações do segundo grau, suas raízes podem assumir os seguintes tipos:

- Reais: Neste caso pelo menos uma das raízes deve representar uma solução realizável, ou seja, seu valor deve compreender o intervalo fechado entre 0 e 1. Caso sejam raízes iguais e duplas, a mesma condição deverá ser obedecida para que o sistema seja realizável.
- Complexas conjugadas: Neste caso o sistema não será realizável com os valores propostos no projeto.

De acordo com as equações 3.68 e 3.70, o valor instantâneo da razão cíclica depende dos valores instantâneos da tensão de saída ( $v_{CK}$ ), da tensão de entrada ( $V_g$ ) e as não idealidades consideradas: resistência do enrolamento dos indutores, e parâmetros das chaves. Estas duas, apesar de influenciarem, podem ser consideradas constantes para um determinado projeto. Os termos que necessitam de uma maior análise são a tensão de entrada e o nível de *offset* da tensão no capacitor ( $V_{DC}$ ), lembrando-se que este deve possuir um valor mínimo para que garantir que a tensão no capacitor seja sempre contínua, pois  $v_{CK} = V_{DC} + V_{max} \sin(\omega t + \theta)$ . A tensão de entrada idealmente poderia assumir qualquer valor, porém isto não ocorre quando se consideram as não idealidades, pois deverá existir um valor mínimo para a tensão de entrada que seja suficiente para compensar as quedas de tensão nas chaves e nas resistências do indutor e diodo. Na próxima seção será analisada a influência do nível de tensão CC presente nos capacitores do inversor com mais detalhes.

### 3.4 Influências do nível de *offset* de tensão nos capacitores do inversor

Em aplicações onde se necessita ajuste da amplitude da tensão na saída do inversor, tal como controle de velocidade de motores CA, o valor do nível de *offset* da tensão no capacitor, pode apresentar um valor fixo para qualquer valor da amplitude da componente da tensão senoidal no capacitor, ou em função desta, ou seja, o valor de  $V_{DC}$  será proporcional

ao valor de pico da componente senoidal da tensão  $v_{Ck}$ . Porém em ambas as situações deve-se garantir que o valor mínimo da tensão  $v_{Ck}$  seja sempre maior que zero. Estabelece-se então, por critérios de projeto, este valor igual a  $0,1 pu$ , tendo como valor de base a tensão de pico da componente senoidal da tensão  $v_{Ck}$ . Desta forma, chegam-se as seguintes formulações para o cálculo do nível de tensão contínua da tensão  $v_{Ck}$ :

1.  $V_{DC}$  constante:

Para que o mínimo valor de  $v_{Ck}$  seja maior ou igual a  $0,1 pu$ , deve-se considerar a situação em que a tensão de saída possua amplitude máxima, ou seja,  $1 pu$ . Definindo o  $V_{pmax}$  como o valor de pico da componente senoidal de  $v_{Ck}$ , tem-se:

$$v_{Ckmin} = 0,1V_{pmax}$$

$$v_{Ckmax} = v_{Ckmin} + 2V_{pmax}$$

Substituindo  $v_{Ckmin}$ , tem-se:

$$v_{Ckmax} = 0,1V_{pmax} + 2V_{pmax}$$

$V_{DC}$  pode ser calculado como:

$$V_{DC} = \frac{v_{Ckmax} + v_{Ckmin}}{2} \quad (3.71)$$

Substituindo agora os valores de  $v_{Ckmin}$  e  $v_{Ckmax}$  em 3.71, obtém-se:

$$\begin{aligned} V_{DC} &= \frac{0,1V_{pmax} + 2V_{pmax} + 0,1V_{pmax}}{2} \\ V_{DC} &= \frac{0,2V_{pmax} + 2V_{pmax}}{2} \\ V_{DC} &= 0,1V_{pmax} + V_{pmax} \\ V_{DC} &= 1,1V_{pmax} \end{aligned} \quad (3.72)$$

Dividindo a equação 3.72 pela tensão de base  $V_{pmax}$ , obtém-se:

$$V_{DC(pu)} = 1,1pu \quad (3.73)$$

Desta forma, independentemente da amplitude da tensão de saída o valor do *offset* será sempre constante, e igual a  $1,1 pu$ .

2.  $V_{DC}$  variável:

Neste caso, deve-se também garantir um mínimo valor para a tensão  $v_{Ck}$ , cujo valor adotado também foi de  $0,1 pu$ . Porém, o valor de  $V_{DC}$  não é mais constante, sendo calculado da forma que se segue:

$$V_{DC} = \frac{v_{Ckmax} + v_{Ckmin}}{2} \quad (3.74)$$

O valores de  $v_{Ckmin}$  e  $v_{Ckmax}$  são dados por:

$$v_{Ckmin} = 0,1V_{pmax}$$

$$v_{Ckmax} = v_{Ckmin} + 2V_p$$

Substituindo  $v_{Ckmin}$ , tem-se:

$$v_{Ckmax} = 0,1V_{pmax} + 2V_p$$

Desta forma  $v_{Ckmax}$  depende não somente do valor de pico da máxima amplitude da componente senoidal de saída  $V_{pmax}$ , mas também do valor de pico da componente senoidal da tensão de saída requerida, ou seja  $V_p$ .

Substituindo agora os valores de  $v_{Ckmin}$  e  $v_{Ckmax}$  em 3.74, obtém-se:

$$\begin{aligned} V_{DC} &= \frac{0,1V_{pmax} + 2V_p + 0,1V_p}{2} \\ V_{DC} &= \frac{0,2V_{pmax} + 2V_p}{2} \\ V_{DC} &= 0,1V_{pmax} + V_p \end{aligned} \tag{3.75}$$

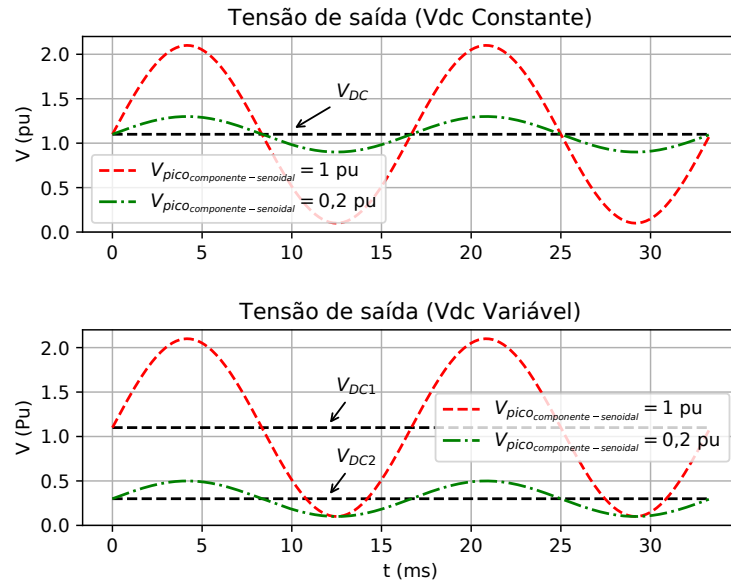
Dividindo a equação 3.75 pela tensão de base  $V_{pmax}$ , obtém-se:

$$V_{DC(pu)} = 0,1 + V_{p(pu)} \tag{3.76}$$

Como  $V_{p(pu)}$  pode assumir valores entre 0 e 1 pu, pode-se afirmar que  $V_{DC}$  não é mais constante, e sim variável.

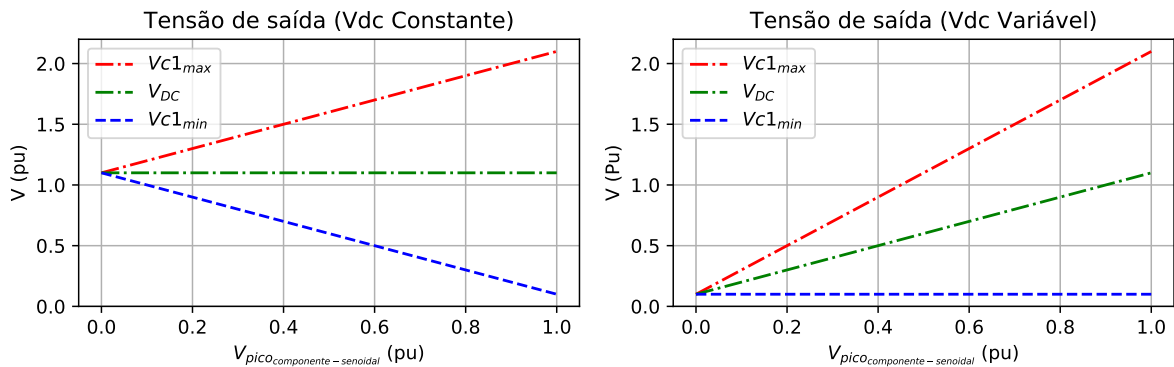
Na figura 34 são ilustradas as aplicações das equações 3.73 e 3.76, para a obtenção de dois ciclos da tensão  $v_{Ck}$  com amplitudes da componente senoidal iguais a 1 e 0,2 pu respectivamente. A figura 35 apresenta os valores máximos e mínimos da tensão  $v_{Ck}$ , bem como os valores de  $V_{DC}$ , com a amplitude da componente senoidal da tensão  $v_{Ck}$  variando de zero a 1 pu para  $V_{DC}$  constante e variável respectivamente.

Figura 34 – Esboço da tensão de saída com  $V_{DC}$  fixo e variável.



Fonte: Autor.

Figura 35 – Tensão de saída com nível de *offset* fixo e variável.



Fonte: Autor.

### 3.4.1 Razão cíclica

Tomando a equação 3.69, e substituindo-se  $v_{Ck} = V_{DC} + V_{max} \text{sen}(\omega t + \theta)$ , obtém-se a seguinte equação para a função razão cíclica considerando a fase 1 do inversor:

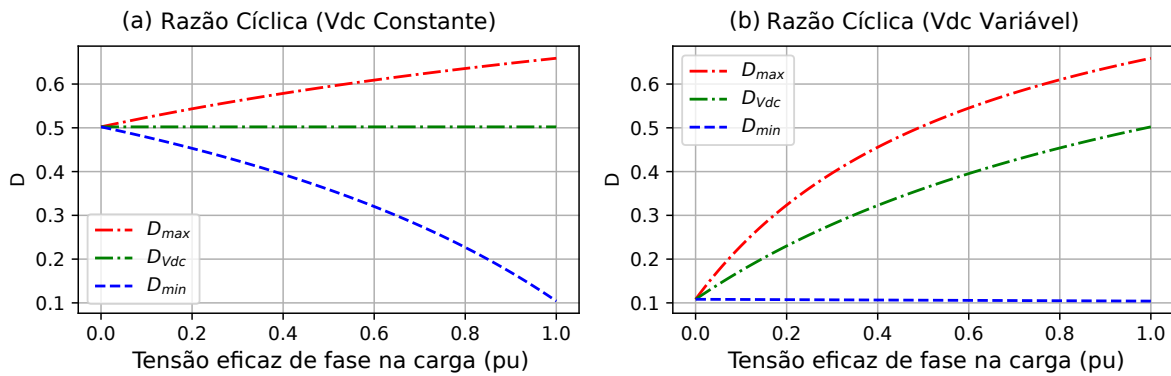
$$D = \frac{V_{DC} + V_{max} \text{sen}(\omega t)}{[V_{DC} + V_{max} \text{sen}(\omega t) + V_g]} \quad (3.77)$$

Substituindo as formulações encontradas nas equações 3.73 e 3.76 em 3.77, obtém-se respectivamente as equações 3.78 e 3.79. Plotando a solução gráfica para ambas com  $V_g = 1,17 \text{ pu}$  e  $V_{max}$  variando de 0 até 1 pu, obtém-se, conforme apresentado na figura 36 os valores máximos ( $D_{max}$ ) e mínimos ( $D_{min}$ ) da razão cíclica, bem como os valores  $D_{Vdc}$  que representa a razão cíclica correspondente para se produzir o nível de *offset* requerido para os dois casos.

$$D_F = \frac{1,1 + V_{\rho(pu)} \operatorname{sen}(\omega t)}{[2,27 + V_{\rho(pu)} \operatorname{sen}(\omega t)]} \quad (3.78)$$

$$D_V = \frac{0,1 + V_{\rho(pu)} + \operatorname{sen}(\omega t)}{[1,27 + V_{\rho(pu)} + V_{\rho(pu)} \operatorname{sen}(\omega t)]} \quad (3.79)$$

Figura 36 – Razão Cíclica para  $V_{DC}$  constante e variável (caso ideal) com  $V_g = 1,17 pu$ .

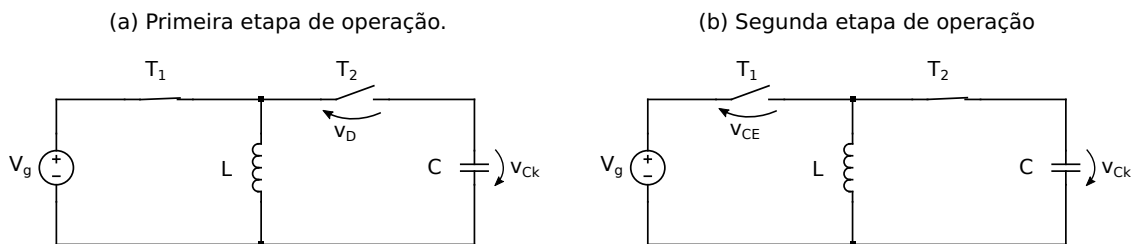


Fonte: Autor.

### 3.4.2 Tensão de comutação nas chaves

Outro fato que justifica a escolha do método utilizado,  $V_{DC}$  constante ou variável, está relacionado à tensão de comutação nas chaves durante as etapas de operação representadas esquematicamente na figura 37.

Figura 37 – Diagrama esquemático das etapas de operação do modelo simplificado.



Fonte: Autor.

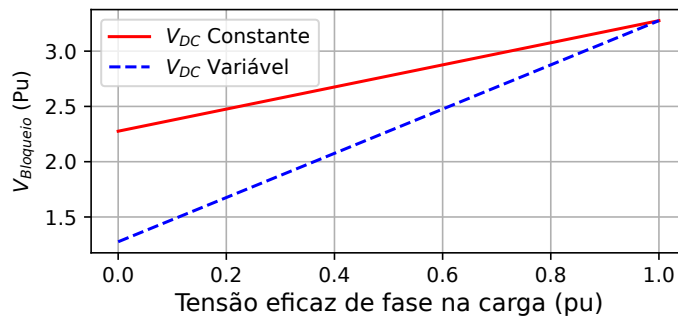
Utilizando as leis das malhas para ambos os circuitos das figuras 37a e 37b, obtém-se:

$$\begin{aligned} +V_g - v_D + v_{Ck} &= 0 \\ v_D &= V_g + v_{Ck} \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} +V_g - v_{CE} + v_{Ck} &= 0 \\ v_{CE} &= V_g + v_{Ck} \end{aligned} \quad (3.81)$$

Observa-se que ambas as chaves estão sujeitas aos mesmos valores de tensão de comutação, atingindo seu máximo na situação em que  $v_{CK}$  atinge também seu máximo valor. Analisando ainda as equações 3.80 e 3.81 em função das curvas da figura 35, observa-se que se for escolhida a condição em que o valor de  $V_{DC}$  é variável, a tensão máxima de comutação nas chaves é sempre menores que na condição de  $V_{DC}$  constante. A exceção ocorre na condição em que a amplitude da componente da tensão senoidal no capacitor atinge seu valor máximo de 1 pu conforme mostrado no gráfico da figura 38.

Figura 38 – Comparação entre as tensões de bloqueio nas chaves com nível de *offset* constante e variável com  $V_g = 1,17$  pu.



Fonte: Autor.

Conclui-se então que devido a tensão de comutação ser menor nas situações em que a tensão de saída é menor que a máxima possível utilizando-se o  $V_{DC}$  variável, as chaves sofrem menos *stress* e também apresentam menos perdas por chaveamento em tensões nominais, visto que esta também depende da tensão de comutação na chave.

### 3.4.3 Valores médio e eficaz da corrente no indutor

✓ Valor médio:

A partir da equação 3.67 pode-se determinar o valor médio quase instantâneo da corrente no indutor para um determinado período de chaveamento. Substituindo-se  $v_{CK} = V_{DC} + V_{max} \text{sen}(\omega t + \theta)$ , a equação 3.67 pode ser reescrita como:

$$i_{L_{med}} = \frac{v_1}{R_Y(1 - D_1)} \quad (3.82)$$

Substituindo as equações das razões cíclicas 3.78 e 3.79 encontradas para os casos de  $V_{DC}$  variável e fixo em 3.82, e  $v_1 = V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t)$ , tem-se respectivamente:

$$i_{L_{medF}} = \frac{V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t)}{R_Y \left[ 1 - \left( \frac{1,1 + V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t)}{(1,1 + V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t) + 1,17)} \right) \right]} \quad (3.83)$$

$$i_{L_{medV}} = \frac{V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t)}{R_Y \left[ 1 - \left( \frac{0,1 + V_{p(pu)} + V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t)}{(0,1 + V_{p(pu)} + V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t) + 1,17)} \right) \right]} \quad (3.84)$$

O valor médio máximo quase instantâneo da corrente no indutor, dar-se-á na situação em que  $\omega t = \frac{\pi}{2}$ , desta forma as equações 3.83 e 3.84 podem ser reescritas respectivamente pelas equações 3.85 e 3.86 descritas a seguir:

$$\dot{i}_{L_{medF}}(pu) = \frac{V_{\rho}(pu)}{R_Y \left[ 1 - \left( \frac{2,1 + V_{\rho}(pu) \operatorname{sen}(\omega t)}{(1,1 + V_{\rho}(pu) \operatorname{sen}(\omega t) + 1,17)} \right) \right]} \quad (3.85)$$

$$\dot{i}_{L_{medV}}(pu) = \frac{V_{\rho}(pu)}{R_Y \left[ 1 - \left( \frac{0,1 + V_{\rho}(pu) + V_{\rho}(pu) \operatorname{sen}(\omega t)}{(0,1 + V_{\rho}(pu) + V_{\rho}(pu) \operatorname{sen}(\omega t) + 1,17)} \right) \right]} \quad (3.86)$$

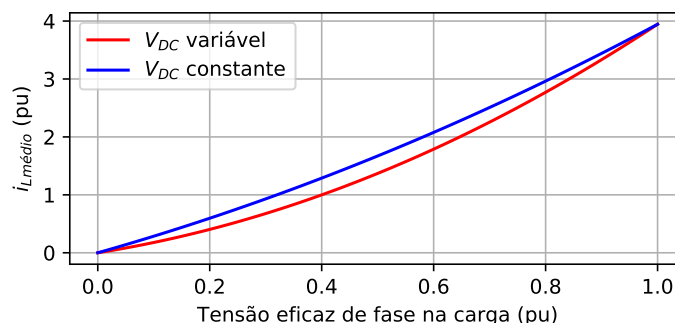
Considerando o valor de base da corrente como sendo o valor eficaz da corrente de fase na carga, os máximos valores médios em pu para a corrente nos indutores em função de  $V_{DC}$  constante e variável serão dados por:

$$\dot{i}_{L_{medF}}(pu) = \frac{V_{\rho}(pu)}{R_Y \left[ 1 - \left( \frac{2,1 + V_{\rho}(pu)}{(2,27 + V_{\rho}(pu))} \right) \right]} \quad (3.87)$$

$$\dot{i}_{L_{medV}}(pu) = \frac{V_{\rho}(pu)}{R_Y \left[ 1 - \left( \frac{0,1 + 2V_{\rho}(pu)}{(1,27 + 2V_{\rho}(pu))} \right) \right]} \quad (3.88)$$

A partir da solução gráfica das equações 3.87 e 3.88 considerando  $R_Y = 6\Omega$ , chegamos aos gráficos apresentados na figura 39 que representam o comportamento dos valores médios das correntes para o período de chaveamento em que são máximos, em função do valor eficaz da tensão de fase na carga variando de 0 a 1 pu. Pode-se concluir que os valores médios quase instantâneos das correntes no caso em que o *offset* de tensão nos capacitores é variável, são sempre menores do que no caso constante.

Figura 39 – Comparação entre os valores médios máximos das correntes nos indutores com nível de *offset* constante e variável.



Fonte: Autor.

✓ Valor eficaz:

Conforme descrito no Anexo A4, o valor eficaz da corrente nos indutores pode ser dada por:

$$i_{L_{rms}} = \sqrt{i_{L_{med}}^2 + \frac{\Delta i_L^2}{12}} \quad (3.89)$$

Substituindo a valor médio máximo, dado pela equação 3.82, e a equação A4.7 apresentada no Anexo A4 em 3.89, tem-se que:

$$i_{L_{rms}} = \sqrt{\left(\frac{v_1}{R_Y(1-D)}\right)^2 + \frac{\left(\frac{V_g}{L}DT_s\right)^2}{12}} \quad (3.90)$$

Substituindo as equações das razões cíclicas 3.78 e 3.79 encontradas para os casos de  $V_{DC}$  variável e fixo em 3.90, tem-se respectivamente:

$$i_{L_{rmsF}(pu)} = \sqrt{\left\{\frac{V_{p(pu)}}{R_Y \left[1 - \left(\frac{2,1+V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t)}{(2,27+V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t))}\right)\right]}\right\}^2 + \frac{\left\{\frac{V_g}{L} \left[\frac{1,1+V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t)}{(2,27+V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t))}\right] T_s\right\}^2}{12}} \quad (3.91)$$

$$i_{L_{rmsV}(pu)} = \sqrt{\left\{\frac{V_{p(pu)}}{R_Y \left[1 - \left(\frac{0,1+V_{p(pu)}+V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t)}{(1,27+V_{p(pu)}+V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t))}\right)\right]}\right\}^2 + \frac{\left\{\frac{V_g}{L} \left[\frac{0,1+V_{p(pu)}+V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t)}{(1,27+V_{p(pu)}+V_{p(pu)} \text{sen}(\omega t))}\right] T_s\right\}^2}{12}} \quad (3.92)$$

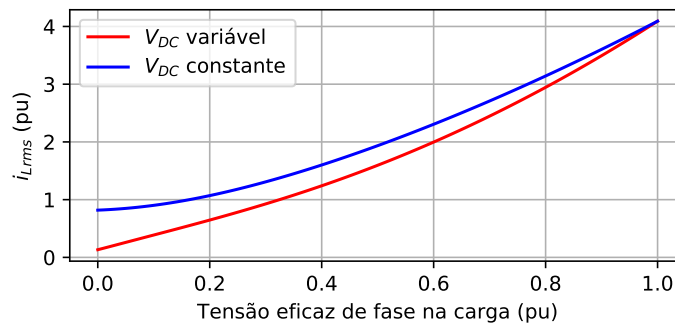
O valor máximo de  $i_{L_{rms}}$  ocorrerá quando  $\omega t = \frac{\pi}{2}$ , obtendo:

$$i_{L_{rmsF}(pu)} = \sqrt{\left\{\frac{V_{p(pu)}}{R_Y \left[1 - \left(\frac{2,1+V_{p(pu)}}{2,27+V_{p(pu)}}\right)\right]}\right\}^2 + \frac{\left\{\frac{V_g}{L} \left[\frac{1,1+V_{p(pu)}}{2,27+V_{p(pu)}}\right] T_s\right\}^2}{12}} \quad (3.93)$$

$$i_{L_{rmsV}(pu)} = \sqrt{\left\{\frac{V_{p(pu)}}{R_Y \left[1 - \left(\frac{0,1+2V_{p(pu)}}{1,27+2V_{p(pu)}}\right)\right]}\right\}^2 + \frac{\left\{\frac{V_g}{L} \left[\frac{0,1+2V_{p(pu)}}{1,27+2V_{p(pu)}}\right] T_s\right\}^2}{12}} \quad (3.94)$$

Para uma frequência de chaveamento de 20 kHz, com  $v_1 = V_{p(pu)}$ ,  $L = 85\mu\text{H}$ ,  $R_Y = 6\Omega$  e considerando-se  $V_g = 1,17$  pu com  $V_p$  variando-se de 0 a 1 pu, obtêm-se as seguintes soluções gráficas para o valor eficaz da corrente nos indutores para os casos  $V_{DC}$  constante e variável apresentadas na figura 40, considerando o valor eficaz da corrente de fase na carga em estrela igual a 1 pu.

Figura 40 – Comparação entre os valores eficazes máximos das correntes nos indutores com nível de *offset* constante e variável.



Fonte: Autor.

### 3.4.4 Conclusões

As análises realizadas até aqui demonstram que dependendo da técnica utilizada para a determinação do nível de *offset* de tensão nos capacitores ( $V_{DC}$ ), as tensões de bloqueio e correntes nas chaves e indutores assumem valores diferentes para um mesmo valor de amplitude da tensão de saída. Em virtude das perdas por chaveamento serem proporcionais ao produto da tensão de bloqueio pela corrente na chave no instante da comutação, pode-se concluir que utilizando-se a técnica do  $V_{DC}$  variável, as perdas médias por chaveamento são menores para um determinado valor de tensão de saída entre 0 e 1 pu.

Em se tratando das perdas por condução, pode-se chegar à mesma conclusão pois elas dependem da tensão de polarização direta da chave e seu valor médio de corrente. Como esta é sempre menor trabalhando-se com a técnica do  $V_{DC}$  variável, as perdas por condução serão também menores com esta técnica.

Com relação aos indutores as perdas em seus enrolamentos por efeito Joule são diretamente proporcionais ao quadrado do valor eficaz da corrente, fazendo com que este seja um dos elementos que mais possam contribuir com as perdas no inversor em questão. Verifica-se que, devido ao fato de o inversor realizar duas funções (elevação e inversão da tensão), os valores eficazes das correntes nos indutores possuem valores maiores comparados aos conversores CC-CC do tipo *Buck-Boost*. Em se tratando do inversor *Buck-Boost* proposto, de acordo com a figura 40, verifica-se que, mesmo que a amplitude da tensão de saída seja zero, ainda existe um valor eficaz considerável de corrente nos indutores para a técnica do  $V_{DC}$  fixo se comparada com o variável. Sendo assim, conclui-se que utilizando-se a técnica do  $V_{DC}$  variável, as perdas médias nos indutores podem ser minimizadas para uma mesma potência de saída.

Em virtude da técnica do  $V_{DC}$  variável minimizar as perdas do conversor, e a tensão de bloqueio nas chaves em aplicações onde a amplitude da tensão de saída seja variável, optou-se neste trabalho pela utilização desta técnica.

## 3.5 Cálculo do ganho do inversor - modelo monofásico com perdas

✓ Caso ideal:

Idealmente o ganho do modelo monofásico para o conversor pode ser determinado a partir da equação 3.69, visto que nesta situação ambos os modelos apresentados pelas equações matriciais 3.32 e 3.44, apresentam as matrizes A e B com mesmos coeficientes. Desta forma:

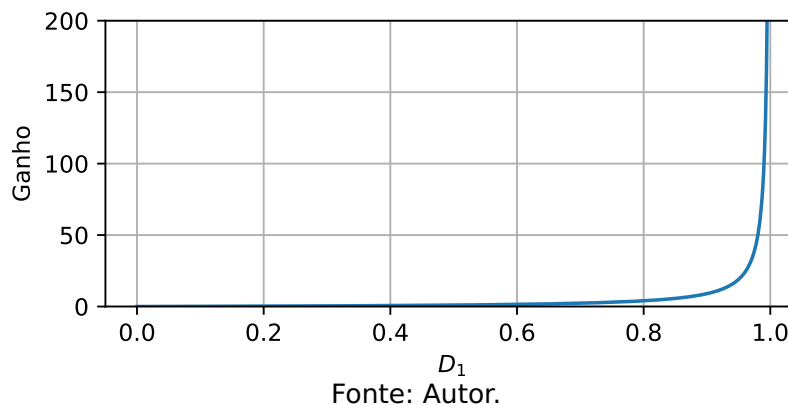
$$\begin{aligned}d_k &= \frac{v_{Ck}}{v_{Ck} + V_g} \\d_k(v_{Ck} + V_g) &= v_{Ck} \\d_k v_{Ck} + d_k V_g &= v_{Ck}\end{aligned}\quad (3.95)$$

Dividindo todos os termos por  $V_g$ :

$$\begin{aligned}d_k \frac{v_{Ck}}{V_g} + d_k \frac{V_g}{V_g} &= \frac{v_{Ck}}{V_g} \\ \frac{v_{Ck}}{V_g} - d_k \frac{v_{Ck}}{V_g} &= d_k \\ \frac{v_{Ck}}{V_g} (1 - d_k) &= d_k \\ \frac{v_{Ck}}{V_g} &= \frac{d_k}{(1 - d_k)}\end{aligned}\quad (3.96)$$

A equação encontrada para o ganho ideal, é a tradicional equação do conversor CC-CC *Buck-Boost* ideal. Na figura 41 mostra-se a evolução do ganho em função da razão cíclica para a equação 3.96.

Figura 41 – Ganho em função da razão cíclica (caso ideal).



Matematicamente observa-se que para  $d_k = 0$ , o ganho será zero, e a medida que a razão cíclica aumenta, o ganho vai aumentando até infinito, quando  $d_k = 1$ . Isto é devido o fato de o numerador da equação 3.96 se igualar a zero nesta situação. Existe um ponto particular em que o ganho se iguala a unidade, neste caso a razão cíclica será igual a 0,5. Acima deste valor de razão cíclica o conversor possui uma tensão de saída maior que a de entrada, abaixo deste valor, a tensão de saída será menor.

✓ Caso real:

Devido os conversores reais possuírem não idealidades, tais como perdas nos semicondutores e indutores, é de suma importância determinar o ganho do conversor, pois estas não idealidades afetam no ganho real do conversor, limitando-o a um valor máximo.

Para se determinar a equação do ganho para o caso real, serão levados em consideração os ganhos para cada semiciclo da tensão de saída:

### i- Semiciclo positivo da tensão de saída:

Tomando a equação 3.3, e dividindo todos seus termos por  $V_g$ , obtém-se:

$$\begin{aligned}
 0 &= -r_L \frac{v_{Ck}}{V_g} + r_L \frac{V_{DC}}{V_g} - r_D \frac{v_{Ck}}{V_g} + r_D \frac{V_{DC}}{V_g} - R_Y(1-d_k)^2 \frac{v_{Ck}}{V_g} \\
 &+ R_Y(1-d_k)d_k \frac{V_g}{V_g} - R_Y(1-d_k)d_k \frac{v_{CE}}{V_g} - R_Y(1-d_k)^2 \frac{v_D}{V_g} \\
 (R_Y(1-d_k)^2 + r_L + r_D) \frac{v_{Ck}}{V_g} &= R_Y(1-d_k)d_k + (r_L + r_D) \frac{V_{DC}}{V_g} \\
 - R_Y(1-d_k)d_k \frac{v_{CE}}{V_g} - R_Y(1-d_k)^2 \frac{v_D}{V_g}
 \end{aligned}$$

$$\frac{v_{Ck}}{V_g} = \frac{R_Y(1-d_k)d_k + (r_L + r_D) \frac{V_{DC}}{V_g} - R_Y(1-d_k)d_k \frac{v_{CE}}{V_g} - R_Y(1-d_k)^2 \frac{v_D}{V_g}}{(R_Y(1-d_k)^2 + r_L + r_D)} \quad (3.97)$$

Fazendo  $r_L$ ,  $r_D$ ,  $v_D$  e  $v_{CE}$  iguais a zero na equação 3.97, tem-se:

$$\frac{v_{Ck}}{V_g} = \frac{R_Y(1-d_k)d_k}{(R_Y(1-d_k)^2)} = \frac{d_k}{(1-d_k)} \quad (3.98)$$

Resultando na mesma equação 3.96 encontrada a partir da equação 3.69.

### ii- Semiciclo negativo da tensão de saída:

De forma análoga feita para o caso positivo, tem-se para o caso negativo a seguinte equação de ganho:

$$\frac{v_{Ck}}{V_g} = \frac{R_Y(1-d_k)d_k + (r_L + r_D d_k) \frac{V_{DC}}{V_g} + R_Y(1-d_k)^2 \frac{v_{CE}}{V_g} + R_Y(1-d_k)d_k \frac{v_D}{V_g}}{(R_Y(1-d_k)^2 + r_L + r_D d_k)} \quad (3.99)$$

Através de uma análise gráfica das equações 3.97 e 3.99, os seguintes resultados são obtidos para as situações que seguem:

1. Considerando apenas a queda de tensão nos IGBTs das chaves, ou seja,  $v_{CE}$ :

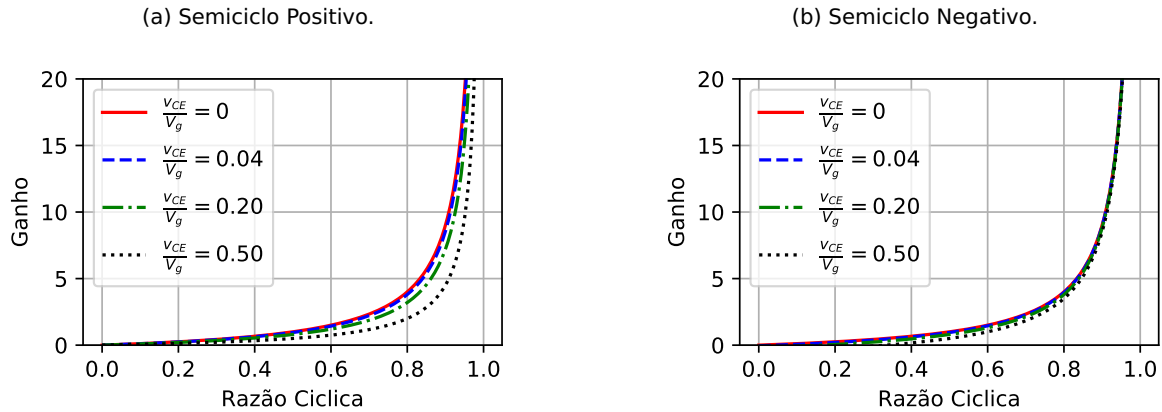
Neste caso as equações 3.97 e 3.99 se reduzem respectivamente a:

$$\frac{v_{Ck}}{V_g} = \frac{d_k(1 - \frac{v_{CE}}{V_g})}{(1-d_k)} \quad (3.100)$$

e

$$\frac{v_{Ck}}{V_g} = \frac{d_k + (1 - d_k) \frac{V_{CE}}{V_g}}{(1 - d_k)} \quad (3.101)$$

Plotando o gráfico para alguns valores distintos de  $\frac{V_{CE}}{V_g}$ , chega-se às seguintes curvas mostradas nas figuras 42a e 42b:



Fonte: Autor.

Fonte: Autor.

Figura 42 – Ganho em função da razão cíclica para valores discretos de  $\frac{V_{CE}}{V_g}$ .

Observa-se que, de acordo com a figura 42, as curvas de ganho para as duas situações possui seus valores atenuados para todos os valores de razões cíclicas, com exceção para  $d_k = 0$  e  $d_k = 1$ . Para pequenos valores de  $\frac{V_{CE}}{V_g}$  as curvas de ganho se aproximam da curva ideal. A influência dos IGBTs no ganho são mais perceptíveis no semiciclo positivo da tensão de saída.

2. Considerando apenas a queda de tensão nos diodos das chaves, ou seja,  $V_D$ :

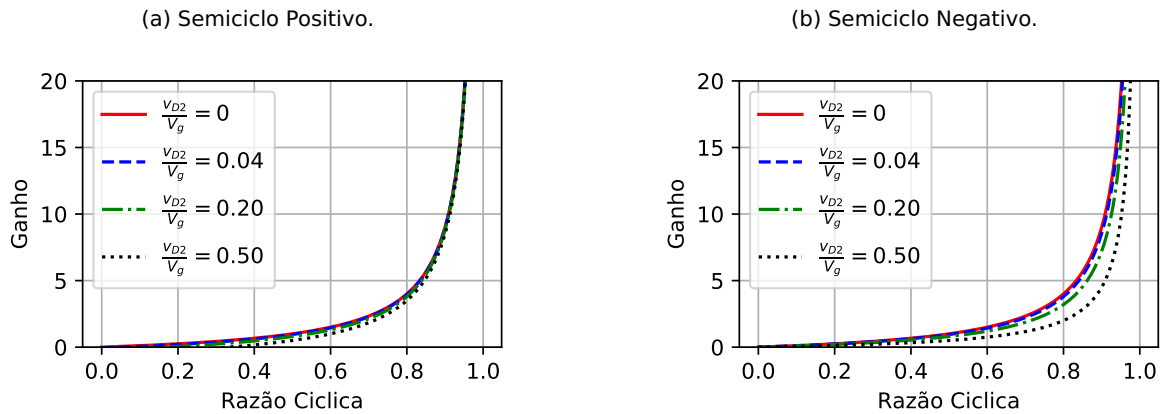
Neste caso as equações 3.97 e 3.99 se reduzem respectivamente a:

$$\frac{v_{Ck}}{V_g} = \frac{d_k - (1 - d_k) \frac{V_D}{V_g}}{(1 - d_k)} \quad (3.102)$$

e

$$\frac{v_{Ck}}{V_g} = \frac{d_k(1 + \frac{V_D}{D})}{(1 - d_k)} \quad (3.103)$$

Plotando o gráfico para alguns valores distintos de  $\frac{V_D}{V_g}$ , chega-se às seguintes curvas mostradas nas figuras 43a e 43b:



Fonte: Autor.

Fonte: Autor.

Figura 43 – Ganho em função da razão cíclica para valores discretos de  $\frac{v_D}{V_g}$ .

Observa-se que, de acordo com a figura 45, as curvas de ganho para as duas situações possuem seus valores atenuados para todos os valores de razões cíclicas, com exceção para  $d_k = 0$  e  $d_k = 1$ . Para pequenos valores de  $\frac{v_D}{V_g}$  as curvas de ganho se aproximam da curva ideal. A influência dos diodos no ganho são mais perceptíveis no semiciclo negativo da tensão de saída.

3. Considerando apenas as resistências do indutor e dos diodos das chaves, ou seja,  $r_L$  e  $r_D$ :

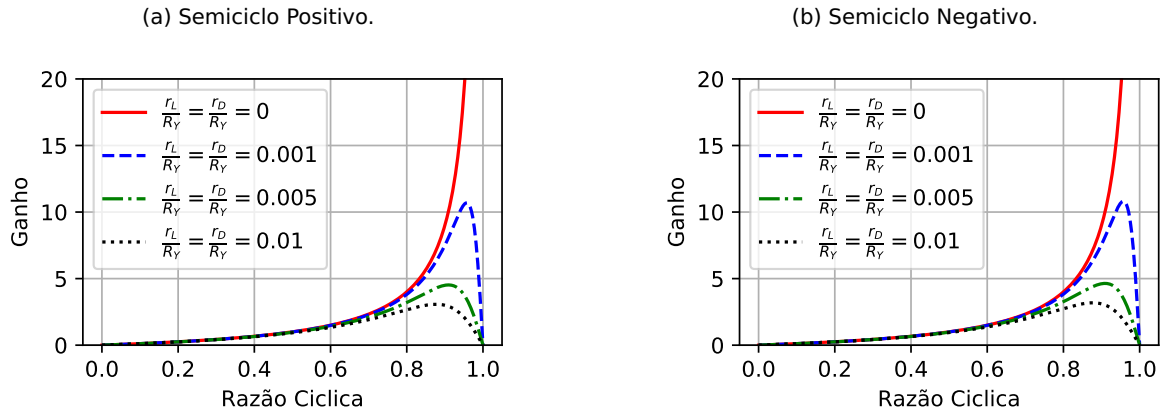
Nesta situação as equações 3.97 e 3.99 se reduzem respectivamente a:

$$\frac{v_{Ck}}{V_g} = \frac{R_Y(1-d_k)d_k}{(R_Y(1-d_k)^2 + r_L + r_D)} \quad (3.104)$$

e

$$\frac{v_{Ck}}{V_g} = \frac{d_k(1 + \frac{r_D}{R_Y})}{(1-d_k)} \quad (3.105)$$

Plotando o gráfico para alguns valores distintos de  $\frac{r_L}{R_Y}$  e  $\frac{r_D}{R_Y}$ , chega-se às seguintes curvas mostradas nas figuras 44a e 44b:



Fonte: Autor.

Fonte: Autor.

Figura 44 – Ganho em função da razão cíclica para valores discretos de  $\frac{r_L}{R_Y}$  e  $\frac{r_D}{R_Y}$ .

Neste caso observa-se claramente uma limitação no valor do ganho para valores de  $\frac{r_L}{R_Y}$  e  $\frac{r_D}{R_Y}$  diferentes de zero. Esta relação é de fundamental importância, pois de acordo com um projeto específico, as resistências dos indutores e chaves devem ser minimizadas de tal forma que o maior ganho desenvolvido pelo conversor seja inferior ao ganho máximo real do conversor.

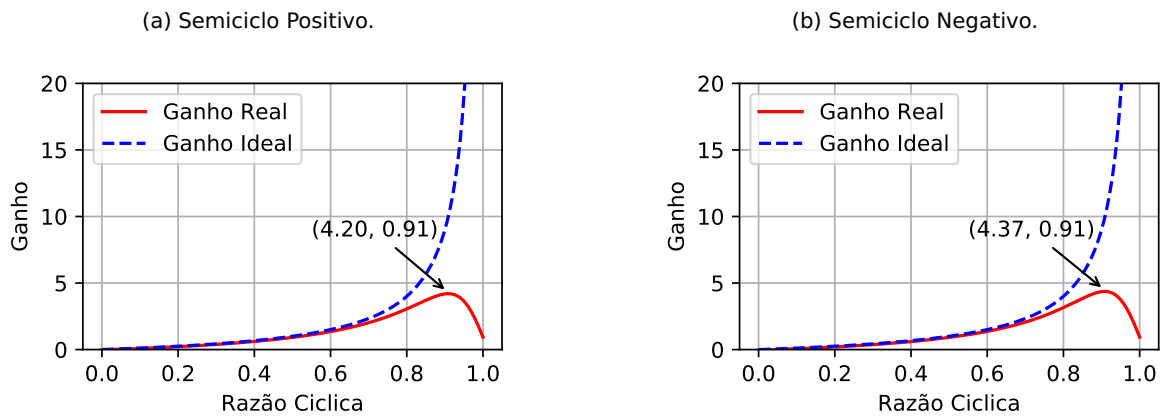
4. Considerando todos os parâmetros:

Nesta análise serão considerados os mesmos parâmetros utilizados na seção anterior para o cálculo da razão cíclica, ou seja:

$$V_g = 1,175 \text{ pu} \quad V_{DC} = 1,1 \text{ pu} \quad v_{CE} = 0,061 \text{ pu}$$

$$v_D = 0,041 \text{ pu} \quad r_L = 0,0057 \text{ pu} \quad r_D = 0,0076 \text{ pu}$$

Utilizando as equações 3.97 e 3.99 chega-se aos seguintes gráficos mostrados nas figuras 45a e 45b:



Fonte: Autor.

Fonte: Autor.

Figura 45 – Ganho em função da razão cíclica para valores discretos de  $\frac{r_L}{R_Y}$  e  $\frac{r_D}{R_Y}$ .

De acordo com o gráfico, observa-se que o máximo ganho permitido é de 4,20 e 4,37 para os semiciclos positivos e negativos respectivamente, com uma razão cíclica máxima de 0,91 considerando os valores base em pu adotados. Porém, como a situação de

maior ganho exigido pelo inversor é durante o ponto de máximo do semiciclo positivo, o ganho máximo real do inversor será de 4,20.

A análise do ganho em função das perdas nas chaves e indutores é de fundamental importância, pois conforme apresentado nas figuras 45a e 45b, existe uma limitação prática para o ganho do inversor, de tal forma que na realização do seu projeto, o valor máximo do ganho em operação não deve ultrapassar este valor.

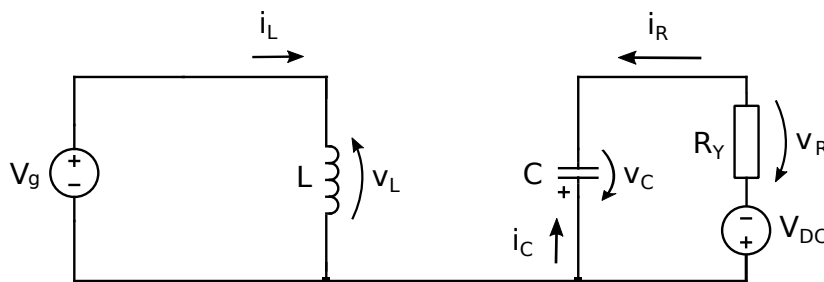
### 3.6 Cálculo dos indutores e capacitores do inversor

Para a determinação dos valores das indutâncias e capacitâncias do conversor, são considerados os valores médios quase instantâneos, ou seja, para cada intervalo de chaveamento considera-se que não ocorram variações de tensão nos indutores e corrente nos capacitores. Para os referidos cálculos foi utilizado o modelo monofásico representado pela figura 29 desconsiderando-se as perdas.

As etapas de operação, ilustradas nas figuras 46 e 47, e as equações da tensão no indutor e corrente no capacitor para o braço 1 do inversor *Buck-Boost* baseados no modelo sem perdas são apresentadas a seguir.

1- Primeira etapa: Chave  $T_1$  ligada e chave  $T_2$  desligada.

Figura 46 – Diagrama esquemático equivalente da primeira etapa de operação do circuito equivalente monofásico sem perdas.



Fonte: Autor.

• Indutor:

$$+ v_g - v_L = 0$$

$$v_L = V_g \quad (3.106)$$

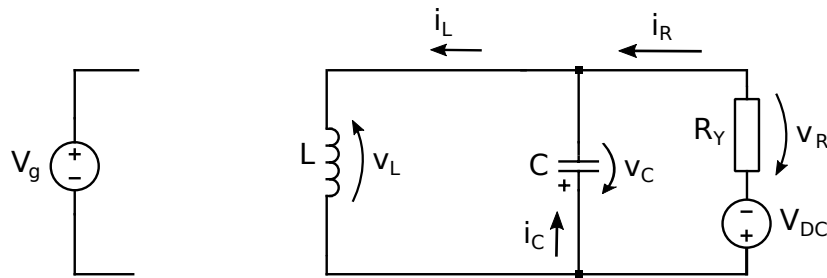
• Capacitor:

$$i_C = -i_R$$

$$i_C = -\frac{v_R}{R_Y} \quad (3.107)$$

2- Segunda etapa: Chave  $T_1$  desligada e chave  $T_2$  ligada.

Figura 47 – Diagrama esquemático equivalente da segunda etapa de operação do circuito equivalente monofásico sem perdas.



Fonte: Autor.

- Indutor:

$$v_L + v_C = 0$$

$$v_L = -v_C \quad (3.108)$$

- Capacitor:

$$i_C + i_R = i_L$$

$$i_C = i_L - i_R$$

$$i_C = i_L - \frac{v_R}{R_Y} \quad (3.109)$$

### 3.6.1 Indutores

De acordo com as etapas de operação apresentadas nas figuras 46 e 47 e as respectivas equações para a tensão no indutor, obtém-se as seguintes formas de onda mostradas na figura 150a para as variáveis dos indutores do inversor.

Como a tensão nos indutores durante os intervalos de tempo  $DT_s$  e  $(1-D)T_s$  são constantes,  $\Delta i_L$  pode ser calculado como:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta i_L}{\Delta t} &= \frac{V_L}{L} \\ \Delta i_L &= \frac{V_L}{L} \Delta t \end{aligned}$$

Considerando o intervalo de tempo  $DT_s$  tem-se  $V_L = V_g$  e  $\Delta t = DT_s$ , desta forma:

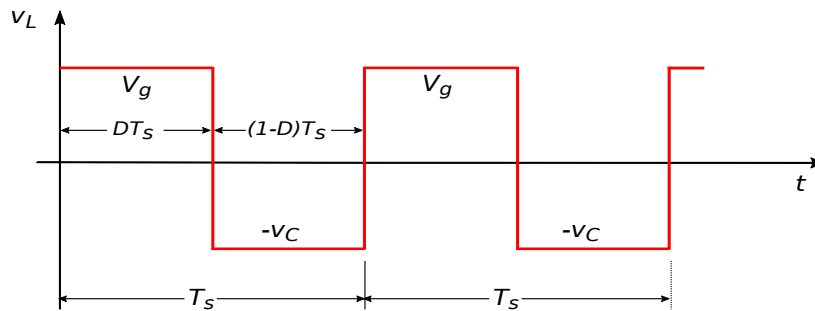
$$\Delta i_L = \frac{V_g}{L} DT_s$$

Substituindo  $D$  por  $\frac{v_{Ck}}{v_{Ck} + V_g}$  (equação A2.15), tem-se:

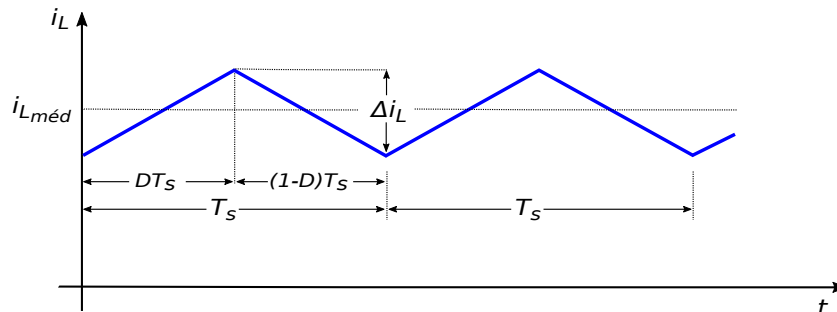
$$\Delta i_L = \frac{T_s}{L} \cdot V_g \frac{v_{Ck}}{(v_{Ck} + V_g)} \quad (3.110)$$

Figura 48 – Formas de onda da tensão e corrente nos indutores do conversor.

(a) Tensão nos indutores.



(b) Corrente nos indutores



Fonte: Autor.

Observa-se que na equação 3.110 o valor de  $\Delta i_L$  depende da relação  $\frac{V_g v_{Ck}}{(v_{Ck} + V_g)}$  que é variante no tempo, devido a tensão  $v_{Ck}$  possuir uma componente senoidal. Para o cálculo do indutor é considerado então um  $\Delta i_L$  parametrizado dado por:

$$\Delta i_{Lpar} = \frac{\Delta i_L L}{T_s} = V_g \frac{v_{Ck}}{(v_{Ck} + V_g)} \quad (3.111)$$

Como  $v_{Ck} = V_{DC} + V_{max} \text{sen} \theta$ , a equação 3.111 torna-se:

$$\Delta i_{Lpar} = V_g \frac{V_{DC} + V_{max} \text{sen} \theta_1}{(V_{DC} + V_{max} \text{sen} \theta_1 + V_g)} \quad (3.112)$$

Considerando  $V_{DC} = V_{max} + 0,1V_{max} = 1,1V_{max}$ , tem-se:

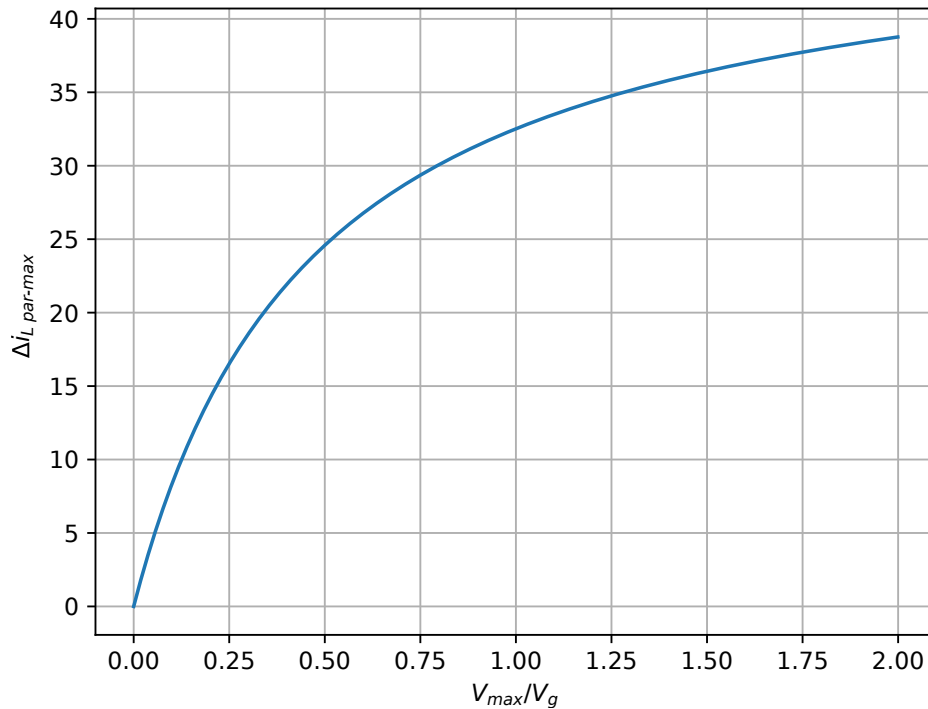
$$\begin{aligned} \Delta i_{Lpar} &= V_g \frac{1,1V_{max} + V_{max} \text{sen} \theta_1}{(1,1V_{max} + V_{max} \text{sen} \theta_1 + V_g)} \\ \Delta i_{Lpar} &= V_g \frac{V_{max}(1,1 + \text{sen} \theta_1)}{(V_{max}(1,1 + \text{sen} \theta_1) + V_g)} \\ \Delta i_{Lpar} &= \frac{V_{max}(1,1 + \text{sen} \theta_1)}{\left(\frac{V_{max}}{V_g}(1,1 + \text{sen} \theta_1) + 1\right)} \end{aligned} \quad (3.113)$$

Para a determinação do valor da indutância do indutor, é considerado o valor máximo de  $\Delta i_{Lpar}$ , garantindo assim a situação em que ocorrerá a máxima ondulação da corrente no indutor, o que resulta em:

$$L = \text{máx}(\Delta i_{Lpar}) \cdot \frac{T_s}{\Delta i_L} \quad (3.114)$$

Para se calcular o ângulo em que ocorre o máximo valor de  $\Delta i_{Lpar}$ , basta derivar a equação 3.113 em relação ao ângulo  $\theta_1$  para os valores de  $v_{Ck}$  e  $V_g$  especificados em projeto, e igualar a zero. Uma outra alternativa, consiste-se em plotar o gráfico de  $\Delta i_{Lpar-max}$  em função de diversos valores de interesse para  $\frac{V_{max}}{V_g}$ , conforme ilustrado na figura 49. Definindo-se então a relação  $\frac{V_{max}}{V_g}$  requerida, determina-se o correspondente valor máximo de  $\Delta i_{Lpar}$ .

Figura 49 – Máximos valores de  $\Delta i_{Lpar}$  em função de  $\frac{V_{max}}{V_g}$  variando de 0 a 2.



Fonte: Autor.

De posse do valor máximo de  $\Delta i_{Lpar}$  e dos demais valores definidos em projeto, através da equação 3.114, calcula-se o valor da indutância. Devido a simetria dos braços dos conversores, os os valores das indutâncias dos outros indutores serão idênticos.

### 3.6.2 Capacitores

De acordo com as etapas de operação apresentadas nas figuras 46 e 47 e as respectivas equações para a corrente no capacitor, obtém-se as seguintes formas de onda mostradas na figura 50 para as variáveis dos capacitores do conversor.

Considerando que a o valor médio da tensão no capacitor durante o período de chaveamento seja constante, a área abaixo da curva da corrente no capacitor durante intervalo de chaveamento  $DT_s$  representará a variação na carga do capacitor quando fornecendo corrente para a saída. Esta variação de carga  $\Delta Q$  produzirá uma variação de tensão nos terminais do capacitor, produzindo assim uma ondulação na tensão em seus terminais dada por  $\Delta v_C$ .

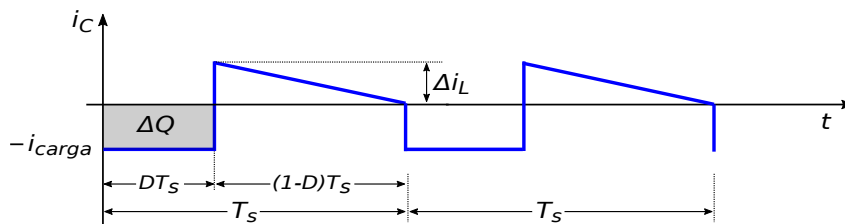
Sabendo-se que  $C = \frac{\Delta Q}{\Delta v_C}$  e  $\Delta Q_1 = DT_s \cdot i_R$ , tem-se:

$$C = \frac{DT_s i_R}{\Delta v_C}$$

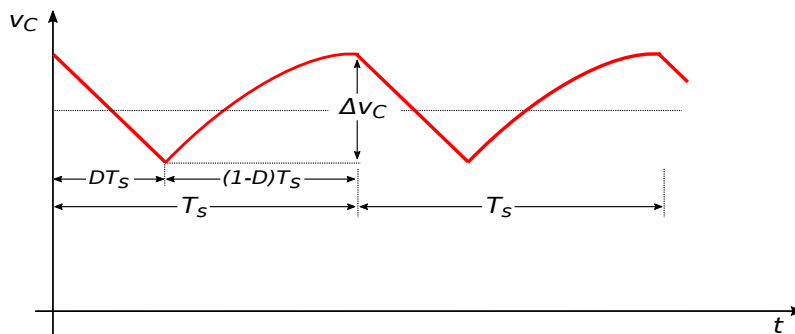
$$C = \frac{v_R DT_s}{R_Y \Delta v_C} \quad (3.115)$$

Figura 50 – Formas de onda da tensão e corrente nos capacitores do conversor.

(a) Corrente nos capacitores.



(b) Tensão nos capacitores



Fonte: Autor.

Substituindo  $D$  por  $\frac{v_{Ck}}{v_{Ck} + v_g}$  (equação A2.15), obtém-se a equação para a determinação do valor da capacitância do capacitor para o conversor proposto:

$$C = \frac{v_R \frac{v_C}{v_C + v_g} T_s}{R_Y \Delta v_C} \quad (3.116)$$

Observa-se que na equação 3.116 o valor de  $C$  depende da relação  $v_R \frac{v_C}{v_C + v_g}$  que assim como no indutor, é variante no tempo, devido a tensão  $v_C$  possuir uma componente

senoidal, e a tensão  $v_1$  ser puramente senoidal. Para o cálculo do capacitor será considerado então um  $\Delta v_C$  parametrizado dado por:

$$\Delta v_{Cpar} = \frac{R_Y C \Delta v_C}{T_s} = v_R \frac{v_C}{v_C + V_g} \quad (3.117)$$

Como  $v_R = V_{max} \sin \theta$  e  $v_C = V_{DC} + V_{max} \sin \theta$ , a equação 3.117 torna-se:

$$\Delta v_{Cpar} = V_{max} \sin \theta \cdot \frac{V_{DC} + V_{max} \sin \theta}{V_{DC} + V_{max} \sin \theta + V_g} \quad (3.118)$$

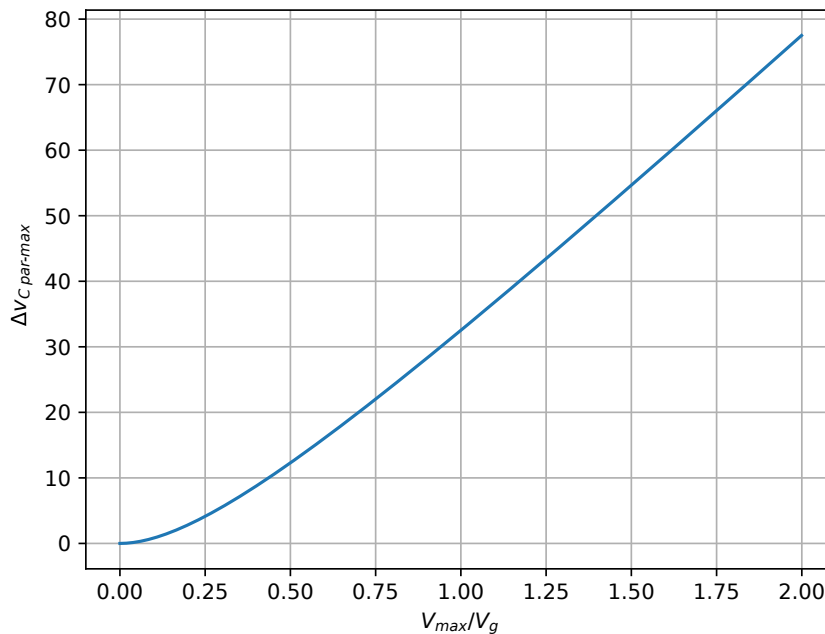
Considerando  $V_{DC} = V_{max} + 0,1V_{max} = 1,1V_{max}$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta v_{Cpar} &= V_{max} \sin \omega t \cdot \frac{1,1V_{max} + V_{max} \sin \omega t}{(1,1V_{max} + V_{max} \sin \omega t + V_g)} \\ \Delta v_{Cpar} &= V_{max} \sin \omega t \cdot \frac{V_{max}(1,1 + \sin \omega t)}{(V_{max}(1,1 + \sin \omega t) + V_g)} \\ \Delta v_{Cpar} &= V_{max}^2 \cdot \frac{\sin \omega t(1,1 + \sin \omega t)}{(V_{max}(1,1 + \sin \omega t) + V_g)} \\ \Delta v_{Cpar} &= \frac{V_{max} \frac{V_{max}}{V_g} \cdot \sin \omega t(1,1 + \sin \omega t)}{\left(\frac{V_{max}}{V_g}(1,1 + \sin \omega t) + 1\right)} \end{aligned} \quad (3.119)$$

Através do valor máximo de  $\Delta v_{Cpar}$  calcula-se o valor da capacitância dos capacitores do conversor para o máximo valor de sua variação de tensão, dada por:

$$C = \text{máx}(\Delta v_{Cpar}) \cdot \frac{T_s}{R_Y \Delta v_C} \quad (3.120)$$

De forma semelhante realizada para o indutor, para valores de interesse de  $\frac{V_{max}}{V_g}$  plota-se o gráfico com os valores máximos de  $\Delta v_{Cpar}$  em função de  $\frac{V_{max}}{V_g}$ . De posse dos valores de projeto para  $V_{max}$  e  $V_g$  determina-se a relação entre eles, e através do gráfico mostrado na figura 51, encontra-se o valor de  $\Delta v_{Cpar}$  correspondente. De posse deste valor, substitui-se o mesmo na equação 3.120, e calcula-se então a capacitância do capacitor do braço 1 do conversor. Os demais capacitores  $C_2$  e  $C_3$ , devido as simetrias do conversor, terão o mesmo valor de capacitância do capacitor  $C$ .

Figura 51 – Máximo valor de  $\Delta v_{C_{par}}$  para valores de  $\frac{V_{max}}{V_g}$  variando de 0 a 2.

Fonte: Autor.

### 3.7 Conclusão

Neste capítulo foi proposto um modelo monofásico do inversor levando em conta as perdas nas chaves e nos elementos passivos do inversor. Foi apresentada uma análise das influências das não idealidades sobre a razão cíclica e o ganho, percebendo-se que o fator de maior impacto sobre o ganho são as perdas resistivas nos indutores e de condução nas chaves, sendo estes determinantes no máximo ganho estático que o conversor pode proporcionar. Uma análise do nível CC da tensão nos capacitores foi realizada concluindo-se que quando este é proporcional à amplitude da componente senoidal da tensão no capacitor, as perdas por chaveamento podem ser reduzidas, devido ao fato de que a tensão de bloqueio/condução apresentam valores menores quando se deseja ajustar a tensão de saída em um controle V/Hz por exemplo. Foi observado também que o valor deste *offset* tem influência direta sobre os valores médio e eficaz das correntes nos indutores do inversor. Utilizando-se a técnica do *offset* variável percebe-se que estes valores são menores quando comparados com a técnica de *offset* constante, o que também leva a concluir ser mais vantajoso, pois as perdas nos indutores e por condução nas chaves serão minimizadas. Também foram apresentadas as metodologias para o cálculo do valor das indutâncias dos indutores e capacitâncias dos capacitores do inversor *Buck-Boost*, chegando-se à funções parametrizadas cuja solução pode ser realizada de forma numérica ou gráfica.

---

---

## CAPÍTULO 4

---

# SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS COM CARGAS RESISTIVA E RL

As simulações computacionais do conversor foram feitas utilizando-se *scripts* desenvolvidos pelo autor na linguagem de programação *Python*, e um *software* específico para simulações de circuitos eletrônicos voltados para a área de eletrônica de potência, o PLECS®.

### ***Python***

A escolha do *Python* baseia-se no fato de ser uma linguagem interpretada, o que simplifica a depuração do programa, possuir uma sintaxe clara e concisa, facilitando a interpretação do código fonte, tornando assim a linguagem mais produtiva.

O *Python* [52] possui várias estruturas de alto nível e módulo prontos para o uso, além de bibliotecas de terceiros que podem ser adicionadas, tais como *Matplotlib*, *Numpy*, *Scipy*, utilizadas neste trabalho, entre outras. Devido a linguagem ser interpretada, e executada através da máquina virtual *Python*, torna o código portátil e passível de ser rodado em outros sistemas operacionais ou ser executado direto do código fonte.

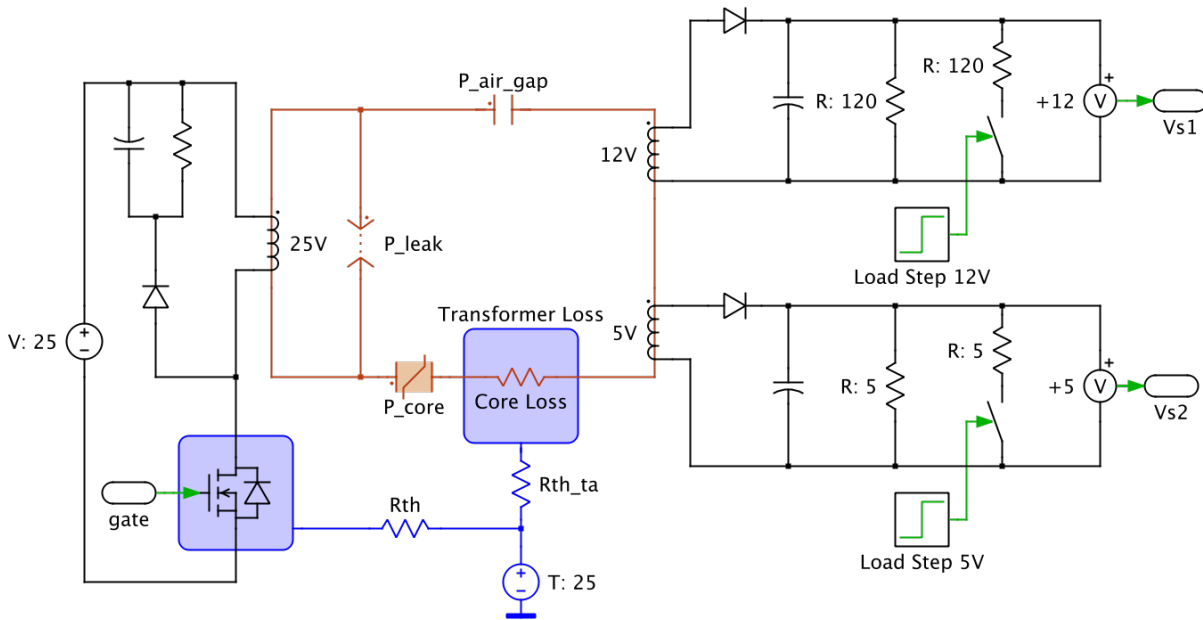
### **PLECS®**

Por ser uma ferramenta para simulações de circuitos de eletrônica de potência, o PLECS® pode ser utilizado em várias áreas da engenharia elétrica e eletrônica, facilitando o modelamento e simulação de sistemas completos, incluindo fontes de energia, conversores de potência e cargas.

Este *software* possui uma vasta biblioteca de componentes, cobrindo os principais elementos e dispositivos elétricos e eletrônicos, bem como elementos magnéticos e térmicos, e aspectos mecânicos e de controle em sistemas de conversão de energia. Os circuitos eletrônicos são desenhados através de um editor de diagramas, utilizando simbologias conhecidas e usuais. Os componentes eletrônicos são alocados no ambiente de trabalho do editor, e suas conexões são realizadas de forma simples por linhas desenhadas que representam os condutores. A figura 52 mostra um diagrama esquemático de um conversor *flyback* com dois secundários no PLECS®, combinando as funções elétricas térmicas e magnéticas de um circuito. As perdas térmicas do MOSFET e do transformador são captura-

das por um dissipador virtual e acoplado através de uma resistência térmica ao ambiente com temperatura de 25° C. O transformador foi representado por um circuito magnético equivalente em função da curva de saturação  $B-H$  do núcleo do material que o compõe.

Figura 52 – Exemplo de um diagrama esquemático no PLECS®.



Fonte: <https://www.plexim.com/plecs>.

## 4.1 Modelo matemático para simulação

Para simulações iniciais foi utilizado o modelo representado pela equação matricial 2.31 desprezando-se as perdas. Para os cálculos das indutâncias e capacitâncias do conversor foram utilizadas as metodologias apresentadas nas subseções 3.6.1 e 3.6.2.

Foram assumidas as seguintes considerações para o projeto do inversor:

- Tensão de entrada = 48 V
- Tensão de linha na Carga = 50 Vrms
- Resistência de carga (estrela) = 6,02  $\Omega$
- Frequência da tensão de saída = 60 Hz
- Frequência de chaveamento = 20 kHz
- $\Delta i_L = 1$  A
- $\Delta v_C = 2$  V

### ✓ Cálculo do indutor:

Utilizando a equação 3.113, e substituindo  $V_{max}$  por  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}V_{LINHA,rms}$ , determina-se graficamente o máximo valor para  $\Delta i_{Lpar}$ :

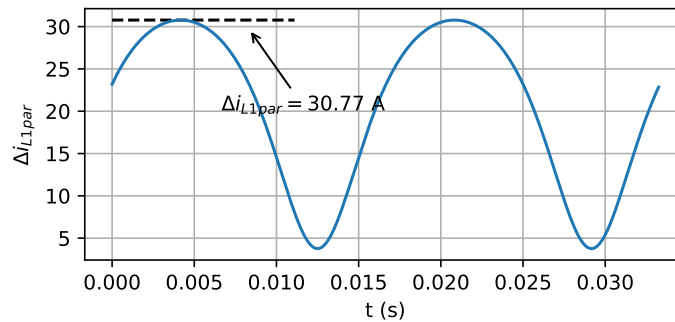
$$\Delta i_{L_{par}} = V_g \frac{1,1 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_{LINHA_{rms}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_{LINHA_{rms}} \text{sen}\theta_1}{(1,1 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_{LINHA_{rms}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_{LINHA_{rms}} \text{sen}\theta_1 + V_g)}$$

$$\Delta i_{L_{par}} = 48 \frac{1,1 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} 50 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} 50 \text{sen}\theta_1}{(1,1 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} 50 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} 50 \text{sen}\theta_1 + 48)}$$

$$\Delta i_{L_{par}} = \frac{44,90 + 40,82 \text{ sen}\theta_1}{(1,935 + 0,85 \text{ sen}\theta_1)}$$

Plotando o gráfico de  $\Delta i_{L_{par}}$  para dois ciclos da tensão de saída, tem-se a curva mostrada na figura 53:

Figura 53 – Máximo valor para  $\Delta i_{L_{par}}$ .



Fonte: Autor.

Substituindo o valor máximo para  $\Delta i_{L_{par}}$ , encontrado no gráfico da figura 53, com a equação 3.114 pode-se determinar o valor da indutância de  $L_1$ .

$$L_1 = 30,77 \frac{1}{(20 \times 10^3 \times 1)}$$

$$L_1 = 769,27 \mu\text{H}$$

Conseqüentemente  $L_2$  e  $L_3$  também serão iguais a  $769,27 \mu\text{H}$ .

#### ✓ Cálculo da capacitância:

Utilizando a equação 3.119, e substituindo  $V_{max}$  por  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_{LINHA_{rms}}$ , determina-se graficamente o máximo valor para  $\Delta v_{C_{par}}$ :

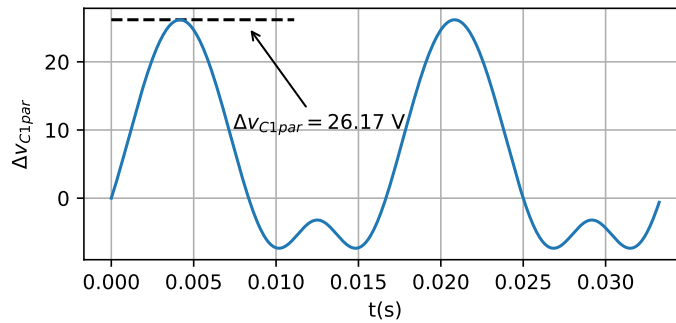
$$\Delta v_{C_{par}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_{LINHA_{rms}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_{LINHA_{rms}}}{V_g} \cdot \text{sen}\theta_1 (1, 1 + \text{sen}\theta_1)}{\left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_{LINHA_{rms}}}{V_g} (1, 1 + \text{sen}\theta_1) + 1 \right)}$$

$$\Delta v_{C_{par}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} 50 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} 50}{48} \cdot \text{sen}\theta_1 (1, 1 + \text{sen}\theta_1)}{\left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{50}{48} (1, 1 + \text{sen}\theta_1) + 1 \right)}$$

$$\Delta v_{C_{par}} = \frac{9,55 \text{ sen}\theta_1 + 8,68 \text{ sen}^2\theta_1}{(2,04 + 1,85 \text{ sen}\theta_1)}$$

Plotando o gráfico de  $\Delta v_{C_{par}}$  para dois ciclos da tensão de saída, tem-se a curva mostrada na figura 54:

Figura 54 – Máximo valor para  $\Delta v_{C_{par}}$ .



Fonte: Autor.

Substituindo-se o valor máximo para  $\Delta v_{C_{par}}$ , encontrado no gráfico da figura 54, com a equação 3.120 determina-se o valor da capacitância de  $C_1$ .

$$C_1 = 26,17 \frac{1}{20 \times 10^3 \times 6,02 \times 2}$$

$$C_1 = 326,05 \mu\text{F}$$

De forma similar,  $C_2$  e  $C_3$  também serão iguais a 326,05  $\mu\text{F}$ .

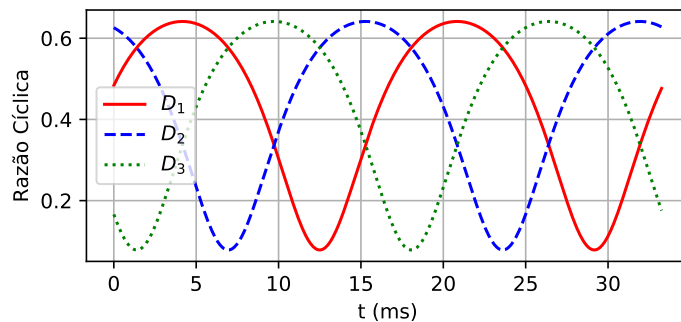
## 4.2 Simulação do modelo sem perdas nas chaves e indutores com carga R

As simulações realizadas nesta seção foram produzidas utilizando-se o diagrama esquemático do inversor *Buck-Boost* apresentado na figura 14. São desconsideradas as perdas nas chaves, a tensão de saturação coletor-emissor dos IGBTs, tensão direta e resistência da junção dos diodos, e resistência dos enrolamentos dos indutores.

Para a validação do modelo, nas simulações foram utilizadas as bibliotecas *Numpy* [53], *Scipy* [54], e *Matplotlib* [55] do *Python*, onde foram resolvidas as equações diferenciais presentes na equação matricial 2.31 desprezando-se as perdas. Como a matriz  $A$  da referida

equação é variante no tempo, deve-se atualizar a cada passo de integração os valores das razões cíclicas  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$ , cujos valores instantâneos foram determinados através da equação A2.15 com os respectivos valores de tensão de saída. As formas de onda, obtidas para as razões cíclicas apresentadas na figura 55, foram plotadas com base nas considerações da subseção 4.1. Foram utilizados como passo de integração o mesmo período da frequência de chaveamento, ou seja,  $T_s = \frac{1}{f_s} = 50\mu s$ .

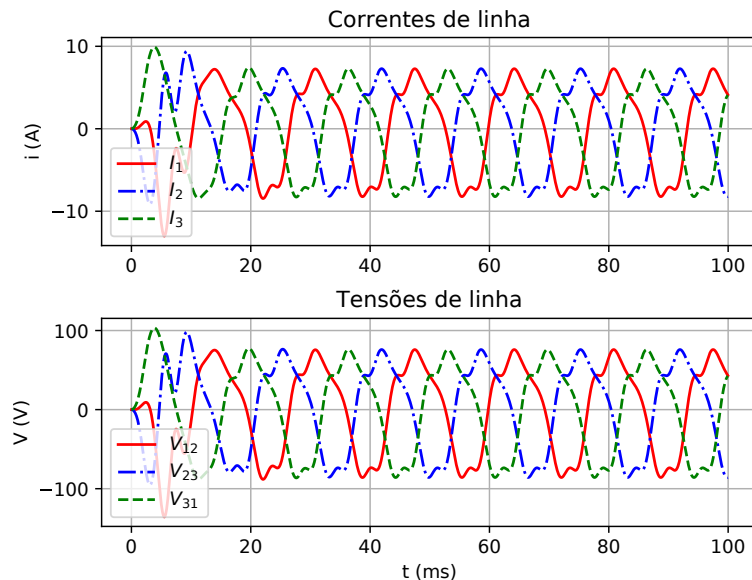
Figura 55 – Gráficos das razões cíclicas utilizadas nas simulações computacionais.



Fonte: Autor.

Os resultados obtidos para as correntes e tensões de linha são mostrados na figura 56.

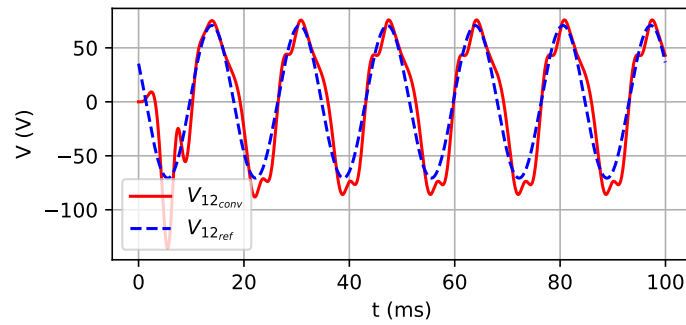
Figura 56 – Tensões e correntes de linha para  $L_{1,2,3} = 769,27\ \mu H$  e  $C_{1,2,3} = 326,05\ \mu F$ .



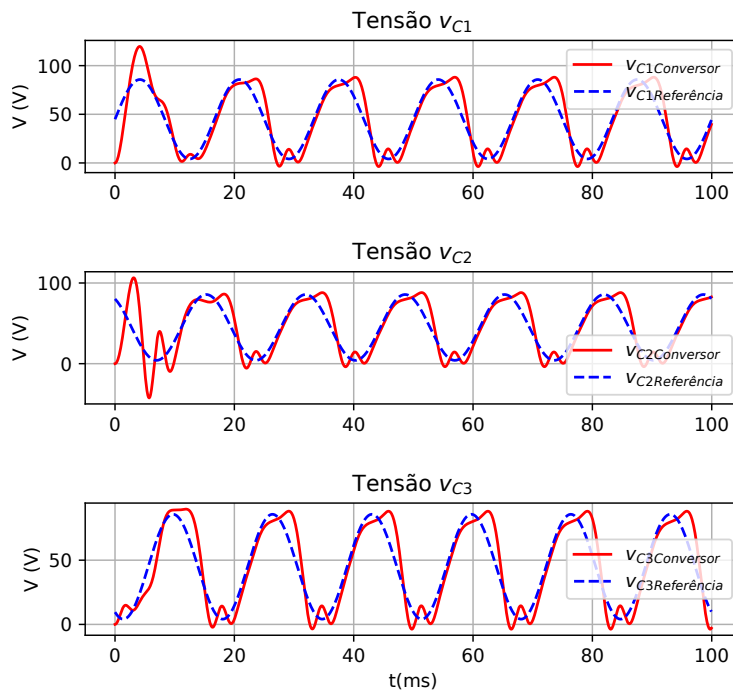
Fonte: Autor.

Observa-se que o conversor, apesar de produzir tensões e correntes trifásicas em sua saída, não foi capaz de seguir as tensões de referências para as tensões de linha, representada na figura 57 para a tensão  $V_{12}$ , e nos capacitores  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  conforme mostrado na figura 58.

Figura 57 – Tensão de linha do conversor e sua referência.



Fonte: Autor.

Figura 58 – Tensão no capacitor  $C_1$  e sua referência.

Fonte: Autor.

Os resultados obtidos na figura 56 devem-se ao comportamento dinâmico do conversor em relação aos seus parâmetros, especificamente a razão cíclica que faz com que a matriz de coeficientes  $A$  seja variante no tempo.

Para se determinar a função de transferência da tensão no capacitor em relação à tensão de entrada do inversor, modelado pela equação 3.47, é necessário primeiramente escolher um ponto de operação do inversor para se determinar o valor de razão cíclica correspondente. As variações da razão cíclica em torno deste ponto de equilíbrio, produzirão na saída do inversor a modulação senoidal desejada. No caso, será definido o ponto em que a tensão média no capacitor do inversor seja zero, ou seja,  $v_C = V_{DC}$ . Chamando-se de  $D$  o valor correspondente da razão cíclica para esta situação, a função de transferência,

derivada das técnicas de controle de sistemas [51], do modelo monofásico será dada pela equação 4.1:

$$\frac{v_C}{V_g} = C(SI - A)^{-1}B \quad (4.1)$$

Onde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(D-1)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{D}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_Y C} \end{bmatrix} \text{ e } C = [0 \quad 1]$$

Substituindo as matrizes A, B, e C na equação 4.1, obtém-se a seguinte função de transferência:

$$\frac{v_C}{V_g} = \frac{\frac{1}{LC}D(1-D)}{s^2 + \frac{1}{R_Y C}s + \frac{(1-D)^2}{LC}} \quad (4.2)$$

O denominador da equação 4.2 representa a equação característica da função de transferência, e esta por sua vez, possui a seguinte forma [51]:

$$s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2 \quad (4.3)$$

Onde:

$\omega_0 \rightarrow$  Frequência natural de oscilação

$\xi \rightarrow$  Fator de amortecimento

Por inspeção, pode-se determinar estes parâmetros como segue:

$$\omega_0^2 = \frac{(1-D)^2}{LC}$$

$$\omega_0 = \frac{(1-D)}{\sqrt{LC}} \quad (4.4)$$

$$2\xi\omega_0 = \frac{1}{R_Y C}$$

$$2\xi \frac{(1-D)}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{R_Y C}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{1}{R_Y C} \frac{\sqrt{LC}}{(1-D)}$$

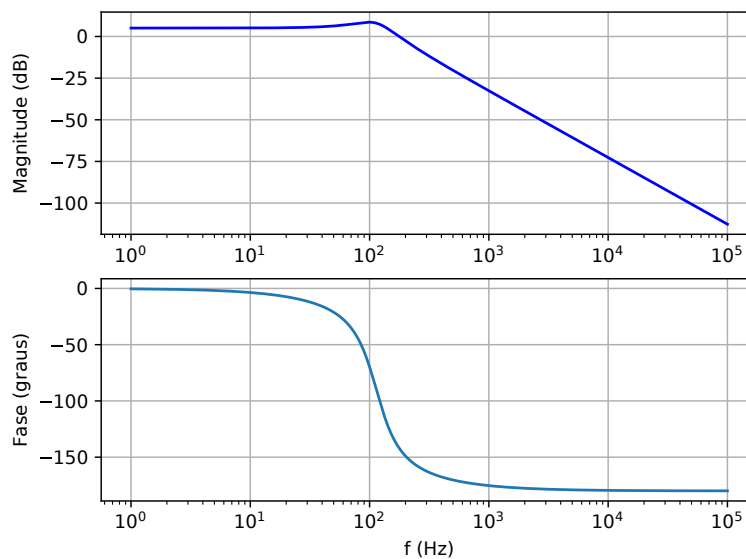
$$\xi = \frac{1}{2} \frac{1}{R_Y(1-D)} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4.5)$$

De acordo com a equação 4.4, pode-se observar que a frequência natural de oscilação depende dos valores da indutância e capacitância calculados para o conversor. Além disto, do

valor instantâneo da razão cíclica, visto que a razão cíclica imposta ao conversor apresenta o perfil mostrado na figura 55, tendo como valores mínimo e máximo 0,078 e 0,641 respectivamente.

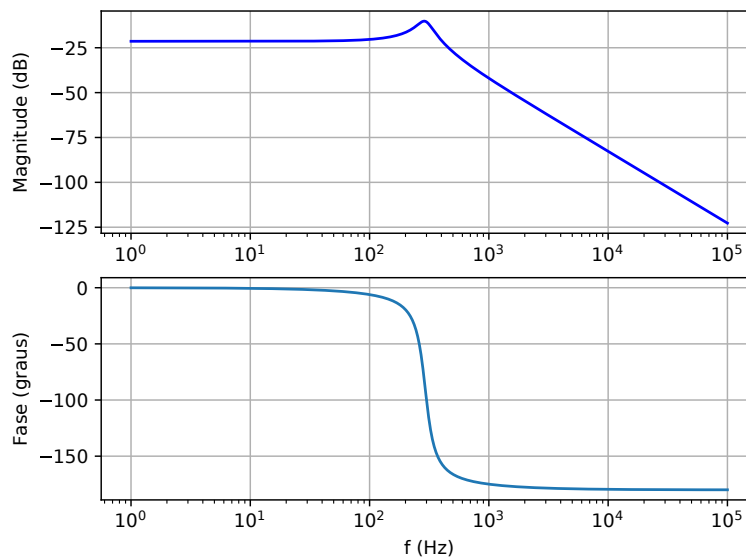
Esta variação na razão cíclica, utilizando os valores de indutância e capacitância calculados nas seções 3.6.1 e 3.6.2 produzem, de acordo com a equação 4.4, valores mínimo e máximo para a frequência de ressonância igual a 113,98 Hz e 292,85 Hz respectivamente. As figuras 59 e 60 mostram o diagrama de Bode para as duas situações.

Figura 59 – Diagrama de Bode para razão cíclica máxima.



Fonte: Autor.

Figura 60 – Diagrama de Bode para razão cíclica mínima.



Fonte: Autor.

Com base na observação dos gráficos de Bode apresentados nas figuras 59 e 60,

percebe-se que o ganho da função de transferência depende do valor instantâneo da razão cíclica. Os valores dos ganhos podem ou não ser iguais dependendo da frequência da tensão desejada, o que pode implicar em valores dos picos positivos e negativos, bem como defasamentos instantâneos diferentes para a tensão senoidal produzida na saída do conversor. Para evitar tal situação, a faixa de frequências desejadas, para a qual o conversor deve responder, deveria idealmente estar na região onde tanto o ganho quanto a fase permanecessem constantes. Infelizmente isto não será possível, pois sempre existirá uma pequena diferença entre os respectivos valores.

Observa-se, de acordo com a equação 4.4, que o valor mínimo para a frequência de ressonância sempre ocorrerá na situação em que a razão cíclica for máxima, sendo esta situação limitante. Satisfazendo a condição de razão cíclica máxima, garante-se que para todos os outros valores de razão cíclica a frequência de ressonância será maior.

Um outro parâmetro que é dependente da razão cíclica é o fator de amortecimento  $\xi$ . Sua relação com a razão cíclica é inversa, de acordo com a equação 4.5, e também dependente da carga. No instante em que a razão cíclica é máxima, o fator de amortecimento assume o valor de 0,36 e para o mínimo valor de razão cíclica, o fator de amortecimento é de 0,13. Isto justifica as maiores oscilações apresentadas no semi-ciclo negativo da tensão no capacitor mostradas na figura 58.

#### 4.2.1 Metodologia para o cálculo das indutâncias e capacitâncias do inversor em função da resposta em frequência

Baseando-se nas observações feitas em relação a influencia da frequência de ressonância e o fator de amortecimento do sistema, propõe-se a seguinte metodologia para a determinação dos valores das indutâncias e capacitâncias do conversor, tendo como objetivo, minimizando-se a distorção da tensão de saída:

1. Estabelecer uma relação entre o valores de indutância e capacitância com base na equação 4.5:

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{1}{2} \frac{1}{R_Y(1-D)} \sqrt{\frac{L}{C}} \\ \xi^2 &= \frac{1}{4} \frac{1}{R_Y^2(1-D)^2} \frac{L}{C} \\ \frac{L}{C} &= \xi^2 R_Y^2 (1-D)^2 \\ \frac{L}{C} &= \lambda\end{aligned}\tag{4.6}$$

2. Obedecendo a condição de que tanto o ganho quanto a fase da função de transferência permaneçam quase constantes para a faixa de frequência desejada, as seguintes condições devem ser observadas:

- 2.1. Ganho quase constante:

Para se determinar o módulo do ganho da função de transferência apresentada na equação 4.2, basta substituir  $s$  por  $j\omega$ , e calcular o módulo do número complexo na frequência desejada.

$$\frac{v_C}{V_g} = \frac{\frac{1}{LC}D(1-D)}{s^2 + \frac{1}{R_Y C}s + \frac{(1-D)^2}{LC}}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{\frac{1}{LC}D(1-D)}{j\omega^2 + \frac{1}{R_Y C}j\omega + \frac{(1-D)^2}{LC}}$$

Multiplicando-se o numerador e denominador por  $LC$ , obtém-se:

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{D(1-D)}{LC(j\omega)^2 + \frac{L}{R_Y}j\omega + (1-D)^2} \right|$$

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{D(1-D)}{-LC\omega^2 + \frac{L}{R_Y}j\omega + (1-D)^2} \right|$$

$$|G(j\omega)| = \frac{D(1-D)}{\sqrt{[(1-D)^2 - LC\omega^2]^2 + \frac{L^2\omega^2}{R_Y^2}}} \quad (4.7)$$

Utilizando a relação proposta na equação 4.6 para substituir o valor de  $C$ , obtém-se:

$$|G(j\omega)| = \frac{D(1-D)}{\sqrt{[(1-D)^2 - L\frac{L}{\lambda}\omega^2]^2 + \frac{L^2\omega^2}{R_Y^2}}}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{D(1-D)}{\sqrt{[(1-D)^2 - \frac{L^2}{\lambda}\omega^2]^2 + \frac{L^2\omega^2}{R_Y^2}}}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{D(1-D)}{\sqrt{(1-D)^4 - \frac{2L^2\omega^2}{\lambda}(1-D)^2 + \frac{L^4\omega^4}{\lambda^2} + \frac{L^2\omega^2}{R_Y^2}}}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{D(1-D)}{\sqrt{\frac{\omega^4}{\lambda^2}L^4 + \left(\frac{\omega^2}{R_Y^2} - \frac{2\omega^2}{\lambda}(1-D)^2\right)L^2 + (1-D)^4}} \quad (4.8)$$

Substituindo  $\omega = 0$  em 4.8, tem-se o ganho CC dado por:

$$|G(j\omega)|_{CC} = \frac{D(1-D)}{\sqrt{\frac{0^4}{\lambda^2}L^4 + \left(\frac{0^2}{R_Y^2} - \frac{2 \times 0^2}{\lambda}(1-D)^2\right)L^2 + (1-D)^4}}$$

$$|G(j\omega)|_{CC} = \frac{D(1-D)}{\sqrt{[(1-D)^4]}}$$

$$|G(j\omega)|_{CC} = \frac{D(1-D)}{(1-D)^2}$$

$$|G(j\omega)|_{CC} = \frac{D}{(1-D)} \quad (4.9)$$

Para que a condição de ganho seja satisfeita, o seu valor na maior frequência de operação, deve estar em torno do valor na menor frequência de operação, que no caso é considerado o ganho CC. Dependendo do valor de  $\xi$  [51], esta diferença pode ser positiva ou negativa. Desta forma o cálculo da indutância é dividido em duas condições:

i.  $\xi < 0,707$ :

Nesta condição, devido a presença do pico de ressonância no gráfico de Bode, o ganho da função de transferência cresce a medida em que a frequência da tensão de saída aumenta. Desta forma, se estabelece uma tolerância máxima de ganho para a frequência desejada em relação ao ganho CC. Matematicamente, tem-se:

$$|G(j\omega_{max})| = |G(j\omega)|_{CC} + \Delta|G(j\omega)|_{CC}$$

ii.  $\xi \geq 0,707$ :

Neste caso, não haverá o pico de ressonância, e o ganho da função de transferência decresce a medida em que a frequência da tensão de saída aumenta. Sendo assim, uma tolerância mínima de ganho deve ser estabelecida para a frequência desejada em relação ao ganho CC. Obtém-se então:

$$|G(j\omega_{max})| = |G(j\omega)|_{CC} - \Delta|G(j\omega)|_{CC}$$

Generalizando pode-se escrever:

$$\begin{aligned} |G(j\omega_{max})| &= |G(j\omega)|_{CC} \pm \Delta|G(j\omega)|_{CC} \\ |G(j\omega_{max})| &= (1 \pm \Delta)|G(j\omega)|_{CC} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Definindo  $m = (1 \pm \Delta)$  e substituindo a equação 4.9 em 4.10, tem-se:

$$|G(j\omega_{max})| = m \frac{D}{(1-D)} \quad (4.11)$$

$$\text{Onde } \Rightarrow \begin{cases} m = (1 + \Delta) \text{ para } \xi < 0,707 \\ m = (1 - \Delta) \text{ para } \xi \geq 0,707 \end{cases}$$

Substituindo a equação 4.11 em 4.8 para o valor de  $\omega_{max}$ , obtém-se:

$$\begin{aligned}
m \frac{D}{(1-D)} &= \frac{D(1-D)}{\sqrt{\frac{\omega^4}{\lambda^2} L^4 + \left(\frac{\omega^2}{R_Y^2} - \frac{2\omega^2}{\lambda} (1-D)^2\right) L^2 + (1-D)^4}} \\
m \frac{\emptyset}{(1-D)} &= \frac{\emptyset(1-D)}{\sqrt{\frac{\omega^4}{\lambda^2} L^4 + \left(\frac{\omega^2}{R_Y^2} - \frac{2\omega^2}{\lambda} (1-D)^2\right) L^2 + (1-D)^4}} \\
m \frac{1}{(1-D)} &= \frac{(1-D)}{\sqrt{\frac{\omega^4}{\lambda^2} L^4 + \left(\frac{\omega^2}{R_Y^2} - \frac{2\omega^2}{\lambda} (1-D)^2\right) L^2 + (1-D)^4}} \\
m &= \frac{(1-D)^2}{\sqrt{\frac{\omega^4}{\lambda^2} L^4 + \left(\frac{\omega^2}{R_Y^2} - \frac{2\omega^2}{\lambda} (1-D)^2\right) L^2 + (1-D)^4}} \\
m^2 &= \frac{(1-D)^4}{\frac{\omega^4}{\lambda^2} L^4 + \left(\frac{\omega^2}{R_Y^2} - \frac{2\omega^2}{\lambda} (1-D)^2\right) L^2 + (1-D)^4} \\
m^2 \frac{\omega^4}{\lambda^2} L^4 + m^2 \left(\frac{\omega^2}{R_Y^2} - \frac{2\omega^2}{\lambda} (1-D)^2\right) L^2 + m^2 (1-D)^4 &= (1-D)^4 \\
m^2 \frac{\omega^4}{\lambda^2} L^4 + m^2 \left(\frac{\omega^2}{R_Y^2} - \frac{2\omega^2}{\lambda} (1-D)^2\right) L^2 + (m^2 - 1)(1-D)^4 &= 0 \\
m^2 \frac{\omega^4}{\lambda^2} L^4 + m^2 \left(\frac{\omega^2}{R_Y^2} - \frac{2\omega^2}{\lambda} (1-D)^2\right) L^2 + (m^2 - 1)(1-D)^4 &= 0 \tag{4.12}
\end{aligned}$$

Observa-se que a equação 4.12 é de 4º grau, entretanto, esta pode ser reduzida a uma equação do 2º grau.

## 2.2. Fase quase constante:

Tomando novamente a função de transferência apresentada na equação 4.2, a fase do sinal de saída em função da frequência é dada por:

$$\phi(G(j\omega)) = \phi_{num_{G(j\omega)}} - \phi_{den_{G(j\omega)}} \tag{4.13}$$

✓ Fase do numerador ( $\phi_{num}$ ):

$$\begin{aligned}
\text{tg}(\phi_{num_{G(j\omega)}}) &= \frac{\text{Parte Im}_{num_{G(j\omega)}}}{\text{Parte Real}_{num_{G(j\omega)}}} \\
\text{tg}(\phi_{num_{G(j\omega)}}) &= \frac{0}{D(1-D)} \\
\text{tg}(\phi_{num_{G(j\omega)}}) &= 0 \\
\phi_{num_{G(j\omega)}} &= \text{arctg } 0 \\
\phi_{num_{G(j\omega)}} &= 0 \tag{4.14}
\end{aligned}$$

Substituindo 4.14 em 4.13, tem-se que:

$$\begin{aligned}\phi(G(j\omega)) &= 0 - \phi_{denG(j\omega)} \\ \phi(G(j\omega)) &= -\phi_{denG(j\omega)}\end{aligned}\quad (4.15)$$

✓ Fase do denominador ( $\phi_{denG(j\omega)}$ ):

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(\phi_{denG(j\omega)}) &= \frac{\operatorname{Parte\,Im}g_{den}}{\operatorname{Parte\,Real}_{den}} \\ \operatorname{tg}(\phi_{denG(j\omega)}) &= \frac{\frac{L}{R_Y}\omega}{(1-D)^2 - LC\omega^2}\end{aligned}\quad (4.16)$$

Substituindo  $\phi_{denG(j\omega)}$  por  $-\phi(\omega)$  (equação 4.15) e C por  $\frac{L}{\lambda}$ , a equação 4.16 torna-se:

$$\operatorname{tg}(-\phi(G(j\omega))) = \frac{\frac{L}{R_Y}\omega}{(1-D)^2 - L\frac{L}{\lambda}\omega^2}\quad (4.17)$$

Como o objetivo é determinar o valor da indutância  $L$  em função de  $\phi(\omega)$ , basta reorganizar a equação 4.17 da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(-\phi(G(j\omega))) &= \frac{\frac{L}{R_Y}\omega}{(1-D)^2 - \frac{L^2}{\lambda}\omega^2} \\ (1-D)^2 \operatorname{tg}(-\phi(G(j\omega))) - \frac{L^2}{\lambda}\omega^2 \operatorname{tg}(-\phi(G(j\omega))) &= \frac{L}{R_Y}\omega \\ -\frac{\omega^2 \operatorname{tg}(-\phi(G(j\omega)))}{\lambda}L^2 - \frac{\omega}{R_Y}L + (1-D)^2 \operatorname{tg}(-\phi(G(j\omega))) &= 0\end{aligned}\quad (4.18)$$

Como pode ser observado, a equação 4.18 é de segunda ordem, tendo como variável a indutância  $L$ . Desta forma, a solução apresenta dois valores para a indutância e somente tem significado físico se pelo menos uma das raízes for positiva. Caso possuam duas raízes positivas, por conveniência escolhe-se a de maior valor, pois de acordo com a equação 3.110, quanto menor o valor da indutância, maior a ondulação de corrente no mesmo. Deve-se entretanto, estipular o valor máximo para o defasamento da tensão de saída para a máxima frequência desejada.

Conclui-se que na realidade existem duas equações para se calcular o valor da indutância, a equação relacionada ao ganho quase constante (equação 4.9), e a equação relacionada à fase quase constante (equação 4.18). A solução final para o valor da indutância deverá satisfazer o diagrama de Bode, nas duas condições. A seguir é feita uma análise tomando como referência os parâmetros adotados no início deste capítulo.

### 1. Condição de ganho quase constante:

Para se determinar o valor da indutância neste caso, os seguintes passos devem ser realizados:

**1.1.** Definir um valor inicial para o fator de amortecimento:

Foi escolhido o valor de  $\xi = 0,2$ .

**1.2.** De posse do valor de  $\xi$ , determina-se o valor de  $\lambda$  através da equação 4.6, com  $D = D_{max} = 0,641$  e  $R = 6,02 \Omega$ :

$$\begin{aligned}\lambda &= 4\xi^2 R_Y^2 (1 - D_{max})^2 \\ \lambda &= 4 \times 0,2^2 \times 6,02^2 \times (1 - 0,641)^2 \\ \lambda &= 0,747\end{aligned}$$

**1.3.** Definir o máximo valor de frequência da tensão de saída:

Neste caso, adotou-se o valor de 60 Hz. Como as equações foram obtidas para a frequência em rad/s, faz-se necessária a transformação:

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f \\ \omega &= 2\pi 60 \\ \omega &= 377 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

**1.4.** De posse dos valores de  $\xi$ ,  $R$  e  $\omega$ , calcula-se o valor de  $L$  para satisfazer a condição de ganho quase constante, através da equação 4.12, com a condição de  $\xi < 0,707$ , ou seja:

$$m = (1 + \Delta)$$

Adotando  $\Delta = 1\%$ , tem-se:

$$\begin{aligned}m &= (1 + 0,01) \\ m &= 1,01\end{aligned}$$

Substituindo-se o valor de  $m$  e os demais parâmetros e variáveis definidas para o conversor na equação 4.12, calcula-se o valor da indutância resolvendo a seguinte equação:

$$\begin{aligned}1,01^2 \frac{377^4}{0,747^2} L^4 + 1,01^2 \left( \frac{377^2}{6,02^2} - \frac{2 \times 377^2}{0,747} (1 - 0,641)^2 \right) L^2 + (1,01^2 - 1)(1 - 0,641)^4 &= 0 \\ 3,69 \times 10^{10} L^4 - 4,60 \times 10^4 L^2 + 3,33 \times 10^{-4} &= 0\end{aligned}$$

Substituindo  $L^2$  por  $x$ , tem-se:

$$3,69 \times 10^{10} x^2 - 4,60 \times 10^4 x + 3,33 \times 10^{-4} = 0$$

Resolvendo a equação, e selecionando as raízes que possuam sentido físico, obtém-se:

$$\begin{aligned}x' &= 1,235 \times 10^{-6} \\ x'' &= 7,273 \times 10^{-9}\end{aligned}$$

Desta forma, tem-se:

$$L'^2 = 1,235 \times 10^{-6}$$

$$L' = \sqrt{1,235 \times 10^{-6}}$$

$$L' = 1,11 \text{ mH}$$

$$L''^2 = 7,273 \times 10^{-6}$$

$$L'' = \sqrt{7,273 \times 10^{-6}}$$

$$L'' = 85,28 \mu\text{H}$$

Substituindo cada valor de indutância calculado na equação 4.6, com  $\lambda = 0,747$  encontrado no passo 2 desta metodologia, determina-se os correspondentes valores das capacitâncias:

$$C' = \frac{L'}{\lambda} = \frac{1,11 \times 10^{-3}}{0,747} = 1488,08 \mu\text{F}$$

$$C'' = \frac{L''}{\lambda} = \frac{85,28 \times 10^{-6}}{0,747} = 114,32 \mu\text{F}$$

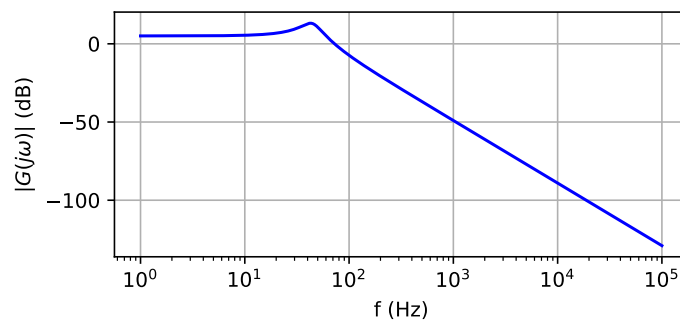
Substituindo os pares de valores de indutância/capacitância, bem como os demais parâmetros na função de transferência da equação 4.2, obtêm-se as seguintes funções:

$$L' \text{ e } C' \Rightarrow f_1 = \frac{v_C}{Vg} = \frac{1,33 \times 10^5}{s^2 + 111,33s + 7,79 \times 10^4}$$

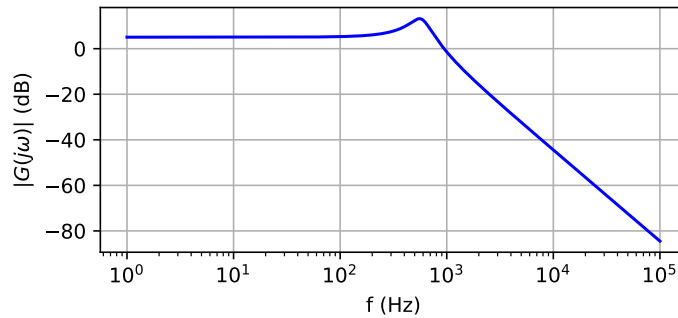
$$L'' \text{ e } C'' \Rightarrow f_2 = \frac{v_C}{Vg} = \frac{2,36 \times 10^7}{s^2 + 1452,96s + 1,32 \times 10^7}$$

Os diagramas de Bode para os módulos das funções de transferência  $f_1$  e  $f_2$  estão representados nas figuras 61 e 62 respectivamente.

Figura 61 – Diagrama de Bode para o módulo da função  $f_1$ .



Fonte: Autor.

Figura 62 – Diagrama de Bode para o módulo da função  $f_2$ .

Fonte: Autor.

Observando o diagrama de Bode da figura 61, percebe-se que na faixa de frequência de interesse, o valor do ganho da função não permanece constante, o que não é verdade para o diagrama de Bode da figura 62. Isto se deve ao fato de que existem dois valores de ganho que satisfazem a condição estabelecida. O primeiro encontra-se antes da frequência de ressonância, e o segundo depois. Os valores de indutância/capacitância obtidos estão relacionados a estas duas condições.

A frequência de ressonância [51] de um sistema de 2ª ordem pode ser determinada por:

$$\omega_R = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (4.19)$$

Substituindo a equação 4.4 em 4.19, tem-se:

$$\omega_R = \frac{(1-D)}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (4.20)$$

Substituindo os respectivos pares de indutância/capacitância, obtém-se:

$$\begin{aligned} \omega_{R1} &= \frac{(1-D)}{\sqrt{L_1 C_1}} \sqrt{1 - 2\xi^2} \\ \omega_{R1} &= \frac{(1 - 0,641)}{\sqrt{1,11 \times 10^{-3} \times 1488,08 \times 10^{-3}}} \sqrt{1 - 2 \times 0,747^2} \\ \omega_{R1} &= 6,78 \text{ rad/s} \rightarrow 42,60 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{R2} &= \frac{(1-D)}{\sqrt{L_2 C_2}} \sqrt{1 - 2\xi^2} \\ \omega_{R2} &= \frac{(1 - 0,641)}{\sqrt{85,28 \times 10^{-6} \times 114,32 \times 10^{-6}}} \sqrt{1 - 2 \times 0,747^2} \\ \omega_{R2} &= 88,25 \text{ rad/s} \rightarrow 554,51 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Comparando-se os valores das frequências de ressonâncias  $\omega_{R1}$  e  $\omega_{R2}$ , das funções  $f_1$  e  $f_2$  respectivamente, com a máxima frequência de operação, ou seja 60 Hz, observa-se que  $\omega_{R1} < 60$  Hz, enquanto  $\omega_{R2} > 60$  Hz, conforme observado nos gráficos de Bode das figuras 61 e 62. Com base nesta comparação, chega-se a conclusão que a escolha do par indutância/capacitância que atende a condição estabelecida de ganho quase constante, devem produzir uma frequência de ressonância maior que a máxima frequência de operação, para que o ganho na faixa de frequências que o conversor deve ser capaz de produzir em sua saída, seja quase constante. Os valores de indutância e capacitância que satisfazem esta condição são 85,28  $\mu$ H e 114,32  $\mu$ F respectivamente.

## 2. Condição de fase quase constante:

Novamente, de posse dos valores de  $\xi$ ,  $R$  e  $\omega$  obtidos nos passos 1.1., 1.2. e 1.3. da condição de ganho quase constante, calcula-se o valor de  $L$  para satisfazer agora o que estabelece a equação 4.18.

Definido a fase da função para a frequência de 60 Hz (377 rad/s) igual a  $-3^\circ$ , tem-se a seguinte equação:

$$-\frac{377^2 \operatorname{tg}(-(-3^\circ))}{0,747} L^2 - \frac{3 \times 377}{18,06} L + (1 - 0,641)^2 \operatorname{tg}(-(-3^\circ)) = 0$$

$$-7,45 \times 10^3 L^2 - 62,62 L + 6,74 \times 10^{-3} = 0$$

Resolvendo a equação, chega-se aos seguintes valores para  $L$ :

$$L' = -8,51 \times 10^{-3}$$

$$L'' = 106,31 \times 10^{-6}$$

Adota-se como solução a indutância de 106,31  $\mu$ H, pois é o único valor que possui significado físico.

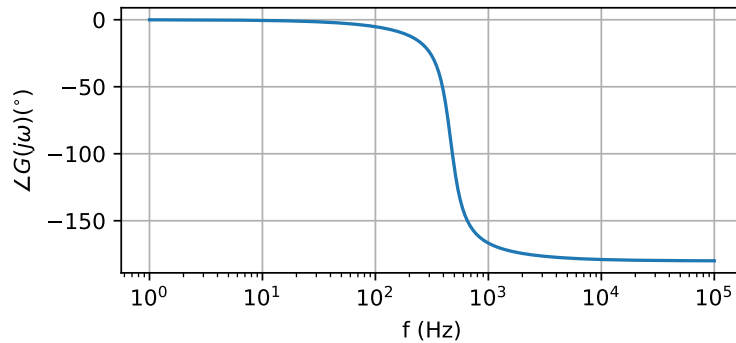
Da mesma forma realizada no passo anterior, calcula-se a capacitância correspondente através da equação 4.6:

$$C'' = \frac{L''}{\lambda} = \frac{106,31 \times 10^{-6}}{0,747} = 142,52 \mu\text{F}$$

Com os valores de indutância e capacitância calculados neste passo, bem como com os demais parâmetros da função de transferência da equação 4.2, obtêm-se a seguintes função de transferência:

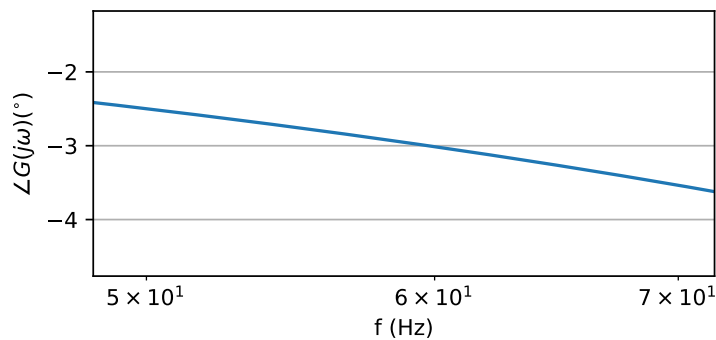
$$Tf_3 = \frac{v_C}{V_g} = \frac{1,52 \times 10^7}{s^2 + 1,52 \times 10^3 s + 8,5 \times 10^6}$$

Para validação da solução, pode-se plotar o gráfico de Bode para a fase da referida função, neste caso, apresentado na figura 63. Observa-se que a fase da função mantém-se quase constante para a faixa de frequências desejada.

Figura 63 – Diagrama de Bode para fase da função de transferência  $Tf_3$ .

Fonte: Autor.

A figura 64 mostra, em detalhe, o valor da fase para a frequência de 60 Hz, do diagrama de Bode da figura 63, o qual coincide com o valor de  $-3^\circ$  estabelecido em projeto.

Figura 64 – Detalhe do valor da fase para a  $f = 60$  Hz da função de transferência  $Tf_3$ .

Fonte: Autor.

### 3. Escolha do valor final do par indutância/capacitância

Nos passos 4 e 5 foram obtidas duas funções,  $f_2$  e  $f_3$  que satisfazem as condições de ganho e fase quase constantes, respectivamente. Porém é necessário identificar qual das duas funções é capaz de satisfazer as duas condições ao mesmo tempo. Para isto, pode-se calcular na frequência de 60 Hz, a fase da função  $f_2$  e o ganho da função  $f_3$ . A função que satisfizer a condição estabelecida, terá como parâmetros os valores da indutância e capacitância necessárias.

#### 3.1. Cálculo da fase da função $f_2$ :

Substituindo  $s$  por  $j\omega$  em  $f_2$ , tem-se:

$$f_2 = \frac{2,36 \times 10^7}{j\omega^2 + 1452,96j\omega + 1,32 \times 10^7}$$

Substituindo agora o valor de  $\omega = 377$  rad/s, obtém-se:

$$f_2 = \frac{2,36 \times 10^7}{j377^2 + 1452,96 \times j377 + 132 \times 10^5}$$

$$f_2 = \frac{2,36 \times 10^7}{-1,42 \times 10^5 + j5,48 \times 10^5 + 132 \times 10^7}$$

$$f_2 = \frac{2,36 \times 10^7}{130,58 \times 10^5 + j5,48 \times 10^5}$$

Em sua forma polar:

$$f_2 = \frac{2,36 \times 10^7 / 0^\circ}{130,7 \times 10^5 / 2,4^\circ}$$

$$f_2 = 1,8 / -2,4^\circ$$

Pode-se observar que a fase de  $f_2$  é maior que  $-3^\circ$ , o que significa que esta função satisfaz tanto a condição de ganho quanto a de fase.

### 3.2. Cálculo do ganho da função $f_3$ :

De forma análoga, substituindo  $s$  por  $j\omega$  em  $f_3$ , tem-se:

$$f_3 = \frac{1,52 \times 10^7}{j\omega^2 + 1,52 \times 10^3 j\omega + 8,5 \times 10^6}$$

Substituindo agora o valor de  $\omega = 377$  rad/s, obtém-se:

$$f_3 = \frac{1,52 \times 10^7}{j377^2 + 1,52 \times 10^3 \times j377 + 8,5 \times 10^6}$$

$$f_3 = \frac{1,52 \times 10^7}{-1,42 \times 10^5 + j5,73 \times 10^5 + 85 \times 10^5}$$

$$f_3 = \frac{1,52 \times 10^7}{83,58 \times 10^5 + j5,73 \times 10^5}$$

Em sua forma polar:

$$f_3 = \frac{152 \times 10^5 / 0^\circ}{83,77 \times 10^5 / 3^\circ}$$

$$f_3 = 1,814 / -3^\circ$$

Comparando-se os módulos das funções  $f_2$  e  $f_3$ , percebe-se que o módulo de  $f_3$  é maior que o módulo de  $f_2$ , o que significa que a função  $f_3$  não atende às condições de ganho e fase estabelecidas. Chega-se então a conclusão que os valores de indutância e capacitância, que atendem as especificações exigidas, são os valores das indutância e capacitância obtidos na função  $f_2$ , ou seja,  $85,28 \mu\text{H}$  e  $114,32 \mu\text{F}$  respectivamente.

De posse dos valores de indutância e capacitância adotados, e utilizando o modelo monofásico proposto na equação 3.47, são encontradas as soluções através da ferramenta

odeint do pacote *Scipy* da linguagem *Python*. Desta forma, obtém-se a seguinte forma de onda para a tensão  $v_{C1}$  apresentada na figura 65, comparada com sua referência dada por:

$$v_{C1Ref} = V_{DC} + V_p \text{sen}(\omega t) \quad (4.21)$$

Como na saída deseja-se uma tensão de linha de 50 Vrms, o valor de pico da componente senoidal da tensão  $v_{C1}$  será dada por:

$$V_p = V_{linharms} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Substituindo agora a equação 3.75 em 4.21, tem-se:

$$v_{C1Ref} = 0,1V_{pmax} + V_p + V_p \text{sen}(\omega t)$$

Como neste caso a tensão da saída possui sua máxima amplitude possível,  $V_{pmax} = V_p$ , obtém-se:

$$v_{C1Ref} = 1,1V_p + V_p \text{sen}(\omega t)$$

Substituindo  $V_p$  por  $V_{linharms} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ , chega-se a expressão que determina a tensão de referência no capacitor C:

$$v_{C1Ref} = 1,1V_{linharms} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + V_{linharms} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{sen}(\omega t) \quad (4.22)$$

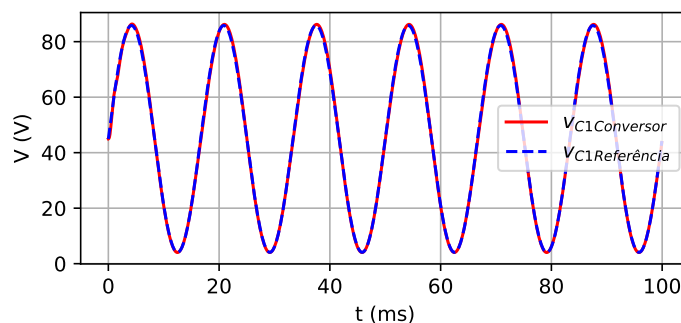
$$v_{C1Ref} = 1,1V_{linharms} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} (1 + \text{sen}(\omega t))$$

Substituindo o valor eficaz da tensão de linha requerida na saída, tem-se para  $v_{C1}$ :

$$v_{C1Ref} = 1,150 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} (1 + \text{sen}(\omega t)) \quad (4.23)$$

$$v_{C1Ref} = 44,90(1 + \text{sen}(\omega t))[\text{V}]$$

Figura 65 – Tensão  $v_{C1}$  no modelo monofásico com carga resistiva para os valores de indutância e capacitância propostos.



Fonte: Autor.

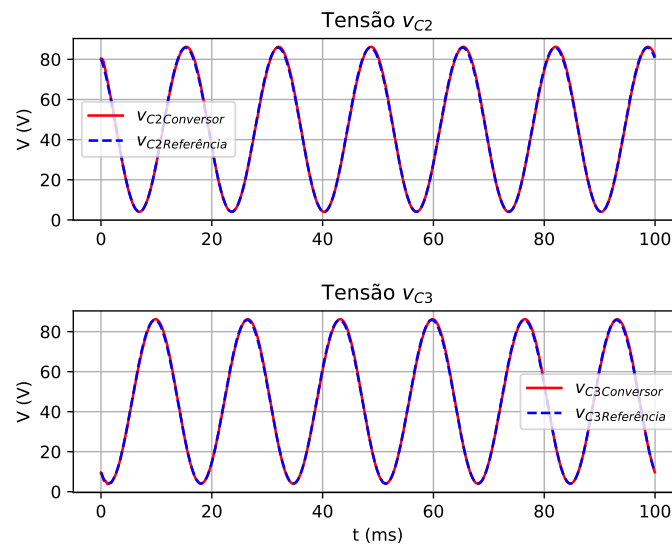
Alterando as referências para as fase 2 e 3 do conversor para o mesmo modelo monofásico, obtém-se, para as seguintes expressões para as tensões  $v_{C2Ref}$  e  $v_{C3Ref}$ :

$$v_{C2Ref} = 44,90(1 + \sin(\omega t + 120^\circ)) \quad (4.24)$$

$$v_{C3Ref} = 44,90(1 + \sin(\omega t + 240^\circ)) \quad (4.25)$$

Com suas formas de onda plotadas na figura 66, com suas respectivas referências:

Figura 66 – Tensões  $v_{C2}$  e  $v_{C3}$  no modelo monofásico com carga resistiva para os valores de indutância e capacitância propostos.



Fonte: Autor.

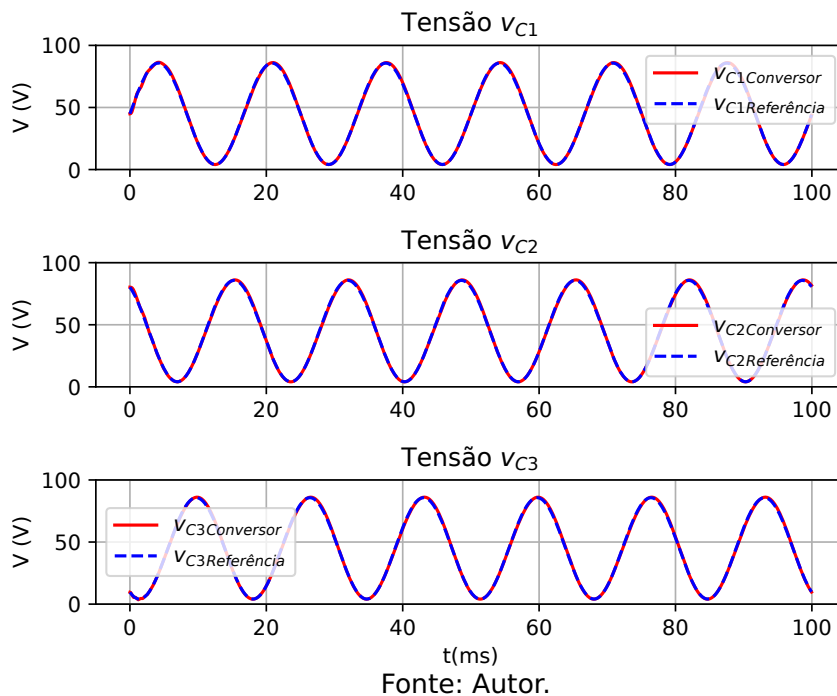
### 4.2.2 Validação do modelo por fase simplificado sem perdas

Para validação do modelo por fase simplificado, ou modelo monofásico do conversor, são utilizados os mesmos parâmetros da seção anterior, com os quais foram determinadas e plotadas as formas de onda das tensões nos capacitores, mostradas nas figuras 65 e 66, aqui reescritos:

- Tensão de entrada = 48 V
- Tensão de linha na carga = 50 Vrms
- Resistência de carga = 18,0 (triângulo)  $\Omega$
- Frequência da tensão de saída = 60 Hz
- Frequência de chaveamento = 20 kHz
- $L = L_2 = L_3 = 85,28 \mu\text{H}$
- $C = C_2 = C_3 = 114,32 \mu\text{F}$

Utilizando as mesmas ferramentas computacionais para a solução do modelo monofásico, determina-se agora as soluções para o modelo trifásico proposto na equação 2.31 desprezando-se as perdas. Com isto, são encontradas as seguintes formas de onda para as tensões  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$  e  $v_{C3}$ , com as respectivas referências utilizadas no modelo monofásico, mostradas na figura 67.

Figura 67 – Tensões  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$  e  $v_{C3}$  para o modelo trifásico com carga resistiva.



Observa-se que as distorções apresentadas para os valores de indutância e capacitância calculados inicialmente não estão mais presentes, e a tensão no capacitor  $v_{C1}$  agora é idêntica à tensão esperada. Pode ser observado também que de acordo com as figuras 65, 66 e 67, tanto o modelo monofásico quanto o trifásico são capazes de seguir a mesma referência.

A única restrição deste modelo, é o fato de que o valor das variáveis de estado são baseados em seus valores médios quase instantâneos. Este modelo não é capaz de

representar as variações de corrente nos indutores e tensão nos capacitores. Estas variações serão analisadas a posteriori, com o auxílio de um *software* dedicado a simulação de circuitos eletrônicos, voltado para aplicações em eletrônica de potência, e comparados com os valores calculados através das equações 3.114 e 3.120.

Para validação do modelo foram determinadas por *software*, utilizando as ferramentas de controle do pacote *Scipy* da linguagem *Python*, as funções de transferências dos modelos monofásico e trifásico, para as razões cíclicas máxima e mínima na fase 1, e seus correspondentes valores para as fases 2 e 3 do modelo trifásico.

Com base nos parâmetros adotados no início desta seção, pode-se obter as seguintes funções de transferência para os modelos monofásico e trifásico, considerando os casos de razão cíclica máxima e mínima na fase 1 do conversor:

1. Razão cíclica máxima para a fase 1 ( $D_{1_{max}} = 0,648$ ):

- Modelo monofásico:

De acordo com a equação matricial 3.47, e substituindo os parâmetros citados chega-se à seguinte função de 2ª ordem:

$$f_{1\Phi_{D_{max}}} = \frac{2,36 \times 10^7}{s^2 + 1452,96s + 1,32 \times 10^7}$$

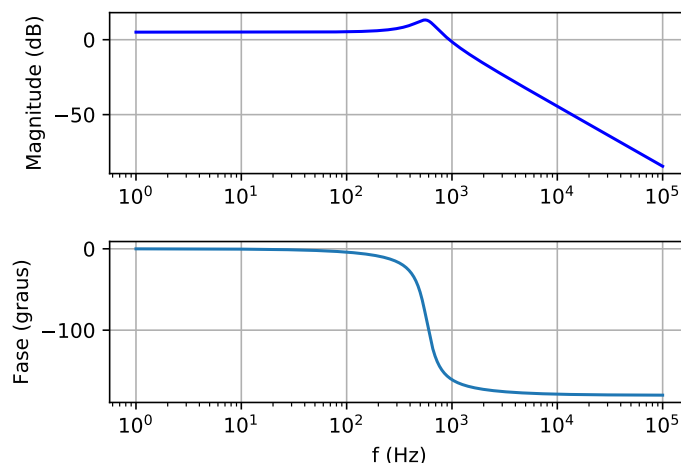
- Modelo trifásico:

De acordo com a equação matricial 2.31, e substituindo os parâmetros citados obtém-se a seguinte função de 6ª ordem:

$$f_{3\Phi_{D_{max}}} = \frac{2,36 \times 10^7 s^4 + 6,79 \times 10^{10} s^3 + 2,17 \times 10^{15} s^2 + 3,05 \times 10^{18} s + 4,77 \times 10^{22}}{s^6 + 2,69 \times 10^3 s^5 + 1,05 \times 10^8 s^4 + 1,99 \times 10^{11} s^3 + 3,28 \times 10^{15} s^2 + 3,11 \times 10^{18} s + 2,67 \times 10^{22}}$$

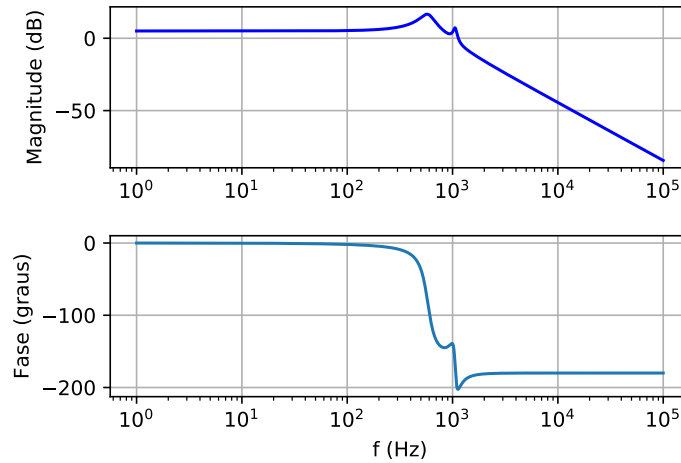
O diagrama de Bode das funções de transferência monofásica e trifásica, apresentadas são mostradas nas figuras 68 e 69.

Figura 68 – Diagrama de Bode para o modelo monofásico com carga resistiva e  $D_{1_{max}} = 0,648$ .



Fonte: Autor.

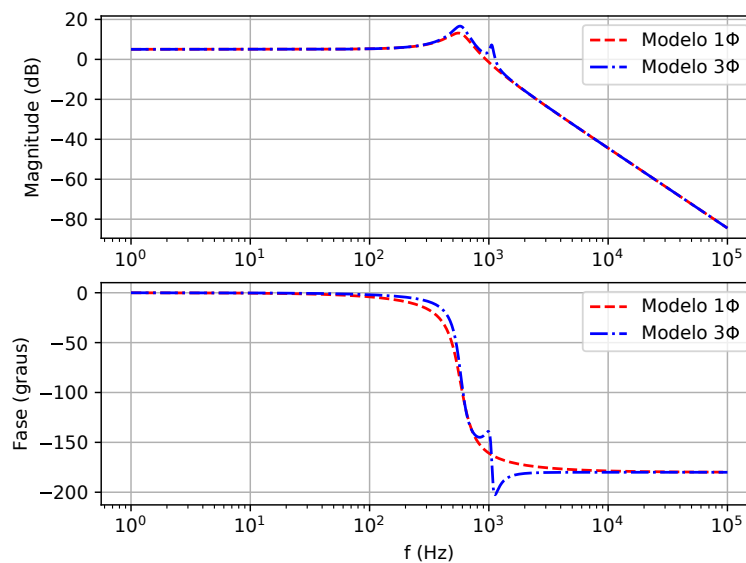
Figura 69 – Diagrama de Bode para o modelo trifásico com carga resistiva e  $D_1 = 0,648$ .



Fonte: Autor.

Plotando-se agora, os diagramas de Bode monofásico e trifásico sobrepostos, são apresentados os seguintes gráficos apresentados na figura 70 para a magnitude e fase das respectivas funções.

Figura 70 – Diagrama de Bode para os modelos monofásico e trifásico com carga resistiva e  $D_{1max} = 0,648$ , sobrepostos.



Fonte: Autor.

Observa-se, que para o caso de máxima razão cíclica na fase 1, em regime permanente, o modelo monofásico coincide tanto em magnitude quanto em fase dentro da faixa de frequência desejada, ou seja de 0 a 60 Hz.

## 2. Razão cíclica mínima para a fase 1 ( $D_{1min} = 0,078$ ):

- Modelo monofásico:

De acordo com a equação matricial 3.47, e substituindo os parâmetros obtém-se a seguinte função de 2ª ordem:

$$f_{1\phi_{Dmin}} = \frac{7,41 \times 10^7}{s^2 + 1452,96s + 8,71 \times 10^7}$$

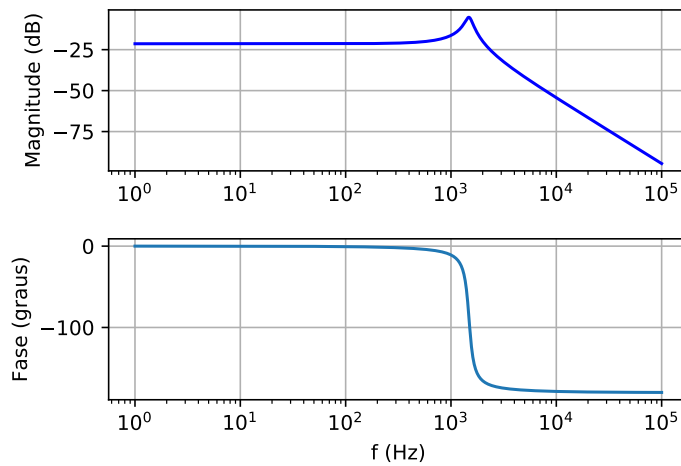
- Modelo trifásico:

De acordo com a equação matricial 2.31, e substituindo os parâmetros obtém-se a seguinte função de 6ª ordem:

$$f_{3\phi_{Dmin}} = \frac{7,38 \times 10^6 s^4 + 3,85 \times 10^{10} s^3 + 3,11 \times 10^{14} s^2 + 7,07 \times 10^{17} s + 2,48 \times 10^{21}}{s^6 + 2,91 \times 10^3 s^5 + 1,26 \times 10^8 s^4 + 2,40 \times 10^{11} s^3 + 3,62 \times 10^{15} s^2 + 3,43 \times 10^{18} s + 2,93 \times 10^{22}}$$

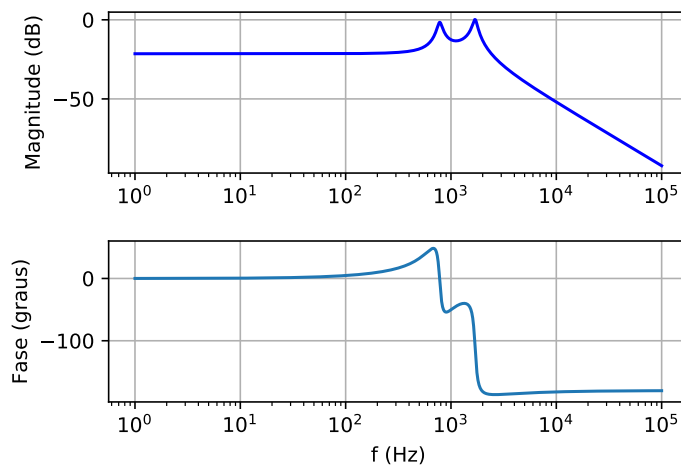
O diagrama de Bode das funções de transferência monofásica e trifásica obtidas são mostradas nas figuras 71 e 72.

Figura 71 – Diagrama de Bode para o modelo monofásico com carga resistiva e  $D_1 = 0,078$ .



Fonte: Autor.

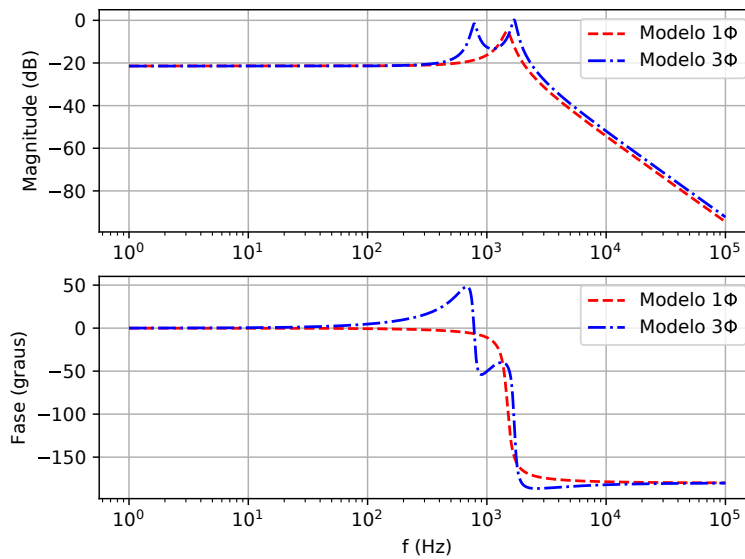
Figura 72 – Diagrama de Bode para o modelo trifásico com carga resistiva e  $D_{1min} = 0,078$ .



Fonte: Autor.

Plotando-se os diagramas de Bode monofásico e trifásico sobrepostos, são apresentados os gráficos da figura 73 para a magnitude e fase das respectivas funções.

Figura 73 – Diagrama de Bode para o modelos monofásico e trifásico com carga resistiva e  $D_{1_{min}} = 0,078$  sobrepostos.



Fonte: Autor.

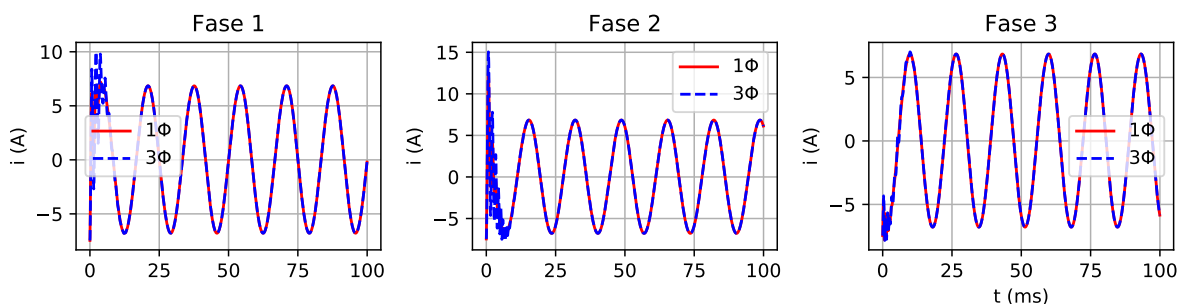
Assim como no caso anterior, para a mínima razão cíclica na fase 1, o modelo monofásico coincide em magnitude, porém em fase apresenta uma ligeira diferença dentro da faixa de frequência desejada. Entretanto a forma de onda da tensão de saída não é comprometida, conforme apresentado na figura 67.

#### 4.2.2.1 Comparação das formas de onda das variáveis de estados e das correntes de linha para os modelos monofásico e trifásico

Os parâmetros e referências utilizados nesta subseção são os mesmos definidos na subseção 4.2.2. As formas de onda dos modelos monofásico e trifásico serão plotadas de forma sobreposta para facilitar a comparação.

✓ Correntes de linha: Figura 74.

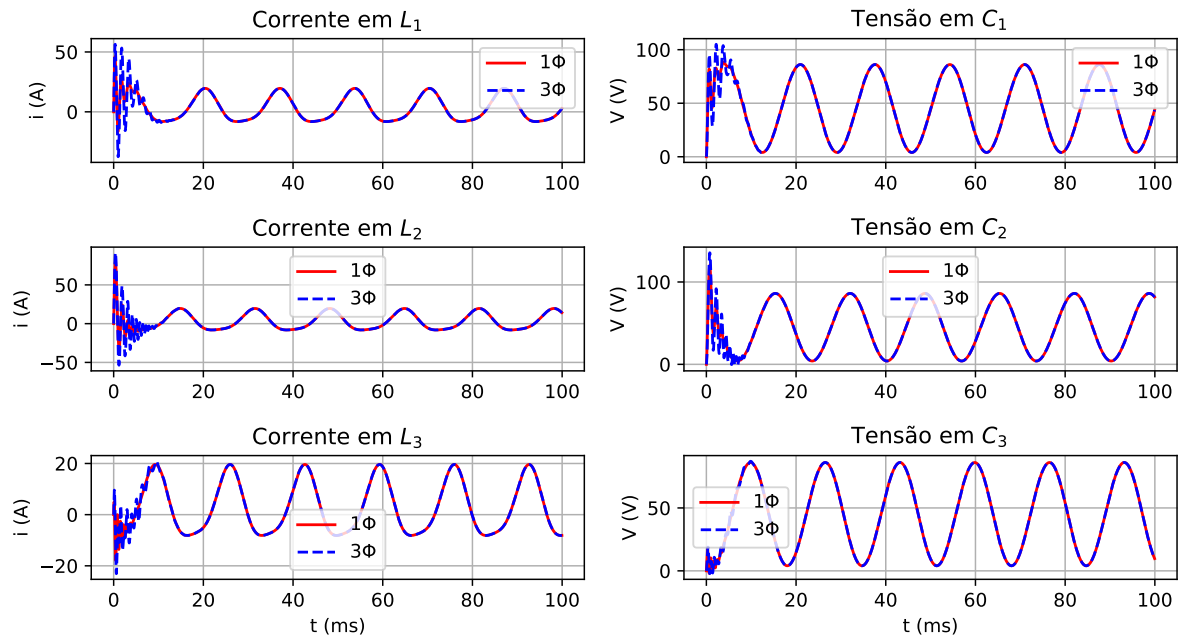
Figura 74 – Correntes de linha sobrepostas dos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.



Fonte: Autor.

✓ Corrente nos indutores e tensão nos capacitores: Figura 75. Observa-se que apenas durante o transitório as formas de onda não coincidem. Após atingir o regime permanente, os valores instantâneos das variáveis de estado dos modelos se igualam.

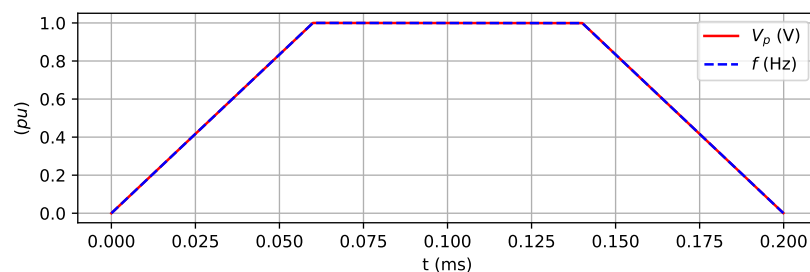
Figura 75 – Formas de onda das variáveis de estado sobrepostas dos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.



Fonte: Autor.

Os parâmetros e referências utilizados para a obtenção dos seguintes resultados, são os mesmos definidos na subseção 4.2.2. Exceto para as tensões e frequências das referências dos capacitores que variam linearmente no tempo mantendo a relação V/Hz constante, conforme mostrado na figura 76.

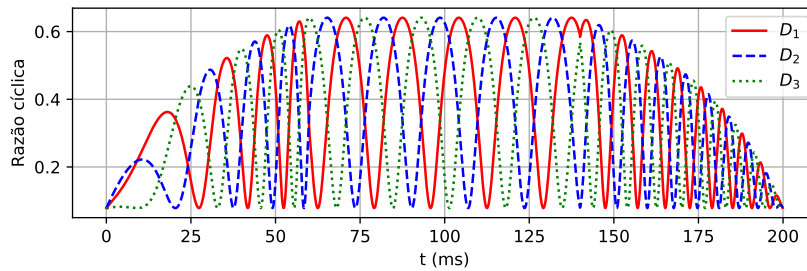
Figura 76 – Variação das tensões e frequências de referências das tensões nos capacitores para os modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.



Fonte: Autor.

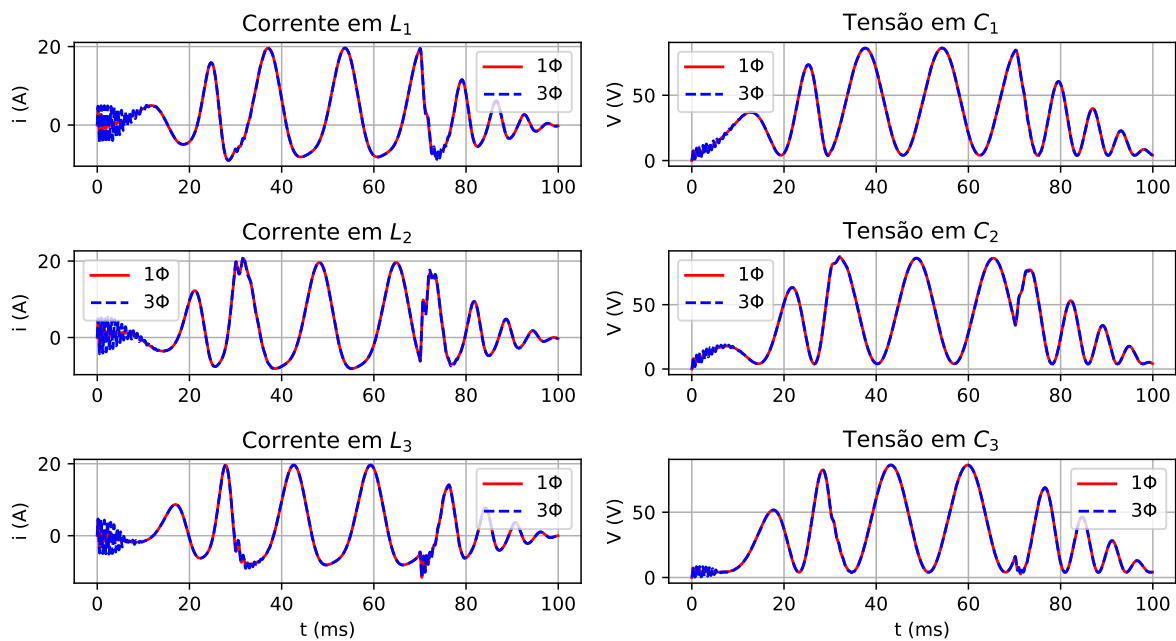
As formas de onda para as razões cíclicas, as correntes nos indutores e tensão nos capacitores do conversor, com suas respectivas referências, bem como as tensões de fase na carga são mostradas nas figuras 77, 78, e 79, respectivamente. Observa-se que somente nos períodos de transitórios as formas de onda não coincidem.

Figura 77 – Razões cíclicas com referenciais de tensão variáveis aplicadas aos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.



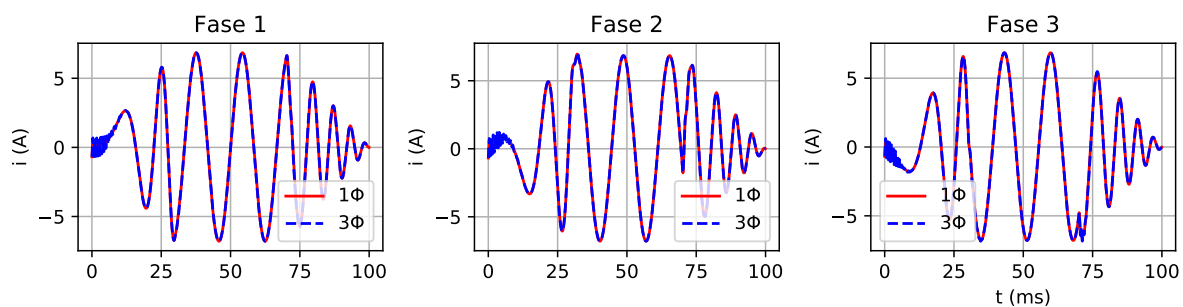
Fonte: Autor.

Figura 78 – Forma de onda das variáveis de estado com referenciais de tensão variáveis dos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.



Fonte: Autor.

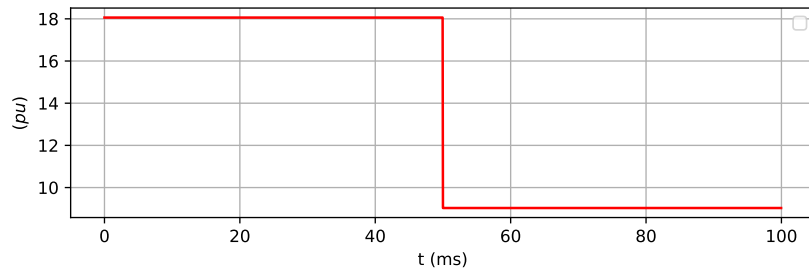
Figura 79 – Correntes de linha com referenciais variáveis dos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.



Fonte: Autor.

Os parâmetros e referenciais utilizados para a obtenção dos seguintes resultados, são os mesmos definidos na subseção 4.2.2. Exceto para a carga que tem um valor inicial de 1 pu e após 50 ms é levada ao valor de 0,5 pu conforme gráfico apresentado na figura 80.

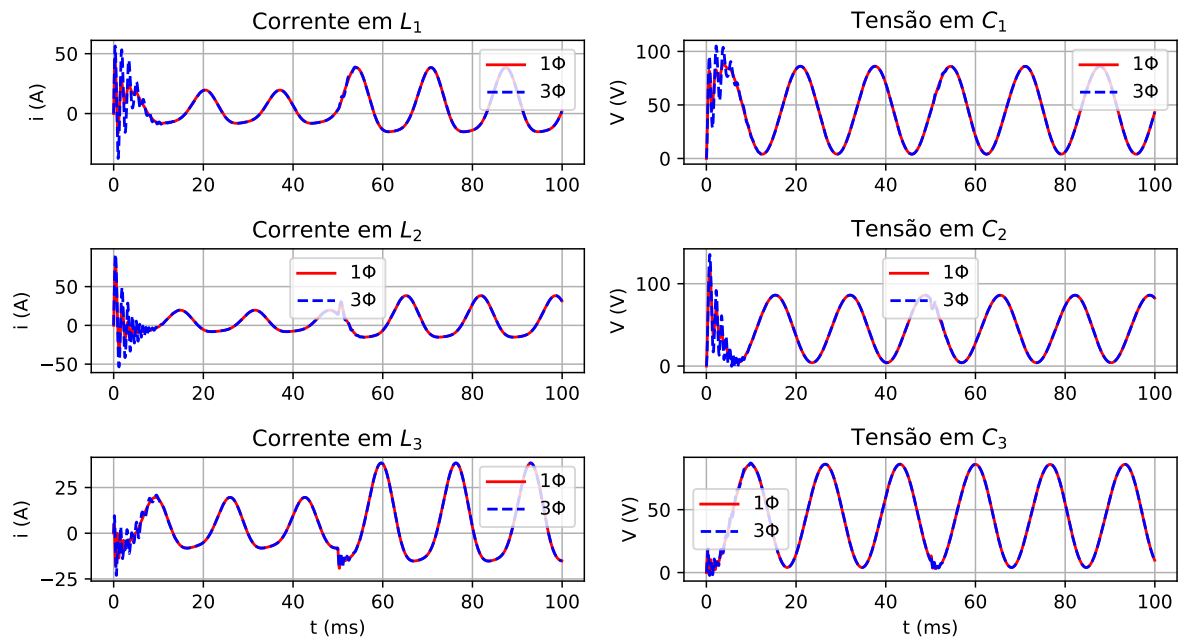
Figura 80 – Variação da carga para os modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.



Fonte: Autor.

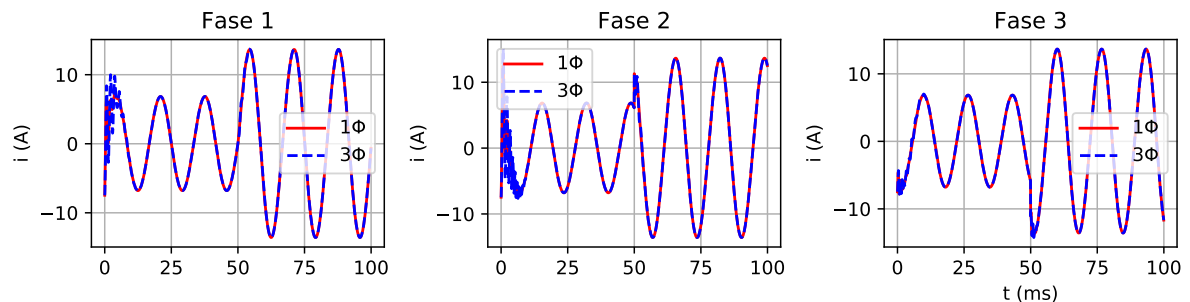
As formas de onda para as correntes nos indutores e tensão nos capacitores do conversor, com suas respectivas referências, 81 e 82, respectivamente. Observa-se que somente nos períodos de transitórios a formas de onda não coincidem.

Figura 81 – Forma de onda das variáveis de estado com variação de carga nos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.



Fonte: Autor.

Figura 82 – Correntes de linha com variação de carga nos modelos monofásico e trifásico sem perdas com carga resistiva.



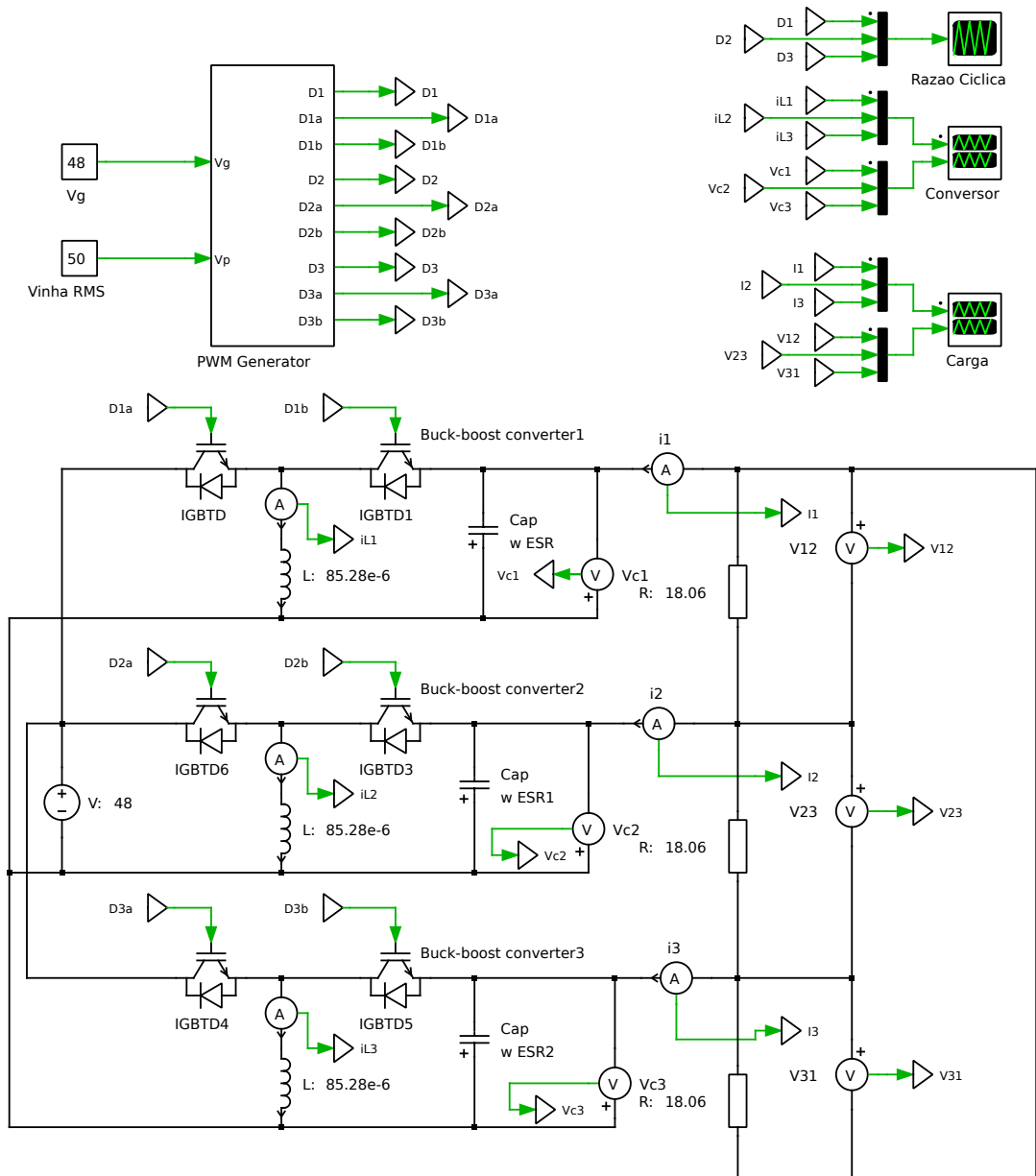
Fonte: Autor.

Através das simulações computacionais apresentadas nesta subseção, conclui-se que o modelo monofásico proposto representa com precisão um modelo por fase, do trifásico em regime permanente. Tal modelo pode ser utilizado como facilitador para este tipo de análise, devido a obtenção e solução ser mais simples por se tratar de um sistema de 2ª ordem. Como esperado, nos transitórios, as respostas dos modelos apresentam desvios devido ao número de pólos/zeros do sistemas diferirem. Porém, mesmo que os valores das variáveis de estado sejam diferentes durante um transitório, não há o comprometimento das variáveis de saída (correntes e tensões de linha) conforme apresentado na figura 79.

### 4.2.3 Simulação sem perdas e carga R utilizando PLECS®

O diagrama esquemático do modelo trifásico simulado no PLECS® com os parâmetros definidos na subseção 4.2.2, conforme figura 14, é apresentado na figura 83.

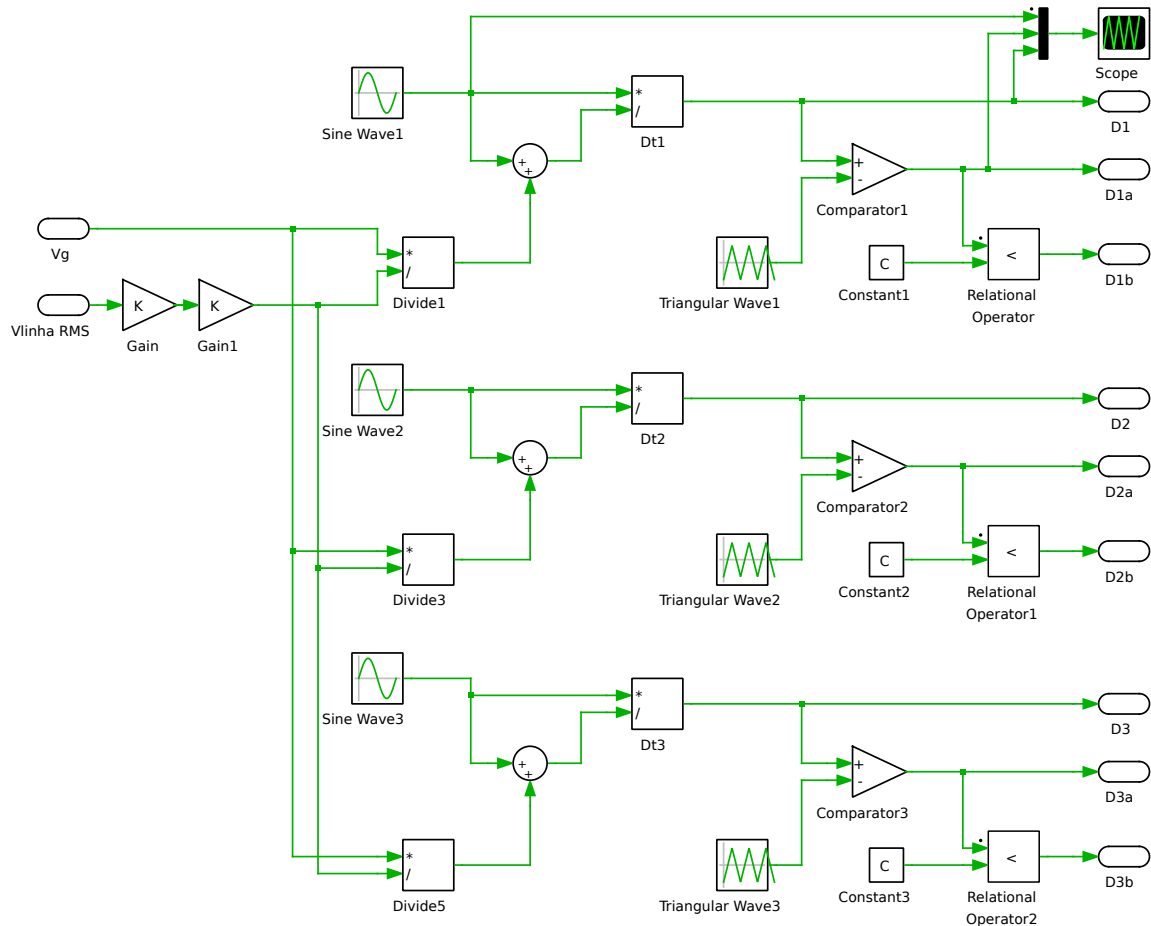
Figura 83 – Diagrama esquemático do modelo trifásico com carga resistiva simulado no PLECS®.



Fonte: Autor.

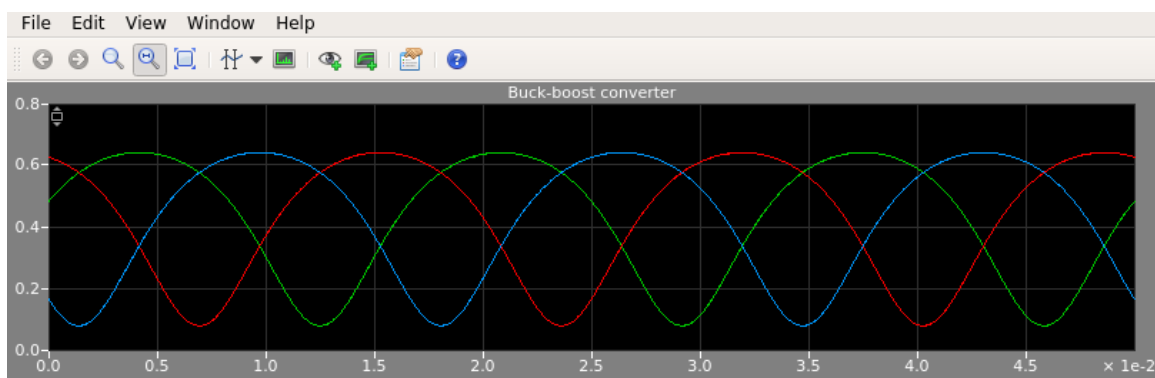
No bloco *PWM Generator* são realizados os cálculos das razões cíclicas  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$ , através da equação 3.69 do modelo monofásico. Para isto são utilizados os blocos matemáticos, mostrados na figura 84, disponíveis na biblioteca *Math* do programa. As formas de onda das razões cíclicas geradas são apresentadas na figura 85.

Figura 84 – Diagrama esquemático do módulo *PWM Generator* do modelo trifásico sem perdas com carga resistiva simulado no PLECS<sup>®</sup>.



Fonte: Autor.

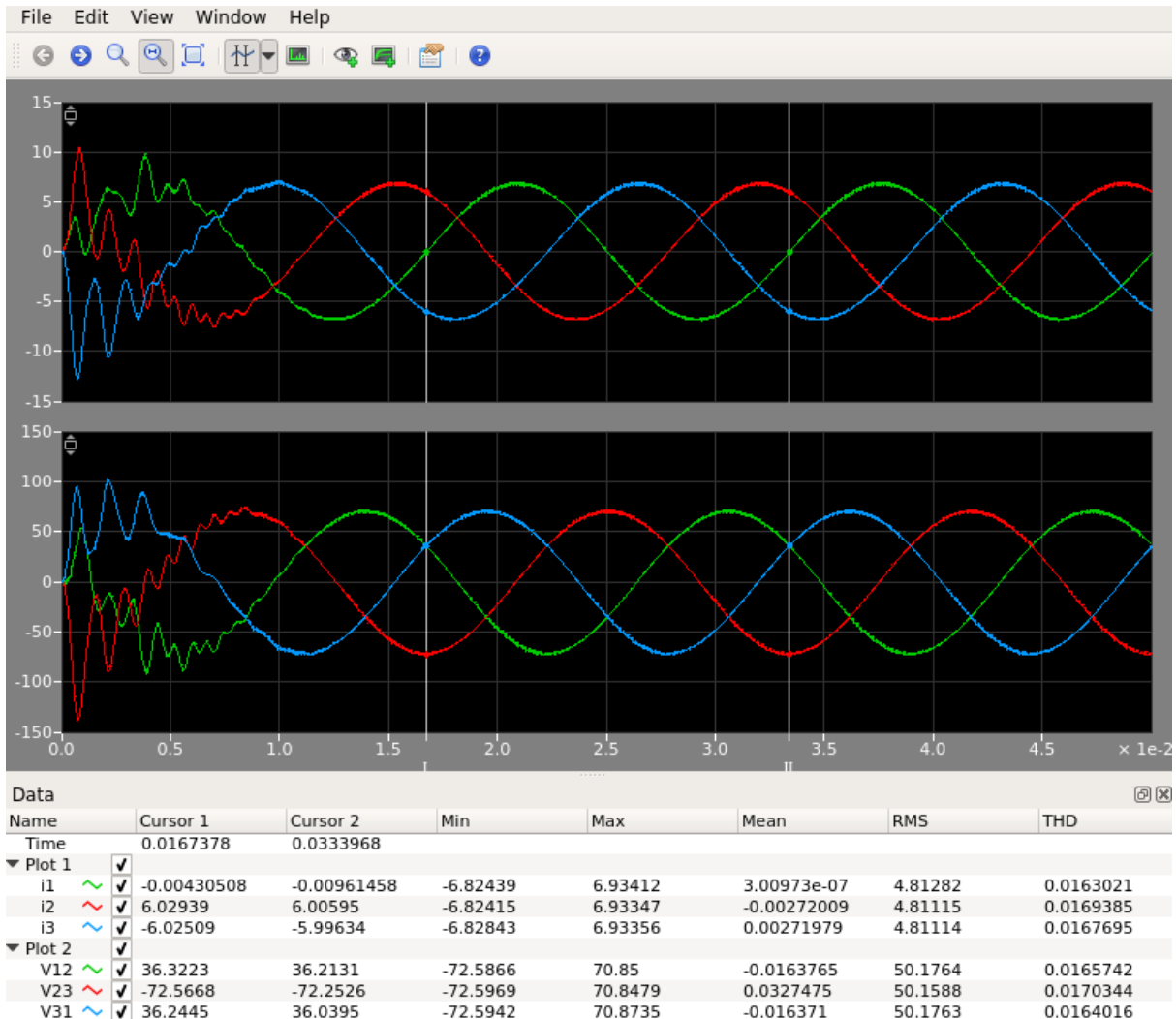
Figura 85 – Razões cíclicas geradas pelo módulo *PWM Generator* do modelo trifásico sem perdas com carga resistiva simulado no PLECS<sup>®</sup>.



Fonte: Autor.

As formas de onda das tensões e correntes de linha na saída do conversor, as correntes nos indutores e tensões nos capacitores geradas pela simulação no PLECS® do circuito da figura 83, estão mostradas nas figuras 86 e 87, respectivamente.

Figura 86 – Tensões e correntes de linha do modelo trifásico sem perdas com carga resistiva simulado no PLECS®.

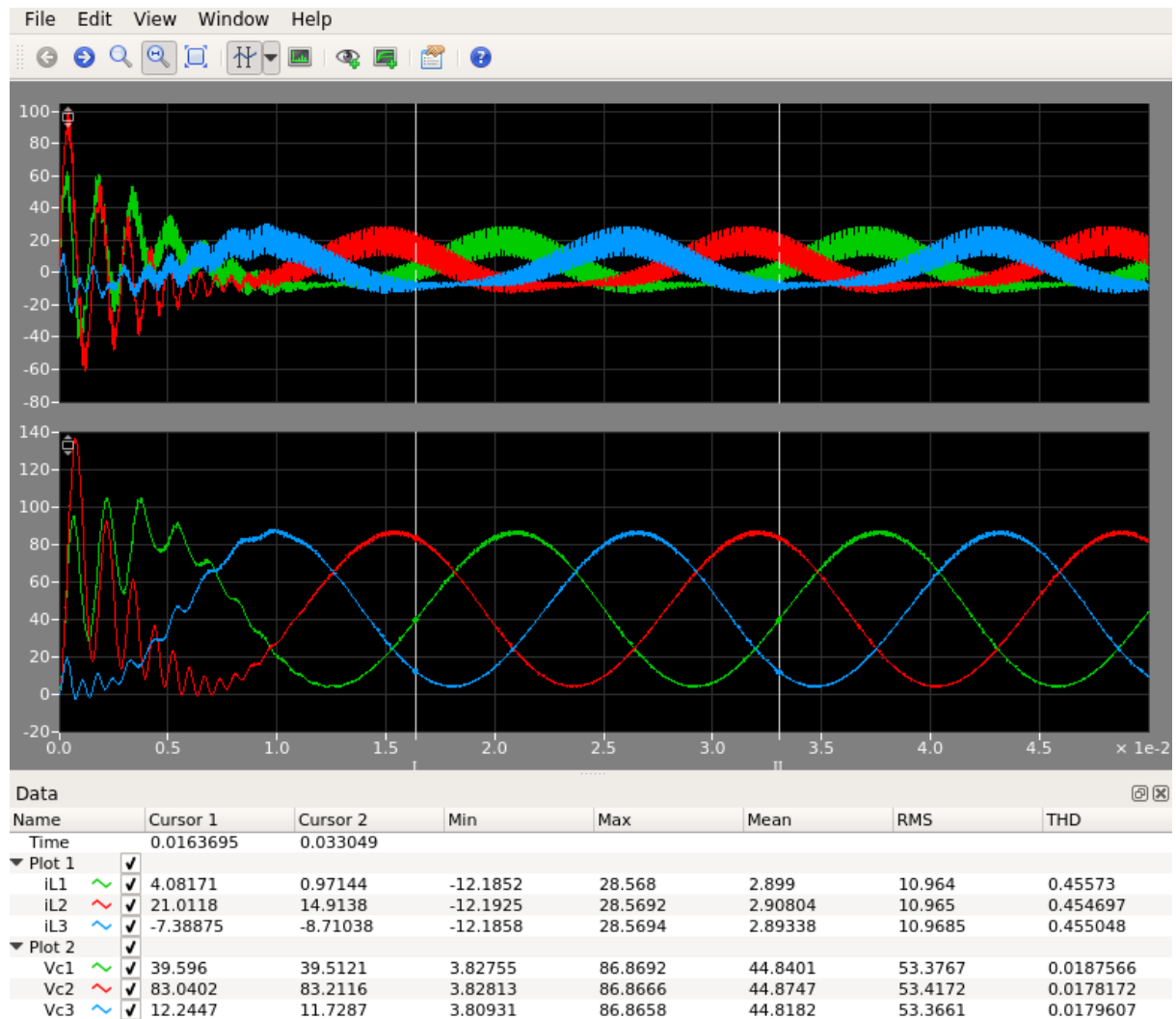


Fonte: Autor.

Também são mostradas na figura 86, os valores máximo e mínimo de cada forma de onda, bem como seus valores médios, eficazes (RMS) e o THD.

Os dados de cada curva podem ser salvos no formato .csv, gerando vetores que podem ser manipulados e plotados em outros programas. Dentre estes, pode-se citar: planilhas eletrônicas, ou programas científicos específicos, como MATLAB®, Scilab, Octave, ou utilizando o biblioteca *Matplotlib* da linguagem *Python*.

Figura 87 – Correntes nos indutores e tensões nos capacitores do modelo trifásico simulado no PLECS®.



Fonte: Autor.

De acordo com a figura 87, observa-se que existe uma ondulação no valor médio instantâneo da corrente no indutor, bem como na tensão do capacitor. Estas ondulações são mostradas em detalhe na figura 88.

Com o objetivo de validar as equações 3.114 e 3.120, para o cálculo das indutâncias e capacitâncias do conversor, determinam-se as respectivas ondulações através dos valores de  $\Delta i_{L1par}$  e  $\Delta v_{C1par}$ . Tais valores são encontrados por meio da solução gráfica com base nas figuras 53 e 54, respectivamente. Desta forma, tem-se:

$$\Delta i_{L1} = \frac{30,77}{85,28 \times 10^{-6} \times 20000}$$

$$\Delta i_{L1} = 18,04 \text{ A}$$

$$\Delta v_{C1} = 3 \times \frac{26,17}{18,06 \times 114,32 \times 10^{-6} \times 20000}$$

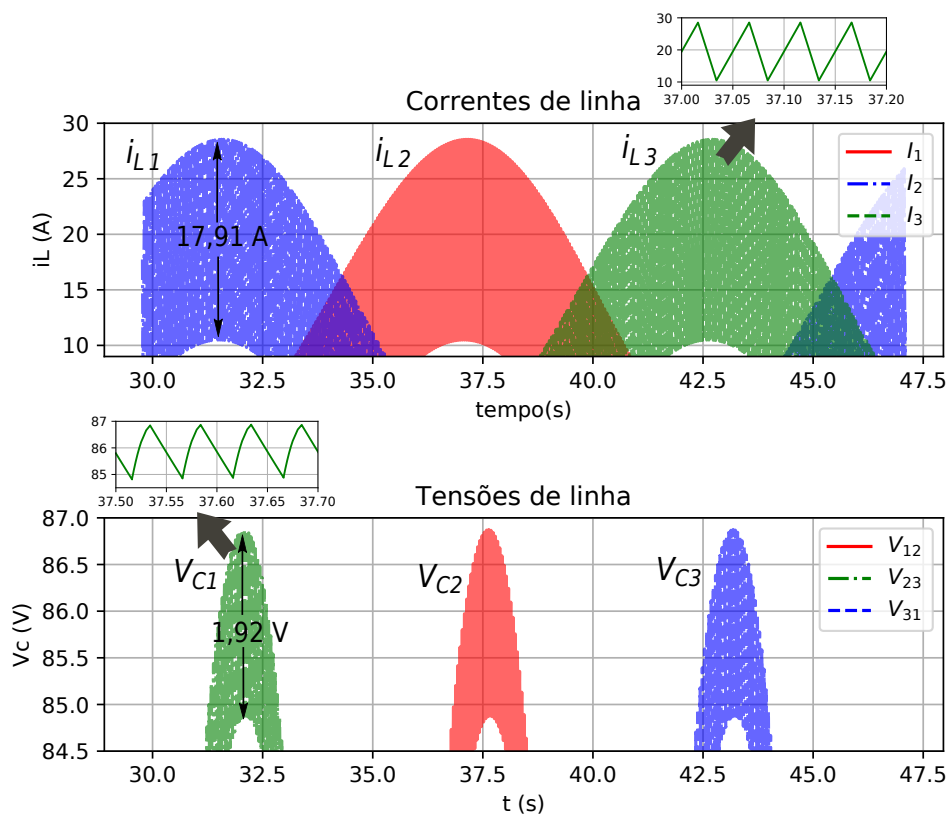
$$\Delta v_{C1} = 1,9 \text{ V}$$

Consequentemente:

$$\Delta i_{L2} = 18,04 \text{ A} \quad \Delta i_{L3} = 18,04 \text{ A} \quad \Delta v_{C2} = 1,9 \text{ V} \quad \Delta v_{C3} = 1,9 \text{ V}$$

Comparando os resultados encontrados para as máximas ondulações de corrente nos indutores e tensão nos capacitores, com os obtidos através de simulação mostrada na figura 87 mostrada, e em detalhes na figura 88, observa-se que são obtidos resultados idênticos ao teórico, o que valida o método proposto para o cálculo das indutâncias e capacitâncias do conversor.

Figura 88 – Detalhe das correntes nos indutores e tensões nos capacitores do modelo trifásico simulado no PLECS®.



Fonte: Autor.

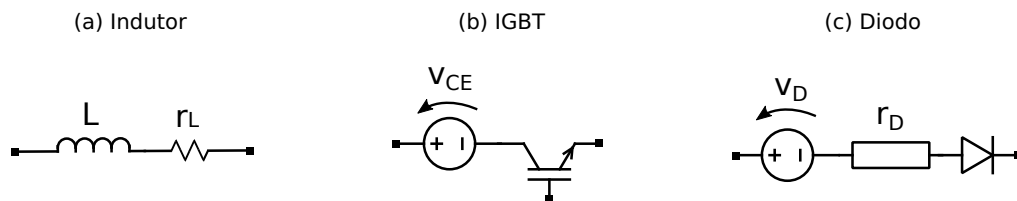
### 4.3 Simulação do modelo com perdas nas chaves e indutores com carga RL

As simulações realizadas nesta seção foram produzidas utilizando o diagrama esquemático do inversor *Buck-Boost* apresentado na figura 14. Foram consideradas as perdas nos indutores e nas chaves, no caso dos IGBTs. Para estes foram introduzidas no simulador as curvas de perdas por condução e chaveamento disponíveis na folha de dados do componente utilizado, o IGBT da Motorola MGY40N60D.

- $V_{linha-rms} = 50V$ : Valor utilizado para se determinar as tensões de referências nos capacitores através da equação 4.22. Com isto foram obtidas as referências 4.23, 4.24 e 4.25.
- $Z = 12,0 + j 6,05\Omega$  (estrela)
- $V_g = 48 V$
- $r_{L1} = r_{L2} = r_{L3} = 34,4 m\Omega$

O diagrama esquemático do modelo trifásico simulado no PLECS<sup>®</sup>, com os parâmetros descritos anteriormente, é o mesmo apresentado na figura 83. A diferença neste caso é que as chaves e os indutores não se comportam mais como elementos ideais. Será utilizado nesta subseção o modelo apresentado no modelamento por espaço estados da subseção anterior, em acordo com seu equivalente elétrico apresentado na figura 89.

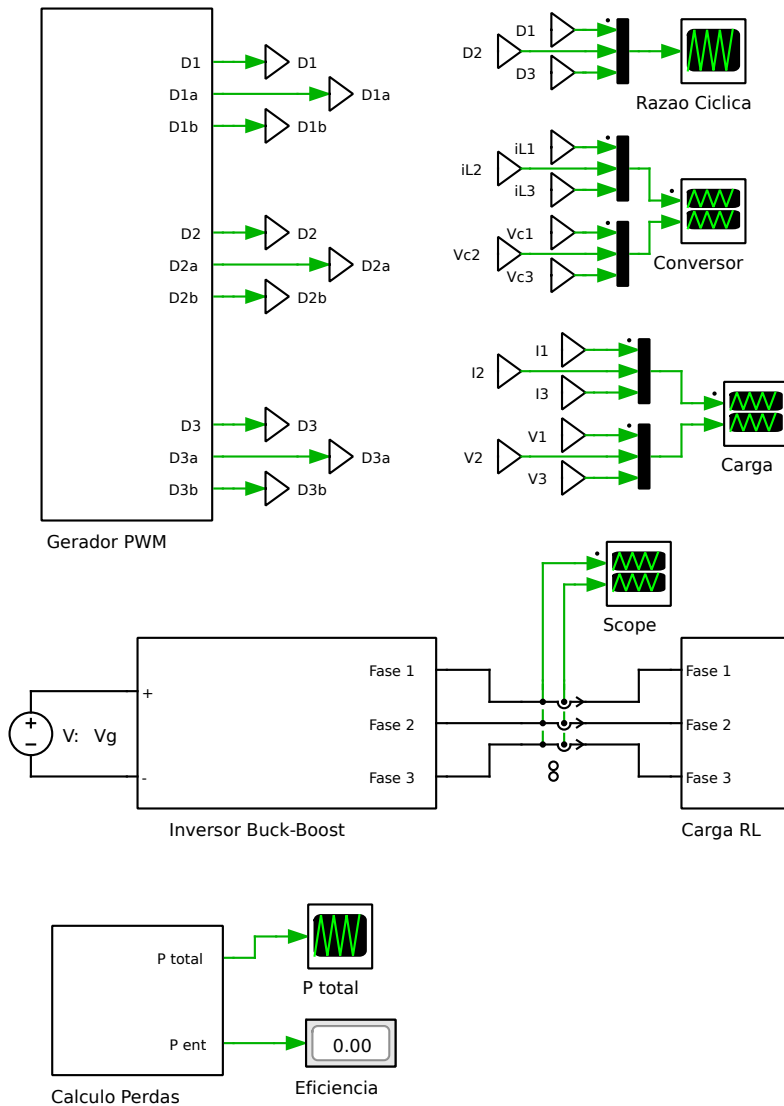
Figura 89 – Modelos do Indutor, IGBT e Diodo utilizados no circuito do conversor com perdas e carga R no PLECS<sup>®</sup>



Fonte: Autor.

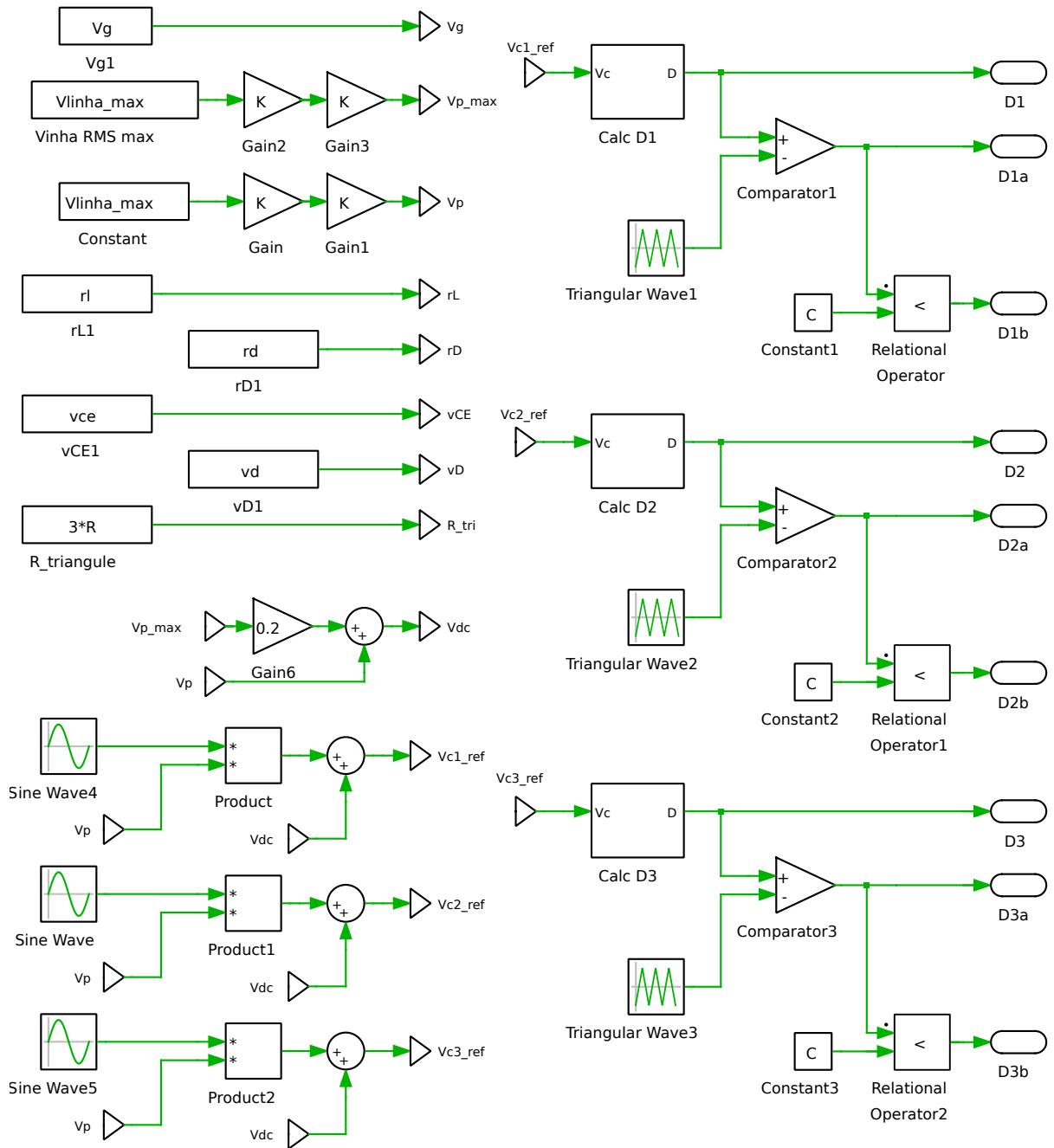
Os blocos do inversor simulado no PLECS<sup>®</sup>, é apresentado na figura 90. O bloco *PWM Generator*, cuja função é produzir as razões cíclicas necessárias para cada braço do inversor, tem seu diagrama interno detalhado na figura 91. Ele ainda disponibiliza 3 blocos, o Calc D1, Calc D2, e Calc D3, que apresentam mesmo diagrama interno diferindo-se apenas de valores de referências. Nestes blocos são resolvidas as equações do 2º grau dada por 3.68, para se obter os respectivos valores das razões cíclicas. Na figura 92 é mostrado o diagrama interno do bloco Calc D1. Nas Figuras 93 e 94 são mostrados os diagramas internos dos blocos inversor e carga RL, respectivamente.

Figura 90 – Blocos do conversor simulado no PLECS®.



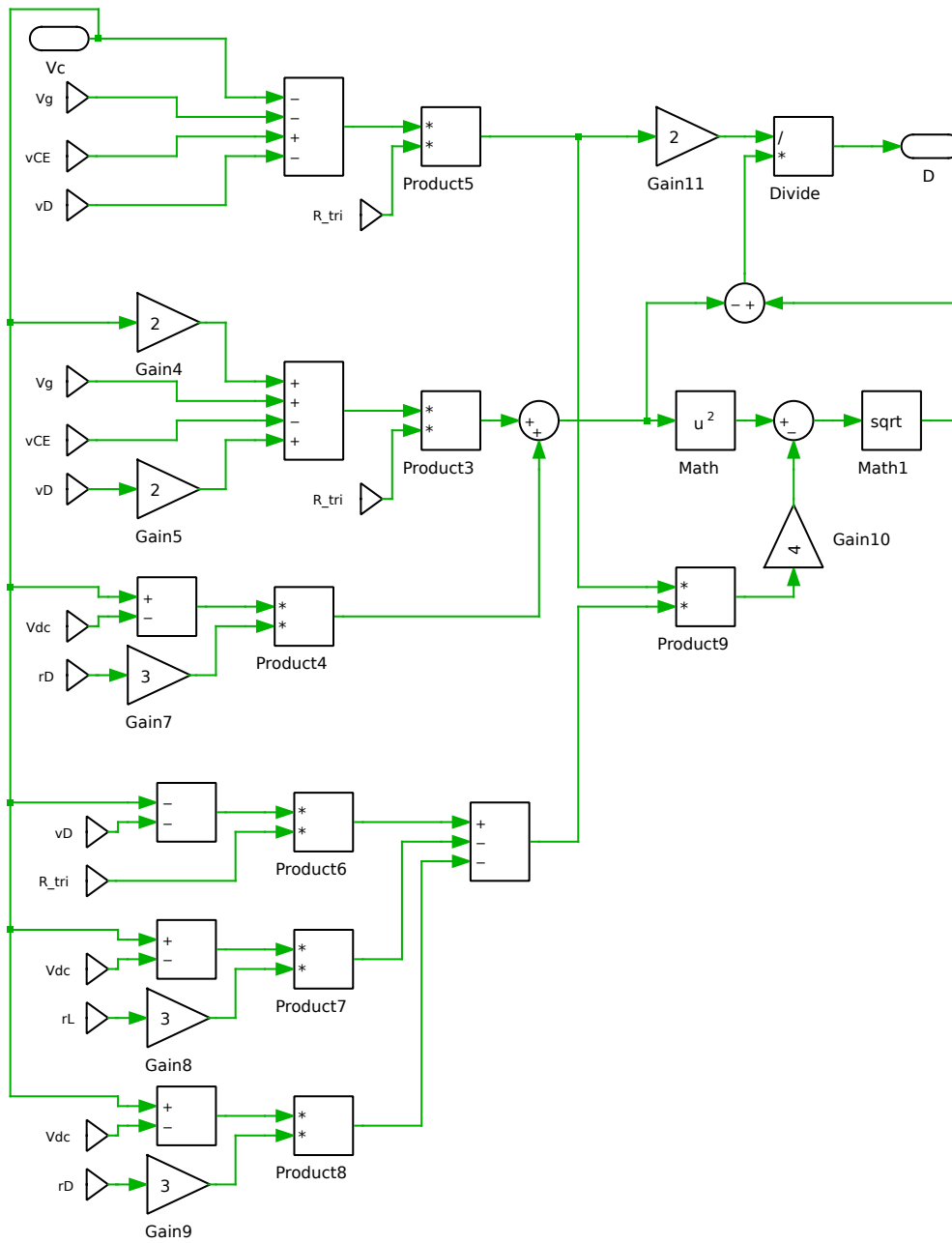
Fonte: Autor.

Figura 91 – Diagrama interno do bloco *PWM Generator* do modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS®.



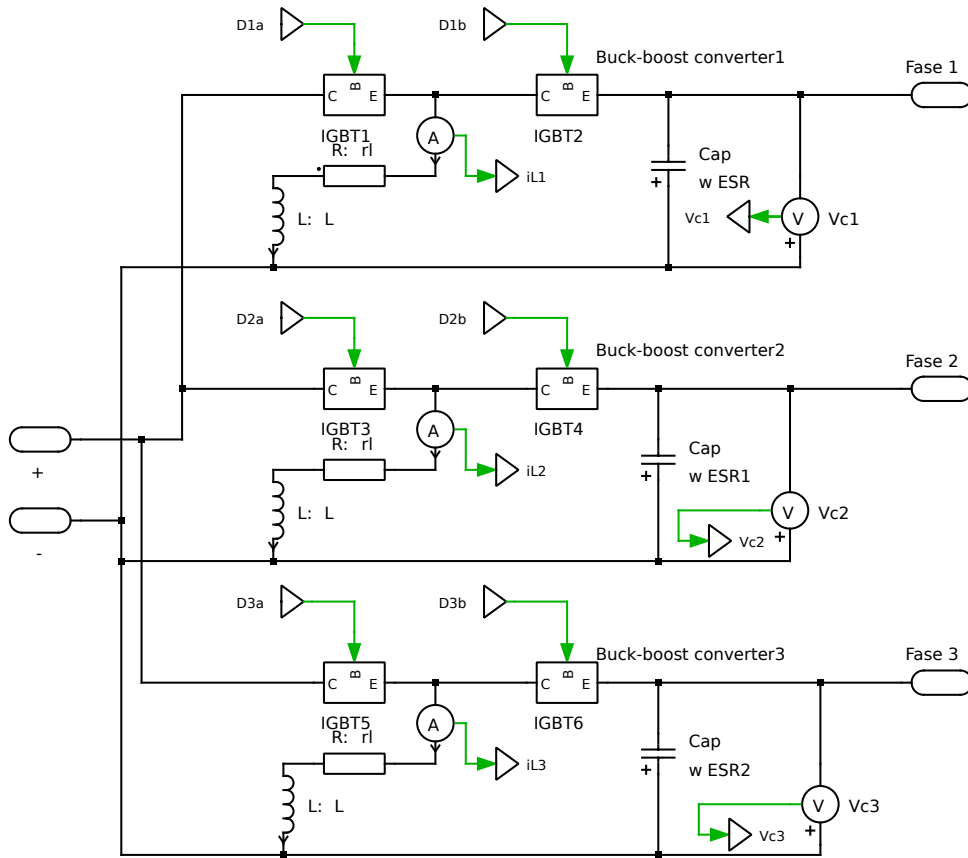
Fonte: Autor.

Figura 92 – Diagrama interno do bloco de cálculo da razão cíclica  $D_1$  do modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS®.



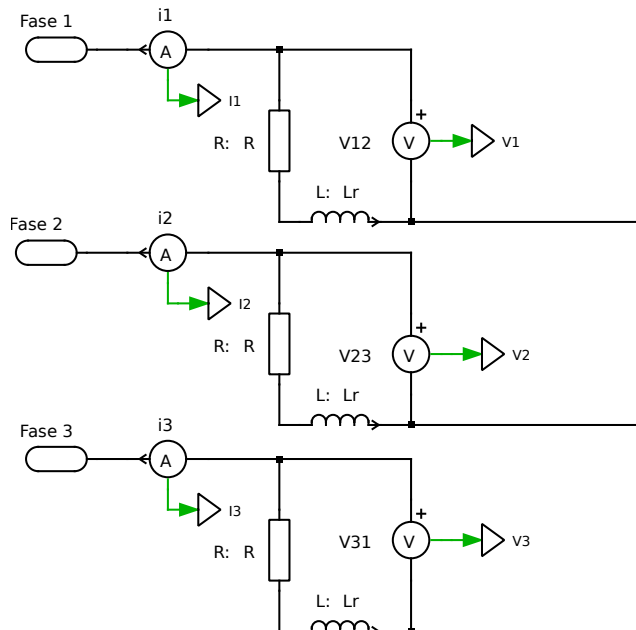
Fonte: Autor.

Figura 93 – Diagrama interno do bloco inversor



Fonte: Autor.

Figura 94 – Diagrama interno do bloco Carga RL

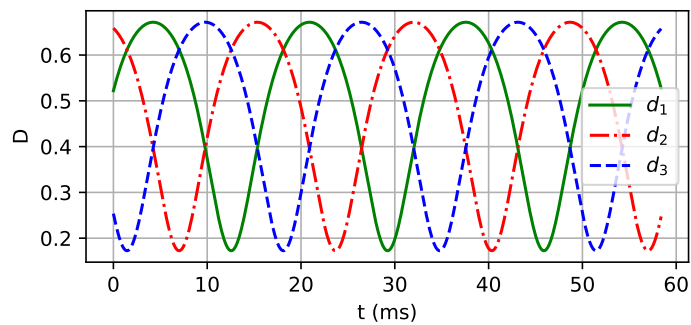


Fonte: Autor.

### 4.3.1 Função razão cíclica

O gráfico das funções razão cíclica, calculadas de acordo com o bloco Calc Dn (Figura 92) está apresentado na Figura 95.

Figura 95 – Função razão cíclica

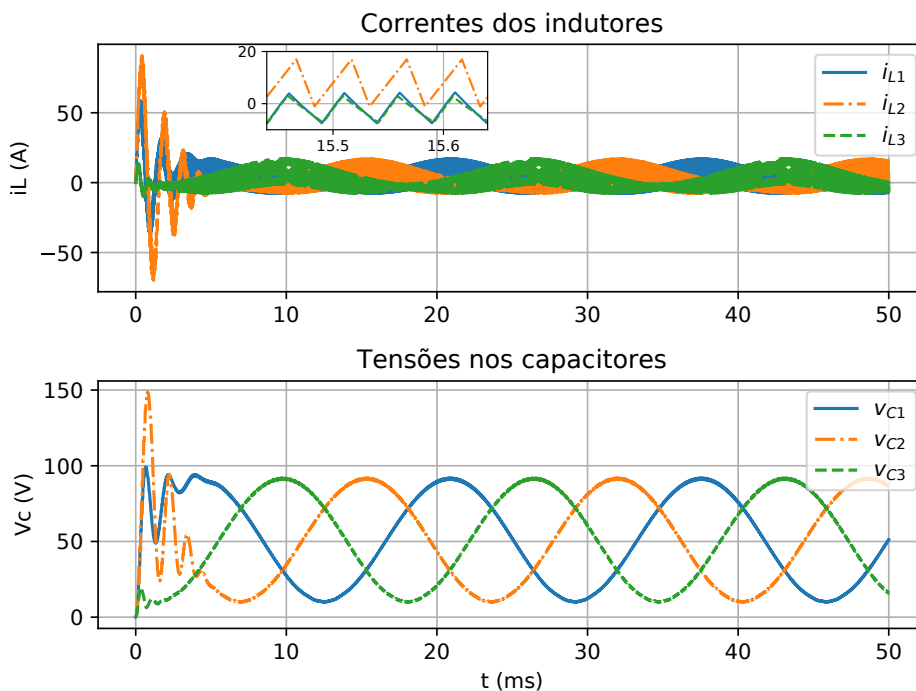


Fonte: Autor.

### 4.3.2 Tensão nos capacitores e corrente nos indutores do conversor

As formas de onda das correntes nos indutores e tensões nos capacitores são apresentadas na figura 96.

Figura 96 – Correntes nos indutores e tensões nos capacitores do conversor do modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS®.

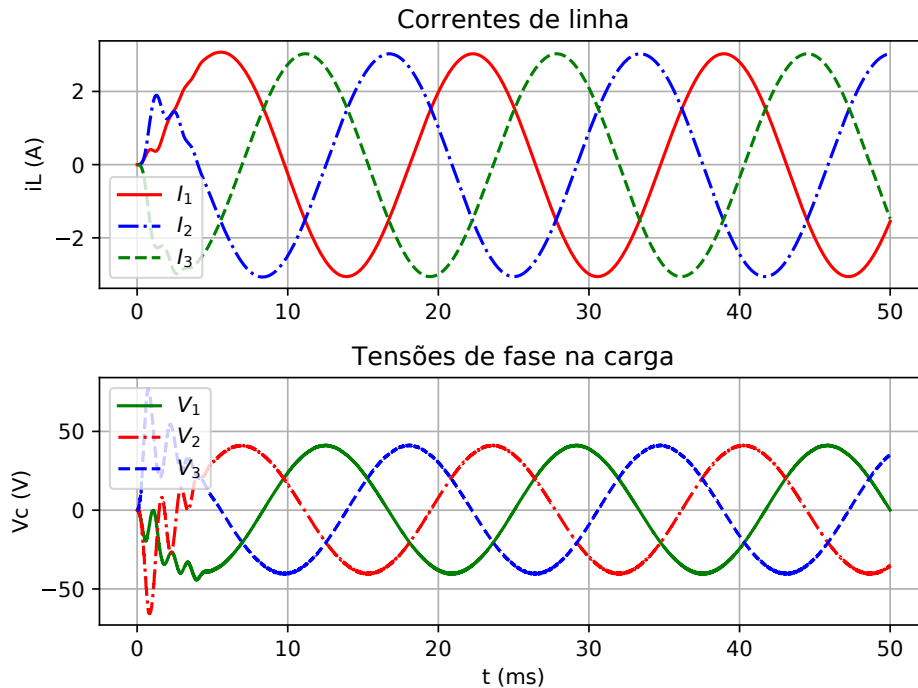


Fonte: Autor.

### 4.3.3 Tensão e corrente de fase na carga

Na figura 97 são apresentadas as correntes e tensões de fase na carga em estrela.

Figura 97 – Correntes e tensões de fase na carga - Modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS®.



Fonte: Autor.

Conforme já apresentado nas figuras 86 e 87, o PLECS® possui a facilidade de calcular os valores médio, eficaz e o THD das formas de onda plotadas. Estes dados extraídos para as correntes e tensões de fase da figura 97 são apresentados na tabela 1.

Tabela 1 – Valores médios, eficazes e THD das correntes e tensões de fase na carga - Modelo trifásico com perdas e carga RL simulado no PLECS®.

Variável	Valor Médio	Valor Eficaz	THD(%)
$I_1$	$-6,7 \times 10^{-5}$ A	2,15 A	2,22
$I_3$	$10 \times 10^{-4}$ A	2,15 A	2,18
$I_3$	$-3,3 \times 10^{-5}$ A	2,15 A	2,16
$V_1$	$-3,4 \times 10^{-4}$ V	28,74 V	2,22
$V_2$	$-12 \times 10^{-4}$ V	28,75 V	2,15
$V_3$	$12 \times 10^{-4}$ V	28,74 V	2,22

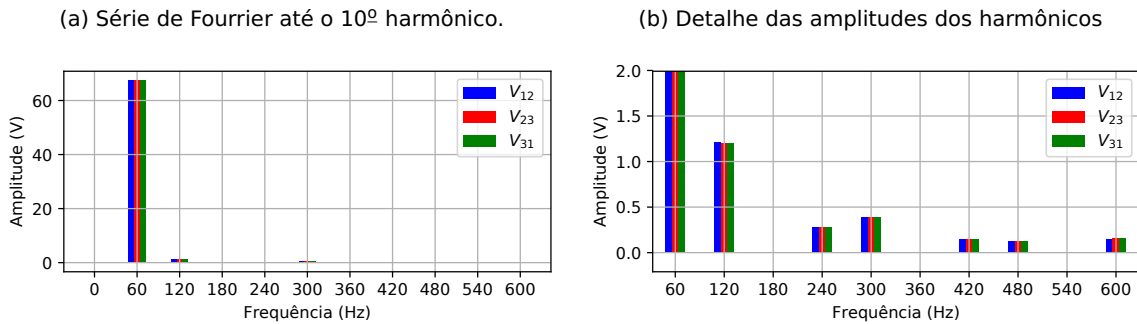
Fonte: Autor.

De acordo com os dados da tabela 1, observa-se que os valores médios das tensões

de fase representam 0,04 % dos respectivos valores de pico. Quanto ao valor eficaz da tensão de linha, percebe-se uma diferença de 0,15 V em relação ao valor esperado, o que representa uma diferença percentual de 0,5%.

Analizando a taxa de distorção harmônica, percebe-se que seu máximo valor é de 2,22 %. Para uma análise gráfica mais detalhada foi gerada no próprio PLECS® a série de Fourier das tensões de fase. Os referidos dados foram salvos em formato .csv e plotados com o auxílio da biblioteca *Matplotlib* do *Python*, gerando os gráficos mostrados na figura 98a, e na 98b, a qual apresenta em detalhes as amplitudes das componentes harmônicas.

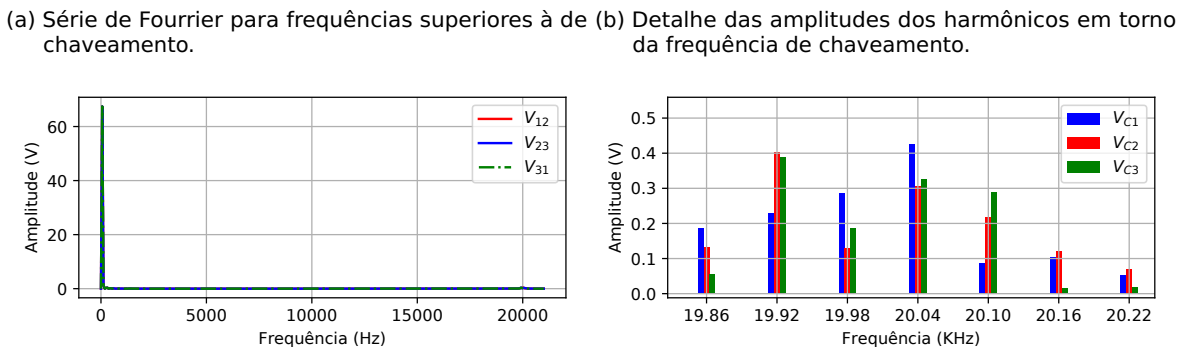
Figura 98 – Série de Fourier para as tensões de fase - Modelo com perdas e carga RL simulado no PLECS®



Fonte: Autor.

Também foram gerados os dados da série de Fourier e plotados os gráficos para as amplitudes dos harmônicos das tensões de fase para uma frequência superior à de chaveamento, obtendo-se os gráficos das figuras 99a e 99b, sendo que esta última, mostra com detalhes a amplitude da componente na frequência de chaveamento.

Figura 99 – Série de Fourier extendida para a frequência de chaveamento para as tensões de linha na saída do conversor com perdas e carga R simulado no PLECS®

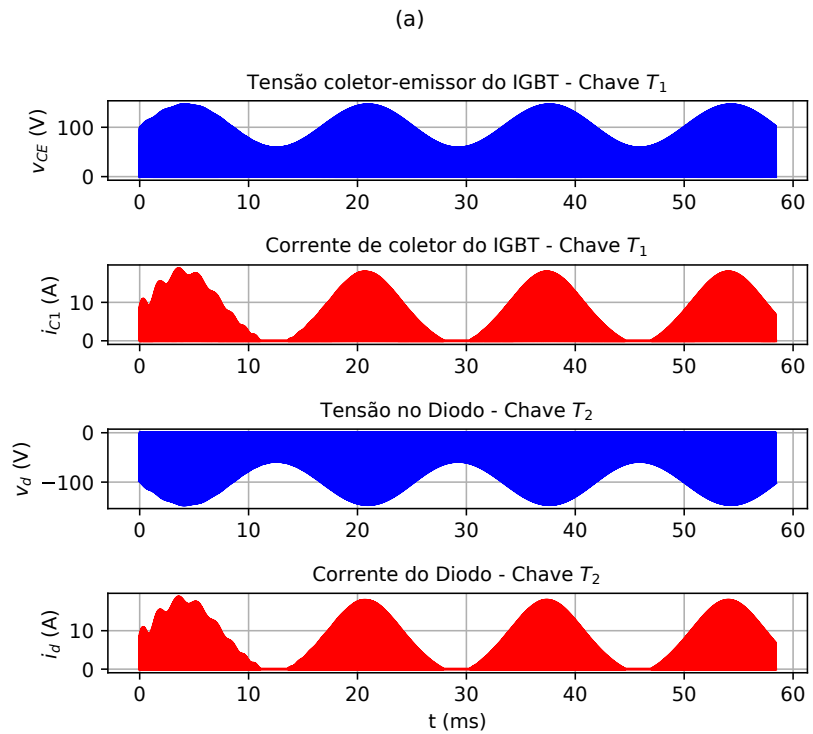


Fonte: Autor.

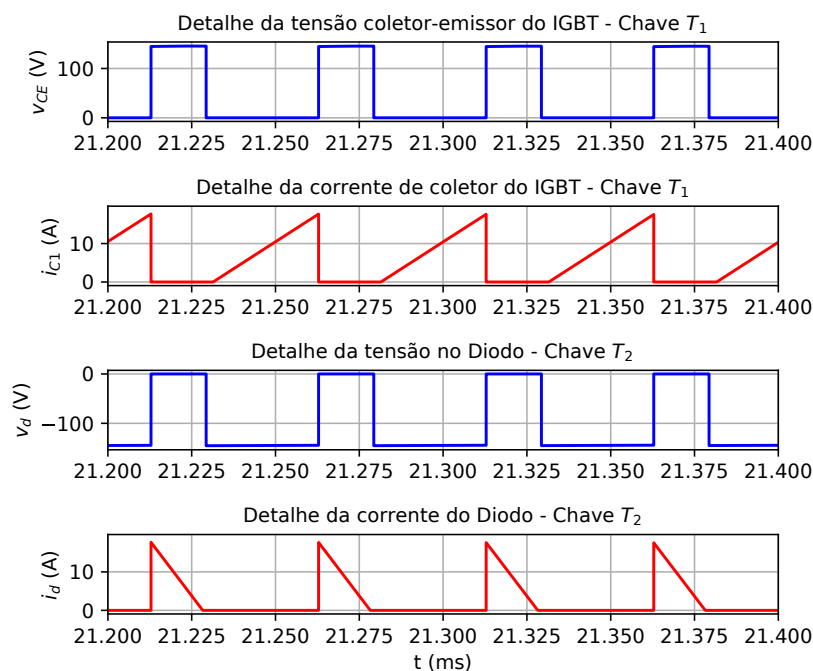
#### 4.3.4 Tensão e corrente nas chaves do inversor

**IGBT chave  $T_1$  e Diodo chave  $T_2$ :** Na Figura 100a são apresentadas as formas de onda das tensões e correntes nas respectivas chaves, bem como seus detalhes na Figura 100b.

Figura 100 – Tensão e corrente no IGBT chave  $T_1$  e Diodo chave  $T_2$



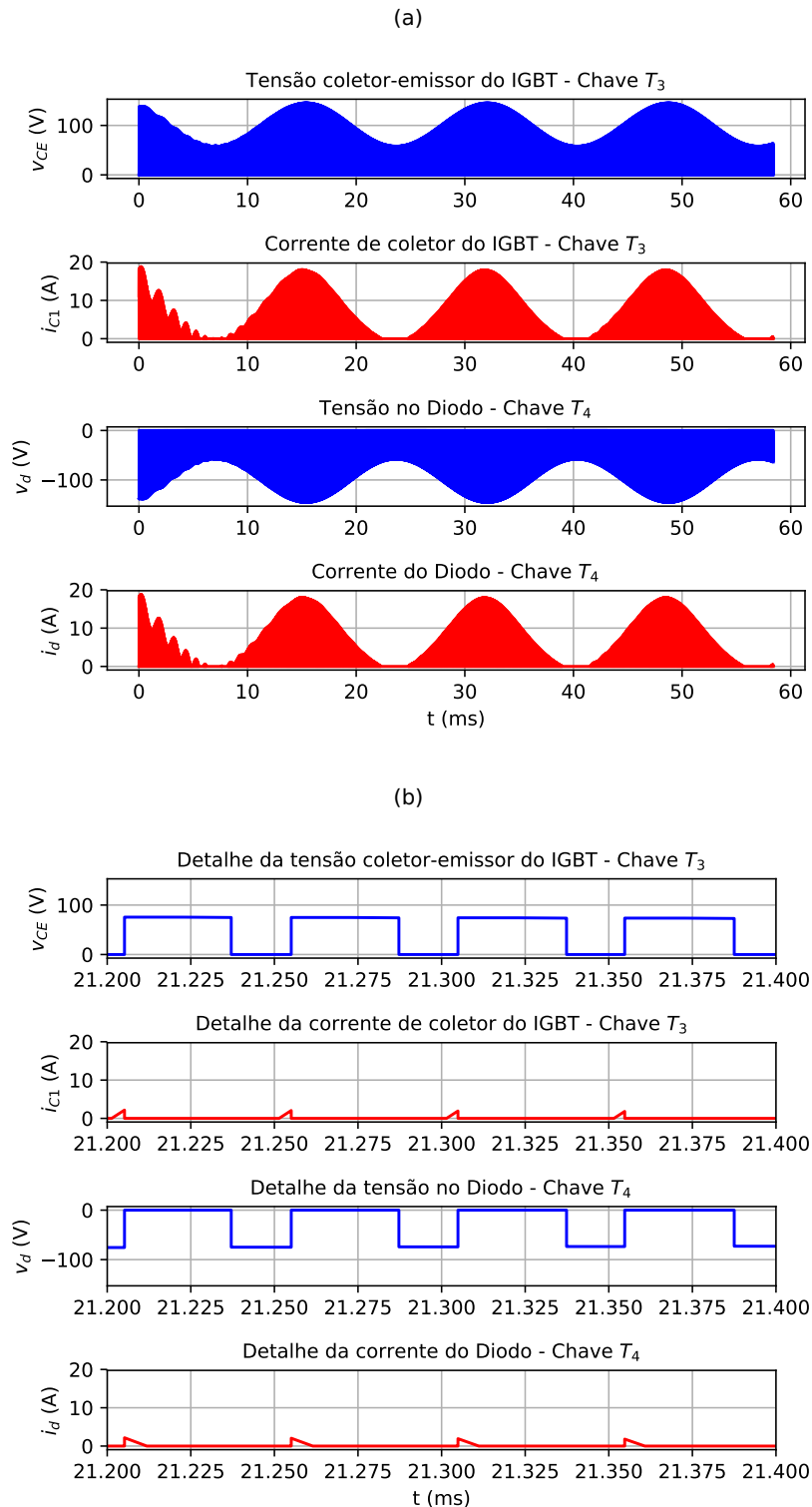
(b)



Fonte: Autor.

**IGBT chave  $T_3$  e Diodo chave  $T_4$ :** Na Figura 101a são apresentadas as formas de onda das tensões e correntes nas respectivas chaves, bem como seus detalhes na Figura 101b.

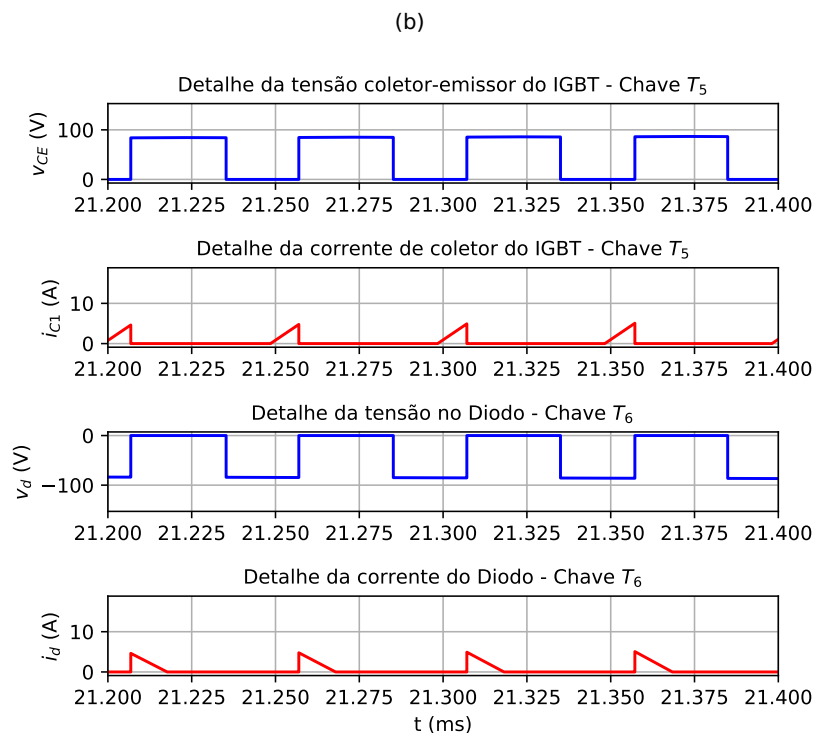
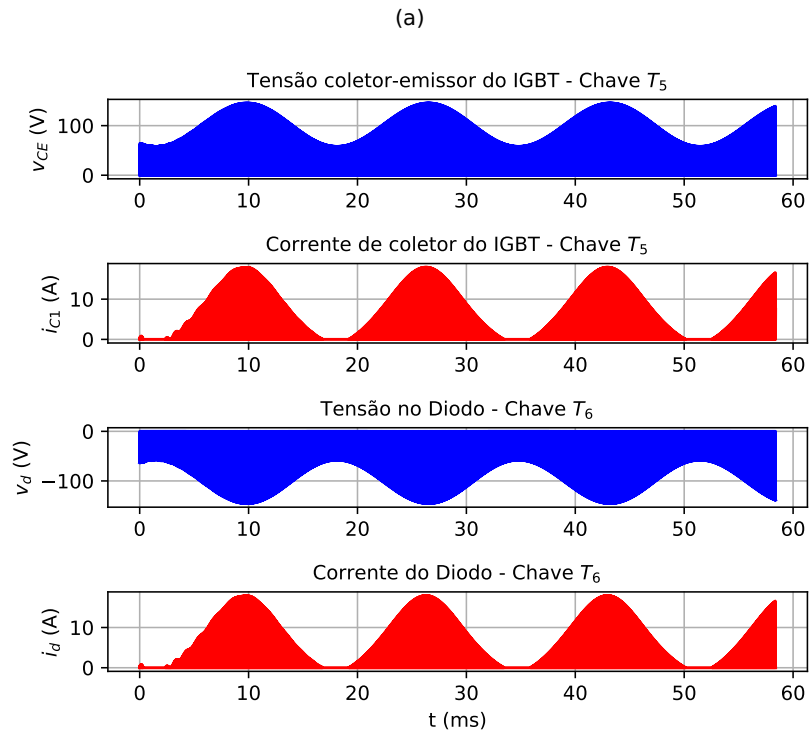
Figura 101 – Tensão e corrente no IGBT chave  $T_3$  e Diodo chave  $T_4$



Fonte: Autor.

**IGBT chave  $T_5$  e Diodo chave  $T_6$ :** Na Figura 102a são apresentadas as formas de onda das tensões e correntes nas respectivas chaves, bem como seus detalhes na Figura 102b.

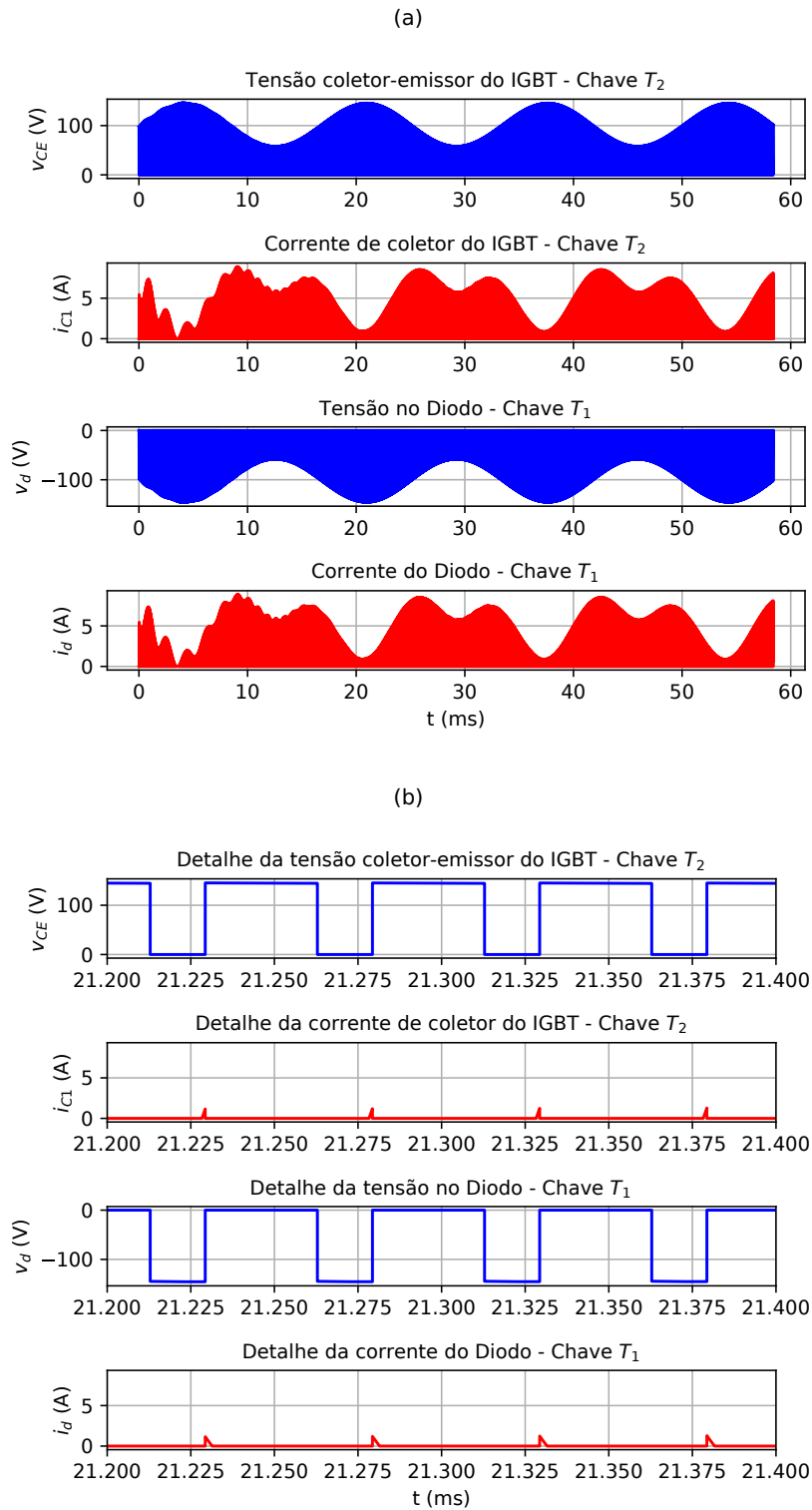
Figura 102 – Tensão e corrente no IGBT chave  $T_5$  e Diodo chave  $T_6$



Fonte: Autor.

**IGBT chave  $T_2$  e Diodo chave  $T_1$ :** Na Figura 103a são apresentadas as formas de onda das tensões e correntes nas respectivas chaves, bem como seus detalhes na Figura 103b.

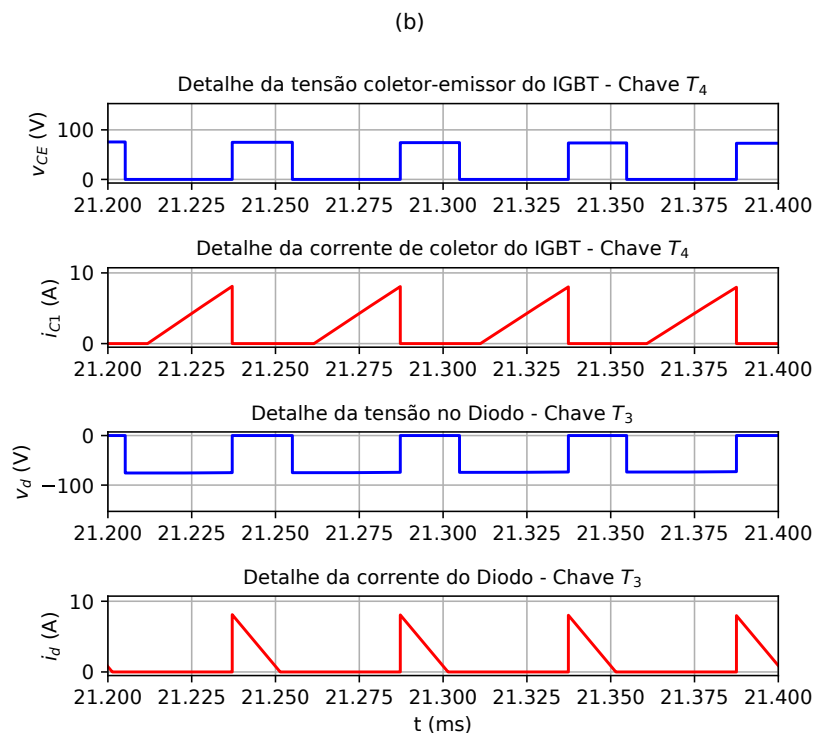
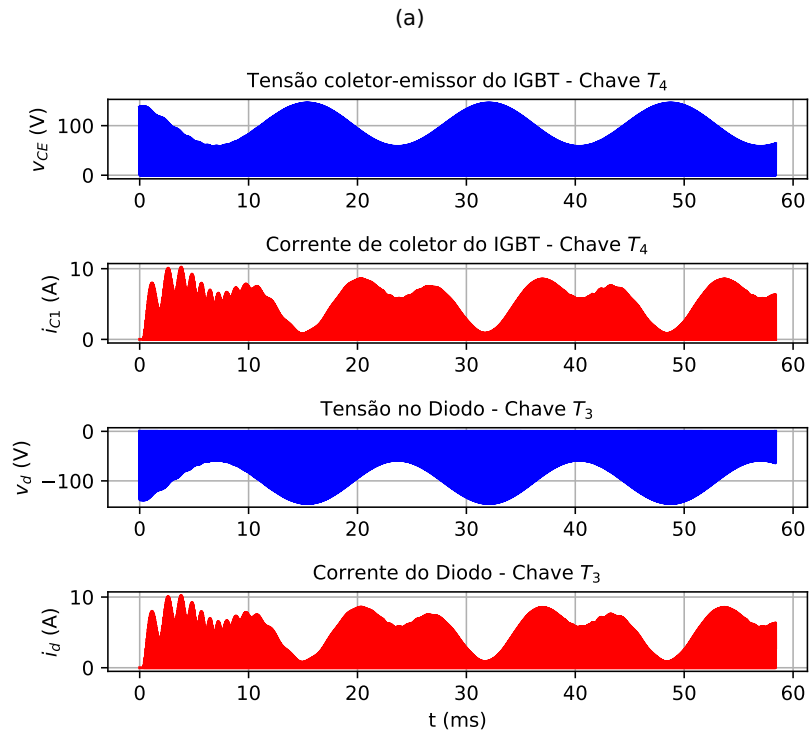
Figura 103 – Tensão e corrente no IGBT chave  $T_2$  e Diodo chave  $T_1$



Fonte: Autor.

**IGBT chave  $T_4$  e Diodo chave  $T_3$ :** Na Figura 104a são apresentadas as formas de onda das tensões e correntes nas respectivas chaves, bem como seus detalhes na Figura 104b.

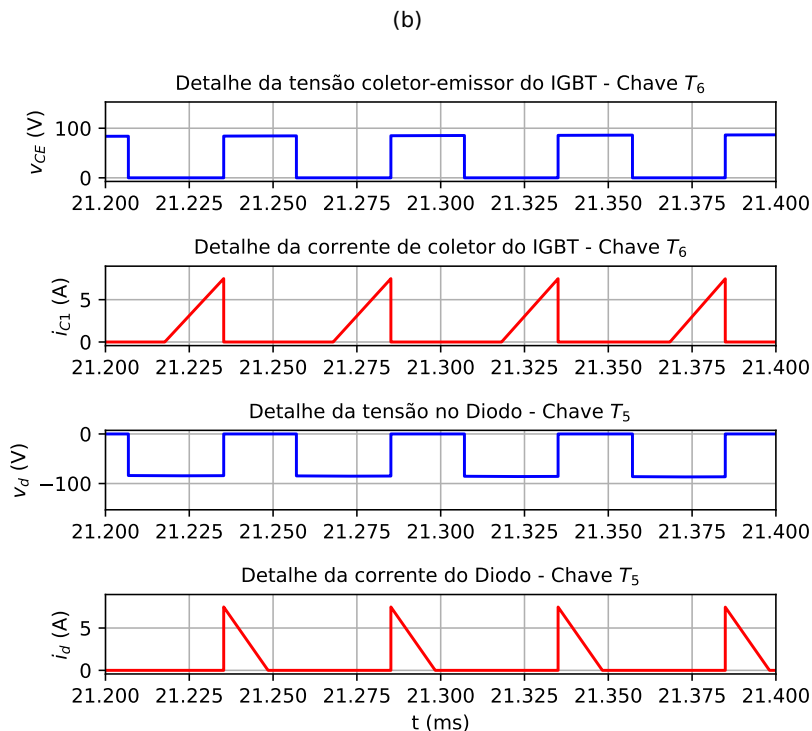
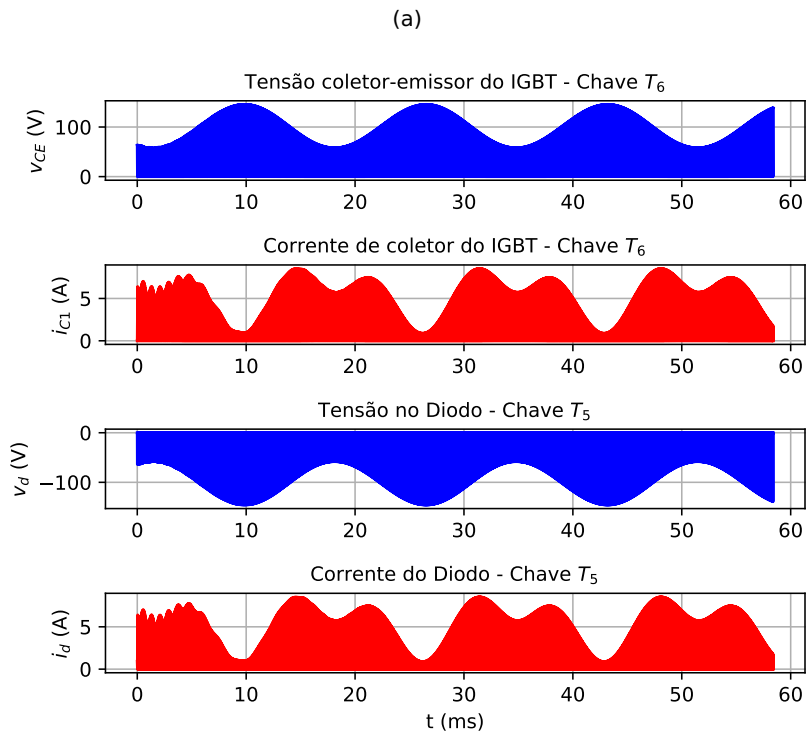
Figura 104 – Tensão e corrente no IGBT chave  $T_4$  e Diodo chave  $T_3$



Fonte: Autor.

**IGBT chave  $T_6$  e Diodo chave  $T_5$ :** Na Figura 105a são apresentadas as formas de onda das tensões e correntes nas respectivas chaves, bem como seus detalhes na Figura 105b.

Figura 105 – Tensão e corrente no IGBT chave  $T_6$  e Diodo chave  $T_5$



Fonte: Autor.

Tabela 2 – Valores médios e eficazes das correntes em cada elemento das chaves

<b>Elemento</b>	<b>Valor Médio</b>	<b>Valor Eficaz</b>
<i>IGBT<sub>1</sub></i>	1,9 A	4,32 A
<i>Diodo<sub>1</sub></i>	0,62 A	1,7 A
<i>IGBT<sub>2</sub></i>	1,11 A	2,26 A
<i>Diodo<sub>2</sub></i>	1,11 A	3,21 A
<i>IGBT<sub>3</sub></i>	1,9 A	4,33 A
<i>Diodo<sub>3</sub></i>	0,62 A	1,69 A
<i>IGBT<sub>4</sub></i>	1,12 A	2,26 A
<i>Diodo<sub>4</sub></i>	1,11 A	3,2 A
<i>IGBT<sub>5</sub></i>	1,9 A	4,32 A
<i>Diodo<sub>5</sub></i>	0,62 A	1,70 A
<i>IGBT<sub>6</sub></i>	1,12 A	2,25 A
<i>Diodo<sub>6</sub></i>	1,12 A	3,2 A

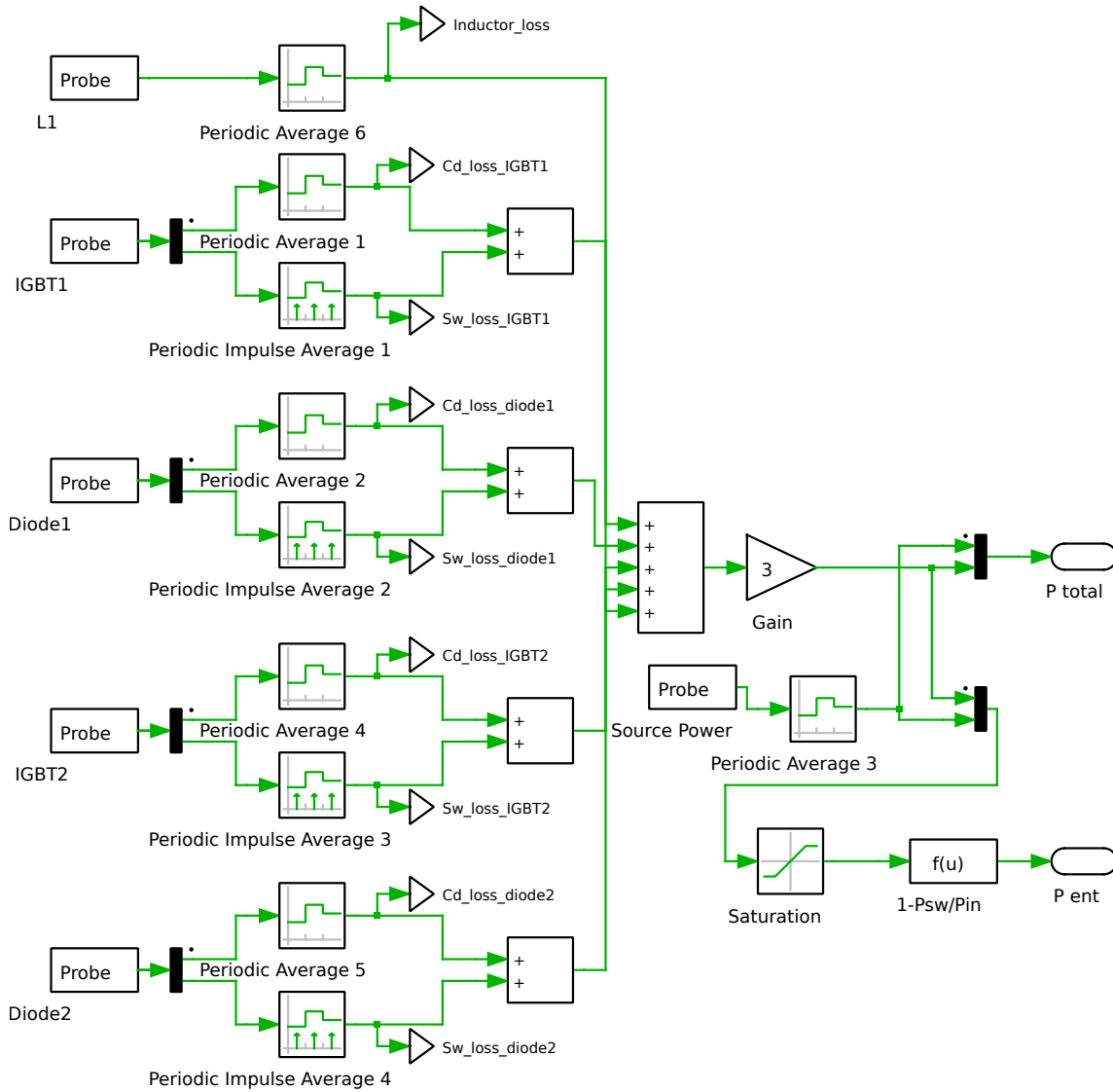
Fonte: Autor.

#### 4.3.5 Determinação das perdas nas chaves e indutores do conversor

Para determinação das perdas nas chaves e indutores do conversor, foram utilizadas facilidades do simulador PLECS, que mede em tempo real a potência de elementos passivos, bem como determina através de *look-up tables*, as perdas por condução e chaveamento nos semicondutores. A Figura 106 mostra os elementos utilizados no bloco "Calculo Perdas" apresentado no diagrama da Figura 90 para a determinação das perdas no braço 1 do inversor.

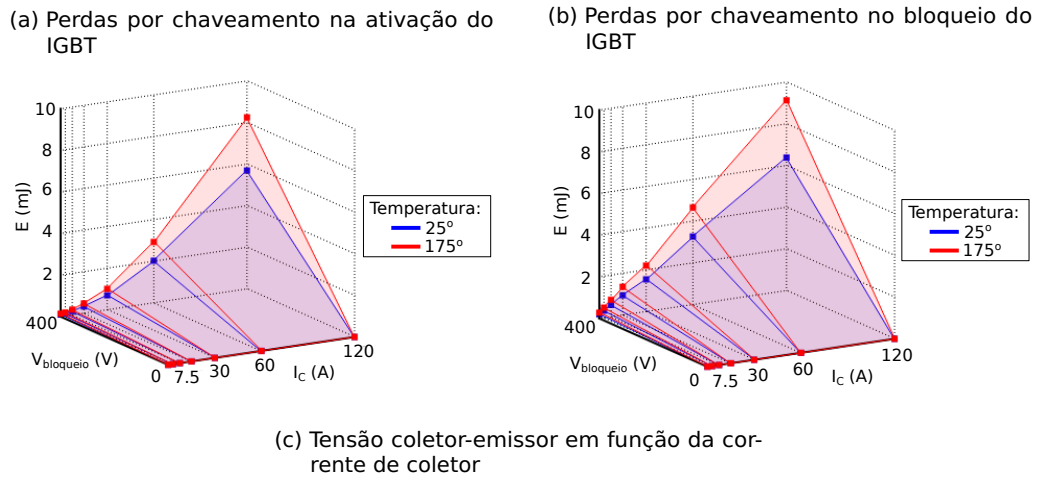
As funções *look-up tables* utilizadas nos cálculos das perdas dos semicondutores estão apresentadas na figura 107 para os IGBTs e na figura 108 para os diodos.

Figura 106 – Diagrama interno do bloco "Calcula Perdas"



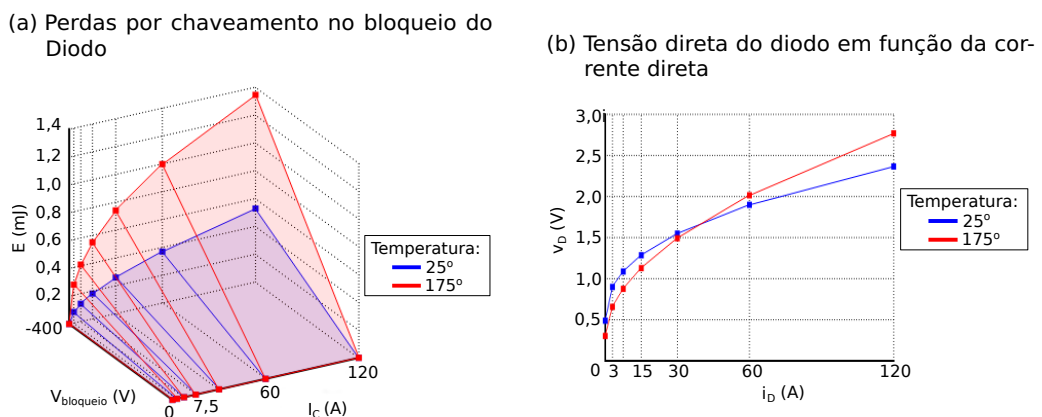
Fonte: Autor.

Figura 107 – Funções utilizadas no PLECS para determinação das perdas nos IGBTs



Fonte: Autor.

Figura 108 – Funções utilizadas no PLECS para determinação das perdas nos diodos



Fonte: Autor.

As perdas no indutor e nas chaves para o braço 1 do inversor estão apresentadas na Tabela 3.

<b>Perdas</b>		
Indutor		1,26 W
$IGBT_1$	Condução	1,89 W
	Chaveamento	1,59 W
$Diodo_1$	Condução	0,61 w
	Chaveamento	0,038 W
$IGBT_2$	Condução	0,95 W
	Chaveamento	1,07 W
$Diodo_2$	Condução	1,27 W
	Chaveamento	0,015 W
<b>Total braço 1</b>		<b>9,7 W</b>

Tabela 3 – Perdas no indutor e chaves do braço 1 do inversor

Considerando-se todos os braços do inversor idênticos, e com base nos dados apresentados na Tabela 3, pode-se determinar a potência total dissipada ( $P_{TD}$ ) pelo conversor, sendo dada por:

$$P_{TD} = 3 \times P_{TD1}$$

$$P_{TD} = 3 \times 9,7$$

$$P_{TD} = 29,1 \text{ W}$$

#### 4.3.5.1 Eficiência

A eficiência é obtida pela razão entre a potência saída ( $P_S$ ) e a potência entrada ( $P_E$ ), desta forma, tem-se que:

$$\eta = \frac{P_S}{P_E} \quad (4.26)$$

A potência de saída é obtida a partir dos dados apresentados na Tabela 1, dada por:

$$P_S = V_1 \times i_1 + V_2 \times i_2 + V_3 \times i_3$$

$$P_S = 28,74 \times 2,15 + 28,75 \times 2,15 + 28,74 \times 2,15$$

$$P_S = 185,37 \text{ W}$$

A potência de entrada pode ser obtida, das seguintes formas::

1- Pela soma da potência de saída com a potência total dissipada, sendo:

$$P_E = P_S + P_{TD}$$

$$P_E = 185,37 + 29,1$$

$$P_E = 214,47 \text{ W}$$

2- Pelo produto da tensão e corrente de entrada no inversor, como:

$$P_E = V_g \times I_g$$

$$P_E = 48 + 4,48$$

$$P_E = 215,04 \text{ W}$$

Pode-se observar que há uma pequena diferença entre os valores da potência de entrada entre as duas formas de cálculos. Isto é devido às diferenças nas formas das obtenções dos valores das variáveis pelo simulador. Neste trabalho foi adotado o maior valor. Desta forma, a eficiência é dada por:

$$\eta = \frac{185,37}{215,04}$$

$$\eta = 86,2 \%$$



---



---

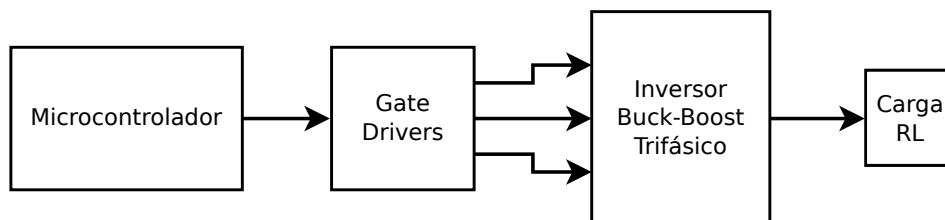
## CAPÍTULO 5

---

### PROTÓTIPO IMPLEMENTADO

Para comprovação das simulações e validação dos resultados foi implementado um protótipo com as mesmas características e parâmetros do circuito proposto e apresentado no Capítulo 2, e mostrado na figura 16. A carga RL apresenta as mesmas características utilizadas nas simulações apresentadas na seção 4.3. A figura 109 apresenta o diagrama em blocos do protótipo.

Figura 109 – Diagrama em blocos do protótipo.



Fonte: Autor.

A seguir, é feita uma descrição simplificada de cada bloco do protótipo que foi implementado:

#### 1- Bloco Microcontrolador:

Este bloco é o responsável por gerar as razões cíclicas necessárias para cada braço do inversor, de forma a gerar as tensões de saída desejadas. Ele também é responsável por monitorar as correntes e tensões na carga, nos indutores e capacitores para atuação da proteção, a qual atua na ocorrência de sobrecarga ou comportamento inadequado do conversor.

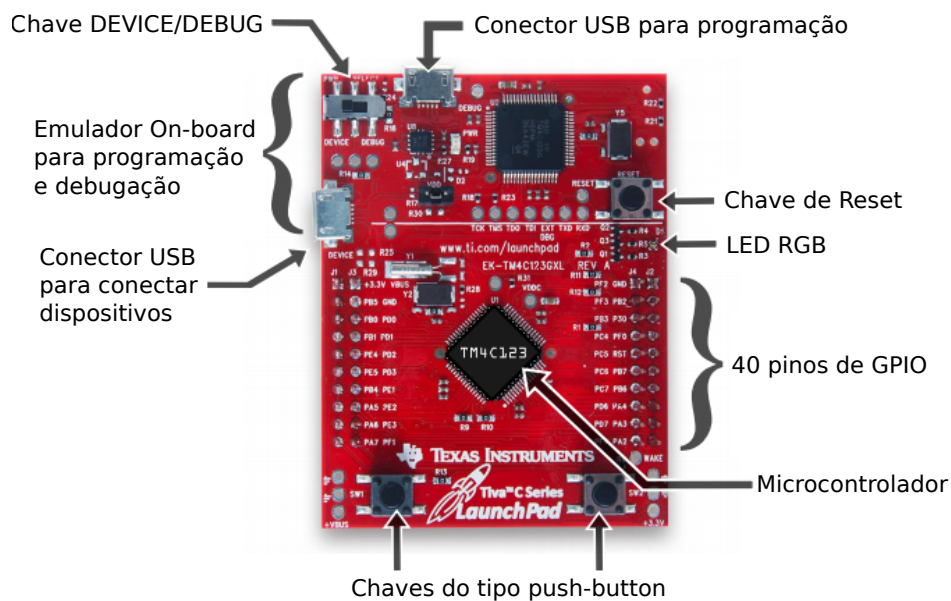
Para realizar esta tarefa foi utilizada a placa de desenvolvimento TIVA-C da Texas Instruments, que utiliza o microcontrolador TM4C123GH6PM [56], cujas principais características são descritas na tabela 4:

Tabela 4 – Principais características do microcontrolador TM4C123GH6PM

Núcleo	ARM Cortex-M4F - 32 bits
Frequência de Clock	Até 80 MHz
Memória Flash	256 KB
Memória SRAM	32 KB
Memória EEPROM	2KB
UART	8 módulos
SSI - Synchronous Serial Interface	4 módulos
I2C	4 módulos
CAN	2 módulos
USB	USB 2.0 OTG/Host/Device
ADC	12 canais com 12 bits de resolução
PWM	2 módulos com 8 saídas independentes
Temporizadores	6 blocos de 16/32 bits e 6 blocos de 32/64 bits

Na figura 110 é apresentada uma foto da placa de desenvolvimento empregada, destacando algumas de suas características.

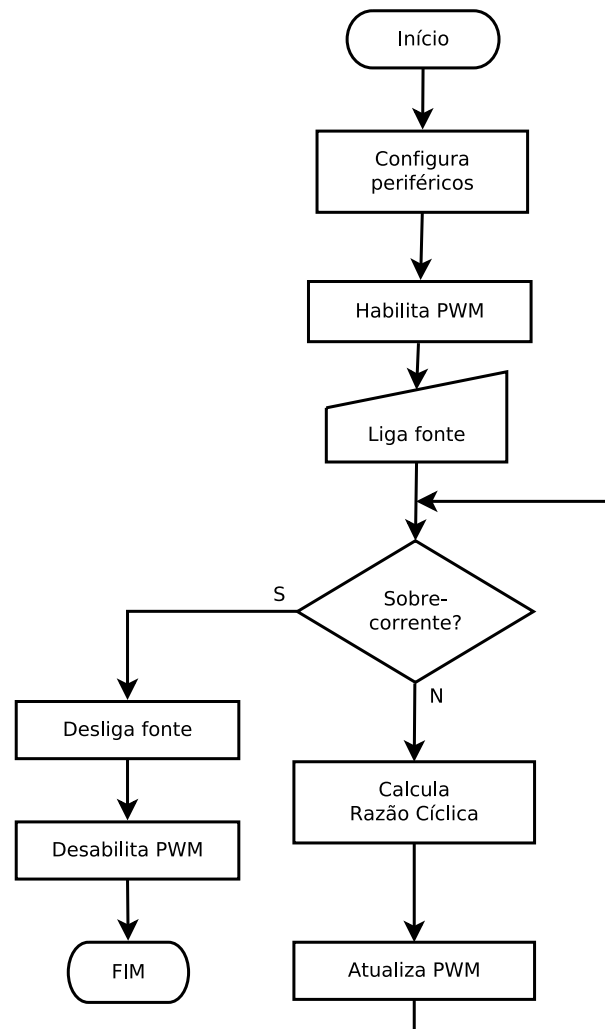
Figura 110 – Placa de desenvolvimento TIVA-C.



Fonte: <http://energia.nu/pinmaps/ek-tm4c123gx1/> (Adptado pelo autor).

Toda a programação do microcontrolador foi implementada em linguagem C, utilizando a IDE de programação Energia [57]. O fluxograma da rotina principal é apresentado na figura 111.

Figura 111 – Fluxograma da rotinal principal.



Fonte: Autor.

## 2- Bloco Gate Driver:

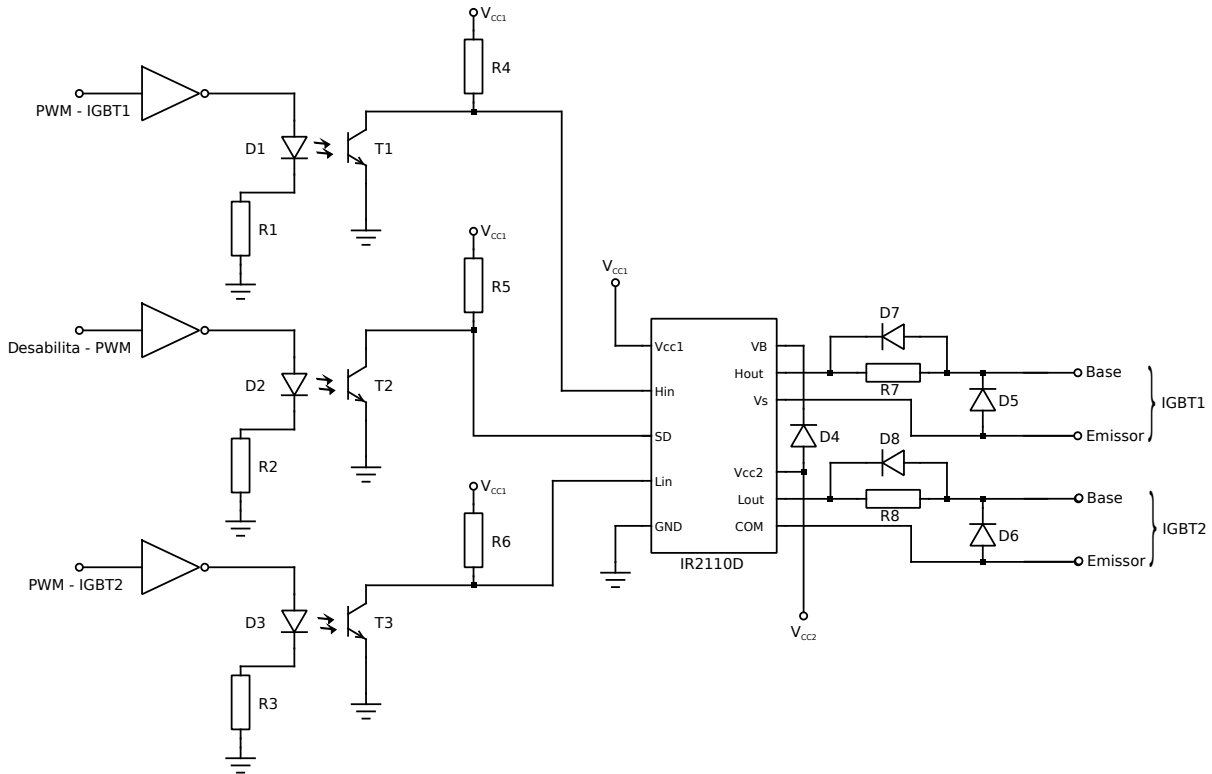
O diagrama esquemático de um braço deste bloco está ilustrado na figura 112. Este apresenta três entradas digitais:

- **PWM - IGBT1 e PWM - IGBT2:** São os sinais PWMs complementares, com tempo morta, gerados pelo microcontrolador para o controle das chaves IGBT1 e IGBT2, respectivamente.
- **Desabilita - PWM:** É utilizado para desabilitar o sinais PWMs, caso ocorra alguma falha ou mesmo, devido a intervenção do usuário.

Estes sinais são enviados ao circuito integrado IR2110D. Este CI é o responsável por adequar os sinais do microcontrolador para os níveis de tensão e corrente necessários para o acionamento dos IGBTs.

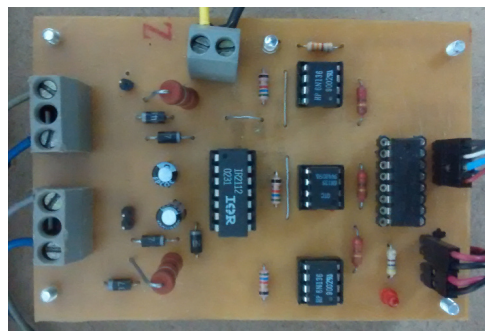
Na figura 113 é apresentada a foto da placa do *gate-driver* de um braço do inversor. As placas para dos outros braços são idênticas.

Figura 112 – Diagrama esquemático do circuito de gate-driver.



Fonte: Autor.

Figura 113 – Foto da placa de circuito impresso do *gate-driver* de um braço do inversor.

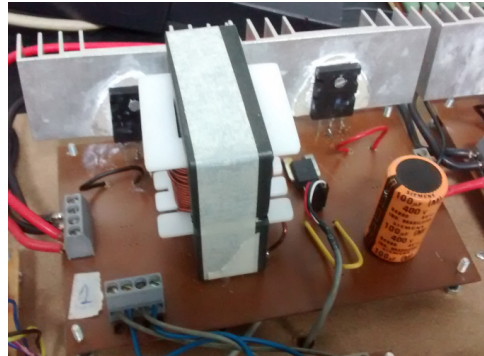


Fonte: Autor.

### 3- Bloco Inversor Buck-Boost Trifásico:

O bloco inversor foi descrito no Capítulo 2 (figura 14), no qual foram utilizados os IGBTs MGY40N60D da Motorola. Na figura 114 é mostrada uma fotografia da placa de circuito impresso de um dos braços que compõe este bloco.

Figura 114 – Fotografia da placa de circuito impresso de um dos braços que compõe o inversor.

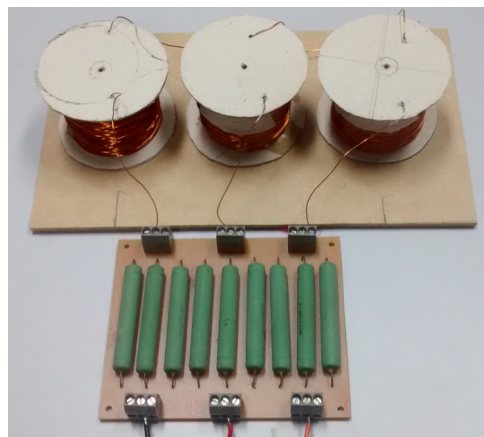


Fonte: Autor.

### 4- Bloco Carga RL:

Este bloco é composto por uma carga RL série em ligação estrela, de potência 250 W e impedância  $Z = 12,0 + j6,75\Omega$ , e fator de potência de 0,86. A figura 115 mostra a foto da carga utilizada.

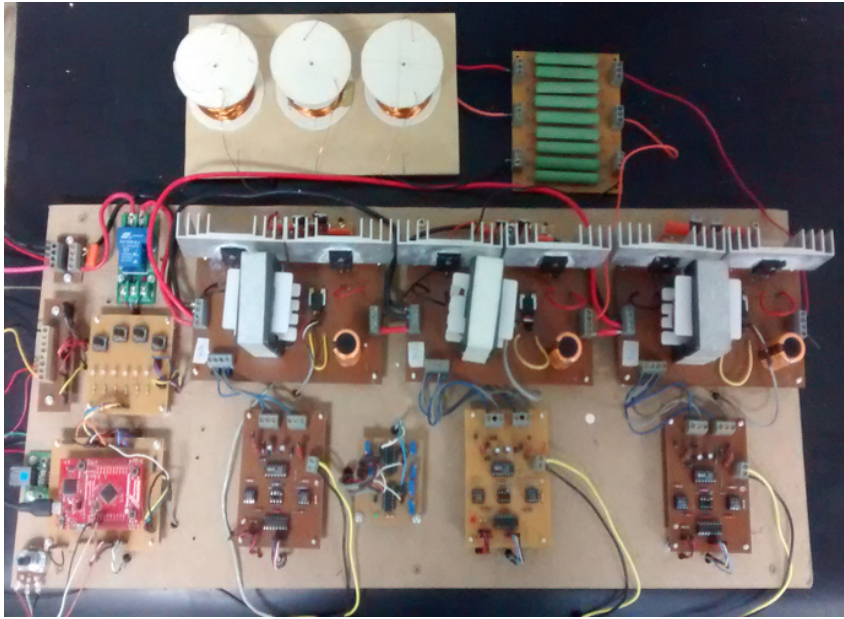
Figura 115 – Foto da carga utilizada no protótipo.



Fonte: Autor.

Por fim, na figura 116 é mostrada a foto de todo o conjunto de placas que formam o inversor alimentando a carga RL.

Figura 116 – Foto do protótipo.



Fonte: Autor.

---



---

## CAPÍTULO 6

---

### RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste Capítulo são apresentados os resultados experimentais do inversor *Buck-Boost* trifásico alimentando uma carga RL em estrela com tensão nominal de 50 V de linha, a partir de uma tensão na entrada do conversor de 48 V. Também serão apresentados resultados simplificados para cargas R, RL e RC com tensão de entrada do conversor igual a 36 V.

#### 6.1 Carga RL tipo 1

O resultados apresentados nesta seção, foram obtidos com as especificações descritas na tabela 5, as quais estão relacionadas com os parâmetros de projeto adotados, bem como aos componentes utilizados.

Tabela 5 – Principais parâmetros do inversor: situação 1

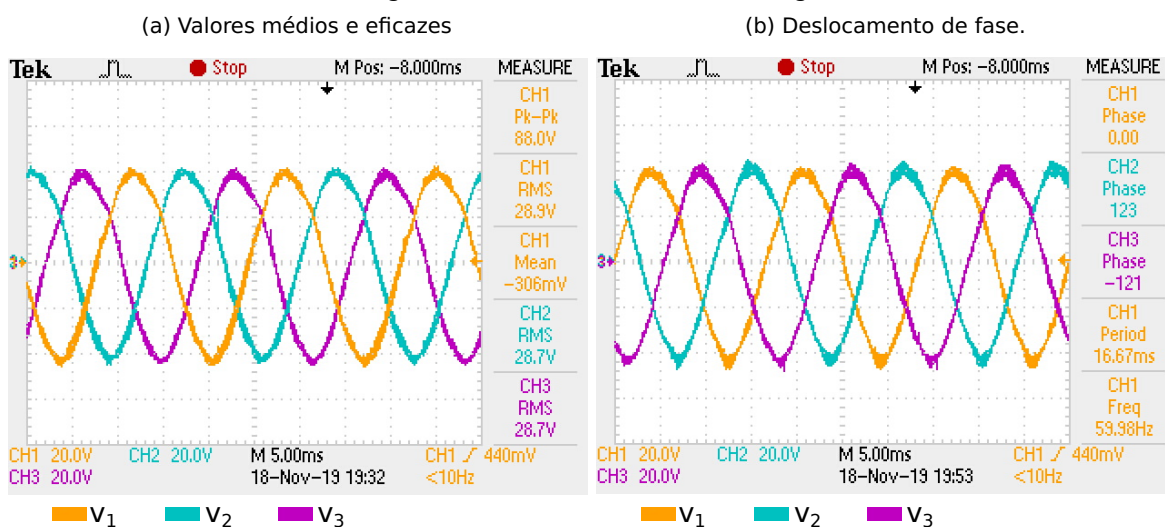
Tensão de entrada	48 V
Tensão de linha na Carga	50 $V_{rms}$
Componente CC das tensões nos capacitores	50,0 V
Impedância de carga (estrela)	12,0 + j6,75 $\Omega$
Frequência da tensão de saída	60 Hz
Frequência de chaveamento	20 kHz
$L_1, L_2$ e $L_3$	85 $\mu$ H
$C_1, C_2$ e $C_3$	100 $\mu$ F
Resistência dos indutores	34,4 m $\Omega$
Tensão de saturação dos IGBTs	2,5 V
Tensão direta dos diodos	1,7 V
Resistência direta dos diodos	50 m $\Omega$

As principais forma de onda obtidas durante a realização dos experimentos estão apresentadas nas seções seguintes.

### 6.1.1 Tensões e correntes na carga

**Tensão de fase:** Na Figura 117 são apresentadas as tensões de fase na carga. Na Figura 117a são apresentados os valores de tensão de pico-a-pico (Pk-Pk), eficaz e médio (*Mean*) para a tensão na fase 1 da carga (CH1), e os valores eficazes (RMS) das tensões nas fases 2 (CH2) e 3 (CH3). Na Figura 117b, são apresentadas os deslocamento de fases (*Phase*) das tensões nas fases 1 (CH1), 2 (CH2) e 3 (CH3), bem como o período (*Period*) e a frequência (*Freq*) da tensão na fase 1 (CH1). Os principais valores obtidos para a fase 1 a partir das medições efetuadas com o osciloscópio estão descritas na Tabela 6.

Figura 117 – Tensões de fase na carga



Fonte: Autor.

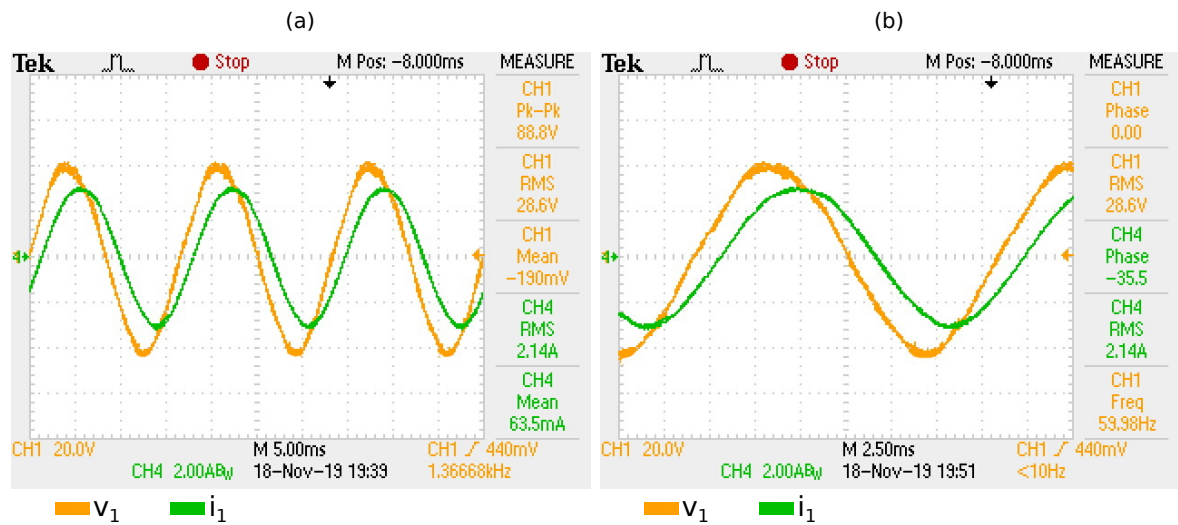
Tabela 6 – Principais valores obtidos no experimento para as tensões de fase

Tensão	Pico a Pico	Eficaz	Médio	Defasamento
v <sub>1</sub>	88,0 V	28,9 V	0,306 V	0,0°
v <sub>2</sub>	-	28,7 V	-	123°
v <sub>3</sub>	-	28,7 V	-	-121°

#### Tensões e correntes em cada fase da carga

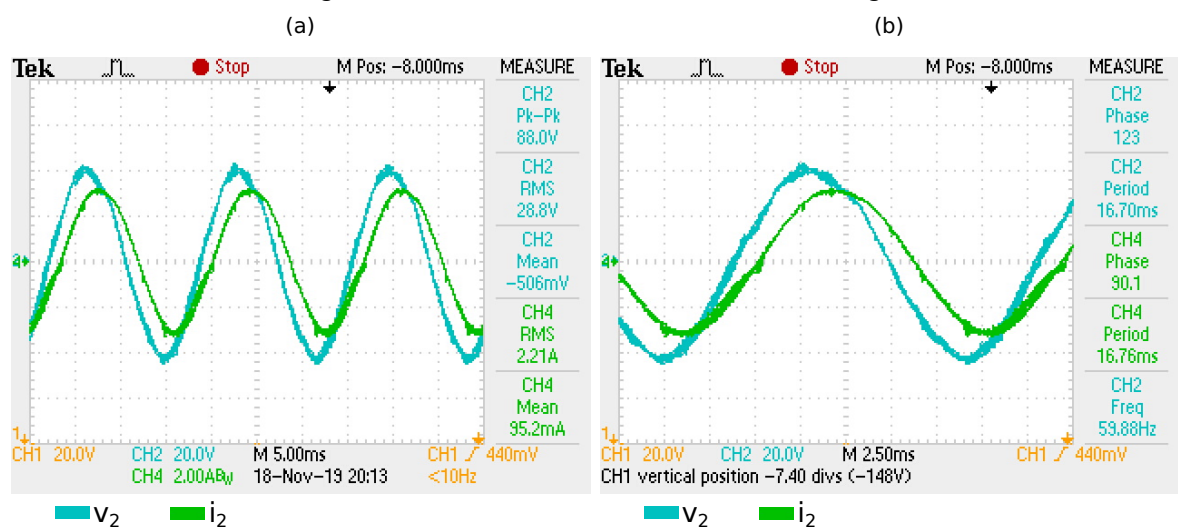
**Fase 1:** Na Figura 118a são apresentadas os valores de pico-a-pico (Pk-Pk), eficaz (RMS) e médio (*Mean*) para a tensão (CH1) e corrente (CH4). Na Figura 118b são apresentados os valores da fase da tensão (CH1) e corrente (CH4), os valores de tensão e corrente eficazes (RMS), bem como a frequência da tensão (*Freq*).

Figura 118 – Tensão e corrente na fase 1 da carga



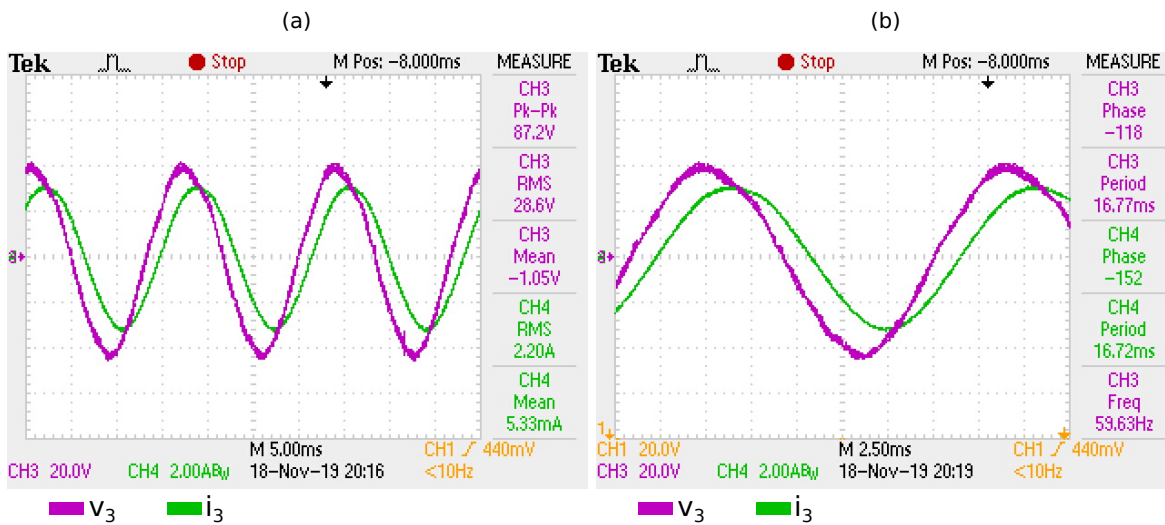
**Fase 2:** Na Figura 119a são apresentadas os valores de pico-a-pico (Pk-Pk), eficaz (RMS) e médio (*Mean*) para a tensão (CH1) e corrente (CH4). Na Figura 119b são apresentados os valores da fase da tensão (CH1) e corrente (CH4), os valores de tensão e corrente eficazes (RMS), bem como a frequência da tensão (*Freq*).

Figura 119 – Tensão e corrente na fase 2 da carga



**Fase 3:** Na Figura 120a são apresentadas os valores de pico-a-pico (Pk-Pk), eficaz (RMS) e médio (*Mean*) para a tensão (CH1) e corrente (CH4). Na Figura 120b são apresentados os valores da fase da tensão (CH1) e corrente (CH4), os valores de tensão e corrente eficazes (RMS), bem como a frequência da tensão (*Freq*).

Figura 120 – Tensão e corrente na fase 3 da carga



Fonte: Autor.

Os principais valores obtidos para cada fase partir das medições efetuadas com o osciloscópio estão descritas na Tabela 7.

Tabela 7 – Principais valores obtidos no experimento para as tensão e corrente de cada fase.

Grandeza	Pico a Pico	Eficaz	Médio	Defasamento
$v_1$	88,0 V	28,6 V	-0,19 V	0,0°
$i_1$	-	2,14 A	0,064 A	-35,5°
$v_2$	88,0 V	28,8 V	-0,51 V	123,0°
$i_2$	-	2,21 A	0,095 A	90,1°
$v_3$	87,2 V	28,6 V	-1,05 V	-118,0°
$i_3$	-	2,20 A	0,005 A	-152°

### 6.1.2 Formas de onda nos capacitores e indutores do inversor

**Tensão nos capacitores:** Na Figura 121 são apresentados os valores de tensão de pico-a-pico (Pk-Pk), eficaz (RMS) e médio (*Mean*) para a tensão no capacitor da fase 1 (CH1) do inversor, e os valores eficazes (RMS) das tensões nos capacitores das fases 2 (CH2) e 3 (CH3) do inversor, os quais estão descritos na Tabela 8.

Figura 121 – Tensão nos capacitores do inversor

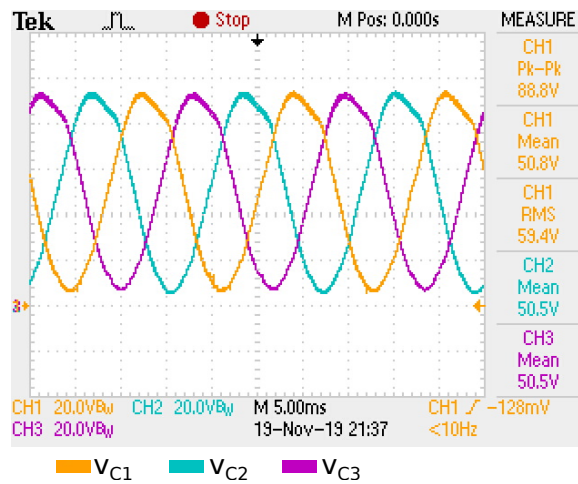
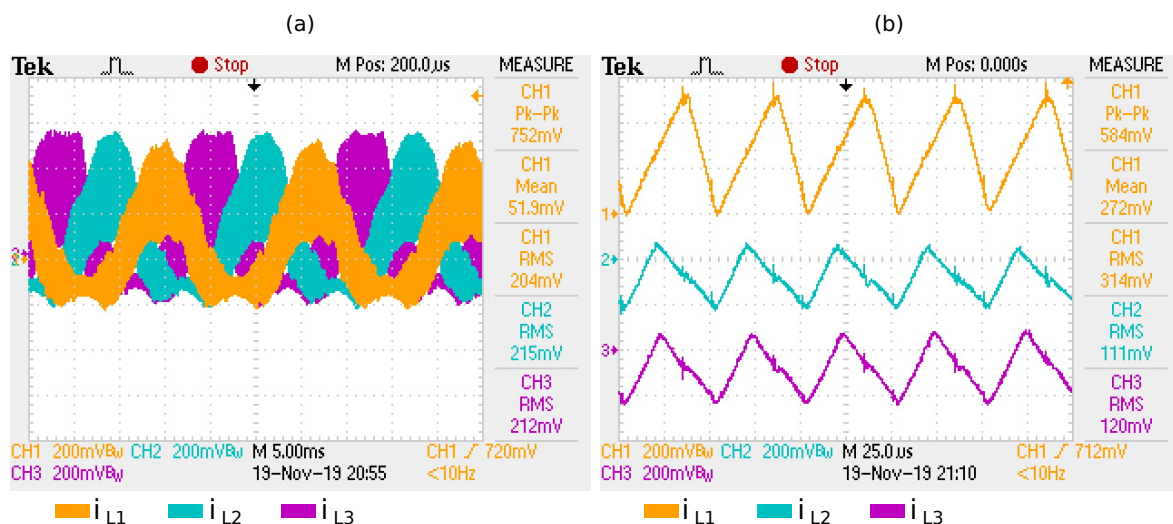


Tabela 8 – Principais valores obtidos no experimento para as tensões de fase

Tensão	Pico a Pico	Eficaz	Médio
v <sub>C1</sub>	88,8 V	59,4 V	50,8 V
v <sub>C2</sub>	–	–	50,5 V
v <sub>C3</sub>	–	–	50,5 V

**Corrente nos indutores:** Na Figura 122a são apresentadas as formas onda das correntes nos indutores. Cabe destacar, que a escala de corrente foi de 25A/V. Pode-se observar, que a Tabela 9 apresenta os valores absolutos de pico-a-pico (Pk-Pk), médio (*Mean*) e eficaz (RMS) para a corrente no indutor da fase 1 (CH1) do inversor, bem como os valores eficazes (RMS) das correntes nos indutores das fases 2 (CH2) e 3 (CH3) respectivamente. Os detalhes das correntes nos indutores são apresentados na Figura 122b.

Figura 122 – Corrente nos indutores do inversor



Fonte: Autor.

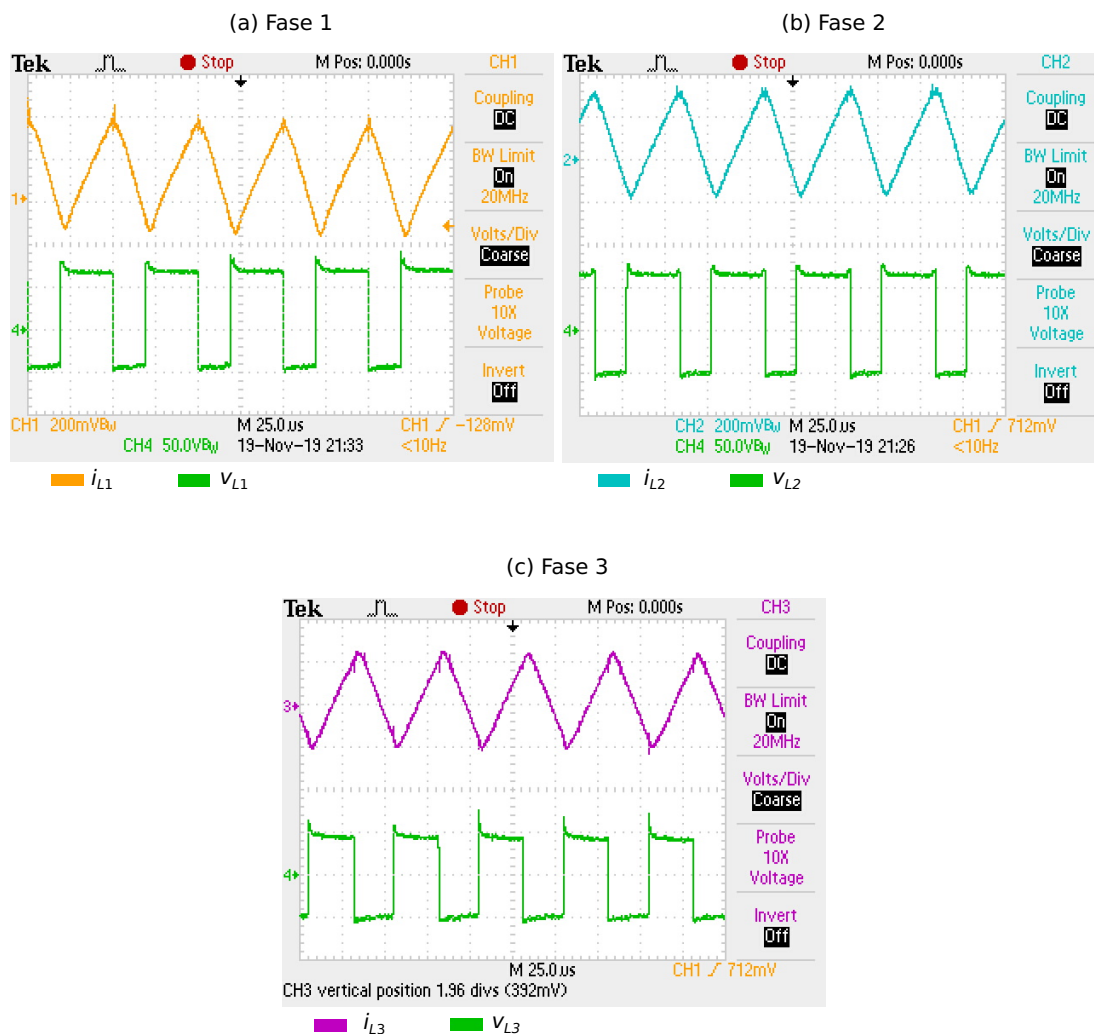
Tabela 9 – Valores de corrente nos indutores

Corrente	Pico-a-pico	Eficaz	Médio
$i_{L1}$ (CH1)	18,8 A	5,1 A	1,30 A
$i_{L2}$ (CH2)	-	5,37 A	-
$i_{L2}$ (CH3)	-	5,3 A	-

### Detalhe da tensão e corrente nos indutores:

Na Figura 123 são apresentados os detalhes das tensões e correntes nos indutores de casa fase do inversor.

Figura 123 – Detalhe da tensão e corrente nos indutores do inversor

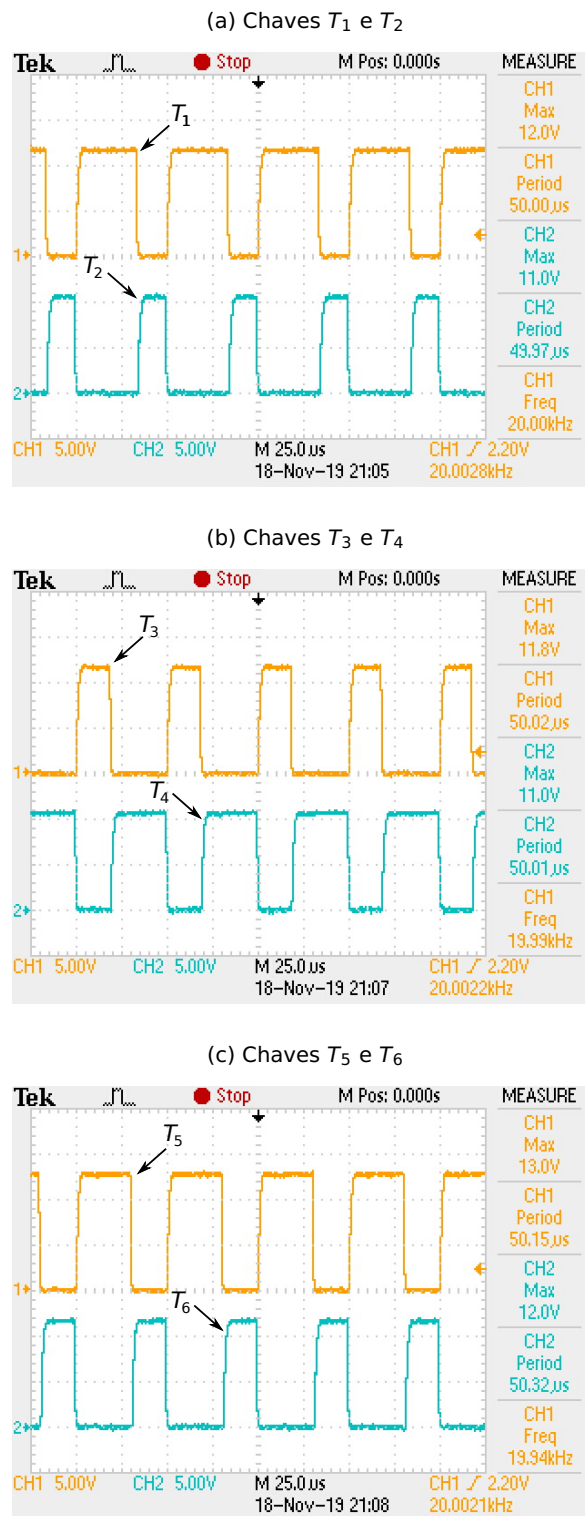


### 6.1.3 Tensões e correntes nas chaves

**Tensão base-emissor:** Na Figura 124 são apresentadas as formas de onda das tensões no circuito de base-emissor dos IGBTs que compõe o inversor. Também são apresen-

tadas as tensões máximas, bem como o período e frequência de chaveamento.

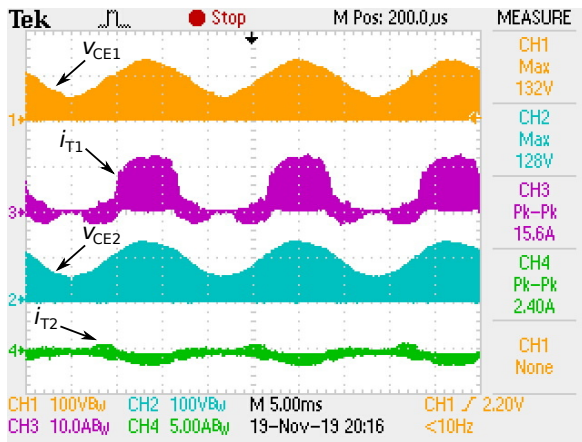
Figura 124 – Tensões no circuito base-emissor dos IGBTs do inversor



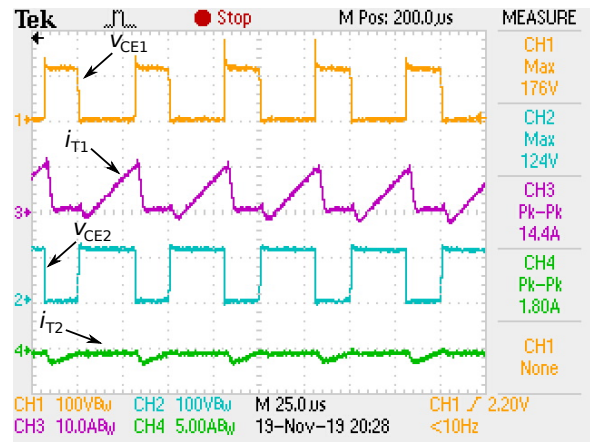
**Tensão coletor-emissor e corrente nas chaves:** Na Figura 125 são apresentadas as tensões entre coletor e emissor e as correntes para as chaves que compõe o inversor, bem como seus detalhes.

Figura 125 – Tensões e correntes nas chaves que compõe o inversor

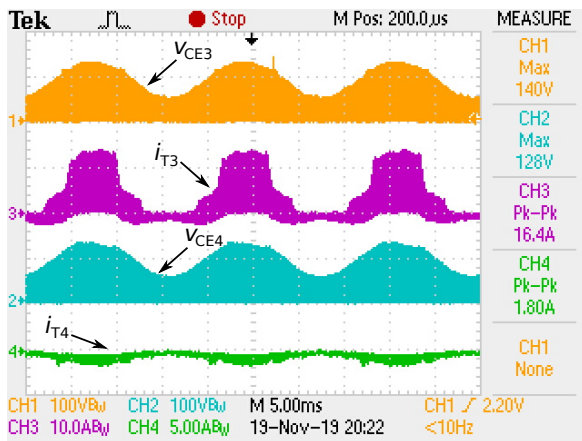
(a) Tensão coletor-emissor e corrente nas chaves  $T_1$  e  $T_2$



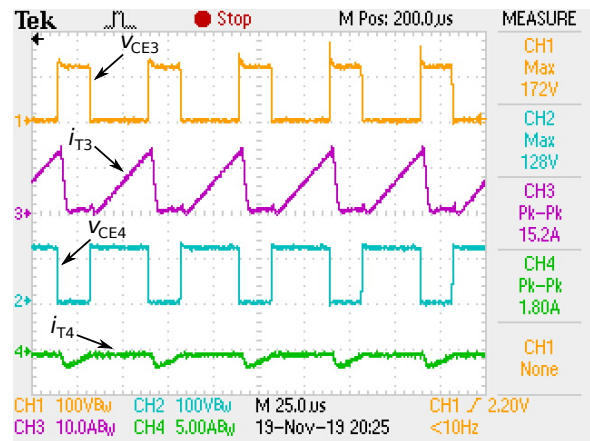
(b) Detalhe da tensão coletor-emissor e corrente nas chaves  $T_1$  e  $T_2$



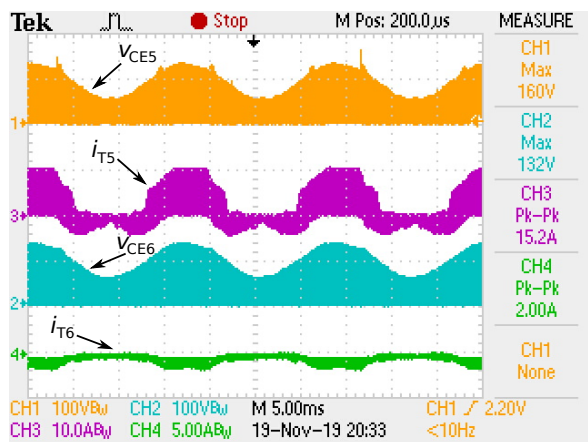
(c) Tensão coletor-emissor e corrente nas chaves  $T_3$  e  $T_4$



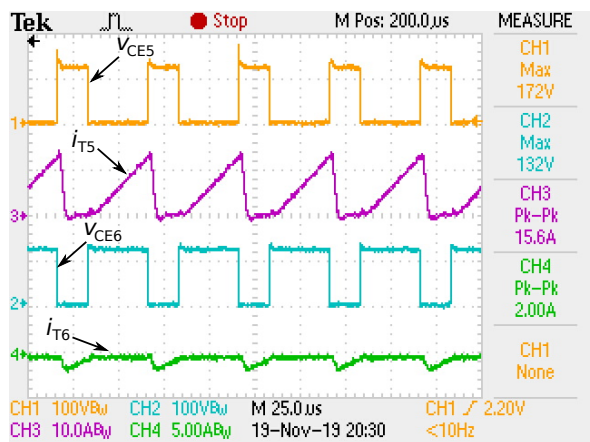
(d) Detalhe da tensão coletor-emissor e corrente nas chaves  $T_3$  e  $T_4$



(e) Tensão coletor-emissor e corrente nas chaves  $T_5$  e  $T_6$



(f) Detalhe da tensão coletor-emissor e corrente nas chaves  $T_5$  e  $T_6$



Fonte: Autor.

### 6.1.4 Eficiência

Para a determinação da eficiência do conversor, foram determinadas as potências de saída ( $P_S$ ) e de entrada ( $P_E$ ) do protótipo com base nas formas de onda obtidas para a carga, a apresentadas nas Figuras 118a, 119a e 120a, bem como a medição da corrente de entrada do conversor. Assim, foram obtidos os valores descritos na Tabela 10.

Tabela 10 – Tensões e correntes de fase na carga e de entrada do inversor

	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Entrada
<b>Tensão (V)</b>	28,6	28,8	28,6	48
<b>Corrente (A)</b>	2,14	2,21	2,20	4,61

A eficiência é dada por:

$$\eta = \frac{P_S}{P_E}$$

$$\eta = \frac{(28,6 \times 2,14 + 28,8 \times 2,21 + 28,6 \times 2,20)}{48 \times 4,61}$$

$$\eta = 84,86\%$$

Comparando a eficiência calculada, através dos dados obtidos de forma experimental com a obtida pelos dados de simulação calculada na subseção 4.3.5.1, chega-se a uma diferença percentual de aproximadamente 1,34%, conforme apresentado na Tabela 11. Esta pequena diferença pode ser explicada devido a algumas perdas que não foram consideradas, tais como: perdas ôhmicas das trilhas do circuito impresso e dos cabos de conexão.

<b>Eficiência calculada</b>	
Resultados de simulação	Resultados experimentais
86,2 %	84,86 %

Tabela 11 – Eficiência obtida nas simulações e nos resultados experimentais

## 6.2 Resultados experimentais com outros tipos de cargas

Nesta seção são apresentados os resultados de simulação, e sua comparação com os resultados obtidos experimentalmente para cargas puramente resistiva, RL série e RC série. Os parâmetros do inversor utilizados para obtenção dos resultados de simulação e experimentais estão descritos na Tabela 12.

Tabela 12 – Principais parâmetros do inversor: situação 2

Tensão de entrada	36 V
Tensão de linha na Carga	50 V <sub>rms</sub>
Componente CC das tensões nos capacitores	53,0 V
Frequência da tensão de saída	60 Hz
Frequência de chaveamento	20 kHz
$L_1, L_2$ e $L_3$	85 $\mu$ H
$C_1, C_2$ e $C_3$	100 $\mu$ F
Resistência dos indutores	34,4 m $\Omega$
Tensão de saturação dos IGBTs	2,5 V
Tensão direta dos diodos	1,7 V
Resistência direta dos diodos	50 m $\Omega$

### 6.2.1 Carga R

#### Resultados de simulação

Neste caso, uma carga puramente resistiva de 18  $\Omega$  foi utilizada. As principais formas de onda do inversor trifásico em regime permanente e as respectivas comparações com o modelo monofásico estão apresentadas nas figuras 126, 127 e 128. Na tabela 13 estão descritos os valores eficazes, médios e de pico-a-pico para as correntes e tensões na carga, nos capacitores e indutores.

Figura 126 – Correntes nos indutores: Carga R.

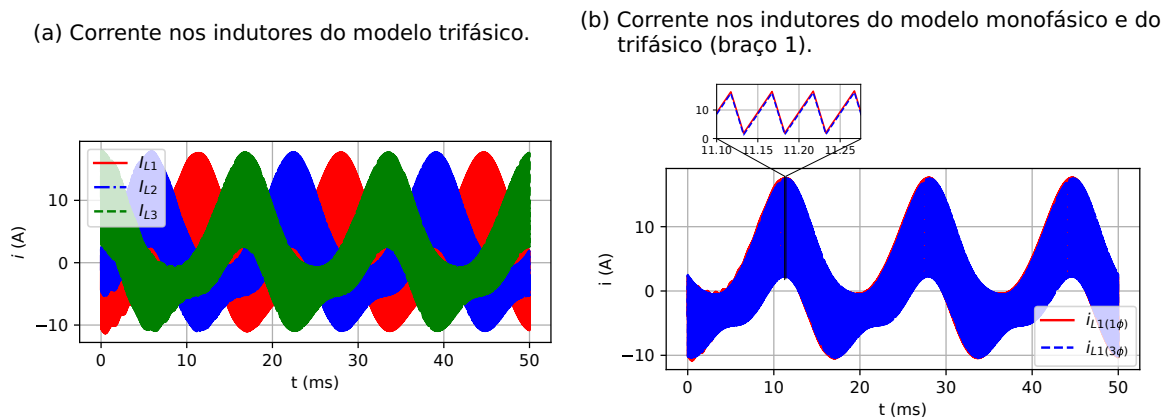


Figura 127 – Tensão nos capacitores: Carga R.

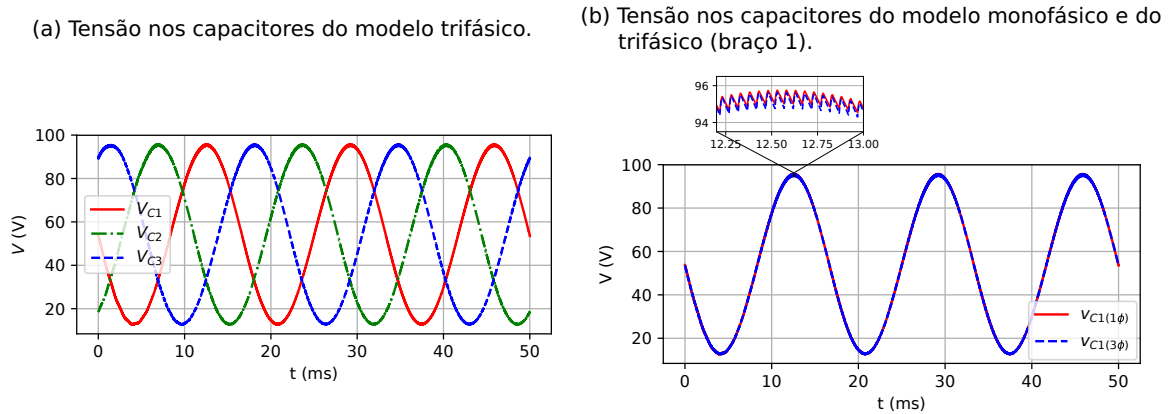


Figura 128 – Tensões de fase na carga: Carga R.

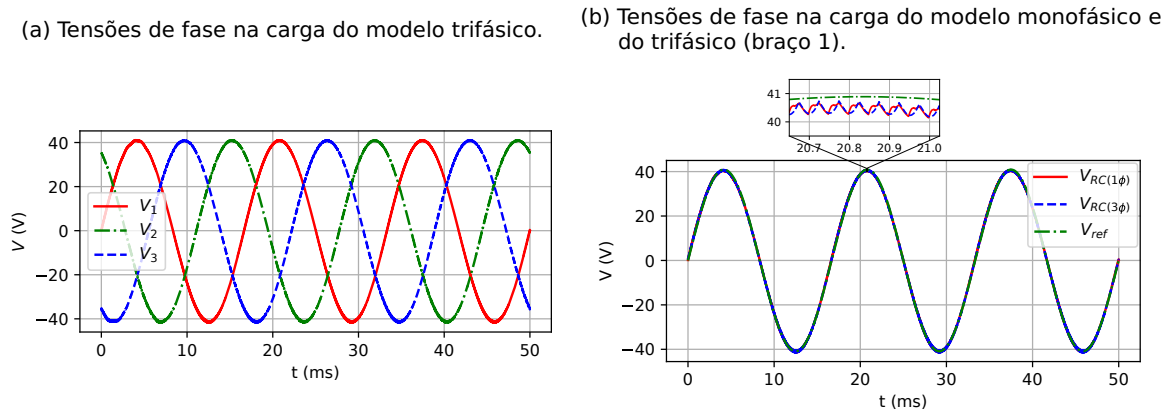


Tabela 13 – Valores eficazes, médios e de pico-a-pico simulados para as tensões na carga, nos capacitores e das correntes nos indutores: Carga R.

Grandeza	Valor eficaz	Valor médio	Valor de pico-a-pico
$V_{R(1\phi)}$	29,09 V	0,084 V	82,7 V
$V_{R(3\phi)}$	29,12 V	0,0025 V	82,9 V
$V_{C1(1\phi)}$	61,19 V	53,84 V	83,02 V
$V_{C1(3\phi)}$	61,23 V	53,87 V	83,21 V
$I_{L1(1\phi)}$	6,31 A	1,89 A	26,9 A
$I_{L1(3\phi)}$	6,36 A	1,91 A	27,3 A

Como pode ser observado, os valores das correntes nos indutores e das tensões nos capacitores para ambos os modelos são muito próximos, bem como os valores instantâneos da tensão de fase em ambos os modelos. Os resultados apresentados comprovam que o modelo monofásico pode ser utilizado de forma adequada para avaliar o comportamento dinâmico do inversor trifásico.

## Resultados Experimentais

Os principais resultados experimentais são mostrados nas figuras 129 e 130 com o inversor conectado, em sua saída, uma carga resistiva constante de  $18\Omega$ . Na tabela 14 estão apresentadas as comparações entre os valores eficazes e de pico-a-pico obtidos, nas simulações do modelo monofásico e os resultados experimentais, para a tensão de fase na carga, tensão nos capacitores e corrente nos indutores.

Figura 129 – Forma de onda das correntes nos indutores: Carga R.

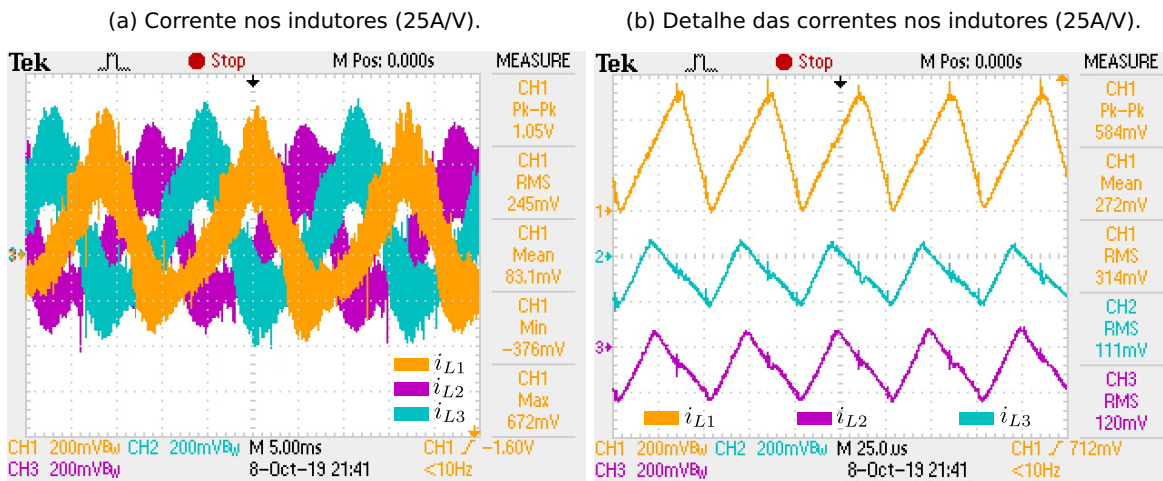
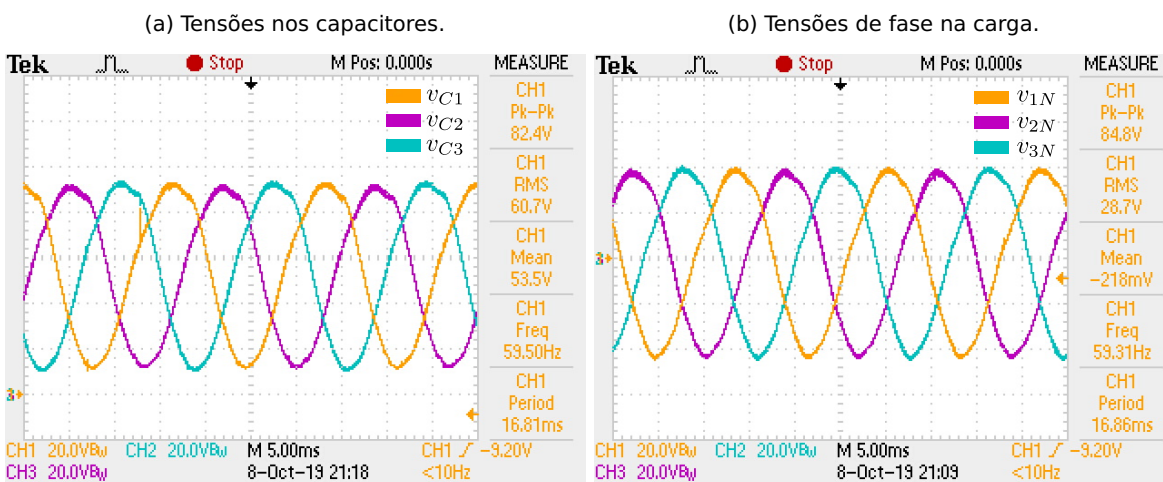


Figura 130 – Forma de onda das tensões de fase na carga e nos capacitores: Carga R.



Os resultados experimentais apresentados validam o circuito monofásico equivalente, bem como seu modelo em equação de espaço estados. De acordo com os valores apresentados na Tabela 14, os resultados de simulação e os experimentais são bem próximos, sendo a maior diferença encontrada de 3,1%. O máximo ganho estático obtido nesta situação ( $\frac{V_{Cmax}}{V_g}$ ) foi de 2,67.

Tabela 14 – Comparações entre os resultados de simulação do modelo monofásico e os resultados experimentais do modelo trifásico: Carga R.

Grandeza		Modelo Monofásico	Protótipo Trifásico	Erro
$V_R$	Eficaz	29,09 V	28,7 V	1,35%
	Pico-a-pico	82,7 V	84,8 V	2,47%
$V_{C1}$	Eficaz	61,19 V	60,7 V	0,81%
	Pico-a-pico	83,02 V	82,4 V	0,75%
$I_{L1}$	Eficaz	6,31 A	6,12 A	3,10%
	Pico-a-pico	26,9 A	26,25 A	2,47%

### 6.2.2 Carga RL tipo 2

Neste caso, uma carga RL formada por um resistor de  $12 \Omega$  em série com um indutor de  $22.1 \text{ mH}$ , cuja impedância em  $60 \text{ Hz}$  é igual a  $12 + j8.26 \Omega$ , foi utilizada nas simulações e resultados experimentais, apresentados nesta subseção.

#### Resultados de simulação

As principais formas de onda do inversor trifásico em regime permanente, e as respectivas comparações com o modelo monofásico estão apresentadas nas figuras 131, 132 e 133. Na tabela 15 são apresentados os valores eficazes, médios e de pico-a-pico para as correntes e tensões na carga, nos capacitores e indutores.

Figura 131 – Correntes nos indutores: Carga RL.

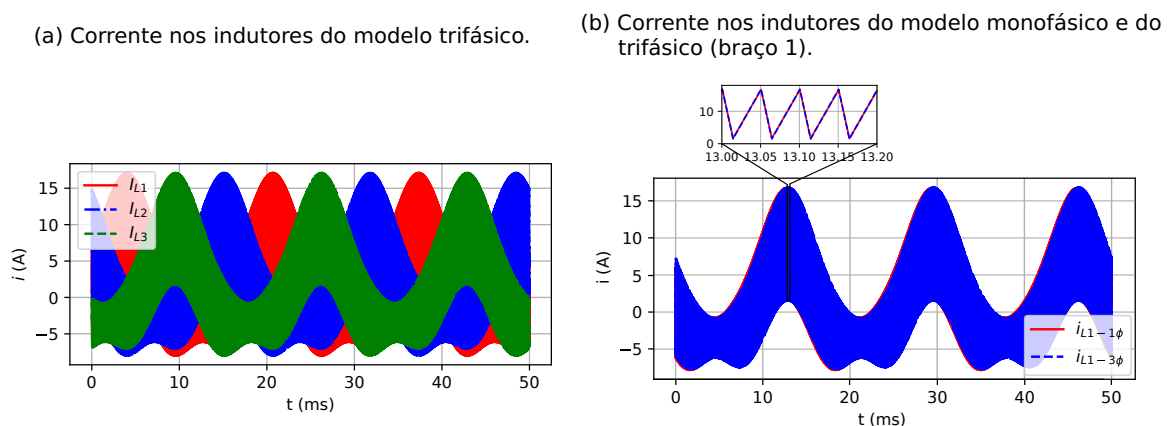
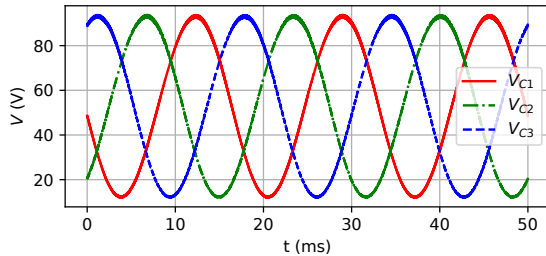


Figura 132 – Tensão nos capacitores: Carga RL.

(a) Tensão nos capacitores do modelo trifásico.



(b) Tensão nos capacitores do modelo monofásico e do trifásico (braço 1).

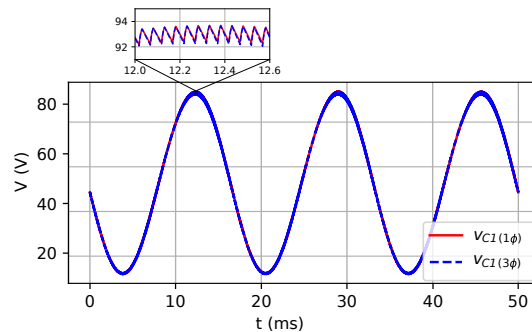
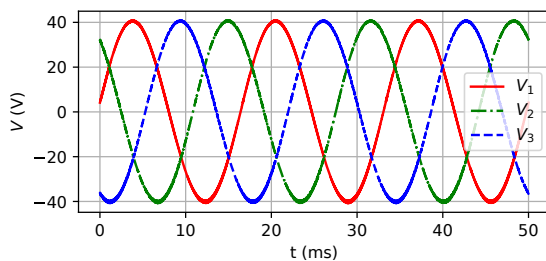


Figura 133 – Tensões de fase na carga: Carga RL.

(a) Tensões de fase na carga do modelo trifásico.



(b) Tensões de fase na carga do modelo monofásico e do trifásico (braço 1).

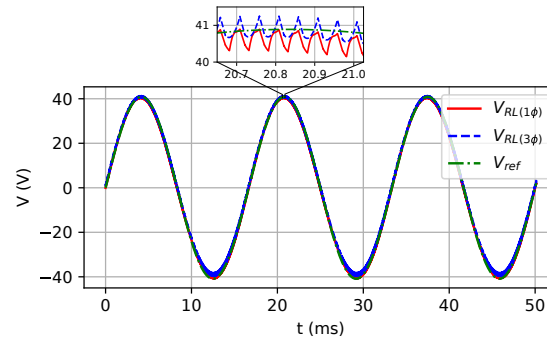


Tabela 15 – Valores eficazes, médios e de pico-a-pico simulados para as tensões na carga, nos capacitores e das correntes nos indutores e na carga: carga RL.

Grandeza	Valor eficaz	Valor médio	Valor de pico-a-pico
$V_{R(1\phi)}$	28,84 V	0,063 V	82,3 V
$V_{R(3\phi)}$	28,88 V	0,003 V	82,6 V
$I_{RL(1\phi)}$	2,09 A	0,05 A	5,92 A
$I_{RL(3\phi)}$	2,1 A	-0,008 A	5,92 A
$V_{C1(1\phi)}$	50,31 V	52,96 V	83,4 V
$V_{C1(3\phi)}$	50,35 V	52,98 V	83,4 V
$I_{L1(1\phi)}$	5,96 A	1,38 A	23,8 A
$I_{L1(3\phi)}$	6,03 A	1,42 A	24,2 A

Como pode ser observado, os valores das correntes nos indutores e das tensões nos capacitores são muito próximos, bem como os valores instantâneos da tensão de fase

em ambos os modelos. Os resultados apresentados comprovam que o modelo monofásico pode ser utilizado de forma adequada para o comportamento dinâmico do inversor trifásico alimentando uma carga do tipo RL série.

### Resultados Experimentais

Os principais resultados experimentais são mostrados nas figuras 134 e 135. Na tabela 16 estão apresentadas as comparações entre os valores eficazes e de pico-a-pico, obtidos nas simulações do modelo monofásico e os resultados experimentais, para a tensão de fase na carga, tensão nos capacitores e corrente nos indutores.

Figura 134 – Forma de onda das correntes nos indutores: caso RL.

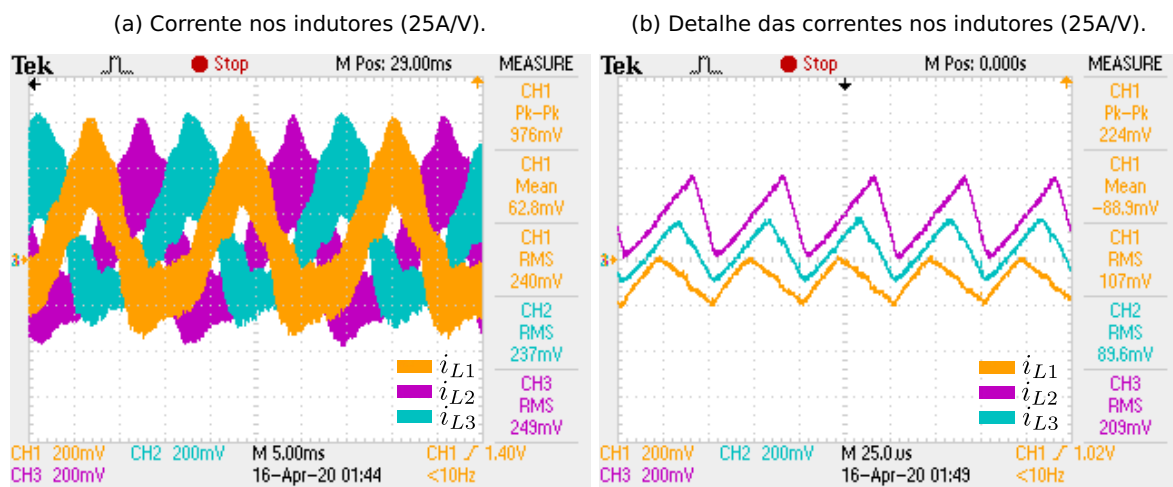
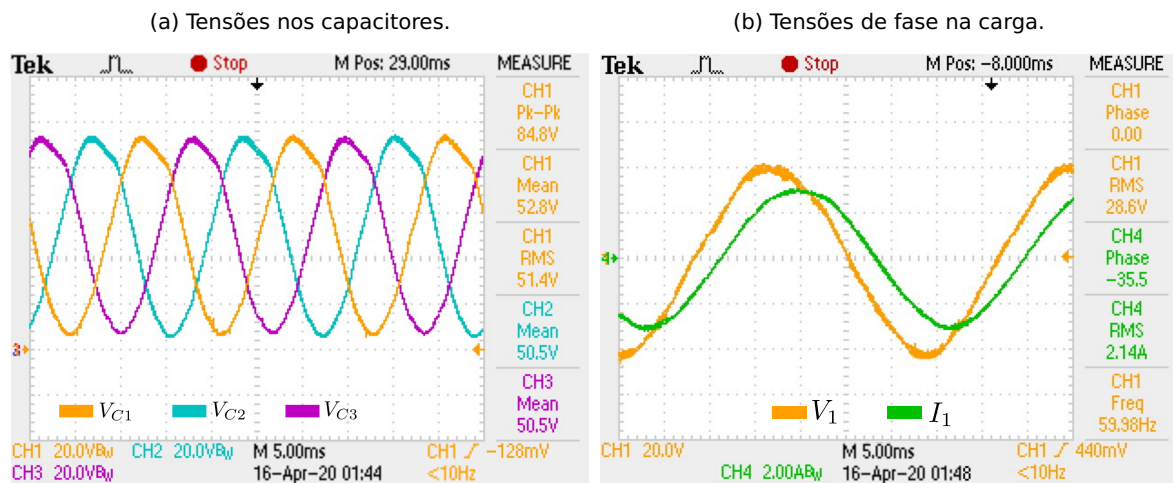


Figura 135 – Forma de onda das tensões de fase na carga e nos capacitores: caso RL.



Os resultados experimentais apresentados validam o circuito monofásico equivalente, bem como seu modelo em equação de espaço estados. De acordo com os valores apresentados na Tabela 16, os resultados de simulação e os experimentais são bem próximos, sendo a maior diferença encontrada de 2.33%. O máximo ganho estático obtido nesta situação ( $\frac{V_{Cmax}}{V_g}$ ) foi de 2,63.

Tabela 16 – Comparações entre os resultados de simulação do modelo monofásico e os resultados experimentais do modelo trifásico: carga RL.

Grandeza		Modelo Monofásico	Protótipo Trifásico	Erro
$V_{RL}$	Eficaz	28,84 V	28,6 V	0,83%
	Pico-a-pico	82,3 V	82,0 V	0,36%
$I_{RL}$	Eficaz	2,09 A	2,14 A	2,33%
	Pico-a-pico	5,92 A	6,0 A	1,33%
$V_{C1}$	Eficaz	50,31 V	51,4 V	2,10%
	Pico-a-pico	83,4 V	84,8 V	1,65%
$I_{L1}$	Eficaz	5,96 A	6,0 A	0,66%
	Pico-a-pico	23,8 A	24,4 A	0,25%

### 6.2.3 Carga RC

Neste caso, uma carga RC formada por um resistor de  $6 \Omega$  em série com um capacitor de  $235 \mu F$ , cuja impedância em 60 Hz é igual a  $6 - j11.29 \Omega$ , foi utilizada nas simulações e resultados experimentais apresentados nesta subsecção.

#### Resultados de simulação

As principais formas de onda do inversor trifásico em regime permanente, e as respectivas comparações com o modelo monofásico estão apresentadas nas figuras 136, 137 e 138. Na tabela 17 são apresentados os valores eficazes, médios e de pico-a-pico para as correntes e tensões na carga, nos capacitores e indutores.

Figura 136 – Correntes nos indutores: Carga RC.

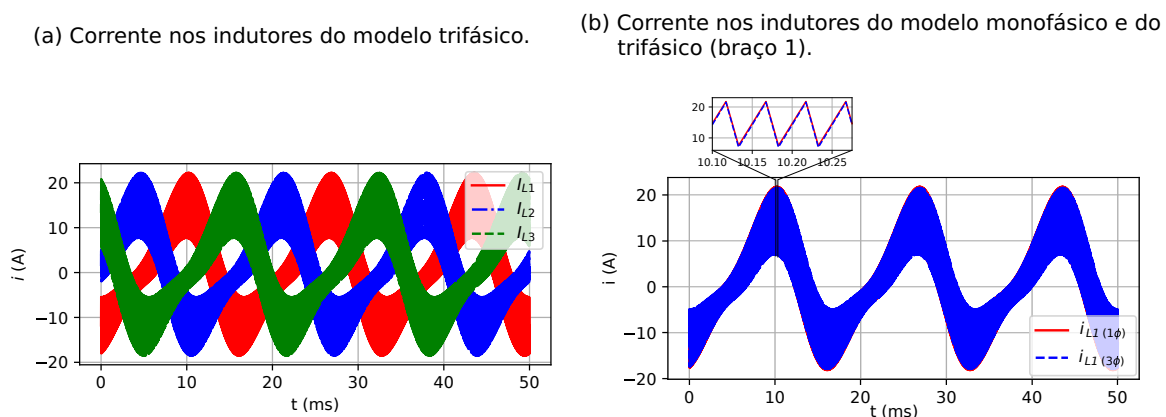


Figura 137 – Tensão nos capacitores: Carga RC.

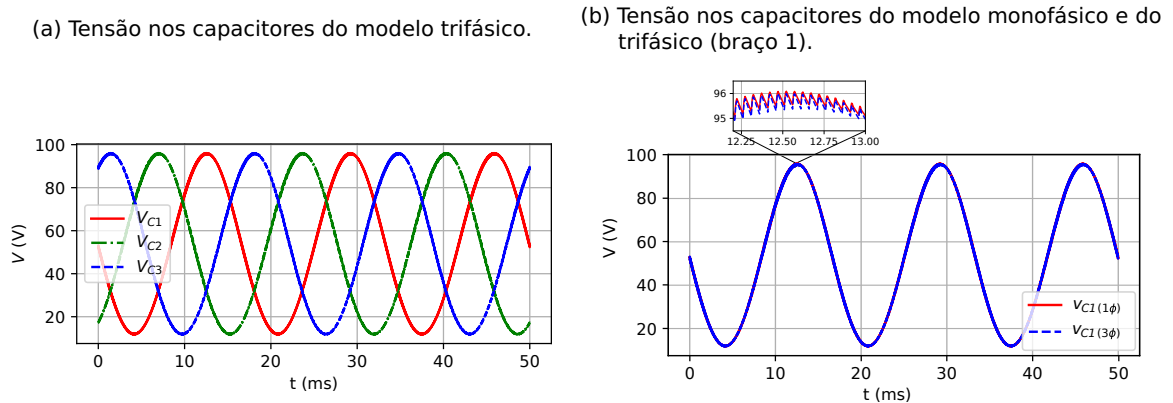


Figura 138 – Tensões de fase na carga: Carga RC.

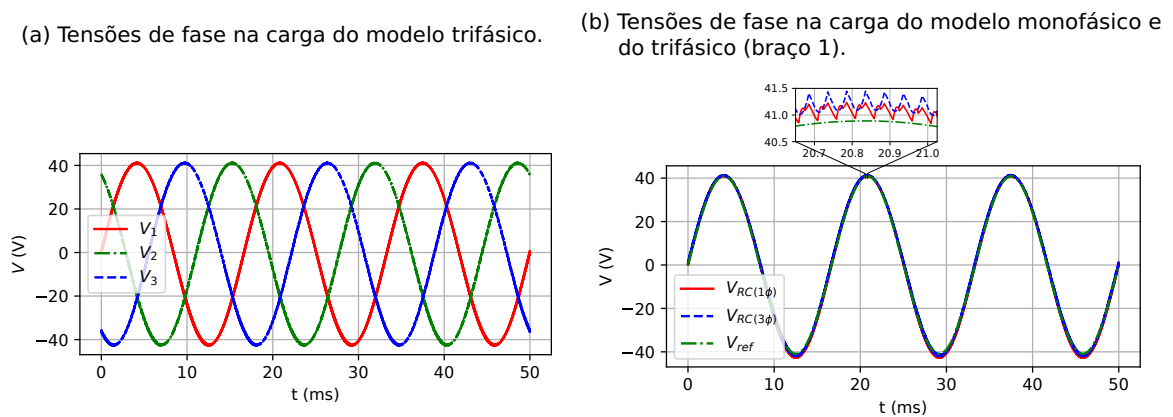


Tabela 17 – Valores eficazes, médios e de pico-a-pico simulados para as tensões na carga, nos capacitores e das correntes nos indutores e na carga: Carga RC.

Grandeza	Valor eficaz	Valor médio	Valor de pico-a-pico
$V_{RC(1\phi)}$	29,21 V	0,042 V	84,57 V
$V_{RC(3\phi)}$	29,25 V	0,0062 V	84,85 V
$I_{RC(1\phi)}$	2,31 A	0,025 A	6,73 A
$I_{RC(3\phi)}$	2,31 A	-0,008 A	6,74 A
$V_{C1(1\phi)}$	60,8 V	53,16 V	85,12 V
$V_{C1(3\phi)}$	60,9 V	53,18 V	85,15 V
$I_{L1(1\phi)}$	9,27 A	0,89 A	41,2 A
$I_{L1(3\phi)}$	9,22 A	0,89 A	40,7 A

Como pode ser observado, os valores das correntes nos indutores e das tensões nos capacitores para ambos os modelos são muito próximos, bem como os valores instantâneos

da tensão de fase. Os resultados apresentados comprovam que o modelo monofásico pode ser utilizado com exatidão o comportamento dinâmico do inversor trifásico alimentando uma carga do tipo RC série.

## Resultados Experimentais

Os principais resultados experimentais são mostrados nas figuras 139 e 140. Na tabela 16 estão apresentadas as comparações entre os valores eficazes e de pico-a-pico, obtidos nas simulações do modelo monofásico e os resultados experimentais para a tensão de fase na carga, tensão nos capacitores e corrente nos indutores.

Figura 139 – Forma de onda das correntes nos indutores: Carga RC.

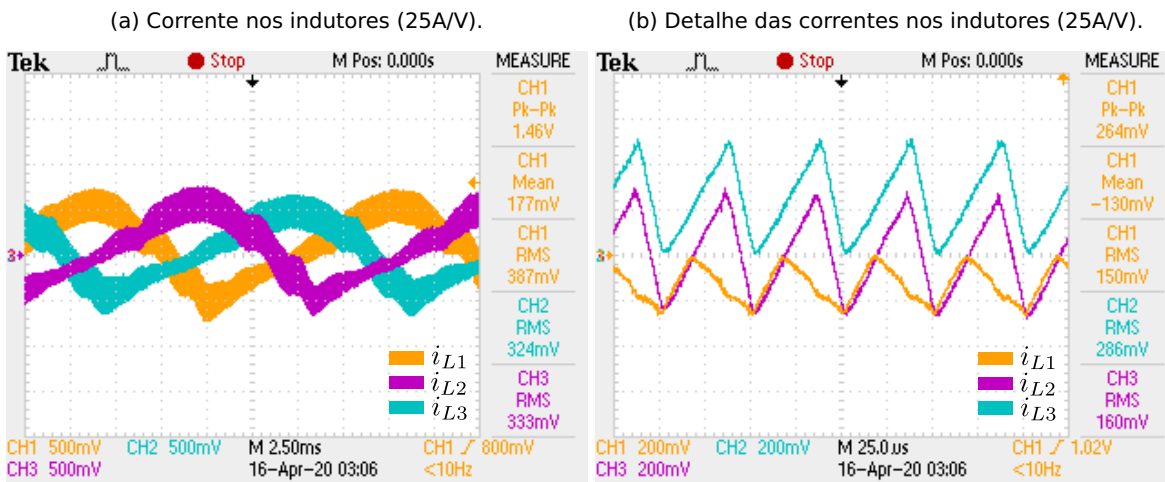
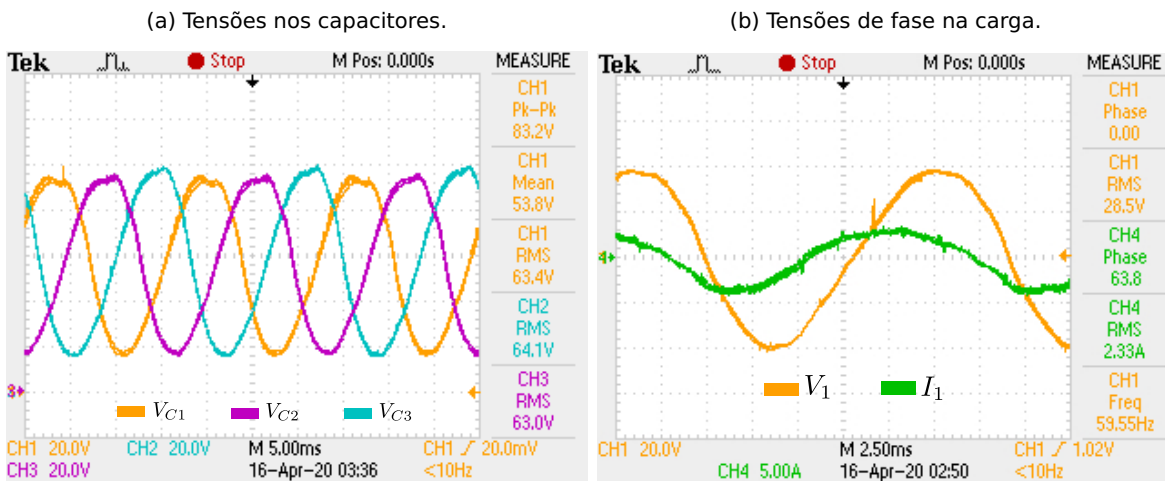


Figura 140 – Forma de onda das tensões de fase na carga e nos capacitores: Carga RC.



De acordo com os valores apresentados na Tabela 18, percebe-se um desvio maior nos valores das correntes nos indutores do conversor e na carga. Isto se deve ao fato da utilização de capacitores eletrolíticos despolarizados na carga RC. Tais capacitores, em geral, apresentam valores elevados de corrente de fuga, o que gera diferenças significativas em suas correntes. De certa forma, Isto explicaria as diferenças entre os os resultados de

simulação, que assumiu capacitores ideais e os experimentais. Porém, estas diferenças não anulam a aplicabilidade do modelo monofásico para representar cargas capacitivas, pois estas não idealidades não foram introduzidas no modelo. O máximo ganho estático obtido neste caso ( $\frac{V_{Cmax}}{V_g}$ ) foi de 2,64.

Tabela 18 – Comparações entre os resultados de simulação do modelo monofásico e resultados experimentais do modelo trifásico: Carga RC.

Grandeza		Modelo Monofásico	Protótipo Trifásico	Erro
$V_{RC}$	Eficaz	29,21 V	28,6 V	2,13%
	Pico-a-pico	84,57 V	82,0 V	3,13%
$I_{RC}$	Eficaz	2,31 A	2,14 A	7,9%
	Pico-a-pico	6,73 A	6,0 A	12,7%
$V_{C1}$	Eficaz	60,8 V	63,4 V	4,1%
	Pico-a-pico	85,12 V	83,2 V	2,3%
$I_{L1}$	Eficaz	9,27 A	9,75 A	4,92%
	Pico-a-pico	39,2 A	36,5 A	7,39%

### 6.3 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados resultados experimentais do inversor *Buck-Boost* trifásico operando em malha aberta em diferentes cenários. Em todas as condições o inversor se comportou como previsto nas simulações, as quais empregou o circuito equivalente monofásico do inversor. Ocorreram pequenos desvios devido nas simulações uma vez não terem sido consideradas as não idealidades das cargas, principalmente para a carga RC, onde as correntes de fuga do capacitor influenciam, de forma significativa, a sua impedância. Os resultados obtidos confirmam a aplicabilidade do modelo monofásico e o seu circuito equivalente, para representar o comportamento dinâmico do inversor *Buck-Boost* trifásico.



---

---

## CAPÍTULO 7

---

### CONSIDERAÇÕES E CONCLUSÕES FINAIS

No presente trabalho foi realizada a revisão bibliográfica das principais topologias de inversores elevadores não convencionais, utilizando-se como base conversores CC-CC do tipo *Boost* e *Buck-Boost* nas versões monofásica e trifásica. Verificou-se um vasto campo de aplicações e de pesquisas para esses tipos de inversores, relativamente conhecidos na eletrônica de potência. O objetivo do trabalho foi abordar de uma forma mais detalhada a versão trifásica do inversor empregando-se três conversores na topologia *Buck-Boost*, com um total de seis chaves do tipo IGBT. Foram então, apresentadas suas etapas de operação, seu modelamento em equação de espaço de estados e o seu comportamento dinâmico, através de simulações computacionais, as quais foram comprovadas experimentalmente.

Foi obtido o circuito equivalente monofásico do inversor para o caso de uma carga trifásica equilibrada, e também seu modelo em espaço de estados, crucial para a análise por fase do comportamento dinâmico do inversor, e para a determinação das perdas. Foram realizadas simulações computacionais utilizando *scripts* na linguagem *Python* para a solução dos modelos monofásico e trifásico em espaço de estados. Os resultados obtidos comprovaram a adequação do modelo monofásico proposto, o qual foi utilizado para o projeto dos indutores e capacitores do inversor, bem como para o cálculo das perdas. Foi verificado que em situações quando a amplitude da tensão da saída do inversor possa ser ajustada entre zero e seu valor nominal, a componente da tensão contínua, presente nos capacitores de saída do inversor, torna-se proporcional à amplitude da componente senoidal da tensão de saída. Isto minimiza as perdas nos semicondutores e nas resistências dos fios dos indutores.

O conversor foi modelado por valores médios quase instantâneos, o que facilita a determinação de uma regra linear de controle. Desta forma, pode-se utilizar as equações do conversor para aplicar um controle preditivo. Pode-se inferir que o controle da tensão de saída e da corrente no indutor, possa reduzir o THD da tensão, tornar mais rápida a resposta a um degrau de carga, reduzir as variações paramétricas e oscilações da tensão de saída.

Para a obtenção dos valores das indutâncias e capacitâncias do inversor, foi introduzida uma metodologia que utiliza como base o diagrama de Bode, a qual possibilita adequar

o comportamento dinâmico do inversor às especificações da tensão de saída. Tal metodologia pode ser otimizada para se obter menores valores de indutâncias, de forma a não comprometer o comportamento dinâmico do inversor. A metodologia foi avaliada através de simulações computacionais utilizando-se *scripts* na linguagem *Python*, para solução dos modelos em espaço de estados, além do uso de *software* dedicado à simulações de circuitos eletrônicos de potência, o PLECS. As formas de onda obtidas de tensão e corrente nos indutores e capacitores, apresentaram valores muito próximos das obtidas empregando a metodologia proposta. Os resultados experimentais obtidos comprovaram a efetividade da metodologia proposta, a qual pode ser aplicada a inversores elevadores com precisão.

A partir de um protótipo de laboratório, foram obtidos resultados experimentais com o inversor operando em malha aberta, com uma tensão e linha de 50V-60Hz a partir de uma fonte CC de 48V, alimentando uma carga RL equilibrada de 200W. Esses resultados validaram o estudo teórico realizado. Os valores eficazes das tensões e corrente de fase obtidos experimentalmente se mostraram bem adequados, quando comparados com àqueles obtidos por simulação através do PLECS. Além disso, a partir da comparação dos resultados experimentais com os obtidos por simulação, das formas de onda de correntes e tensões nos indutores, capacitores e semicondutores, foi possível comprovar a efetividade da metodologia introduzida. Nota-se que as correntes nos indutores assumem valores eficazes elevados, se comparados ao inversor senoidal *Buck*, o que pode ser uma restrição para a operação com potências elevadas, devido ter como consequência correntes eficazes elevadas nas chaves do inversor.

Com o inversor gerando a mesma tensão nominal de linha, foram também obtidos resultados experimentais com cargas, R, RL e RC entregando uma potência de 200W com distorção harmônica máxima de 5% para a tensão de saída. Tais resultados se mostraram bastante adequados quando comparados com os obtidos por simulação, o que comprova a efetividade do modelo proposto. Devido o comportamento apresentado para cargas RL, o inversor *Buck-Boost* torna-se um forte candidato para os acionamentos de motores de indução trifásicos. Podendo ser inclusive nos casos onde se existe a possibilidade de controle de velocidade e recuperação de energia, devido a bidirecionalidade do sentido de corrente nas chaves do inversor.

Através das equações para o modelo de pequeno sinais, tomando como referência o modelo monofásico, são relacionadas a corrente no indutor e tensão no capacitor com a razão cíclica, bem como a relação entre a tensão no capacitor e a corrente no indutor. Estas equações são de suma importância para a análise de resposta em frequência do inversor e para o projeto de controladores quando operando em malha fechada.

Portanto, em relação à topologia proposta, pode-se sumarizar algumas conclusões deste trabalho:

- ✓ O inversor estudado pode ser empregado em situações onde se aplicam os inversores CC-CA de mais de um estágio;
- ✓ O circuito equivalente monofásico pode ser utilizado para o projeto, análise de perdas e comportamento dinâmico do inversor com precisão adequada;
- ✓ Operando com o nível de tensão CC nos capacitores do inversor proporcional a amplitude da tensão de saída, as perdas são minimizadas;
- ✓ Foi introduzida uma metodologia para a determinação das indutâncias e capaci-

tâncias do inversor;

- ✓ Possibilidade de aplicação em acionamentos de motores de indução, inclusive, nos casos onde pode ocorrer recuperação de energia;

## 7.1 Trabalhos futuros

Durante o estudo e o desenvolvimento das pesquisas apresentadas nesta tese foi verificada a possibilidade de realizar uma continuidade do presente trabalho abordando os seguintes aspectos:

- ✓ Analisar e comparar experimentalmente a operação do inversor em malha fechada utilizando-se controle linear e preditivo com diversos cenários de cargas;
- ✓ Análise comparativa entre as perdas em um conversor tradicional de mais de um estágio com o inversor *Buck-Boost* de um estágio para mesma potência de carga.
- ✓ Implementar um circuito de controle e ajuste de velocidade para motores de indução e recuperação de energia com o objetivo de aplicações veiculares.
- ✓ Otimização da metodologia de cálculo das indutâncias e capacitâncias do inversor.
- ✓ Aplicar a modulação vetorial espacial no inversor.



---

## REFERÊNCIAS

- [1] K. C. A. de Souza, M. R. de Castro, and F. Antunes, "A dc/ac converter for single-phase grid-connected photovoltaic systems," in *IEEE 2002 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society. IECON 02*, vol. 4, pp. 3268–3273 vol.4, Nov 2002.
- [2] T. Rahman, S. M. A. Motakabber, and M. I. Ibrahimy, "Design of a switching mode three phase inverter," in *2016 International Conference on Computer and Communication Engineering (ICCCE)*, pp. 155–160, July 2016.
- [3] Y. Xue, L. Chang, S. B. Kjaer, J. Bordonau, and T. Shimizu, "Topologies of single-phase inverters for small distributed power generators: an overview," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 19, pp. 1305–1314, Sept 2004.
- [4] A. Khaligh and Z. Li, "Battery, ultracapacitor, fuel cell, and hybrid energy storage systems for electric, hybrid electric, fuel cell, and plug-in hybrid electric vehicles: State of the art," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 59, pp. 2806 – 2814, April 2010.
- [5] L. Tsorng-Juu, S. Jueni-Lung, and C. Jiann-Fuh, "A novel dc/ac boost inverter," *Energy Conversion Engineering Conference - IECEC 37th Intersociety*, pp. 29–31, July 2004.
- [6] E. C. dos Santos and M. Darabi, "Novel bidirectional dc-dc-ac three-phase power converter," in *2013 IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI)*, pp. 169–174, Feb 2013.
- [7] O. Hegazy, J. V. Mierlo, and P. Lataire, "Design and control of bidirectional dc/ac and dc/dc converters for plug-in hybrid electric vehicles," in *2011 International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives*, pp. 1–7, May 2011.
- [8] L. Zhu, H. Wu, T. Mu, F. Yang, and X. Ma, "An asymmetrical three-level dual-input bidirectional dc/ac converter with improved conversion efficiency for vehicle-to-grid application," in *2017 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pp. 2062–2067, March 2017.
- [9] X. Jia, H. Wang, B. Wang, X. Guo, and X. Wang, "A novel boost four-leg converter for electric vehicle applications," *Chinese Journal of Electrical Engineering*, vol. 3, no. 1, pp. 79–83, 2017.

- [10] R. Caceres and I. Barbi, "A boost dc-ac converter: operation, analysis, control and experimentation," in *Proceedings of IECON '95 - 21st Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, vol. 1, pp. 546–551 vol.1, Nov 1995.
- [11] R. O. Caceres and I. Barbi, "A boost dc-ac converter: analysis, design, and experimentation," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 14, pp. 134–141, Jan 1999.
- [12] R. W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*. Springer, 2ed ed., 2004.
- [13] N. Vazquez, J. Almazan, J. Alvarez, C. Aguilar, and J. Arau, "Analysis and experimental study of the buck, boost and buck-boost inverters," in *30th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Record. (Cat. No.99CH36321)*, vol. 2, pp. 801–806 vol.2, July 1999.
- [14] R. Caceres, R. Rojas, and O. Camacho, "Robust pid control of a buck-boost dc-ac converter," in *INTELEC. Twenty-Second International Telecommunications Energy Conference (Cat. No.00CH37131)*, pp. 180–185, Sept 2000.
- [15] P. S. Gorpide, O. A. Sadaba, L. M. Palomo, T. Meynard, and E. Lefeuvre, "A new control strategy for the boost dc-ac inverter," in *2001 IEEE 32nd Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.01CH37230)*, vol. 2, pp. 974–979 vol.2, June 2001.
- [16] P. Sanchis, A. Ursua, E. Gubia, and L. Marroyo, "Buck-boost dc-ac inverter: proposal for a new control strategy," in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551)*, vol. 5, pp. 3994–3998 Vol.5, June 2004.
- [17] P. Sanchis, A. Ursua, E. Gubia, and L. Marroyo, "Design and experimental operation of a control strategy for the buck-boost dc-ac inverter," *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 152, pp. 660–668, May 2005.
- [18] A. A. Gandomi, K. Varesi, and S. H. Hosseini, "Dc-ac buck and buck-boost inverters for renewable energy applications," in *The 6th Power Electronics, Drive Systems Technologies Conference (PEDSTC2015)*, pp. 77–82, Feb 2015.
- [19] E. Hofreiter and A. M. Bazzi, "Single-stage boost inverter reliability in solar photovoltaic applications," in *2012 IEEE Power and Energy Conference at Illinois*, pp. 1–4, Feb 2012.
- [20] D. Debnath and K. Chatterjee, "Solar photovoltaic-based stand-alone scheme incorporating a new boost inverter," *IET Power Electronics*, vol. 9, no. 4, pp. 621–630, 2016.
- [21] W. D. P. Vallejos, "Standalone photovoltaic system, using a single stage boost dc/ac power inverter controlled by a double loop control," in *2017 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference - Latin America (ISGT Latin America)*, pp. 1–6, Sept 2017.
- [22] Q. Huang, Q. Ma, and A. Q. Huang, "Single-phase dual-mode four-switch buck-boost transformerless pv inverter with inherent leakage current elimination," in *2018 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pp. 3211–3217, March 2018.
- [23] H. Radwan, M. A. Sayed, T. Takeshita, A. A. Elbaset, and G. Shabib, "A novel single-stage high-frequency boost inverter for pv grid-tie applications," in *2018 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pp. 2417–2423, March 2018.

- [24] F. C. Melo, L. S. Garcia, L. C. de Freitas, E. A. A. Coelho, V. J. Farias, and L. C. G. de Freitas, "Proposal of a photovoltaic ac-module with a single-stage transformerless grid-connected boost microinverter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, pp. 2289–2301, March 2018.
- [25] C. Chang, C. Cheng, and H. Cheng, "An interleaved buck-cascaded buck-boost inverter for pv grid-connection applications," in *2018 International Power Electronics Conference (IPEC-Niigata 2018 -ECCE Asia)*, pp. 2860–2865, 2018.
- [26] Y. Noge, M. Yamaguchi, M. Miyashita, and M. Deng, "Experimental verification of buck-boost converter based micro inverter for minimization of magnetic components," in *2017 20th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, pp. 1–5, 2017.
- [27] Y. J. Nattymol and T. N. Shanavas, "Power quality analysis of single-phase transformerless buck-boost inverter for compressor load," in *2019 IEEE International Conference on Intelligent Techniques in Control, Optimization and Signal Processing (INCOS)*, pp. 1–4, 2019.
- [28] J. . Park and U. A. Khan, "Full-bridge single-inductor based buck-boost inverters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, pp. 1–1, 2020.
- [29] A. A. Khan, H. Cha, F. Akbar, K. Kisu, and J. Lai, "Dual buck-boost inverter," in *2017 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pp. 709–716, 2017.
- [30] S. S. Yadav, V. S. Chauhan, S. Murugesan, and V. Murali, "Solar powered buck boost inverter based inverter topologies for domestic applications," in *2018 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES)*, pp. 1–5, 2018.
- [31] J. Jiang, Z. Li, and D. Chen, "A quasi single stage isolated buck-boost mode multi-input inverter," in *2019 10th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE 2019 - ECCE Asia)*, pp. 1–6, 2019.
- [32] J. S. Chevinly, Y. P. Siwakoti, M. Forouzesh, and F. Blaabjerg, "A novel single-phase flying-inductor buck-boost inverter," in *2019 10th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE 2019 - ECCE Asia)*, pp. 1065–1070, 2019.
- [33] S. Sithara Fairouz and K. T. Haneesh Babu, "A single phase coupled inductor based buck boost inverter," in *2019 1st International Conference on Innovations in Information and Communication Technology (ICIICT)*, pp. 1–5, 2019.
- [34] C. N. M. Ho and K. K. Man Siu, "Manitoba inverter — single phase single-stage buck-boost vsi topology," in *2017 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pp. 4576–4581, 2017.
- [35] Fang Zheng Peng, "Z-source inverter," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 39, no. 2, pp. 504–510, 2003.
- [36] Fang Zheng Peng, Miaosen Shen, and Zhaoming Qian, "Maximum boost control of the z-source inverter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 20, no. 4, pp. 833–838, 2005.

- [37] Y. Tang, S. Xie, C. Zhang, and Z. Xu, "Improved z-source inverter with reduced z-source capacitor voltage stress and soft-start capability," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 24, no. 2, pp. 409–415, 2009.
- [38] M. Nguyen, Y. Lim, and G. Cho, "Switched-inductor quasi-z-source inverter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, no. 11, pp. 3183–3191, 2011.
- [39] A. Ho, T. Chun, and H. Kim, "Extended boost active-switched-capacitor/switched-inductor quasi-z-source inverters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 10, pp. 5681–5690, 2015.
- [40] C. Cecati, A. Dell'Aquila, and M. Liserre, "Analysis and control of a three-phase dc-ac step-up converter," *IEEE*, pp. 155–162, 2002.
- [41] B. Koushki, H. Khalilinia, J. Ghaisari, and M. S. Nejad, "A new three-phase boost inverter: Topology and controller," in *2008 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, pp. 000757–000760, May 2008.
- [42] P. dos Santos Garcia Giacomini, L. C. de Souza Marques, and M. Mezaroba, "Digital sliding mode controlled three-phase boost inverter implemented in a dsc," *Revista Eletrônica de Potência - SOBRAEP*, vol. 13, pp. 155–162, Agosto 2008.
- [43] T. Sürgevil, "Modeling and simulation of a boost dc/ac inverter fed induction motor drive," in *International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics and Electromotion, Joint Conference*, pp. 567–571, Sept 2011.
- [44] X. Li, Z. Yan, Y. Gao, and H. Qi, "The research of three-phase boost-buck-boost dc-ac inverter," *Energy and Power Engineering*, vol. 5, pp. 906–913, July 2013.
- [45] M. A. G. de Brito, L. P. Sampaio, M. G. Alves, and C. A. Canesin, "Inversor buck-boost tri-state integrado trifásico para aplicações fotovoltaicas," *Revista Eletrônica de Potência - SOBRAEP*, vol. 19, pp. 80–88, Fevereiro 2014.
- [46] Y. Zhang, J. Liu, Z. Dong, Y. Jia, C. Nie, S. Zhou, and Y. Liu, "Maximum boost control of diode-assisted buck-boost voltage-source inverter with minimum switching frequency," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 2, pp. 1533–1547, 2017.
- [47] A. A. Hossam-Eldin, A. K. Abdelsalam, and A. M. Farghly, "Enhanced performance four-switch three-phase buck-boost based inverter," in *2018 Twentieth International Middle East Power Systems Conference (MEPCON)*, pp. 528–534, 2018.
- [48] M. Antivachis, D. Bortis, L. Schrittwieser, and J. W. Kolar, "Three-phase buck-boost y-inverter with wide dc input voltage range," in *2018 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pp. 1492–1499, 2018.
- [49] E. Abdeen, M. A. Gaafar, and M. Orabi, "Performance analysis for single-stage buck-boost inverter," in *2019 International Conference on Innovative Trends in Computer Engineering (ITCE)*, pp. 587–592, 2019.
- [50] L. Gu and W. Zhu, "Single-stage high-frequency-isolated three-phase four-leg buck-boost inverter with unbalanced load," *IET Power Electronics*, vol. 13, no. 1, pp. 23–31, 2020.

- [51] B. C. Kuo, *Automatic Control Systems (6th Ed.)*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1991.
- [52] L. E. Borges, *Python para Desenvolvedores*. Edição do Autor, 2 ed., 2010.
- [53] "Numpy - fundamental package for scientific computing with python." <http://www.numpy.org/>.
- [54] "Python-based ecosystem of open-source software for mathematics, science, and engineering." <https://www.scipy.org/>.
- [55] "Python plotting library." <https://matplotlib.org/>.
- [56] "Datasheet microcontrolador tm4c123gh6pm." <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/tm4c123gh6pm.pdf>
- [57] "Energia." <http://energia.nu/>.
- [58] A. Ahmed, *Eletrônica de Potência*. São Paulo: Prattice Hall, 2009.
- [59] I. Barbi, C. H. I. Font, and R. L. Alves, *Projeto Físico de Indutores e Transformadores*. Florianópolis - SC, Brazil: INEP - Instituto de Eletrônica de Potência, 2002.



---

## APÊNDICES



---



---

# APÊNDICE A1

---

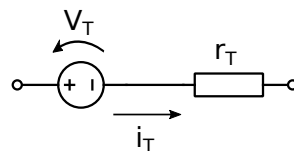
## DETERMINAÇÃO DAS PERDAS

### A1.1 Perdas por condução nas chaves

As perdas por condução são devidas a oposição à passagem da corrente elétrica pelos componentes eletrônicos, e geralmente são representadas por uma queda de tensão  $V_T$  em série com uma resistência  $r_T$  conforme ilustrado na figura 141. A potência dissipada no elemento pode ser calculada através da equação A1.1, onde  $i_{T_{med}}$  e  $i_{T_{rms}}$  são respectivamente os valores médio e eficaz das correntes que atravessam o elemento. Dependendo do componente a ser analisado, o mesmo pode possuir ou não todos os elementos descritos na figura 141.

$$P_{cond} = V_T \cdot i_{T_{med}} + r_t \cdot i_{T_{rms}}^2 \quad (A1.1)$$

Figura 141 – Modelo do componente.



Fonte: Autor.

#### 1- Cálculo das perdas nos IGBTs:

Para a determinação das perdas em cada IGBT das chaves será utilizado o valor médio da corrente nos IGBTs, devido o IGBT ser modelado apenas por uma queda de tensão.

$$P_{IGBT} = v_{CE} \cdot i_{C_{medio}} \quad (A1.2)$$

#### 2- Cálculo das perdas no Diodos:

Para a determinação das perdas em cada diodo das chaves, deve-se calcular a perda para se vencer a barreira de potencial, e a perda na resistência de junção, conforme modelo apresentado na figura 141. Estes dois valores somados produzirão a perda total no referido diodo.

### 2.1- Perda na barreira de potencial:

$$P_{vD} = v_D \cdot i_{D_{medio}} \quad (A1.3)$$

### 2.2- Perda na resistência de condução:

$$P_{rD} = r_D \cdot i_{D_{rms}}^2 \quad (A1.4)$$

### 2.3 - Perda total por condução no Diodo<sub>1</sub>:

A perda total será dada por:

$$P_{Diodo} = P_{vD} + P_{rD} \quad (A1.5)$$

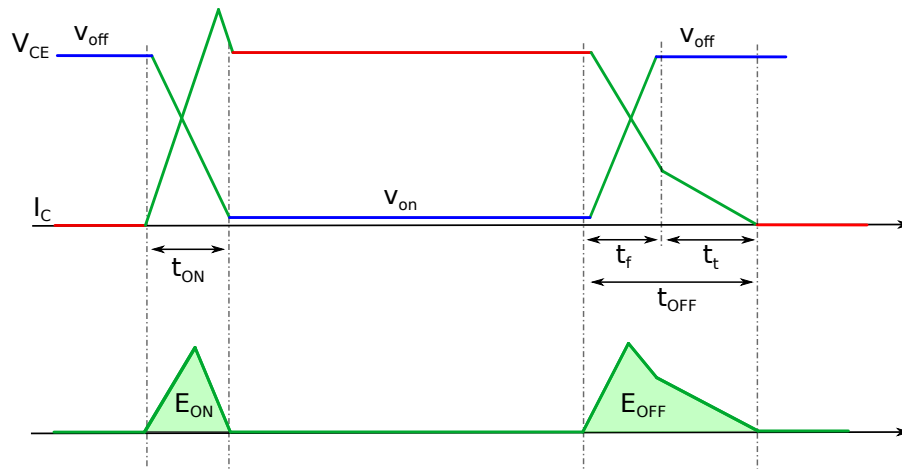
## A1.2 Perdas por chaveamento

As perdas por chaveamento devem-se ao fato de os semicondutores não serem capazes de mudar o seu estado de condução para o corte instantaneamente, e vice-versa. Este atraso faz com que ocorram perdas e também limitam a máxima frequência de chaveamento que pode ser utilizada [58]. Desta forma é desejável que o semicondutor em questão apresente pequenos intervalos de tempo de comutação para que as perdas sejam minimizadas.

### A1.2.1 Perdas nos IGBTs

A figura 142 mostra as formas de onda da entrada em condução e corte do IGBT com carga indutiva. Na saída de condução percebe-se um retardo na extinção da corrente, correspondente ao intervalo de tempo  $t_t$ , devido a presença de indutâncias no circuito, caso contrário apenas o intervalo  $t_f$  seria suficiente para que a corrente de coletor se extinguísse.

Figura 142 – Formas de onda da tensão e corrente no IGBT durante a entrada em condução e corte.



Fonte: Autor.

Integrando-se as curvas da tensão  $v_{CE}$  e corrente  $I_C$  para os casos de entrada em condução e corte, determina-se as energias dissipadas nestas situações respectivamente iguais a  $E_{ON}$  e  $E_{OFF}$ . Para se determinar as perdas totais, basta-se multiplicar pela frequência de chaveamento:

$$P_{sh} = (E_{ON} + E_{OFF}) \times f_s \quad (A1.6)$$

No caso do conversor experimentado, as tensões e correntes nos instantes de chaveamento de condução para corte e de corte para condução não são iguais. Desta forma faz-se necessário determinar a relação entre as perdas de chaveamento na entrada em condução e no corte em função destes valores. Sendo estas dadas pelas seguintes proporções:

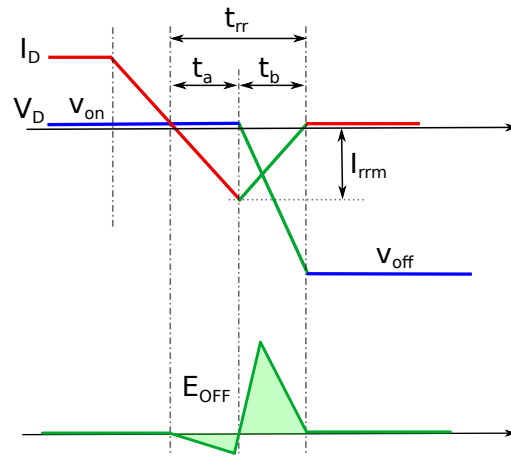
$$E_{ON} = k_{ON} \times v_{CE} \times I_C \quad (A1.7)$$

$$E_{OFF} = k_{OFF} \times v_{CE} \times I_C \quad (A1.8)$$

### A1.2.2 Perdas nos Diodos

Os diodos reais não são capazes de comutar do estado de condução para o corte instantaneamente. Isto ocorre devido ao fato de que os portadores minoritários devem se totalmente removidos para que o diodo consiga então realizar a comutação. Esta remoção ocorre através da recombinação dos elétrons livres no interior do semicondutor. As perdas por chaveamento no diodo são ocasionadas por esta razão e pela corrente de recuperação reversa ( $I_{rrm}$ ), cujo comportamento é apresentado na figura 143.

Figura 143 – Formas de onda da corrente no diodo durante a entrada em corte.



Fonte: Autor.

Entre os instantes  $t_0$  e  $t_2$  serão desconsideradas as perdas, devido o valor da tensão direta do diodo ser muito pequena comparada a tensão reversa. Desta forma considerando-se então as perdas apenas entre os intervalos de tempo  $t_2$  e  $t_3$ , e integrado-se as curvas da tensão  $V_D$  e corrente  $I_D$  no respectivo intervalo determina-se a energia dissipada  $E_{OFF}$ . Para se determinar as perdas totais, basta-se multiplicar pela frequência de chaveamento:

$$P_{sh} = (E_{OFF}) \times f_s \quad (A1.9)$$

Onde  $E_{OFF}$  pode ser calculado da seguinte forma:

$$E_{OFF} = I_D \times \frac{V_D}{6} \times t_b$$

Sendo  $t_b = \frac{t_{rr}}{2}$ , tem-se:

$$E_{OFF} = I_D \times \frac{V_D}{6} \times \frac{t_{rr}}{2} \quad (A1.10)$$

---

---

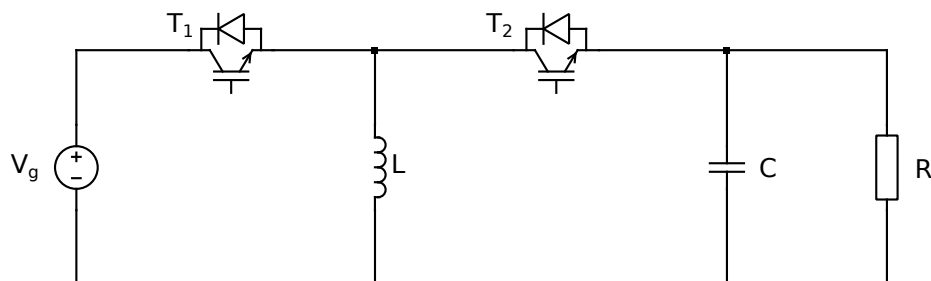
## APÊNDICE A2

---

### MODELAMENTO DO CONVERSOR BUCK-BOOST IDEAL

No modelamento proposto para o conversor *Buck-Boost* serão considerados elementos ideais no circuito, cujo diagrama esquemático é apresentado na figura 144.

Figura 144 – Diagrama esquemático do conversor Buck-Boost.

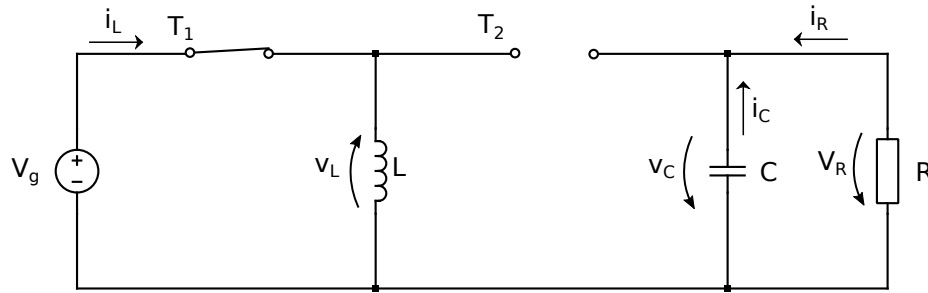


Para se determinar as equações que regem a dinâmica de operação do conversor, será utilizado o modelamento por equação de espaço estados considerando suas duas etapas de operação.

1. Primeira etapa (chave  $T_1$  ligada e chave  $T_2$  desligada)

A figura 145 mostra a primeira etapa de operação do conversor considerando as perdas ôhmicas do indutor, bem como as não idealidades das chaves.

Figura 145 – Diagrama esquemático do conversor Buck-Boost na primeira etapa de operação.



Considerando-se as variáveis de estado a corrente no indutor e a tensão no capacitor, pode-se escrever as seguintes equações para cada elemento armazenador de energia:

- Indutor:

$$+ V_g - v_L = 0$$

$$v_L = V_g \quad (\text{A2.1})$$

Substituindo  $v_L$  por  $L \frac{di_L}{dt}$ , tem-se:

$$L \frac{di_L}{dt} = V_g$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} V_g \quad (\text{A2.2})$$

- Capacitor:

$$i_C + i_R = 0$$

$$i_C = -i_R \quad (\text{A2.3})$$

Como R e C estão em paralelo,  $v_R = v_C$ . Substituindo  $i_R$  por  $\frac{v_C}{R}$ , tem-se:

$$i_C = -\frac{v_C}{R} \quad (\text{A2.4})$$

Substituindo agora  $i_C$  por  $C \frac{dv_C}{dt}$ , tem-se:

$$C \frac{dv_C}{dt} = -\frac{v_C}{R}$$

$$\frac{dv_C}{dt} = -\frac{v_C}{RC} \quad (\text{A2.5})$$

As equações diferenciais A2.2 e A2.5 representam a dinâmica do circuito na primeira etapa de operação dando origem ao seguinte sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} V_g \\ \frac{dv_C}{dt} = -\frac{v_C}{RC} \end{array} \right. \quad (\text{A2.6})$$

De acordo com o sistema de equações A2.6, pode-se extrair as matrizes de espaço-estados  $A_1$  e  $B_1$ , bem como os vetores das variáveis de estado  $X$  e de entrada  $U$ :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} \quad U = [V_g]$$

Obtendo-se assim a equação matricial que representa o sistema durante a primeira etapa de operação:

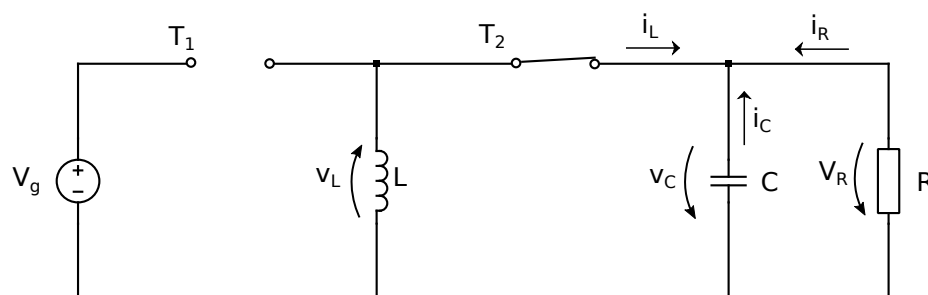
$$\dot{X} = A_1 X + B_1 U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_{C1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [V_g]$$

## 2. Segunda etapa (chave $T_1$ desligada e chave $T_2$ ligada)

A figura 146 mostra a segunda etapa de operação do conversor considerando as perdas ôhmicas do indutor, bem como as não idealidades dos três tipos de chaves mencionadas.

Figura 146 – Diagrama esquemático do conversor Buck-Boost na segunda etapa de operação.



- Indutor:

$$v_L + v_C = 0$$

$$v_L = -v_C$$

(A2.7)

Substituindo  $v_L$  por  $L \frac{di_L}{dt}$ , tem-se:

$$\begin{aligned} L \frac{di_L}{dt} &= -v_C \\ \frac{di_L}{dt} &= -\frac{1}{L} v_C \end{aligned} \quad (\text{A2.8})$$

- Capacitor:

$$\begin{aligned} i_C &= i_L - i_R \\ i_C &= i_L - \frac{1}{R} v_C \end{aligned} \quad (\text{A2.9})$$

Substituindo agora  $i_C$  por  $C \frac{dv_C}{dt}$ , tem-se:

$$\begin{aligned} C \frac{dv_C}{dt} &= i_L - \frac{v_C}{R} \\ \frac{dv_C}{dt} &= \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{RC} v_C \end{aligned} \quad (\text{A2.10})$$

As equações diferenciais [A2.8](#) e [A2.10](#) representam a dinâmica do circuito na segunda etapa de operação, dando origem ao seguinte sistema:

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} v_C \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{RC} v_C \end{cases} \quad (\text{A2.11})$$

De acordo com o sistema de equações [A2.11](#), pode-se extrair as matrizes de espaço-estados  $A_2$  e  $B_2$ , bem como os vetores das variáveis de estado  $X$  e de entrada  $U$ :

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} V_g \\ v_{CE1} \\ v_{CE2} \end{bmatrix}$$

Obtendo-se assim a equação matricial que representa o sistema durante a segunda etapa de operação:

$$\dot{X} = A_2 X + B_2 U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \end{bmatrix}$$

Para se determinar a equação final de espaço estados que representa o conversor em suas duas etapas de operação, deve-se encontrar as matrizes de espaço-estado  $A$  e  $B$  dadas pela média entre as matrizes  $A_1; A_2$  e  $B_1; B_2$  dentro do período de chaveamento  $T$ , ou seja:

$$A = \frac{A_1 D T + A_2 (1-D) T}{T}$$

$$B = \frac{B_1 D T + B_2 (1-D) T}{T}$$

Desta forma:

$$A = \frac{A_1 D T + A_2 (1-D) T}{T}$$

$$A = A_1 D + A_2 (1-D)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} D + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} (1-D)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} (1-D) \\ \frac{1}{C} (1-D) & -\frac{1}{RC} (1-D) \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = 0$$

$$A_{12} = 0 \cdot D - \frac{(1-D)}{L} = -\frac{(1-D)}{L}$$

$$A_{21} = 0 \cdot D + \frac{(1-D)}{C} = \frac{(1-D)}{C}$$

$$A_{22} = -\frac{1}{RC} D + -\frac{1}{RC} (1-D) = -\frac{1}{RC} D - \frac{1}{RC} + \frac{1}{RC} D = -\frac{1}{RC}$$

Obtendo-se então a matriz  $A$ :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

De forma semelhante, determina-se a matriz  $B$ :

$$B = \frac{B_1 D \mathcal{I} + B_2 (1-D) \mathcal{I}}{\mathcal{I}}$$

$$B = B_1 D + B_2 (1-D)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} D + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} (1-D)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} D \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{11} = \frac{1}{L} D + \frac{1}{L} (1-D) = \frac{1}{L} \cancel{D} + \frac{1}{L} \cancel{1} \cancel{D} = \frac{1}{L}$$

$$B_{21} = 0$$

Chegando-se a matriz  $B$  como sendo:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Com as matrizes  $A$  e  $B$  determinadas, obtem-se a equação matricial final:

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \end{bmatrix} \quad (\text{A2.12})$$

## A2.1 Ganho do Conversor

Considerando a operação em regime permanente as derivadas das variáveis de estado serão nulas, desta forma o segundo membro da equação A2.12 serão igual a zero.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \end{bmatrix} \quad (\text{A2.13})$$

Pode-se então escrever a equação:

$$\begin{aligned} 0 &= -(1-D)v_C + DV_g \\ v_C &= V_g \frac{D}{(1-D)} \\ \frac{v_C}{V_g} &= \frac{D}{(1-D)} \end{aligned} \quad (\text{A2.14})$$

## A2.2 Razão Cíclica

Para de determinar a razão cíclica  $D$ , basta isolar esta variável na equação A2.14 como se segue.

$$\begin{aligned} v_C &= V_g \frac{D}{(1-D)} \\ v_C - v_C D &= V_g D \\ D(v_C + V_g) &= v_C \\ D &= \frac{v_C}{(v_C + V_g)} \end{aligned} \quad (\text{A2.15})$$



---



---

## APÊNDICE A3

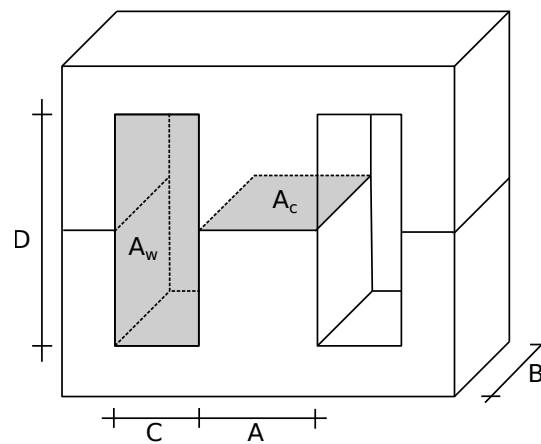
---

### PROJETO DOS INDUTORES

#### A3.1 Projeto físico

Os indutores utilizados no projeto foram com o núcleo de ferrite do tipo E-E conforme apresentado na figura 147

Figura 147 – Núcleo de ferrite do tipo E-E.



Fonte: Autor.

Os seguintes cálculos foram baseados nas referências [12] e [59], sendo realizados os seguintes passos:

#### 1- Determinação do produto $A_c \cdot A_w$

$$A_c \cdot A_w = \frac{L \cdot I_{max} \cdot I_{rms}}{K_w \cdot B_{max} \cdot J} \quad (A3.1)$$

De acordo com os valores de indutância e correntes apresentados na seção 4.2.3, tem-se:

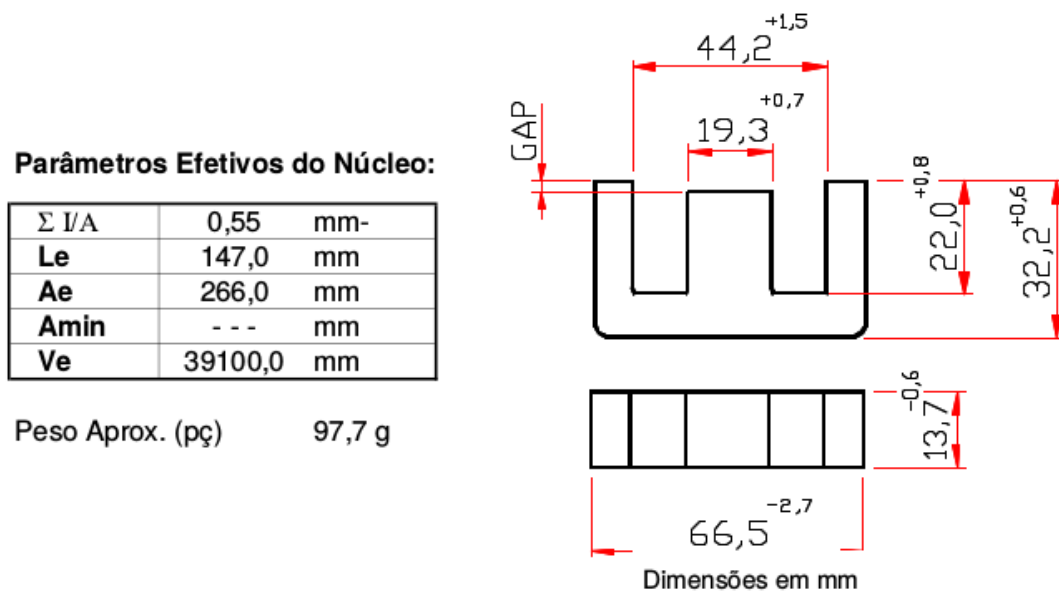
- $L_1 = L_2 = L_3 = 85,28 \mu\text{H}$
- $I_{max} = 30 \text{ A}$
- $I_{rms} = 11 \text{ A}$
- $K_w = 0,35$  (fator de preenchimento da janela  $A_w$ )
- $B_{max} = 0,2 \text{ T}$  (máxima densidade de fluxo do núcleo)
- $J = 3 \text{ A/mm}^2$  (densidade de corrente nos condutores)

$$A_c \cdot A_w = \frac{85,28 \times 10^{-6} \times 30 \times 11}{0,35 \times 0,2 \times 3}$$

$$A_c \cdot A_w = 133571,4 \text{ mm}^4$$

Com base no *Datasheet* da Thornton e disponibilidade de material, foi escolhido o núcleo E-E cujas estão apresentadas na figura 148 atendem à condição do produto  $A_c \cdot A_w$ .

Figura 148 – Especificações do núcleo utilizado.



Fonte: Datasheet Thornton.

## 2- Determinação do número de espiras

$$N = \frac{L \cdot I_{max}}{B_{max} \cdot A_c} \times 10^6 \quad (\text{A3.2})$$

Da figura 148 tem-se  $A_c = 266 \text{ mm}$ .

$$N = \frac{85,28 \times 10^{-6} \times 30}{0,2 \times 266}$$

$$N = 48 \text{ espiras}$$

### 3- Determinação do comprimento do entreferro

$$l_g = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot A_c}{2 \cdot L} \quad (\text{A3.3})$$

$$l_g = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 48 \times 266}{2 \cdot 85,28 \times 10^{-6}}$$

$$l_g = 4,53 \text{ mm}$$

### 4- Determinação da bitola do fio

$$a_w \geq \frac{I_{rms}}{J} \quad (\text{A3.4})$$

$$a_w \geq \frac{11}{3}$$

$$a_w \geq 3,67 \text{ mm}^2$$

#### 4.1- Determinação do número de condutores paralelos

Para se diminuir o efeito pelicular devido a alta frequência das correntes nos indutores, foram utilizados condutores de menor bitola em paralelo. O diâmetro máximo dos condutores em paralelo não poderá ser superior à seguinte relação:

$$d_{max} \leq \frac{15}{f} \quad (\text{A3.5})$$

Onde  $f$  é a frequência de chaveamento da corrente nos indutores. Desta forma, tem-se que:

$$d_{max} \leq \frac{15}{20000}$$

$$d_{max} \leq 0,75 \text{ mm} \Rightarrow a_1 \leq 0,41 \text{ mm}^2 \Rightarrow a_1 \leq 21 \text{ AWG}$$

Por questões de disponibilidade, foi adotada a bitola 21 AWG para construção dos condutores dos indutores.

O número de condutores paralelos será dado por:

$$n = \frac{a_w}{a_1}$$

$$n = \frac{3,67}{0,41}$$

$$n = 8,95 \Rightarrow 9 \text{ condutores em paralelo}$$

#### 4.2- Determinação da resistência CC do enrolamento dos indutores

$$r = \frac{\rho \cdot N \cdot MLT}{n \cdot a_1} \quad (\text{A3.6})$$

De acordo com os dados do núcleo apresentado na figura 148, tem-se que  $MLT = 147$  mm.

$$r = \frac{1,73 \times 10^{-5} \times 45 \times 147}{9 \cdot 0,41}$$

$$r = 32,5 \times 10^{-3} \Omega$$

### A3.2 Determinação das perdas no indutor

#### 1- Perdas por efeito Joule

$$P_r = r \cdot I_{rms}^2$$

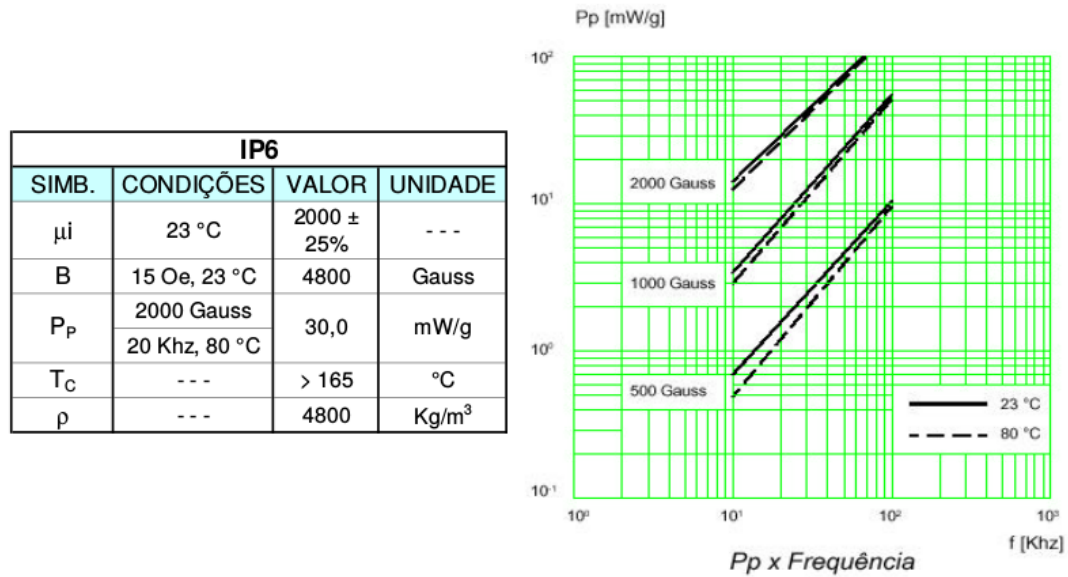
$$P_r = 32,5 \times 10^{-3} \times 11^2$$

$$P_r = 3,94 \text{ W}$$

#### 2- Perdas no núcleo

$$P_n = P_p \cdot m_{nucleo} \cdot 10^{-3} \quad (\text{A3.7})$$

Figura 149 – Especificações das perdas do núcleo utilizado.



Fonte: Datasheet Thornton.

Com base nas informações apresentadas nas figuras 148 e 149, tem-se que:

$$P_n = 30 \times 97,7 \times 2 \times 10^{-3}$$

$$P_n = 5,86 \text{ W}$$

### 3- Determinação da elevação máxima da temperatura no núcleo

$$\Delta T = (P_r + P_n) \cdot 23 \left( \frac{A_c \cdot C \cdot D}{10000} \right)^{-0,37}$$

$$\Delta T = (0,394 + 5,86) \cdot 23 \left( \frac{266 \cdot 10 \cdot 40}{10000} \right)^{-0,37}$$

$$\Delta T = 59,98 \text{ K}$$

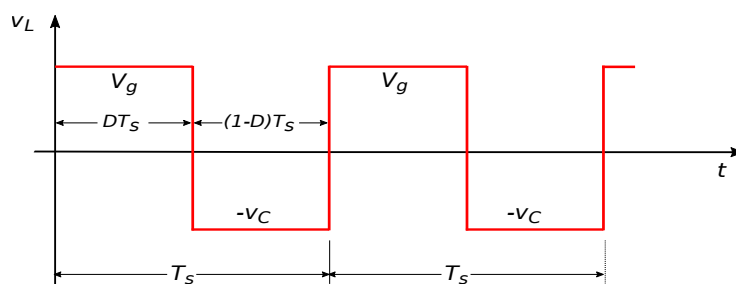


## APÊNDICE A4

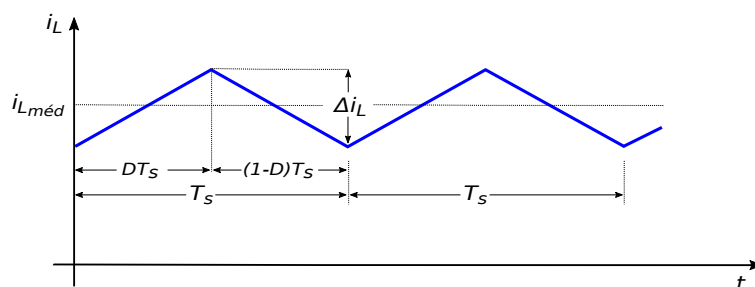
### VALORES MÉDIO E EFICAZ DA CORRENTE NOS INDUTORES

Figura 150 – Formas de onda da tensão e corrente nos indutores do conversor.

(a) Tensão nos indutores.



(b) Corrente nos indutores



Fonte: Autor.

A partir das formas de onda de tensão e corrente no indutor mostradas na figura 150, os valores para a corrente no indutor podem ser calculados para um período de chaveamento:

1- Valor médio:

$$\begin{aligned}
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} \left[ \int_0^{DT_s} \left( \frac{\Delta i_L}{DT_s} t + i_{L_{min}} \right) dt + \int_0^{(1-D)T_s} \left( -\frac{\Delta i_L}{(1-D)T_s} t + i_{L_{max}} \right) dt \right] \\
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} \left[ \left| \frac{\Delta i_L}{DT_s} \frac{t^2}{2} + i_{L_{min}} t \right|_0^{DT_s} + \left| -\frac{\Delta i_L}{(1-D)T_s} \frac{t^2}{2} + i_{L_{max}} t \right|_0^{(1-D)T_s} \right] \\
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} \left[ \frac{\Delta i_L}{DT_s} \frac{D^2 T_s^2}{2} + i_{L_{min}} DT_s - \frac{\Delta i_L}{(1-D)T_s} \frac{(1-D)^2 T_s^2}{2} + i_{L_{max}} (1-D) T_s \right] \\
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} \left[ \frac{\Delta i_L DT_s}{2} + i_{L_{min}} DT_s - \frac{\Delta i_L (1-D) T_s}{2} + i_{L_{max}} (1-D) T_s \right] \\
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} \left[ \frac{2i_{L_{min}} DT_s + \Delta i_L DT_s}{2} + \frac{2i_{L_{max}} (1-D) T_s - \Delta i_L (1-D) T_s}{2} \right] \\
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} \left[ \left( \frac{2i_{L_{min}} + \Delta i_L}{2} \right) DT_s + \left( \frac{2i_{L_{max}} - \Delta i_L}{2} \right) (1-D) T_s \right]
 \end{aligned}$$

Substituindo  $i_{L_{max}}$  por  $(i_{L_{min}} + \Delta i_L)$ , obtem-se:

$$\begin{aligned}
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} \left[ \left( \frac{2i_{L_{min}} + \Delta i_L}{2} \right) DT_s + \left( \frac{2(i_{L_{min}} + \Delta i_L) - \Delta i_L}{2} \right) (1-D) T_s \right] \\
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} \left[ \left( \frac{2i_{L_{min}} + \Delta i_L}{2} \right) DT_s + \left( \frac{2i_{L_{min}} + \Delta i_L}{2} \right) (1-D) T_s \right] \\
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} [(2i_{L_{min}} + \Delta i_L) D + (2i_{L_{min}} + \Delta i_L) (1-D)] \frac{T_s}{2} \\
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} [(2i_{L_{min}} + \Delta i_L) D + (2i_{L_{min}} + \Delta i_L) - (2i_{L_{min}} + \Delta i_L) D] \frac{T_s}{2} \\
 i_{L_{med}} &= \frac{1}{T_s} [(2i_{L_{min}} + \Delta i_L)] \frac{T_s}{2}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{i_{L_{med}} = i_{L_{min}} + \frac{\Delta i_L}{2}}$$

(A4.1)

2- Valor eficaz:

$$i_L^2_{rms} = \frac{1}{T_s} \left[ \int_0^{DT_s} \left( \frac{\Delta i_L}{DT_s} t + i_{L_{min}} \right)^2 dt + \int_0^{(1-D)T_s} \left( -\frac{\Delta i_L}{(1-D)T_s} t + i_{L_{max}} \right)^2 dt \right]$$

$$i_L^2_{rms} = \frac{1}{T_s} \left[ \int_0^{DT_s} \left( \frac{\Delta i_L^2}{D^2 T_s^2} t^2 + 2 \frac{\Delta i_L}{DT_s} i_{L_{min}} t + i_{L_{min}}^2 \right) dt \dots \right. \\ \left. + \int_0^{(1-D)T_s} \left( \frac{\Delta i_L^2}{(1-D)^2 T_s^2} t^2 - 2 \frac{\Delta i_L}{(1-D)T_s} i_{L_{max}} t + i_{L_{max}}^2 \right) dt \right]$$

$$i_L^2_{rms} = \frac{1}{T_s} \left[ \left| \frac{\Delta i_L^2}{D^2 T_s^2} \frac{t^3}{3} + 2 \frac{\Delta i_L}{DT_s} i_{L_{min}} \frac{t^2}{2} + i_{L_{min}}^2 t \right|_0^{DT_s} \dots \right. \\ \left. + \left| \frac{\Delta i_L^2}{(1-D)^2 T_s^2} \frac{t^3}{3} - 2 \frac{\Delta i_L}{(1-D)T_s} i_{L_{max}} \frac{t^2}{2} + i_{L_{max}}^2 t \right|_0^{(1-D)T_s} \right]$$

$$i_L^2_{rms} = \frac{1}{T_s} \left[ \frac{\Delta i_L^2}{D^2 T_s^2} \frac{D^3 T_s^3}{3} + 2 \frac{\Delta i_L}{DT_s} i_{L_{min}} \frac{D^2 T_s^2}{2} + i_{L_{min}}^2 DT_s + \frac{\Delta i_L^2}{(1-D)^2 T_s^2} \frac{(1-D)^3 T_s^3}{3} \dots \right. \\ \left. - 2 \frac{\Delta i_L}{(1-D)T_s} i_{L_{max}} \frac{(1-D)^2 T_s^2}{2} + i_{L_{max}}^2 (1-D)T_s \right]$$

$$i_L^2_{rms} = \left[ \frac{\Delta i_L^2}{D^2 T_s^2} \frac{D^3 T_s^3}{3} + 2 \frac{\Delta i_L}{DT_s} i_{L_{min}} \frac{D^2 T_s^2}{2} + \frac{i_{L_{min}}^2 DT_s}{T_s} + \frac{\Delta i_L^2}{(1-D)^2 T_s^2} \frac{(1-D)^3 T_s^3}{3} \dots \right. \\ \left. - 2 \frac{\Delta i_L}{(1-D)T_s} i_{L_{max}} \frac{(1-D)^2 T_s^2}{2} + \frac{i_{L_{max}}^2 (1-D)T_s}{T_s} \right]$$

$$i_L^2_{rms} = \left[ \frac{\Delta i_L^2}{3} D + \Delta i_L i_{L_{min}} D + i_{L_{min}}^2 D + \frac{\Delta i_L^2}{3} (1-D) - \Delta i_L i_{L_{max}} (1-D) + i_{L_{max}}^2 (1-D) \right]$$

$$i_L^2_{rms} = \left[ \frac{\Delta i_L^2}{3} D + \frac{\Delta i_L^2}{3} - \frac{\Delta i_L^2}{3} D + \Delta i_L i_{L_{min}} D + i_{L_{min}}^2 D - \Delta i_L i_{L_{max}} (1-D) + i_{L_{max}}^2 (1-D) \right]$$

$$i_L^2_{rms} = \left[ \frac{\Delta i_L^2}{3} + \Delta i_L i_{L_{min}} D + i_{L_{min}}^2 D - \Delta i_L i_{L_{max}} (1-D) + i_{L_{max}}^2 (1-D) \right]$$

$$i_L^2_{rms} = \left[ \frac{\Delta i_L^2}{3} + \Delta i_L i_{L_{min}} D + i_{L_{min}}^2 D - \Delta i_L i_{L_{max}} + \Delta i_L i_{L_{max}} D + i_{L_{max}}^2 - i_{L_{max}}^2 D \right]$$

Substituindo-se  $i_{L_{max}}$  por  $(i_{L_{min}} + \Delta i_L)$ , tem-se que:

$$i_L^2_{rms} = \left[ \frac{\Delta i_L^2}{3} + \Delta i_L i_{Lmin} D + i_L^2_{min} D - \Delta i_L (i_{Lmin} + \Delta i_L) + \Delta i_L (i_{Lmin} + \Delta i_L) D \dots \right. \\ \left. + (i_{Lmin} + \Delta i_L)^2 - (i_{Lmin} + \Delta i_L)^2 D \right]$$

$$i_L^2_{rms} = \left[ \frac{\Delta i_L^2}{3} + \Delta i_L i_{Lmin} D + i_L^2_{min} D - \Delta i_L i_{Lmin} - \Delta i_L^2 + \Delta i_L i_{Lmin} D + \Delta i_L^2 D \dots \right. \\ \left. + i_L^2_{min} + 2i_{Lmin} \Delta i_L + \Delta i_L^2 - i_L^2_{min} D - 2i_{Lmin} \Delta i_L D - \Delta i_L^2 D \right]$$

$$i_{Lrms} = \sqrt{\frac{\Delta i_L^2}{3} + \Delta i_L i_{Lmin} + i_L^2_{min}} \quad (A4.2)$$

A partir da equação (A4.1), pode-se escrever que:

$$i_{Lmin} = i_{Lmed} - \frac{\Delta i_L}{2} \quad (A4.3)$$

Substituindo-se a equação (A4.3) em (A4.2), tem-se:

$$i_{Lrms} = \sqrt{\frac{\Delta i_L^2}{3} + \Delta i_L \left( i_{Lmed} - \frac{\Delta i_L}{2} \right) + \left( i_{Lmed} - \frac{\Delta i_L}{2} \right)^2} \\ i_{Lrms} = \sqrt{\frac{\Delta i_L^2}{3} + i_{Lmed} \Delta i_L - \frac{\Delta i_L^2}{2} + i_{Lmed}^2 - 2i_{Lmed} \frac{\Delta i_L}{2} + \frac{\Delta i_L^2}{4}}$$

$$i_{Lrms} = \sqrt{i_{Lmed}^2 + \frac{\Delta i_L^2}{12}} \quad (A4.4)$$

Tomando-se como referência a forma de onda para a corrente no indutor apresentada na figura 150b, o máximo valor para a ondulação de corrente no indutor será dada como se segue.

$$\Delta i_L = \frac{V_g}{L} D T_s \quad (A4.5)$$

Substituindo-se  $D = \frac{v_C}{(v_C + V_g)}$  e  $v_C = v_{DC} + V_p \sin(\omega t)$  na equação (A4.5), tem-se:

$$\Delta i_L = \frac{V_g}{L} \frac{v_{DC} + V_p \sin(\omega t)}{(v_{DC} + V_p \sin(\omega t) + V_g)} T_s \quad (A4.6)$$

O máximo valor de  $\Delta i_L$  pode ser determinado derivando-se a equação (A4.6) e igualando-a a zero. Como resultado tem-se  $\omega t = \frac{\pi}{2}$ . Desta forma  $\Delta i_{Lmax}$  pode ser dado pela equação (A4.7) a seguir.

$$\Delta i_{Lmax} = \frac{V_g}{L} \frac{V_{DC} + V_p}{(V_{DC} + V_p + V_g)} T_s \quad (A4.7)$$