

Circe Mary Silva da Silva

MATEMÁTICA POSITIVISTA

e sua difusão no Brasil



Circe Mary Silva da Silva

MATEMÁTICA POSITIVISTA

e sua difusão no Brasil

 **EDUFES**

Vitória, 2023



**Universidade Federal
do Espírito Santo**



Editora Universitária – Edufes

Filiada à Associação Brasileira
das Editoras Universitárias (Abeu)

Av. Fernando Ferrari, 514
Campus de Goiabeiras
Vitória – ES · Brasil
CEP 29075-910

+55 (27) 4009-7852
edufes@ufes.br
www.edufes.ufes.br

Reitor

Paulo Sérgio de Paula Vargas

Vice-reitor

Roney Pignaton da Silva

Chefe de Gabinete

Aureo Banhos dos Santos

Diretor da Edufes

Wilberth Salgueiro

Conselho Editorial

Carlos Roberto Vallim, Eliana Zandonade, Eneida
Maria Souza Mendonça, Fátima Maria Silva,
Graziela Baptista Vidaurre, Isabella Vilhena Freire
Martins, José André Lourenço, Marcelo Eduardo
Vieira Segatto, Marcos Vogel, Margarete Sacht
Góes, Rogério Borges de Oliveira, Sandra Soares
Della Fonte, Sérgio da Fonseca Amaral

Secretaria do Conselho Editorial

Douglas Salomão

Administrativo

Josias Bravim, Washington Romão dos Santos

Seção de Edição e Revisão de Textos

Fernanda Scopel, George Vianna,
Jussara Rodrigues, Roberta Estefânia Soares

Seção de Design

Ana Elisa Poubel, Juliana Braga,
Samira Bolonha Gomes, Willi Piske Jr.

Seção de Livraria e Comercialização

Adriani Raimondi, Dominique Piazzarollo,
Marcos de Alarcão, Maria Augusta Postinghel



Este trabalho atende às determinações do Repositório Institucional do Sistema Integrado de Bibliotecas da Ufes e está licenciado sob a Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 Internacional.

Para ver uma cópia desta licença, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Capa

Juliana Braga

Diagramação

Carla Mello | Graúna Digital

Revisão de texto

Carla Mello | Graúna Digital

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

S586m Silva, Circe Mary Silva da
Matemática positivista e sua difusão no Brasil [recurso eletrônico] / Circe Mary Silva da Silva. – 1. ed. – Dados eletrônicos. – Vitória, ES : EDUFES, 2023.
282 p. : il.

Inclui bibliografia.
ISBN: 978-85-7772-516-8
Modo de acesso: <https://repositorio.ufes.br/handle/10/774>

1. Matemática 2. Filosofia. 3. Positivismo lógico. I. Título.

CDU: 510.26

Elaborado por Werickson Madjer Sandes Silva – CRB-6 793-ES

Esta obra foi composta com
a família tipográfica Crimson Pro.

Agradecimentos

Devo registrar minha gratidão às seguintes pessoas: a Vladimir Ivanovitch Dynnikov pela paciente ajuda com a redigitalização dos originais da edição de 1999, a Maria Elena Piazza que revisou a presente edição e a Johny Dirlei da Silva Acosta que tratou das imagens.

APRESENTAÇÃO DA SEGUNDA EDIÇÃO

Este livro é o resultado de minha pesquisa de doutoramento na Universidade de Bielefeld, a qual foi realizada com a orientação do professor Michael Otte e cujos resultados foram defendidos em 1991, na Faculdade de Matemática da mesma universidade. O professor Otte, admirável educador por sua postura de profissionalismo e pelas contribuições feitas à educação matemática tanto na Alemanha quanto no Brasil, foi, juntamente com Hans-Georg Steiner e Heinrich Bauersfeld, fundador do Instituto de Didática da Matemática da Universidade de Bielefeld, em 1973, instituição de pioneirismo na área de Educação Matemática, na Alemanha. A tese foi traduzida do alemão para o português pela professora e tradutora Flavia Saretta.

Muitos anos transcorreram desde que escrevi a primeira edição impressa e, possivelmente, nos dias de hoje, a narrativa que eu construiria seria bem diferente da época, o que resultaria em outro livro. Entretanto, não alterei o original de maneira a torná-lo “outro”, diferente daquele idealizado na época. Assim, esta edição digital segue com muita similaridade à primeira edição, publicada em 1999. Todavia, procurei corrigir o que achei necessário e ampliar algumas ideias. A ampliação encontra-se, principalmente, no capítulo 4, e diz respeito, particularmente aos positivistas brasileiros. Novas figuras foram introduzidas, com o objetivo de ilustrar imagens de personagens, e novos esquemas foram propostos para dar ênfase ou sumarizar ideias ou teorias, como a árvore de classificação das ciências de René Descartes. Várias citações, que estavam na língua original na versão de 1999, foram traduzidas. O item positivismo nos periódicos foi ampliado.

Em 1999, o professor Ubiratan D'Ambrosio escreveu o prefácio de meu livro. Em 2021, conversei com ele sobre a nova edição e pedi autorização para manter o texto por ele escrito. Ele expressou muita

alegria por tal pedido, e ainda que esperava receber e ler a nova edição. Infelizmente, não poderá ler a nova edição. Em sua memória, desejo ressaltar a importância que ele desempenhou em minha formação acadêmica ao ter me recomendado para realizar os meus estudos de doutorado na Alemanha. Sou grata por tê-lo conhecido e por ter partilhado da amizade dessa singular pessoa que esteve sempre um passo à frente de seu tempo, num processo de valorização de ideias avançadas e corajosas para a educação internacional.

Janeiro de 2023.

PREFÁCIO

O século XIX representa, na história da humanidade, a imposição dos ideais e estilo europeus em todo o planeta. O final do século é o momento de consolidação da ordem imperial, ao mesmo tempo em que alguns territórios conquistados tornam-se nações independentes ou preparam sua independência. Mantêm-se, porém, os princípios, valores e comportamento dos conquistadores, aos quais se subordinam a cultura, as ideologias e a economia. Os sistemas de conhecimentos e de valores dos povos conquistados, rotulados de primitivos, constituem objetos de estudos, mas são, ao mesmo tempo, sujeitos à repressão, à marginalização e mesmo à exclusão.

O final do século XVIII é marcado por três grandes revoluções, que abalam as bases políticas, sociais e econômicas do mundo. A Revolução Americana, a Revolução Francesa e a Revolução Industrial. A primeira atinge profundamente a ordem colonial e o correspondente sistema de comércio e instala novos conceitos de participação popular nas decisões que afetam a sociedade. Essas ideias fazem eco aos ideais que culminariam na Revolução Francesa, que eliminou os privilégios da monarquia e estabeleceu novos conceitos de cidadania. E a chamada Revolução Industrial, que se originou na Inglaterra com a invenção da máquina a vapor, deu origem a novos conceitos de produção e trabalho e lançou as bases das grandes transformações que iriam mudar a face do mundo, por meio da criação de novas fontes de riqueza e de uma urbanização acelerada, estabelecendo o poder do capitalismo e uma nova organização da sociedade de classes.

Encontramos no século XIX a forte presença militar da França de Napoleão, que provoca a derrocada dos antigos regimes monárquicos, em particular do poderio colonial ibérico. Praticamente todas as colônias espanholas e portuguesas na América tornam-se independentes, ao mesmo tempo em que se consolidam grandes impérios coloniais. Um surto de nacionalismo associa-se à busca de uma

nova ordem política, inspirada em grande parte pelas revoluções americana e francesa e pela revolução industrial.

O conhecimento da ordem e dos fenômenos naturais, que foi desenvolvido, a partir do século XVIII, através da Ciência Moderna e da tecnologia nela apoiada, logo tem grande influência nos estudos dos fenômenos sociais. O crescimento do sistema industrial sugere que a nova sociedade seja regulada por métodos científicos, desenvolvendo-se novos ideais de igualdade e justiça. As ideias de Henri de Saint-Simon e sua proposta de uma sociedade amparada numa combinação dos ideais do cristianismo e da ciência são levadas a uma teorização ampla por Auguste Comte, com sua proposta de uma sociologia positivista. No seu entender, o pensamento humano havia superado os estágios religioso e metafísico e entrava agora no estágio positivista.

A proposta de Comte, que é logo acompanhada pelo Manifesto Comunista de Marx e Engels e pela expansão dos Estados Unidos da América e pela Guerra Civil que lá acontecia, tem menor repercussão na Europa. No entanto, nos países das Américas que haviam proclamado sua independência da Espanha e de Portugal, a influência das ideias de Comte é considerável. Por que se deu essa grande adesão às ideias comtianas nesses países? Talvez por oferecerem uma possibilidade de legitimação do poder republicano que havia destronado a monarquia, ou estava em processo de fazê-lo, como é o caso do Brasil? Ou por acenarem com um caminho mais seguro para a organização social, face aos novos meios de produção? No caso do Brasil, o movimento positivista foi determinante no curso dos acontecimentos que levaram ao fim do Império do Brasil e à proclamação e primeiras décadas da República.

As respostas a essas questões dependem, obviamente, de uma melhor compreensão da sociedade brasileira no século XIX e início do século XX e do desenvolvimento da ciência brasileira na época. Particularmente importante no positivismo é a posição ocupada pela Matemática. Sem dúvida, o positivismo de Auguste Comte está associado à sua visão da Matemática, que representaria o conhecimento positivo por excelência. Compreender o movimento

positivista no Brasil depende, portanto, de conhecer o desenvolvimento da Matemática no Brasil.

Têm sido feitos inúmeros estudos sobre o positivismo no Brasil. Como não poderia deixar de ser, esses estudos fazem referência às ideias e desenvolvimentos matemáticos da época. Mas falta a eles o aprofundamento de uma visão da Matemática Positivista, como proposta por Comte, e de como essa visão foi assimilada pelos matemáticos brasileiros da época. Têm havido inclusive estudos do desenvolvimento da Matemática no Brasil, nesse período. Mas faltava à nossa literatura um estudo aprofundado das ideias matemáticas de Auguste Comte e da sua recepção no Brasil. Esse é o foco desta importante obra de Circe Mary Silva da Silva.

A autora nos brinda com um estudo cuidadoso da introdução do positivismo no Brasil do século XIX e da rápida adoção, nos sistemas escolares, das propostas de Comte. Faz preceder sua análise da situação brasileira por uma síntese da Matemática Positivista.

A obra Matemática de Auguste Comte e de seus contemporâneos tem sido pouco estudada. A literatura disponível sobre o tema é modesta. Circe Mary Silva da Silva dá uma importante contribuição à literatura internacional sobre o pensamento comtiano. Particularmente interessante é sua análise do *Traité Élémentaire de Géometrie Analytique à deux et à trois dimensions*, obra de grande importância na matemática do século XIX. A autora dedica a esse estudo, central, para se entender como a Matemática europeia no século passado preparou as grandes transformações deste século, mais de metade do livro. Feito com exaustiva consulta às fontes primárias, essa parte é uma importante contribuição à História da Matemática no século XIX.

Na parte que interessa mais diretamente aos pesquisadores brasileiros, a autora revela-nos uma quantidade de fontes até agora desconhecida. A partir de entrevistas a cultores do positivismo e da consulta às bibliotecas particulares e públicas pouco notadas, a autora identificou fontes até agora desconhecidas dos pesquisadores de História da Ciência brasileira. Relaciona essas fontes num vasto apêndice, abrindo grandes perspectivas de pesquisa nessa

importante área. E sua análise de algumas obras revela sua excelente formação como historiadora da matemática, resultado de seus estudos na Universidade de Bielefeld.

Este livro, original na sua concepção e esmerado em sua elaboração, chega no momento oportuno da consolidação da área de História da Matemática em nosso país. Além de oferecer aos historiadores de expressão portuguesa um importante estudo da Matemática positivista, o livro abre aos historiadores brasileiros inúmeras sugestões para pesquisa sobre essa fase decisiva da História da Ciência no Brasil.

Estamos todos agradecidos à Dra Circe Mary Silva da Silva por sua relevante contribuição.

Ubiratan D'Ambrosio

São Paulo, 2 de fevereiro de 1998.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
1. ISIDORE AUGUSTE MARIE FRANÇOIS XAVIER COMTE (1798-1857)	28
2. COMPREENDENDO A MATEMÁTICA POSITIVISTA	33
A FILOSOFIA POSITIVA DE AUGUSTE COMTE	33
COMTE E O PAPEL SOCIAL DA CIÊNCIA	41
A RECEPÇÃO E A CRÍTICA DA CONCEPÇÃO COMTIANA DE CIÊNCIA	52
LEVY-BRUHL E SUA ANÁLISE DA CONCEPÇÃO DA MATEMÁTICA DE COMTE	53
A FILOSOFIA DA MATEMÁTICA DE AUGUSTE COMTE ANALISADA POR BRUNSCHVICG	55
UMA INTERPRETAÇÃO DE BACHELARD SOBRE A INFLUÊNCIA DE FOURIER NA OBRA MATEMÁTICA DE COMTE	56
ANÁLISE DA CONCEPÇÃO MATEMÁTICA DE COMTE POR SERRES	58
O REFLEXO DA MATEMÁTICA DE LAGRANGE SOBRE A FILOSOFIA POSITIVA DE AUGUSTE COMTE, SEGUNDO FRASER	61
ANÁLISE DA CONCEPÇÃO MATEMÁTICA DE COMTE, POR VERDENAL	63
ALGUNS COMENTÁRIOS SOBRE AS ANÁLISES PRECEDENTES	64
COMTE E AS CIÊNCIAS MATEMÁTICAS	64
INFLUÊNCIA DE CONDILLAC	66
A APRESENTAÇÃO DA MATEMÁTICA NA FILOSOFIA POSITIVA	68
A MATEMÁTICA CONCRETA E ABSTRATA	89
COMTE E FOURIER	96
MATEMÁTICA EXEMPLAR VERSUS MATEMÁTICA ESPECIALIZADA	107
COMTE E LAGRANGE	115
SÍNTESE	121
3. A GEOMETRIA ANALÍTICA DE COMTE	124
O CARÁTER DA GEOMETRIA ANALÍTICA E SEU LUGAR NO SISTEMA ENCICLOPÉDICO DE COMTE	124
ESTRUTURA DO LIVRO <i>TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE A DEUX ET A TROIS DIMENSIONS</i>	131
PANORAMA DA GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA, SEGUNDO COMTE	133
4. O POSITIVISMO NO ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL	161
O CIENTIFICISMO: PREPARAÇÃO DO AMBIENTE PARA A CHEGADA DO POSITIVISMO	161

PRIMEIRAS MANIFESTAÇÕES DO POSITIVISMO	165
<i>ANTÔNIO FERRÃO MUNIZ DE ARAGÃO (1813-1887)</i>	<i>167</i>
O POSITIVISMO GANHA MAIS ADEPTOS	183
A MATEMÁTICA NA ESCOLA POLITÉCNICA	189
A MATEMÁTICA NA ESCOLA MILITAR	194
BENJAMIN CONSTANT: O DIVULGADOR DO POSITIVISMO	195
<i>REFORMA DE BENJAMIN CONSTANT COM ESPÍRITO POSITIVISTA</i>	<i>200</i>
O ALASTRAMENTO DO POSITIVISMO NOS LIVROS-TEXTO DE MATEMÁTICA	203
<i>RAIMUNDO TEIXEIRA MENDES: APÓSTOLO DA IGREJA DA HUMANIDADE</i>	<i>204</i>
<i>ROBERTO TROMPOWSKY LEITÃO DE ALMEIDA (1853-1926)</i>	<i>207</i>
<i>SAMUEL AUGUSTO DE OLIVEIRA (1867-) E MANUEL LIBERATO BITTENCOURT (1869-1948)</i>	<i>210</i>
<i>LICÍNIO ATHANASIO CARDOSO (1852-1926)</i>	<i>214</i>
<i>ALFREDO CÂNDIDO DE MORAES REGO (1859-1917) E ANTÔNIO GABRIEL DE MORAES REGO (1859-1904)</i>	<i>216</i>
<i>AARÃO LEAL DE CARVALHO REIS (1853-1936)</i>	<i>217</i>
POSITIVISMO NOS PERIÓDICOS	220
AS TRADUÇÕES DOS LIVROS-TEXTO DE CLAIRAUT	224
OS POSITIVISTAS GAÚCHOS E O ENSINO DA MATEMÁTICA	226
<i>LUIZ CELESTINO DE CASTRO</i>	<i>233</i>
<i>DEMÉTRIO NUNES RIBEIRO (1853-1931)</i>	<i>237</i>
DECLÍNIO GRADUAL DO POSITIVISMO	242
<i>COMENTÁRIOS</i>	<i>246</i>
REFERÊNCIAS	249
ANEXO 1	265
ANEXO 2	268
ANEXO 3	270
NOMES CITADOS NA OBRA	277

INTRODUÇÃO

Este trabalho mostra as relações entre positivismo, Matemática e ensino, bem como a interação entre positivismo e ensino da Matemática no Brasil no século XIX. Entendemos como Matemática Positiva aquela contida nas obras *Filosofia Positiva e Geometria Analítica*, escritas por Auguste Comte em 1830 e 1843, respectivamente.

O Positivismo é uma corrente filosófica do século XIX, surgida na França, que atribui à ciência a prerrogativa de estabelecer o único conhecimento legítimo, de ser o único guia adequado da vida individual e social do homem. O termo positivismo foi usado pela primeira vez por Saint-Simon (ABBAGNANO, 2007) e, posteriormente, Auguste Comte intitulou sua obra filosófica, escrita entre 1830 e 1843, como *Curso de Filosofia Positiva*. Houve, no século XIX, variadas manifestações do positivismo. Na presente obra, utilizarei o termo no sentido de Positivismo Social, conforme Auguste Comte.

Por que o tema “Positivismo e Ensino da Matemática”? O positivismo foi uma bandeira utilizada pelos países da América do Sul com o intuito de consolidarem seu ingresso no modernismo. Especialmente no Brasil, isso esteve muito presente. Vários historiadores, inclusive, consideram a influência do positivismo no Brasil como um fenômeno único e afirmam que a Matemática desempenhou um papel essencial na introdução e divulgação dessa corrente no país. Tal fato é atribuído à atuação da Escola Militar do Rio de Janeiro, onde o positivismo encontrou uma forte sustentação e pôde, então, atingir a vida social, política, pedagógica e ideológica brasileira. Os docentes de Matemática da instituição desempenharam um papel muito importante na propagação das ideias positivistas, onde a Matemática era, inclusive, a disciplina principal. Durante um período de mais de cem anos (1810-1920), a Academia Militar do Rio de Janeiro (e todas as suas ramificações: Escola Central, Escola Militar, Escola Politécnica, Escolas Preparatórias) foi praticamente a única instituição onde os brasileiros poderiam adquirir

conhecimentos matemáticos sistemáticos de nível superior e obter um diploma de bacharel e de doutor em ciências físicas e Matemáticas. Há um número muito grande de trabalhos sobre o positivismo no Brasil, mas raros abordam as relações do positivismo com a Matemática. Ao intentar fazê-lo no presente trabalho, foi necessário superar duas dificuldades, a saber: a escassa bibliografia existente sobre a concepção de Matemática de Comte (não havia, quando do início da investigação, nenhuma análise sobre o único livro-texto de Matemática escrito pelo filósofo, obra essa que aborda a geometria analítica a duas e três dimensões); e uma limitada pesquisa sobre a própria história do ensino da Matemática no Brasil.

A história da ação do positivismo e sua influência sobre a Matemática no Brasil resultaria numa análise empobrecida, se não considerássemos o problema como um todo e dentro do seu contexto histórico. Neste trabalho, diferenciar-se-ão duas etapas no desenvolvimento da história do positivismo: a primeira, ocorrida no século XVIII, à qual na falta de um termo melhor, chamaremos de “pré-positivismo”, e a segunda, do século XIX, quando Comte edita a Filosofia Positiva e o positivismo se consolida. O “pré-positivismo” é aquela etapa em que ainda não surgiu o positivismo, porém ideias preparatórias estavam germinando para o seu desabrochar no século XIX.

Entre os principais representantes do “pré-positivismo”, diferenciamos duas gerações: na primeira, destacamos Étienne Bonnot de Condillac (1714-1780) e Jean de Rond D’Alembert (1717-1783); na segunda, Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) e Antoine Lavoisier (1743-1794). Uma raiz dessa filosofia encontra-se no empirismo e o empirismo está indissociavelmente ligado ao desenvolvimento da filosofia inglesa. O pensador inglês Roger Bacon (1214-1292) manifestou-se energicamente sobre o significado da experiência. As ideias de John Locke (1632-1794), considerado o principal representante do empirismo inglês, influenciaram fortemente os iluministas. Para Locke, a fonte de todo conhecimento era a percepção (*sensation*). Segundo ele, todas as nossas ideias originam-se-iam na experiência, que é, em parte, externa, isto é, *sensation*, e, em parte, interna, isto é, *reflexion* (LOCKE, 1990, p. 105).

De um lado, a divulgação do empirismo inglês ocorreu por meio da obra de Condillac, e, de outro, a tradição cartesiana da análise algébrica francesa (representada por D'Alembert e Lagrange) formou as raízes francesas do positivismo do século XVIII.

A obra de Condillac de certa forma superou aquela de Locke. Em seu *Traité des sensations*, Condillac concebe a sensação como forma fundamental de toda a atividade consciente. Georg Misch (1878-1965), filósofo alemão, em seu trabalho de 1901, fez uma concisa descrição das concepções filosóficas da Matemática e ciências naturais do século XVIII, que podem ser entendidas como precursoras do positivismo de Comte. Sua análise concentra-se principalmente nos trabalhos de Anne Robert Jacques Turgot (1727-1781) e D'Alembert. Na demonstração desse pensamento, Misch persegue a continuidade e descontinuidade do movimento “positivista” dos séculos XVIII e XIX. Nesse sentido, D'Alembert e Turgot são por ele considerados os verdadeiros fundadores do positivismo e a filosofia de Comte seria o ponto culminante do trabalho de três gerações.

Uma primeira característica do espírito positivo surgido com D'Alembert é sua aversão à religião e à metafísica. Mas há outras, que resumidamente são apresentadas a seguir. São elas:

- o espírito inteiro do sistema apoia-se na experiência;
- todas as especulações metafísicas e todas as hipóteses vagas devem ser banidas da ciência;
- os limites do conhecimento devem ser respeitados;
- as principais características do método, para todas as ciências, são: simplicidade, clareza, representações exatas e precisas e uniformidade.

No "Discurso Preliminar" da Enciclopédia ou Dicionário Racionado das Ciências, das Artes e dos Ofícios, diz D'Alembert:

Nada é mais incontestável do que a existência de nossas sensações; assim, para provar que são o princípio de todos os nossos conhecimentos, basta demonstrar que podem sê-lo: pois, em boa Filosofia, toda dedução que tem por base fatos ou verdades reconhecidas é preferível à que somente está apoiada em hipóteses, mesmo engenhosas. Por que supor que temos de antemão noções puramente intelectuais se,

para formá-las, apenas precisamos refletir sobre nossas sensações? (D'ALEMBERT, 1751. p. 23).

Existe uma crença geral de que o ensino brasileiro, especialmente a Matemática, sofreu uma influência unicamente francesa. Minha hipótese é que, em relação à Matemática, especificamente, houve pelo menos duas influências. Durante o período colonial e no início do império (início do século XIX), dominou no país uma concepção portuguesa; depois houve uma forte influência francesa. Ambas estiveram estreitamente ligadas ao iluminismo do século XVIII e ao positivismo do século XIX. A primeira crédito à influência do empirismo do século XVIII, transmitida pela metrópole portuguesa, e a segunda, à influência do positivismo francês de Comte.

Também em Portugal aflorou o “pré-positivismo”. Oriundo da França e da Inglaterra, ele foi propagado principalmente por dois portugueses: um pedagogo, Luís António Verney (1713-1792), e um político, Marquês de Pombal, Sebastião José de Carvalho e Melo (1699-1782). O “pré-positivismo”, em Portugal, foi uma filosofia que inspirou a Reforma da Universidade de Coimbra. Essa pode ser caracterizada como uma ruptura com o antigo sistema e uma renovação nos estudos. No início do século XIX, essa experiência foi transportada para o Brasil e marcou a primeira fase da instrução Matemática superior na Academia Militar do Rio de Janeiro, que se caracterizou por um ensino preocupado com ligações entre teoria e prática. Nessa instituição seria preparado o “solo” para receber uma segunda onda – o positivismo de Auguste Comte.

Marquês de Pombal, reformador de Portugal e déspota do século XVIII, é até hoje um caso difícil para os historiadores. Esses concordam com a tese de que o Marquês de Pombal sustentava uma postura anticlerical e que sofrera uma forte influência do iluminismo. A reforma da Universidade foi conduzida por seu pulso firme, todavia o grande ideólogo da reforma foi Verney que, com sua obra *O Verdadeiro Método de Estudar*, orientou a concepção da reforma. Fortemente influenciado pelo empirismo oriundo da Inglaterra, o Marquês de Pombal adotou uma concepção de ensino que pode ser caracterizada como uma parte do “pré-positivismo”. Em função

disso, os estatutos da Universidade de Coimbra mostram-se fortemente impregnados de ideias empiristas.

Luís António Verney nasceu em Lisboa e fez seus primeiros estudos no Colégio dos Jesuítas de Santo Antão; depois, no Colégio dos Oratorianos e, por último, na Universidade de Évora, onde graduou-se em Teologia. Em 1736, viajou para Roma, onde cursou Teologia e Direito. A mais conhecida obra de Verney é *O Verdadeiro Método de Estudar*, publicado, anonimamente, em 1746, embora ele tenha escrito muitas outras obras, algumas delas ainda inéditas (Grande Enciclopédia Brasileira, v. 34). O que interessa, particularmente neste trabalho, é a análise da obra *O Verdadeiro Método de Estudar*, a qual foi escrita com a intenção muito clara de servir como orientação para uma reforma geral dos estudos em Portugal.

Para Verney, a Filosofia Moderna desenvolveu-se a partir de Nicolau Copérnico (1473-1543), Francis Bacon (1561-1626), Galileu Galilei (1564-1642), René Descartes (1596-1650) e Pierre Gassendi (1592-1655). Até o início do século XVIII, dominava em Portugal a Filosofia Aristotélica, tanto nos colégios quanto nas universidades. Em outros países europeus, as ideias modernas já estavam mais divulgadas. A Filosofia, para Verney, é o conhecimento das coisas que há no mundo, das nossas ações e do modo de as regular para conseguir o seu fim. Verney atribui pouco crédito às conjecturas. Ele conclui, após ter apresentado uma exposição sobre os estudos filosóficos, que:

O verdadeiro filósofo deve persuadir-se que nós, neste mundo, sabemos pouquíssimas coisas com certeza, e das causas e dos efeitos naturais sabemos ainda menos; e que é melhor saber pouco com certeza que acumular conjecturas e não concluir nada (VERNEY, 1950, v. 3, p. 252).

Com relação à Metafísica propriamente dita, ele não lhe atribui o caráter de uma disciplina independente; a Ontologia estaria dissolvida na Lógica e a Pneumatologia reduzir-se-ia à Física. Tudo mais seriam puerilidades. A parte central da Filosofia, para Verney, não está na Lógica e sim na Física. A Lógica que ele segue é a de Locke. O plano de uma Lógica Moderna que Verney apresenta é

um resumo das ideias contidas no *Essay Concerning Human Understanding*, de Locke. A origem das ideias não é, conforme Descartes apregoa, inata:

Nós não trazemos da barriga da mãe conhecimento algum: todos os conhecimentos adquirimos depois de nascidos [...] São, pois, os sentidos as principais portas pelas quais entram as ideias na alma [...]. Algumas ideias originam-se em nós com a meditação, percepção etc. Outras entram por sensação, [...] (VERNEY, 1950, p. 82-83).

O fato de Verney inclinar-se mais para o empirismo, levou-o a estar mais próximo das ideias de Newton do que das de Descartes. Essa mesma tendência será observada nos Estatutos de 1772, com relação à orientação dos conteúdos matemáticos. Segundo Salgado Júnior, as ideias de Newton começaram a ser propagadas em Portugal em torno de 1737, com o livro de Jacob de Castro Sarmiento *Theoria verdadeira das Marés*, conforme Isaac Newton, etc. Para Verney, a Física é a ciência que examina a natureza do corpo e do espírito, mediante efeitos conhecidos. Para o conhecimento dos fenômenos físicos, Verney pressupõe os conhecimentos da Matemática. Para o autor, a Matemática não é independente da Física, ela é uma parte da Física, estritamente falando.

Verney considera que os conhecimentos matemáticos têm um caráter exemplar: é por meio da Matemática que se aprende a expor bem em todas as matérias; sem ela, não se podem entender os filósofos modernos e é por meio dela que se alcança um entendimento pleno de todos os conhecimentos.

O mesmo caráter de ciência exemplar está claramente exposto nos Estatutos, como justificativa para a criação de uma faculdade de Matemática. Ainda no mesmo texto de Verney, localizo aquilo que considero como o germe para a ideia da criação de um curso completo e independente para o estudo da Matemática.

Além destas escolas (1), deve haver uma escola de Matemática, na qual não só se explique a Geometria, mas todas as partes da Matemática, para que aqueles que não são filósofos, e que querem saber alguma coisa dela, o possam conseguir. Este mestre deve cada ano explicar sua matéria, por exemplo, Trigonometria, Astronomia,

Náutica, Gnomônica, Arquitetura Militar, Mecânica, de sorte que em certo número de anos complete o curso de Matemática (VERNEY, 1950, v. 5, p. 84).

Os principais pontos da concepção filosófico-científica e pedagógica de Verney são os seguintes:

- a Metafísica dilui-se na Lógica e na Física. A parte central da filosofia encontra-se na Física;
- não há nenhum princípio especulativo inato. Todo o conhecimento é adquirido após o nascimento;
- sobre as causas dos fenômenos naturais, sabemos muito pouco;
- a fim de aprender, nós necessitamos seguir o caminho da experimentação. Para obter algum conhecimento sobre a natureza, é preciso prestar atenção ao que a experiência mostra;
- o método de ensino deve partir do geral para o particular; é importante observar a relação entre teoria e prática, a fim de aprender alguma coisa;
- sem os conhecimentos matemáticos não é possível entender-se a filosofia moderna.

Pode-se dizer, de forma ampla, que as ideias de Verney foram precursoras, em Portugal, do movimento positivista surgido na França.

Verney foi um ideólogo que conheceu muito bem a situação do ensino em Portugal, por isso o seu trabalho mostra-se tão crítico e radical. Ele criticou duramente o abandono do ensino da Matemática na Universidade, bem como a orientação ao ensino feita pelos jesuítas. Atualmente, as novas historiografias sobre esse período em Portugal, não concordam inteiramente com a visão de Verney. Monteiro (2022) afirma que em Portugal as correntes filosóficas e científicas modernas não eram adotadas nas escolas, mas não eram totalmente desconhecidas. A intenção de Verney era estimular sua pátria para um grande desenvolvimento. Mesma intenção tinha o Marquês de Pombal, que possuía uma visão muito prática para o desenvolvimento da sociedade. Esse espírito prático foi herança da Inglaterra, onde ele esteve entre 1740 e 1744. Como político, ele podia colocar em prática suas ideias, avançadas para a época, sobre uma renovação da vida política, econômica e social de seu país.

O dualismo entre teoria e prática, lógica e empirismo, subjetivo e objetivo, abstrato e concreto é um tema com que sempre os filósofos estiveram ocupados. A fim de entender essa problemática, é preciso salientar antes qual o papel ou significado que ambos os conceitos complementares, teoria e prática, desempenharam neste estudo.

O verdadeiro espírito que orientou a reforma de Portugal apoiou-se na tentativa de estabelecer uma nova relação entre teoria e prática. Era preciso estimular o surgimento de uma nova sociedade, segundo o modelo inglês. Para isso, necessitava-se de um novo tipo de aquisição do conhecimento, orientado pela experiência em comércio, navegação e atividade industrial.

Podemos afirmar que a reforma pombalina, e sua orientação na relação da teoria e prática, fortaleceu a experimentação; e ainda que essa relação foi amparada na reforma institucional e organizacional. Esse novo elemento desempenhou um papel significativo no Brasil, na medida em que conduziu ao estabelecimento dos fundamentos institucionais, os quais permitiram que o positivismo de Comte pudesse desenvolver-se e propagar-se.

Foi apenas na metade do século XIX e, em alguns países (somente no início do século XX) que a Matemática e as ciências naturais alcançaram certa independência. Em consequência disso, surgiram faculdades independentes nessas áreas do conhecimento. A fundação de uma Faculdade de Matemática, em Portugal, no século XVIII, representa, por si só um fenômeno inusitado, principalmente se considerarmos que na Alemanha, país com mais tradição em pesquisas Matemáticas, somente em 1863 surgiu a primeira faculdade para Matemática e Ciências Naturais, em Tübingen.

Pombal tinha como objetivo transformar um país, até então constituído essencialmente pela nobreza e por uma classe de agricultores, em um Estado em que o capital de comércio fosse fortalecido e uma nova classe de funcionários públicos fosse criada. Tratava-se, para o ministro, além de uma luta contra o analfabetismo, também do fomento para o desenvolvimento de uma indústria, que tornasse o país independente do jugo estrangeiro, principalmente da Inglaterra. Durante o governo de Pombal, Portugal confrontava-se

com duas potências – França e Espanha – as quais ameaçavam a segurança do país. O ministro procurava uma saída, não por meios militares, mas, sim, tentando, antes de tudo, fortalecer Portugal econômica e culturalmente, julgando, por isso, importantes as relações com a Inglaterra. Ao mesmo tempo que procurava evitar a dependência econômica de Portugal em relação à Inglaterra, precisava dela para a segurança de seu país.

A reforma de Pombal no ensino foi ampla, mas onde ela alcançou realmente resultados profundos foi na reforma da Universidade de Coimbra. Era desejo de Pombal elevar o nível dessa universidade aos mesmos padrões de outras universidades de renome na Europa. Para tanto, era preciso inovar, e isso foi feito.

Tanto para o Marquês de Pombal quanto para Verney, a Matemática tinha entre as ciências um lugar elevado, tanto que, na reforma pombalina, a Matemática passou a ser uma disciplina obrigatória para todos os cursos, inclusive para os cursos de Teologia e Direito. Na verdade, a implementação dessa resolução mostrou-se, na prática, pouco eficaz e, mais tarde, foram revistos os estatutos e modificadas as regras, principalmente para os cursos de Teologia e Direito.

A descrição do curso matemático inicia mostrando a importância que é atribuída aos estudos matemáticos no campo dos conhecimentos humanos. Aqui, percebe-se claramente o caráter "exemplar" da concepção de Matemática que possuíam os autores do texto. Segundo Figueiredo (2022), foi José Monteiro da Rocha um dos principais responsáveis pela concepção de um moderno currículo de ciências na Universidade.

Têm as Matemáticas uma perfeição tão indisputável entre todos os conhecimentos naturais, assim na exatidão luminosa de seu método, como na sublime e admirável especulação das suas doutrinas que elas não somente em rigor ou com propriedade merecem o nome de ciências; mas também são as que têm acreditado singularmente a força, o engenho e a sagacidade do homem. Por isso é indispensavelmente necessário, ainda para segurança e adiantamento das outras faculdades, que estas ciências tenham na Universidade um estabelecimento adequado ao lugar que ocupam no sistema

geral dos conhecimentos humanos [...] (ESTATUTOS, 1772, livro III, p. 141).

Essa mesma visão "exemplar" da Matemática encontra-se nos positivistas franceses, principalmente D'Alembert, Lagrange e Comte. Ao contrário, Cauchy vê na Matemática um caráter especialista: ela é apresentada como uma disciplina específica, individual. Com Cauchy, no início do século XIX, defrontamo-nos com uma radical transformação da concepção de Matemática.

Segundo os Estatutos Pombalinos, foi para corrigir os abusos, como a tirania dos escolásticos na Universidade e para restituir a ciência ao lugar que ela merece que se criou e se estabeleceu na Universidade de Coimbra a Faculdade de Matemática.

[...] Sou servido criar e estabelecer a Profissão Matemática na Universidade de Coimbra em Corpo de Faculdade [...] para que sirva perpetuamente a todas as corporações de modelo [...] E para que no Grêmio dela não somente se conserve, e perpetue o Ensino publico, e geral das ciências exatas; mas também se criem matemáticos consumados, que possam suceder nas Cadeiras, e ser empregados no Serviço da Pátria (ESTATUTOS, 1772, livro III, p. 145).

Cria-se, então, a profissão de matemático, através dos estatutos da Universidade de Coimbra. Os matemáticos seriam destinados não só ao ensino, como também poderiam servir na Marinha e Engenharia, sem exames prévios, e ainda poderiam ocupar cargos nos ofícios de Arquitetura e no ofício de medidores dos Conselhos, em todo o Reino e domínios.

Apesar das dificuldades iniciais, a Faculdade pôde finalmente estabilizar-se, garantindo a formação de professores de Matemática. Ela representa o início de uma especialização na área de Matemática e pode ao mesmo tempo ser entendida como um elemento da ampla reforma político-mercantilista da sociedade portuguesa, que antecipa a concepção francesa de escolas especializadas, após 1793.

A mesma concepção que orientou a criação dessa Faculdade foi transmitida ao Brasil e serviu de modelo para a criação do curso matemático da Academia Militar do Rio de Janeiro, em 1810.

A reforma pombalina encontraria ressonância no Brasil, pela primeira vez, com a fundação da Academia Militar do Rio de Janeiro. Essa

instituição constituiu-se em um foco de propagação de uma nova mentalidade – ela inaugura, no âmbito técnico, um novo espírito, o utilitarista e positivista.

A primeira questão a ser abordada trata da influência do positivismo sobre a Matemática – tanto na fundação da Academia Militar quanto na orientação de seu currículo, isto é, no fato de a Matemática ter se tornado a disciplina principal naquela escola. A segunda concerne ao papel desempenhado por essa escola na propagação do positivismo e nos efeitos desse. Outra questão diz respeito à influência do pensamento de Comte sobre o ensino da Matemática.

A fundação da Academia Militar do Rio de Janeiro foi sem dúvida uma herança da reforma pombalina, em Portugal. Relativos a essa questão, há uma série de trabalhos: Torres (1943), Lins (1964), Costa (1967), Motoyama (1981), Tobias (1985) e Paim (1986). O autor dos estatutos dessa instituição foi Rodrigo Domingos Antônio de Sousa Coutinho (1755-1812) – Conde de Linhares. O curso visava ao estudo regular das ciências da observação, das aplicações dessas aos estudos militares e práticos a fim de formar oficiais de artilharia, engenharia, oficiais da classe de engenheiros geógrafos e topógrafos para serem empregados nos trabalhos administrativos de minas, de caminhos, canais, pontes, fontes e calçadas. O tripé ideológico em que se apoiou Rodrigo Coutinho para criar uma Academia Militar no Rio de Janeiro era: a segurança dos domínios imperiais, o bem público e a formação intelectual de súditos para o reino. Assim, a segurança dos domínios imperiais tornava imprescindível a formação de homens capacitados para a arte da guerra; a realização de obras públicas demandava engenheiros, topógrafos e geógrafos, assim como as lideranças militares, intelectuais e políticas da então colônia de Portugal – o Brasil – exigia formação intelectual em nível superior.

Os historiadores defendem a tese de que o positivismo foi, sem dúvida, um fenômeno único no Brasil. A ligação do positivismo com a Matemática, ou melhor, com os docentes das escolas militares é um fato histórico comprovado. Os historiadores brasileiros reconhecem o papel decisivo desempenhado pelos docentes

de Matemática e Ciências Físicas para a introdução e propagação das ideias positivistas no meio acadêmico e intelectual brasileiro. Há também muitos pesquisadores da história da educação brasileira que buscam determinar que influência exerceu o positivismo sobre o ensino brasileiro. Segundo Tobias, a Academia Militar do Rio de Janeiro herdou a ideologia de Verney-Pombal. Nessa escola, que foi fundada com o objetivo de formar oficiais militares, imperou o cientificismo e o ensino foi fortemente orientado para a Matemática e as ciências experimentais. Nesse ambiente propício, as ideias de Comte encontraram um solo fértil onde puderam germinar. Para justificar a aceitação do positivismo pelos docentes dessa escola, Tobias diz o que segue:

Os oficiais não tinham naquela época nenhuma filosofia, mas eles conheciam muita Matemática e ciências exatas, por isso a filosofia de Comte, que negava a metafísica e concentrava-se nas ciências positivas alcançou entre eles enorme aceitação (TOBIAS, 1986, p. 185).

A Academia Militar do Rio de Janeiro e o Seminário de Olinda foram os responsáveis pela disseminação do cientificismo, que foi transportado de Coimbra para o Brasil.

A influência positivista manifestou-se principalmente nas disciplinas de Matemática, Ciências Naturais e Sociologia. No Brasil, a burguesia dividia-se em dois ramos: de um lado, representada pelos tradicionais proprietários de terras e, de outro, por uma nova burguesia, em cujo núcleo encontravam-se intelectuais, médicos, engenheiros, militares e comerciantes. O positivismo de Comte representava a ideologia da nova burguesia. Essa filosofia era contra a monarquia, contra a ligação do Estado com a Igreja, contra a Igreja em si e, principalmente contra a orientação descentralista apoiada pelos latifundiários.

A influência do positivismo de Comte expressou-se significativamente na reforma do ensino realizada por Benjamin Constant, em 1890. O cientificismo de Comte representava uma espécie de filosofia progressista dessa nova classe burguesa. Benjamim Constant era o representante mais distinto dessa classe. Na opinião de Cruz Costa,

O fato de o positivismo ter-se propagado no Brasil principalmente devido aos egressos da Escola Central e Colégio Militar, parece um fenômeno muito compreensível, uma vez que na doutrina positivista a Matemática desempenha um grande papel. Este fato explica o êxito do positivismo no sul do Brasil, onde os matemáticos e engenheiros foram muito ativos. O enorme papel da Matemática no quadro da filosofia positiva e o espírito positivo passado pela reforma pombalina, explicam em parte, como surgiu o interesse dos engenheiros militares pela filosofia de Comte (COSTA, 1967, p. 150).

Outro fator decisivo para explicar esse entusiasmo residia no fato de que a nova burguesia, anticolonialista, aspirava a um Estado independente e, para tanto, a orientação cultural viria de Paris e não de Lisboa ou Roma. O modelo da Inglaterra não fazia muito sentido, uma vez que ela, como um Estado economicamente forte, encontrava sua ligação natural entre os grandes proprietários de terra, que queriam introduzir na Inglaterra seus produtos agrícolas. "Os republicanos viam na filosofia de Comte, fundamentada na ciência, a base de uma política racional e antecipavam de alguma forma uma definitiva reconciliação da ordem e progresso" (COSTA, 1967, p. 150).

Entre os muitos trabalhos sobre o positivismo no Brasil, encontra-se o de Lins (1964). Esse autor defende a tese de que os docentes de Matemática das escolas militares desempenharam um papel decisivo na propagação do positivismo no Brasil. A justificativa para isso, segundo ele, não se encontra na ligação da Matemática com o positivismo, mas, sim, no tipo de atração do trabalho de Comte: "[...] por causa de sua clareza e superioridade pedagógica, os trabalhos de Comte exerciam uma enorme atração entre os docentes das escolas militares" (LINS, 1964, p. 254).

Assim como na França, nasceu também no Brasil uma contradição entre comtismo e cientificismo, e os adeptos mais ferrenhos da Filosofia Positiva dão as costas ao progresso científico.

Uma vez que engenheiros militares não tinham praticamente nenhuma experiência em pesquisa científica, surgiu aqui, como em outros países, uma certa oposição entre a ciência como pesquisa e a ciência construída como uma prática técnica. O grupo desses práticos (engenheiros, militares e médicos), que não eram ativos em

pesquisa, procurava por uma filosofia fechada na ciência, a qual lhes possibilitasse manter uma relação positiva e definitiva com a ciência. "Este é possivelmente o motivo do êxito do positivismo nos meios acadêmicos militares" (MOTOYAMA, 1981, p. 416).

Pode-se, em resumo, construir a seguinte imagem da situação: por meio da influência da reforma pombalina, o Brasil estava maduro para um positivismo cientificista e para um ensino com ênfase nas ciências matemáticas e experimentais. Especialmente a Academia Militar do Rio de Janeiro herdou o espírito da reforma pombalina. Ao mesmo tempo, tornou-se uma fonte de propagação do pensamento positivista no Brasil.

CAPÍTULO 1

ISIDORE AUGUSTE MARIE FRANÇOIS XAVIER COMTE (1798-1857)

Dez anos após a Revolução Francesa, em Montpellier, França, nasceu Auguste Comte, em uma família cuja situação financeira era muito precária. A vida de Comte, marcada por dificuldades de diferentes ordens, caracterizou-se pela busca de superação dos seus infortúnios pessoais por meio de forte espiritualismo. Iniciou seus estudos no Liceu de Montpellier. E ainda muito jovem, com apenas dezesseis anos, ingressou na Escola Politécnica de Paris. Já possuía, nessa época, firmes convicções políticas e tomara-se um republicano. Entretanto, a Escola Politécnica, após a derrota de Napoleão e a restauração da monarquia, não era favorável aos republicanos e o rebelde Comte foi expulso da instituição em 1816, por ocasião de uma onda reacionária que se apoderou de toda a Europa e que repercutiu na Escola Politécnica. Ela foi fechada, por ser considerada republicana e bonapartista, e os alunos, suspeitos de jacobinismo, foram expulsos. Comte retornou a Montpellier e não concluiu seus estudos. Ficou alguns meses apenas em sua cidade natal: Paris fascinava o jovem intelectual, que lá desejou viver.

Em 1817, tomou-se secretário de H. Saint-Simon (1760-1825), de quem sofreu profunda influência, época em que iniciou a leitura dos chamados ideólogos: Antoine-Louis-Claude Destutt de Tracy (1754-1836), Pierre-Jean-Georges Cabanis (1757-1808) e outros autores, como Adam Smith (1723-1790), David Hume (1711-1776). Já em 1819,

começou a redação de textos sobre a Filosofia da Matemática e, em 1822, iniciou a divulgação de suas ideias, num artigo intitulado *Plan des travaux scientifiques nécessaires pour reorganiser la société*, apresentando pela primeira vez a sua classificação das ciências.

Os temperamentos de Comte e Saint-Simon eram antagônicos e a relação entre eles acabou em 1824, quando Comte declarou que já há alguns anos nada mais tinha a aprender com o mestre.

Entre 1825 e 1826, publicou em *O Produtor* dois artigos: "Considerações filosóficas acerca das ciências e dos sábios" e "Considerações sobre o poder espiritual". Ainda em 1825, casou-se com Caroline Massin, de 22 anos de idade. Um ano depois, começou, em sua residência, um curso sobre Filosofia Positiva, com alguns antigos alunos da Escola Politécnica de Paris e nomes já famosos, como o naturalista Henri-Marie Ducrotay Blainville (1777-1850), o geógrafo e naturalista Alexander de Humboldt (1769-1859) e o economista Barthélemy-Charles Charles Dunoyer de Segonzac (1786-1862). A saúde mental de Comte era precária e por esse motivo passou alguns meses internado num hospital e tentou suicídio na Pont des Arts no rio Sena, sendo salvo por um policial. Em 1829, retomou o curso de Filosofia Positiva e, em 1830, surgiu o primeiro volume de sua principal obra. A obra completa do *Curso de Filosofia Positiva* levou doze anos para ser concluída.

Comte teve sempre profundas preocupações com o ensino. Em 1830, tornou-se um dos fundadores da "Associação Politécnica para a Instrução Popular". Propôs um curso de astronomia para os operários de Paris, que se repetiu por 18 anos e, em 1844, escreveu uma obra intitulada *Traité philosophique d'astronomie populaire*. Foi nomeado explicador de análise e mecânica racional na Escola Politécnica, em 1832. Quatro anos após, foi nomeado examinador para a admissão à Escola Politécnica, cargo esse que ocupou até 1843. Todavia, nunca alcançou um cargo efetivo como docente da instituição. Em sua correspondência, ele mostrava o quanto se sentia perseguido e injustiçado por esse fato. Ele inclusive incluiu no prefácio ao sexto tomo da *Filosofia Positiva*, em 1840, um longo e severo texto criticando os membros da Academia de Ciências e professores

da Escola Politécnica por conta da injustiça a ele imputada. Comte considerava-se o profissional mais habilitado a assumir a cátedra de Mecânica Racional, principalmente considerando tudo que já havia publicado a esse respeito na sua obra. Suas críticas tiveram um efeito muito negativo e, provavelmente em vista delas jamais conseguiu o tão almejado posto de professor da Escola Politécnica. Profissionalmente, nunca teve muito sucesso. Viveu quase toda vida com recursos vindos do ensino privado e de auxílios de pessoas como, por exemplo, o filósofo inglês John Stuart Mill (1806-1873). Em 1841, iniciou uma correspondência com Stuart Mill que durou vários anos. O filósofo inglês sentia muita simpatia e apreço pelo colega francês. Sobre o positivismo de Comte, escreveu uma obra intitulada *Auguste Comte and Positivism*, que foi publicada em 1866.

Em 1842, Comte separou-se de sua esposa Caroline e, nesse mesmo ano, publicou o *Discurso sobre o Espírito Positivo*. Dois anos depois, conheceu Clotilde de Vaux, a sua musa. A relação de amizade entre os dois teve curta duração, pois Clotilde morreu em 1845, mas a influência que deixou no filósofo foi enorme. No período que se seguiu até a sua morte, Comte orientou seu pensamento para uma filosofia do homem e do espírito, culminando com a criação de uma Religião da Humanidade.

Um de seus mais famosos discípulos na França foi Émile Littré (1801-1881), um lexicógrafo e filósofo. Mas Littré não aceitou a Religião da Humanidade e isso determinou o rompimento das relações entre eles. Nos últimos anos de sua vida, Comte esteve isolado e quase sozinho, até falecer em 1857. Uma das quatro senhoras que acompanharam o cortejo fúnebre era a brasileira Nísia Floresta (1809-1885), que nasceu no Rio Grande do Norte e foi, provavelmente, autodidata. No Rio de Janeiro, ela mantinha uma escola para moças, onde lecionava quase todas as disciplinas. Entre as obras que escreveu encontra-se o "Opúsculo Humanitário", de 1853, que trata da educação feminina. Nísia Floresta conheceu Comte em 1851, em Paris, e fez amizade com o filósofo. A influência de Comte sobre a escritora é evidente em *Trais ans en Italie, suivis d'un voyage en Grèce*, que ela publicou em 1864. O apartamento em que viveu

na rue Monsierle-Prince 10 é agora um museu denominado "Casa de Auguste Comte".

Principais Obras de Comte:

- *Opuscles de philosophie sociale* (1819-1828);
- *Cours de philosophie positive* (1830-1842);
- *Traité élémentaire de géométrie analytique* (1843);
- *Traité philosophique d'astronomie populaire* (1844);
- *Discours sur l'esprit positif* (1844);
- *Discours sur l'ensemble du Positivisme* (1848);
- *Système de politique positive ou traité de sociologie instituant la religion de l'humanité* (1851-1854);
- *Catéchisme positiviste ou Sommaire exposition de la religion universelle* (1852);
- *Appel aux conservateur* (1855);
- *Synthese subjective* (1856).

Figura 1: Casa em que Comte viveu em Paris



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Museu_Casa_de_Augusto_Comte

Figura 2: Selo em homenagem a Comte



Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br/sociologia/auguste-comte.htm>

Figura 3: Templo Positivista do Rio de Janeiro



Fonte: <http://templodahumanidade.org.br/o-templo-da-humanidade/>

CAPÍTULO 2

COMPREENDENDO A MATEMÁTICA POSITIVISTA

A FILOSOFIA POSITIVA DE AUGUSTE COMTE

Comte tentou, em sua obra *Filosofia Positiva* (1830-1842), fazer a **síntese** dos conhecimentos "positivos" de sua época. Estudando cada ciência em seus princípios, regras e artifícios particulares, ele sistematizou o que havia em comum entre elas nos métodos e princípios. Uma segunda fonte de sua Filosofia Positiva reside na ligação existente entre os dois conhecidos sistemas de ciências e uma determinada visão social das funções da ciência. Às ciências é conferido um papel histórico, ao mesmo tempo que o seu espírito expressa um determinado estágio do desenvolvimento humano.

A primeira lição da Filosofia Positiva destina-se a dar uma definição "exata", segundo Comte, do que se chama filosofia positiva. Já na introdução à sua obra, ele chama a atenção para o sentido em que empregou tal expressão: "[...] *por filosofia positiva [...] entendo tão-somente o estudo das generalidades das diferentes ciências, concebidas como submetidas a um único método e como formando as diferentes partes de um plano geral de pesquisas*" (COMTE, 1969, p. viii).

Dessa declaração, percebe-se que a ciência, para Comte, não dispõe apenas de uma racionalidade, na qual o método científico está fundamentado; ela desempenha também um papel social. Por causa disso é que, em sua visão, se justifica desenvolver "um plano

1 Sobre o significado da palavra positivo darei mais esclarecimentos no decorso deste capítulo.

geral" de pesquisas. A ciência não é, para Comte, apenas algo do intelecto dos cientistas, mas é uma oportunidade social.

O significado da palavra "positivo" foi dado por Comte na sua obra, de 1848, *Discours sur l'ensemble du positivisme*. Por seu caráter elucidativo, transcrevo o trecho na íntegra:

Considerado primeiramente na sua acepção mais antiga e mais comum, o termo positivo designa o real, por oposição ao quimérico; nesta perspectiva, é plenamente adequado ao novo espírito filosófico, caracterizado pela sua constante atenção às investigações verdadeiramente acessíveis à nossa inteligência, excluindo de forma permanente os mistérios impenetráveis de que se ocupava sobretudo a sua infância. Num segundo sentido, muito próximo do anterior, mas, no entanto, distinto, este termo fundamental indica o contraste do útil e do ocioso: lembra então, em filosofia, a destinação necessária de todas as nossas sãs especulações para o melhoramento contínuo da nossa verdadeira condição, individual e coletiva, em lugar da vã satisfação de uma curiosidade estéril. Segundo uma terceira significação usual, esta feliz expressão é frequentemente utilizada para qualificar a oposição entre a **certeza** e a indecisão; designa, assim, a capacidade característica de tal filosofia para constituir espontaneamente a harmonia lógica no indivíduo e a comunhão espiritual na espécie inteira, em lugar daquelas dúvidas indefinidas e daqueles debates intermináveis que o antigo regime tinha que suscitar. Uma quarta acepção comum, muitas vezes confundida com a anterior; consiste em opor o **preciso** ao vago; este sentido relembra a tendência constante do verdadeiro espírito filosófico para obter sempre o grau de precisão compatível com a exigência das nossas verdadeiras necessidades; enquanto a moda antiga de filosofar conduzia necessariamente a opiniões vagas, não incluindo uma disciplina indispensável senão mediante uma coação permanente apoiada numa autoridade sobrenatural. É preciso, por fim, notar especialmente uma quinta aplicação, menos utilizada que as outras, embora igualmente universal, quando se emprega o termo **positivo** como contrário de negativo. Deste ponto de vista, indica uma das mais eminentes propriedades da verdadeira filosofia moderna, mostrando-a sobretudo destinada, por natureza, não a destruir mas a organizar. Os quatro caracteres gerais que acabamos de mencionar distinguem-na simultaneamente de todos os modos possíveis, quer teológicos, quer metafísicos, próprios da filosofia inicial. Esta última significação, indicando, aliás, uma tendência contínua do novo espírito filosófico, apresenta hoje uma importância especial para a ca-

racterização direta de uma das suas principais diferenças, não relativamente ao espírito teológico, que durante muito tempo foi orgânico, mas relativamente ao espírito metafísico propriamente dito, que nunca pode ser senão crítico (COMTE *apud* Bastide, 1984, p. 74).

Comte classificou o desenvolvimento humano segundo uma tipologia por ele esboçada, a qual compreenderia três níveis. De acordo com ele, o pensamento humano passaria por três fases de desenvolvimento: o estágio teológico ou fictício; o metafísico ou abstrato e o científico ou estágio positivo. O estágio positivo é caracterizado por Comte como antimetafísico. Em outras palavras, há três modos de filosofar, sendo que o espírito positivo não tem a pretensão de procurar a causa geradora dos fenômenos, que é uma via sem saída:

[...] no estado positivo, o espírito humano, reconhecendo a impossibilidade de obter noções absolutas, renuncia a procurar a origem e o destino do universo, a conhecer as causas íntimas dos fenômenos, para preocupar-se unicamente em descobrir, graças ao uso combinado do raciocínio e da observação, suas leis efetivas, a saber, suas relações invariáveis de sucessão e similitude (COMTE, 1975, p. 21).

Segundo ele também, a passagem do estágio metafísico para o positivo na evolução da humanidade deu-se pela ação combinada das concepções de Bacon, Descartes e Galileu. A partir dessa época, ocorreu, então, a ascensão da filosofia positiva e o declínio da filosofia teológica e metafísica.

A meta do *Curso de Filosofia Positiva* não é fazer um tratado sobre as ciências positivas, mas sim considerar as relações de cada ciência positiva com o sistema positivo como um *todo*; isto é, considerar a dupla relação entre *método* e *princípios*. Segundo Comte, o verdadeiro espírito positivo surge na superação de um espírito individualista:

Uma filosofia diretamente oriunda das ciências encontrará provavelmente seus mais perigosos inimigos naqueles que as cultivam hoje. A principal fonte desse deplorável conflito consiste na especialização cega e dispersiva que caracteriza profundamente o espírito científico atual, segundo sua formação necessariamente parcial, acrescida da complicação crescente dos fenômenos estudados [...]. Essa marcha provisória, que

uma perigosa rotina acadêmica se esforça hoje por eternizar, sobremaneira entre os geômetras, desenvolve a verdadeira positividade em cada inteligência; no entanto, atingindo uma fraca porção do sistema mental, deixa todo o resto sob o vago regime teológico e metafísico, ou abandona-o a um empirismo ainda mais opressivo. Por isso, o verdadeiro espírito positivo, que corresponde ao conjunto dos diversos trabalhos científicos, se encontra, no fundo, na impossibilidade de ser plenamente compreendido por aqueles que assim o prepararam naturalmente (COMTE, 1844, p. 163).

As quatro propriedades gerais que caracterizam a filosofia positiva são:

- o estudo da ciência positiva fornece o único meio racional de pôr em evidência as leis lógicas do espírito;
- a filosofia positiva deve conduzir a uma transformação do nosso sistema de educação;
- o ensino científico pode ser considerado como a base da educação geral, verdadeiramente racional. Mas o estudo das ciências em geral não tem apenas o objetivo de transformar a educação: deve também ser o suporte para o desenvolvimento de ciências especializadas;
- a filosofia positiva pode ser considerada como a única base sólida da reorganização da sociedade.

Através da caracterização acima, percebe-se claramente que a filosofia positiva está impregnada de um caráter pedagógico. A Educação e a Filosofia colocam-se em uma relação estreita. Conforme o mestre francês diz, é impossível educar uma sociedade sem a influência de um sistema de ideias. Acredita-se, portanto, que é a perspectiva pedagógica que poderá nos dar uma verdadeira pista para entender a contribuição de Comte e especialmente trazer à luz alguns aspectos de sua concepção de Matemática, ainda não totalmente claros ou elucidados. Ele acentua que não há unidade indispensável, senão a unidade do método; quanto à doutrina, não é necessário que ela seja una, é suficiente que ela seja homogênea.

O segundo capítulo da Filosofia Positiva tem como objetivo apresentar a segunda lei de hierarquização das ciências, por ele denominada de "lei enciclopédica". Comte procura um princípio

que possibilite a divisão natural das ciências e esse princípio surgiria da comparação dos fenômenos em diferentes classes. A dependência das ciências seria determinada pela dependência dos fenômenos correspondentes. O erro dos antigos enciclopedistas (como Diderot e D'Alembert, por exemplo) consiste em que as ciências são classificadas segundo as diversas faculdades do espírito humano² (Comte, 1830, p. 58).

A descoberta das leis dos fenômenos é de fundamental importância para a Filosofia Positiva:

O caráter fundamental da filosofia positiva é tomar todos os fenômenos como sujeitos a leis naturais e invariáveis, cuja descoberta e cuja redução ao menor número possível constituem o objetivo de todos os nossos esforços, considerando como absolutamente inacessível e vazia de sentido para nós a investigação das chamadas causas, sejam primeiras, sejam finais [...]. Cada um sabe que, em nossas explicações positivas, até as mais perfeitas, não temos de modo algum a pretensão de expor as causas geradoras dos fenômenos [...] (COMTE, 1975, p. 25).

Como Cassirer observa, para Comte, a tarefa do conhecimento científico não está na constatação de fatos, mas sim na obtenção de leis. As leis não são obtidas simplesmente pelo acúmulo de observações isoladas, elas se expressam por relações, as quais só podem ser obtidas por meio de uma atividade específica, qual seja, o pensamento relacional (CASSIRER, 1973, p. 14).

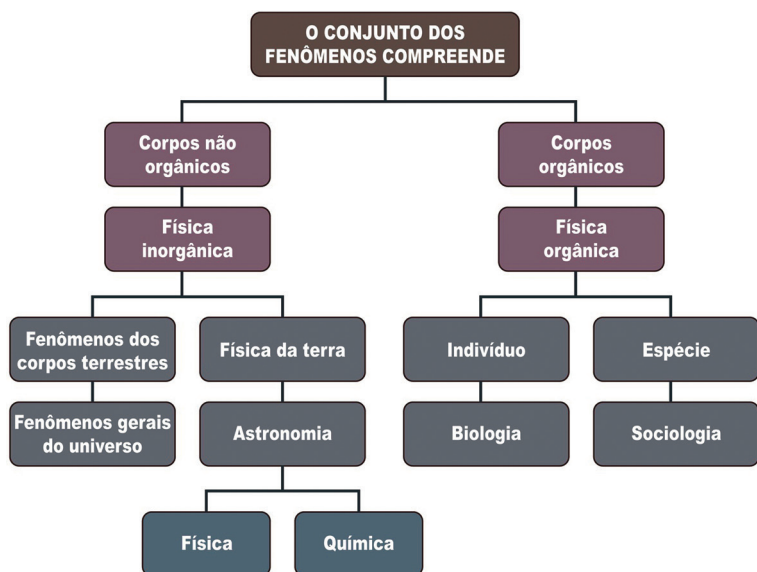
Segundo Comte, é possível classificar todos os fenômenos, por meio de um pequeno número de categorias naturais. A fim de se alcançar a ordenação dessas ciências, é preciso procurar um princípio na comparação das diferentes classes de fenômenos. Essa ordem é determinada pelo grau de simplicidade ou, o que vem a ser o mesmo, o grau de dependência sucessiva dos fenômenos. Os fenômenos, os mais simples, são também necessariamente os mais gerais. Portanto, é pelo estudo dos fenômenos, os mais gerais ou mais simples, que se deve começar e ir progressivamente para os mais complicados ou particulares, se quisermos conceber a filosofia de forma metódica.

2 Comte não explicita sua afirmação, mas sua crítica aqui se refere, provavelmente, à divisão que D'Alembert e Diderot apresentaram na *Encyclopédie*.

Os fenômenos dividem-se em duas grandes classes: a primeira compreende todos os fenômenos dos corpos brutos e a segunda, todos os fenômenos dos corpos organizados. A partir dessa subdivisão, a filosofia natural classifica-se em física inorgânica e orgânica. No que diz respeito à física inorgânica, vê-se que ela se divide, por sua vez, em duas: a que diz respeito aos corpos celestes e a dos corpos terrestres. Então, surgem duas físicas: a física celeste, ou astronomia, e a física terrestre. A física terrestre, por sua vez, subdivide-se em duas: a física propriamente dita e a química. Como todos os seres vivos apresentam duas ordens de fenômenos essencialmente distintas, as que são relativas à espécie e as que são relativas ao indivíduo, tem-se, na física orgânica, uma subdivisão: a fisiologia e a física social. Portanto, a Filosofia Positiva acha-se dividida naturalmente em cinco ciências fundamentais: Astronomia, Física, Química, Biologia e Física Social.

Para Comte, os fenômenos astronômicos são os mais simples, os mais gerais e os mais abstratos e, por essa razão, deve-se começar o estudo da filosofia natural por eles. As leis a que são submetidos exercem influência sobre as leis de todos os outros fenômenos, dos quais são essencialmente independentes. Os fenômenos astronômicos da época eram explicados quase que unicamente com base na lei da gravitação de Newton, que, por sua vez, leva às equações de Kepler. Na realidade, os fenômenos astronômicos, assim considerados, são classificados por Comte como mais simples que outros fenômenos da física terrestre, por exemplo, os fenômenos mecânicos, em que, além da influência gravitacional, estão submetidos também à influência do meio, isto é, ao conhecimento de todas as forças que atuam sobre o objeto considerado. A ordem em que essas ciências devem ser apresentadas e ensinadas é a mesma que será apresentada na obra *Filosofia Positiva*, ou seja, primeiro a Astronomia, seguindo-se a Física, a Química, a Biologia e a Física Social.

Quadro 1: Classificação das Ciências segundo os fenômenos



Fonte: Elaborado pela autora.

Comte observa que há uma lacuna nessa classificação. Falta determinar o lugar da Matemática. Ele diz ter feito isso propositalmente, considerando-se a importância da Matemática. Mas parece que, na realidade, o problema não foi bem esse. Comte teve dificuldade de classificar a Matemática, exatamente por causa de seu objeto. Ele via a Matemática sob duas perspectivas: de um lado, como uma física, ou seja, uma ciência natural, e, de outro, como uma lógica, ou seja, como um método e, portanto, como a base para a Filosofia Positiva. Esse duplo caráter da Matemática expressa-se terminologicamente na sua distinção entre Matemática abstrata e Matemática concreta. A Matemática é, assim, um caso especial dentro da teoria classificatória de Comte. Embora, para ele, ela seja uma física (portanto, uma ciência) e, ao mesmo tempo, uma lógica, ele precisa vê-la como um todo, a fim de que ela entre na classificação e hierarquização das ciências em seu sistema. Comte supera o problema, colocando-a como o ponto de partida de sua Filosofia

Positiva. Em sua concepção, ela é a mais simples e geral de todas as ciências. Então, as ciências hierarquizam-se na lei enciclopédica conforme consta no Quadro 2.

Quadro 2: Lei enciclopédica



Fonte: Elaborado por Johny Dirlei da Silva Acosta.

O que Comte pretendeu com sua classificação das ciências foi estabelecer a dependência dos diversos ramos dos estudos científicos. Essa dependência será estabelecida através da correspondente dependência dos fenômenos. Como os fenômenos mais simples são também os mais gerais, segundo Comte, é preciso que se comece pelo estudo dos fenômenos mais gerais ou mais simples e sucessivamente se chegue aos fenômenos mais particulares e mais complicados. Os fenômenos astronômicos são os mais simples para ele. Naturalmente, não se compreende a expressão "mais gerais" como sinônimo de "mais simples", mas ambas expressões são usadas, no texto, como sinônimos. Algumas vezes, a simplicidade é entendida

como uma consequência da generalidade: "A subordinação lógica é ainda menos contestável, pois que a simplicidade dos fenômenos inorgânicos, consequência de sua generalidade, os apresenta como únicos próprios à elaboração fundamental do método universal" (COMTE, 1856, v. 1, p. 444). Tomar como ponto de partida os fenômenos mais simples é uma herança cartesiana. Assim, ele conclui as reflexões sobre a hierarquização das ciências com esta frase:

Como resultado definitivo temos a matemática, a astronomia, a física, a química, a fisiologia e a física social; tal é a fórmula enciclopédica que, dentre o grande número de classificações que comportam as seis ciências fundamentais, é a única logicamente conforme à hierarquia natural e invariável dos fenômenos (COMTE, 1975, p. 64).

A propriedade mais interessante dessa lei enciclopédica, segundo Comte, reside no fato de que é ela que determina o verdadeiro plano de uma educação científica, inteiramente racional. É somente através da observância dessa ordem hierárquica que se consegue atingir uma verdadeira educação integral. Embora o método seja essencialmente o mesmo em toda a ciência, cada ciência desenvolve processos característicos, de tal maneira que o verdadeiro método positivo só é alcançado quando se estuda cada uma das ciências fundamentais segundo a ordem enciclopédica.

COMTE E O PAPEL SOCIAL DA CIÊNCIA

O desenvolvimento das ciências nos séculos XVII e XVIII e a Revolução Industrial produziram uma mudança da temática. As perguntas envolvendo questões como: de onde o conhecimento se origina? O que é força? O que é natureza? Começam a ser substituídas por outras do tipo: o que é atividade? O que é uma máquina? Como se desenvolve a prática social? A exaltação à ciência, na obra de Comte, não é um fato isolado, mas sim um resultado da época.

Segundo Littré, a filosofia positiva é fundada na ciência; o objetivo de Comte foi, portanto, "dar à filosofia o método positivo das ciências e às ciências a ideia de conjunto da filosofia" (LITTRÉ, 1887, p. 9). Para Littré, o método *a posteriori* é o método das

Ciências Positivas, enquanto que o método *a priori* é o da Metafísica. A grandeza da ciência não está no esforço impotente e subjetivo de conhecer o que ela não pode conhecer, mas sim na capacidade de interrogar objetivamente a natureza e retirar daí as noções sem dúvida relativa, mas, ao menos, certas e obtidas por meio de uma verdade crescente e do encadeamento metódico de concepções cada vez mais complicadas.

A conexão entre sistema social e científico deve ser transmitida através de um sistema de educação. Fundamentalmente, na visão de Comte, uma educação universal deve respeitar sua lei enciclopédica. "A importância de nossa lei enciclopédica para servir de base à educação científica não pode ser convenientemente apreciada a não ser considerando-a também em relação ao método, em vez de tomá-la somente quanto à doutrina" (COMTE, 1975, p. 60).

A referida uniformização e sistematização das ciências acontecem por intermédio de uma nova ciência do social – a Sociologia. O segundo elemento da unificação é o denominado método positivo. O interesse de Comte na unidade provém de seu conflito com a crescente divisão social do trabalho, o que acarreta uma indispensável base científica teórica. Disso resulta o conflito que faz com que o Positivismo negue a pesquisa especializada.

O objetivo da filosofia de Comte é colocar o desenvolvimento da sociedade sob uma base racionalmente científica e evitar crises e revoluções. Conforme Saint-Simon, a filosofia do século dezoito foi revolucionária, enquanto a do século dezenove visava à organização. Ao mesmo tempo, ela precisava unir-se com a ciência a fim de tornar-se racional.

A concepção de Comte sobre o conhecimento pode ser entendida como uma concepção funcional do saber. O sistema de Comte fundamenta-se em dois pilares: o método, de um lado, e a enciclopédia dos conhecimentos, de outro lado. Uma concretização disso pode ser vista na Matemática, quando ele a divide em abstrata e concreta.

A *Filosofia Positiva* é uma obra essencialmente metodológica, seu autor não tem como meta realizar pesquisa em ciência pura, mas sim apresentar, de forma sistemática, os conhecimentos

teóricos de sua época, de forma a que eles sirvam a uma educação geral. Como Cassirer acentua, Comte se opunha ao espírito especialista não por motivos teóricos, mas por razões de ordem prática. Uma enérgica reforma do sistema de ensino é o núcleo do positivismo "Ele não desejava apenas este espírito de especialização em teoria, mas em termos práticos, e a reforma radical do sistema educacional, que pertence ao núcleo e à essência do positivismo, está principalmente direcionada para este objetivo" (CASSIRER, 1906, p. 17).

Antes de entrarmos na análise da concepção de Matemática de Comte, é relevante esclarecer em que sentido a palavra Positivismo será utilizada, já que, na literatura corrente, não existe uma uniformidade de significado com relação a esse conceito. O trabalho de Comte pode ser entendido como sinônimo de positivismo? Há apenas um tipo de positivismo?

Iniciaremos com algumas definições de "positivismo", extraídas de dicionários e enciclopédias de filosofia e pedagogia.

O *Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa*, de Aurélio Buarque de Hollanda Ferreira, define: "Positivismo: tendência filosófica e científica sistematizada no século XIX por Auguste Comte, e cujo caráter fundamental consiste em considerar todos os fenômenos como sujeitos a leis naturais invariáveis e em desprezar como vã toda pesquisa sobre as causas primeiras e finais".

The Random House Dictionary of the English Language, por Stuart Berg Flexner: "Positivismo, um sistema filosófico fundado por Auguste Comte, concernente a fatos e fenômenos positivos e excluindo especulações sobre as causas últimas e suas origens".

O *Dicionário Filosófico*, direção de Rosental e Iudin, assim se pronuncia:

Positivismo, corrente idealista subjetiva [...] apresenta-se tomando como bandeira a negação da filosofia na qualidade da concepção do mundo, recusando os problemas filosóficos tradicionais como 'metafísicos' e não sujeitos a confirmação experimental. O traço principal da filosofia positivista consiste na intenção de criar uma metodologia ou lógica da ciência que esteja acima da contraposição entre o materialismo e o idealismo.

O Dicionário de Filosofia de José Ferrater Mora estabelece:

O termo positivismo tem suas origens com Auguste Comte, o qual propôs e desenvolveu uma filosofia positiva. Esta compreendia não só uma doutrina acerca da ciência, senão também uma doutrina sobre a sociedade e sobre as normas para reformar a sociedade, conduzindo-se a sua etapa positiva (MORA, 1978, p. 222).

A Enciclopédia Britânica acrescenta:

Positivismo, em filosofia, é geralmente qualquer sistema que confine em si mesmo os dados da experiência e exclua as especulações metafísicas e a priori. Melhor dito, o termo positivismo designa a filosofia de Auguste Comte (1798-1857). Em sentido geral o termo é comumente aplicado a filósofos empiristas.

Por sua vez, *o Dicionário de Filosofia*, de Walter Brugger, afirma:

O positivismo exige que toda ciência não só parta de fatos tomados no sentido de objetos perceptíveis, como também que se limite a comprová-los e a uni-los por leis. O positivismo na filosofia moderna foi fundado por Hume, mas seu principal representante é Auguste Comte.

Percebe-se, nas definições acima, que não há unanimidade entre os autores quanto ao significado do termo positivismo. A maioria considera Comte como o representante principal do positivismo, identificando-o como um empirista.

Excluir as especulações metafísicas, negar à metafísica, seria repudiar qualquer análise ou crítica às concepções abstratas da mente e isso certamente não era o que Comte desejava expressar. O que ele condenava, como muito bem acentua Mill, era o "hábito de conceber as abstrações mentais como entidades reais que poderiam exercer poder, produzir fenômenos e a manifestação disto seria considerada como uma teoria ou explicação dos fatos" (MILL, 1973, p. 16).

O momento central do positivismo comtiano encontra-se na análise da interação da ciência com a sociedade. A ciência é importante, porque ela pode exercer um papel central na sociedade. A Sociologia seria a doutrina científica da sociedade.

A mesma problemática que interessava a Comte, ou seja, a relação entre ciência e sociedade, foi vista por Kant. Segundo

Cassirer, a filosofia de Comte teve quase a mesma importância para o pensamento francês do século XIX que *A crítica da Razão Pura*, para a Alemanha (CASSIRER, 1906, p. 14-17). A ciência é vista como a forma ideal do pensamento positivista, ela é a soma das ideias definitivas, que possibilitam à humanidade um sistema de crença estável.

Associa-se, portanto, ao termo "ciência positivista" uma ideia que, normalmente, se opõe a uma abordagem histórica de ciência e sociedade e que se caracteriza pela rejeição de conceitos e metas sociais globais.

Nesse sentido, é de se perguntar se Comte era um positivista consistente e essa pergunta é significativa para a presente investigação, uma vez que Comte é acusado justamente por cientistas – os quais identificam ciência com pesquisa e tendem por isso a uma concepção positivista – de ter ideias completamente não modernas para a Matemática, no caso, e desfavoráveis ao progresso da pesquisa.

Segundo Charlton, a palavra "positivismo" pode ser compreendida de quatro formas distintas, a saber: 1) positivismo social – como sendo uma filosofia da história e como uma teoria sociológica; 2) positivismo religioso – religião da humanidade; 3) a totalidade do pensamento de Comte – histórico, sociológico e religioso; 4) filosófico – engloba todos os aspectos dos significados anteriores (CHARLTON, 1976, p. 34).

O positivismo filosófico é uma teoria do conhecimento-cognição-intuição. A ciência fornece o modelo do único tipo de conhecimento real que podemos alcançar. O grande desenvolvimento que a ciência atingiu nessa época teve como efeito duas convicções: uma delas, a confiança na fecundidade do método científico, e a outra, a ideia de construir uma ciência do homem, que possibilitasse a continuação do desenvolvimento da vida e, também, da natureza humana. O problema que pensadores como Comte, Renan e Taine tentaram resolver estava fundamentado nessa ideia e nessas convicções (CHARLTON, 1976, p. 5).

Charlton analisa de maneira muito apropriada a influência da filosofia comtiana na França do "segundo império" (1852-1870). Ele

diz que não se deve exagerar a influência de Comte e supor que todos os trabalhos que apresentam uma tendência a acentuar o método científico tenham sido inspirados por Comte. Pelo contrário, "[...] a maioria deles deriva-se de um espírito mais geral, o próprio espírito que formou Comte" (CHARLTON, 1976, p. 20). Esse pensamento terá uma importância específica no capítulo no qual se investigará o desenvolvimento do positivismo no Brasil. A saber, será questionado se o que exerceu influência decisiva no Brasil foi o espírito que influenciou o próprio Comte (ao qual denominamos "pré-positivismo"), ou o próprio comtismo. Pode-se também questionar a maneira como deve ser descrita a relação recíproca de ambas as influências.

Por outro lado, Comte foi indubitavelmente o fundador de um modo de observação genuinamente sociológico, o qual explica os fenômenos sociais a partir de seu próprio desenvolvimento histórico e não os reduz, nem mesmo os faz derivar de características "psíquicas ou biológicas do ser isolado" (MILL, 1874, p. 59), o que é comum nos seus contemporâneos.

Não se pode negar a influência decisiva de Comte na Sociologia do século XIX, e muito menos a influência exercida sobre os seus discípulos, os quais aceitavam a "Religião da Humanidade". Eles são denominados positivistas ortodoxos, e Charlton menciona, na França: Blainville, Robinet, Lafitte, entre outros, na Inglaterra; Nystrom, na Suécia e os "revolucionários brasileiros". Charlton não cita os positivistas brasileiros pelos nomes. Dentre eles, encontram-se certamente os fundadores da Igreja Positivista no Brasil, Teixeira Mendes e Miguel Lemos, sobre os quais se falará em capítulo posterior.

Em se tratando de Taine, Renan e Comte, Charlton vê uma tentativa de unir a metafísica, a religião e a ética à ciência, ao passo que os antipositivistas, como Fouillée ou Brunetière, queriam fundamentar a ciência em uma filosofia própria deles. Por isso Charlton questiona: "O quadro filosófico do pensamento religioso e sociológico de Comte é no sentido epistemológico o verdadeiro positivismo?" (CHARLTON, 1976, p. 25). A resposta de Charlton a essa pergunta é um não, mesmo se revestido de reservas.

Nenhum filósofo francês representa o espírito de sistema³ melhor do que Comte. A busca da unidade domina os seus pensamentos e o motiva a organizar as ciências e a aplicar sua teoria social a toda área da vida humana. Como Mill ressalta: "Um dos erros de Comte é que ele nunca aceitou as questões em aberto" (MILL, 1874, p. 15). Na opinião de Charlton, a questão não é saber se os trabalhos da segunda fase de Comte, ou seja, as obras escritas após o *Curso de Filosofia Positiva* são positivistas. A questão é, antes, se o próprio *Cours* é a obra de um positivista verdadeiro, pois, para ele, essa obra mostra o distanciamento de Comte do positivismo (no sentido epistemológico).

Comte aborda suas teorias de maneira pouco científica, na visão de Charlton, e o mesmo se aplica aos métodos utilizados por ele. Na verdade, Comte afirma que concorda com Bacon, "[...] que todo o conhecimento deve ser fundamentado em observações dos fatos, mas ele acrescenta uma qualificação que assume cada vez maior significado à medida que o *Cours* [Filosofia Positiva] progride" (CHARLTON, 1976, p. 36). Comte critica aquele empirismo que conduz a uma anarquia do estado positivo do pensamento: "Se, por um lado, qualquer teoria positiva deve necessariamente fundar-se em observações, é também sensível, por outro lado, que, para exercer a observação, a nossa mente precisa de algum tipo de teoria" (COMTE, 1975, p. 23). Todavia, Comte acredita que a Sociologia, mais do que qualquer outra ciência, necessita da observação, "[...] de uma contínua subordinação íntima a todas as especulações positivas sobre as leis reais da solidariedade ou a sucessão de fenômenos [...]" (COMTE, 1975, p. 300). Já no final do *Cours*, Comte ratifica a necessidade de inserir na sociologia observações a priori. Com efeito, as leis que Comte postula frequentemente dependem de observações a priori. Para o mestre francês, as ideias dominam a história humana, e, em sua perspectiva histórica, bem como em sua orientação na ciência, a Filosofia Positiva oferece a única base sólida para a nova organização da sociedade.

3 Sistema é entendido, aqui, como um conjunto de elementos, relacionados entre si, que constituem uma determinada formação íntegra (Dicionário Filosófico. Rosental e Iudín (org.), Editorial Estampa, 1972).

A parte histórico-indutiva do método (que se constitui de indução e dedução) é, segundo Comte, de especial importância para a Sociologia. Para a pesquisa científica moderna, baseada no neopositivismo⁴, a racionalidade da ciência é uma função de seu método. Para Comte, que sempre via a ciência em relação com o desenvolvimento da sociedade, isso é impossível. É somente da aplicação do método à Sociologia que resulta a orientação necessária para a reorganização da sociedade. Por essa razão, para Comte, a ciência é escolhida tanto pelo método como pela ordem das disciplinas, sendo que a Sociologia situar-se-ia no topo da hierarquia das ciências. É importante ressaltar aqui que o próprio método, sendo uma composição de indução e dedução, modifica-se através desta ordenação.

A crítica de Comte à pesquisa especializada, que negligencia a relação das partes com o todo, pode ser observada desde o princípio em sua obra *Cours*, bem como em sua correspondência. Na opinião de Comte, a ciência deve opor-se às regras empíricas de uma especialidade dispersiva.

[...] a especialização empírica perde essencialmente seu papel temporário, pela extensão decisiva do espírito positivo a todas as ordens principais dos fenômenos naturais, ela opõe obstáculos poderosos a todos os grandes progressos científicos, e até ela compromete gravemente a conservação real dos resultados anteriores" (COMTE, 1842, p. 64).

Charlton observa que Comte abusa do método científico, pois atribui demasiada facticidade à sua indução: "Ele afirma por suas próprias crenças e hipóteses uma certeza que está longe de justificar os fatos que ele aduz. Ele não só abusa do método, além disso, em última análise, ele é levado a redefini-lo em termos que oferecem uma maior justificação para suas más práticas" (CHARLTON, 1976, p. 44). Além disso, a definição dada por Comte à palavra "positivo", em *Discurso sobre o Espírito Positivo*, não encerra uma posição positivista. Mais uma divergência de Comte com relação ao positivismo

4 Neopositivismo é o mesmo que empirismo lógico (Dicionário de Filosofia, Nicola Abbagnano, 2007, p. 711).

é a transmissão de uma ciência descritiva da sociedade para uma filosofia moral para a sociedade. Em sua conclusão sobre a compreensão positivista de Comte, Charlton levanta algumas questões interessantes:

Como se pode ser um positivista e ainda fornecer um "objetivo" e ético sistema autoritário que dará direção a um incentivo para o homem social se estamos confinados a fenômenos e ignoramos as primeiras causas? (CHARLTON, 1976, p 49).

Diferentemente de opiniões contrárias (Mill e Charlton), não há um rompimento completo no desenvolvimento do pensamento de Comte, e também não se pode afirmar que ambas as fases principais de sua obra "[...] não apresentam outra ligação exceto a sequência temporal" (VERDENAL, 1974, p. 192). Já desde o princípio, o interesse de Comte pela ciência estava subordinado às suas metas sócio-organizacionais, de modo que se pode falar, antes, de um desenvolvimento contínuo de sua filosofia, na qual as intenções subjetivas sempre estiveram em primeiro plano.

As discussões sobre a origem do conhecimento, que caracterizam a filosofia de Locke e Descartes – de um lado, o empirismo, e de outro, o racionalismo –, não exercem um papel fundamental para Comte. Simplificando, através de Comte ocorre uma nova conjugação entre ambas as correntes (empirismo e racionalismo) em seu método, como uma combinação da indução e dedução e, principalmente, em sua divisão da Matemática em Matemática Abstrata e Matemática Concreta. Por isso, Joseph Fourier (1768-1830) era, para ele, o grande filósofo da Matemática, por ter resolvido da melhor maneira o problema da combinação do concreto com o abstrato, por meio da aplicação da Matemática Abstrata à Termodinâmica. Para Comte, é necessário diferenciar aquilo que se entende por ciência daquilo que não é ciência. Ele não está interessado no saber isolado, mas sim, preocupado com o papel social da ciência e, conseqüentemente, com o interesse pelo desenvolvimento histórico da consciência social.

A fim de evitar o desperdício de forças, é importante para Comte encontrar uma unidade filosófica que seja superior à teológica e

metafísica. Essa unidade filosófica só pode ser alcançada levando-se em consideração a aplicação do conhecimento e a sociologia. Para se poder estimar a natureza é necessário recorrer a dois aspectos, os quais, como diz Comte, Kant foi o primeiro a esboçar: os aspectos subjetivo e objetivo do saber.

[...] é mister antes de tudo recorrer à luminosa distinção geral esboçada por Kant entre os dois pontos de vista: objetivo e subjetivo, peculiares a qualquer estudo. Considerada sob o primeiro aspecto, isto é, quanto à destinação exterior de nossas teorias, como exata representação do mundo real, nossa ciência não é certamente suscetível duma plena sistematização, em virtude duma inevitável diversidade dos fenômenos fundamentais. Nesse sentido, não devemos procurar outra unidade além da unidade do método positivo considerado em seu conjunto, sem pretender chegar a uma verdadeira unidade científica, aspirando somente à homogeneidade e à convergência das diferentes doutrinas. A situação é diferente noutro aspecto, isto é, quanto à fonte interior das teorias humanas, ao serem consideradas como resultados naturais de nossa evolução mental, ao mesmo tempo individual e coletiva, e destinadas à satisfação normal de nossas próprias necessidades, sejam elas quais, forem, assim reportados, não ao universo, mas ao homem, ou melhor à humanidade, nossos conhecimentos reais tendem, ao contrário, com evidência espontânea, para uma inteira sistematização, tanto científica quanto lógica. Não se deve, então, conceber, no fundo, mais do que uma ciência, a ciência humana, ou mais exatamente social [...] (COMTE, 1983, p. 53-54).

Vê-se que a sucessão hierárquica das seis ciências (Matemática, Astronomia, Física, Química, Biologia e Sociologia) ilustra a maneira pela qual a nossa inteligência atinge, passo a passo, o estado positivo. Das especulações mais simples da Matemática até as mais altas suposições sociais, o espírito humano eleva-se de um estado elementar a um definitivo, que é denominado positivo, e tem, ao mesmo tempo, condições de pensar progressivamente, ou seja, historicamente, porque pensa na sociedade como um todo. O progresso está ligado, ao mesmo tempo, ao desenvolvimento do espírito e do social, da ciência e da indústria (MILL, 1874, p. 75). É somente através da hierarquia das ciências que podemos alcançar o verdadeiro estado positivo. A observância dessa

ordem é, para Comte, o único meio a ser considerado no que se refere ao método e à doutrina; o verdadeiro caráter de cada fase da positividade racional.

Comte vê a existência de uma harmonia entre ciência e técnica, o que reflete uma tendência do predomínio da filosofia positiva na vida industrial. Ele crê que o desenvolvimento industrial pressuponha todas as demais mudanças científicas, estéticas e filosóficas. Para ilustrar esse pensamento cito aqui o autor:

O politeísmo se adaptava sobretudo ao sistema de conquista da Antiguidade, e o monoteísmo, à organização defensiva da Idade Média. Fazendo prevalecer cada vez mais a vida industrial, a sociabilidade moderna deve, pois, poderosamente, secundar a grande revolução mental, que hoje eleva definitivamente nossa inteligência do regime teológico ao regime positivo (COMTE, 1983, p. 57).

A Teologia prestava-se a uma sociedade como a da Antiguidade e a Medieval. A filosofia positiva é o modo de pensar de uma sociedade industrial, como a moderna. Comte não aplicou a lei dos três estados somente ao progresso do espírito das pessoas, mas também ao progresso simultâneo da sociedade. Ele compreendia o termo progresso com um fundamento duplo, ou seja, no pensar filosófico e no processo social. É por isso que a Matemática e a Sociologia representavam as duas ciências mais importantes para o mestre francês.

A fim de alcançar uma unidade filosófica verdadeira é necessário escolher, dentre os elementos fundamentais, um que se destaque das especulações reais. Embora a Matemática tenha sido sempre apresentada como a fonte primeira e básica de toda a positividade racional, Comte não a considerava preponderante. Sem separá-la da Astronomia, a Matemática possui sem dúvida aptidão e superioridade irrefutáveis, o que é atribuído à universalidade das leis geométricas e mecânicas em todos os campos possíveis dos fenômenos naturais. Por outro lado, a sociologia também precisa aspirar à soberania, uma vez que todas as nossas especulações podem ser encaradas como resultados necessários da evolução histórica da humanidade.

A RECEPÇÃO E A CRÍTICA DA CONCEPÇÃO COMTIANA DE CIÊNCIA

Os comentaristas e críticos mais importantes das obras de Comte, especialmente da parte concernente à matemática, são os filósofos Lucien Levy-Bruhl (1857-1939), Léon Brunschvicg (1869-1944), Gaston Bachelard (1884-1962), Michel Serres (1930-1990) e os historiadores da ciência e matemática René Verdenal e Craig Fraser. Eles ligam Comte a Descartes, D'Alembert, Fourier e, principalmente, a Lagrange. As opiniões desses autores são completamente diversas entre si. Fraser, por exemplo, vê a obra de Comte como ultrapassada, já quando foi escrita, pois, em sua opinião, a obra de Cauchy era, à época, reconhecida e havia superado os trabalhos de Lagrange. Por isso, a abordagem de Comte para a matemática, sendo baseada na obra de Lagrange, não traria perspectivas de evolução. Serres fornece uma interpretação semelhante e Bachelard manifesta-se contrariamente, pois vê na epistemologia de Comte um ideal que não é seguido pelos pesquisadores modernos. Bachelard, ao contrário de Levy-Bruhl e Fraser, interpreta o modelo matemático de Comte como sendo muito mais próximo de Fourier do que de Lagrange.

Além das opiniões, também as perspectivas de análise feitas por esses autores são diversas. Por exemplo, Levy-Bruhl analisa a filosofia de Comte sob um ponto de vista sociológico e filosófico, e a análise realizada de seu livro de 1900 serviu para investigar a concepção comtiana da Matemática. Em 1912, também Brunschvicg analisou a concepção Matemática de Comte em seu livro *As Etapas da Filosofia Matemática*. Essa análise foi conduzida sob uma perspectiva histórico-científica. Brunschvicg influenciou outros epistemólogos como, por exemplo, Gaston Bachelard. Ele explorou a Física, com o auxílio da qual ele analisa a proposta de Comte, ao passo que Fraser (1990), analisa o trabalho de Comte somente a partir da perspectiva matemático-histórica. Em 1973, Verdenal apresentou e avaliou as concepções de Comte em uma obra sobre a história da Filosofia. Essa grande diversidade de pontos de partida naturalmente conduz a apreciações muito distintas da obra de Comte.

LEVY-BRUHL E SUA ANÁLISE DA CONCEPÇÃO DA MATEMÁTICA DE COMTE

Lucien Levy-Bruhl, filósofo e sociólogo, nasceu em Paris em 1857 e faleceu em 1939. Algumas de suas obras publicadas são: *La Philosophie d'Auguste Comte* (seis edições), 1900; *La morale et la science des mœurs*, 1903; *Les fonctions mentales dans les sociétés inférieures*, 1910; *L'expérience mystique et les symboles chez les primitifs*, 1938.

Em *La Philosophie d'Auguste Comte*, Levy-Bruhl dedica vinte páginas à análise da concepção matemática de Comte. Ele começa sua análise comparando a concepção de ciência de Platão e Comte e o faz especialmente com relação à matemática. Segundo Platão, os princípios da matemática são desenvolvidos *a priori* "[...] por uma sucessão de demonstrações: necessárias como a dialética de ideias" (LEVY-BRUHL, 1903, p. 125-126). Platão representa um ideal estático de ciência. Na concepção de Platão, bem como na de seus sucessores, não existe uma ciência dos fenômenos ou o que se considera como tal. Em contrapartida, Comte pensa que o único objeto da ciência é a realidade dos fenômenos e que ela tem por objetivo encontrar as leis que os regem. A ciência matemática desenvolveu-se mais do que outras ciências, mas todas elas trabalham sobre os mesmos fundamentos. "Como todas as outras ciências, ela é uma ciência natural" (LEVY-BRUHL, 1903, p. 126). Aqui, Levy-Bruhl considera a matemática sob um único ponto de vista, ou seja, o da parte concreta, e não leva em consideração a matemática abstrata, que não é experimental. Essa questão já foi discutida anteriormente.

Antes de Comte – segundo Levy-Bruhl – houve uma tentativa de evitar que as ciências fossem separadas em duas classes distintas, isto é, em matemática e em ciências naturais, apresentando-as como se fossem homogêneas. Essa ideia de constituir a ciência em um todo homogêneo foi seguida, por Kant e Leibniz. Comte, ao contrário, fez uma separação entre matemática e ciências naturais.

Para Kant, tanto a matemática como a física estão fundamentadas em princípios sintéticos exteriores à experiência, ao passo que, para Comte, eles surgem da experiência. Segundo Levy-Bruhl,

a ideia de separar ou dividir as ciências naturais em matemática e física, de acordo com a concepção comtiana, é originária de D'Alembert⁵.

Levy-Bruhl resume as concepções comtianas fundamentais da matemática abstrata e concreta. Os temas mais importantes abordados por ele são os seguintes: a medição de grandezas, as equações através das quais qualquer fenômeno pode ser expressado, o objeto da matemática abstrata, cálculo algébrico e aritmético, a descoberta da geometria analítica de Descartes e a ideia de uma matemática universal, as equações diferenciais, a geometria como primeira ciência concreta, discussão metafísica sobre a natureza dos objetos geométricos, conceito de extensão, o objeto da geometria, a divisão entre "realmente físico" e "lógico", inércia na mecânica, a "Lei de Kepler", as leis fundamentais da mecânica, o movimento (a Lei de Galileu).

Sobre o papel do cálculo infinitesimal na obra de Comte, Levy-Bruhl diz: "Após haver determinado a maneira como esse cálculo é apresentado de acordo com Leibnitz e Newton, ele adota o de Lagrange, que lhe parece ser o mais satisfatório" (LEVY-BRUHL, 1903, p. 130). Essa interpretação parece ter surgido a partir de uma leitura não muito precisa das considerações feitas por Comte sobre as três teorias. Por outro lado, Levy-Bruhl interpreta legitimamente o verdadeiro objeto de interesse de Comte. As considerações por ele feitas sobre a matemática abstrata apresentam, aliás, uma visão pragmática. A matemática abstrata é importante porque é instrumental não somente na parte abstrata como também na parte prática. A matemática é realmente como um *organon*. É uma concepção funcional do saber.

Comte, como acentua Levy-Bruhl, não esconde seu entusiasmo, pela enorme capacidade de aplicação do cálculo infinitesimal e vê

5 No Prefácio do Tratado de Dinâmica, D'Alembert afirmou: "*On a pensé depuis long-tems, et même avec succes, à remplir dans les Mathematiques, une part e du plan que nous venons de tracer: on a appliqué heureusement, l' Algèbre à la Géométrie, la Géométrie à la Méchanique, et chacune de ces trois Sciences à toutes les autres, dont elles sont la base et le fondement*".

nesse cálculo uma extrema generalidade que, para ele, é uma das características fundamentais de um método.

Não apenas esses cálculos oferecem uma admirável facilidade para a pesquisa após as leis naturais de todos os fenômenos; mas, graças a sua extrema generalidade, a fórmula pode expressar cada fenômeno determinado em uma única equação, independente de quão variado sejam os sujeitos no qual ela é considerada. Portanto, uma única equação diferencial fornece tangentes de todas as curvas, outra expressa a lei Matemática de toda variação do movimento, etc. (LEVY-BRUHL, 1903, p. 131).

Na análise da concepção comtiana da Geometria, Levy-Bruhl argumenta que Comte rejeitava as discussões metafísicas sobre as origens das definições geométricas, como, por exemplo, a do espaço, exatamente como D'Alembert, em *Elements de Philosophie*. Em sua análise, Levy-Bruhl reelabora a concepção de Comte sobre a Geometria:

Mesmo que a geometria geral seja infinitamente superior à geometria especial, ela não pode, mesmo assim, dispensar essa última. Como faziam os antigos, será sempre necessário começar com a geometria especial. Pois a geometria geral se baseia no uso de cálculos. Mas se, como disse Comte, a geometria é realmente uma ciência de fatos, cálculos evidentemente nunca serão capazes de nos fornecer o primeiro conhecimento dos fatos" (LEVY-BRUHL, 1903, p. 136).

A FILOSOFIA DA MATEMÁTICA DE AUGUSTE COMTE ANALISADA POR LÉON BRUNSCHVIG

Léon Brunschvicg foi filósofo nascido em 1869, em Paris, e falecido em 1944. Algumas de suas obras publicadas são: *La modalité du jugement*, 1897; *Les étapes de la philosophie mathématique*, 1912; *La génie de Pascal*, 1924; *Descartes et Pascal, Lecteurs de Montaigne*, 1942.

Em seu livro *Les étapes de la philosophie mathématique*, ele analisa a concepção Matemática de Comte, em quase 17 páginas.

A visão comtiana do saber humano, segundo ele, limita-se a considerá-lo como uma enciclopédia abrangente, que é dividida com regularidade em uma série de áreas, sendo que a Filosofia confere um nome a esse saber e lhe indica um local exato dentro do sistema

universal das coisas. A doutrina matemática está em contato direto com o curso da ciência viva e conquistadora. Sob esse ponto de vista, Brunschvicg não considera os filósofos alemães Johann Gottlieb Fichte (1762-1814), Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1770-1831) ou Arthur Schopenhauer (1788-1860) como sucessores de Kant, mas sim o francês Auguste Comte. Portanto, Brunschvicg tem uma concepção de Comte bastante diferente daquela de Levy-Bruhl.

Brunschvicg salienta que, tanto para Auguste Comte como para Kant, a verdade é intrínseca à ciência, por isso não há possibilidade de separarem-se método de demonstração nem conteúdo de conhecimentos técnicos, sem que ocorra o perigo de suspender a certeza das noções fundamentais. Para ambos, a matemática é uma disciplina pronta, cujo objetivo é propiciar ao filósofo a maneira definitiva de transmitir o saber ou, melhor dizendo, cujo objetivo é fornecer o método definitivo para a obtenção do saber. A Ciência é o paradigma para o saber e a matemática é o paradigma para a Ciência.

Brunschvicg reconhece o caráter exemplar que a matemática possui para Comte: "Mas, a Matemática é a ciência típica, oferece o exemplo cabal da racionalidade positiva. É dela que provém o método" (BRUNSCHVICG, 1945, p. 329).

UMA INTERPRETAÇÃO DE BACHELARD SOBRE A INFLUÊNCIA DE FOURIER NA OBRA MATEMÁTICA DE COMTE

Gaston Bachelard, filósofo das ciências, nasceu em 1884 em Bar-sur-Aube, França, e faleceu em 1962. Dentre suas publicações estão: *Essai sur la connaissance approchée* – 1928; *Étude sur l'évolution d'un problème de physique* – 1928; *La formation de l'esprit scientifique* – 1938; *Le rationalisme appliqué* – 1948.

Bachelard constata, em seu livro *Étude sur l'évolution d'un problème de physique* (18 páginas destinadas a Comte), que a obra de Fourier seria a real matemática do positivismo.

O entusiasmo que Comte demonstra por Fourier em toda sua obra, seja na parte sobre matemática, seja na parte sobre Física, levamos, como destaca Bachelard, à conclusão de que Fourier serviu

realmente de modelo para o espírito positivista. As descobertas de Fourier sobre a Termologia ganharam para Comte um significado tão grande que ele compara essa descoberta, sem restrições, à de Newton sobre a força da gravidade.

Comte foi criticado devido à sua intransigência com respeito à limitação das pesquisas científicas. Todavia, a obra de Fourier fornece uma legitimação desse modo de ver, uma vez que possui "espírito de prudência e de limitação", que representa o espírito positivista. Na Termologia, esse é o primeiro sinal de *positivité*, do rompimento com todas as pesquisas sobre a natureza do calor. "Uma das características da positividade é precisamente esta racionalidade, pela qual a experiência se revela inteiramente adaptável à matemática" (BACHELARD, 1928, p. 59).

Na opinião de Bachelard, Comte colocou as conquistas matemáticas em um nível muito elevado. Aparentemente, ele possuía uma profunda intuição sobre a funcionalidade da matemática e da física. Em sua opinião, não haveria fenômeno que não pudesse ser traduzido em uma expressão matemática – *a ciência matemática possui uma universalidade lógica* –, o que significa que a matemática possui a universalidade da aplicação.

Isso, porém, somente se a lógica e o método se inter-relacionarem com a estrutura do objeto e não apresentarem uma meta-análise meramente formal ou linguística, como acontece com os lógicos modernos. Realmente, foi uma profunda intuição que levou Comte a fazer derivar o caráter metódico e lógico de toda ciência a partir de sua funcionalidade para a aplicação.

Bachelard percebe uma visão positivista no método empregado por Fourier para resolver o problema do calor, o qual pode ser definido como uma composição térmica do fenômeno. Não é somente uma simples descrição de fatos, mas sim uma explicação de fatos através de fatos de uma outra ordem, *"através de esquemas verdadeiros, que podem unificar os fatos matemáticos"* (BACHELARD, 1928, p. 68). A teoria é importante para Comte, porque ela desenvolve a inter-relação subjacente aos fatos. Por essa razão, Comte não é um simples empirista.

As críticas ao positivismo de Comte com relação às restrições feitas às pesquisas exatas são, na opinião de Bachelard, pouco justificadas. Na realidade, Comte tinha não somente uma meta prática, mas também um objetivo técnico e social. Isso significa que a utilidade de uma descoberta deve estar relacionada ao verdadeiro interesse geral e sistemático. Bachelard cita um exemplo no qual Comte trata detalhadamente um problema de calor. Trata-se da variação do coeficiente de condutibilidade e do calor específico. A questão é se possuímos ou não um instrumento teórico para analisar o fenômeno da condutibilidade. Comte destaca a ignorância da ciência da época, observando as leis da mudança dos coeficientes térmicos como função da temperatura. Em sua opinião, durante muito tempo os geômetras e os físicos foram obrigados a encarar a condutibilidade e o calor específico como constantes e foram, assim, levados a manter uma abordagem mais ou menos grosseira do fenômeno. Segundo Bachelard, nesse pensamento de Comte, não há sinal de recusa à precisão. Ao contrário, existe o cuidado científico para que a explicação e a medida permaneçam homogêneas. Essa regra que, de acordo com Bachelard, surgiu da epistemologia comtiana, pode ainda hoje servir de ideal para o pesquisador e o teórico moderno.

Na intransigência de Comte no que se refere à rejeição ao espírito metafísico, Bachelard vislumbra uma tendência necessária em uma época na qual a ciência deveria garantir suas bases. Não se pode negar que Comte possuía uma visão clara das condições científicas de seu tempo e, principalmente, que possuía a compreensão exata da organização indispensável para se trabalhar em uma sociedade culta.

ANÁLISE DA CONCEPÇÃO MATEMÁTICA DE COMTE POR SERRES

Michel Serres (1930-2019) foi professor da Université de Paris, Panthéon Sorbonne e Stanford University; pesquisador na área de história da ciência e algumas de suas publicações são: *Le Système de Leibniz et ses modèles mathématiques* (1968); editor do *Cours de*

Auguste Comte (1975); *La Naissance de la physique dans les texte de Lucrèce* (1977); *Statues* (1987); *Hermes: uma filosofia das ciências* (1990).

No livro *Philosophie première: Cours de Philosophie*, apresentando o texto completo de Auguste Comte (*Philosophie Positive*), Serres analisa a concepção filosófica de Comte da primeira à trigésima quarta lição, sob forma de notas e comentários. No início de cada capítulo, ele fornece um resumo das ideias principais, que denomina o "Plano da Lição", e comenta o texto em notas de rodapé. A verdadeira matemática forma-se nos olhos de Comte, juntamente com Leibniz e Newton. Anteriormente a Descartes, a Matemática encontrava-se na Pré-História (SERRES, *apud* COMTE, 1975, p. 65).

Tanto nas lições sobre mecânica como nas de astronomia e física dominam os nomes de Lagrange, Laplace e Fourier. De acordo com Serres, a análise que Comte faz com relação às funções diretas e indiretas, na tentativa de definir o objeto de estudo da matemática, distancia-se dos problemas da matemática pura, salientado que os problemas são mais de ordem física do que mecânica. Comte transfere o objeto da matemática do conceito de medida para o conceito de relação (SERRES, *apud* COMTE, 1975, p. 68). Quando Comte fornece exemplos de medições indiretas – como, por exemplo, a queda dos corpos, a balística ou a triangulação, Serres identifica nesses exemplos a visão positivista. Todos eles são casos da astronomia, mecânica ou física. Na opinião dele, esse "fisicismo" leva a uma teoria instrumentalista da matemática, a uma concepção "politécnica" da matemática (SERRES, *apud* COMTE, 1975, p. 68). Com relação a Comte, Serres repete muitas vezes a denominação de "politécnico". Essa designação pode ser atribuída ao fato de Comte ter sido aluno na Escola Politécnica de Paris. Todavia, concordo com Serres de que o "fisicismo" de Comte levou-o a uma visão muito instrumentalista da matemática. A matemática tornou-se uma espécie de "criada" das demais ciências.

Segundo Serres, a matemática concreta de Comte é um tipo de física, cujo objetivo é descobrir as equações dos fenômenos. Por essa razão, a matemática é limitada, ela permanece ao nível da geometria

e da mecânica. "A primeira parece ser absorvida pela segunda, já que a geometria é estática" (SERRES *apud* COMTE, 1975, p. 74).

Comte afirma que as teorias analíticas são mais simples e mais gerais do que as da matemática concreta. Serres reconhece nessa questão a lei segundo a qual tudo o que vem antes é independente do que vem depois, como em uma lei cartesiana. "Ela regula a ordem enciclopédica de Comte" (SERRES *apud* COMTE, 1975, p. 83).

Apesar das concepções predominantes sobre a análise – em especial após os trabalhos de Lagrange – ainda conservarem traços de sua origem geométrica ou mecânica, segundo Comte, é possível demonstrá-las de uma maneira puramente abstrata em um sistema único é contínuo (SERRES *apud* COMTE, 1975, p. 84).

Serres percebe que as ideias de Lagrange são citadas na introdução à teoria das funções analíticas. Um dos projetos de Comte, ou melhor, sua intenção, é seguir os passos de Lagrange, mas ele ainda não tem certeza para que serve o modelo, em especial no que se refere à natureza e aos métodos da matemática. Além disso, Serres reconhece na definição de função formulada por Comte a concepção de Lagrange. Com relação à teoria numérica, Serres critica Comte por dar maior importância às tabelas numéricas do que à própria teoria numérica. Com isso, Comte revela sua concepção "politécnica" da matemática. Ao contrário da tendência manifesta no século XIX de "aritmétizar" a análise, Comte "algebriza" a aritmética (SERRES *apud* COMTE, 1975, p. 91). Serres critica também o modo de Comte tratar a aritmética, devido à completa ausência da análise combinatória.

Para Comte, o termo "álgebra" significa o cálculo das funções diretas, isto é, ela tem como objeto direto a solução de equações. As equações são definidas por meio de funções abstratas. Serres encontra um paradoxo na quarta lição: ao mesmo tempo que Comte tenta reduzir a aritmética à álgebra, ele reduz as funções simples às operações da aritmética. A crítica de Serres está bem justificada aqui.

Na quinta lição, Comte tece observações gerais sobre o cálculo de funções diretas ou sobre a álgebra. Na dicotomia "direto-indireto", Serres percebe uma maneira de esconder a distinção entre

simples e derivado. Para Comte, o termo "indireto" é uma maneira de generalizar o termo derivado de Lagrange. Serres observa uma característica de Comte que se estende na totalidade da *Filosofia Positiva*: a mania da classificação. A lei da classificação por grau de dificuldade pode ser vista na classificação das equações, bem como na classificação das ciências (SERRES *apud* COMTE, 1975, p. 98). Novamente, tendemos a concordar com Serres.

O REFLEXO DA MATEMÁTICA DE LAGRANGE SOBRE A FILOSOFIA POSITIVA DE AUGUSTE COMTE, SEGUNDO FRASER

Em seu artigo, "*Lagrange's analytical mathematics, its cartesian origins and reception in Comtes positive Philosophy*", Fraser tenta analisar e também encontrar a origem da concepção comtiana de matemática. Ele percebe uma forte influência das ideias de Lagrange. Comte utilizou o trabalho científico de Lagrange como modelo para a matemática e também como um modelo científico para a física.

Lagrange via na análise um meio de unificar as diferentes áreas da matemática, tanto da matemática pura como da aplicada. O caráter analítico da matemática confere unidade e generalidade. A tendência fundamental do trabalho de Lagrange, isto é, a orientação fundamental que ele segue, é a da concepção algébrica da análise, como ela era entendida no contexto do século XVIII.

Fraser avalia o trabalho de Comte sobre a matemática, a partir de uma perspectiva filosófica, como atípica para a época. Com seu trabalho, ele tentou oferecer uma visão geral da matemática e, ao mesmo tempo, incluiu em suas observações discussões sobre áreas avançadas da matemática, como, por exemplo, teoria das soluções singulares da equação diferencial e apresentação das funções não contínuas desenvolvidas em séries trigonométricas, etc. Na opinião de Fraser, assim como seus contemporâneos, Comte entendia a Matemática como sendo uma ciência que havia atingido um estado quase perfeito, um estado de constância, segundo ele.

Na maneira de Comte abordar a matemática, Fraser percebe semelhanças com o grupo de matemáticos integrado por Georg Peacock (1791-1858), Martin Ohm (1792-1872) e Bernard Bolzano

(1781-1848). "Todas essas pessoas, em áreas filosóficas, separaram geometria de aritmética e álgebra. Todos consideraram Lagrange o líder do pensamento matemático do período anterior e todos viam a si mesmos desenvolvendo as concepções contidas em sua obra" (FRASER, 1990, p. 11). Todos os membros desse grupo encaram a geometria como ciência aplicada. O que distinguia Comte da maioria do grupo – mas não de Bolzano – era o fato de ele querer integrar a matemática em um sistema geral de conhecimento positivo. Além disso, sua concepção de matemática era marcada por uma filosofia empirista e por uma forte rejeição do metafísico.

Fraser afirma que Comte definiu a "Theorie des Fonctions Analytiques" de Lagrange como a apresentação mais satisfatória do cálculo infinitesimal. Comte levou em consideração que muitas expressões formais foram introduzidas na matemática com o objetivo único de facilitar o cálculo. Dessa maneira, por exemplo, a derivada consistia, para ele, em grandezas auxiliares, cuja introdução significava meramente um artefato lógico necessário; por isso, ele foi levado a definir o cálculo infinitesimal como cálculo das funções indiretas.

Fraser acredita que a parte da matemática que Comte denomina de concreta assume uma posição prioritária dentro do sistema comtiano. Comte rejeita a concepção antiga da geometria como sendo uma ciência puramente lógica e independente da observação e, ao contrário de D'Alembert, por exemplo, vê a geometria como uma ciência da observação, da medição e da extensão. Muito mais do que a geometria, a mecânica é uma ciência da observação dos fatos gerais. Segundo Fraser, Comte ressalta que a mecânica: "[...] não se preocupa com as causas ou origens das forças, mas somente com os movimentos que elas produzem, um ponto de vista que se tornaria uma importante doutrina da ciência física positivista" (FRASER, 1990, p. 13).

Com isso, Fraser conclui que, na década de 1820, dando continuidade aos trabalhos de Cauchy, que começaram a posicionar os fundamentos do Cálculo baseado em princípios aritméticos rígidos, o reconhecimento dessa nova visão do cálculo, ou seja, de sua

aritimetização, mostra que os trabalhos de Lagrange estavam ultrapassados. Assim, ele concluiu que "O pensamento matemático de Comte não era mais válido, ele não era mais uma apresentação avançada da matemática" (FRASER, 1990, p. 14).

ANÁLISE DA CONCEPÇÃO MATEMÁTICA DE COMTE, POR VERDENAL

Segundo Verdenal, Comte esforçou-se para separar a aritmética da álgebra e contentou-se em dispor as funções elementares em uma lista bem catalogada. A ciência positiva dá prioridade à ideia da totalidade e não ao detalhe. A Filosofia Positiva utiliza as ideias do século XVIII – de Locke, Hume, Condillac, Cabanis, Destutt de Tracy – que separam a ciência da religião. Verdenal salientou: "O que, na verdade, falta totalmente em Comte é o conceito de 'fenômeno matemático'. Ele não sabe que as técnicas de cálculo pressupõem leis gerais sobre o tipo da Matemática. Essas leis são denominadas 'estruturas' matemáticas" (VERDENAL, 1974, p. 200).

Verdenal afirma que a filosofia da matemática pela qual Comte se orienta é a de Lagrange: acima de todas as disciplinas, encontra-se a álgebra. Apesar de ser um seguidor de Lagrange, segundo Verdenal, ele não entendeu corretamente a ideia de Lagrange: Comte "[...] decidiu que as pesquisas sobre as soluções das equações algébricas deveriam ser concluídas exatamente na época quando as pesquisas de Galois ocorreram em 1831 [...]" (VERDENAL, 1974, p. 201).

Segundo a crítica feita por Verdenal, Comte vê a matemática como uma ciência fechada. Entretanto, essa concepção é encontrada com frequência entre matemáticos e cientistas do século XVIII e início do século XIX. Exemplo disso encontra-se em um dos grandes matemáticos da França, Cauchy. Em 1811, falando sobre os "limites do conhecimento humano", ele se expressou assim: "A aritmética a geometria, a álgebra e as matemáticas transcendentais são ciências que podem ser consideradas como terminadas, e que não resta nada mais a fazer além de úteis aplicações" (CAUCHY, 1974, p. 6).

ALGUNS COMENTÁRIOS SOBRE AS ANÁLISES PRECEDENTES

Pretende-se que a bibliografia secundária citada sirva de auxílio para a análise da concepção matemática de Comte. Como já frisamos, apesar de os autores analisarem a obra de Comte a partir de diferentes perspectivas, nela foram encontradas por eles características comuns. Por exemplo, a forte influência cartesiana, também aquela de Lagrange, D'Alembert e, principalmente, Fourier. O que emerge claramente da análise de Verdenal é a ausência do conceito de objeto matemático em Comte. Outra questão significativa para a análise é a transição do conceito de substância para o conceito de função, destacada por Serres. A seguir, apresentarei duas teses por mim formuladas, em caráter de exemplo, que resumem o pensamento de Comte sobre a matemática:

- os objetos da matemática não são construídos, eles são dados, eles existem, são seres quase empíricos;
- os processos da matemática desenvolvem-se como uma transição da *medição direta* para a *medição indireta* (segundo a definição comtiana da matemática).

COMTE E AS CIÊNCIAS MATEMÁTICAS

Em 1819, Comte publicou algumas considerações sobre a filosofia da matemática: *Essais sur quelques points de la philosophie des mathématiques*. Nesse trabalho, já se pode notar a visão generalista de ciência que ele defende em sua obra posterior, *Curso de Filosofia Positiva*. Comte considera a filosofia como uma ciência que abrange o todo, e é por isso que a filosofia da matemática resulta de considerações sobre as conexões da matemática. Ele afirma inclusive que a capacidade filosófica e a capacidade especialista se excluem mutuamente. Uma das metas de seu artigo é contribuir para que seja concedida à pesquisa matemática um caráter filosófico mais acentuado.

Em suas reflexões sobre o cálculo das variações, datadas do ano de 1821, Comte faz interessantes observações que já revelam seu centro de interesse, quando comenta a Matemática no contexto

da filosofia positiva. Ele classifica os geômetras (em linguagem moderna, o termo significa matemáticos) em dois grupos: aqueles que são filósofos e os especialistas. Os geômetras com orientação mais filosófica, dentre os quais ele cita Lagrange e Fourier, são os que tentam trazer uma unidade maior às concepções gerais do cálculo transcendente. O segundo grupo, o dos geômetras especialistas, ocupa-se mais com as aplicações dos métodos à geometria e à mecânica. Comte critica os geômetras em geral, porque eles se ocupam muito pouco das generalidades matemáticas, uma vez que estão absorvidos pelas aplicações, e negligenciam a filosofia da ciência. Essa crítica pode ser vista na carta de Comte à Academia das Ciências, de 1836.

Comte acha que o espírito filosófico constantemente presente em suas reflexões leva-o involuntariamente a comparações generalizantes e provoca nele uma forte rejeição a tudo o que é especialidade. Ele enfatiza em seu *Discurso sobre o Espírito Positivo*:

Este domínio empírico do espírito sobre o detalhe, por parte da maioria dos atuais docentes vivos, bem como sua aversão cega contra toda generalização, é reforçado principalmente na França pelo hábito de se unirem em academias, nas quais os diversos preconceitos analíticos se reforçam mutuamente, onde com muita frequência se formam interesses nocivos, onde se organiza um tipo de rebelião permanente contra o modo de pensar doravante sintético [...] (COMTE, 1844, p. 165).

Ele critica a Academia, uma vez que essa escolhe para a docência das ciências na Escola Politécnica de Paris somente cientistas que apoiam a "educação isolada das diversas áreas das ciências naturais". Além disso, a referida Academia julga os candidatos através de "memórias"⁶ que eles apresentam sobre temas muito específicos. Para Comte, a aptidão para a docência na área científica resulta da investigação aprofundada do espírito da própria ciência, do julgamento de seus métodos fundamentais e principalmente da capacidade de coordenar suas subáreas. Somente a aptidão de pesquisar uma área determinada da ciência não parece ser garantia suficiente para a habilitação ao ensino. A carta prossegue com comentários

6 Em linguagem moderna, "memórias" significa artigos científicos.

críticos sobre essa aptidão, afirmando que, na maioria das vezes, não se encontra o espírito de especialista e o espírito generalista unidos numa mesma pessoa. Segundo Comte, a experiência tem demonstrado que uma profunda incapacidade para o ensino, oral ou escrita, é perfeitamente compatível com um grande talento para a pesquisa especializada. Na sua opinião, há vários exemplos desse tipo de profissional na Escola Politécnica de Paris. O trabalho que ele escreveu nos primeiros volumes do *Curso de Filosofia Positiva* seria suficiente, desde seu próprio ponto de vista, para habilitá-lo ao ensino na referida escola.

A disciplina almejada por Comte na Escola Politécnica de Paris era a de análise transcendente e mecânica racional. Segundo o autor, essa disciplina estava destinada principalmente a enfatizar as concepções básicas da ciência matemática, de maneira a possibilitar uma ligação entre as partes. Por essa razão, seria necessário possuir um espírito filosófico, a fim de habilitar-se ao ensino de tal disciplina. Comte via na docência da Escola Politécnica tal como era exercida uma tendência errônea de se ocupar principalmente do ensino de fórmulas abstratas, sem tratar das interpretações concretas; uma educação que era destinada somente a especulações analíticas. Ainda nessa mesma carta, ele diz que dedicara toda a sua existência à docência da matemática, em todas as suas formas e graus, de maneira que essa experiência prática seria mais uma razão que justificaria sua inscrição como candidato a uma vaga no ensino (Carta ao Presidente da Academia de Ciências de Paris, 19.9.1836).

Comte irritou com sua insistência e argumentos os membros da Academia de Ciência de Paris em tal grau que ele nunca teve acesso nem à Academia e nem à Escola Politécnica de Paris.

INFLUÊNCIA DE CONDILLAC

A concepção de Comte sobre a matemática passou por mudanças, a maioria das quais determinadas por influência que sofreu, como por exemplo, de um exemplo para a mudança de concepção

de Comte sobre a matemática é a influência de Étienne Bonnot de Condillac (1714-1780), cuja influência sobre seus trabalhos, foi muito significativa no início, diminuindo, porém, visivelmente, alguns anos mais tarde. Em 1818, Comte denomina três tipos diferentes de linguagem: ordinária ou comum, aritmética e algébrica. Ele compara as três e conclui: a linguagem aritmética é um aperfeiçoamento das linguagens comuns, no que se refere à ideia da quantidade; a linguagem algébrica, ao contrário, é um aperfeiçoamento da linguagem aritmética e apresenta vantagens em comparação às outras linguagens. Ele enfatiza a importância de transmitir aos alunos essa ideia grande e iluminada, segundo a qual a Álgebra seria uma linguagem: "A álgebra é uma linguagem como as outras e a única diferença é que esta é uma linguagem mais perfeita que as outras" (COMTE, 1970, p. 502). Para mostrar sucintamente a vantagem da linguagem algébrica em comparação à aritmética, Comte diz que é mais fácil refletir de um modo geral e se servir de símbolos gerais, do que utilizar símbolos especiais. Isso corresponde exatamente à concepção de Condillac:

[...] na matemática, fala-se com precisão, porque a álgebra, essa criação genial, é uma linguagem na qual não se pode falar mal de nada. [...] A linguagem da matemática – a álgebra – é a mais simples de todas as linguagens [...]. Eu não afirmo, como alguns matemáticos, que a álgebra é um tipo de linguagem. Eu digo que ela é uma linguagem e não pode ser outra coisa. [...] A álgebra é uma linguagem bem formada. [...] A matemática é uma ciência plenamente representada, e sua linguagem é a álgebra (CONDILLAC, 1970, p. 79, 96; 103, 122).

Dez anos mais tarde, Comte modificaria sua concepção sobre a álgebra: a álgebra não é mais uma linguagem, mas sim uma ciência, que tem como sintaxe o cálculo das funções, diz ele. Ele critica Condillac em seu *Curso de Filosofia Positiva*, denominando-o de metafísico e dizendo que ele teria exagerado na significância dos símbolos.

As observações de Comte tanto sobre a matemática abstrata como sobre a matemática concreta mostram que ele não estava interessado na discussão dos fundamentos da matemática no

sentido em que se entende esse tema hoje. Na verdade, ele se interessava em construir um sistema⁷ coerente. Seu sistema pode ser entendido como um "edifício" do conhecimento científico. Para construí-lo, era importante encontrar os "pilares" e os "alicerces" sobre os quais fosse possível apoiá-los. Era necessário organizar um sistema lógico, no qual as noções fossem hierarquizadas. Para essa finalidade, era necessário determinar, com extrema exatidão, o lugar que cada ciência ocuparia, de modo a se atingir um sistema coerente.

Consequentemente, a matemática é escolhida como "alicerce" do edifício – a base para todas as ciências – e é como uma ciência, nesse sentido, que Comte a trata. Todas as suas observações são, portanto, gerais, jamais específicas; as noções são classificadas e hierarquizadas, para que fosse possível alcançar, de uma maneira simples, a ideia do todo. Nesse sentido, Comte está ligado mais fortemente ao séc. XVIII e aos enciclopedistas do que ao séc. XIX e às discussões que outros matemáticos conduziam sobre os fundamentos da Matemática, como, por exemplo, Bolzano, Gauss, Cauchy, Richard Dedekind, Frege, e assim por diante. Existe de certa forma, com o positivismo de Comte, um retorno ao iluminismo.

A APRESENTAÇÃO DA MATEMÁTICA NA FILOSOFIA POSITIVA

A obra *Cours de Philosophie Positive* foi escrita por Comte entre 1830 e 1842. Composta de 6 volumes, nos três primeiros ela trata da matemática, astronomia, física, química e biologia e nos três últimos, de física social, isto é, sociologia.

⁷ Na *Encyclopédia*, o termo sistema é definido como a ordenação de diferentes partes de um "todo" ou de uma ciência, e de tal maneira que elas se sustentam mutuamente, sendo que as partes finais seriam explicadas através das iniciais. Aquelas das quais depende a causa das outras são chamadas de "princípios" e o sistema é tão perfeito quanto menor for o número de seus princípios. No caso ideal é possível reduzir os princípios a um único (ver *Encyclopédia* de D'Alembert e Diderot, 1765, v. 15).

Quadro 3: Conteúdos dos volumes da Filosofia Positiva

Número do volume	Tema	Ano de Publicação
1	Filosofia da matemática	1830
2	Filosofia da astronomia e física	1835
3	Filosofia da física social	1838
4	Física social (parte dogmática)	1838
5	Física social (parte histórica)	1841
6	Física social (continuação)	1842

Fonte: Elaborado pela autora

Nos capítulos 3 a 18 do primeiro volume do *Curso de Filosofia Positiva*, o autor aborda a matemática abstrata e concreta, isto é, apresenta observações gerais sobre cálculo, geometria e mecânica racional. Em outras palavras, Comte faz observações sobre a filosofia da matemática, da maneira que ele a compreende.

Quadro 4: Capítulos 3-18 do Primeiro Volume

Área do conhecimento	Capítulo	Título do capítulo
Filosofia	1	Exposição da finalidade dessa obra ou reflexão sobre a natureza e importância da Filosofia Positiva
	2	Exposição do plano dessa obra ou reflexão geral sobre a hierarquia das ciências positivas
Matemática Abstrata	3	Considerações filosóficas sobre o <i>todo</i> da ciência matemática
	4	Considerações <i>gerais</i> sobre a análise matemática
Cálculo	5	Considerações <i>gerais</i> sobre o Cálculo com funções diretas
	6	Comparação dos aspectos <i>gerais</i> sob os quais o Cálculo com funções indiretas pode ser considerado
	7	Panorama <i>geral</i> do cálculo com funções indiretas
	8	Considerações <i>gerais</i> sobre o cálculo variacional
	9	Considerações <i>gerais</i> sobre o cálculo com diferenças finitas
Geometria	10	Panorama <i>geral</i> sobre a Geometria
	11	Considerações <i>gerais</i> sobre a Geometria especial ou introdutória
	12	Conceitos fundamentais da Geometria <i>Geral</i> ou Analítica
	13	Sobre a Geometria <i>geral</i> de duas dimensões
	14	Sobre a Geometria <i>geral</i> de três dimensões

Mecânica	15	Considerações filosóficas sobre os princípios fundamentais da Mecânica Racional
	16	Considerações <i>gerais</i> sobre a Estática
	17	Considerações <i>gerais</i> sobre a Dinâmica
	18	Considerações sobre os teoremas <i>gerais</i> da Mecânica Racional

Fonte: Elaborado pela autora

Analisando os capítulos do Quadro 4, observa-se que Comte tentou deixar claro, nos títulos, que ele aspirava a considerações gerais sobre a matemática.

Comte percebeu que o desenvolvimento da matemática se tornava cada dia mais especializado e que o progresso dessa especialização faria com que a visão sobre as inter-relações dessas ciências se perdesse. Esse progresso não dizia respeito somente à teoria da matemática, mas também à sua aplicação. Em sua opinião, era necessário tentar unir as partes em um único sistema, a fim de conceder um caráter filosófico a essa ciência e prepará-la para novos progressos.

O ponto de partida para se compreender a ciência da matemática em seu contexto é a "definição da matemática"⁸. Comte critica as definições comuns, segundo as quais a "*matemática é a ciência das grandezas ou a ciência que tem como objeto a medição das grandezas*" (COMTE, 1975, p. 66). A palavra-chave aqui é "medir". Comte tece inúmeras considerações sobre a medição direta das grandezas, sobre as dificuldades e até a impossibilidade de se medir a maioria das grandezas. Para resolver o problema da medição, ele propõe o método geral, que consiste em relacionar as medidas que não abrangem medidas diretas com outras que podem ser determinadas imediatamente, isto é, ele quer chegar a uma teoria da medida. Segundo Comte:

Devemos considerar como suficientemente constatada a impossibilidade de determinar, medindo diretamente, a maioria das grandezas que queremos conhecer. É este fato geral que exige a formação da ciência matemática [...] Pois, ao renunciar,

8 A definição da matemática na *Encyclopédie* é a seguinte: "*Mathématique ou Mathématiques c'est la science qui a pour objet les propriétés de la grandeur entant qu'elle est calculable ou mesurable*" (*Encyclopédie Méthodique*, Mathématiques, Paris, 1784, v. 2, p. 366).

em quase todos os casos, à medida imediata das grandezas, o espírito humano se viu obrigado a tentar determiná-las indiretamente, e dessa forma foi conduzido à criação das matemáticas (COMTE, 1975, p. 68).

Em consequência disso, no capítulo 3, Comte propõe a seguinte definição de matemática: "A definição exata dessa ciência resulta no esforço em determinar a grandeza de um dos objetos pela de outros, de acordo com as relações exatas que existem entre eles" (COMTE, 1975, p. 70).

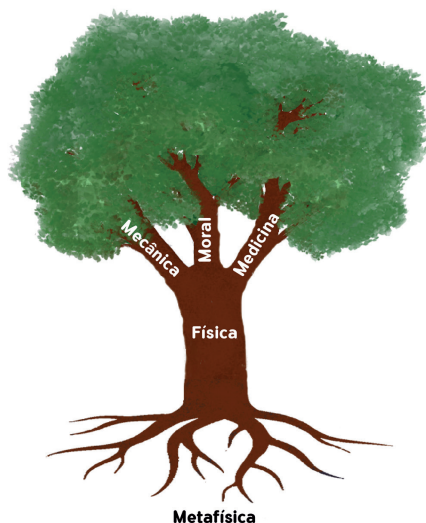
Entre as primeiras definições, encontra-se a de Aristóteles (384-322 a. C.): "Matemática é a ciência das grandezas" (CAJORI, 1980, p. 285). Essa visão da matemática perdurou por muitos séculos e foi só no renascimento que começaram a surgir versões modificadas daquela de Aristóteles. Com o decorrer dos séculos, a matemática começou a ser entendida como aquele corpo de conhecimentos que lida com números, grandezas, figuras, com medições, quantidade, ordem e inferências.

No século XVII, Pascal (1623-1662) considerava a matemática como o exercício supremo do espírito. Visão essa que seria compartilhada por muitos outros matemáticos durante muito tempo.

Descartes (1596-1650) parece ter se defrontado com o problema de classificar a matemática. Em sua filosofia ele esboça a árvore das ciências: nela as raízes são a metafísica; o tronco, a física; os ramos, as demais ciências que dela derivam, principalmente a medicina, a mecânica e a moral (Figura 4).

Nesta famosa árvore, estranhamente, não aparece a matemática. Surge então a hipótese de que a dificuldade de incluí-la, como um ramo das ciências derive, justamente, da falta de clareza quanto ao seu objeto. Para Descartes toda a ciência é um conhecimento certo e evidente e todos os demais, que são apenas prováveis, devem ser rejeitados. Entre as ciências já estabelecidas somente a aritmética e a geometria possuem a característica de certeza e evidência e, por isso, são mais certas que as demais. Quanto ao objeto dessas duas disciplinas, Descartes afirma que ele é puro, simples e consiste inteiramente em consequências que se pode deduzir racionalmente.

Figura 4: Representação da árvore das ciências segundo Descartes



Fonte: Desenho de Johny Dirlei da Silva A. Costa

Porque o objeto da matemática é mais claro, mais evidente e mais certo, ele é, então, o mais simples para Descartes. Mas que objeto é esse, o autor não diz.

O fio de continuidade leva de Descartes aos iluministas franceses. No discurso preliminar da Enciclopédia (1757-1780) de Diderot e D'Alembert, as digressões sobre o objeto da matemática voltam a inquietar ambos os cientistas:

Quanto às ciências matemáticas, [...] sua natureza e seu número absolutamente não nos devem iludir. É preciso mesmo confessar que, como todas as partes da Matemática não possuem um objeto igualmente simples, a certeza propriamente dita, a que é baseada em princípios necessariamente verdadeiros e evidentes por si próprios, também não pertence, nem igualmente nem da mesma maneira, a todas essas partes. Várias dentre elas apoiadas em princípios físicos, isto é, em verdades da experiência ou em simples hipóteses, não têm, por assim dizer, senão uma certeza de experiência ou mesmo de pura suposição. Para falar com exatidão, somente podemos considerar como marcadas pelo cunho da evidência aquelas que tratam

do cálculo das grandezas e das propriedades gerais da extensão, isto é, a álgebra, a geometria e a mecânica [...] (DIDEROT; D’ALEMBERT, 1750, p. 35).

Os enciclopedistas também se defrontaram com o dilema acerca do objeto da matemática, pois deixam subentendido que ela não tem apenas um objeto uma vez que é formada por várias ciências. Pode-se afirmar que até Comte, as definições clássicas de matemática tais como: “matemática é a ciência das grandezas”; “matemática é a ciência dos números” ou “matemática é a ciência que tem por objeto a medida indireta das grandezas”, inserem-se numa tipologia ingênua e não são satisfatórias devido à restrição do objeto, uma vez que não se poderia obter toda a matemática a partir delas.

Quadro 5: Concepção tradicional e de Comte

Concepção tradicional da matemática	Nova concepção de matemática - Comte
Os objetos da matemática são grandezas	Os objetos da matemática são funções
A matemática pura e a matemática aplicada são inseparáveis	A matemática abstrata separa-se de sua interpretação e aplicações
A linguagem matemática e sua interpretação formam uma unidade	A matemática se transforma em um tipo de metodologia ou metaconhecimento

Fonte: elaborado pela autora.

À concepção tradicional da matemática, representada principalmente pelos matemáticos dos séculos XVII e XVIII, segue-se uma nova concepção, na qual os objetos de estudo da matemática não são mais grandezas (objetos), mas funções. Comte faz parte dessa nova linha. No Quadro 5, apresenta-se uma síntese da mudança de concepção da matemática após o século XIX.

Para Comte, a verdadeira origem de todo o sistema científico reside em decompor a ciência matemática em seus três grandes ramos: cálculo, geometria e mecânica. O cálculo nasce das especulações puramente numéricas, que são as mais gerais, simples, abstratas e independentes a tal ponto que, "quase se confundem

com o impulso espontâneo do espírito positivo nas inteligências mais vulgares, como o confirma ainda, sob nossos olhos, a observação cotidiana do crescimento individual" (COMTE, 1983, p. 90).

No terceiro capítulo do *Curso de Filosofia Positiva*, Comte separa a matemática em abstrata e concreta. Segundo o autor, a natureza da matemática abstrata é muito clara. Ela é composta pelo cálculo e abrange tudo, desde os problemas de aritmética mais básicos até a análise transcendental. "A tarefa do cálculo consiste na resolução de todas as questões que dizem respeito aos números" (COMTE, 1975, p. 75).

A ideia fundamental da equação representa a origem de todos os trabalhos matemáticos, isto é, o verdadeiro ponto de partida do Cálculo. Entretanto, não existia, segundo ele, até aquele momento uma definição para o conceito de equação. O que Comte quer dizer aqui é que não havia uma definição satisfatória de equação. Na *Encyclopédie*, de Diderot, o verbete "equação" apresenta a seguinte definição: "*Equação significa uma expressão da mesma quantidade apresentada sob duas denominações*" (verbo de Condorcet). Para Lacroix, por exemplo, a definição de equação é a seguinte: "*Uma equação é a igualdade de duas quantidades*" (LACROIX, 1812, p. 12). As duas concepções se diferenciam pelo fato de que a primeira se refere a uma relação entre duas denominações linguísticas e a segunda, a uma relação entre dois objetos denominados. Na história da matemática, as duas concepções têm sido sempre confundidas. Em ambas, uma equação é determinada pela grandeza. A definição de equação não surge de um conceito de relação.

Por essa razão, Comte propõe a seguinte definição: "Toda equação é uma relação de igualdade entre duas funções abstratas de grandezas consideradas" (COMTE, 1975, p. 85).

Essa concepção, segundo a qual a equação não consiste em relação entre objetos, mas em uma relação entre suas funções foi, posteriormente, explicitada sistematicamente por Frege⁹ (FREGE, p. 102-126).

⁹ Frege está preocupado pura e simplesmente com a especificação de "equação", e não somente com identidades matemáticas (ver Frege. Sobre o sentido e o significado).

Na opinião de Frege, a classificação das equações só é possível levando-se em consideração a natureza dos *elementos analíticos*¹⁰ que a compõem. Dessa maneira, é possível uma separação geral entre as funções algébricas e transcendentais. As equações transcendentais causam, necessariamente, dificuldades maiores do que as algébricas.

Uma vez que define uma equação, em termos de *função*, Comte precisa apresentar a definição de uma função abstrata. Como a maioria de seus contemporâneos, ele teve dificuldade em formular uma definição para o conceito de função abstrata. Essa dificuldade persiste ainda hoje. Através do adjetivo "abstrato", Comte tenta diferenciar o conceito de função matemática de dependências funcionais que podem ser empiricamente observadas. Sua definição visa somente a uma distinção como essa, e ele não fornece nenhuma descrição construtiva do conceito de função matemática: "A priori, as funções que eu chamei de abstratas são aquelas que exprimem um modo de dependência entre as grandezas, que se pode conceber unicamente através de números, sem que seja necessário indicar nenhum fenômeno em que ele se realize" (COMTE, 1975, p. 85).

Em uma segunda etapa, Comte determina as funções abstratas recorrendo a dez funções elementares que ele enumera explicitamente, sem distinguir entre símbolo e referente (ver subtítulo: matemática concreta e abstrata).

Comte não considera a *álgebra* uma parte da aritmética. Ele critica a definição de Newton, segundo a qual a álgebra seria uma aritmética universal¹¹. Essa concepção dá uma ideia falsa da natureza

10 Comte não explica o significado do termo "elemento analítico". "*La classification rationnelle des équations, doit être évidemment déterminée par la nature des éléments analytiques dont se composent leurs membres: toute autre classification serait essentiellement arbitraire*" (Comte, 1830, p. 198). É provável que "elementos analíticos" se refiram às funções abstratas enumeráveis.

11 A definição de Newton em *Newton's Lectures on Algebra during 1673-1683: the copy later deposited in the Cambridge Archives*, com o título de *Universal Arithmetics* é a seguinte: "*Computation is conducted either by means of number as in common arithmetic, or through general variables, as in the habit of analytical mathematics. Both types rest on the same foundations and directed to the same goal, the arithmetical proceeding indeed by an approach which is definite and particu-*

das duas disciplinas. Álgebra é o cálculo com funções e esse é composto de duas partes: a primeira parte é o cálculo comum ou a álgebra em si; a segunda contém o cálculo transcendente. Também denominado cálculo infinitesimal.

Comte chama a atenção para o fato de que o objetivo da álgebra é a simplificação dos princípios das equações. As funções abstratas foram então divididas por ele em funções diretas e indiretas. Entretanto, em seu texto ele não explica a terminologia das funções diretas e indiretas.

O cálculo das funções diretas é também a base fundamental de toda a análise matemática. O objetivo da álgebra é a solução das equações: "Vê-se que a álgebra pode ser definida, em geral, como tendo por objeto a resolução de equações" (COMTE, 1975, p. 89). Ele classifica as equações em algébricas ou transcendentais e constata que o estudo das últimas ainda deixa muito a desejar, pois equações do tipo $a^x + b^x = e^x$ ainda não foram resolvidas.

Uma forma de distinguir a aritmética da álgebra pode ser feita por meio de seu objeto de estudo. O objeto de estudo da aritmética são os números, ao passo que o da álgebra são as funções. Todas as questões de cálculo se resumem a duas partes necessárias e distintas: uma tem o objetivo de transformar as equações apresentadas, de maneira que o tipo de formação das grandezas desconhecidas seja destacado pelas grandezas conhecidas, e a outra segunda parte diz respeito ao cálculo das fórmulas, isto é, à descoberta dos valores numéricos.

A álgebra tem por objetivo resolver as equações, e a aritmética, determinar os valores das funções, isto é, ela se ocupa do cálculo dos valores. Apesar de Comte dividir o cálculo em dois ramos

lar, but the algebraic advancing in an indefinite, universal way so that almost all pronouncements which are made in this style of computation – and especially its conclusion – may be called theorems. However, algebra most excels, in contrast with arithmetic where questions are solved merely by progressing from given quantities to those sought. In that for the most part it regresses from the sought quantities. treated as given, as though these were the ones sought, so as ultimately and in any manner to attain some conclusion – that is. an equation – from which it is permissible to derive the quantity sought" (NEWTON, 1972, v. V. 55-57).

distintos, na verdade ele considera a aritmética como um prolongamento da álgebra ou como uma aplicação especial do cálculo das funções: "[...] o cálculo dos valores (aritmética) pode ser concebido simplesmente como um apêndice e uma aplicação particular do cálculo das funções, de tal maneira que a aritmética desaparece, por assim dizer, no conjunto da matemática abstrata como uma secção distinta" (COMTE, 1975, p. 91).

Na opinião de Serres, Comte algebriza a Aritmética. É por essa razão que Comte não confere uma relevância tão grande às discussões sobre números como confere à discussão sobre funções. Toda e qualquer discussão sobre a definição do objeto de estudo da matemática implica na definição da relação entre a álgebra e a aritmética. No quadro 6, são apresentadas duas alternativas:

Quadro 6: Concepção de Newton e de Comte sobre a aritmética e álgebra

NEWTON	COMTE
Álgebra  Aritmética	Álgebra  Aritmética

Fonte: elaborado pela autora.

Para Newton, a álgebra é uma aritmética generalizada (nesse sentido ele generaliza a aritmética), enquanto para Comte, a aritmética é uma especialização, uma parte da álgebra.

Exemplificando: para Comte, determinar um número (avaliar) significa nada menos que apresentar sua expressão simples na forma:

$$a + b\partial + c\partial^2 + d\partial^3 + \dots + p\partial^m$$

Sendo que " ∂ " é igual a 10 e os coeficientes a, b, c, d, etc. são números inteiros menores do que ∂ e não são negativos. Dessa maneira é possível representar a totalidade da Aritmética por meio de uma função abstrata. Isso significa que a álgebra, ou o cálculo das funções diretas, é suficiente para resolver todos os problemas da matemática que apresentam equações que não contêm

grandezas auxiliares, isto é, grandezas diferenciais. Assim, o objetivo da álgebra é resolver equações. Aliás, Comte dedica longas considerações sobre a classificação das equações e aos tipos de soluções para elas.

Ele esclarece que a causa das apresentações, até então errôneas, se deve ao tratamento incorreto desses conceitos matemáticos. Esses enganos consistiriam na confusão entre o conceito de valor e a ideia de função, e em resumo, a confusão entre a álgebra e a aritmética. Infelizmente, Comte não dá continuidade – como se desejaria – às discussões, de modo que permanece incompleto ou obscuro o que ele realmente queria dizer com a mistura entre a ideia de valor e a ideia de função.

Para Comte, a questão geral do cálculo consiste em duas partes distintas e ordenadas: a primeira seria a formação das equações, isto é, a parte algébrica do problema. A segunda seria calcular a fórmula obtida com valores numéricos; essa seria a parte aritmética do problema. E ele exemplifica: suponhamos que exista uma relação entre uma grandeza desconhecida x e duas grandezas conhecidas a e b , e que essa relação seja expressa através da equação $x^3 + 3ax = 2b$, como a que se obtém através da triseção de um ângulo. Se é possível expressar x como uma função de a e b por meio de uma série de transformações, chega-se a expressão:

$$x = \sqrt[3]{b + \sqrt{b^2 + a^3}} + \sqrt[3]{b - \sqrt{b^2 + a^3}}$$

Então o papel da álgebra terminou. O papel da aritmética, que começa nesse momento, consiste em calcular o valor de x com base nos valores definidos de a e b . Dessa maneira, o ponto de partida da aritmética é a álgebra. Consequentemente, os cálculos aritmético e algébrico distinguem-se na verdade, somente no que diz respeito ao objetivo firmado: a álgebra trata da relação entre as grandezas, e a aritmética, do valor dessas grandezas.

Não somente as reflexões sobre questões gerais da álgebra mereceram uma investigação filosófica por parte de Comte, mas também as questões mais específicas que, na sua opinião, dizem

respeito a pontos centrais da álgebra, ou seja, as "expressões imaginárias" e os "números negativos". Tanto os números imaginários como também os negativos podem ser melhor compreendidos se forem abordados sob o lado filosófico. Na opinião de Comte, todas as dificuldades com esses símbolos têm sido extremamente exageradas e por isso haveria a tendência de se introduzirem aqui considerações metafísicas¹².

Com relação aos números negativos, Comte amplia um pouco suas reflexões. Segundo ele, admitir o número negativo, significa considerá-lo como um artefato analítico que confere às fórmulas uma elasticidade maior. Do ponto de vista do abstrato, a teoria dos números negativos não deixa nada a desejar, bem como a relação de sua interpretação concreta.

A necessidade de admitir tais tipos de grandezas resulta de algumas considerações anteriormente feitas. A aplicação das mesmas como auxílio nos cálculos, a fim de tornarem a fórmula mais geral, não pode causar uma preocupação séria, e a doutrina abstrata das grandezas negativas é, por isso, justificada, mas não é o mesmo que acontece com sua doutrina concreta. Segundo essa última, é admirável que seja possível denominar as oposições contidas em certas grandezas através dos sinais de mais e menos (COMTE, 1975, p. 105).

O problema com esses símbolos pode ser resolvido facilmente, se eles forem considerados simplesmente como expressões algébricas: "[...] resulta necessariamente para os analistas a obrigação de admitir constantemente, indiferentemente, todos os tipos de expressões que possam gerar as combinações algébricas" (COMTE, 1975, p. 103).

A análise transcendente representa, para Comte, uma investigação de alto nível de abstração e ele demonstra seu entusiasmo com a seguinte expressão: "A análise transcendente, tal como Leibniz

12 O conceito de metafísica teve sua origem com Aristóteles. Segundo esse filósofo, essa ciência investiga os primeiros princípios e as principais causas, por isso chamada também de filosofia primeira. Na época moderna, surgiram concepções diferentes de metafísica, por exemplo com Francis Bacon que a considerava como a ciência das causas formais e finais, ao contrário da física que seria a ciência das causas materiais e eficientes (MORA, 1978, p. 183).

a formulou, constitui, sem dúvida, o mais alto pensamento que o espírito humano até o momento alcançou" (COMTE, 1975, p. 111). Sendo assim, a análise transcendente desempenha um papel muito importante na matemática, pois através dela é possível pesquisar leis matemáticas sob a forma de equações, nas quais fenômenos são descritos; por exemplo:

[...] uma única equação diferencial dá as tangentes de todas as curvas; uma outra, as suas retificações; uma terceira, as suas quadraturas; e mesmo uma fórmula invariável exprime a lei de todo movimento variado; enfim, uma única equação representa constantemente a repartição do calor nos corpos para casos quaisquer" (COMTE, 1975, p. 112).

As fórmulas diferenciais contêm uma generalização enorme. Uma única equação diferencial pode fornecer a solução para diversos problemas. Outra característica da análise transcendente é "[...] poder condensar a totalidade do sistema de uma ciência, como a geometria e a mecânica, em um pequeno número de fórmulas analíticas" (COMTE, 1975, p. 120). Na opinião de Comte, o cerne do cálculo infinitesimal está nas equações diferenciais, uma vez que o objeto de estudo desse cálculo é a montagem das equações que compõem o "[...] ponto de partida imprescindível sobre todas as investigações analíticas" (COMTE, 1975, p. 120).

A ideia fundamental do cálculo infinitesimal já estava clara com os geômetras gregos, como Eudoxo, que estabeleceu o método da exaustão. Assim mesmo, segundo Comte, há exageros na tentativa de comparar o método dos antigos ao método de cálculo dos modernos. Com Pierre de Fermat (1601-1665), inicia-se uma maneira moderna de abordar o Cálculo: o método para determinar os máximos mínimos.

Comte descreve, então, três concepções do Cálculo Infinitesimal: a de Leibniz, a de Newton e a de Lagrange.

A unidade completa do Cálculo e seu caráter puramente abstrato pode ser encontrada somente na concepção de Lagrange; por isso ela é a mais racional e a mais filosófica, pois é uma ampliação simples do cálculo comum, mas que, em seu estado atual, oferece dificuldades demasiadas para sua aplicação (COMTE, 1975, p. 123).

Em uma carta ao amigo Valat, em 1817¹³, Comte escreveu que havia lido Monge e Lagrange. Comte tinha uma admiração especial por Lagrange, a quem ele colocou no mesmo nível que Descartes, embora essa admiração tenha diminuído no decorrer de sua vida. Todavia Comte não poupou críticas ao matemático que tanto elogiou, reconhecendo as limitações da concepção de Lagrange relativamente a alguns problemas do cálculo infinitesimal – sua concepção algébrica não seria adequada à aplicação. Essa constatação parece não estar conforme a interpretação de Fraser (1990), em que ele diz que Comte considerava a teoria analítica das funções de Lagrange de 1797, como a mais satisfatória das representações. Levy-Bruhl também é de opinião de que Comte teria assumido a concepção de Lagrange, já que ele a considerava melhor que a de Newton e Leibniz.

Na opinião de Comte, a concepção de Leibniz é a mais elevada, sob o ponto de vista de sua utilização nas aplicações, mas está fundamentada em ideias e princípios metafísicos errôneos, pois Leibniz:

[...] tinha apresentado uma explicação manifestamente errônea, dizendo que ele tratava os infinitamente pequenos como incomparáveis, e que ele os negligenciava face às quantidades finitas como grãos de areia em relação ao mar; consideração que desnaturou completamente sua análise (COMTE, 1975, p. 113).

Essa teoria representa um rompimento na unidade da matemática abstrata, porque ela não é uma continuação natural da análise comum: "[...] este defeito capital de romper a unidade da matemática abstrata levou à criação de um cálculo transcendente fundado sobre princípios diferentes daqueles que servem de base à análise ordinária" (COMTE, 1975, p. 122).

A concepção de Newton também representa um rompimento na unidade da matemática. Seu fundamento está correto, mas sua formalização é pouco adequada. Entretanto, no que se refere à

13 Em uma carta de 12.02.1817 a Valat, Comte diz: "Continuo sempre a trabalhar aqui numa solidão filosófica; é verdade que o inglês e as ciências exatas não ocupam o meu tempo todo, pois lhe acrescento o estudo das Ciências Morais e Políticas: passo por Siret e Boyer, leio Monge e Lagrange, medito Condorcet e Montesquieu".

concepção de Lagrange, ela é de uma simplicidade admirável, um êxito da álgebra. Através dessa concepção, atinge-se a unidade da matemática, pois o cálculo transcendente, que é apresentado como a continuação da análise comum, não é nada mais que uma álgebra mais elevada. Contudo, devido à dificuldade em sua aplicação, o cálculo de Lagrange apresenta uma desvantagem: a algebrização do cálculo infinitesimal por Lagrange resulta para a matemática abstrata numa construção fechada, enquanto que o conceito de Leibniz, estando mais próximo dos fenômenos físicos, torna-se mais simples de ser aplicado ao cálculo infinitesimal.

Comte conclui, então, que, para conhecer realmente a análise transcendente, não é suficiente observar as três concepções básicas, mas sim, é preciso que nos habituemos a seguir os três métodos quase que independentemente um do outro, de acordo com as necessidades. Esse é o conselho de Comte a todos aqueles que desejam formar um juízo filosófico a respeito do cálculo: "Em todas as outras partes da ciência matemática, a consideração de diversos métodos para uma única classe de questões pode ser útil, independentemente do interesse histórico que ela apresente, mas aqui, ao contrário, ela é indispensável" (COMTE, 1975, p. 124).

Para Comte, o estudo do cálculo infinitesimal reveste-se de suma importância, porque ele possibilita a redução da totalidade do sistema de uma ciência a um pequeno número de fórmulas analíticas. Desse modo, através de regras seguras e imutáveis, pode-se chegar à solução de problemas específicos. Esse também foi o objetivo de D'Alembert.

A exemplo de Comte, Lazare Carnot (1753-1823) percebeu que os diversos métodos do cálculo infinitesimal, que vinham se desenvolvendo desde os antigos até Lagrange, eram métodos equivalentes, mas vistos sob diferentes perspectivas. É necessário o hábito de escolher o método que apresenta o caminho mais simples sem, contudo, refutar outro, porque o método, na verdade, trata de especulações do espírito. Para Carnot, a análise de Leibniz é genericamente a mais adequada (CARNOT, 1921). Ao contrário de Comte, para Carnot, o infinitamente pequeno não era uma ideia vaga. Segundo ele, nada poderia ser mais

simples do que esse tipo de grandeza. Ele acrescenta que esses conceitos, que representam os princípios da análise, são mais bem fundamentados e mais claros do que os princípios da álgebra comum. As regras de sinais são, por exemplo, do ponto de vista metafísico, mais difíceis que as regras das grandezas infinitamente pequenas.

Segundo Comte, há três tipos de aplicações do cálculo diferencial: o desenvolvimento em séries de funções com uma ou mais variáveis, os máximos e mínimos e os valores singulares. Ele percebeu com clareza a relevância do estudo de séries, considerando-a a aplicação mais relevante do cálculo diferencial. Esse subdivide-se em duas teorias distintas: uma, que trata das funções de uma variável, e outra, com muitas variáveis. Segundo sua apreciação não há diferença significativa na abordagem de funções com uma variável ou várias variáveis. Se o cálculo diferencial não fosse "completo", isto é, se não fosse possível diferenciar todas as funções, aí sim essa teoria apresentaria uma dificuldade. Porém, em sua opinião, o cálculo diferencial é caracterizado por uma grande "universalidade", isto é, todas as funções conhecidas são diferenciáveis (COMTE, 1975, p. 131). Também Lacroix partilhava da mesma opinião, acreditando que qualquer função era diferenciável.

As perguntas sobre diferenciabilidade de funções não foram temas que mereceram a atenção dos matemáticos do século XVIII. Isso só veio a acontecer a partir da metade do século XIX, quando matemáticos como Johann Dirichlet (1805-1859) e Karl Weierstrass (1815-1897), entre outros, voltaram-se para essas questões e o tema foi amplamente debatido, sendo formulados os teoremas que enunciavam as condições para que funções fossem diferenciáveis ou integráveis.

Diversamente da diferenciabilidade, a questão da integração apresentava uma complexidade muito maior. Para Comte, com exceção da integração de funções racionais, essa parte da análise matemática ainda não teria alcançado um nível de desenvolvimento satisfatório. Essa constatação era procedente. Ele também tece uma crítica à utilização das integrais no desenvolvimento de séries infinitas¹⁴, cuja

14 Comte utiliza a expressão "séries indefinidas" (COMTE, 1975, p. 138).

aplicação, sob o ponto de vista algébrico, seria de utilidade mediana e, sob o ponto de vista da aritmética, sem nenhuma utilidade. Comte pensava que o problema jazia na dificuldade do emprego dessa série e na complexidade de encontrar a lei que rege seu termo geral.

Comte via na teoria da integral indefinida um tema importante para a análise transcendente, mas a teoria não se encaixava em seu sistema, porque ela não consistia de uma integração verdadeira¹⁵. Euler e seus contemporâneos deixaram a fundamentação do cálculo integral completamente de lado. Para Euler, por exemplo, o cálculo integral era somente um método; ele distinguia a integral definida da indefinida somente através da colocação de valores fixos e por isso ele nunca utilizou os valores limites. Em 1822, Cauchy definiu a integral definida como o limite de uma soma. Em 1825, ele escreveu um artigo intitulado *As integrais definidas colocadas entre limites imaginários*. Somente com o trabalho de Cauchy, as integrais definidas começaram a desempenhar um papel relevante na análise. Mas ainda muito trabalho estava por ser realizado, como muito bem observava Comte.

O capítulo 8 é dedicado às considerações gerais sobre o cálculo das variações, em especial sobre a parte do cálculo que trata dos máximos e mínimos. Essa parte do cálculo assume um significado especial, segundo Comte, principalmente devido a sua aplicação na geometria e na mecânica. A classe de problemas de que trata o cálculo das variações surgiu originariamente a partir de problemas mecânicos. Mais tarde, o objeto de estudo de suas pesquisas tornou-se mais geométrico. Para Comte, o método do cálculo das variações não é mais do que uma extensão considerável da análise transcendente. Ele propõe abordar o tema sob outro ângulo, que denomina de "análise hipertranscendente"¹⁶; todavia, essa nova abordagem não aparece em sua obra.

15 Comte não explica o que ele entende por "integração verdadeira", talvez ele se refira à integração de funções racionais.

16 Comte escreve na nota de rodapé: "Proponho-me a desenvolver esta nova reflexão posteriormente, num trabalho especial sobre o cálculo das variações, que visa apresentar o conjunto desta análise hipertranscendente a partir de um novo ponto de vista, que penso irá alargar o âmbito de aplicação geral" (COMTE, 1975, p. 147).

O capítulo 9 trata do cálculo das diferenças finitas, ou melhor, um estudo geral sobre séries. O tratamento geral das séries gira em torno de dois problemas fundamentais, a saber: 1) o pressuposto de que a lei da série é conhecida, isto é, o que se procura é a expressão de seu termo genérico; 2) sob as mesmas condições, será determinada a soma de um número qualquer dos termos de uma série. Esses problemas geram algumas dificuldades. Aqui, ele chama a atenção para a importância dos novos trabalhos de Fourier sobre as funções periódicas e descontínuas, que podem ser desenvolvidas em séries. Essa ideia foi introduzida por Euler, mas quem realmente a utilizou de maneira inovadora e essencial foi Fourier.

Comte finaliza as considerações gerais sobre a matemática abstrata com a observação de que considera o cálculo perfeito: "supõe-se perfeita a ciência do cálculo", de modo que se pode reduzir "a puras questões de análise todos os problemas que a geometria e a mecânica podem apresentar" (COMTE, 1975. p. 153). Nota-se, aqui, novamente uma forte semelhança com as concepções de Lagrange e Fourier. Logo, a filosofia ergue-se sobre dois fundamentos básicos, que possuem um alto grau de precisão e unidade, sendo a razão disso o fato de que toda realidade pode ser reduzida ao movimento e à extensão e, por isso, são a mecânica e a geometria as ciências aplicadas e concretas fundamentais.

O capítulo 10 inicia com uma abordagem geral sobre a geometria e o faz com as seguintes palavras:

A geometria deve ser concebida puramente como uma ciência natural. Ela é mais simples e, por isso, muito mais perfeita que as outras ciências naturais. Todavia, essa perfeição é bastante enganosa, a tal ponto que muitos estudiosos a tomaram por uma ciência da razão pura, a qual seria independente da observação (COMTE, 1883, p. 73).

Para Comte, a geometria é uma ciência, cujo objeto de estudo é a medida da extensão.

Essa definição de geometria é semelhante àquela que está na *Enciclopédia* de Diderot e D'Alembert: "Geometria é a ciência das propriedades da extensão, tanto quanto a consideremos como simplesmente extensa e figurada" (*Enciclopédia*, 1784, p. 128).

O conceito fundamental da geometria é, na opinião de Comte, o espaço, o qual não é idêntico em cada uma das figuras ou corpos. Suas primeiras reflexões sobre o conceito de espaço surgiram em um artigo de 1819 (COMTE, 1970, p. 521), no qual considera a ideia do espaço como uma criação puramente filosófica de nosso espírito. Em vez de perder tempo com discussões metafísicas absurdas sobre o espaço, Comte acredita que se deva abordar essa ideia de espaço de uma maneira filosófica, isto é, perceber que "o espaço é a criação de nossa imaginação que a nossa mente produz a fim de abstrair dela a extensão" (COMTE, 1970, p. 523). Ele resume suas reflexões sobre o espaço na seguinte frase: "O espaço é, assim, a 'característica', o 'rastro', a 'impressão' de todos os corpos que surge em nossa mente através da criação em nossa imaginação" (COMTE, 1970, p. 523).

Na Filosofia Positiva (1830), Comte retoma a discussão sobre o espaço e o define como um produto de nossa experiência:

Reduzida à sua aceção positiva, esta concepção consiste simplesmente em que, em lugar de considerar extensão nos próprios corpos, nós a supomos num meio indefinido, que nós consideramos como contendo todos os corpos do universo. Esta noção nos é naturalmente sugerida pela observação, quando nós pensamos na impressão que deixaria um corpo num fluido, onde ele teria sido colocado [...]. Quanto à natureza física desse espaço indefinido, nós o devemos espontaneamente representar; para facilitar, como análogo ao meio efetivo no qual vivemos, tanto que se esse meio fosse líquido, em lugar de gasoso, nosso espaço geométrico seria concebido sem dúvida também como líquido (COMTE, 1975, p. 155).

Essas duas definições demonstram que houve uma mudança na sua concepção sobre o espaço. De acordo com a primeira definição, o espaço é um conceito *a priori*, ao passo que, na segunda definição, o espaço é um conceito derivado da experiência.

Rosenfeld refere-se à segunda definição de Comte dizendo que, em sua opinião, a concepção sobre a origem do conceito cotidiano de geometria é muito semelhante à de Aristóteles¹⁷: ambas teriam surgido através de uma abstração de objetos do mundo

17 Em Aristóteles, o termo "topos" aparece frequentemente como denominação de espaço. Esse conceito está intimamente ligado ao conceito de corpo.

real. A crítica de Comte à geometria de Euclides consiste em uma crítica à ordem em que os conceitos geométricos foram apresentados. Essa ordem deveria ser inversa, isto é, a apresentação dos conceitos fundamentais deveria iniciar com o conceito de espaço. Rosenfeld (1988) afirma que "A visão de Comte está intimamente unida à matéria e difere radicalmente da noção newtoniana de espaço absoluto, que foi universalmente aceita em seu tempo" (ROSENFELD, 1988, p. 200).

Mais tarde, Ernst Mach (1836-1916) desenvolveu a ideia de Comte sobre a origem dos conceitos geométricos e criticou a teoria de Newton sobre o espaço absoluto.

Para Comte, o conceito de espaço é dado pela observação e consiste em um conceito fundamental da geometria. Outro conceito fundamental é o da extensão. A fim de conferir à geometria um caráter científico, é necessário distinguir entre extensão e espaço, de tal modo que a mente humana possa ter em conta todas as formas que puder imaginar. O conceito de espaço também é necessário para fornecer um tipo de base genética para a imaginação ou produção de todas as formas possíveis. As ideias de volume, de superfície e de reta apresentam diferentes tipos de extensão. Se iniciarmos com a ideia de corpo e, passo a passo, "abstrairmos uma dimensão",¹⁸ alcançaremos, naturalmente, a ideia de superfície. Por meio de um procedimento análogo, partindo da ideia de superfície, alcançaremos a ideia de reta e, por fim, a ideia de ponto. "As superfícies têm evidentemente a propriedade geral de circunscrever exatamente os volumes, e assim também as linhas, por sua parte, têm a propriedade geral de circunscrever as superfícies que são limitadas por pontos" (COMTE, 1975, p. 157).

O conceito de medida é importante para a definição de matemática e encontra-se entre os elementos fundamentais da geometria: "[...] a palavra medida, em sua acepção matemática direta e geral, significa simplesmente a avaliação das relações que grandezas homogêneas quaisquer têm entre si [...]" (COMTE, 1975, p. 358). A palavra medida designa simplesmente a estimativa das relações

18 Provavelmente, Comte não quis falar aqui em um processo de abstração, mas considerar a dimensão como limite.

existentes entre grandezas iguais. "Assim o objeto geral da geometria, relativamente às superfícies e aos volumes é o de propriamente reduzir todas as comparações das superfícies ou de volumes à simples comparações de linhas" (COMTE, 1975, p. 158).

É importante distinguir entre as medidas das linhas retas e das curvas. As primeiras podem ser consideradas medidas diretas e as segundas, medidas indiretas, isto é, elas necessitam do auxílio do cálculo infinitesimal para serem determinadas.

No capítulo 15, são abordados os princípios da mecânica. Os fenômenos da mecânica são mais complicados e mais concretos que os da geometria. Além disso, os problemas geométricos são independentes dos mecânicos, em vista dos fenômenos mecânicos necessitarem muitas vezes de um estudo geométrico. Por exemplo: a forma do corpo que atua sobre os fenômenos do movimento ou do equilíbrio.

A mecânica possui o caráter de uma ciência natural. Nos fundamentos dessa ciência, percebe-se uma confusão entre o ponto de vista abstrato e o concreto, o que impede que se possa distinguir claramente entre um objeto realmente físico e puramente lógico. Todavia, com a evolução da análise, que é um instrumento poderoso para essa ciência, a mecânica alcançou um intenso aperfeiçoamento.

Se considerarmos o objeto de estudo dessa ciência, é importante salientar que ele não incorpora as primeiras causas dos movimentos, o que, segundo Comte, não faria parte da Filosofia Positiva.

As leis fundamentais da mecânica podem ser reduzidas a três, que representam resultados simples da observação, sendo absurdo querer estabelecer *a priori* a realidade, ainda que isto tenha sido tentado. A primeira dessas leis é a da inércia, a qual, segundo Comte, devemos a Kepler. A segunda lei, de acordo com Newton, consiste no princípio da igualdade entre ação e reação. Comte observa aqui que o conhecido princípio de D'Alembert de reduzir os problemas da dinâmica à estática não é nada mais que a total generalização da lei de Newton, que é estendida a um sistema de forças quaisquer.

A terceira lei do movimento consiste no princípio da independência ou coexistência dos movimentos. A Galileu devemos essa lei, que conduz ao teorema geral da composição dos movimentos.

Comte divide a mecânica em estática e dinâmica e, no capítulo 16, aborda a estática. A dinâmica é o tema do capítulo 17. O estado de desenvolvimento da mecânica que Comte retrata aqui é aquele do *Traité de Dynamique*, de Lagrange.

MATEMÁTICA CONCRETA E ABSTRATA

Comte divide a matemática em abstrata e concreta. A matemática abstrata é formada pelo cálculo, que compreende a aritmética, álgebra e análise, ao passo que a matemática concreta compreende a geometria e a mecânica. Cada problema matemático possui então dois lados: um concreto e um abstrato. O lado concreto é o mais difícil, depende da consideração do fenômeno, enquanto o lado abstrato, que independe da natureza do fenômeno, reduz-se a um simples problema de números.

A parte abstrata é aquela que é unicamente instrumental, não é nada além do que uma extensão admirável da lógica natural sujeita a uma certa ordem de deduções. A Geometria e a Mecânica devem, ao contrário, ser consideradas como verdadeiras ciências naturais, assim como todas as outras ciências da observação [...] (COMTE, 1975, p. 64).

Comte vê a matemática sob duas perspectivas: de um lado, como uma filosofia natural e, outro, como base da Filosofia Positiva. Isto vale dizer que, para Comte, a matemática possui um duplo caráter: ela é tanto uma ciência natural – uma ciência concreta –, que abrange a geometria e a mecânica, como também a base da Filosofia Positiva, ou seja, ela é um instrumento para as outras ciências. A esse propósito ele diz:

No estado atual do desenvolvimento de nossos conhecimentos positivos, convém, eu creio, considerar a ciência matemática menos como uma parte constituinte da filosofia natural, que como sendo, a verdadeira base fundamental de toda esta filosofia, que ocorreu após Descartes e Newton. Mas se queremos falar exatamente, ela é ao mesmo tempo uma e outra (COMTE, 1975, p. 63).

O caráter filosófico da matemática concreta é principalmente experimental, físico, fenomenal, ao passo que o caráter filosófico da matemática abstrata é, basicamente, lógico e racional. A parte

concreta de todo problema matemático consiste na observação de objetos existentes no mundo que nos cerca, objetos fundados na natureza, diferentemente da parte abstrata do problema, que consiste em deduções racionais. Comte não se interessa pela discussão dos processos que a mente humana utiliza para descobrir as leis dos fenômenos; seu interesse reside tão somente na descoberta dessas leis.

Diametralmente oposta à concepção de Comte, está a de Descartes, que considera a Geometria alheia à experiência, por ser uma ciência à qual se chega através da dedução:

[...] infere-se claramente porque é que a Aritmética e a Geometria são mais certas que as outras disciplinas: elas são efetivamente as únicas que lidam com um objeto tão puro e simples que não se tem de fazer suposição alguma que a experiência torne incerta, e consistem inteiramente em consequências a deduzir racionalmente (DESCARTES, 1989, p. 17).

Para Comte, assim como a matemática possui duas partes, uma abstrata e outra concreta, as funções também são divididas em abstratas e concretas. Apesar de conferir um significado muito grande ao conceito de função, ele apresentou dificuldades quanto à sua definição.

A matemática do século XVIII está mais próxima da matemática de Descartes do que a de Leibniz, pois ela é muito mais sintética. Para Descartes, o problema central da matemática estava na solução de equações, que podem reduzir-se a uma questão de números, ao passo que, no séc. XIX, o conceito fundamental foi o da função contínua. Em torno desse conceito desenvolveram-se discussões centrais na Matemática.

A mudança no modo de pensar no que se refere justamente ao conceito de função é expressa por Bochner na seguinte citação:

Lagrange e Cauchy simplesmente não falam a mesma linguagem matemática, por mais que o vocabulário e a gramática sejam semelhantes. Por exemplo, para citar somente um ponto, independente do quanto Lagrange possa afirmar e insistir que uma função é para ele um objeto matemático abstrato, ele padroniza-as de alguma forma como resíduos de uma órbita mecânica ou, talvez, uma função física de estado; enquanto que, em Cauchy, órbitas, forças e pressões são sempre funções, como o são para nós hoje (BOCHNER, 1974, p. 837).

Itzigsohn, o editor alemão da *Análise Algébrica de Cauchy*, observa que, de acordo com esse autor, o conceito de função apoia-se sobre o da continuidade, enquanto que, para Euler, o "conceito de função coincide com o conceito de expressão analítica" (CAUCHY, 1885, p. III). Pode-se dizer que, na obra de Euler ou Lagrange, o conceito de função não é um conceito fundamental, ao passo que o é para Cauchy. Em razão de ser um conceito tão fundamental, deve ser introduzido por meio de sua qualidade mais importante, qual seja, a continuidade. Na obra de Comte, porém, não aparece explicitamente o conceito de continuidade. Ao contrário, a continuidade apoia-se no conceito da função abstrata, que não depende do fenômeno observado. As funções concretas expressam um tipo de dependência que não pode ser nem definida e nem conhecida, sem que seja ligada a um fato físico, geométrico ou mecânico. Segundo Comte, a maioria das funções abstratas tem sua origem em funções concretas. Ele dá o exemplo das funções x^2 , x^3 , que considera abstratas, mas que originariamente haviam sido concretas, já que expressavam a relação da superfície de um quadrado ou o volume de um cubo.

Como o conceito de função é essencial na concepção de matemática, selecionamos em ordem cronológica algumas definições do termo função.

Conceito de função segundo *Euler* (1707-1783):

Uma quantidade constante é uma quantidade determinada, que conserva sempre o mesmo valor [...]. Uma quantidade variável é uma quantidade indeterminada, ou, se desejarmos, uma quantidade universal, que compreende todos os valores determinados [...]. Uma função de quantidade variável é **uma expressão analítica** composta de qualquer maneira que seja, desta mesma quantidade ou de quantidades constantes (EULER, 1748, p. 3).

Conceito de função segundo *Lagrange* (1736-1813):

Denomina-se função de uma ou mais grandezas **toda expressão de cálculo** na qual essas grandezas estiverem presentes de algum modo, estejam elas separadas ou ligadas a outras grandezas, que são consideradas como dadas ou invariáveis, ao passo que as grandezas das funções podem adquirir todos os valores possíveis (LAGRANGE, 1798, p. 3).

Conceito de função segundo *José Anastácio da Cunha* (1744-178):

A variável que puder sempre admitir valor maior que qualquer grandeza que se proponha chamar-se-á infinita; e a variável que puder sempre admitir valor menor que qualquer grandeza que se proponha, chamar-se-á infinitésimo. Se o valor de uma expressão **A** **depender** de outra expressão **B**, chamar-se-á **A** uma função de **B**; e **B** raiz de **A** (CUNHA, 1790, p. 193).

Conceito de função segundo *Lacroix* (1765-1843):

Toda grandeza, cujo valor **depende de** uma ou mais grandezas, será denominada função das mesmas, independentemente de ser conhecido ou desconhecido através de que operações pode-se elevar essas às primeiras (LACROIX, 1799, p. 2).

Conceito de função segundo *Cauchy* (1789-1857):

Se grandezas variáveis se inter-relacionam de tal maneira que se pode deduzir do valor dado de uma variável os valores de todas as outras, é comum pensar que essas diferentes grandezas são expressadas por meio daquelas. Aquelas recebem o nome de variáveis independentes, ao passo que as outras, as grandezas expressas através das variáveis independentes, são as chamadas funções daquela variável (CAUCHY, 1885, p. 13).

Conceito de função segundo *Comte* (1798-1857):

Eu denomino de abstratas as funções que exprimem um **tipo de dependência** entre determinadas grandezas que podem ser representadas em números, sem denominar qualquer procedimento onde ocorra esse tipo de dependência (COMTE, 1975, p. 39).

As definições acima, ora expressam que função é uma expressão analítica ora que há uma relação de dependência entre as variáveis.

A importância do trabalho de Euler, de 1748, é inquestionável. Pela primeira vez o cálculo diferencial e integral e a geometria analítica são abordados de forma analítica, tendo como ponto de partida o conceito de função e continuidade. Seu trabalho constituiu-se num ponto de referência para matemáticos como Lagrange, Laplace, Gauss e Cauchy, entre outros.

Lagrange segue a tradição euleriana. Sua definição não acrescenta nada de novo à definição de Euler. Lagrange denominou de

funções analíticas as funções do tipo x^m , a^x , $\ln x$, $\sin x$, $\cos x$, que, segundo ele, podem ser consideradas como as funções analíticas simples de uma só variável.

No início do século XIX, lentamente, começa-se a perceber que os alicerces da análise ainda não estão suficientemente bem fundamentados: faltava especialmente uma precisão dos conceitos de função, continuidade e convergência. Além disso, só em meados do século é que se tornou claro que também o conceito de número necessitava ser melhor fundamentado.

A concepção de função, no sentido atribuído por Euler, recebeu o seu primeiro grande impacto em 1807, com as séries de Fourier, quando funções descontínuas foram desenvolvidas em séries trigonométricas. As discussões de Dirichlet são fundamentais dentro do desenvolvimento das séries de Fourier e também para o próprio entendimento da noção de função. Segundo Hankel, no momento em que nos desprendemos da concepção euleriana de função, estamos seguindo Dirichlet, incluindo também como funções aquelas que antes eram consideradas como ilegítimas. Em linguagem moderna, diríamos "funções seccionalmente contínuas ou contínuas por partes".

A definição de função, de acordo com Dirichlet, é a seguinte: "se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x , existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x ". Percebe-se na formulação de Dirichlet um enorme avanço em relação à definição de seus antecessores, pois ela está bem mais próxima da definição de função vigente no fim do século XX.

Comte também teve dificuldades com o conceito de função. Por um lado, ele faz uma distinção entre funções abstratas e concretas e, por outro, não define rigorosamente as funções abstratas, enumerando-as somente, como se fossem objetos empíricos.

Quadro 7: Comte e Martin Ohm – funções e operações

AUGUSTE COMTE	MARTIN OHM
Funções	Operações diretas
1) Função soma: $y = a + x$ Função diferença: $y = a - x$	1) Soma 2) Multiplicação 3) Potência
1) Função produto: $y = ax$ Função quociente: $y = a/x$	Operações inversas
2) Função potência: $y = x^a$ Função raiz: $y = \sqrt[a]{x}$	Subtração 3) Divisão
4) Função exponencial: $y = a^x$ Função logarítmica: $y = \ln x$	4) Radiciação 7) Logaritmação
5) Função circular direta: $y = \sin x$ Função circular inversa: $y = \arcsin x$	

Fonte: Elaborado pela autora.

Comte cita 5 pares de funções abstratas, dos quais todas as demais são constituídas. Martin Ohm (1792-1872) faz uma enumeração semelhante à de Auguste Comte (BEKEMEIER, 1987, p. 104). Martin Ohm escreveu de 1822 a 1852 uma obra intitulada *Versuch eines vollkommen consequenten Systems der Mathematik* [Tentativa de um sistema de matemática completamente consistente]. Ohm tentou colocar a matemática em uma base sólida com uma abordagem altamente abstrata no mesmo espírito que Bourbaki fez muitos anos depois. Entretanto, Martin Ohm recebeu pouco reconhecimento por suas ideias inovadoras¹⁹.

Constata-se as dificuldades de Comte para classificar as funções do quinto tipo em uma nota de rodapé, que ele incluiu ao se referir às funções trigonométricas do quinto tipo. Segundo ele, elas não pertencem à mesma classe que as outras funções abstratas elementares. A diferença está no fato dos primeiros quatro pares serem funções simples e abstratas, ao passo que as trigonométricas jamais possuem simultaneamente ambas as qualidades. A função "seno", por exemplo, se tomada em sua acepção geométrica, da qual é originada, pode ser considerada como uma função concreta; mas, se

¹⁹ Disponível em: https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Ohm_Martin/. Acesso em: 25 abr. 2021.

ela for apresentada através da fórmula algébrica abaixo, ela é uma função abstrata:

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

Isso significa que as funções circulares têm um duplo caráter: são simultaneamente concretas e abstratas.

A concepção de função de Comte está ainda muito ligada àquela do século XVIII, pois ele não apresenta nenhum exemplo de função mais geral ou mesmo descontínua.

Comte, curiosamente, distingue entre um espírito matemático e um espírito algébrico. Em sua opinião, os teoremas e fórmulas matemáticas não são sempre aplicáveis ao estudo dos fenômenos naturais. O verdadeiro espírito matemático é muito distinto do algébrico.

A distinção que Comte faz deixa margem a muitas interpretações. Se o espírito matemático é tão distinto do algébrico como ele afirma, isso significa então que o espírito algébrico é de natureza diferente do espírito matemático ou, ainda, que o espírito algébrico não é matemático. Qual seria a natureza do espírito algébrico? De que se constitui exatamente o espírito algébrico? Essas perguntas não podem ser respondidas a partir da leitura do texto de Comte. Outra interpretação mais simplista seria que o espírito matemático distingue-se do algébrico por ser esse aplicável, enquanto o outro não o é. Novamente poderíamos pensar que Comte se defronta com o seu eterno problema de dualismo frente à matemática: ele parece não saber como catalogá-la.

Comte critica os geômetras, que atribuem ao cálculo hipóteses metafísicas muito ousadas e até quiméricas, do mesmo modo que mostram hábitos ridículos em suas reflexões e uma rigorosa mesquinhem em seu trabalho com a matemática pura. Esse contraste mostra talvez a diferença entre o espírito algébrico e o espírito matemático. O cálculo nada mais é que um instrumento que está subordinado a sua própria finalidade. Comte considera prejudicial a influência que alguns geômetras exercem sobre a filosofia das ciências naturais, porque eles abusam da análise matemática ao fundamentá-la sobre hipóteses quiméricas, vulgarizando, assim, a arte algébrica.

A concepção de Comte sobre o saber pode ser descrita como uma concepção funcional do saber. O sistema de Comte está embasado sobre dois "pilares fundamentais": o método e a enciclopédia do conhecimento. A matemática abstrata fornece o método, a matemática concreta é uma aplicação da matemática abstrata; ela serve de instrumento às outras ciências naturais. Em outras palavras, a unidade dos dois "pilares" serve a dois objetivos: a) como meio, isto é, como método, como aplicação; b) como objetivo, isto é, alcançar o conhecimento social e seu papel na sociedade. A geometria analítica é um modelo de método e sua aplicação.

Esses dois pilares precisam se unir para que seja possível alcançar a harmonia, necessária entre as concepções analíticas e os conceitos geométricos. De que maneira ocorre a união destes dois pilares, isto é, do método e da hierarquia das ciências no sistema de Comte? Quanto mais geral o método, melhor ele será; por outro lado, sem aplicação, o método permanece metafísico e abstrato, e só se for aplicado pode ser geral e carregado de conteúdo. Mas para que seja aplicado, as ciências devem estar ordenadas. É isto que expressa exatamente a dependência, isto é, a vinculação entre a matemática abstrata e a concreta.

COMTE E FOURIER

Conforme foi apresentado no segmento anterior, a relação entre a matemática concreta e a abstrata desempenha, para Comte, um papel decisivo. Na verdade, ela representa o cerne de sua filosofia da matemática. Mais do que qualquer outro, Fourier é considerado por Comte o matemático que conseguiu penetrar mais fundo na filosofia da matemática. Isso significa que foi ele quem entendeu a relação íntima e contínua existente entre o abstrato e o concreto. Uma pergunta que se poderia fazer aqui é a seguinte: Por que Fourier servia de exemplo para Comte? Em minha opinião, Fourier compreendeu essa relação ao fornecer uma boa possibilidade de interpretação abstrata, tomando como exemplo um fenômeno concreto, qual seja, o calor. E ele conseguiu representando o fenômeno do calor

através de equações diferenciais. Além disso, em razão da abordagem recém-descrita, ele elaborou uma teoria geral do desenvolvimento de funções através de séries trigonométricas.

A relação entre a matemática abstrata e a concreta resume, de maneira clara e simples, as ideias de Comte sobre a filosofia da matemática: ser um matemático que filosofa significa saber combinar o teórico com o prático e, ainda, fornecer uma aplicação concreta da teoria abstrata, ou seja, significa poder estabelecer a relação entre o objetivo e o subjetivo. É por isso que, para Comte, o sistema, a ordem, a inter-relação sistemática, o método geral e a filosofia geral adquirem, repetidas vezes, importância renovada. Sem inter-relação não há saber objetivo.

Considerando-se que Comte tinha Fourier como modelo, a compreensão da relação existente entre as concepções que um e outro tinham da matemática servirá como base para o esclarecimento da concepção de Comte sobre essa matéria.

Em *Éloge Historique de Laplace*, 1829, Fourier (1768-1830) trata a matemática como uma ciência exemplar. Ele considera Lagrange o matemático que, depois de Euler, mais contribuiu para a fundamentação da matemática. Graças aos fundamentos fornecidos por Lagrange, a análise matemática tornou-se uma ciência inteiramente comprovada. Em sua opinião, ela é a única dentre as teorias que se basta e que serve para ilustrar todas as outras. Ela tem um significado fundamental para a maioria das ciências, que seriam muito incompletas sem seu auxílio.

Comte tem a mesma opinião sobre a análise matemática. Para ele, a análise matemática é uma ciência instrumental que serve à maioria das outras ciências. Sem ela, a maioria das ciências não pode atingir progresso algum. Indo mais além, ela é a ciência que já atingiu um estágio de perfeição que a maioria das outras ainda não alcançou.

O fato de Comte ter Fourier como modelo não significa, porém, que ele sempre esteve de acordo com todas as suas ideias. Um exemplo disso é a aversão de Comte pela teoria da probabilidade. Fourier não tinha a mesma opinião que Comte sobre esta teoria. Para Fourier, a análise das probabilidades é uma ciência nova e muito

abrangente, cujo objeto não foi interpretado corretamente, mas cujas aplicações cobrem a totalidade do saber humano.

Já em 1842, Comte manifestou-se contra o cálculo das probabilidades. Para ele, esse tema é uma "aberração científica vergonhosa" que não combina com a positividade.

Portanto, o nosso autor considera o cálculo das Probabilidades como uma pretensa teoria:

Mesmo hoje não podemos negar essa repercussão enganosa onde, em consequência da ignorância comum, as leis sociológicas da imutabilidade das relações físicas estão por vezes sujeitas a grandes interferências até mesmo nas ciências puramente matemáticas, nas quais, por exemplo, vemos surgir diariamente uma pretensa teoria da probabilidade que supõe implicitamente a ausência de qualquer lei real para determinados acontecimentos, sobretudo quando o ser humano nela intervém²⁰ (COMTE, 1844, p. 39).

Se a incerteza persiste em uma teoria, ela ainda não pode fazer parte do sistema de uma ciência. É por essa razão que novas teorias, como a das probabilidades, não servem para o sistema de Comte e são banidas da representação sistemática que ele faz da matemática.

É na aplicação que é mostrada a relação entre o abstrato e o concreto. Na introdução da *Teoria analítica do calor*, em 1822, Fourier também manifestou grande entusiasmo pela eficiência da análise matemática por utilizar uma linguagem universal, que mantém a sua transparência. Para Fourier, as equações analíticas – que ainda eram desconhecidas dos geômetras da Antiguidade – estendem-se a todos os fenômenos em geral. Não existe uma linguagem mais geral e simples, sem erros e obscuridades, do que a linguagem analítica. Com base nesse ponto de vista, Fourier diz:

[...] a análise matemática é tão extensa quanto a própria natureza; ela define todas as relações perceptíveis, medida de tempo, espaços, forças, temperaturas; esta ciência difícil formou-se lentamente, mas ela preserva cada princípio que ela alguma vez adquiriu; ela cresce e fortifica-se ela própria incessantemente no meio de muitas variações e erros da mente humana (FOURIER, 1822, p. 7).

20 Comte volta a se manifestar contra o cálculo das probabilidades no *Système*, v. 1, p. 469.

O pensamento evolui através da matematização. Segundo Comte, há dois teoremas importantes que ilustram a relação entre os princípios abstratos e os concretos: o teorema sobre os números positivos e negativos e o princípio da homogeneidade.

Comte conferiu extrema importância a esse princípio, uma vez que, em sua opinião, ele representa um teorema geral sobre a transição do concreto para o abstrato. Sua importância deve-se ao fato de que pode ser aplicado a todos os fenômenos. O princípio baseia-se na observação e, por isso, esclarece-se a si mesmo. Ele consiste no fato de "toda relação entre quaisquer grandezas concretas ser independente do valor da unidade, isto é, as inter-relações das várias grandezas permanecem inalteradas com a mudança da unidade" (COMTE, 1975, p. 105-106). Fourier foi o primeiro a utilizar e expressar esse princípio no sentido da análise dimensional. Em uma nota de rodapé, Comte diz que conhecia os trabalhos de Fourier esse tema sobre as dimensões (COMTE, 1975, p. 106).

Segundo Comte, a reflexão geral de seu princípio está fundamentada no fato de que "[...] toda equação que exprime a lei analítica de um fenômeno qualquer deve gozar daquela propriedade de não ser alterada quando submetemos simultaneamente a todas as quantidades, a mudança correspondente àquela que suas unidades respectivas sofreram" (COMTE, 1975, p. 105). Em outras palavras, a relação entre fenômenos e leis depende da medição e, por isso, de unidades de medida ou coordenadas.

Da mesma maneira que Fourier, Comte explica que essa mudança significa que todas as quantidades de qualquer tipo diminuem m vezes se a unidade correspondente aumentar m vezes e vice-versa. Se observarmos o caso das funções algébricas, diz ele, perceberemos facilmente que, por meio de uma mudança na equação, todos os termos de primeiro grau aumentam m vezes, assim todos os termos de segundo grau aumentam m^2 vezes e os de terceiro grau, m^3 vezes.

Assim, os termos de mesmo grau, independente do quão diversas possam ser suas composições, variando da mesma maneira, e os termos de graus diferentes variando em uma propor-

ção desigual, qualquer similaridade que possa haver em suas composições, será necessário, para que a equação não fique problemática, que todos os termos que ela contenha sejam de um mesmo grau. É nisso que consiste propriamente o teorema ordinário da homogeneidade (COMTE, 1975, p. 106).

No segundo capítulo do livro sobre Teoria do Calor, Fourier faz algumas considerações gerais, introduzindo o conceito de expoentes da dimensão.

Anteriormente, em 1811, Fourier apresentou à Academia das Ciências de Paris seu trabalho sobre a Teoria do Calor. Ele foi analisado por Malus, Haüy, Laplace e Legendre. Segundo Arago, a comissão percebeu imediatamente a importância do trabalho e reconheceu que, finalmente, as equações do calor haviam sido descobertas. Eles perceberam, porém, que os meios de integração dessas equações não eram muito rigorosos. Entretanto, não comentaram exatamente onde residia a falta de rigor (BACHELARD, 1973). A novidade na apresentação matemática de Fourier foi o método para a resolução de suas equações diferenciais. Até então utilizava-se a série de Taylor para desenvolver funções em séries de potências. Fourier ampliou a aplicação das funções, expandindo-as também para funções não-continuas e desenvolvendo-as em séries trigonométricas. Segundo Fourier:

[...] segue-se a partir de minha pesquisa sobre este objeto que funções arbitrárias e mesmo descontínuas podem ser desenvolvidas pelo seno ou cosseno de arcos múltiplos, e que as integrais que contêm estes desenvolvimentos são tão gerais como aquelas em que entram as funções arbitrárias de múltiplos arcos. Conclusão de que o famoso Euler sempre repeliu” (GRATTAN-GUINNESS, 1972, p. 183).

Pode-se afirmar que esse trabalho é a primeira formulação expressa da teoria da análise dimensional. Fourier analisa a natureza das quantidades (variáveis e constantes) que surgem na equação do calor e observa a necessidade de uma comparação entre essas quantidades, com o intuito de expressá-las numericamente. Segundo ele, toda grandeza física, variável ou constante, possui uma dimensão própria. Os termos de uma equação e a equação em si não podem ser comparados, se não possuírem os mesmos expoentes dimensionais.

Fourier salienta que ele introduziu essa consideração nas equações do calor para demonstrar que a grandeza física da termologia não é decorrente de outras grandezas. Uma análise dimensional é a condição necessária para declarar aceitável uma função que se utiliza como grandeza física da termologia.

As grandezas físicas correspondentes que aparecem nas equações do calor são: comprimento (x), tempo (t), temperatura (v), condutibilidade específica (k), condutibilidade específica superficial (h) e capacidade térmica (c). Na equação da expansão de calor em um corpo retangular existe uma relação entre essas grandezas: $f(x, t, v, K, h, c) = 0$. Exemplificaremos com uma equação do deslocamento de calor em um cilindro infinito:

Um cilindro sólido, de comprimento infinito, cujo lado é perpendicular à base circular, totalmente imerso num líquido a uma temperatura uniforme, aquecido sucessivamente, adquiriu a mesma temperatura; é então exposto a uma corrente de ar mais fria; é preciso determinar as temperaturas das diferentes camadas, após um certo tempo. [...] As equações são:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{K}{CD} \frac{d^2v}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dv}{dx}; \frac{h}{K} v + \frac{dv}{dx} = 0; v = F(x) \text{ (FOURIER, 1822, p. 112).}$$

Essa relação não depende da escolha da unidade de comprimento. Se utilizarmos uma outra unidade, a equação permanece inalterada. Especificamente sobre a dimensionalidade, Fourier diz:

Na teoria analítica do calor; toda equação (E)²¹ expressa uma relação necessária entre magnitudes já existentes x, t, v, c, h, K. Essa relação não depende de forma alguma da escolha da unidade de comprimento, isto é, se usarmos diferentes unidades para medir dimensões lineares, a equação (E) ainda seria a mesma. Suponha então que a unidade de comprimento a ser modificada, e seu segundo valor que deverá ser igual ao primeiro, seja divisível por m. Qualquer quantidade, qualquer que seja o x que na equação (E) representa uma certa linha ah, e que, consequentemente, denota um certo número de vezes a unidade de comprimento, ela se torna mx, correspondendo à mesma medida ah; o valor t do tempo, e o valor v da temperatura não serão modificados; o mesmo não é o caso dos elementos específicos h, K, c: o primeiro, h, se torna hlm², pois ele ex-

21 Nada é dito no texto sobre essa equação E. Supõe-se ser qualquer equação do calor em que entre essas variáveis e constantes.

pressa a quantidade de calor que se perde, durante a unidade de tempo, da unidade de superfície na temperatura l [...]. Da mesma forma o coeficiente c , que representa o produto CD , ele também depende da unidade de comprimento e torna-se $\frac{c}{m^3}$. Então a equação (E) não deverá sofrer qualquer mudança quando escrevermos mx em vez de x , ao mesmo tempo $\frac{k}{m}, \frac{h}{m^2}, \frac{c}{m^3}$, em vez de K, h, c : o número m desaparece depois dessas substituições: deste modo a dimensão de x com respeito à unidade de comprimento é 1, a de K é -1, a de h é -2, e a de c é -3 (FOURIER, 1822, p. 155).

É com o mesmo raciocínio que ele calcula a dimensão das outras grandezas e apresenta em forma de tabela os valores dimensionais.

Quadro 8: Dimensões das grandezas na teoria do calor

Variável ou constante	Comprimento (x)	Duração (t)	Temperatura (v)
Expoente dimensional de x	1	0	0
Expoente dimensional de t	0	1	0
Expoente dimensional de v	0	0	1
Condutibilidade específica (K)	-1	-1	-1
Condutibilidade superficial (h)	-2	-1	-1
Capacidade térmica (c)	-3	0	-1

Fonte: Fourier, 1822, p. 157.

Fourier fornece exemplos para a aplicação da análise dimensional: seja a equação do deslocamento de calor em um anel, onde $CD = c$, l é um comprimento e S uma superfície

$$\frac{dv}{dt} = \frac{K}{CD} \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{hl}{CDS} v$$

[...] achamos que, em relação à unidade de comprimento, a dimensão de cada um dos três termos é 0; que é 1 para a unidade de temperatura, e -1 para a unidade de tempo (FOURIER, 1822, p. 158).

Fourier também tece considerações sobre a dimensão de grandezas não-físicas. Assim, por exemplo, no caso de S representar

uma superfície ou um volume, a dimensão de S é 2 ou 3. No caso de ângulos, senos e outras funções trigonométricas e logaritmos, esses estão de acordo com os princípios da análise de números absolutos, que não se alteram com a unidade de comprimento. Portanto, sua dimensão é zero, que é a dimensão de todos os números abstratos.

Considerando a história da análise dimensional, veremos que Leibniz, em seu artigo "Mathesis Universalis", atribui o princípio da homogeneidade a Viète. Segundo Leibniz,

nesta combinação há duas leis que podem ser observadas: uma é a lei das grandezas homogêneas, a qual foi difundida por Viète: a outra é a lei do processo justo, que foi introduzida por mim. A lei das grandezas homogêneas diz que elas só podem ser reduzidas a uma expressão se possuírem o mesmo grau, por exemplo, $x+y$, ou x^2+y^2 , ou $xx+2xy$, ou $2xx+3yy$ pressupõe que 2 e 3 sejam números, pois eles não modificam em nada a lei das grandezas homogêneas. Porém, se grandezas de diferentes graus forem colocadas juntas, percebe-se então que a lei das grandezas homogêneas foi transgredida, como acontece no caso de $x+y+2xx$. No entanto, em se tratando de números ou grandezas puramente abstratas, a lei das grandezas homogêneas pode ser transgredida sem maiores consequências. Por exemplo, a expressão $6+15+8=27$ toma-se verdadeira no momento em que for estabelecido que $2=a$, $3=b$ e $5=c$, para $ab+bc+a^3=b^3$, mesmo que a lei das grandezas homogêneas não tenha sido observada ou que uma superfície de ângulos retos $ab+c$ seja adicionada ao cubo a^3 . Mas isto não é permitido se os números forem aplicados a coisas, pois na geometria as superfícies de ângulos retos ab e bc também não podem ser adicionadas ao cubo a^3 , assim como também não é permitida a comparação entre um todo espacial de ângulos retos ou uma composição tridimensional simples e um corpo pesado qualquer que é tetradimensional, como foi rapidamente explicado anteriormente²² (LEIBNIZ, 1860, p. 65).

Não há dúvida de que a importância que Comte conferiu a esse tema não foi exagerada, independentemente de quem a descobriu. O desenvolvimento que a análise dimensional alcançou comprova isso. O conceito de dimensão, até então pouco claro, assume, especialmente com os trabalhos de Fourier e, posteriormente, com as fórmulas

22 Tradução do Latim por Karl Ihmig.

dimensionais de Maxwell (1871) e o moderno “teorema π ”²³, uma clareza maior e encontra forte aplicação na física experimental.

Comte depara-se com certas dificuldades na classificação enciclopédica das ciências no que se refere à teoria do calor. Para ele, existem duas possibilidades: ou ele a classifica como uma ramificação da física, ou como uma terceira ramificação da matemática concreta – juntamente com a geometria e a mecânica. Comte refletiu sobre esse estado de coisas no sexto capítulo, em uma nota de rodapé:

A teoria matemática dos fenômenos do calor adquiriu, através dos memoráveis trabalhos de seu ilustre fundador, tal caráter que podemos hoje concebê-la, pela geometria e a mecânica, como uma verdadeira terceira seção distinta da Matemática concreta, ao invés de se representar hipoteticamente as questões como aplicações da mecânica, assim como tendemos a fazê-lo para os fenômenos elétricos, por exemplo (COMTE, 1975, p. 75).

De fato, Fourier queria fundamentar a teoria do calor somente com auxílio da análise matemática e assim assumiu, portanto, um ponto de vista rigorosamente analítico. No prefácio de seu livro *Teoria do Calor* ele diz que as leis que expressam os efeitos do calor não podem ser derivadas sem o auxílio da análise matemática. O objetivo, que ele mesmo se impõe, é reduzir todas as questões físicas sobre a expansão do calor a problemas de cálculo integral.

Os princípios desta teoria são derivados, como o são aqueles da mecânica racional, de um pequeno número de fatos primários, que os geômetras consideram as causas, mas que eles admitem como resultados de observações comuns confirmadas pela experiência. As equações diferenciais da propagação do calor expressam as condições mais gerais, e reduzem as questões físicas a problemas de pura análise, e este é propriamente o objeto da teoria (FOURIER, 1822, p. 6).

Nesse sentido, a terminologia de Fourier não pode realmente ser concebida como uma terceira ramificação da matemática concreta

23 De acordo com Otte, "o chamado teorema π diz que toda função unitária invariante f pode ser representada como produto de dois fatores, ou seja, de um lado, um produto porcentual das grandezas independentes que são relevantes para o problema, e, de outro, uma função cujos argumentos são produtos potenciais adimensionais das grandezas, dos quais depende a função original" (OTTE, 1986, p. 165).

de Comte. Uma explicação possível para Comte não tê-la incluído na matemática concreta, mas sim na física, é o fato da matemática concreta, isto é, a geometria e a mecânica, limitarem-se às leis da extensão e do deslocamento. Comte acentua: "Assim a geometria e a mecânica constituem, elas mesmas, as duas ciências naturais fundamentais, e nesse sentido todos os efeitos naturais podem ser concebidos como simples resultados necessários, ou da lei de extensão ou da lei do movimento" (COMTE, 1975, p. 74).

A inclusão da terminologia na matemática concreta romperia a harmonia da lei enciclopédica de Comte, por isso, ele preferiu colocá-la na física. Em uma nota de rodapé, em seu *Cours* ele explica: "Eu não teria hesitado até agora de tratar a terminologia, assim concebida, como um terceiro ramo principal da matemática concreta, se eu não temesse diminuir a utilidade desta obra, afastando-me demais dos hábitos ordinários" (COMTE, 1975, p. 75).

Não estamos tão habituados, portanto, aos fenômenos da terminologia como aos da mecânica e da geometria e não possuímos, por essa razão, um conceito concreto da terminologia, como temos do deslocamento e da extensão. Percebe-se, portanto, que a classificação de Comte consiste em uma questão de evolução e tradição, bem como o método matemático, que apresenta algo "eterno" dentro dele. Contudo, nota-se também que ele não adota um ponto de vista estritamente analítico ou, dito de outra maneira, que, para ele, o método matemático não é suficiente para justificar as ciências. Ele defende uma teoria do conhecimento dualista, assim como, mais tarde, o farão os neopositivistas²⁴ do Círculo de Viena.

O entusiasmo de Comte com referência à teoria do calor, do modo como foi formulada por Fourier, está presente na sua obra, tanto nas considerações sobre a matemática, quanto na física propriamente dita. Para Comte, todas as questões tratadas pela terminologia abstrata – como as questões da mecânica e da geometria – reduzem-se a puras dificuldades de análise, que consistem na eliminação das diferenciais introduzidas como auxiliares para facilitar a montagem das equações.

24 Neopositivismo é o mesmo que empirismo lógico.

Nas considerações sobre o cálculo infinitesimal, Comte chama a atenção para as descobertas de Fourier quanto à integração de funções periódicas e descontínuas:

Esta ideia, primitivamente de Euler, se transformou, nestes últimos tempos, no assunto de trabalhos bastante extensos da parte de M. Fourier, que a transportou ao sistema geral da análise e que fez dela um uso tão novo e tão essencial para a teoria matemática do calor que esta concepção, no seu estado atual, lhe pertence verdadeiramente de maneira exclusiva (COMTE, 1975, p. 152).

Na introdução à Teoria do Calor, Fourier chama a atenção para as dificuldades de se tratarem as equações do calor com os métodos conhecidos, uma vez que esses não fornecem um método de integração geral. De acordo com Fourier, "o exame destas condições mostra que nós podemos desenvolver em séries convergentes, ou expressar por integrais definidas, funções que não são sujeitas a uma lei constante e que representam as ordenadas de linhas descontínuas ou irregulares" (FOURIER, 1822, p. 22).

Essa teoria revela algo de novo sobre a teoria das equações diferenciais. Na realidade, no que se refere a uma função qualquer que se deseja representar como série de Fourier, não existe *a priori* nenhuma razão para que a série convirja em todos os pontos do intervalo de definição e, do mesmo modo, não existe *a priori* nenhum motivo para que a soma alcançada na representação de Fourier convirja e assuma o valor da função representada. Fourier foi o primeiro a assegurar que uma função arbitrária poderia ser desenvolvida em uma série trigonométrica, e provou que o desenvolvimento é correto para certas funções simples (CARLSLAW, 1950).

No décimo capítulo do *Curso de Filosofia Positiva*, em suas considerações sobre a geometria, Comte retoma as reflexões sobre a teoria do calor e a matemática concreta.

[...] Efetivamente, os fenômenos termológicos, mesmo considerados independentemente dos efeitos dinâmicos que os acompanham de maneira quase constante, sobretudo nos corpos fluídos, dependem necessariamente dos corpos geométricos, já que a forma dos corpos influi singularmente na repartição do calor (COMTE, 1975, p. 193).

Aqui, Comte é totalmente tradicional – a extensão, que é uma propriedade geométrica, é mais universal do que a termologia. No final do primeiro volume, concluindo a parte sobre matemática, Comte trata novamente do problema da teoria do calor.

Para apresentar um apanhado verdadeiramente completo da filosofia da matemática no seu estado atual, indiquei antecipadamente que resta ainda considerar um terceiro ramo da Matemática concreta, aquele que consiste na aplicação da análise ao estudo dos fenômenos termológicos [...] Mas, para não me afastar o mínimo possível dos hábitos ainda universalmente adotados, anunciei que acreditava dever protelar este importante exame até que a ordem natural das considerações expostas nesta obra nos tenha conduzido à parte da física que trata da termologia (COMTE, 1975, p. 299).

Comte reconhece um método completamente novo nos procedimentos analíticos empregados por Fourier na solução das equações diferenciais do calor. Ele tinha razão quando afirmava que Fourier contribuiu com uma teoria para a solução de equações diferenciais que não se limitam somente aos problemas da teoria do calor, mas que são aplicáveis à análise matemática em geral:

Os teoremas gerais sobre a transformação destas funções em séries trigonométricas, procedendo segundo os senos ou cosenos múltiplos indefinidos da variável, ou em integrais definidas equivalentes, aumentaram grandemente o campo fundamental da análise Matemática, independentemente de seu destino direto para a termologia (COMTE, 1835, p. 571).

Para Comte, do ponto de vista filosófico, a teoria do calor alcançou com Fourier uma perfeição fundamental. Essa perfeição consiste na aplicação do cálculo a esta teoria. Neste ponto, o mestre francês não exagerou quando anteviu muita fertilidade no trabalho de Fourier.

MATEMÁTICA EXEMPLAR VERSUS MATEMÁTICA ESPECIALIZADA

Comte escolhe a matemática como a primeira ciência de seu sistema e com ela inicia o estudo da Filosofia Positiva. A matemática possui propriedades especiais que a distinguem das demais ciências: ela é a mais geral, a mais simples e a mais perfeita das ciências, por

isso pode servir de meio para as outras. Nesse sentido, entende-se que Comte confere à matemática um caráter exemplar, devendo a pesquisa pura ser entendida como a matemática especializada. Ele acentua o caráter exemplar da matemática, que "[...] pode ser aplicada a todas as ciências; cada uma tem por finalidade determinar um acontecimento através de um outro por meio da relação existente entre ambas" (COMTE, 1975, p. 66). De certo modo, uma ciência não se ocupa tão somente de fatos, mas sim das inter-relações regulares entre eles. A fundamental importância da matemática reside no fato de que ela possui os meios para representar tais inter-relações. O conceito de função, em especial, adquire um significado fundamental a partir dessa representação. A matemática explora o método científico até o grau mais elevado. "Por essa razão, somente através do seu estudo pode-se ter uma ideia correta da natureza das ciências, e toda educação que não iniciar com o estudo da mesma já estará cometendo um erro em sua base" (COMTE, 1975, p. 67).

Percebe-se aqui como o caráter exemplar da matemática está diretamente ligado ao problema da educação. Ver-se-á mais tarde que Comte teve certas dificuldades com esse fato, uma vez que, já no séc. XIX havia uma certa distinção entre pesquisa e ensino. Em outras palavras, havia uma matemática especializada da pesquisa e uma matemática especializada do ensino. Ambas não podem mais ser diretamente congruentes, pois nos tempos modernos, a matemática escolar é essencialmente algébrica.

O interesse de Comte em relação às questões do ensino pode ser percebido em toda sua obra. Em 1854, ele fez uma lista das obras mais recomendadas, a qual chamou de *Bibliothèque Positiviste*. Essa biblioteca documenta o caráter exemplar que Comte confere à matemática. A matemática exemplar é a matemática no sentido da generalidade. A lista de livros compreende 150 volumes: "Poesia" (30 volumes), "Ciência" (30 volumes), "História" (60 volumes), "Síntese" (30 volumes)²⁵. Dentre os livros de Matemática recomendados por Comte encontram-se: Condorcet – aritmética; Clairaut – álgebra

25 A lista completa encontra-se no apêndice 2.

e geometria; Lacroix e Legendre – trigonometria; Comte – geometria analítica; Descartes – geometria; Navier – análise; Carnot – reflexão sobre o cálculo infinitesimal; Lagrange – teoria das funções.

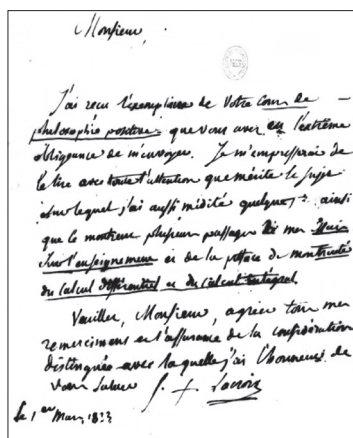
O livro de Clairaut apresenta uma tendência antieuclidiana: 1) O método não inicia com uma apresentação de axiomas, definições e teoremas, mas sim com a solução de problemas que conduzem a teoremas; 2) as aplicações a fenômenos naturais são mais importantes do que a estrutura axiomática. O método do livro de Euclides tem sua origem em axiomas, definições ou demonstração de teoremas, dentre as quais o mais importante é o de Aristóteles. A nova geometria, que começa com Descartes e outros, caracteriza-se por outras tendências, sendo a mais importante entre elas a solução de problemas. Representantes dessa nova geometria são não apenas Descartes, mas também Clairaut, Carnot, Lacroix e Comte. A análise de Sander sobre o método seguido por Clairaut levou-o a concluir que tal processo é de natureza fortemente pedagógico-psicológica²⁶ (SANDER, 1982, p. 19). Essa poderia ser uma das razões para Comte ter recomendado o livro de Clairaut.

Portanto, os motivos de Clairaut são de natureza essencialmente pedagógico-psicológica. Ele não quer assustar o principiante com um grande número de definições incompreensíveis, postulados, axiomas e princípios provisórios, mas possibilitar-lhe a descoberta dessas definições, postulados, axiomas e princípios a partir de necessidades concretas do ser humano. Esse método não só permite um acesso mais fácil à Matemática, como é também pedagogicamente mais valioso, uma vez que habitua o espírito a procurar e a descobrir, fazendo com que o principiante perceba desde então o aspecto dinâmico e abrangente da Matemática (SANDER, 1982, p. 19).

26 “Os motivos de Clairaut são de natureza essencialmente pedagógico-psicológica. Ele não quer assustar o principiante com um grande número de definições incompreensíveis, postulados, axiomas e princípios provisórios, mas possibilitar-lhe a descoberta dessas definições, postulados, axiomas e princípios a partir de necessidades concretas do ser humano. Esse método não só permite um acesso mais fácil à matemática, como é também pedagogicamente mais valioso, uma vez que habitua o espírito a procurar e a descobrir, fazendo com que o principiante perceba desde então o aspecto dinâmico e abrangente da matemática” (SANDER, 1982, p. 19).

Em 1833, Comte enviou o primeiro volume do *Cours de Philosophie Positive* para Lacroix. Na correspondência de Comte está preservada a resposta de Lacroix (figura 5). Silvestre Lacroix era um autor de livros didáticos de matemática muito popular na França. Esse era um autor com o qual Comte certamente desejava uma aproximação. Sucintamente, na carta Lacroix acusa o recebimento de uma cópia do *Curso de Filosofia Positiva* e afirma que irá ler com toda a atenção que o assunto merece. Comenta que ele teria, também, meditado sobre o assunto como mostram várias passagens de seu *Ensaio sobre o Ensino* e o prefácio do *Tratado de Cálculo Diferencial e Cálculo Integral*. De fato, nas duas passagens que Lacroix comenta, ele trata de questões gerais sobre o ensino.

Figura 5: Carta de Lacroix a Comte



Fonte: Auguste Comte: Lettres reçues. Labadi-Laville. v. 14²⁷.

Cauchy iniciou um movimento em uma direção bem diferente da concepção vigente no século XVIII, cujo ponto de vista dominante na análise era o algébrico, tendo Lagrange como seu representante máximo.

Como Boutroux aponta, no séc. XVIII, os problemas da mecânica e da física matemática começaram a exercer um papel importante e

27 Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b100857746?rk=643780;0>.

seria novamente a álgebra que iria ajudar na solução de tais problemas. Por essa razão, ela é considerada a “ciência por excelência” (BOU-TROUX, 1968, p. 115). Felix Klein denominou de "aritimetização" a tendência do séc. XIX: "A análise foi reformulada com o auxílio de termos aritméticos e fundamentada no conceito de número" (JANHKE, 1990, p. 234). O Quadro 9 a seguir resume essas duas tendências:

Quadro 9: Tendências da análise nos séculos XVIII e XIX

Tendência do Século XVIII	Tendência do Século XIX
Algebrização da análise	Aritmetização da análise
Representantes: Euler, Lagrange	Representantes: Cauchy, Bolzano e Weierstrass

Fonte: elaborado pela autora

Cauchy, um destacado representante da matemática especializada, critica a generalidade algébrica no prefácio de seu *Cours*:

Quanto aos métodos, procurei lhes dar o rigor que se exige em geometria, de maneira a jamais recorrer às razões tiradas da generalidade da álgebra [...] deve-se mesmo observar que eles tendem a atribuir às fórmulas algébricas uma extensão indefinida, enquanto que, na realidade, a maior parte destas fórmulas subsistem unicamente sob certas condições (CAUCHY, 1821, p. ij).

Segundo Comte, Cauchy ministrava aulas muito ruins, como ele menciona em uma carta a Poisson, em 1836: "Os espíritos mais rotineiros se lembrarão, eu espero, a este respeito, que Cauchy e Legendre, mesmo sendo analistas muito distinguidos, foram o primeiro, um deplorável professor; o segundo, autor de uma das piores obras didáticas que tenham sido compostas em qualquer época e sobre qualquer assunto" (COMTE, 1904, v. 4, p. 170).

Essa é uma das raras vezes em que Cauchy é mencionado. Do terceiro ao décimo quinto capítulo da Filosofia Positiva, Comte não se refere em nenhum momento a Cauchy, exceto quando trata da Física. O livro de Legendre citado é provavelmente os Ementes de Geometria. Em contrapartida, a maioria dos matemáticos de sua biblioteca positivista são citados muitas vezes em sua obra, bem como em sua correspondência.

A matemática especialista do século XIX não só perdeu o significado central e exemplar que tinha nos séculos XVII e XVIII, como também começou a confiar menos no cálculo. Por exemplo, em vez da série de Taylor, surge a série de Fourier. Pode-se citar, aqui, a posição de Cauchy quanto à filosofia e à concepção da matemática, a fim de compreender melhor porque sua concepção é denominada de especialista: "[...] se, por um lado, eu procurei aperfeiçoar a análise matemática, por outro lado, estou muito longe de pretender que essa análise deva ser suficiente para todas as outras ciências da razão" (CAUCHY, 1821, p. vi).

Ainda no prefácio do *Cours d'Analyse*, Cauchy escreve:

Convencemo-nos, com isso, que ainda há outras verdades além da verdade da álgebra, e outras realidades além daquelas dos objetos dos sentidos. Cultivemos com ardor as ciências matemáticas, sem precisarmos nos distanciar de sua área de alcance, e não nos iludamos de maneira alguma que podemos tratar a história por meio de fórmulas, e nem que teoremas ou cálculo integral irá adquirir força de lei dentro da moral (CAUCHY, 1821, p. vii).

A matemática especialista de Cauchy deveria desenvolver exatamente princípios de controle da generalização matemática, à medida que colocava em destaque o conceito do objeto matemático e não compreendia mais a matemática dentro dos limites de uma concepção de "matemática como linguagem". Esse interesse no controle preciso da generalização, em contraste com a "generalidade indefinida" das fórmulas da matemática de Lagrange e Euler, é expresso exatamente na questão da inter-relação do discreto e do contínuo da aritmética e da geometria, da análise e da síntese, que emerge no final do século XVIII. Na Escola Politécnica, Comte assistiu às aulas de Alexis Petit, Arago, Poinso e outros²⁸. No final de 1815,

28 Comte frequentou as aulas na Escola Politécnica nos anos de 1814 e 1815. Em 13 de abril de 1816, por determinação real, ele foi posto para fora da escola. Nessa época eram os seguintes os docentes: análise e mecânica - Prony, Ampère e Poinso; geometria descritiva - Hachette, Arago e Monge; física - Petit; química geral e aplicada - Gay-Lussac e Thenard; artes militares - Duhays; arquitetura - Durand; desenho - Vincent; gramática e belas artes - Andrieux. A banca para a admissão era formada por Legendre e Lacroix. No final de 1815, Poissont tornou-se examinador constante e suas aulas de análise foram con-

Poinsot assumiu o lugar de Cauchy. Comte tratou-o como um professor sofrível e criticou seu *Cours* como sendo uma obra sem espírito filosófico. Na análise da Óptica, no volume 2 da *Filosofia Positiva*, ele indica duas direções que possibilitam ao geômetra tomar parte na real evolução da Óptica:

[...] do império das hipóteses anticientíficas através de análises inoportunas e mal concebidas, onde brilha, às vezes, um grande valor abstrato, como se vê sobretudo nos trabalhos tão notáveis de M. Cauchy, que não têm infelizmente outro efeito ordinário que não seja o de tornar mais perniciosa sua influência sobre a filosofia da ciência (COMTE, 1835, p. 650).

Goutier diz que Poinsot também não apreciava as teorias de Cauchy e não nutria grande simpatia por ele (GOUTIER, 1933, v. I, p. 125).

Comte via a matemática, começando por Descartes e Newton, não somente como uma parte da filosofia, mas também como o fundamento de toda a filosofia. Ele considerava a matemática uma ciência importante porque ela representava um instrumento poderoso que podia ser útil para o espírito humano na descoberta das leis dos fenômenos.

Comte distingue-se da maioria dos outros autores devido a seu desejo de integrar a matemática ao sistema geral do conhecimento positivo. O primeiro degrau na ordem enciclopédica pertence a ela. A matemática não é somente a ciência *par excellence*, que serve de modelo para as outras ciências positivas; ela desempenha, isso sim, um papel importante na doutrina, sendo a base para todo o sistema educacional. Cauchy tem uma concepção muito diferente da matemática, na qual ele vê o caráter de especialidade. Em sua opinião, a pesquisa e o aprofundamento da matemática não existem para servir às outras ciências, mas somente à própria matemática. Segundo Cauchy, o único objetivo de qualquer ciência é encontrar a verdade. Mas não é possível conhecer a "verdade" em seu todo. Há vários tipos de verdade: a filosófica, a histórica e a matemática:

duzidas temporariamente por Cauchy. Supõe-se, por isso, que Comte possa ter sido aluno de Cauchy.

As primeiras, que todo o homem tem necessidade de conhecer; são verdades filosóficas e morais, que o ensinam a distinguir o justo do injusto, as ações inocentes e permitidas daquelas das quais ele deve se abster. As outras são as verdades científicas que aperfeiçoam sua inteligência sem o instruir de seus deveres (CAUCHY, 1833, p. 41).

As ideias de Condillac exerceram forte influência sobre os cientistas do século XVIII e perduraram parcialmente no século XIX. Para Condillac, a álgebra é uma linguagem analítica; na ciência, os símbolos adquirem um significado universalmente válido. Comte distancia-se de Condillac e critica suas concepções, porque ele confere aos símbolos um significado maior do que às ideias.

Esta perfeição [da análise matemática] não leva em conta, como acreditaram os metafísicos, e sobretudo Condillac, após um exame superficial, a natureza dos sinais eminentemente concisos e gerais que são empregados como instrumentos do raciocínio. Nesta importante ocasião especial, como em todas as outras, a influência dos sinais foi consideravelmente exagerada [...] Na realidade, todas as grandes concepções analíticas se formaram sem que os sinais algébricos tivessem tido alguma utilidade essencial [...] A perfeição superior da ciência do cálculo está ligada principalmente à extrema simplicidade das ideias que ela considera, sejam quais forem os sinais nela expressas (COMTE, 1975, p. 76).

Comte entende os símbolos, como simples termos artificiais do cálculo que servem de auxílio a qualquer linguagem científica, eles ajudam a transformar as expressões complexas em uma lógica simples, que corresponde aos fenômenos observados. É nesse sentido que as concepções de Comte distanciam-se daquelas características do século XVIII e aproximam-se muito mais do pensamento de Cauchy, no século XIX. Segundo Comte, a matemática abstrata depende somente das relações entre números, isto é, pode-se reduzir qualquer questão desse tipo a uma simples questão de relações numéricas.

Para Comte, a matemática é a mais antiga e perfeita de todas as ciências e constitui-se no instrumento mais poderoso que o espírito humano possui para empregar as leis dos fenômenos naturais.

A concepção tradicional da matemática de D'Alembert, como ela é apresentada em *Éléments de Philosophie*, também é defendida por Comte:

O conhecimento da álgebra facilita infinitamente o estudo da geometria e da mecânica, e ela é mesmo absolutamente necessária à parte transcendente destas duas ciências, das quais a física, tomada em toda a sua extensão, não poderia se privar [...] se existem ciências que devem ter lugar preferencial nos elementos da filosofia, são sem dúvida aquelas que contêm os conhecimentos mais certos ligados às nossas luzes naturais. Ora, a álgebra ocupa a primeira fila entre estas ciências, já que ela é o instrumento das descobertas que nós podemos fazer sobre a grandeza (D'Alembert, 1967, p. 261).

COMTE E LAGRANGE

No item anterior, foi caracterizado o que Comte entendia por matemática exemplar. Lagrange pode ser considerado como um representante da matemática exemplar pois, assim como Fourier, desempenhou um papel extremamente importante na obra de Comte, especialmente no que diz respeito à matemática. Comte seguia o modelo matemático de Lagrange e via na algebrização da análise uma grande perfeição. Não é tarefa simples – e nem trivial, como se acreditava no princípio – analisar a influência de Lagrange na obra de Comte.

Em sua carta à Academia de Ciências, em 1836, Comte dizia que as duas capacidades, aptidão para a pesquisa e aptidão para o ensino, não são, em geral, encontradas em uma única pessoa. Mesmo assim, há exceções. Em alguns gênios, ambas estão presentes; dentre os "gênios eminentes e destacados", Comte cita Lagrange, Descartes e Leibniz.

Em sua carta a Valat, em 1817, Comte diz ter lido Monge e Lagrange. A partir de 1819, ele começa a citar Lagrange em seus manuscritos sobre filosofia da matemática, mas somente no *Cours* Comte irá mostrar a sua concordância com as ideias matemáticas de Lagrange.

A simplicidade e a perfeição lógica da concepção do cálculo diferencial de Lagrange fascina Comte, pois, através delas, alcança-se a unidade filosófica da análise matemática. Para Comte, não há dúvidas sobre o valor da fundamentação filosófica da concepção do cálculo de

Lagrange. Inclusive, na obra *Teoria das Funções Analíticas*, Lagrange conseguiu reduzir a análise transcendente a um puro sistema algébrico. Na sua opinião, essa tarefa foi desempenhada com grande perfeição, apesar de esse sistema não ser muito apropriado para as aplicações.

A ideia básica de Lagrange era fundamentar o cálculo sobre uma base algébrica. Em uma carta a Euler, de 1759, ele diz: "Eu mesmo compus os elementos de Mecânica e Cálculo Diferencial e Integral para os meus alunos, e eu creio ter desenvolvido a verdadeira metafísica de seus princípios, tanto quanto é possível". Nessa carta, Lagrange não explica o que ele entende por princípios verdadeiramente metafísicos. Sua explicação surge mais tarde, no *Discours sur l'objet de la théorie des fonctions analytiques*, em 1799: a verdadeira metafísica consiste na ausência de elementos estranhos na base do cálculo.

Excluir os infinitésimos do cálculo diferencial era a grande aspiração de Lagrange. Isso ele deixa muito claro no subtítulo do seu livro *Teoria das Funções Analíticas* "[...] que contém os princípios do Cálculo Diferencial livres de toda a consideração de quantidades infinitamente pequenas ou desvanescentes, de limites ou de fluxões e reduzido à análise algébrica das quantidades finitas" (LAGRANGE, 1806, p. 1). Construir o importante conceito de derivada sem utilizar os infinitamente pequenos significava reduzir o cálculo diferencial à análise algébrica.

Lagrange criticava a fundamentação do cálculo segundo Leibniz, Bernoulli, L'Hôpital e outros, por eles se basearem em princípios sem clareza. Eles fundamentaram o cálculo diferencial em quantidades infinitamente pequenas, de diversas ordens, cuja diferença é uma quantidade infinitamente pequena em relação às mesmas quantidades, e criticava, dizendo: "[...] contentes de obter resultados exatos pelos processos deste cálculo, não demonstravam os princípios em que se fundamenta" (LAGRANGE, 1806, p. 3). Os sucessores deles, Euler e D'Alembert deram um passo à frente, mas para Lagrange isso trouxe outros problemas: "[...] nas aplicações, as diferenças supostas infinitamente pequenas devem ser absolutamente nulas e suas relações são os limites das diferenças finitas" (LAGRANGE, 1806, p. 3). Novamente, Lagrange critica essa ideia, dizendo que embora ela seja "justa", ela não tem a clareza necessária

para servir de fundamento a uma ciência, a matemática, no caso, cuja certeza deve ser fundada sobre a evidência e, mais do que tudo, é necessário que assim o seja, para ser apresentada aos principiantes. Para ele, a matemática deve estar amparada em princípios claros e sua certeza deve residir na evidência.

Também não escapa à crítica a formulação de derivada segundo Newton: "Para evitar a suposição dos infinitamente pequenos, Newton considerou as quantidades matemáticas formadas pelo movimento e procurou um método para determinar diretamente as velocidades, ou, antes, as relações das velocidades variáveis [...]" (LAGRANGE, 1806, p. 4). Continua a crítica, afirmando que, embora todos tenham uma ideia de velocidade, ele introduziu o movimento no cálculo, cujo objeto são unicamente as quantidades algébricas, infiltrando assim uma ideia estranha nessa teoria e induzindo a contemplar essas quantidades como linhas percorridas por um móvel. Posteriormente, Newton teria também trabalhado com quantidades desvanescentes, introduzindo o método dos limites, mas, segundo Lagrange, esse tem o grande inconveniente de considerar quantidades que cessam de ser quantidades porque, não obstante conceber-se facilmente a relação entre duas quantidades finitas, quando os seus termos tornam-se simultaneamente nulos, essa relação já não apresenta ao espírito uma ideia clara e precisa.

Em uma memória impressa na Academia de Berlim no ano de 1772, avancei a proposição de que a teoria do desenvolvimento das funções em séries contém os verdadeiros princípios do cálculo diferencial, livres de toda a consideração de quantidades infinitamente pequenas ou de limites, e por esta teoria demonstrei o teorema de Taylor; que se pode reputar como o princípio fundamental deste cálculo[...] (LAGRANGE, 1806, p. 6-7).

O plano de Lagrange era fundamentar o cálculo diferencial com considerações puramente algébricas. Sua concepção de álgebra é mais ampla do que a normalmente encontrada no século XVIII. Em sua obra de 1806, Lagrange diz que a álgebra pode ser considerada a ciência das funções: "O cálculo das funções tem o mesmo objeto que o cálculo diferencial tomado em toda a sua extensão [...] ele serve, além disso, para ligar o cálculo diferencial imediatamente

à álgebra, da qual não se pode dizer que ele seja, até o momento, uma ciência separada" (LAGRANGE, 1806, p. 7).

Lagrange observa duas ramificações na álgebra: a álgebra em si – em que são consideradas somente as funções resultantes de operações algébricas ordinárias, ou seja, a teoria das funções – e a teoria das funções analíticas – em que são consideradas as funções deriváveis. Essa dualidade da álgebra aparece também em Comte, quando ele divide a álgebra em cálculo das funções diretas, isto é, álgebra propriamente dita, e em cálculo das funções indiretas, isto é, cálculo diferencial e integral.

No século XVIII era comum explicar o maior através do menor, no caso, a álgebra através da aritmética. Em Lagrange e Comte, ocorre praticamente o contrário.

Uma concepção semelhante à de Lagrange pode ser encontrada em Comte:

[...] vê-se que a álgebra pode ser definida, em geral, como tendo por objeto a resolução das equações, o que, mesmo parecendo em princípio muito restrito, é entretanto suficientemente amplo, desde que se tomem estas expressões em toda a sua acepção lógica, que significa transformar funções explícitas equivalentes; igualmente, a aritmética pode ser definida como destinada à avaliação das funções. Assim, contraindo as expressões no mais alto grau, eu creio poder dar nitidamente uma justa ideia desta divisão, dizendo, como o farei daqui para a frente, para evitar as perifrases explicativas, que a álgebra é o cálculo das funções, e a aritmética é o cálculo dos valores (COMTE, 1975, p. 89).

Do ponto de vista filosófico, Comte considerava ideal a concepção do cálculo diferencial conforme Lagrange. A concepção de Leibniz, sob o ponto de vista filosófico, não tem utilidade, porque ela rompe com a unidade existente entre a matemática abstrata e concreta. "Esta partição da análise em dois mundos independentes tende a impedir a formação de concepções verdadeiramente analíticas" (COMTE, 1975, p. 122). Dito de outra maneira, Comte via no pensamento de Leibniz uma quebra na unidade do conhecimento. Por outro lado, com Lagrange, estabeleceu-se uma harmonia geral e definitiva entre esses dois mundos.

O entusiasmo de Comte é muito grande no que se refere à maneira como Lagrange embasa o cálculo diferencial, e isso ele repete inúmeras vezes: "Lagrange reduziu a análise transcendente à sua verdadeira característica própria, aquela de oferecer uma classe mais extensa de transformações analíticas, as quais facilitam singularmente a expressão das diversas condições do problema" (COMTE, 1975, p. 123). Comte também concordou com a apresentação do cálculo das variações aplicado por Lagrange, por ele ser abstrato e inteiramente geral. Ele afirma também que Lagrange produziu um método "[...] de regras simples, invariáveis e de um sucesso sempre crescente" (COMTE, 1975, p. 144). A importância do cálculo variacional deve-se também a sua aplicabilidade na mecânica: "Lagrange fez, ele mesmo, em sua mecânica, uma aplicação capital de seu cálculo das variações" (COMTE, 1975, p. 146).

Na introdução do livro *Réflexions sur la résolution algébrique des équations*, Lagrange diz que a solução de todos os problemas na Matemática reduz-se, em última instância, à solução de uma ou mais equações: "A solução geral das equações reside em encontrar-se, para todas as equações de um grau qualquer; as funções dos coeficientes dessas equações, as quais expressam todas as suas raízes" (LAGRANGE, 1824, p. 6).

Contudo, até hoje só foi possível encontrar as raízes para as equações até o quarto grau. O meio empregado para vencer a dificuldade foi resolver as equações numericamente. Na opinião de Lagrange, o primeiro a utilizar o método numérico para a solução das equações foi Viète. Comte expressa-se de maneira semelhante a Lagrange:

Esse crescimento de dificuldade é tal que, até aqui, só era conhecida a resolução das equações algébricas para os quatro primeiros graus. Sobre esse assunto, a álgebra não fez muitos progressos desde os trabalhos de Descartes e dos analistas italianos do século dezesseis, além do que, nos dois últimos séculos, não houve um único geômetra que não tenha se ocupado de impulsionar um pouco a resolução das equações (COMTE, 1975, p. 98).

Em Lagrange, percebe-se um momento de transição: a preocupação em encontrar as soluções de equações cede lugar à questão da possibilidade de solucionar tais equações.

Mais uma característica comum entre Lagrange e Comte é o interesse no tratamento de certos temas para que esses se tornem claros para os principiantes. Lagrange não considerava satisfatórios os métodos utilizados por Leibniz e Bernoulli, que empregavam os valores infinitamente pequenos: "[...] percebe-se facilmente que essas ideias, mesmo que corretas, não são suficientemente claras, pelo menos não para os principiantes, para servirem de fundamento para uma ciência que deve ser erigida sobre a evidência" (LAGRANGE, 1823, p. 5). É possível que o interesse de Lagrange na fundamentação do cálculo diferencial tenha surgido na época em que ministrava seus primeiros cursos de matemática, em Turim (1755-1766). A dificuldade de justificar para os alunos os infinitésimos pode tê-lo feito refletir mais profundamente, buscando assim uma alternativa para aquilo que ainda não estava muito claro e preciso.

A terceira parte do livro *Teoria das Funções Analíticas*, de Lagrange, dedica-se à aplicação da teoria das funções à mecânica, na qual ele demonstra analiticamente a lei do paralelogramo de forças. Segundo Comte, aqui Lagrange tenta apresentar os princípios fundamentais da mecânica de uma maneira nova, partindo da teoria das funções analíticas.

Comte critica frequentemente o tratamento errôneo dispensado às considerações analíticas na mecânica:

Nós podemos mesmo reconhecer que o imenso aperfeiçoamento da mecânica racional de um século para cá, seja no aspecto da extensão de suas teorias, seja quanto à sua coordenação, fez de algum modo retroceder nesse aspecto a concepção filosófica da ciência, que é comumente exposta hoje de uma maneira muito menos clara que Newton a apresentou. Sendo esse desenvolvimento obtido, de fato, essencialmente pelo uso cada vez mais exclusivo da análise matemática; a importância preponderante desse admirável instrumento fez gradualmente contrair o hábito de ver na mecânica racional apenas as simples questões de análise; e, por uma extensão abusiva, mesmo que natural, de uma certa maneira de proceder, nós tentamos estabelecer, a priori, através de considerações puramente analíticas, até os princípios fundamentais da ciência, que Newton sabiamente apresentou como resultados apenas da observação. Foi assim, por exemplo, que Daniel Bernoulli, D'Alembert e Laplace tentaram provar a regra elementar da composição

das forças pelas demonstrações unicamente analíticas, o qual Lagrange percebeu ser insuficiente. Este é, ainda agora, o espírito que domina mais ou menos todos os geômetras (COMTE, 1975, p. 541).

D'Alembert comprovou da mesma maneira o teorema do paralelogramo de forças, já que ele era influenciado pelo espírito do século XVIII, quando era fundamental separar a verdade em necessária e contingente. A geometria encerrava para ele verdades necessárias, ao passo que a dinâmica continha verdades contingentes. No início do século XIX, houve uma mudança na concepção da geometria, uma mistura de racionalismo e empirismo.

SÍNTESE

Em seu livro *Filosofia Positiva*, do terceiro ao décimo oitavo capítulo, Comte trata da filosofia da matemática. Ele queria dar uma visão geral da totalidade da matemática, para que a pesquisa especializada não encobrisse o seu todo. Essa tendência comtiana de generalizar é justificada constantemente por sua preocupação com o ensino, ou seja, é importante que a formação geral se sustente em uma base segura, que é formada por uma doutrina geral. As especializações isoladas não são suficientes para servirem de base e para renovar o sistema educativo. A disciplina escolhida como base do sistema de ensino é a matemática, pois ela serve como o início de qualquer formação científica ou racional. As teses que Comte formulou sobre a Matemática podem ser sumarizadas da seguinte maneira:

- o sistema de Comte está embasado em dois "pilares fundamentais": o método e a lei enciclopédica do conhecimento;
- ele inicia com a definição da matemática e determina seu objeto: a matemática tem por objeto a medida indireta das grandezas;
- divide a matemática em duas partes: matemática abstrata e matemática concreta; cada uma dessas divisões possui outras subdivisões;
- apresenta uma nova nomenclatura para conceitos já conhecidos como, por exemplo, a álgebra, que ele chama de cálculo

das funções diretas; cálculo diferencial e integral, que ele denomina de cálculo das funções indiretas;

- desconsidera as discussões sobre as bases metafísicas da matemática;
- o ser metafísico não deve tomar parte nas discussões filosóficas; um exemplo de ideia metafísica é o infinitamente pequeno, na matemática;
- a noção central em Comte é a da "equação", que representa o ponto inicial para o cálculo;
- o conceito de equação requer a noção de função abstrata;
- a matemática abstrata é considerada como instrumento;
- a aritmética é o cálculo com valores de funções;
- a matemática concreta é uma ciência natural com caráter experimental;
- os princípios da geometria descendem do empírico;
- é importante que todos os conceitos sejam classificados em uma das áreas ou subáreas da matemática;
- a geometria e a mecânica são utilizadas mais como métodos do que como doutrinas, podemos utilizá-las como modelo, método e heurística.

A presença dessas teses na apresentação da matemática em: livros didáticos, artigos, teses e programas, bem como outras manifestações de adesão às ideias comtianas eu denomino de **matemática positivista**.

Segundo Comte, a verdadeira filosofia da matemática consiste na evolução sistemática das relações complementares entre o *abstrato* e o *concreto*. Nesse sentido, em sua opinião, há poucos matemáticos que conseguiram penetrar profundamente na filosofia da matemática. O ideal encontra-se em Fourier. Comte diz que, se tivesse de escolher um modelo dentre os trabalhos contemporâneos, esse seria com certeza a teoria do calor de Fourier, pois, nesse trabalho, ele atingiu um caráter filosófico que se pode chamar de um estado positivo supremo.

A tentativa de traçar um panorama da concepção comtiana da matemática nos leva à conclusão de que, para ele, os objetos da

matemática não são construídos, eles são dados, eles existem, são seres quase empíricos.

Ele não apresenta uma nova teoria matemática, como Fourier o faz; mas organiza, de modo geral, os conteúdos da matemática em um todo sistemático, para que eles possam ser utilizados no ensino e sejam uma preparação para novos desenvolvimentos da matemática. O objetivo de Comte é fornecer uma visão geral dessa ciência como um todo – é discutir filosoficamente sobre a matemática.

A matemática é considerada, na primeira fase do pensamento comtiano (1830-1842), um instrumento para o conhecimento das demais ciências; todavia, na segunda fase, quando ele cria a religião da humanidade, essa área do conhecimento passa a ter um papel menos destacado. Ele questiona: em que a matemática pode contribuir para o aperfeiçoamento moral do homem? A ciência torna-se importante não apenas pelo progresso que ela traz à humanidade, mas como um elemento que pode auxiliar no seu avanço social.

CAPÍTULO 3

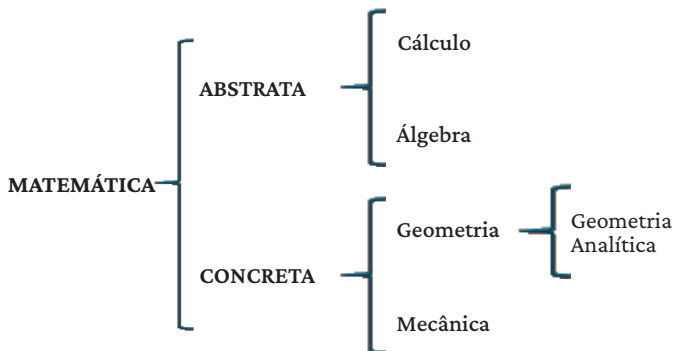
A GEOMETRIA ANALÍTICA DE COMTE

Comte discute sobre a geometria analítica no *Cours de Philosophie Positive*, adotando ali uma abordagem mais filosófica. É no *Tratado de Geometria Analítica* a duas e três dimensões: contendo as teorias gerais de geometria acessíveis à análise ordinária que Comte apresentará uma versão matemática dessa área, resultado de sua experiência de ensino.

O CARÁTER DA GEOMETRIA ANALÍTICA E SEU LUGAR NO SISTEMA ENCICLOPÉDICO DE COMTE

Com o fim de caracterizar a geometria analítica, apresenta-se a sua posição dentro da matemática, de acordo com a concepção comtiana. O quadro 10 apresentado a seguir ilustra essa concepção sobre a estrutura da totalidade da matemática:

Quadro 10: Divisão da matemática



Fonte: elaborado pela autora.

Comte acreditava ter encontrado na geometria analítica a realização de seu princípio – uma "relação íntima entre o abstrato e o concreto", o que significava a combinação da álgebra com a geometria, ou seja, da matemática abstrata com a concreta. Segundo Comte, o cálculo não é nada mais que um meio de conclusão lógica, e estaríamos tendo uma ideia errada dele se o utilizássemos para garantir fatos fundamentais (COMTE, 1875). A geometria analítica, nas bases de seu conteúdo, está apoiada na geometria elementar, mas ela também é analítica. Esse pensamento está completamente inserido na tradição de Descartes.

Na opinião de Comte, a geometria analítica com seus métodos provocou uma grande revolução na geometria: "[...] a revolução radical operada no sistema dos estudos geométricos pela geometria analítica deve ser considerada como a época mais decisiva para o desenvolvimento dessa ciência³⁸ [...]" (COMTE, 1881, p. 6).

A confrontação entre a concepção geométrica e a algébrica trouxe consigo não só o aperfeiçoamento da geometria, mas também da álgebra:

Não só as indicações analíticas alcançaram, assim, espontaneamente, uma fonte inesgotável e um interessante destino, sem os quais a natural repugnância do espírito humano para as abstrações demasiado indeterminadas teriam tornado o progresso delas lento e quase estéril; mas também, segundo uma influência mais especial e profunda, a intervenção das considerações geométricas nas especulações analíticas tem muitas vezes sugerido diretamente felizes inspirações fundamentais, como bem demonstra hoje o complexo dos sadios estudos matemáticos (COMTE, 1881, p. 6).

O verdadeiro espírito da geometria analítica está na inter-relação necessária entre o ponto de vista abstrato e o concreto. A relação da álgebra com a geometria consiste, por um lado, no fato da representação das linhas poder ser determinada por meio de equações. Por outro lado, a relação da geometria com a álgebra reside na possibilidade de interpretação das equações por meio das linhas.

Quando um ponto se desloca arbitrariamente sobre um plano, variam suas duas coordenadas independentemente uma da outra. Se, porém, em seu movimento, o ponto segue um

trajeto rigorosamente determinado, aliás de forma qualquer, estas duas variáveis não poderiam mais ser tidas como independentes. Basta, com efeito, uma delas para determinar o ponto em relação ao qual a linha proposta possa ocupar o lugar da que corresponderia à outra coordenada. Em tal caso, só pode esta receber valores subordinados ao da primeira, da qual assim se torna analiticamente, segundo a linguagem dos geômetras, uma verdadeira função, aliás assinalável ou não, caracterizada por uma equação entre essas variáveis"³⁹ (COMTE, 1881, p. 13).

Para Comte, a geometria analítica era um bom exemplo da aplicação de seu princípio de complementariedade entre o "abstrato" e o "concreto", por isso era imprescindível mostrar que existia uma grande harmonia entre a álgebra e a geometria, isto é, que objetos geométricos teriam "sempre" um equivalente algébrico e vice-versa. Todas as equações - objetos da álgebra - deveriam ser expressas através de linhas - objetos da geometria - e vice-versa. Nesse sentido, segundo Comte, a geometria analítica poderia ser vista como um paradigma para toda a matemática e, até mesmo para toda a ciência.

Por outro lado, estava claro para ele que essa harmonia não era completa, reconhecendo haver algumas lacunas ou imperfeições, as quais perturbavam a bela unissonância de ambas as áreas da matemática. Essas lacunas resultavam da dificuldade de representar curvas descontínuas por equações algébricas, bem como o problema de interpretar as raízes imaginárias de equações.

Para Comte, a falta de uma interpretação geométrica dos números imaginários era uma lacuna na geometria analítica: "Nós representamos geometricamente somente as soluções reais das equações e desconsideramos as soluções imaginárias" (COMTE, 1975, p. 197). A questão do número imaginário, assim como a questão do significado do número negativo, ficou por muito tempo sem esclarecimento, inclusive no século XIX.

Além disso, existia a dificuldade de representar, por meio de equações, linhas não contínuas. Como assinalado por Comte, a impossibilidade de se representarem geometricamente equações com quatro ou mais variáveis não deve ser encarada como uma

imperfeição da geometria analítica, mas sim como algo inerente à natureza do fenômeno. Esse problema deve-se ao fato da álgebra ser mais geral do que a geometria; por isso, os processos para as equações de 2 ou 3 variáveis não podem ser utilizados também para aquelas com mais variáveis.

Uma outra lacuna, séria para Comte, residia na inexistência de um princípio classificatório das curvas. Ele rejeitava a classificação de Newton e de Euler, que usava o grau da equação para classificar as curvas, como um processo empírico. Em lugar desse, ele procurou um outro princípio – de acordo com o número de termos da equação. Sobre esse princípio classificatório, Euler já havia se manifestado em 1748, dizendo tratar-se de um princípio totalmente insuficiente.

Os matemáticos tinham o costume de classificar todas as curvas planas com o auxílio do grau das equações analíticas correspondentes. A obra de Louis Étienne Lefébure de Fourcy (1785-1869), um compêndio da geometria analítica na França, contemporâneo àquele de Comte, também classifica as linhas dessa forma. Todas as equações com duas variáveis que podem ser escritas por meio da expressão abaixo chamam-se algébricas:

$$Ay^m + (Bx+C) y^{m-1} + (Dx^2+Ex+F) y^{m-2} + \text{etc} = 0$$

Todas as outras equações chamam-se transcendentess. Em consequência dessa classificação, todas as curvas podem ser classificadas em algébricas e transcendentess. As curvas algébricas podem ser classificadas através do grau de suas variáveis x e y . O grau das linhas é determinado pelo expoente dessas variáveis (LEFÉBURE DE FORCY, 1838, p. 157f). Outros matemáticos que trataram da classificação das curvas foram Newton (1643-1727), Euler (1707-1783) e Cramer (1704-1752). Mas Comte considerou insatisfatório o princípio da classificação das curvas correspondente ao grau da respectiva equação; ele o rejeitou sob a alegação de ser um procedimento empírico, sem fundamento racional e procurou, então, um outro princípio, que será apresentado mais adiante, em detalhes.

Quaisquer que sejam as eminentes vantagens, a um tempo lógicas e científicas, próprias a esta admirável concepção cujo poder e fecundidade cada vez mais este tratado colocará em relevo, importa agora, a fim de esboçar plenamente sua apreensão geral, assinalar de modo sumário as suas imperfeições essenciais, sem porém nos ocuparmos de remediá-las, evitando todavia considerá-las como necessariamente irreparáveis (COMTE, 1843, p. 18).

A essência da geometria analítica consiste em encarar todos os métodos dos quais ela necessita a partir de um ponto de vista geral. Esses métodos não deveriam se limitar a casos especiais. Um exemplo importante para isso é o método das tangentes, que é essencial para o estudo de todas as linhas e superfícies. Um outro exemplo resulta da questão da medição: tanto o comprimento de uma curva como a área podem ser determinados pelo método da quadratura ou retificação.

Um aspecto essencial da geometria analítica proposta por Comte reside no papel relevante que ele atribui ao método. A generalidade é a característica fundamental do método. Todo método que não conduza a uma generalização tem um significado secundário, segundo Comte. Nisso, ele se aproxima muito da tradição cartesiana e mesmo do estilo de Euler. Todavia, Comte, muito mais que seus antecessores, atribuía à álgebra um valor muito grande (e talvez seja por isso que muitos classificam a matemática de Comte como aquela do século XVIII), enquanto a álgebra era a ciência "*par excellence*" e entendia que as concepções geométricas apenas poderiam alcançar uma generalização através dos conceitos analíticos.

Todo método que não conduza a uma generalização verdadeira tem significado secundário. Em toda investigação geométrica, Comte reconhecia uma necessidade de generalização. À generalização dos princípios, segue-se a generalização dos métodos:

As questões verdadeiramente limitadas a certas figuras e que não comportam generalização real, quase sempre oferecem interesse muito secundário, exceto se constituem, como muitas vezes acontece, simples modificações particulares de uma consideração plenamente geral (COMTE, 1843, p. 2).

Portanto, a generalização das concepções geométricas só pode ser alcançada por meio dos conceitos analíticos.

Comte não encarava a geometria analítica como uma teoria geométrica, mas sim como uma área de aplicação da matemática abstrata. O que significa aqui área de aplicação? Para Comte, o método desempenhava um papel central e seu cerne estava na matemática abstrata. Aplicação significa a continuação do desenvolvimento da matemática abstrata, por exemplo, a interpretação geométrica do conceito de função.

Comte faz a tentativa de encarar a geometria analítica como uma ciência natural, tal qual a física. Exemplo disso é a maneira como ele apresenta a discussão das curvas algébricas com duas variáveis. Sua opinião é bastante clara: para garantir a eficácia da comparação das curvas, é necessário que se proceda como em uma experiência física.

Um outro exemplo que exprime sua concepção é a classificação das curvas que ele fornece. Ele não classifica as curvas gerais de acordo com suas propriedades geométricas, mas sim de acordo com a complexidade das funções resultantes, isto é, por meio de uma visão analítica. A classificação das curvas é feita a partir do número de termos, isto é, curvas binomiais, curvas trinomiais e curvas polinomiais.

Comte também afirma que há muitos fantasmas metafísicos nos fundamentos da geometria. Os geômetras estavam acostumados a representar as ideias básicas dessa ciência de uma maneira pouco filosófica, o que gerou diversos incômodos, especialmente para o ensino. No *Cours*, Comte constata que, infelizmente, não havia, até aquele momento

[...] um ensino verdadeiramente dogmático na geometria geral, ou seja, geometria analítica, apesar de um curso como tal ser o mais apropriado para a apresentação do caráter filosófico da ciência matemática, uma vez que apresenta a organização geral da relação entre o abstrato e o concreto (COMTE, 1975, p. 91).

Para Leibniz, era importante fundamentar a matemática inteiramente na análise, porque a matemática baseava-se somente no princípio da liberdade de contradição. Ele personifica uma tendência

a fundamentar a matemática em princípios metafísicos²⁹. Em contrapartida, para Comte, os princípios advêm do empirismo. Ele imagina que as tentativas de explicar os fundamentos da geometria através da análise, ou fazê-los derivar da lógica, não podem ser incorporadas à interpretação normal da ciência. Ao contrário de Descartes ou Comte, o objetivo de Leibniz era a questão da forma e da estrutura do conhecimento matemático.

Ao abordar a geometria analítica, no *Curso de Filosofia Positiva*, o nosso autor reconhece os resultados a que chegou Monge, cuja obra representava até então, segundo ele "[...] o único passo realmente concluído para a transformação do trabalho humano, necessário para o progresso futuro a fim de conferir a todas as artes o caráter de argúcia e racionalidade" (COMTE, 1975, p. 80-81). A geometria descritiva é compreendida como um meio de expandir o domínio geral e abstrato da geometria euclidiana. Independentemente de sua grande utilidade na indústria, ela representa uma importante aquisição filosófica, porque contribui para o desenvolvimento da importante capacidade de imaginação do espírito humano. "A imaginação consiste, em sua acepção elementar, em se representar simplesmente, com facilidade, um vasto conjunto de objetos variáveis fictícios, como se eles estivessem sob nossos olhos" (COMTE, 1975, p. 179). Embora Comte perceba um caráter utilitário na Geometria Descritiva, ela não faz parte do seu sistema, porque ela é uma ciência aplicada, e a esse sistema pertencem somente as ciências teóricas.

Em resumo, podemos dizer que Comte via a geometria analítica como uma ciência essencial e significativa. Para ele, a geometria euclidiana era somente uma área especial, sem o caráter geral da geometria analítica. O cerne da geometria analítica está no método, que é proveniente da matemática abstrata. Entretanto, ela não pode

29 Para explicitar esse pensamento, cito aqui Leibniz: "A figura contém em geral, além da quantidade, mais uma determinada qualidade ou forma e é igual àquela a qual pertence a mesma grandeza; assim, o que é semelhante possui a mesma forma. A teoria das semelhanças ou das formas vai além da matemática e é derivada da metafísica, mesmo que encontre múltiplas aplicações na matemática e seja útil até mesmo no cálculo algébrico" (LEIBNIZ, 1966, p. 71).

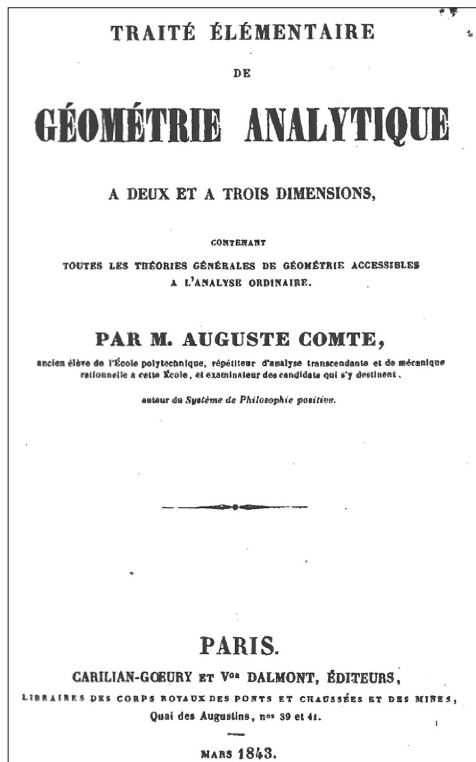
ser fundamentada pela análise matemática, pois ela é somente uma lógica ou um método. Para tal, necessita-se da geometria euclidiana, que é uma ciência. Os princípios da geometria euclidiana vêm do empirismo, e podemos considerá-los, portanto, como uma ciência natural. Desse modo, ambas as raízes da geometria analítica são formadas pela geometria elementar e pela análise.

ESTRUTURA DO LIVRO *TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE A DEUX ET A TROIS DIMENSIONS*

O livro *Traité Élémentaire de Géométrie Analytique a Deux et a Trois Dimensions* foi publicado em 1843 (houve outra edição modificada, em 1894). São 598 páginas, divididas em dois segmentos: uma parte descreve, em 417 páginas, a Geometria Analítica Plana, e a segunda, em 145 páginas, a Geometria Analítica Espacial. O livro contém ainda 82 figuras.

No prefácio, ele afirma que este livro foi o resultado “[...] de uma espécie de lazer transitório” (COMTE, 1843, p. vi) entre o término de sua obra *Filosofia Positiva* e o início de grandes obras em que ele lançou os fundamentos. Ele, provavelmente, referia-se ao livro *Sistema de Política Positiva*, que foi editado entre 1851 e 1854. O *Tratado Elementar* é o resultado do curso ministrado anualmente por Comte para preparar os alunos para o ingresso na Escola Politécnica, conforme indicado na Figura 6. A primeira metade do programa do livro é o que ele usualmente apresentava oralmente nas aulas; a segunda metade serve para o ensino do cálculo diferencial, “[...] que constitui certamente, após a geometria analítica, a parte mais decisiva e até agora mais imperfeita da iniciação matemática” (COMTE, 1843, p. vii).

Figura 6: Capa de rosto do Tratado Elementar de Geometria Analítica



Fonte: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2081845/f3.item.zoom>

A geometria analítica plana inclui, além da introdução geral, os seguintes capítulos: 1) conceitos fundamentais: sistema de coordenadas (coordenadas paralelas e coordenadas polares retangulares); distância entre pontos; conceito de função; diferença entre geometria elementar e geometria analítica; princípio da homogeneidade; construções gráficas; imperfeição da geometria analítica: por exemplo, impossibilidade de representação de segmentos de linhas através de uma equação, ausência de interpretação geométrica dos números imaginários; 2) exemplos para a construção de equações das diversas linhas de acordo com sua produção: equação das retas; equação do círculo; equação da elipse; equação da parábola; equação da hipérbole; equação da concóide (linha concoidal); etc.; 3) estudo

das retas; transformação de coordenadas; 4) teoria do número de pontos necessários para a determinação perfeita de qualquer tipo de curva; 5) teoria das tangentes; 6) teoria das assíntotas; 7) teoria dos diâmetros; 8) teoria dos centros; 9) teoria da semelhança das curvas; 10) teoria das quadraturas; 11) discussão geométrica das equações algébricas com duas variáveis³⁰; curvas binomiais: $y^m = ax^n$ ou $y^m x^n = a$; curvas trinomiais: $y^m + ax^n = b$, $y^m = x^n + x^r$, $x^n + y^m x^r = a$, $y^m x^n + y^r x^s = a$; curvas polinomiais; discussão especial sobre as equações de segundo grau; 12) investigação especial das curvas de segundo grau: teoria dos focos e diretrizes; estudo da parábola; estudo da elipse; estudo da hipérbole; apreciação das curvas de segundo grau como seção cônica; aplicação geral do estudo das curvas planas à construção de determinadas equações.

A geometria analítica espacial abrangia os seguintes assuntos: 1) termos fundamentais, isto é, coordenadas no espaço, lacunas na relação entre análise e geometria; 2) teoria analítica das retas no espaço; 3) teoria analítica do plano; 4) teoria da transformação dos eixos no espaço; 5) teoria geral das curvas de acordo com sua classificação analítica por famílias naturais autênticas; 6) termos fundamentais sobre a classificação racional da superfície; 7) teoria das superfícies cilíndricas; 8) teoria das seções cônicas; 9) teoria das superfícies de revolução; 10) teoria das conóides; 11) teoria geral complementar para todos os grupos, cuja equação comum não é conhecida e especialmente para superfícies retilíneas limitadas e circulares.

PANORAMA DA GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA, SEGUNDO COMTE

Comte dividiu a geometria analítica plana em quatro partes: 1. introdução geral; 2. apresentação de sete "teorias"; 3. discussão das equações algébricas com duas variáveis; 4. curvas especiais de segundo grau. Uma possível explicação para essa divisão seria o fato de Comte

30 Comte classificou as curvas através de um princípio analítico, isto é, do número de termos das equações.

não querer misturar teoria com aplicação. De acordo com seus princípios filosóficos, em primeiro lugar está a apresentação da teoria e depois a aplicação. A apresentação, que foi escolhida no primeiro capítulo, tem o objetivo de possibilitar uma compreensão aprofundada de cada parte. A segunda parte contém as partes principais da concepção comtiana de geometria analítica. Em cada parte desse capítulo, serão mostrados com clareza quais os princípios que orientavam Comte. Um exemplo disso é a modificação do termo "geral". Em cada parte do livro, o termo "geral" possui um significado diferente. Na primeira parte, por exemplo, "geral" remete a uma característica da geometria analítica:

A geometria cartesiana, instituindo melhor economia de nossas forças especulativas, apenas considera como verdadeiramente importante a criação de novos métodos gerais, aplicáveis a assuntos ainda intactos e cuja especialidade a certas formas só pode oferecer dificuldades secundárias (COMTE, 1843, p. 3).

O objetivo da primeira parte é fornecer uma introdução para o livro. Tal introdução abrange a concepção geral de sua obra, com muitos exemplos. Qual é o objeto dessa ciência? Segundo Comte, o objeto da geometria analítica é o seguinte:

A geometria analítica, tal como foi fundada por Descartes, é essencialmente destinada a generalizar o mais possível as diversas teorias geométricas, conforme a íntima subordinação destas a concepções analíticas, submetendo as diferentes questões a outros métodos uniformes necessariamente aplicáveis a todas as figuras convenientemente definidas; quer nos limitemos à geometria plana, que deve constituir o nosso primeiro e principal estudo, quer se considerem, como depois o faremos, superfícies quaisquer (COMTE, 1843, p. 1).

Sintetizando, a geometria analítica generaliza conceitos geométricos de acordo com concepções analíticas, isto é, ela está subordinada às concepções analíticas. Segundo Comte, até o surgimento da geometria moderna (geometria de Descartes), as questões geométricas trouxeram somente soluções particulares. Era preciso encontrar um método que generalizasse: o analítico. Em sua opinião, a geometria analítica forneceu uma grande "economia" para nossas forças "especulativas", porque ela dá a

possibilidade de construir métodos gerais aplicáveis a temas que ainda não foram trabalhados. A generalidade é uma característica da geometria analítica comtiana, por isso ele preferia a denominação geral para a geometria de Descartes, em vez de analítica. Essa denominação marca a diferença mais importante entre a geometria euclidiana e a moderna. Comte divide a Geometria em duas partes: geometria dos clássicos e geometria dos modernos. Ele vê uma grande superioridade da geometria dos modernos em relação àquela dos clássicos. A verdadeira diferença entre ambas reside no fato de que a geometria dos antigos considerava toda questão geométrica como um caso especial, ao passo que a geometria moderna tem como objetivo a generalização das questões geométricas, seus parentescos e seu método. Hankel concordou com essa opinião: “[...] os clássicos conhecem somente o desenvolvimento progressivo sintético do individual para o individual, do simples para o composto; eles carecem de princípios e métodos gerais” (HANKEL, 1875, p. 1). Por outro lado, Comte considera a Geometria dos clássicos uma introdução indispensável à geometria geral.

Comte dedica uma série de considerações ao termo analítico entre as quais está a de que ele possui dois sentidos. O primeiro é o de que ele corresponde a um conjunto de propriedades que caracterizam a geometria moderna, isto é, ele se refere à natureza do método utilizado na solução de problemas geométricos. O método provém da matemática abstrata, isto é, da análise. Isto significa que só é possível obter uma generalização para os problemas geométricos através do método analítico. Não importa se trabalhamos com a determinação das tangentes ou com a quadratura das curvas, existe um único método que pode trazer a uniformidade para as várias questões geométricas – o analítico. O segundo significado desse termo diz respeito à divisão em partes de um todo dado. A generalização só pode ser obtida através da separação abstrata de diversas condições elementares.

Comte é moderno no que se refere a iniciar a geometria analítica com o conceito do sistema de coordenadas. Isto não ocorre com Lacroix, que está interessado, acima de tudo, em primeira linha na

solução de problemas³¹ e que segue mais a apresentação da Geometria segundo Descartes.

A análise matemática só poderia tratar de ideias de grandeza, diz Comte. Entretanto, na geometria há duas outras categorias: forma e posição. O objeto da análise diz respeito a grandezas (quantidades) e, para aplicar um método analítico à geometria, é necessário que ambas as categorias da geometria possam ser reduzidas a quantidades, justamente porque a aritmética e a álgebra só operam com grandezas. Assim, é indispensável que a geometria analítica reduza as ideias de forma e posição a ideias simples de grandezas que possam ser expressas numericamente. A fim de simplificar essa dificuldade, Comte propõe que todas as ideias elementares de posição sejam reduzidas a ideias simples da posição de um ponto. Para que posição e forma possam ser reduzidas à ideia de grandeza basta empregar um sistema de coordenadas: 1º passo – reduz-se a forma à posição relativa dos pontos; 2º passo – reduz-se a posição de um ponto, com o auxílio do sistema de coordenadas, a um sistema de grandezas. Entre os diversos sistemas de coordenadas que podem ser utilizados está o sistema de ângulos retos, ou seja, a determinação de um ponto por meio da distância de duas retas fixas que, normalmente, formam mutuamente um ângulo reto.

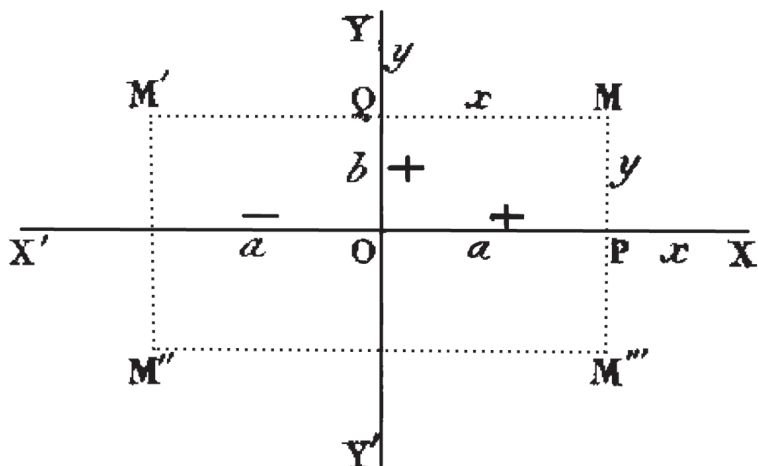
Se o ponto **M**, conforme a Figura 2, estiver sob um plano, sendo **a** e **b** as distâncias aos eixos OX e OY, então ele estará no ponto de interseção das duas retas paralelas que são marcadas com intervalos a partir desses eixos. Uma dessas coordenadas, MP, a qual podemos imaginar vertical, tem normalmente o nome de ordenada. A

31 A questão geométrica é mais importante do que a analítica, por isso ele apresenta questões resolvidas geometricamente, depois, como elas podem ser resolvidas analiticamente: “O pequeno número de questões previamente resolvidas é suficiente para mostrar como a álgebra pode ser aplicada à solução de problemas. É preciso reconhecer, por esses exemplos, que as circunstâncias relativas à situação das linhas sempre podem ser deduzida a partir da consideração aos triângulos, e, por meio das propriedades dessas figuras, que se expressam algebricamente. A arte de formar os triângulos de que se trata, e que resultam, ou explicitamente, das condições do problema proposto, só pode, como a facilidade de colocar em equação os problemas numéricos, é adquirida pelo hábito” (LACROIX, 1863, p. 117, tradução da autora).

outra, MQ, horizontal, é denominada de abscissa; o ponto O é a origem comum das coordenadas.

Segundo Comte, aparentemente, as ideias de grandeza não estão suficientemente definidas através desse sistema de coordenadas. Para solucionar o problema, Descartes apresentou a oposição através dos sinais + e - para cada grandeza que, vistas de uma distância estabelecida, geram uma nítida inversão. O sistema de coordenadas, segundo Comte, está representado na figura 7.

Figura 7: Sistema de coordenadas



Fonte: Comte, 1843, anexo (tábua de figuras).

Comte atribuiu a Descartes a lei sobre a interpretação geométrica dos sinais + e -. Essa lei consiste em expressar analiticamente a inversão das grandezas concretas através da inversão do sinal do valor correspondente.

Se Descartes conhecia ou não as coordenadas negativas, esse é um tema controverso. Boyer afirma que, já antes de Newton, Wallis e Lahire teriam utilizado as coordenadas negativas (Boyer, 1956, p. 139). A discussão sobre grandezas negativas estendeu-se até o século XIX, e Felix Klein acreditava que August Möbius³² (1790-1868)

³² Um tema do primeiro capítulo do livro *Der barycentrische Calcul* de Möbius é: "como, com a denominação de uma parte de uma linha através de duas

teria sido o primeiro a utilizá-las e, conseqüentemente, também o princípio dos *sinais* na Geometria (KLEIN, 1909, p. 118). Na minha opinião, Descartes não expressou claramente esse princípio, como Comte afirma. Foi somente a partir de Newton, em 1673, que ele foi tratado sistematicamente.

Além do sistema retangular de coordenadas, Comte fez considerações sobre as coordenadas polares. Para que são necessárias as transformações de coordenadas? Utilizam-se as transformações de coordenadas para duas finalidades: de um lado, deve-se decidir, quando são dadas duas equações, se elas apresentam curvas diversas ou a mesma curva em uma posição diferente. Por outro lado, as transformações de coordenadas servem para simplificar uma única equação e para facilitar o cálculo:

[...] as definições geométricas são muitas vezes impróprias para indicar diretamente os eixos mais favoráveis [...]. Então, basta, em geral, pensar que a equação retilínea de uma curva poderá frequentemente não ter à primeira vista a forma mais simples de que seja suscetível, por causa da escolha dos eixos. Isto posto, a teoria atual fornece um meio de descobrir sempre os eixos mais convenientes, por mais complicada que possa ser a equação primitiva. Com efeito, é preciso operar uma transposição totalmente indeterminada, para descobrir logo a situação dos eixos próprios e fazer desaparecer certos termos, cujos coeficientes conterão as constantes arbitrárias assim introduzidas (COMTE, 1843, p. 75).

Quando falamos em transformações de coordenadas, devemos distinguir dois casos: a translação e a rotação dos eixos. Esses dois movimentos não são feitos simultaneamente, mas em sequência. A esse propósito, as observações de Comte são semelhantes às de Lefébure e Fourcy.

letras dispostas sobre dois pontos finais de cada parte deve expressar ao mesmo tempo o valor positivo e o negativo dessa parte?". Ele responde, assim: "ou seja, um ponto pode movimentar-se em uma linha reta em duas direções diferentes, sendo uma o oposto da outra. A primeira direção chama-se positiva, a outra, negativa. Sendo assim A e B quaisquer dois pontos sobre uma linha reta, entende-se pela expressão AB o valor da parte da linha contido entre A e B, seja ele positivo ou negativo, conforme um ponto que continua na linha para chegar do ponto A, o primeiro a aparecer na expressão, até o seguinte, B" (Möbius, 1827, p. 3).

A primeira transformação considerada por Comte é a translação (Figura 8).

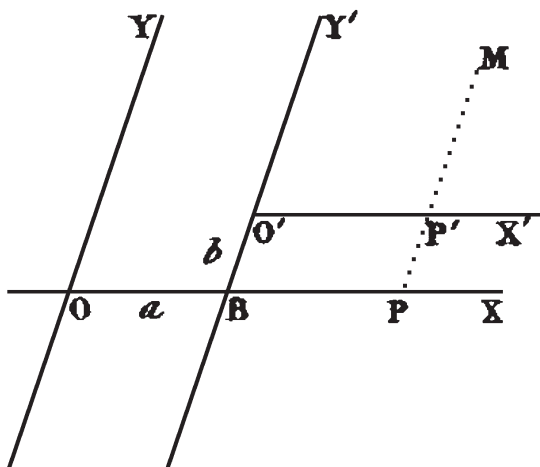
Pressupondo que partiremos primeiramente dos eixos OX e OY para os eixos O'X' e O'Y'. De acordo com a Figura 8, onde o ponto M tem coordenadas (x, y), segue-se a fórmula:

$$x = x' + a$$

$$y = y' + b$$

Em que (a, b) são as coordenadas primitivas.

Figura 8: Translação de eixos

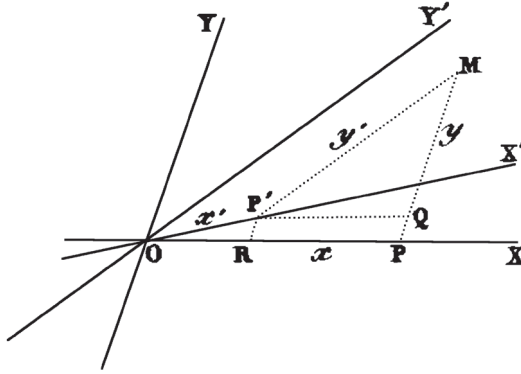


Fonte: Comte, 1843, anexo (tábua de figuras).

Como o autor observa, essa transformação não acarreta mudança alguma no grau da equação. O que Comte queria dizer aqui é que o grau da equação é invariável com relação à translação.

A segunda transformação de coordenadas considerada por Comte é a mudança de direção dos eixos (Figura 9). As coordenadas de M com relação aos eixos OXY são (x, y) e as referentes aos eixos OX'Y' são (x', y').

Figura 9: Transformação de coordenadas: rotação



Fonte: Comte, 1843, anexo (tábua de figuras).

Da trigonometria, conhecemos as seguintes equações:

$$\frac{OQ}{OP'} = \frac{\text{sen}(OP'Q)}{\text{sen}(OQP')} \text{ ou } \frac{OQ}{x'} = \frac{\text{sen}(y-x')}{\text{sen}(\pi-y)}$$

Então:

$$OQ = \frac{x' \text{sen}(y-x')}{\text{sen } y}$$

$$P'R = \frac{y' \text{sen}(y-x')}{\text{sen } y}$$

$$\frac{MR}{MP'} = \frac{\text{sen}(MP'R)}{\text{sen}(MRP')} = \frac{\text{sen } y'}{\text{sen } y}$$

Então:

$$MR = \frac{y' \text{sen } y'}{\text{sen } y}$$

Do mesmo modo, segue-se:

$$P'Q = \frac{x' \text{sen } x'}{\text{sen } y}$$

Já que $x = OQ + P'R$, então:

$$x = \frac{x' \text{sen}(y-x') + y' \text{sen}(y-y')}{\text{sen } y}$$

Já que $y = MR + P'Q$, então:

$$y = \frac{y' \text{sen } y' + x' \text{sen } x'}{\text{sen } y}$$

Ele chama a atenção, nesse caso, para o fato de que essas transformações não acarretam mudança nenhuma no grau de uma equação. Se desejarmos realizar as duas transformações ao mesmo tempo, devem ser observadas as seguintes fórmulas:

$$y = \frac{y' \operatorname{sen} y' + x' \operatorname{sen} x'}{\operatorname{sen} y} + b, \quad x = \frac{x' \operatorname{sen}(y-x') + y' \operatorname{sen}(y-y')}{\operatorname{sen} y} + a$$

Entretanto, Comte percebeu que as fórmulas acima, em sua aplicação, não eram fáceis de manipular (ele mesmo nunca utiliza essas fórmulas no livro), por isso ele propõe que se tome o ângulo y como sendo de 90° , com o argumento de que os eixos primitivos são quase sempre retangulares. Segue-se então:

$$y = x' \operatorname{sen} x' + y' \operatorname{sen} y', \quad x = x' \operatorname{cos} x' + y' \operatorname{cos} y'$$

Essas duas transformações de coordenadas são aquelas utilizadas na obra. Ele dá um exemplo para a aplicação da transformação das coordenadas: como determinar, se duas equações representam a mesma curva.

Comte emprega também a fórmula da translação e rotação quando trata das cônicas, como era usual para todos os outros autores contemporâneos.

Apesar de não ter conseguido abranger as transformações das coordenadas sem o auxílio da trigonometria, ele criticou duramente os outros autores, porque eles viam a trigonometria como uma introdução à Geometria Analítica.

Vê-se também, em virtude do mesmo engano, anexar-se o mais das vezes ainda à geometria analítica a simples trigonometria, sem embargo do judicioso exemplo de Legendre que, seguindo uma irrecusável indicação histórica, a tinha colocado em seguida à geometria elementar, da qual constitui evidentemente o inseparável complemento, por ser igualmente relativa a um problema puramente especial, ainda que de capital importância (COMTE, 1843, p. 5).

A crítica é dirigida a Lacroix, Lefébure de Fourcy e Biot, que apresentaram a trigonometria juntamente com a Geometria Analítica.

Comte percebeu perfeitamente o grande significado do sistema de coordenadas e da transformação de coordenadas. Ele também percebeu que a mudança de coordenadas é uma transformação. O

que lhe faltou foi a simples notação matricial. Essa notação foi introduzida por Sylvester em 1851. Comte considerou a transformação de coordenadas uma ferramenta analítica para trabalhar questões geométricas e não um objeto matemático próprio. A obra mais difundida na Europa sobre a matéria é *A Treatise on Conics*, publicada em 1848, de George Salmon (1819-1904), a qual considera as transformações de coordenadas da mesma maneira que Comte o fez. Salmon enfatizou, assim como Comte, que "o grau de uma equação entre duas coordenadas não é alterado por transformação de coordenadas" (SALMON, 1848, p. 10).

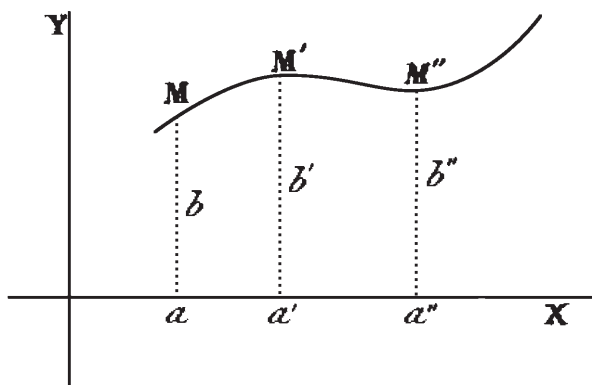
Nesse capítulo, também é introduzida a definição de reta: "Assim, a equação de uma linha em qualquer sistema não é mais do que a relação constante que necessariamente existe entre as coordenadas variáveis do ponto descrevente" (COMTE, 1843, p. 14).

A fim de tornar precisa a noção de reta, ele introduz o conceito de função, o qual, porém, não se distingue suficientemente do conceito de equação. O que pode ser notado em Comte é que conceitos básicos como posição, sistema de coordenadas, variável e função surgem de forma sequencial. Segundo Boyer, Descartes ainda não conhecia todos esses conceitos (BOYER, 1956, p. 88). A grande ambição da geometria analítica é desenvolver ou aperfeiçoar a dupla relação entre abstrato e concreto. Em outras palavras, existe uma correspondência entre equações (objetos da matemática abstrata) e linhas (objetos geométricos da matemática concreta). Infelizmente, a harmonia entre essas duas áreas não é total, ainda há lacunas, como Comte apresenta aqui.

Para Comte, as ideias de posição são as únicas a possuírem uma interligação imediata com a expressão algébrica. A equação de uma linha é pura e simplesmente uma relação constante entre as coordenadas, por isso uma linha é definida pela propriedade comum de todos os seus pontos. Dito de outra maneira, pode-se afirmar que Comte conecta as equações das curvas com funções, isto é, ele tenta descrever ou determinar as curvas por meio de funções. Uma equação qualquer da forma $f(x,y) = 0$, em que f é uma função, representa uma linha e essa é denominada lugar geométrico.

Como representar equações com duas variáveis por meio de linhas planas equivalentes? Uma equação qualquer $y = f(x)$ ou $f(x, y) = 0$, em que $x=a$ e $y=b$; $x=a'$ e $y=b'$; $x=a''$ e $y=b''$ representa pares possíveis na equação.

Figura 10: Representação de uma curva por equação



Fonte: Comte, 1843, anexo.

Os pontos M, M', M'' formam uma linha definida com exatidão, porque pertencem à mesma equação (Figura 10). Considerada como equação, relativamente a sua origem, ela é denominada lugar geométrico. A correspondência fundamental das linhas com as equações é necessariamente dependente da natureza do sistema de coordenadas empregado. Por exemplo, a equação $y = ax$ em coordenadas retangulares representa uma reta, mas, em coordenadas polares, representa uma espiral.

O mesmo problema que já havia aparecido no *Cours* de Comte torna-se aqui mais uma vez claro: Comte não define rigorosamente o que ele entende por função. Apesar de ele usar a palavra "função" com muita frequência, não se pode dizer que esse conceito estivesse esclarecido ou que esse autor o empregasse no sentido que hoje conhecemos. Aparentemente, Comte entendia função como uma fórmula ou equação. Pode-se falar até de uma concepção física do conceito de função, ou seja, de uma oscilação entre concepção física e realisticamente formal. Um segundo problema jaz na relação entre

linhas e equações. Comte enfatiza que "[...] toda equação abstrata de duas variáveis pode ser representada por uma curva; e, inversamente, não há modificação algébrica que não deva comportar uma certa interpretação geométrica³³" (COMTE, 1843, p. 17).

Posteriormente, Comte dará exemplos de equações abstratas, tais como $x^2 + y^2 = -1$, que não possuem interpretações geométricas. O reconhecimento completo dos números imaginários sempre esteve ligado à interpretação geométrica desses números. Até meados do século XIX, havia grande dificuldade para os autores de livros didáticos superarem esse problema.

Outros matemáticos, como Jakob Steiner (1796-1863), viam as grandezas imaginárias na geometria como "fantasmas". Na opinião de Klein, Johann Karl Gauss (1777-1855) apresentou, em 1831, uma representação geométrica dos números complexos. Foi também Gauss quem sugeriu o nome números complexos, em lugar de imaginários. Todavia, os autores de livros-textos, como, por exemplo, Lacroix e Lefébure de Fourcy, entre outros, não encontraram uma interpretação geométrica para os números imaginários e isso sequer é comentado nos seus textos.

Comte também se deparou com o mesmo problema. Ele tentou dar uma interpretação, mas essa só abrangia os casos nos quais as equações têm, além das raízes reais, também raízes imaginárias. Segundo Comte, a *imaginarité* não deve impedir toda interpretação geométrica. O exemplo dado é o seguinte: a equação $x^2 + y^2 = 1$ possui raízes reais somente para $-1 < x < +1$, para a interpretação geométrica, ele mostra o gráfico de um círculo. Se considerarmos os valores exteriores ao intervalo $[-1, 1]$, então y recebe um valor imaginário e o gráfico é uma hipérbole em que o eixo x representa os

33 Diferentemente de Comte, Ohm apresenta a seguinte definição de linha: "diz-se que uma linha é dada por uma equação entre x e y , a qual se refere a determinados eixos de coordenadas e a um determinado padrão Z , se cada um de seus pontos tiver uma propriedade tal que os valores de suas coordenadas ao invés de x e y , elas tomam a equação idêntica". Na nota I ele coloca o seguinte: "[...] ponto algum pode pertencer a uma equação entre x e y , como, por exemplo, à equação: $1) (y+x)^2 + 1 = 0$. Porque não há valores reais de x e y que possam satisfazer a essa equação [...]" (OHM, 1826, p. 84).

valores reais e o eixo y , os imaginários. Comte interpretava os valores reais e imaginários simultaneamente: os reais pertenciam à curva da circunferência e os imaginários aos da parábola. Entretanto, se tivéssemos apenas a equação $x^2 + y^2 + 1 = 0$, não haveria uma interpretação geométrica, já que se trata de uma curva que só possui soluções imaginárias.

Com referência ao mesmo eixo, Comte interpretava os dois tipos de valores – reais e imaginários – simultaneamente. Se x assumir um valor maior que 1 e menor que -1 então há um y puramente imaginário. Por exemplo, se $x = \pm\sqrt{2}$, então $y = \pm\sqrt{-1}$. Se abstrairmos $\sqrt{-1}$, representam-se os valores ± 1 no eixo y . Em outras palavras, se x não pertencer ao intervalo $(-1, +1)$, o y correspondente será um número puramente imaginário e pode ser representado no eixo das ordenadas. Entretanto, para Comte essa interpretação não funcionaria se a equação assumisse somente raízes imaginárias como, por exemplo, no caso $x^2 + y^2 + 1 = 0$ ou $x^2 + y^4 + 1 = 0$, em que não há interpretação geométrica.

Comte não fornece uma explicação para o fato de interpretar ambas de maneira diversa. Aparentemente, ele tinha dificuldades com as questões que tratam somente de números imaginários. Não há nenhuma razão lógica para uma interpretação geométrica no primeiro caso, e nenhuma, também, no caso em que aparecem somente raízes imaginárias. Uma explicação possível para a posição assumida por Comte é a de que ele, a exemplo de Chasles³⁴, queria apresen-

34 Chasles refletiu sobre o imaginário na geometria em seu livro *Geschichte der Geometrie*, em 1839. Ele constata: "[...] não há outra maneira possível de imaginar um objeto imaginário do que pensar simultaneamente em um objeto do espaço em um estado de existência real, de modo que a ideia do imaginário não teria sentido se ela não estivesse sempre acompanhada da ideia de uma existência real do mesmo objeto ao qual ela é aplicada. Porém, essas são as relações e propriedades que mencionamos casualmente e que fornecem a chave para o imaginário na geometria. Percebe-se, entretanto, que, se quisermos, numa argumentação podemos evitar com muita facilidade a consideração do imaginário. Seria suficiente, juntamente à figura da qual queremos provar alguma propriedade, supor uma figura da mesma natureza, mas em um estado geral de construção, no qual as propriedades casuais, que são imaginárias na figura dada, serão reais. Isso é, na verdade, aquilo que fazemos tacitamente ao argumentarmos sobre objetos imaginários como objetos re-

tar uma ilustração do imaginário quando ocorrem duas soluções de uma equação (real e imaginária).

Um outro tema do qual Comte tratou é o princípio da homogeneidade. Na sua opinião, esse é um dos teoremas mais importantes da geometria analítica, porque possui um amplo campo de aplicação. Pode-se aplicar esse princípio tanto para as linhas como para o conteúdo da superfície e o volume. Comte já havia apresentado, em 1830, seu princípio da homogeneidade nas suas considerações filosóficas sobre a matemática. Ele diz que a exatidão de todas as relações concretas, sejam elas geométricas, mecânicas, físicas, etc., depende necessariamente da grandeza da unidade ou da avaliação numérica das unidades introduzidas.

A equação correspondente deve permanecer inalterada se experimentarmos cada uma das unidades básicas com a variação da mudança da unidade, que consiste em multiplicar todas com o mesmo fator arbitrário. Se invertermos todos os fatores que expressam as linhas consideradas, é fácil reconhecer que o termo total de primeiro grau deve ser multiplicado por m , seja qual for sua forma algébrica:

$$3a, \frac{2}{3}a, \frac{ab}{e}, \sqrt{ab}, \sqrt[5]{abcde}$$

Ou seja, todas as expressões acima têm grau de homogeneidade $m = 1$.

Cumprida essa condição, cada um desses termos de grau superior ficará assim com uma forma qualquer m^2, m^3, m^4 etc. vezes maior, conforme a equação seja do segundo grau, terceiro, quarto, etc., como produto de igual número de fatores do primeiro grau. Resumindo: todos os termos do mesmo grau, seja qual for sua semelhança algébrica, variam da mesma forma.

Encerrando o primeiro capítulo, um dos temas mais importantes é a construção de fórmulas. Nesse ponto, Comte continua

ais, de modo que podemos dizer que o emprego da palavra imaginário é uma maneira abreviada de expressar-se, que significa que a argumentação feita se aplica a um outro estado geral da figura, no qual tecemos considerações que realmente existem, em vez de serem imaginários, como na figura dada" (CHASLES, 1839, p. 394-395).

firmemente ligado à tradição cartesiana. Esse tema mostra que há dois níveis na geometria analítica. Para montar as fórmulas, a métrica não é necessária, mas, para construí-las, sim. Esse parece ser o cerne do princípio da homogeneidade, segundo a leitura cartesiana. Comte, a exemplo de seus outros contemporâneos (Lacroix, Lefébure de Fourcy, Biot), sempre tratou do problema da construção de fórmulas e do princípio da homogeneidade em conexão. Por outro lado, Fourier tinha uma visão muito mais geral. É essa diferença que mostra que Comte, ao contrário de Fourier, não possuía realmente uma concepção analítica da geometria.

Além da aplicação desse princípio na construção geométrica, Comte oferece uma segunda aplicação para a reta. Para ele, as coordenadas retangulares são naturalmente mais apropriadas para a investigação da equação da reta. Em coordenadas retangulares, a reta é o local onde se encontram os pontos, cuja distância de dois eixos é constante.

A equação da reta é $y = ax + b$, que coincide com a equação geral de primeiro grau com duas variáveis. Essa equação apresenta sucessivamente todas as retas do plano, sendo que são conferidos valores correspondentes às constantes arbitrárias a e b . Afirma também que o número dessas constantes não é de maneira alguma casual; antes, coincide geometricamente com o número de pontos necessários para se definir a reta. É interessante observar aqui que Comte usa a lei da homogeneidade para distinguir ambos os coeficientes: "[...] a lei da homogeneidade indicaria sozinha, independentemente da figura, que a constante **b** deve ser linear e **a** angular" (COMTE, 1843, p. 40). Quando emprega a palavra linear aqui, ele não se refere a uma função linear, mas sim a um conjunto unidimensional, nesse caso, o comprimento. Se interpretássemos os coeficientes a e b como variáveis da função f , isto é, $y = f(a, b)$, então a função não seria linear, se **a** indica uma direção, mas angular, e **b**, ao contrário, representaria o comprimento, sendo, assim, linear; y é linear e x também é linear; por isso **a** deve ser adimensional e **b**, linear, devido ao princípio de homogeneidade para a equação $y = ax + b$.

Mas, a exemplo do que se percebe no emprego do princípio da homogeneidade em Fourier e Comte, há diferenças. O princípio da homogeneidade, ao qual Comte confere um grande significado, distingue-se da concepção de Fourier, apesar de Comte ver uma analogia entre suas teorias. Na realidade, a teoria de Comte é limitada, à medida que ele considera somente as grandezas de mesma espécie e as emprega, assim como Descartes ou Lacroix, somente nas construções gráficas. Para Fourier, ao contrário, a teoria da dimensão desempenha um amplo e importante papel, porque ele utiliza a dimensão para revisar as leis da física. Um exemplo disso é a consideração da dimensão para as equações do calor. Fourier considera uma matriz tridimensional e utiliza-a para revisar a compatibilidade das diferentes equações do calor, como já foi apresentado. Pode-se entender a concepção de Fourier como uma tendência estruturalista ou analítica. Nada disso se aplica a Comte. Ele se aproxima da teoria cartesiana, de modo que seu raciocínio pode ser compreendido como sintético. Para Comte, a álgebra é somente o cálculo com funções e, na geometria analítica, ele procede da mesma maneira que na álgebra, ou seja, seu interesse está nas representações gráficas de funções. Comte via na aplicação da álgebra à geometria um poderoso método para a solução de questões geométricas.

Comte reconheceu a grande revolução na Geometria ocorrida com o trabalho de Descartes. Seu entusiasmo por esse matemático era enorme. Em 1854, quando Comte formulou a Biblioteca Positivista e recomendou-a para estudo, acrescentou a essa coletânea a sua geometria analítica precedida da geometria de Descartes (COMTE, 1854, p. 558). De fato, em 1894, surgiu uma nova edição da obra de Comte, precedida do texto de Descartes.

Para Descartes, a aritmética e a geometria eram ciências destituídas do defeito da falsidade ou da insegurança. Assim como Comte, Descartes encarava a matemática como ciência-modelo.

Elas [geometria e aritmética] são muito mais certas que as outras disciplinas: são efetivamente as únicas que lidam com um objeto tão puro e simples que não têm de fazer suposição algu-

ma que a experiência torne incerta [...] não se deve aprender apenas a aritmética e a geometria, mas somente que, na procura do reto caminho da verdade, não há que ocupar-se de objeto algum sobre o qual não se possa ter uma certeza igual às demonstrações da aritmética e geometria (DESCARTES, 1989, p. 16).

Descartes, portanto, no que diz respeito à aritmética e à geometria, não faz nenhuma diferença entre essas duas subdisciplinas da matemática. Comte partilha da opinião de Descartes quanto ao modelo, embora para esse as duas partes da matemática possuam status distintos.

A abordagem de Comte sobre a construção das fórmulas é semelhante àquela de Descartes. Ele não cita o nome de Descartes, mas trata-se aqui do mesmo processo descrito na obra de Descartes, *La Géométrie - Livre Premier*, sobre a multiplicação de segmentos.

Como Descartes estruturou sua obra Geometria? Primeiro, ele quis mostrar que é possível fazer cálculos sem "números", ou, melhor dizendo, que tanto é possível fazer cálculos com segmentos de reta como com números. Para isso, ele demonstrou como se pode multiplicar dois segmentos de reta. O novo em Descartes é o fato de ele representar, também, o produto de dois segmentos novamente como um segmento e não como uma área. E, assim, ele chega claramente ao problema da dimensão:

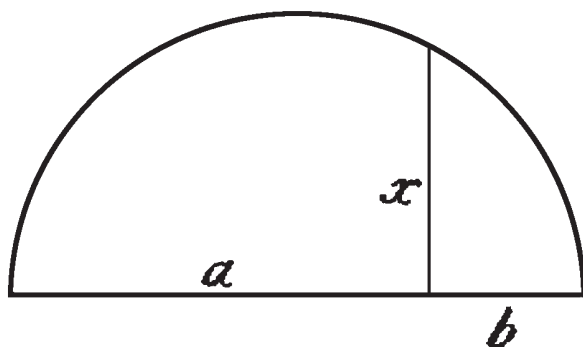
Nota-se também que todas as partes de uma mesma linha devem expressar ordinariamente as mesmas dimensões uma da outra quando a unidade não é determinada no problema: como a^3 contém tantas dimensões quanto abb ou b^3 das quais se compõe a linha que nomeei $\sqrt{ca^3 - b^3 + abb}$. (DESCARTES, apud COMTE, 1894, p. 3).

Da mesma maneira, ele mostra que a raiz quadrada de um segmento é um novo segmento. A partir desses dois exemplos, pode-se entender que há uma possibilidade de ligar a aritmética e a geometria. Ele mostra como o cálculo aritmético relaciona-se com as operações geométricas. Descartes, por se interessar pela solução de problemas, não seguia uma tendência estruturalista, como Leibniz, distanciando-se, assim, do método axiomático de Euclides. O que Descartes traz de novo é o método: um método algébrico na geometria.

Para o exemplo da raiz quadrada, Comte utiliza a mesma construção que Descartes:

Passando agora às fórmulas irracionais do segundo grau, devemos considerar a fórmula $x = \sqrt{ab}$. E como a única suscetível de construção imediata, por meio da figura elementar destinada a traçar uma média proporcional; substituir-se-ão deste modo a multiplicação e a extração indicadas por equivalentes gráficos, de onde resultará a linha x (Figura 11) (COMTE, 1843, p. 37).

Figura 11: Raiz quadrada de segmento



Fonte: Comte, 1843, anexo (tábua de figuras).

Comte fornece exemplos de construções gráficas em que utiliza o princípio da homogeneidade. Segundo ele, Descartes aperfeiçoou todas as especulações geométricas de uma maneira filosófica, isto é, sua obra representa uma harmonia íntima entre o método e a teoria. Essa grande concepção de Descartes, no entendimento de Comte, conduziu a uma renovação das concepções geométricas. De acordo com Boyer, a revolução que Comte viu na geometria analítica é uma mera ilusão, pois, como ele observa, a recepção da geometria de Descartes foi aceita com reservas entre os contemporâneos. Alguns rejeitaram essa concepção pura e simplesmente continuaram a trabalhar com o método sintético. Leibniz via, inclusive, na *Geometria* de Descartes um trabalho limitado: "Os problemas mais importantes não dependem de equações do tipo a que se resume toda a Geometria do senhor Descartes" (LEIBNIZ *apud* BOUTROUX, 1927, p. 108).

A segunda parte da obra de Comte abrange métodos genéricos para a consideração de questões da geometria analítica. Comte recolheu sete métodos diferentes e os reuniu. Os sete métodos tratam de: 1) número de pontos necessários para a determinação completa de qualquer tipo de curva; 2) tangentes; 3) assíntotas; 4) diâmetros; 5) centros; 6) semelhança das curvas; 7) quadraturas. Esses sete métodos são válidos, segundo Comte, para todas as curvas. Por serem tão genéricos, eles demandam primeiramente estudo e só depois, aplicação. precisamos primeiramente estudá-los e após aplicá-los.

A ordem segundo a qual esses métodos deveriam ser estudados é a apresentada acima e ela está subordinada a três princípios: dependência, simplicidade, perfeição.

Uma pergunta que pode desde já ser feita é: Qual a origem de todos esses métodos? Na famosa *Introductio*, de 1748, de Euler, já aparecem quase todos os métodos que Comte minuciosamente considera. No terceiro capítulo do segundo volume, Euler trata do problema do número de pontos necessários para a determinação completa de qualquer tipo de curva (EULER, 1797, p. 27-39). Nos capítulos quinto e décimo quinto, surge a questão do diâmetro e do centro (EULER, 1797, p. 42-50, p. 178f). A questão das assíntotas é tratada no capítulo oitavo e as tangentes, no sétimo capítulo, enquanto a curvatura das curvas, no décimo quarto. O importante tema sobre semelhança das curvas foi considerado no capítulo 18 (EULER, 1797, p. 232). Uma diferença entre a apresentação de Euler e a de Comte reside no fato de que Euler quase sempre apresentou esses métodos dentro do contexto de curvas específicas, por exemplo, a das seções cônicas, ao passo que Comte enfatizou serem esses métodos válidos para todas as curvas. A apresentação de Comte é singular, pois ele tratou de uma maneira geral tais métodos; nenhum contemporâneo fez tais formulações.

Dentre esses métodos analíticos, o primeiro a ser abordado é aquele que serve para determinar o número de pontos necessários para todo tipo de curva. Ele é o primeiro porque é o mais genérico, o mais simples e o mais perfeito, de acordo com Comte.

Em 1717, essa questão já havia sido abordada por James Stirling³⁵ (1692-1770). Ele provou que uma curva de grau n é geralmente determinada por pontos. O tema continuou a interessar os matemáticos do século XIX. Julius Plücker (1821-1868) mencionou o mesmo enunciado em seu trabalho *Recherches sur les courbes algébriques de tous les degrés*³⁶, em 1828, embora tenha estabelecido outra fórmula $\frac{n(n+3)}{2} - 1$. Contudo, não se encontra qualquer consideração analítica e sistemática sobre a determinação do número de pontos para todas as curvas na maioria dos autores que contribuíram para a geometria analítica.

Para Comte, uma equação é genérica se ela se aplica para todas as posições possíveis de curvas, e, especialmente, se ela estiver limitada a certas posições. Por exemplo, as equações mais genéricas do círculo e das retas são $(y - b)^2 + (x - a)^2 = r^2$ e $y = ax + b$. Ao passo que as equações especiais têm a seguinte forma $y^2 + x^2 = r^2$ e $y = ax$.

À medida que as curvas perdem os parâmetros, elas se tornam cada vez mais especiais. Ele também observa que existe somente uma única equação genérica de cada curva. Observemos, primeiramente, a equação mais genérica de uma curva, a fim de encontrar a regra fundamental para determinar os pontos. Segundo Comte:

[...] o problema consiste em achar, para as constantes arbitrárias que ela contém, um sistema de valores próprios a fazer passar a curva pelos pontos indicados. Seja $f(x, y, a, b, c, d \dots) = 0$, esta equação, em que as incógnitas são as constantes, às vezes chamadas geometricamente parâmetros, aliás, lineares ou angulares, etc., que devem distinguir a curva pedida de outra qualquer da mesma espécie. [...] a regra fundamental que procuramos deve pois finalmente consistir em operar; sobre a equação geral dada, uma dupla enumeração, contando separadamente não só o número de suas constantes arbitrárias, mas também o número dos termos distintos que os contêm: o menor destes dois números será sempre o dos pontos exigidos para a determinação da curva correspondente; se forem iguais, adotar-se-á o de valor comum (COMTE, 1843, p. 108-109).

35 Referência: Geschichte der Geometrie, Mainzer: 1980, p. 107.

36 Plücker, J. *Géométrie Analytique*. Recherches sur les courbes algébriques de tous les degrés. Annales de Mathématiques pures et appliquées. Tome 9 (1828-1829), p. 97-106.

Ele fornece os seguintes exemplos:

1) Seja a equação do círculo:

$y^2 + x^2 - 2by - 2ax + (b^2 + a^2 - r^2) = 0$ ou $(y - b)^2 + (x - a)^2 = r^2$ e, por-que essa equação genérica possui três constantes, o número de pontos para a determinação do círculo é três. Se não tivermos a equação genérica, deve-se derivar a equação genérica através de uma transformação de coordenadas. Se observarmos a equação particular do círculo $x^2 + y^2 = r^2$, obteremos, através das transformações de coordenadas $x = x' \cos x' - y' \sin x'$ e $y = x' \sin x' + y' \cos x'$, a equação $x'^2 + y'^2 + 2by' + 2ax' - a^2 - b^2 - r^2 = 0$, que é, agora, uma equação genérica do círculo.

Com o auxílio desse princípio, Comte encontra o número de pontos para as seguintes curvas, apresentadas no Quadro 10.

Quadro 10: Número de pontos que determinam uma curva

Curva	Número de pontos
Reta	2
Círculo	3
Elipse	5
Hipérbole	5
Parábola	4

Fonte: elaborado pela autora.

Outros autores, como Lacroix e de Fourcy, praticamente não mencionam o tema. De Fourcy trata-o da seguinte maneira: "[...] por cinco pontos, quando três deles não estão em uma linha reta, pode-se sempre passar por uma seção cônica [...]" (FOURCY, 1838. p. 373). Salmon trata do mesmo problema em seu livro *Geometria Analítica da Seção Cônica*, no subtítulo "Número de condições que determinam uma seção cônica". Ele constata que:

A forma mais genérica da equação de segundo grau é (1) $a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$, onde $a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_{13}, a_{23}, a_{33}$ são constantes. A natureza das curvas representadas por essa equação depende das condições especiais de valor das constantes. [...] São suficientes cinco relações entre os coeficientes para determinar uma curva de segundo grau. Assim, por exemplo, uma seção cônica pode ser descrita por 5 pontos (SALMON, 1848, p. 120).

Se os a_{ik} coeficientes não forem todos interdependentes, isso significa que existem relações entre alguns deles, o que diminui o número de pontos que determina a curva. Se $a_{12} - a_{11}a_{22}$ é negativo, então a curva é uma elipse; se $a_{12} - a_{11}a_{22}$ é positivo, então a curva é uma hipérbole; se $a_{12} - a_{11}a_{22} = 0$, então a curva é uma parábola. Pode-se concluir que, para uma elipse e uma hipérbole, são suficientes 5 pontos, e, para uma parábola, 4 pontos. Se $a_{12}^2 - a_{11}a_{22} = 0$, a curva é um círculo.

Examinemos, agora, a abordagem de Comte para o método da tangente. Sua importância reside em ser ele a base necessária para a aproximação entre figuras curvas e retas. A definição da tangente consiste em "considerar a tangente como limite para o qual tende uma secante de que um dos pontos de intersecção, suposto móvel, aproxima-se indefinidamente do outro, suposto fixo, até que se confundam exatamente" (COMTE, 1843, p. 122). Lübsen (1848) contribuiu com uma definição semelhante. Em vez da fórmula comum, isto é, de um cálculo algébrico para calcular a tangente, Comte propõe a utilização das derivações, como Lagrange. Assim, pode-se escrever para as tangentes:

$$\tan \alpha = \frac{-f'x}{f'y}$$

[...] o coeficiente angular da tangente é igual à relação, tomada com sinal contrário, entre as duas derivadas do primeiro membro da equação proposta, relativas uma à abscissa, outra à ordenada do ponto de contato (COMTE, 1843, p. 127).

Como já salientado anteriormente, Comte apresentou o método das tangentes de maneira distinta da maioria dos autores. Lübsen tratou somente das tangentes para curvas especiais, por exemplo, as tangentes ao círculo (LÜBSEN, 1848, p. 90), as tangentes à parábola (LÜBSEN, 1848, p. 96), as tangentes à elipse (LÜBSEN, 1848, p. 102) e as tangentes à hipérbole (LÜBSEN, 1848, p. 107). Comte trata dos métodos das tangentes para curvas gerais.

Comte formulou alguns problemas que podem ser solucionados com o auxílio do método das tangentes. Um exemplo: dada uma curva, procura-se uma tangente que seja paralela a uma determinada reta. O problema será solucionado determinando-se as

coordenadas do ponto de contato. Designemos $f(x, y) = 0$ e $y = ax + b$ como sendo equações da curva dada e das retas. Sejam as coordenadas do ponto de contato (x', y') . As relações $\tan \alpha = \frac{-f'_x}{f'_y}$ e $f(x', y') = 0$ possibilitam que se encontre o ponto (x', y') .

Comte abordou, também, o método das assíntotas. As assíntotas designam linhas que se aproximam da curva, mas jamais a tocam. Uma vez que "[...] toda a assíntota constitui o limite necessário de uma série correspondente de tangentes" (Comte, 1843, p. 154), pode-se dizer que esse método pode ser remetido ao método tangencial.

Por diâmetro de uma linha curva, Comte entende uma linha que corta pela metade todas as cordas paralelas. Por exemplo, o diâmetro de uma parábola que foi definida pela equação $y^2 = 2px$ é o conjunto de retas $y = \frac{p}{m}x$, onde m é a inclinação da corda.

O diâmetro de uma curva não precisa, necessariamente, ser uma linha reta. Normalmente, os autores consideram somente os diâmetros das seções cônicas. É assim em Lacroix (1863, p. 162), em M. Ohm (1826, 275), em Lefébure de Fourcy (1838, 179), em Lübsen (1848, 141), em Lutz (1909, 148). Isso não acontece com Euler e Comte. Euler e Comte aspiram sempre a uma generalização, por isso eles aplicam esse método a todas as curvas, tanto no plano como no espaço. Por exemplo, Comte busca os diâmetros para a curva $y = x^3$ e encontra uma outra curva $y = 3mx - x^3$. Se tais diâmetros possuem aplicações importantes, ou se auxiliam no estudo das curvas, não são questões significativas para Comte. O importante é que ele formulou um método para todas as curvas, sem exceções. A teoria dos diâmetros de curvas não aparece nos livros escolares de Geometria Analítica, atualmente, mas no século XIX e até o início deste, essa era uma questão importante, como pode ser visto por intermédio dos autores acima citados.

É denominado de centro ou ponto central de uma curva o ponto pelo qual passam todos os diâmetros. Se esse ponto existe, ele está claramente determinado para a curva algébrica. Em contrapartida, para as curvas transcendentais, existem talvez infinitos centros. Definições semelhantes podem ser encontradas já em Euler: "Como este ponto onde todos os diâmetros se encontram é único em cada

linha do segundo grau, costuma-se nomeá-lo o centro da secção cônica" (EULER, 1797, p. 50). Se o diâmetro de uma curva já é conhecido, encontra-se o centro de acordo com a definição. Ohm define o ponto central de modo similar a Comte: "O ponto no qual todos os diâmetros se cortam será denominado ponto central da curva" (OHM, 1826, p. 284).

Os exemplos dados por Comte são: 1) Considere a equação do círculo $x^2 + y^2 = r^2$. As equações do diâmetro são $x + my = 0$ e o ponto $(0, 0)$ é o centro.

2) Dada a curva $y^2 - 2xy - x + x^2 = 0$. As equações do diâmetro são:

$$y = x + \frac{1}{2m - 2}$$

Já que os diâmetros são linhas paralelas entre si, essa curva não tem centro.

Ele observa que, no caso de curvas com grau maior que três, raramente existe um centro.

Via de regra, o tema semelhança não era abordado na Geometria Analítica. Legendre define a semelhança como Euclides:

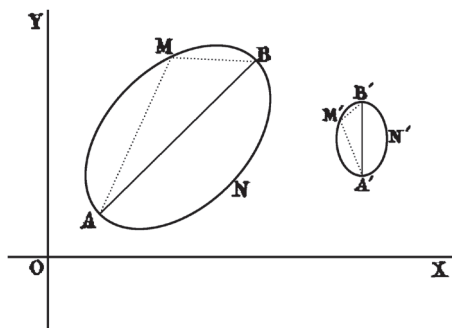
"Duas figuras são ditas semelhantes se cada um de seus ângulos forem iguais e seus lados homólogos forem proporcionais" (LEGENDRE, 1833, p. 61). Clairaut utilizou, também, esse termo e formulou um princípio: "Figuras semelhantes são diferenciadas somente pela escala em que são construídas" (CLAIRAUT, 1765, p. 46). Comte via no princípio da semelhança de Clairaut, que é definido somente para figuras retilíneas, também uma possibilidade de aplicação para figuras curvas. Através desse princípio, o problema da semelhança fica simplificado, porque podem-se dispensar todas as operações analíticas, e é possível encontrar a solução considerando-se somente as definições. Além do princípio de Clairaut, Comte aplicou dois métodos à análise de figuras semelhantes. Para o primeiro método, ele utilizou a semelhança de triângulos. Segue-se um exemplo para ilustrar esse método.

Sejam definidas duas curvas AMBN e A'M'B'N', por meio das equações $f_1(x, y) = 0$ e $f_2(x, y) = 0$.

Escolhemos duas bases homólogas AB e A'B'. A partir do ponto A, traça-se uma reta AM com um ângulo arbitrário em relação a AB e com

uma inclinação m . Definem-se as coordenadas do ponto M , onde essa reta corta a curva. Calcula-se a inclinação da reta BM , que também é uma função de m . Realiza-se um procedimento análogo para a curva $A'M'B'N'$. As curvas são exatamente semelhantes se os triângulos AMB e $A'M'B'$ forem semelhantes (Figura 11).

Figura 11: Figuras semelhantes

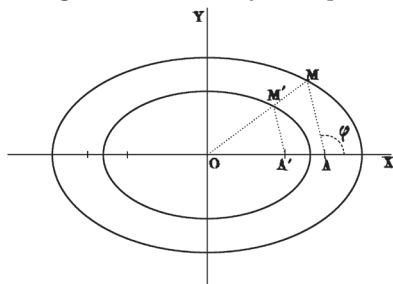


Fonte: Comte, 1843, anexo (tábua de figuras).

Os contornos semelhantes têm seus diversos vértices determinados por triângulos respectivamente semelhantes, tendo todos, em cada figura, uma base comum e, reciprocamente, duas figuras assim construídas são necessariamente semelhantes, qualquer que seja a relação das bases homólogas (COMTE, 1834, p. 152).

A fim de ilustrar ainda mais o texto, apresenta-se um exemplo que mostra analiticamente a semelhança de duas elipses (Figura 12).

Figura 12: Semelhança de elipses.



Fonte: Comte, 1843, anexo.

Sejam as equações de duas elipses MN e M'N':

$$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2 \text{ e } a'^2y^2 + b'^2x^2 = a'^2b'^2$$

Para ambas as bases homólogas dos triângulos, tomemos os semieixos OA e OA' das elipses, conforme a figura acima. A reta OM tem como equação $y = mx$ e o ponto M possui as coordenadas (x, y) que satisfazem as duas equações.

$$x = \frac{ab}{\sqrt{a^2m^2 + b^2}}, y = \frac{mab}{\sqrt{a^2m^2 + b^2}}$$

O ponto A possui as coordenadas (a, 0). Então, a equação da reta AM é a seguinte:

$$y = \frac{mab}{ab - a\sqrt{a^2m^2 + b^2}}(x - a)$$

A tangente trigonométrica do ângulo OAM é igual a:

$$\tan(\text{OAM}) = \frac{mb}{b - \sqrt{a^2m^2 + b^2}}$$

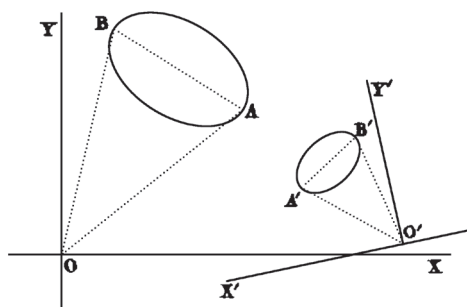
Considerando-se as duas elipses, encontra-se, através de cálculos iguais, a tangente trigonométrica para OA'M':

$$\tan(\text{OA'M'}) = \frac{mb'}{b' - \sqrt{a'^2m'^2 + b'^2}}$$

Por meio de uma comparação entre as duas expressões, pode-se ver que as elipses só podem ser semelhantes se $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$. Em outras palavras, duas elipses são semelhantes se seus eixos correspondentes forem proporcionais.

Consideremos, finalmente, o caso mais geral, no qual duas curvas não são paralelas entre si, como na figura 9. Com a construção de um triângulo semelhante ao triângulo AOB, sobre A'B' dos homólogos de AB, determina-se primeiramente um ponto O' com relação à segunda curva, do mesmo modo que a atual origem O com relação à primeira. Se construirmos nesse ponto os eixos O'X' e O'Y', que com A'B' possuem os mesmos ângulos que os ângulos de partida OX e OY com AB, então é claro, em uma generalização tão ampla quanto possível da concepção das propriedades fundamentais do parágrafo 65 (COMTE, 1834, p. 191), que a equação da segunda curva relativa ao novo sistema de coordenadas, no caso da semelhança, pode distinguir-se da primeira somente através da modificação que daí resulta à medida que x for substituído por mx e y por my" (COMTE, 1834, p. 199).

Figura 13: Figuras semelhantes, caso geral



Fonte: Comte, 1843, anexo (tábua de figuras).

Por meio das equações $f_1(mx, my) = 0$ e $f_2(x + a, y + b) = 0$ representa-se as duas curvas. Operando-se uma transposição de eixos e conservando a mesma inclinação, chega-se às seguintes equações:

$$f_2(x' \cos X' - y' \sin X' + a, x' \sin X' + y' \cos X' + b) = 0 \text{ e } f_1(mx, my) = 0$$

[...] dispondo convenientemente das quatro constantes arbitrárias m , a , b e X' , cujos valores, de modo algum são estranhos à questão, determinarão a relação linear das duas curvas, e ao mesmo tempo farão conhecer exatamente em que consiste a diversidade efetiva de suas situações atuais (COMTE, 1843, p. 200).

Percebe-se aqui que, para Comte, os conceitos de transformação de coordenadas e representação linear não são coincidentes. Esse não é um caso especial da concepção comtiana, mas sim uma característica geral da Geometria Analítica do século XIX. Pode-se dizer que a concepção do sistema de coordenadas, até meados do século XIX, diferencia-se substancialmente da concepção atual. Antigamente, a transformação de coordenadas desempenhava um papel prático, caracterizando a rotação e a translação de curvas. Não era um conceito autônomo e abstrato, mas uma mera fórmula.

O último método que Comte considera é a quadratura das curvas. É aqui que se encontra o problema mais importante de sua obra – a medição. Para Comte, estava claro que não se poderia alcançar

uma generalização da teoria da quadratura sem o auxílio do cálculo infinitesimal. Mesmo assim, ele observou que é possível considerar essa teoria somente com a ajuda da aritmética elementar. Como Arquimedes já mostrara, os conteúdos de uma superfície curva ficam determinados pelos limites das áreas de figuras inscritas e circunscritas. Comte apontou dois métodos para a determinação da área de uma curva algébrica, tentando evitar o uso das integrais. Novamente, ele aponta as lacunas existentes no estudo de séries.

CAPÍTULO 4

O POSITIVISMO NO ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL

O CIENTIFICISMO: PREPARAÇÃO DO AMBIENTE PARA A CHEGADA DO POSITIVISMO

Durante a fase do Brasil Colônia (1500-1808), a sociedade brasileira era constituída basicamente por dois grupos: os proprietários de grandes extensões de terra e os escravos. Na segunda metade do século XVIII, começou a emergir uma pequena burguesia, composta por comerciantes e proprietários de mineração. Até 1808, devido ao fato de não haver instituições de ensino superior no Brasil, a elite dominante e a pequena burguesia enviavam seus filhos para estudar na Europa, principalmente, em Coimbra. Essa Universidade, após a reforma de 1772, renovou seus cursos, principalmente na área científica, com a criação de duas novas faculdades: Matemática e Filosofia (na realidade, a Faculdade de Filosofia poderia ser chamada de Faculdade de Ciências Naturais). Nessa nova fase, o iluminismo oriundo da França e o empirismo inglês foram responsáveis por uma moderna concepção de ensino superior. Em tal mudança Sebastião José de Carvalho e Melo, o Marquês de Pombal, desempenhou um papel fundamental, realizando a transformação da universidade portuguesa. Egresso dessa universidade, o bispo José Joaquim da Cunha Azeredo Coutinho seria o responsável pela criação do Seminário de Olinda, em Pernambuco, que foi, no Brasil Colônia, a primeira instituição cujo ensino

foi renovado. Nesse ensino, foi dada ênfase às disciplinas de matemática e ciências físicas e naturais.

O meio intelectual brasileiro dessa época, final do século XVIII, experimentou uma certa influência francesa. Esse fato deve-se ao êxito da Revolução Francesa, em 1789, e à vitória das colônias nordeste-americanas. Ocorrem, nessa época, também, movimentos políticos que visavam à independência do País.

A educação, conforme o historiador Primitivo Moacyr, era o caminho para o bem e não para a cultura geral. No governo de Dom João VI (1808-1820), foram criadas diversas instituições de ensino superior, cursos cirúrgicos, academias militares, academia de marinha, biblioteca pública, jardim botânico etc., mas não foi elaborado nenhum plano global de ensino para o País. Aqui é bom destacar que o matemático português Francisco de Borja Garção Stockler (1759-1829) elaborou, em 1812, um plano de ensino integral para o Brasil. Esse plano previa quatro graus de ensino, sendo que o primeiro grau era destinado à instrução necessária a todos, com a duração de três anos; o segundo grau visava à instrução própria para os agricultores e comerciantes; o terceiro grau era destinado à instrução complementar, envolvendo os conhecimentos elementares de ciências e artes; enquanto o quarto grau visava a um aprofundamento dos conhecimentos em ciências e artes. O plano parecia adequado às necessidades do País, na época, e parece ter sido influenciado pelas ideias do Marquês Condorcet (1743-1794). Entretanto, o plano de Stockler nunca foi posto em prática.

A instituição que praticamente centralizou os estudos superiores de matemática no Brasil, no século XIX, foi a Academia Militar do Rio de Janeiro, que posteriormente sofreu transformações e tomou-se Escola Central e, finalmente, Escola Politécnica. Portanto, o ensino da matemática superior no Brasil iniciou-se, em 1810, na Academia Real Militar do Rio de Janeiro. Essa instituição refletiu, em sua fase inicial de atividades, uma clara influência portuguesa, principalmente no que se refere à estrutura curricular. Os primeiros docentes e matemáticos no Brasil eram portugueses e brasileiros formados em Coimbra e Lisboa. Embora houvesse a intenção

de propiciar, nessa Academia, um ensino atualizado e nos mesmos padrões que o europeu, a influência de aproximadamente 200 anos de formação jesuítica – voltada principalmente para a valorização de atividades intelectuais literárias – junto com um sistema social feudal e escravocrata, não favoreceu o desenvolvimento de atividades científicas. A produção científica dos docentes da referida academia era ainda muito modesta. As publicações eram raras e não havia nenhum periódico para a divulgação da pesquisa.

A matemática no curso da Academia Militar tornou-se exemplar e não se concebia mais a formação do militar ou do engenheiro sem os estudos da geometria analítica, do cálculo diferencial e integral e da astronomia. Nessa instituição havia ensino, havia transmissão da ciência, mas pouca pesquisa. O professor desempenhava, na maioria das vezes, diferentes funções na sociedade: ele era professor de matemática, ele era militar, ele era editor, ele era político. A falta de pessoal qualificado fazia com que os poucos matemáticos tivessem que desempenhar diferentes funções, às vezes simultâneas. E eram poucos os que conseguiam, além disso, ter uma produção científica.

A palestra de Antônio José de Araújo (1807-1869), docente do curso matemático da Academia, em 1838, por ocasião da abertura das aulas na escola, revela o papel privilegiado que as disciplinas de matemática e ciências experimentais desempenhavam na Academia, a qual ele chegava a chamar escola de ciências: "Há vinte e sete anos, que o Brasil recebeu entre outros excelentes mimos de um Ministro criador; este monumento de glória, este foco de sabedoria, esta Academia Militar ou antes Escola de Ciências" (ARAÚJO, documento manuscrito³⁷).

Era por meio do estudo das ciências que ele via surgir a fonte de prosperidade do País. A Matemática ocupava um lugar de destaque entre as ciências. "[...] Hum não sei que, parece exceder a força humana constituiu sempre a excelência das matemáticas sobre o resto dos conhecimentos humanos" (ARAÚJO, documento manuscrito, *id.*).

37 O documento encontra-se no Arquivo Nacional do Rio de Janeiro sob o código IG³-5.

Depois de fazer uma longa exposição histórica sobre a evolução da Matemática e ciências, reservando um espaço muito pequeno para as artes militares, Araújo chamava a atenção para o auxílio que o cultivo das ciências poderia trazer ao Brasil. "O Mocidade Brasileira cultivai as ciências, dai ao Brasil, à nossa cara Pátria, aquele brilho, que ela tem direito a esperar de seus filhos: as ciências são o termômetro da civilização" (ARAÚJO, documento manuscrito, *id.*).

No Brasil, como afirma Paim (1986, p. 106), surgia um autêntico "movimento cientificista, isto é, um movimento que se propunha exaltar a ciência e torná-la reconhecida pela sociedade".

Ao longo do século XIX, não apenas no Brasil, crescia a importância da matemática no desenvolvimento industrial e tecnológico. Na Europa, multiplicavam-se os cursos com disciplinas matemáticas e surgia na universidade a profissão do professor de matemática, embora ainda não existissem cursos específicos voltados para a formação desse profissional.

Não havia, no período de regência (1831-1840), planos globais que visassem à educação como um todo, o que já ocorria em outros países europeus, como França e Prússia. Criaram-se escolas superiores, mas não existiam escolas secundárias. Foi somente no período da regência que se fundou um estabelecimento para o ensino secundário: o Colégio Pedro II, em 1837. Após seis anos de estudos, era conferido ao estudante o grau de bacharel em letras. O grau de bacharel em ciências físicas e matemáticas só foi conferido pela Academia Militar.

A análise curricular do Colégio Pedro II, por ocasião de sua fundação, revela uma tendência ao ensino universalista e enciclopedista. A matemática era ensinada durante os seis anos do curso e abrangia os conteúdos de aritmética, álgebra e geometria. As sucessivas alterações nos estatutos dessa escola alteraram a situação da matemática dentro do currículo escolar e houve uma gradual diminuição de horas-aula dedicadas a essa disciplina. Todavia, o currículo do Colégio Pedro II servia de modelo para a orientação de outros ginásios, que começaram a surgir em outras províncias, como é o caso da Bahia. Além do Colégio Pedro II, no

Rio de Janeiro, cabe mencionar também a criação, em 1835, da primeira Escola Normal no Rio de Janeiro.

Com o reinado de D. Pedro II, de 1840 a 1889, não se alterou sensivelmente a situação cultural no País, mais inclinada às esquematizações teóricas e aos torneios oratórios do que às atividades científicas. Pode-se afirmar que a cultura no Brasil se processou num ritmo irregular, de avanços e recuos, por iniciativas sem continuidade e por mestres sem discípulos. Um exemplo disso é a sociedade "Palestra Científica", fundada em junho de 1856. Criada por Francisco Freire Alemão e Cisneiro³⁸ (1797-1874), tinha como objetivo ocupar-se do estudo das ciências físicas e matemáticas, mas teve curta existência. O teor do artigo 13 de seus estatutos é o seguinte: "Todo o sócio efetivo contrai a restrita obrigação de apresentar pelo menos um trabalho anualmente, e não o cumprindo será despedido da palestra." Em outros artigos a sociedade se propunha a publicar uma revista, e organizar uma biblioteca e um museu.

A situação alterou-se um pouco quando José Maria da Silva Paranhos, Visconde de Rio Branco (1819-1880), assumiu o cargo de ministro do imperador. O ministro tinha formação matemática, havia estudado na Academia Militar e trazia para a política um novo espírito, em que as ciências físicas e matemáticas tinham um papel relevante. Uma de suas importantes realizações foi a reorganização da Escola Central, que passou a denominar-se Escola Politécnica, em 1874, com a criação de três novas disciplinas: física matemática, física experimental e mecânica celeste.

PRIMEIRAS MANIFESTAÇÕES DO POSITIVISMO

O positivismo de Comte teve no Brasil uma forte influência em vários ramos da sociedade. Na década de cinquenta, emergiram as primeiras manifestações positivistas, na Escola Central. O positivismo não se constituía ainda num movimento representativo.

Entre 1832 e 1842, alguns brasileiros assistiram a cursos livres com Comte (aulas particulares). Segundo Lins (1964), alguns de seus alunos foram: José P. de Almeida (1836-1837); Patrício d'Almeida e Silva;

38 Ele foi médico e naturalista botânico e um precursor da Ecologia.

Agostinho Roiz Cunha (1837-1839); Antônio Campos Belos; Felipe de Araújo Pinho e Antônio Machado Dias, que se tornou professor de matemática do Colégio Pedro II. Além disso, foram alunos ouvintes da Escola Politécnica, no mesmo período: Felipe de Araújo Pinho, em 1839; Azeredo Coutinho em 1829 e 1832; Antônio Machado Dias (1837).

Felipe de Araújo Pinho recebeu, em 1842, o título de bacharel em matemática na Faculdade de Ciências da Universidade de Paris. No Brasil, foi deputado no Império e presidente do estado de Sergipe.

Fora de qualquer dúvida, as instituições de ensino desempenharam um papel relevante na propagação do positivismo e nelas (Escola Central e mais tarde Escola Politécnica, Escola Militar, Escola Naval, Colégio Pedro II, etc.) os docentes de Matemática utilizavam o ensino da matemática para propagar a filosofia de Comte.

Com o início do doutoramento em matemática, na Escola Central, em 1848, começaram a surgir as primeiras referências ao nome de Auguste Comte e elas acontecem nas seguintes teses (Quadro 12).

Quadro 12: Dissertações na Escola Central

Autor	Ano	Título
Joaquim Manso Sayão	1851	Dissertação sobre os princípios fundamentais dos corpos flutuantes mergulhados em dois meios resistentes e sobre a estabilidade na construção naval
Manoel Maria Pinto Peixoto	1853	Estudo dos Princípios do Cálculo Diferencial
Augusto Dias Carneiro	1855	Equações Gerais da propagação do calor nos corpos sólidos, supondo variável a condutibilidade com a direção e posição
Philippe Hippolite Aché	1863	Demonstrar quais os princípios da análise, reduzindo-os ao menos possível
Aristides Galvão de Almeida	1868	sem título (trata-se de um trabalho sobre Mecânica)
José Martins da Silva	1869	sem título (aborda conceitos físicos)
Ezequiel Correa dos Santos Junior	1877	Movimento dos corpos celestes em torno de seus próprios centros de gravidade (da Terra, da Lua e dos anéis de Saturno)

Fonte: tese da autora (SILVA, 1991).

Todavia, essas primeiras manifestações não são ainda significativas, elas praticamente se reduzem à citação do nome Comte ou da obra *Filosofia Positiva*. Não representam ainda uma divulgação ampla do pensamento positivista. No período de 1851 a 1877, foram escritas 24 teses, mas somente 33% desse total fazem alguma alusão ao nome de Comte. O período mais importante do positivismo iniciou-se na década de setenta e se estendeu até a segunda década de nosso século.

ANTONIO FERRÃO MUNIZ DE ARAGÃO (1813-1887)

Antônio Ferrão Muniz, como muitas vezes ele se assinava, nasceu na Bahia. Seus pais eram o barão e baronesa de Itapororocas, família da aristocracia local. Com doze anos de idade, foi enviado para a França, para realizar seus estudos. Aos cuidados do Visconde de Pedra Branca, na França, iniciou a sua escolarização, pois, segundo seu próprio depoimento, nada aprendera até a idade de 11 anos. Em 1827, viajou para a Inglaterra e foi estudar no Colégio cujo diretor era Comfield, professor com bons conhecimentos de matemática, ciências físicas e filosofia. Em 1830, ingressou na Universidade de Londres; não temos informação sobre o curso que frequentou. Um ano depois, retomou ao Brasil, onde ficou alguns meses, época em que sentiu dificuldades de readaptação. Retornou à Inglaterra, em 1832. Viajou por vários países, incluindo França, Alemanha, Suíça e Itália. Segundo o historiador Bevilacqua, ele teria, entre 1830 e 1835, frequentado aulas com Auguste Comte. Francisco Pinheiro Lima Junior, outro historiador, discorda dessa versão, pois, em sua opinião, Aragão costumava relatar todas as suas atividades em um diário pessoal e nesse há vários registros de cursos que frequentou em Paris e nenhum deles menciona o nome de Auguste Comte. Resta, aqui, uma questão ainda não totalmente esclarecida.

Retornou ao Brasil em 1835 e casou-se com Maria Adelaide Coutinho, dois anos depois. Não retornou mais à Europa, residindo permanentemente no Brasil. Em 1852, publicou o livretinho intitulado *Trabalho da comissão da junta da lavoura sobre os meios de fazer a estrada de ferro*

de Bahia a Juazeiro. Sua primeira obra didática surgiu em 1858, publicada na Tipografia Pedrosa, com o título *Elementos de Matemática*. Esse é o primeiro livro-texto de matemática em que a Filosofia Positiva de Comte é extensivamente comentada numa introdução de quarenta páginas. No prefácio, Aragão acentua seu objetivo: "O meu objetivo é apresentar a Matemática sob um ponto de vista filosófico. Será levado em consideração especialmente o método, sem contudo descuidar-se dos importantes princípios" (ARAGÃO, 1858, p. xiv).

A influência do empirismo inglês é evidente já no prefácio da obra:

Para formar um perfeito e completo racionador não basta a natureza só; a experiência nos ensina que a educação desenvolve faculdades que sem ela nunca se manifestariam completamente, não podemos raciocinar corretamente sem aprendermos a fazer bom uso da razão [...] As faculdades intelectuais não podem ser aperfeiçoadas, como diz Locke, senão pelos mesmos meios que empregamos para aperfeiçoar as faculdades corpóreas (ARAGÃO, 1858, p. iii).

Assim, para estudar uma ciência qualquer, segundo Aragão, é preciso que se adote uma filosofia. Por filosofia, ele entendia o estudo das generalidades comuns a todas as ciências, submetidas ao mesmo método. A filosofia que escolheu é a de Auguste Comte: "De todos os filósofos de nossos tempos, é este que nos deu a mais vasta e completa concepção sistemática abrangendo a totalidade das ciências fundamentais, baseada sobre princípios positivos, e o que mais tem aprofundado a sistematização de cada uma delas" (ARAGÃO, 1858, p. xv).

O que é a ciência, para Aragão? Tanto no prefácio quanto na introdução, o autor faz várias considerações sobre o que entende por ciência. Ele reduz a ciência a uma coleção de fatos, a um sistema, e toma como objeto principal da ciência a determinação de leis gerais:

Todas as ciências nada mais são do que uma coleção de fatos e uma série de raciocínios relativos a um objeto determinado [...] Ciência, que nada mais é do que uma série de conhecimentos reduzidos a sistema, isto é, classificados em ordem regular de modo a poderem ser ensinados, lembrados com facilidade e prontamente aplicados [...] Os objetos principais das ciências são as leis gerais da natureza, e não os fenômenos particulares (ARAGÃO, 1858, p. ix, xv).

O caráter utilitário da ciência era normalmente citado pelos autores da época, mas a associação da ciência com o prazer e a sua comparação com as belas artes é tema pouco abordado nos livros-texto. Para Aragão, quando o espírito humano ocupa-se com a ciência, ele pode alcançar delicados e intensos prazeres, comparáveis àqueles que se alcança através da poesia e das belas artes. Aqui, o autor cita a obra *The study of Natural Philosophy* de Herschel. Provavelmente, essa foi a fonte que o inspirou a discorrer sobre o tema.

Aragão reduz a filosofia à ciência, da mesma forma que Comte: “Filosofia é o estudo das generalidades de todas as ciências concebidas como sujeitas ao mesmo método, e como constituindo cada uma, diferentes partes de um só grande fato ou de uma única ciência” (ARAGÃO, 1858, p. xv). A filosofia que o autor segue é o positivismo.

Até o início do século XX, eram ainda muito populares as tentativas de classificação das ciências. Mesmo matemáticos renomados, como o inglês Peirce, elaboraram sua classificação.

Em 1902, Peirce elaborou a sua classificação, utilizando como critério de divisão o grau de abstração das ciências. Assim, para Peirce, a matemática é eminentemente a ciência da construção da forma, precedendo às ciências experimentais, e por isso ela aparece quase no topo da classificação (Quadro 13).

Quadro 13: Classificação das ciências segundo Pierce

CIÊNCIAS		
Ciências da descoberta	Ciências normativas	Ciências especiais
Matemática coleções finitas: lógica dedutiva pura coleções infinitas: aritmética, cálculo, os contínuos	Estética	Físicas/psíquicas
	Ética	Ciências nomológicas
	Lógica ou semiótica	Ciências classificatórias
Filosofia	Metafísica: ontologia, metafísica física, metafísica religiosa ou psíquica	Ciências explanatórias
Fenomenologia		Ciências da revisão
		Ciências práticas

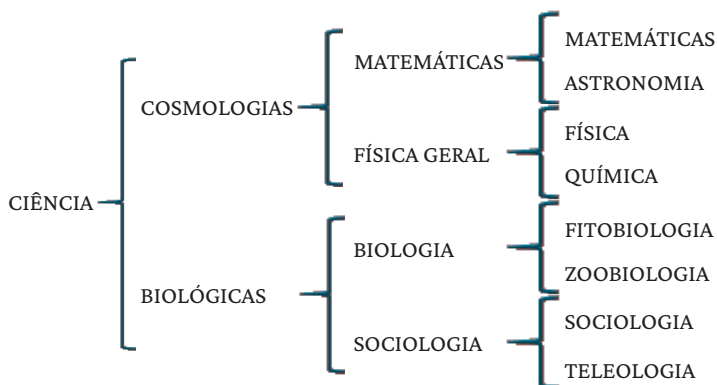
Fonte: Silveira 1994 (reelaborado pela autora).

Observando-se o quadro acima, nota-se que tanto a matemática quanto a filosofia são para Peirce ciências gerais. Segundo Silveira, a lógica é para Peirce "a teoria de todo o raciocínio, enquanto que a matemática é a prática de uma espécie particular de raciocínio" (SILVEIRA, p. 61). Comte, Pierce e Aragão colocam a matemática como a primeira ciência nas classificações que formulam.

Aragão apresenta uma classificação das ciências que, segundo ele, é uma modificação daquela de Comte. Em sua visão, todos os conhecimentos humanos podem ser divididos em dois grandes grupos: os conhecimentos especulativos e os práticos. As ciências especulativas, por sua vez, subdividem-se em ciências abstratas e concretas. As primeiras são as fundamentais e formam o que ele denomina de filosofia natural, enquanto as segundas formam o objeto da história natural. Sobre isso, Aragão nada mais informa, dizendo que se ocupará somente da filosofia natural, porque dela fazem parte as matemáticas. Da mesma forma que Comte, o critério classificatório das ciências são os fenômenos: "a ordem de dependência das ciências resulta da ordem dos fenômenos correspondentes, e a desses é formada pelo grau de simplicidade e generalidade" (ARAGÃO, 1858, p. xix).

Apresentamos no quadro 14 a classificação de Aragão.

Quadro 14: Classificação das ciências segundo Aragão



Como a mais importante ciência do elenco acima, o autor tomou a teleologia que, segundo suas palavras, tem por objeto determinar os fins da vida humana e os meios de realizá-los. Os fins seriam a verdade, o belo, o útil e o bem, que dariam origem às ciências, às belas artes, às artes industriais, à moral, ao direito e à religião. Dentro dessa classificação, como ciências extremas, estariam a matemática e a teleologia que, em sua opinião, eram ciências quase dedutivas, ao passo que as demais seriam ciências essencialmente experimentais e indutivas.

Se compararmos as classificações de Comte e Aragão, notaremos pequenas distinções: Aragão inclui a astronomia na matemática e acrescenta uma outra ciência – a teleologia – que não faz parte do repertório de Comte. Aragão não quis usar o termo moral, por achá-lo amplo demais, preferindo o termo teleologia, como os alemães.

Da mesma maneira que Comte, ele propõe uma hierarquia para o estudo das ciências e da matemática. Essa deve ser, necessariamente, a primeira a ser abordada.

A ciência matemática não faz senão levar ao mais alto grau possível, tanto em relação a quantidade, como em relação a qualidade, sobre os objetos de seu domínio, o mesmo gênero de indagação que prosseguem em graus mais ou menos inferiores cada ciência real na sua esfera respectiva. É pois pelo estudo das matemáticas, e somente por ele, que se pode fazer uma ideia justa e aprofundada do que seja uma ciência. É nele que unicamente se deve procurar conceber com precisão o método geral que o espírito humano emprega constantemente em todas as suas investigações positivas; porque em nenhum outro as questões são resolvidas de um modo tão completo, e as deduções prolongadas tão longe com rigorosa exatidão (ARAGÃO, 1858, p. xxxv).

O estudo matemático era para Aragão, assim como para Comte, exemplar e instrumental: a matemática prepara para todos os demais estudos e é uma ciência **útil** pelas seguintes razões: 1) seu objeto é o mais simples, 2) os princípios dessa ciência são claros e evidentes, 3) ela está fundamentalmente definida, 4) suas demonstrações são rigorosas e lógicas, 5) ela é uma ciência verificável.

Semelhantemente a Comte, Aragão entende que a matemática ocupa-se de propriedades gerais e tem por objeto fenômenos

os mais simples e independentes. Segundo ele, a matemática tem mais valor por suas funções lógicas do que por sua função científica.

Quando inicia os conteúdos de aritmética propriamente ditos, o autor parece abandonar as ideias positivistas e deixa-se orientar por outros autores de livros-texto. Ele faz referência explícita aos seguintes autores: Barão Reynaud, Lacroix, Bourdon, Francoeur, Montferrier, Hutton, Bonnycastle, De Morgan, além das lições de matemática de Lagrange e Laplace, dadas na Escola Normal de Paris.

A Aritmética, segundo Aragão, é a ciência da formação e comparação dos números considerados do ponto de vista particular da realização dos cálculos ou dos fatos numéricos: "As definições dos números são os fatos primitivos que servem de base à aritmética" (ARAGÃO, 1858, p. xiii). O autor faz uma tentativa de apresentar a aritmética sob um ponto de vista rigoroso, enunciando axiomas, definições e teoremas. Seu objetivo não é apenas "ensinar a contar", mas mostrar todas as combinações que se podem fazer com as noções de quantidade e número. No primeiro capítulo, enuncia os princípios fundamentais, caracterizando a aritmética como uma ciência dedutiva.

Em sua opinião, toda ciência nada mais é do que uma coleção de fatos. As definições de número são, pois, os fatos da aritmética, que são obtidos pela observação, e os axiomas, que são as verdades fundamentais, são obtidos pela indução e servem para provar os teoremas. Define os termos quantidade ("quantidade é tudo aquilo que é suscetível de aumento ou diminuição"), unidade ("objeto qualquer tomado para termo de comparação de todos os objetos da mesma espécie"), número ("é a reunião de muitas unidades de mesma espécie"), axioma ("são verdades relativas aos números e às quantidades, a que assentimos logo que nos são apresentados, e que servem de premissa a todas as deduções"), teorema ("as deduções dão origem a um grande número de verdades, que são consequências dos fatos e axiomas, essas verdades tomam o nome de teoremas") e corolário ("uma verdade que é uma consequência imediata e evidente de uma outra"). Depois de apresentar as considerações de caráter geral sobre a nomenclatura dos números e o sistema decimal, o autor enuncia quatro axiomas para a aritmética:

- 1º axioma: O todo é maior que cada uma de suas partes.
 2º axioma: O todo é igual a todas as suas partes tomadas juntas.
 3º axioma: As quantidades iguais à mesma quantidade são iguais às outras, ou, em termos mais gerais, coisas iguais à mesma coisa são iguais umas às outras. Se a quantidade A e B são cada uma igual a quantidade Z, A é igual a B, ou se $A=Z$ e $B=Z$ então $A=B$.
 4º axioma: Se a quantidades iguais juntamos quantidades iguais, ou em termos mais gerais, iguais juntados a iguais formam somas iguais. Se A é igual a B, e $a=b$, as somas $a+A = b+B$ (ARAGÃO, 1858, p. 23).

Quaisquer outros axiomas não são admitidos na teoria de Aragão. Segundo ele, existem verdades muito simples, que são normalmente consideradas como axiomas, mas que podem ser deduzidas dos axiomas acima. Ele exemplifica da seguinte maneira:

Se de iguais tiramos iguais, os restos são iguais. Se $A = a$, e $B = b$, então $A - B = a - b$, o que provamos assim: suponha-se que $A - B$ não é igual a, então $a - b$, deveria ser maior ou menor; suponha-se que é maior e $A - B = a - b + c$, então como $B = b$, juntando iguais a iguais (axioma 4) temos $A = a + c$, mas $A = a$, logo $a = a + c$, o que é absurdo (ARAGÃO, 1858, p. 24).

Esse tipo de discussão geralmente não fazia parte dos livros-texto de aritmética da época, por nós analisados. É interessante notar a preocupação do autor em conferir um tratamento formalizado à aritmética, apresentando, inclusive, como primeiro teorema, uma prova por redução ao absurdo. Ele enuncia outros resultados, como, por exemplo, "dois números iguais multiplicados pela mesma quantidade ou por quantidades iguais dão produtos iguais" (ARAGÃO, 1858, p. 44). Ele enuncia também alguns resultados que considera interessantes, mas não os demonstra, limitando-se a uma verificação com exemplos numéricos: "existem alguns teoremas muito curiosos relativos a estes números. Eis um que nenhuma utilidade tem, mas que é notável pela sua simplicidade e generalidade. "Se um número é primo, o produto de todos os números inferiores mais a unidade é um número divisível por ele" (ARAGÃO, 1858, p. 59). A preocupação com o caráter utilitário dos resultados, revelada aqui, é algo que surpreende, uma vez que ele decidiu apresentar a aritmética de forma axiomatizada e rigorosa.

A operação de multiplicação para ele nada mais é do que uma modificação da adição. Como é usual nos livros-texto da época, é apresentada a tábua de Pitágoras para facilitar a operação de multiplicação. O autor apresenta alguns exemplos numéricos, utilizando números com vários algarismos, como por exemplo: "Multiplique-se 471493475 por 4395." Os exercícios aparecem camuflados, ou seja, com a denominação de exemplos: "Multiplique-se 8496427 por 874339, multiplique-se 2760325 por 37072" (ARAGÃO, 1858, p. 41).

O autor chama a atenção para a necessidade de utilização dos axiomas, quando enuncia propriedades da operação de multiplicação: "Dois números iguais multiplicados pela mesma quantidade, ou por quantidades iguais dão produtos iguais, isto é uma simples consequência do quarto axioma, e dois números desiguais multiplicados por quantidades iguais dão produtos desiguais" (ARAGÃO, 1858, p. 44).

Os exercícios enunciados como exemplos aparecem algumas vezes sem resposta e outras vezes com resposta.

Exemplo 2º: Procure-se o maior comum divisor entre 342 e 845.
Exemplo 3º: Procure-se o maior comum divisor entre 36 e 42. [...]
Exemplo 1º: Procure-se o maior comum divisor entre 1908, 986 e 530. Resposta: 18
Exemplo 2º: Qual é o maior comum divisor entre 324, 612 e 1032? Resposta: 22 (ARAGÃO, 1858, p. 76, 77).

As quatro operações aritméticas sobre os números negativos também são mencionadas por Aragão. Outros autores, como por exemplo Bézout, preferiram não abordar esse assunto na aritmética, bem como escamotearam o problema com os incomensuráveis. Todavia, Aragão dispensa muito espaço em seu livro para tratar dos números negativos. Segundo ele, as chamadas *quantidades negativas* são uma generalização da ideia de subtração. Sua abordagem é muito semelhante à de Euler:

[...] os números positivos são maiores do que nada, e os negativos menores do que nada. Os números positivos são formados, ajuntando-se a zero uma unidade, depois mais uma unidade, etc., e assim por diante ao infinito, o que dá origem à série dos números naturais 1, 2, 3, 4, etc. Se, em vez de continuar assim esta série, por adições sucessivas da unidade, a continuásse-

mos no sentido contrário por meio de subtrações sucessivas da unidade, teríamos a seguinte série de números negativos: 0, -1, -2, -3, etc. até o infinito; assim como -1 é menor que 0, devemos considerar -2 menor que -1, -8 menor que -6, etc. (ARAGÃO, 1858, p. 86).

Quando iniciou as operações com os números negativos, sentiu a necessidade de generalizar o sentido dado às operações de adição e subtração: os sinais + e - antes dos números passam a indicar adições e subtrações parciais. Por isso, chega à seguinte regra:

Quando temos uma expressão composta de uma série de números ligados entre si pelos sinais + e -, fazendo sucessivamente as operações parciais, indicadas por estes sinais, de um termo a outro, achamos sempre no fim um número positivo ou negativo, que representa o resultado final das operações parciais (ARAGÃO, 1858, pg. 88).

A explicação que Aragão apresenta para justificar a regra dos sinais da multiplicação é pelo menos insatisfatória para a época:

Quando o multiplicador é positivo, o produto tem o mesmo sinal que o multiplicando, isto é, positivo ou negativo, conforme o multiplicando é positivo ou negativo. Neste caso, o multiplicador sendo composto da adição de um certo número de unidades, o produto deverá ser composto da adição do mesmo número de vezes o multiplicando, ora a adição de muitos números afetados do mesmo sinal, dá uma soma afetada do mesmo sinal, logo o produto é positivo ou negativo, conforme o multiplicando é positivo ou negativo. [...] Quando o multiplicador é um número negativo, o produto tem o sinal contrário ao do multiplicando; é positivo, se o multiplicando é negativo; negativo, se o multiplicando é positivo. O multiplicador negativo sendo composto da subtração de muitas unidades, o produto deve ser composto da subtração de um número de vezes o multiplicando, o que vem a ser o mesmo que a soma destas mesmas vezes o multiplicando com o sinal mudado; pois, para subtrair um número, basta mudar-lhe o sinal; assim o produto deverá ter um sinal contrário ao do multiplicando (ARAGÃO, 1858. p. 89-90).

Os números incomensuráveis constituíam-se num tema de difícil apresentação para a maioria dos autores de livros-texto da época. Aragão dispôs um breve comentário a eles, porque considerava o tema pertencente às altas matemáticas, (portanto, não adequado a um livro de matemática elementar), e o transferiu para a Álgebra:

Temos considerado todas as quantidades como podendo ser representadas por números inteiros ou por frações. Não é verdade, entretanto, que escolhendo uma quantidade para servir de unidade, qualquer outra quantidade da mesma espécie possa ser exatamente representada, ou por um certo número de unidades, ou de partes quaisquer da unidade. [...] Tome-se uma linha de uma braça, por exemplo; divida-se esta linha em 10 partes, cada uma destas partes em 10 partes menores, e assim por diante. Se qualquer ponto na linha for tomado ao acaso não nos parece evidente que ainda que as divisões decimais sejam continuadas tão longe quanto se queira, que um dos pontos da divisão deva cair justamente no ponto tomado ao acaso; nem isto nos poderá parecer certo, se a divisão fosse feita em 7,8, etc. partes em lugar de 10 [...] Portanto pode haver uma parte de uma braça, que não seja uma fração exata da braça, e veremos, que é este um caso muito frequente nas altas matemáticas: estas quantidades são chamadas de incomensuráveis; não podemos delas tratar senão na Álgebra (ARAGÃO, 1858, p.154).

Os conteúdos abordados na obra estão apresentados de forma sucinta no quadro 15.

Quadro 15: Conteúdos do livro de Aritmética de Aragão

Capítulo	Conteúdos
1	Noções gerais, definições, axiomas e nomenclatura
2	Operações aritméticas com números inteiros: adição, subtração, multiplicação e divisão
3	Divisibilidade: números primos, máximo divisor comum, decomposição em fatores primos
4	Quatro operações aritméticas com números negativos
5	Frações: simplificação, redução ao mesmo denominador, quatro operações
6	Frações decimais: operações aritméticas, aproximações, frações contínuas
7	Potenciação e radiciação
8	Proporções e progressões: razões, proporções e progressões aritméticas e geométricas
9	Logaritmos: natureza dos logaritmos, disposição e uso de tábuas, cálculos por meio de logaritmos
10	Apêndice: medidas, medidas métricas, regra de três simples e composta, regra de liga, de juros e de desconto, regra da falsa posição, comparação de pesos e medidas

Fonte: Aragão, 1858 (reelaborado pela autora).

É interessante observar a organização e apresentação dos conteúdos: a maior parte foi dividida e distribuída em capítulos e parte aparece no apêndice. Do capítulo 1 ao 9 estão compreendidos os conteúdos da parte científica do livro e, no apêndice, aquilo que foi considerado não científico. O propósito do apêndice é mostrar como se pode aplicar a aritmética à solução de problemas que ocorrem no comércio. Os conteúdos apresentados seguem ainda o modelo proposto por Bézout, em 1764, e que foi um dos livros-texto mais populares na França no século XVIII.

Embora trate-se de um livro de Aritmética, o autor incluiu assim como outros autores (Bézout, por exemplo), assuntos que não faziam parte do repertório da aritmética. Isso estava claro para ele, conforme referido na página 154:

Aqui acaba-se propriamente a aritmética, o que precede contém realmente as regras essenciais para a avaliação dos valores, considerados como fatos; e poderíamos desde já passar a considerá-los em geral. O que temos de tratar daqui em diante poderia ser tratado na álgebra mais abreviadamente, contudo há uma vantagem em empregar o raciocínio na investigação dos problemas da aritmética sempre que se pode, quando não seja senão para exercer as nossas faculdades intelectuais (ARAGÃO, 1858, p. 154).

Aragão não adotou a matemática que Comte apresentou na *Synthese Subjetiva*. Todavia, ele conhecia a recomendação por ele feita de que fosse adotado o sistema de base sete. No apêndice de sua obra, dedicado a aplicações da aritmética ao comércio, quando aborda as noções de medidas, assim se manifesta: "[...] seria muito cômodo para os cálculos que se seguisse sempre as divisões decimais já que a nossa numeração abstrata é decimal" (ARAGÃO, 1858, p. 242). Sobre essa afirmação ele acrescenta uma nota de rodapé, nestes termos: "Existe uma tendência natural nas numerações concretas, a adotarem por base de divisão, os números 7 ou 12, por essa razão talvez fosse mais conveniente abandonar a numeração decimal e adotar a septimal" (ARAGÃO, 1858, p. 242).

O termo talvez, empregado por Aragão, evidencia que ele não estava muito convicto dessa recomendação. Em todo o seu livro, o sistema de numeração adotado é o decimal.

Escolhemos dois autores contemporâneos de Aragão, Cristiano Ottoni e João Coqueiro, para estabelecermos uma comparação entre as concepções dos autores, uma vez que eles foram autores populares na época, e as características das obras apresentam semelhanças e diferenças significativas na abordagem da Aritmética. João Antônio Coqueiro, natural do Maranhão, formou-se na *École Polytechnique* de Paris, em 1859. Dessa forma, já possui um traço comum com Aragão, que também estudou em Paris. Ambos são os únicos autores de livros-texto que utilizaram algum tipo de axiomática na aritmética.

Elementos de Arithmetica, de Cristiano Ottoni, teve sua primeira edição em 1852. Essa obra foi adotada no Colégio Pedro II, a partir de 1856. Para Ottoni, a aritmética tinha por objetivo "estabelecer regras fixas e as mais cômodas para efetuar sobre os números todas as operações possíveis" (OTTONI, 1886, p. 21).

Conteúdos do livro de Ottoni: numeração dos inteiros, operações sobre os números inteiros, frações, pesos e medidas, "números complexos", números decimais, propriedades gerais dos números (divisibilidade), potências e raízes, razões e proporções, progressões e logaritmos.

Uma primeira diferença que se percebe relativamente ao livro de Ottoni é que esse não faz uma abordagem específica para os números negativos, como Aragão, nem se preocupa com questões de fundamentação, como por exemplo enunciando axiomas para a Aritmética.

A obra de Coqueiro intitulada *Tratado de Arithmetica* foi publicada pela Editora Rey e Belhate, em Paris, em 1860. Era destinada ao uso em colégios, liceus e estabelecimentos de instrução secundária no Brasil. Para Coqueiro, as "Matemáticas são pois a ciência das grandezas mensuráveis. [...] A aritmética é a ciência elementar dos números, compreende as operações que se podem executar sobre eles e o estudo de suas propriedades elementares" (COQUEIRO, 1860, p. 3).

A obra de Coqueiro foi publicada em Paris, e os senhores P. Reunoux e L. Tarbouriech, professores de ciências em Paris, leram os manuscritos dela, recomendando-a para publicação. O livro destinava-se ao ensino secundário. Ele passou a ser adotado, parcialmente,

a partir de 1870, no Colégio Pedro II. Nesse ano, ainda era adotado o livro de Ottoni para algumas séries. A partir de 1879, o livro de Coqueiro era indicado para a primeira e segunda séries do secundário (VALENTE, 1999). O autor procurou apresentar os conteúdos de maneira rigorosa, inclusive incluindo uma parte axiomática. Segundo ele, um teorema é uma verdade que se torna evidente por meio de um raciocínio que se chama demonstração, enquanto um axioma é uma verdade evidente, apenas.

Para a adição e subtração são enunciados os seguintes axiomas:

- **Axioma I** – Não se podem reunir senão quantidades da mesma espécie, e a soma é da mesma espécie que as quantidades componentes.
- **Axioma II** – A soma não depende da ordem em que os números se acham escritos.
- **Axioma III** – A diferença de dois números não muda de valor quando se juntam ou diminuem os dois termos da subtração de uma mesma quantidade.

Para as demais operações, não são enunciados outros axiomas.

Segue-se um capítulo com teoremas relativos às quatro operações.

O livro de Coqueiro divide-se em 8 capítulos: I) Numeração e operações fundamentais; II) Propriedades elementares dos números inteiros, divisibilidade, números primos; III) Teoria das frações ordinárias, teoria dos números decimais; IV) Medidas: sistema métrico, sistema brasileiro de pesos e medidas; V) Potências e raízes; VI) Aproximações numéricas; VII) Razões, progressões e logaritmos; VIII) Aplicações.

A apresentação de Coqueiro caracteriza-se pela ênfase no enunciado de teoremas, formulação de alguns axiomas, nos exercícios resolvidos e nos exercícios propostos.

Enunciamos alguns dos exercícios propostos pelo autor:

De cunho teórico: Em que caso o resto de uma divisão fica o mesmo quando se divide o dividendo pelo divisor? Demonstrar que o quadrado da soma dos “n” primeiros números inteiros é igual a soma dos cubos desses mesmos números. Demonstrar que uma

grandeza proporcional a muitas outras é também proporcional a seu produto. Demonstrar que o produto de n números inteiros consecutivos é sempre divisível pelo produto dos n primeiros números.

De cunho prático: Pergunta-se o comprimento de uma ilha, sabendo-se que um observador colocado em uma de suas extremidades deu um tiro de peça, e outro observador colocado na extremidade oposta, só ouviu o tiro 36 segundos depois de ter visto a inflamação da pólvora. A circunferência da Terra contém 360 graus, a distância do Sol à Terra é igual a 2.400 raios terrestres. Qual é a distância em léguas do Sol à Terra? Dois correios vão ao encontro um do outro: a distância que os separa é de 120 léguas; um anda 3 léguas por hora, e o outro 2. Quando, e a que distância dos dois pontos de partida, terá lugar o encontro? Duas bicas correm no mesmo tanque: a primeira correndo só o enche em 5 horas, a segunda, em 4 horas, e a água do tanque corre por uma torneira que o esvazia em 2 horas. O tanque estando cheio e as três torneiras correndo simultaneamente, em que tempo o tanque se esvaziará? No fim de quanto tempo um capital empregado a juro composto a 5% virá a ser o dobro? Durante certo tempo, 40 obreiros fizeram 268 toesas de obra. Quantas toesas farão no mesmo tempo 60 obreiros de mesma força?

Outra característica do livro de Coqueiro é a utilização da álgebra na aritmética. No primeiro capítulo, quando apresenta a divisão, o autor propõe: *Achar um número tal que a soma dos seus algarismos, tomados como seus valores absolutos, seja 12, e que a diferença entre o número inverso e o número dado seja 54.*

Solução: Suponhamos que a represente o algarismo das dezenas e b o das unidades, de maneira que o número proposto será $ax\ 10 + b$, e o inverso $bx\ 10 + a$. A primeira condição do problema é: $b + a = 12$ e a segunda: $bx10 + a - ax10 - b = 54$, igualdade que podemos escrever:

$$10xb - b + a - 10xa = 54, \text{ ou } 9b - 9a = 54$$

$$9(b - a) = 54$$

$$\text{donde } b - a = \frac{54}{9} = 6$$

Temos enfim a soma e a diferença de duas quantidades: $b + a = 12$
 $b - a = 6$;

$$\text{donde se tira: } b = \frac{(12+6)}{2} = \frac{18}{2} \quad 9a = \frac{(12-6)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Assim o número buscado é 39. Com efeito $3 + 9 = 12$ e $93 - 39 = 54$ (COQUEIRO, 1860, p. 52).

Cabe ressaltar que esse é o segundo exercício resolvido sobre a divisão (o primeiro era de cunho teórico) e em ambos ele utilizou o simbolismo algébrico, que não foi explicado anteriormente.

Um importante autor de livro-texto dessa época foi Cristiano Benedito Ottoni (1811-1896). Entre 1849 e 1854 escreveu uma coleção de três livros dedicados à Matemática Elementar: *Elementos de Geometria*, *Elementos de Arithmetica* e *Elementos de Álgebra*. A primeira edição do livro de aritmética surgiu em 1852. Já em 1855, surgia sua 2ª edição. Essa obra foi adotada no Colégio Pedro II, a partir de 1855. Para Ottoni, a Aritmética tinha por objetivo "estabelecer regras fixas e as mais cômodas para efetuar sobre os números todas as operações possíveis" (OTTONI, 1886, p. 21). As 257 páginas do livro estão divididas em duas partes: 50% dedicados a numeração, frações e decimais e 50% dedicados às propriedades gerais dos números. Além disso, incluiu um apêndice com o sistema métrico adotado no Brasil.

Conteúdos da primeira parte: numeração dos inteiros, operações sobre os números inteiros, frações, pesos e medidas, números complexos³⁹, números decimais.

Conteúdos da segunda parte: sinais algébricos, divisibilidade dos números, prova dos nove, dízimas periódicas, frações contínuas, potências e raízes, razões e proporções, regra de três, regra de juros, regras de sociedade, progressões e logaritmos (aplicações: juros compostos). O livro não traz exercícios propostos, nem resolvidos. A ênfase está nas regras, nos enunciados e em alguns exemplos.

Uma das características dos livros desse período é que não há definição clara do público a que se destinam. Por exemplo, um livro-texto de aritmética poderia servir tanto para o ensino primário e secundário como para o ensino secundário e superior. O livro de Ottoni, intitulado *Elementos de Arithmetica*, 7ª edição, de 1886, traz na folha de rosto a seguinte afirmação: "Compêndio adotado pelos estabelecimentos de instrução superior e secundária do Rio de Janeiro". Segundo o autor, o livro-texto de aritmética

39 Número complexo é o que consta de unidades de grandezas diversas, sendo todas sujeitas a uma mesma que se denomina principal. Os números 34 braças, 7 palmos, 5 polegadas, 23 dias, 17 horas, 37 minutos são complexos (VIANNA, 1906, p. 143).

era destinado originalmente a ser usado na Academia de Marinha, mas foi adotado por outros estabelecimentos de instrução secundária, por exemplo, pelo Colégio Pedro II, que, a partir de 1856, começou a recomendá-lo para o ensino. Essa obra foi adotada para um período de mais de trinta anos. Já o *Tratado de Arithmetica*, de Coqueiro, traz no subtítulo "para uso dos colégios, liceus e estabelecimentos de instrução secundária", deixando pouco claro o significado do termo colégio.

Embora ainda não possamos avaliar o impacto da obra de Aragão no ensino da matemática na Bahia, a sua análise justifica-se na medida em que seu livro foi o primeiro texto matemático fortemente influenciado pelo positivismo de Comte. Ele tentou implementar reformas no ensino público daquele Estado, tendo proposto, em 1860, o seguinte projeto: "Reflexões sobre o projeto de lei apresentado pela comissão encarregada da reforma da instrução pública." Embora fosse considerado um homem de letras, nunca conseguiu um posto como professor em escola pública, tendo atuado apenas em colégios particulares. Foi nomeado diretor da Biblioteca Pública da Bahia, em 1865. Em 1878, publicou a obra em três volumes *Catalogo Geral das Obras Ciências e Literatura que contem a Biblioteca Publica da Província da Bahia*. No primeiro volume, expõe uma nova classificação das ciências e o faz nos seguintes termos: as ciências dividem-se em 1) Cosmológicas ou Filosofia Natural e 2) Noológicas ou Filosóficas. Cada uma, por sua vez, subdivide-se em abstrata, concreta e prática, no Quadro 16.

Quadro 16: Classificação das ciências cosmológicas

Abstratas	Concretas	Práticas
aritmética	cerdorística	paisologia
álgebra	sintática	peteologia
geometria	metrologia	plástica
foronomia	mecânica	rítmica
astronomia	uranologia	metaforologia
física	geologia	tecnologia
química	oritologia - mineralogia	oritotecnica
fitobiologia	Fitologia - botânica	fitotécnica
zoobiologia	zoologia	zootecnica
antropobiologia	antropologia	latrologia

Fonte: *Catalogo Geral das Obras Ciências e Literatura que contem a Biblioteca Publica da Província da Bahia* (reelaborado pela autora).

Quadro 17: Classificação das ciências noológicas

Abstratas	Concretas	Práticas
psicologia	etnologia	pedagogia
sematologia	glossologia	crestomania
poleologia	estatística	nomologia
socionomia	história	cibernética
gnosiologia - lógica	metesiologia	metodologia
estética	terpnologia	terpnotécnica
plontologia	crematologia	crematotécnica
ética	testemologia	etcologia
teodiceia	hierologia	sebasmática

Fonte: *Catálogo Geral das Obras Ciências e Literatura que contem a Biblioteca Pública da Província da Bahia* (reelaborado pela autora).

Ao todo, são apresentadas, na classificação de Aragão, 57 ciências. Após a classificação das ciências, segue-se uma explicação do significado de cada uma delas. É interessante observar que o catálogo da biblioteca foi feito de acordo com a classificação das ciências por ele apresentada. Aragão deixou muitos manuscritos, nos quais trata de matemática, ética⁴⁰, mecânica, retórica, educação, linguística, direito, lógica, religião, etc. Esses documentos estão preservados no Instituto Geográfico e Histórico da Bahia. Ferrão Muniz, faleceu em Salvador, em 1887.

O POSITIVISMO GANHA MAIS ADEPTOS

Pode-se dizer que, no Brasil, houve dois grupos positivistas distintos: o ortodoxo e o heterodoxo. O grupo ortodoxo, que aceitava a religião da humanidade, seguia a orientação da *Synthese Subjetiva* (1856) e da *Religião da Humanidade*, contava com os fervorosos adeptos, entre os quais Raymundo Teixeira Mendes (1855-1927), Miguel Lemos (1854-1917) e Licínio Cardoso (1852-1926). O segundo grupo, que tinha como principais discípulos Benjamin Constant Botelho de Magalhães (1837-1891) e Roberto

40 Jayme de Andrade Silva escreveu uma dissertação, em 1969, sobre a Ética na obra de Antônio Ferrão Muniz de Aragão, em Salvador.

Trompowsky Botelho de Almeida (1853-1926), seguia a matemática preconizada no Curso de Filosofia Positiva (1830) e a Geometria Analítica (1843).

Muitos docentes da Escola Central – posteriormente Escola Politécnica – declaravam-se abertamente positivistas. A influência desses professores sobre os estudantes foi notória, como revelam vários depoimentos registrados na obra de Ivan Lins (1964) e nas de outros autores que citaremos. Mas, além de docentes e autores de livros, esses positivistas tiveram também uma marcada atuação na sociedade em que viveram. À guisa de ilustração, apresento a seguir alguns positivistas que se destacaram na vida pública como engenheiros e políticos:

Carlos César de Oliveira Sampaio (1861-1930) recebeu o título de engenheiro civil e bacharel em ciências físicas e matemáticas antes dos 19 anos e ingressou como docente da Escola Politécnica em 1882 ensinando mecânica aplicada às máquinas. Foi também professor de matemática na Escola Naval, no Rio de Janeiro. Escreveu dois livros: Geometria aplicada e Mecânica aplicada às máquinas, mas só o primeiro foi publicado em 1918. Durante o governo de Epitácio Pessoa, foi prefeito da cidade do Rio de Janeiro. Em janeiro de 1920, representou o Brasil na Conferência de Trabalho em Washington e também foi presidente da delegação brasileira na II Conferência Financeira Pan-Americana. Como engenheiro, realizou muitas obras incluindo escolas (REIS, 1961).

Américo Duarte Viveiros (1865-1961), natural do Maranhão, diplomou-se na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1886, e foi um dos pioneiros da química industrial no país. Era amigo de Miguel Lemos e Teixeira Mendes e colaborou com as obras do Templo da Humanidade no Rio de Janeiro. Foi o mais antigo sócio do Clube de Engenharia. Criou em 1939 a Liga Pró-Fraternidade, fundada sob a designação de Obra da Fraternidade da Mulher Brasileira e posteriormente transformada em Fundação Américo Viveiros.

Ernesto de Otero (1857-1943), natural do Rio Grande do Sul, estudou na Escola Politécnica de Karlsruhe, na Alemanha, onde foi

laureado. No país, dedicou-se à construção de estradas de ferro, principalmente no Rio Grande do Sul. Ligou-se aos políticos positivistas Júlio de Castilhos e Demétrio Ribeiro e custeou a edição de trabalhos matemáticos de positivistas, como, por exemplo, a obra de Aritmética de Manuel Almeida Cavalcanti. Ao longo da década de 1890, foi inspetor do 6º Distrito Marítimo da República e, no Rio de Janeiro, o maior contribuinte para a construção do Templo da Humanidade (PÉZAT, 1999).

Francisco Saturnino Rodrigues de Brito (1864-1929) nasceu em Campo (RJ) e faleceu em Pelotas (RS), diplomou-se em engenharia civil pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1887, e foi considerado o maior engenheiro sanitário do país. Participou, com Aarão Reis, da construção de Belo Horizonte. Em São Paulo, trabalhou nos serviços de água e, em Recife, nas obras de saneamento. Suas obras técnicas sobre saneamento foram adotadas no Brasil e em países como Estados Unidos, França e Inglaterra. Por ser positivista, ele não aceitava a teoria de Pasteur, porque essa trazia desdobramentos revolucionários à ciência da época. Ele, como positivista ortodoxo e adepto da religião da Humanidade, fez oposição ao tratamento biológico de esgotos (BOTELHO, 1979). Publicou em 1882 o livro *Apontamentos de Geometria Analítica*.

João Luiz Baptista, natural do Piauí, diplomou-se na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Dedicou-se à construção de estradas de ferro e trabalhou como engenheiro em obras contra as secas no Rio Grande do Norte.

Álvaro Joaquim de Oliveira (1840-1922) nasceu em Fortaleza, foi um dos fundadores da Sociedade Positivista do Rio de Janeiro e também docente de Química; era genro de Benjamin Constant. Escreveu a obra mais elogiada de química do século XIX (MORI; CURVELO, 2014) – *Apontamentos de Química* – o primeiro volume lançado em 1883 pela Lombaerts e o segundo, pela editora Imprensa Nacional em 1886. Em 1898, os dois volumes foram reunidos e publicado sob o título de *Elementos de Química Geral*. Segundo Mori e Curvelo (2014), a influência de Comte faz-se notar principalmente na introdução do livro.

Aarão Reis⁴¹ (1853-1936) nasceu no Maranhão. Destacou-se como engenheiro civil, sendo considerado um dos maiores técnicos brasileiros em estradas de ferro. Atuou na introdução dos bondes elétricos no Brasil, entre 1891 e 1893, trabalhou em urbanismo (na construção da capital do estado de Minas Gerais), foi diretor geral dos correios, foi deputado federal pelo estado do Pará, ensinou economia política na Escola Politécnica e escreveu vários livros, entre eles o *Curso Elementar de Matemática* (vide lista de livros de autores positivistas no anexo 2).

Francisco Ferreira Braga (1867-1928) nasceu em Sorocaba (SP), diplomou-se em engenharia civil em 1886. Foi docente do curso preparatório para ingresso na Escola Politécnica, em 1889. Assumiu, em 1890, a cadeira de álgebra; em 1896, tornou-se professor substituto da 1ª seção do curso fundamental da Escola Politécnica, regendo as cadeiras de cálculo, mecânica aplicada e mecânica racional; em 1899, foi habilitado para ocupar como efetivo a cadeira de cálculo. Ele iniciava sempre suas aulas explicitando as "leis da filosofia positiva." Em 1901, tornou-se docente de cálculo diferencial e integral, na mesma instituição.

João Felipe Pereira (1861-1950) nasceu em Tauá (CE). Foi engenheiro civil, em 1885 e um ano depois obteve o grau de doutor em ciências físicas e matemática. Foi docente da disciplina de hidráulica e ministro das relações exteriores do governo Floriano Peixoto.

Francisco Behring (1867-1924) pertenceu ao Apostolado Positivista e prestou concurso para professor da Escola Politécnica em 1889, quando defendeu a tese intitulada *A Evolução das teorias das curvas entre Descartes e Leibniz* (LINS, 1964), baseada nas ideias de Comte. Em 1919, organizou uma escola de radiotelegrafia anexa ao Observatório da Escola Politécnica. Foi diretor dos telégrafos no Rio de Janeiro e representante brasileiro nas conferências rádio-telegráficas de Berlin e Londres em 1913.

Licínio Athanasio Cardoso (1852-1926) nasceu em Lavras (RS). Em 1879 concluiu o curso na Escola Militar. Foi aluno de

41 Para mais informações sobre o autor, vide a dissertação de mestrado de Henderson Marques Lopes, nas referências bibliográficas.

Benjamin Constant Botelho de Magalhães, recebendo dele uma orientação para o positivismo. A obra que tornou Licínio Cardoso conhecido no meio acadêmico foi a sua tese de doutoramento intitulada *Teoria elementar das funções*, publicada em 1885. O texto registra uma forte influência positivista. No capítulo em que trata da classificação das funções, percebe-se, novamente, a forte influência da concepção de Comte: “a opinião de Comte tem para nós o peso de um dogma” (SILVA, 2006). Em 1887 ingressou como docente de Mecânica Racional na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Em 1889 concluiu o curso de Medicina e começou a interessar-se pela homeopatia. Foi fundador da Escola de Medicina e Cirurgia do Rio de Janeiro e do Hospital Hahnemanniano. Com a fundação da Sociedade Brasileira de Ciências no Rio de Janeiro, em 1916, tornou-se o primeiro presidente da seção de ciências matemáticas, cargo que ocupou até 1925, quando Manoel Amoroso Costa assumiu o posto.

Inácio Manoel Azevedo do Amaral (1883-1950) nasceu no Rio de Janeiro. Concluiu, em 1900, o curso de águas marinhas na Escola Naval. Foi professor dessa escola, bem como da Escola Normal do Distrito Federal, do Colégio Pedro II e da Escola Naval. Em 1912 ingressou para o magistério da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, lecionando as disciplinas de Geometria Analítica e Cálculo Infinitesimal. Nessa ocasião apresentou a tese intitulada *Sobre o desenvolvimento em série de funções*, inspirada nos ensinamentos de Comte. Exerceu muitos cargos públicos e acadêmicos, chegando a reitor da Universidade do Brasil no período de 1945-1946. Considerado o instaurador da autonomia nessa universidade, lançou as bases e planos para a construção da cidade universitária da Universidade do Rio de Janeiro. Foi membro fundador da Academia Brasileira de Ciências e tornou-se presidente no biênio 1939-1941. Publicou trabalhos sobre balística, análise e equações diferenciais, de 1906 até 1942 (SILVA, 2006). A influência do positivismo é bastante visível na tese que apresentou à congregação da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1912, como candidato à livre docência. No prefácio, o autor afirma que considerou o desenvolvimento em série de funções exclusivamente sob o ponto de vista algébrico ou analítico, sem

levar em conta considerações sobre a convergência das séries. Sua justificativa apoiava-se em Comte, para quem as questões de convergência ou divergência de séries era "algo destituído de sentido" (p. 5). Comte é amplamente citado no prefácio. Deixou vários trabalhos de natureza técnica ligados a problemas de balística e navegação, descrições biográficas e discursos publicados, em 1958, pelo Ministério da Marinha sob o título *Reminiscências...*, e outro trabalho publicado postumamente em 1968, intitulado *Ensaio sobre a revolução brasileira: 1931-1934*. Iria representar a ABC no Congresso de Matemática de Cambridge, em 1950, quando faleceu.

Essa relação não pretende esgotar o conjunto de positivistas que se destacaram na vida pública. Um artigo de Roberto Marinho, em 1957, ratifica pelo menos dois desses nomes: "A influência de Comte era sentida principalmente nos cursos Cálculo Diferencial e Integral de Ferreira Braga e Licínio Cardoso. O livro 'Geometria Analítica', de Comte, era muito lido entre os estudantes" (LINS, 1964, p. 254).

O período mais importante do positivismo começou em 1870 e estendeu-se até o início do século XX. A partir de 1874, com o surgimento de obras como a de Luís Pereira Barreto, intitulada *As três filosofias*, e a atuação de Benjamim Constant, que começou a recomendar o livro-texto *Geometria Analítica*, de Comte, a seus alunos, inaugurou-se uma fase de ampla divulgação das ideias positivistas. Essa obra de Comte, de 1843, desempenhou um papel importante no ensino dessa disciplina não só na Escola Politécnica. Ela destronou o reinado do livro-texto de Lacroix e começou a ser utilizada amplamente no ensino. O uso do livro devia ser generalizado, uma vez que motivou dois estudantes da Escola Politécnica (Miguel Lemos e Teixeira Mendes) a traduzir e publicar em língua portuguesa a primeira parte dele, que corresponde à geometria analítica plana. Além disso, esse livro serviu de fonte de inspiração para os primeiros livros-texto de Geometria Analítica escritos por brasileiros, como foi o caso de Roberto Trompowsky Leitão de Almeida.

A MATEMÁTICA NA ESCOLA POLITÉCNICA

Em 1874, a Escola Central foi transformada em Escola Politécnica e de lá saíram muitos engenheiros que ao longo da vida se declararam positivistas. Entre eles estão o fundador da Sociedade Positivista do Rio de Janeiro, Antônio Carlos de Oliveira Guimarães; autores de livros didáticos de matemática, como Agliberto Xavier, Demétrio Ribeiro, Francisco Cabrita, Saturnino de Brito, Roberto Trompowski, entre outros (LINS, 1964).

É relevante, na presente discussão, identificar, mediante análise dos programas de ensino, de que maneira o ensino da matemática influenciou esses estudantes da Escola Politécnica. A primeira cadeira⁴² do curso geral envolvia a geometria analítica e o cálculo diferencial e integral.

O programa da disciplina de geometria analítica do curso geral em 1879, que está transcrito na íntegra no Quadro 18, mostra que ele segue o livro de Comte (1843), uma vez que tal programa é praticamente idêntico ao índice do referido livro.

Quadro 18: Programa de geometria analítica de 1879

Geometria a duas dimensões: objetos da geometria; geometria especial ou antiga, geometria geral ou analítica; diferença entre geometria antiga e moderna; geometria analítica: seu fim e caráter essencial; modo pelo qual a geometria antiga resolvia certos problemas determinados; regras por ela estabelecidas; homogeneidade; construção das expressões algébricas; noções preliminares sobre os sistemas de coordenadas e descrição dos principais sistemas; concepção fundamental de Descartes sobre a representação analítica das linhas planas por equações a duas variáveis; diversidade de formas para uma mesma equação segundo as coordenadas escolhidas e identidade da forma para equações diversas; discordância entre a álgebra e a geometria; lacuna essencial da geometria analítica; comparação dos diversos sistemas; razões da preferência dada ao sistema retilíneo; passagem do sistema natural ao sistema retilíneo e polar; expressão da distância entre dois pontos segundo suas coordenadas retilíneas ou polares; equações da linha reta, do círculo e de todas as curvas do 2º grau, partindo da definição explicativa do modo de geração de coordenadas naturais a cada uma destas formas; passagem de cada uma dessas equações naturais às equações retilíneas e polares; equação comum às curvas do 2º grau (coordenadas retilíneas) partindo da propriedade explicativa da geração das três curvas; passagem do sistema natural ao retilíneo e polar; equação da cissóide e da conchóide e suas equações retilíneas e polares. Transformação das coordenadas retilíneas. Fim e vantagem dessa transposição segundo as vistas da geometria analítica; transformação das coordenadas retilíneas em polares e vice-versa; fórmulas gerais de substituição correspondentes às transformações dos eixos; fórmulas especiais segundo as modificações mais usadas na posição dos eixos; observações sobre estas fórmulas;

42 Atualmente não se usa a nomenclatura de cadeira e sim disciplina.

classificação das linhas em geral; teoria analítica da linha reta; discussão da equação do 1º grau a duas variáveis; equações de um grau superior ao 1º que representam retas em coordenadas retilíneas; construção das retas dadas as suas equações; problemas sobre a linha reta; teorias gerais: 1ª teoria do número de pontos necessário à determinação de cada espécie de curvas; 2ª teoria das tangentes: determinação do coeficiente angular da tangente segundo uma lei algébrica invariável; o 1º método baseado em uma transformação algébrica e o 2º no transporte da origem para o ponto de contato; dificuldades algébricas do 1º método; 3ª teoria das assíntotas: assíntotas retilíneas, 1º método fundado na teoria das tangentes; superioridade deste método; 2º método fundado na consideração da assíntota como secante, cujos pontos de intersecção se encontram no infinito; 3º método fundado na transposição dos eixos; curvas assíntotas, assintotismo; 4ª teoria dos diâmetros: 1º método fundado na eliminação das coordenadas dos extremos da corda entre cinco equações de condições; dificuldades algébricas deste método; 2º método fundado na transposição da origem para um ponto do diâmetro; 3º método só aplicado aos diâmetros retilíneos, fundado na coincidência do diâmetro com um eixo de coordenadas; 5ª Teoria dos centros: 1º método fundado na teoria dos diâmetros, suas dificuldades algébricas; 2º método baseado na transposição da origem ao centro; 6ª Teoria das quadraturas; 7ª Teoria da semelhança das curvas; curvas binomiais, curvas trinomiais, curvas polinomiais; discussão da equação geral do 2º grau a duas variáveis; discussão da elipse; discussão da hipérbole e da parábola; simplificação da equação do 2º grau a duas variáveis; equação do círculo e teoremas relativos ao círculo: tangente e normal; estudo especial da elipse; equação da elipse referida a seus diâmetros conjugados, a seus eixos e sua equação mais simplificada; construção da elipse; tangente, normal e diâmetros da elipse; estudo especial da hipérbole e da parábola; hipérbole referida a seus diâmetros conjugados, a seus eixos, a sua assíntota; parábola referida a seu eixo; tangente, normal e diâmetro da hipérbole e da parábola; teoria dos focos e diretrizes; construção da hipérbole e da parábola; seções cônicas e seções cilíndricas.

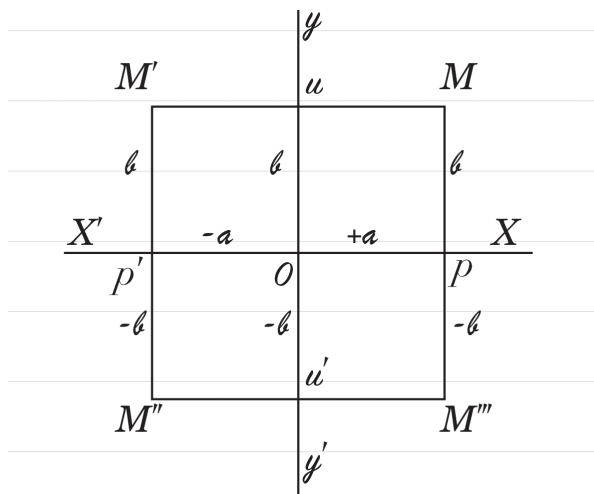
Geometria a três dimensões: noções fundamentais; comparação dos sistemas de coordenadas no espaço; teoria analítica da reta e do plano; problemas; teoria da transposição dos eixos; teoria geral das superfícies; classificação das superfícies; classificação dos eixos; teoria geral das superfícies; classificação das superfícies; superfícies cilíndricas; cônicas; conóides e superfícies de revolução; superfícies do 2º grau; discussão e simplificação da equação do 2º grau a três variáveis; superfícies dotadas de centro e sem centro; superfícies do 2º grau de revolução.

Fonte: Biblioteca de Obras Raras da Escola Politécnica da UFRJ

As notas de aula do aluno Theophilo Rodrigues da Cunha, em caderno manuscrito de 1884, mostram que esse programa era seguido em sala de aula. A primeira lição começa com os assuntos a serem tratados: objeto da geometria, diferença entre a geometria antiga ou especial e geometria geral ou analítica, concepção de Descartes, sistema de coordenadas, teoria da homogeneidade e construção das expressões algébricas, presentes no Quadro 1. Os registros no caderno cumprem o programa do Quadro 1, às vezes alterando um pouco a ordem de apresentação. A figura do sistema de coordenadas do caderno – Figura 15 – é igual àquela apresentada por

Comte (Figura 7), com as mesmas letras para indicar os pontos de referência.

Figura 15: Sistema de coordenadas⁴³



Fonte: Caderno Theophilo Cunha (1884); Biblioteca de Obras Raras da Escola Politécnica da UFRJ.

No livro de Geometria Analítica (1843), Comte apresentou, como anexo dessa obra, o programa de um curso de cálculo diferencial e integral, dividido em lições (COMTE, 1843).

As notas de aula do aluno Theophilo Rodrigues da Cunha de 1884, em caderno manuscrito, trazem evidências de semelhanças entre o proposto por Comte como um conjunto de conhecimentos a serem ensinados num curso de cálculo diferencial. O programa proposto por Comte traz conteúdos que se aproximam daqueles presentes no caderno de Theophilo, tanto no que diz respeito à ordenação desses, quanto aos conteúdos em si, exceto no que diz respeito às aplicações geométricas do cálculo diferencial que, no caderno, aparecem após a teoria da integração (Figura 19).

⁴³ Essa figura foi refeita porque no caderno estava escura e com manchas das linhas.

Quadro 19: Programa proposto por Comte e caderno de Theophilo Cunha

Programa de Cálculo Diferencial de Auguste Comte	Caderno de Theophilo Cunha
Considerações fundamentais: destino geral da Análise Transcendente; Conceção de Leibniz ou método infinitesimal; concepção de Newton ou método dos limites; concepção de Lagrange ou método das derivadas; comparação dessas concepções; divisão geral da análise transcendente. Diferenciação das funções explícitas de uma variável: soma, produtos, quocientes, potências, exponenciais, logaritmos, funções trigonométricas, funções compostas. Diferenciação de funções de várias variáveis. Diferenciação de funções implícitas. Transformação dos coeficientes diferenciais segundo a mudança da variável independente. Aplicações analíticas do cálculo diferencial: desenvolvimento de funções em série, série de Taylor; teoria geral dos máximos e mínimos; avaliação geral dos símbolos indeterminados. Aplicações geométricas do CD: tangentes, curvatura, teoria das curvas de dupla curvatura, teoria dos planos tangentes, teoria da curvatura das superfícies.	Concepções da análise transcendente. Conceção de Leibniz – método dos infinitamente pequenos, concepção de Newton – método dos limites, concepção de Lagrange – método das derivadas, identidade das três concepções. Diferenciação de funções simples (soma, produtos, quocientes, potências, exponenciais, logaritmos, funções trigonométricas), diferenciações de funções compostas, diferenciação das funções implícitas, diferenciação das funções explícitas; diferenciação sucessiva, fórmula de Taylor, máximos e mínimos, avaliação dos símbolos indeterminados.

Fontes: Comte (1843, apêndice) e Cunha (1884).

Na primeira página do caderno de Theophilo, estão registradas considerações semelhantes às aquelas feitas por Comte relativamente à divisão da matemática em duas partes: concreta e abstrata.

[...] Desta definição tínhamos concluído que a ciência matemática divide-se naturalmente em 2 partes distintas: a matemática concreta, que tem por objeto determinar as relações que ligam as grandezas de um fenômeno qualquer; e a matemática abstrata que tem por objeto uma vez conhecidos estas relações, determinar os valores de uma ou algumas destas grandezas sendo numericamente conhecidos os valores de todas as outras (CUNHA, 1884, p. 283).

A segunda demonstração da presença das ideias comtianas encontrada nas anotações do caderno diz respeito às considerações das três concepções básicas: a de Newton, Leibniz e Lagrange a propósito das quais Comte dizia ser recomendável que é importante nos habituar a seguir os três métodos quase que independentemente um do outro, de acordo com as necessidades. A primeira lição do caderno traz exatamente a recomendação de Comte: “Concepções da *analyse* transcendente: concepção de Leibnitz (*methodo* dos infinitamente pequenos). Concepção de Lagrange (*methodo* das derivadas)” (CUNHA, 1884). Várias páginas do caderno são dedicadas ao estudo das três concepções e, inclusive, um dos subtítulos está dedicado a mostrar a identidade das três concepções, sugerida por Comte.

Não foi possível identificar na sequência de conteúdos do caderno se o professor da disciplina de CDI está ou não seguindo algum livro didático.

Em 1890, na organização científica da Escola Politécnica, ocorreu uma mudança radical no nome da disciplina CDI, que passou a se chamar Geometria Diferencial e Integral. Essa é uma influência visível das ideias de Auguste Comte que, finalmente, foi incorporada pela Escola Politécnica por ocasião da reforma de Benjamin Constant, à época ministro da instrução. A alteração curricular na Escola Politécnica foi feita pelo decreto 1073, de 22 de novembro de 1890.

No mesmo espírito comtiano, em 1891, os irmãos Alfredo C. De Moraes Rego e Antônio G. De Moraes Rego publicaram o livro didático *Tratado de Geometria Diferencial*, ou seja, um livro de Cálculo Diferencial (SILVA, 1999). O Jornal do Comércio (RJ), anunciou a obra e, com grande entusiasmo, afirmava a superioridade dessa em relação aos compêndios usados: “os autores tiveram em vista foi condensar e coordenar logicamente as bases teóricas e a filosofia histórica da matéria, de sorte que o aluno possa compreender a razão de ser do cálculo diferencial [...] pois é sempre agradável a história das investigações e das conquistas do gênio do homem [...]” (IMPRENSA, 1891, p. 1). Entretanto, no Jornal *O País*, ao divulgar a obra, o articulista faz uma crítica ao preâmbulo abstrato, dizendo:

a exposição nos pareceu um pouco pesada para ser compreendida por alunos, ao passo que é manancial riquíssimo a que podem recorrer os professores (PUBLICAÇÕES, 1891, p. 2). Em outras palavras, a obra seria boa para os professores mas inadequada para o ensino.

Outro professor da Escola Militar – Roberto Trompowski Leitão de Almeida, inspirado no positivismo, escreveu várias obras didáticas, as quais alcançam quatro mil páginas impressas em vários livros (SILVA, 2006). As lições de geometria integral, em 1905, é outro exemplo de tentativa de implementar outro nome na disciplina Cálculo Integral.

Não sabemos por quanto tempo perdurou a nomenclatura de cunho positivista nas escolas militares e na Escola Politécnica. Em 1903, na Escola Militar voltava a ser usada a rubrica Geometria Diferencial e Integral (EXAMES, 1903), assim como aparece na Escola de Engenharia de Porto Alegre, em 1908 (EXAMES, 1908). Entretanto, em 1900, no currículo da Escola Politécnica reapareceu a denominação CDI. No primeiro ano do curso geral, a primeira cadeira apresentava como saberes: Geometria Analítica e Cálculo Diferencial e Integral a cargo do professor Luiz Carlos Barbosa de Oliveira e Licínio Athanasio Cardoso, encarregado do Cálculo das variações e Mecânica racional na primeira cadeira do segundo ano (ESCOLA POLITÉCNICA, 1900, p. 195).

A MATEMÁTICA NA ESCOLA MILITAR

Em 1858, a Escola Militar da Corte se desmembrou em duas instituições: a Escola Militar – destinada à formação militar e a Escola Central – destinada à formação de engenheiros, instituição essa que mudou de nome em 1874, passando a denominar-se Escola Politécnica. A Escola Militar ficou conhecida como Escola Militar da Praia Vermelha, por estar lá localizada. Funcionou nesse local até 1904, quando da revolta da vacina. Em 1906, foi criada a Escola de Guerra, destinada à formação combatente dos oficiais.

Segundo Lins (1964), nessa instituição atuaram como professores Benjamin Constant, Miguel Joaquim Pereira de Sá, Augusto

Carneiro, entre outros fortemente influenciados pelo positivismo. Mas, sobretudo, merecem destaque aqueles professores que se sobressaíram e que escreveram livros de matemática, manifestando sua adesão às ideias comtianas: Roberto Trompowsky Leitão de Almeida, Sebastião Francisco Alves, Licínio Cardoso, Saturnino Nicolau Cardoso, Antônio Gabriel de Moraes Rêgo, Alfredo de Moraes Rêgo, entre outros. O ex-aluno da Escola Militar, Alfredo Severo, assim sintetizou o ensino naquela instituição:

Muitos dirão, hoje, que jamais aplicaram na vida prática, o que aprenderam naqueles altos remígios pelas regiões elevadas do cálculo transcendente. [...] O que lá, na Escola, sempre se ensinou foi ciência. E mesmo dela, só o cálculo e a Geometria Diferencial e Integral obedeciam à orientação da “Síntese subjetiva” de Auguste Comte, que aí condensou, na imortal protofonia, que é o primeiro volume da mesma, a definitiva sistematização da ciência do número, da extensão e do movimento (LINS, 1964, p. 279-280).

A Escola Militar da Praia Vermelha não foi apenas um reduto de divulgação do positivismo e evolucionismo, mas também um espaço de mobilização política: lá desenvolveu-se uma contra-elite, ideologicamente republicana, que se opunha aos bacharéis de direito, que era abolicionista e que participou ativamente na derrubada da monarquia. Com a república, a Escola tornou-se uma guardiã da defesa dos ideais republicanos, apoiando Benjamin Constant, ministro da Guerra e posteriormente ministro da Instrução, conforme Castro (1995).

BENJAMIN CONSTANT: O DIVULGADOR DO POSITIVISMO

Benjamin Constant Botelho de Magalhães nasceu em Niterói, em 1837. A escolarização de Constant começou com seu pai, que era mestre-escola. Sem condições financeiras para custear seus estudos e também com o intuito de auxiliar a família, ingressou na profissão militar, em 1852. Os primeiros contatos com as ideias de Comte foram em 1857, quando comprou o primeiro volume da *Filosofia Positiva*. Dois anos depois, tornou-se examinador de Matemática dos candidatos a matrícula nos cursos superiores do Império. Esse emprego ele manteve até 1876.

Em 1860, recebeu o título de tenente do exército, bem como o de bacharel em ciências físicas e matemáticas. Os constantes insucessos e injustiças em concursos levaram-no a uma certa neurose por concursos. Prestou concurso para o Colégio Pedro II e, embora obtivesse a primeira colocação, foi nomeado para o lugar o segundo colocado. Nessa escola, Benjamin Constant atuou como professor substituto de 1861 a 1863, sem nunca ter sido nomeado. Desistiu também da carreira docente nessa escola, que foi, durante o Império, o colégio secundário modelo. Em 1863, foi nomeado professor de matemática do Instituto dos Cegos. Seis anos após, ocupou o lugar de diretor desse instituto.

Participou durante um ano da guerra do Paraguai e um ano após o seu retorno, em 1868, escreveu o opúsculo intitulado *Teoria das Quantidades Negativas*. No ano de 1873, Benjamin Constant prestou concurso para repetidor de matemática da Escola Militar e foi classificado em primeiro lugar. Nesse concurso, afirmou a sua adesão ao positivismo e comunicou, além disso, que iria orientar seu ensino segundo a filosofia positivista. O lugar de repetidor era mal remunerado e somente vitalício após 15 anos, daí a congregação ter proposto várias vezes a nomeação de Constant para catedrático, mas essa proposta nunca foi atendida.

Sem esperanças de progredir na carreira acadêmica da Escola Militar, Benjamin Constant aceitou, em 1874, o convite para ministrar uma disciplina do curso de ciências físicas e matemáticas na Escola Politécnica recém-fundada em substituição à Escola Central.

Sem esperança de melhorar de sorte na Escola Militar; aceitei o convite que me foi feito pela Congregação da Escola Politécnica para reger uma cadeira do curso de ciências físicas e matemáticas, cadeira inteiramente nova no Brasil e relativa às mais elevadas teorias da análise transcendente, que constituem a parte da matemática por Augusto Comte classificada com todo o fundamento de análise hipertranscendente. A vocação que sempre tive pelos estudos matemáticos e que não arrefeceu apesar de tantos desgostos, levou-me a fazer um estudo completo e meditado de todos os assuntos da matemática. Não tendo tido nunca ocasião de lecionar aquelas matérias, pois até então nunca fizeram parte do programa de nossas escolas, senti imenso prazer em receber esse convite que me dava oca-

são de ser o primeiro a lecionar tais matérias em meu país [...] (MENDES, 1913, p. 27).

A docência a que se refere Benjamin Constant ocorreu em final de 1874 e início de 1875. Teixeira Mendes, que foi também aluno na Escola Politécnica, observa que Constant enganou-se em parte, porque alguns dos conteúdos integrantes do programa da disciplina acima mencionada já constavam do programa da primeira cadeira do segundo ano, no ano de 1858, entre eles, probabilidades.

Os conteúdos dessa disciplina eram: séries, funções elípticas, continuação do cálculo diferencial e integral, cálculo das variações, cálculo das diferenças finitas e cálculo das probabilidades. A vida acadêmica de Constant na Escola Politécnica foi breve. No ano seguinte, foram nomeados como lentes catedráticos os antigos repetidores da Escola Central e Constant perdeu o seu lugar para Gomes Maia, ex-repetidor de desenho da Escola Central. A única forma de Constant manter seu lugar na Escola Politécnica seria prestando novo concurso, e disso o imperador não abria mão. Todavia, Constant recusava-se a prestar novo concurso e assim as portas da Escola Politécnica fecharam-se para ele. É interessante observar que a vida acadêmica de Benjamin Constant assemelha-se muito à de Comte – um desejo imenso de atuar como docente na Escola Politécnica não se concretizou para ambos.

As ideias de Comte continuavam a propagar-se no meio intelectual brasileiro, principalmente nas escolas militares, politécnica e de marinha. Em 1876, um grupo fundava o Apostolado Positivista do Brasil. Entre eles estavam, além de Benjamin Constant, Miguel Lemos e Teixeira Mendes. Embora haja uma crença de que esse apostolado sempre teve cunho religioso, na realidade, o objetivo da associação, inicialmente, foi fundar uma biblioteca, seguindo a orientação da biblioteca positivista de Comte. Essa biblioteca ainda existe, e creio que seja uma das mais completas sobre o positivismo no Brasil. Ela faz parte do acervo do Arquivo da Igreja Positivista no Rio de Janeiro. Mais tarde, essa associação, já com o nome de Apostolado Positivista do Brasil, tomou um rumo religioso e Benjamin Constant, por atritos com Miguel Lemos afastou-se do apostolado.

Na verdade, Constant nunca partilhou das ideias religiosas de Comte: o que fez foi divulgar a filosofia positiva do mestre francês.

Principalmente devido à influência de Constant, as ideias de Comte espalharam-se entre os jovens oficiais no período de 1881 a 1889. A popularidade de Benjamin Constant entre os estudantes era enorme. Lins apresenta em seu livro *História do Positivismo no Brasil* vários relatos de contemporâneos de Benjamin Constant, que permitem construir uma imagem muito positiva dele. Tal fato pode ser ilustrado com dois depoimentos, de um procurador e de um militar:

Superioridade mental revelada em vários ramos do saber e particularmente, nas Matemáticas, em que foi mestre de excepcional elevação, integridade moral inquebrantável, patriotismo bem orientado [...] Por isso a mocidade da Escola Militar, onde professava, lhe tributava admiração e devotamento. Por isso, também, na classe militar gozava de tão alto prestígio [...] (Edmundo Lins, promotor público no governo provisório, escrito em 1936, LINS, 1964).

Outro depoimento, dado pelo general de exército Tarso Fragoso, evidencia a popularidade de Benjamin Constant:

Que brilhante corpo docente contava a nossa Escola Militar! Entre todos os professores sobressaía Benjamin Constant [...] Tinha-se a impressão que a matéria não lhe escondia segredos, dominando-a com rara maestria [...] Em vez de sequência monótona de axiomas, teoremas e corolários, ouvia-se-lhe primeiro, com verdadeiro deleite, uma exposição sintética do assunto, sobre que esvoaçava, arrebatando-nos com a magia do seu raciocínio convincente e de sua linguagem apurada, tudo iluminado por uma fisionomia de cativante doçura e de que não desfitávamos o olhar, tomados de verdadeira fascinação (LINS, 1964, p. 316).

Segundo Hélio Silva (1975), não se tem dado importância a um fato marcante em nossa história, que é a identificação do exército com a classe média. Foi a partir da guerra do Paraguai (1864-1870) que o exército ganhou, no meio da sociedade, estabilidade e coesão interna. Na classe média nascente é que o exército escolheu seus oficiais, alguns deles vindos dos quartéis, outros da Escola Militar. É, portanto, natural que o exército venha a desembocar no movimento republicano.

Pode-se dizer que o estado monárquico representava os interesses dos grandes proprietários de terra, dos grupos exportadores e importadores. Com o desenvolvimento da agricultura do café, surgiu a mão de obra assalariada e São Paulo tornou-se o polo dinâmico da economia brasileira. A fim de se fortalecer, esse bloco passou a buscar apoio de outras classes que não participavam do poder, entre as quais as dos militantes da propaganda republicana, dos círculos positivistas civis e militares e das camadas médias da população: funcionários públicos e profissionais liberais. Os militares e as camadas médias reivindicavam uma maior participação política: por estarem desligados de compromissos econômicos, tinham uma posição mais radical frente à derrubada do regime monárquico.

Em 1872, o partido republicano (PR) foi fundado e, em São Paulo, ele foi organizado de forma mais sólida do que no restante do país. No programa do partido estava a liberdade de culto e a separação entre Estado e Igreja. A maçonaria havia crescido muito e, entre os intelectuais mais influentes, estavam o grupo maçônico e os católicos. Além de São Paulo, o Rio de Janeiro era outro catalisador das crises. Os republicanos aproximaram-se dos militares. Rui Barbosa elaborou um documento, em nome dos oficiais, solicitando a revogação das ordens que proibiam os militares de se manifestarem politicamente. Em 1871, foi fundado por Floriano Peixoto o Instituto Militar, para defender os interesses da corporação militar. Seis anos depois, foi fundado o Clube Militar, que teria o papel aglutinador da corporação e seria um órgão de muita força política.

A relação entre os militares e o governo estava cada dia mais tensa. As reuniões do clube militar levavam a conspirações contra a monarquia. Constant, como líder que era, queria impedir que se desenvolvesse uma rebelião, que houvesse derramamento de sangue. A posição era a de "com o imperador, se possível; sem o imperador, se necessário", nas palavras de Rui Barbosa, expressivo líder da burguesia industrial.

Benjamin Constant tomou parte ativa no processo de proclamação da república, liderando os jovens oficiais, e assumiu, após o

15 de novembro, a pasta do Ministério da Guerra. Todavia, ele não parecia ser o homem certo para o cargo, e Deodoro da Fonseca, assim que teve chance, criou um novo ministério e o entregou a Constant. O ministério era um híbrido de ministério da educação e comunicações e chamava-se Ministério dos Negócios da Instrução Pública, Correios e Telégrafos. Tomou posse do novo ministério em junho de 1890. Esse ministério teve vida curta. Enquanto ministro, Constant realizou algumas reformas, inspirado na filosofia positivista. Criou também alguns institutos, todos também com curta existência. Com a morte de Constant, em 1891, encerrou-se o primeiro ministério de educação brasileiro.

REFORMA DE BENJAMIN CONSTANT COM ESPÍRITO POSITIVISTA

Antes de tornar-se ministro da instrução, Benjamin Constant já se manifestara sobre a necessidade de reformas no ensino público. Em 1882, apresentou ao Conde d' Eu, presidente do Congresso da Instrução, um relatório sobre as Escolas Normais, no qual expunha o programa positivista de ensino e se manifestava contrário ao ensino religioso obrigatório nas escolas:

A nossa instrução pública primária, se é que tal nome merece o complexo de noções por demais rudimentares, deficientes, quase nulas que a constituem, não corresponde evidentemente às necessidades mentais e sociais do cidadão. Raro será o país tido na conta de civilizado, em que o ensino público seja dado em tão mesquinhas proporções. [...] Entre as alterações a realizar no nosso ensino público, bem como de muitos outros países, para elevá-lo ao nível que lhe compete, uma das mais importantes e indispensáveis é a supressão do ensino religioso, ensino este que deve ser dado na família pela mãe e nos templos pelos párocos ou pelos pastores em harmonia com as crenças de cada um (LINS, 1964, p. 258-259).

Em 1890, Benjamim Constant, já empossado ministro dos Negócios da Instrução Pública, Correios e Telégrafos, manifestava em carta a Pierre Lafitte, diretor do positivismo e sucessor de Auguste Comte, a sua intenção de realizar uma reforma na Escola Militar e dizia que, para isso, enviaria a Paris professores

da referida escola para serem preparados e orientados por Lafitte. Nessa mesma carta, ele revelava a sua ideologia positivista não-ortodoxa:

Desde muito tempo eu tenho me esforçado para conciliar minha conduta privada e pública aos ensinamentos do fundador da religião da Humanidade, levando em conta as condições particulares do nosso meio. Eu não tenho a pretensão de nunca ter me enganado, ou dito de outra forma, seria estranho que o positivismo conferisse o dom da infalibilidade. Eu tenho a certeza de ter propagado na medida em que pude a verdadeira doutrina e eu estou decidido a continuar a servir a causa da Humanidade e aquela da minha Pátria, tanto que eu pertencerei ao governo, apesar das gritarias daqueles que pregam a mais alta pretensão de serem os únicos depositários da verdade pensada por Auguste Comte (LINS, 1964, p. 629).

Pierre Lafitte respondeu com uma longa carta (LINS, 1964), manifestando a aprovação dos positivistas franceses à proclamação da república no Brasil e ao fato de ter um membro positivista no primeiro escalão do governo brasileiro.

A reforma de Benjamin Constant, embora tenha atingido todos os níveis de ensino, teve influência decisiva no nível secundário e particularmente no currículo do Colégio Pedro II. O Colégio Pedro II, nos tempos monárquicos, servia para preparar uma elite brasileira, formar bacharéis com uma formação humanista que iriam tornar-se a nobreza intelectual do Brasil (FREIRE, 1990). No depoimento de Carlos Luís de Vargas Dantas que bacharelou-se no Colégio Pedro II e posteriormente formou-se em Medicina, o ensino de línguas vivas (inglês, francês e alemão) era deficiente, mas o francês, como quase uma segunda língua, era essencial para o brasileiro; os livros nas línguas inglesas e alemã eram pouco indicados pelos docentes, portanto, pouco lidos (FREIRE, 1990).

Após a República, o ministro Benjamin Constant tentou colocar em prática as ideias positivistas na educação, ou seja, a hierarquia enciclopédica das ciências positivas nos 7 anos de duração do curso.

Quadro 20: Currículo do Colégio Pedro II, de 1890

Ano	Disciplinas
1º	Aritmética e álgebra; português; francês; latim; geografia; desenho, ginástica e música
2º	Geometria e trigonometria; português; francês; latim; geografia desenho, ginástica e música
3º	Geometria, álgebra, cálculo diferencial e integral, geometria descritiva; latim; inglês ou alemão; desenho, ginástica e música, revisão de português e geografia
4º	Astronomia e mecânica; inglês ou alemão; grego; desenho, ginástica e música; revisão de cálculo diferencial e integral, geometria, português, francês, latim e geografia
5º	Física e química; inglês ou alemão; grego, desenho, ginástica e música; revisão de cálculo diferencial e integral, geometria, mecânica, astronomia, geografia, português, latim e francês
6º	Biologia; zoologia; botânica; meteorologia; mineralogia; geologia; história universal; desenho e ginástica; revisão cálculo diferencial e integral; geometria, mecânica, astronomia, química, geografia, francês, inglês ou latim, grego
7º	Sociologia, moral, introdução à economia e jurisprudência, história do Brasil, história da literatura, ginástica e revisão geral

Fonte: elaborado pela autora

Analisando as primeiras disciplinas elencadas a cada ano (Quadro 20), percebe-se visivelmente a ordem enciclopédica das ciências positivas: matemática (subdividida em aritmética, álgebra, cálculo diferencial e integral e mecânica), astronomia, física, química, biologia e sociologia. Além daquelas recomendadas por Comte, fazia parte do elenco do currículo uma série de disciplinas linguísticas e humanistas. As grandes novidades são sem dúvida as disciplinas de cálculo diferencial e integral, astronomia e sociologia, ministradas como ensino secundário.

No currículo da Escola Normal também está claramente ostentada a bandeira positivista (Quadro 21), com a mesma sequência de disciplinas conforme a lei enciclopédica de Comte.

Quadro 21: Currículo da Escola Normal do Rio de Janeiro

Ano	Disciplinas
1º	Aritmética e álgebra, português, francês, latim, caligrafia e ginástica
2º	Geometria e trigonometria, português, francês, latim, geografia do Brasil, mecânica, desenho e música
3º	Mecânica e astronomia, física, desenho, ginástica e música, história do Brasil
4º	Química e biologia, desenho, geografia e história, trabalhos manuais e música
5º	Zoologia, botânica, sociologia e moral, agronomia, desenho, música e trabalhos manuais

Fonte: elaborado pela autora.

Essa reforma com forte influência das ideias comtianas teve curta duração: em 1892, ela foi alterada por Fernando Lobo (LINS, 1964). Entretanto, os professores positivistas deixaram suas marcas no ensino que ministraram. Por exemplo, Francisco Carlos da Silva Cabrita, engenheiro civil diplomado pela Escola Politécnica, deixou nas obras que escreveu traços de seu pensamento positivista (Curso de Matemática Elementar, Elementos de Geometria). Ele foi diretor e professor da Escola Normal do Rio de Janeiro, além de diretor da Instrução Pública.

O ALASTRAMENTO DO POSITIVISMO NOS LIVROS-TEXTO DE MATEMÁTICA

Onde percebe-se mais intensamente a força das ideias positivistas no ensino da Matemática é sem dúvida nos livros-texto que se multiplicaram, principalmente depois da difusão realizada por Benjamin Constant.

As concepções Matemáticas de Benjamin Constant, Oliveira e Bittencourt e Roberto Trompowsky de Almeida refletem exemplarmente a influência exercida por Comte no ensino da Matemática no Brasil. Benjamin Constant tornou o livro de Geometria Analítica de

Comte conhecido nas escolas militares, introduzindo-o em substituição ao livro-texto de Lacroix, até então um dos autores franceses preferidos pelos docentes brasileiros. Um depoimento de um ex-aluno da Escola Politécnica, Claudio Costa Ribeiro, ilustra de certa forma o clima na escola: "Eu li Comte. Estudei pela sua geometria analítica e todos os estudantes de cursos superiores eram positivistas ou simpáticos [ao positivismo]. Estávamos no começo da República: 1891-1893" (FREIRE, 1957, p. 558).

RAIMUNDO TEIXEIRA MENDES: APÓSTOLO DA IGREJA DA HUMANIDADE

Raimundo Teixeira Mendes (1855-1927) foi um dos apóstolos da Igreja da Humanidade, fundada em 1881, no Rio de Janeiro. Em 1877, ele escreveu um pequeno livro de 43 páginas intitulado *Elementos de Geometria Synthetica*, em que se percebe a forte influência das ideias comtianas. Seguindo literalmente a Filosofia Positiva de Comte, o autor afirma que é necessário proceder-se a uma reforma no ensino secundário: o plano didático deve abranger todas as seis ciências positivas, começando pela matemática e chegando até a sociologia e esse estudo deve ser feito de tal forma que em cada ciência sobressaia-se o método. Quanto à geometria, o objetivo é organizar o ensino de modo que nele não se percam forças na resolução de problemas particulares, mas sim fique sempre evidente a relação entre o concreto e o abstrato. Segundo esse ponto de vista, o autor escreveu seu livro. A ideia de dimensão é muito semelhante à que Comte apresentou: partindo do espaço e abstraindo pouco a pouco uma dimensão, chega ao conceito de superfície, seguindo-se a linha e depois o ponto:

Considerando um corpo qualquer e abstraindo depois de sua existência, ou supondo-o apenas deslocado, podemos imaginar no lugar por ele deixado uma porção oca de contorno idêntico, um como que molde do referido corpo [...] A concepção de um meio indefinido, cuja natureza física nenhuma importância tem no caso atual, e no qual existam todos os corpos, dá-nos a noção geométrica do espaço [...] a porção deste meio ocupada por um corpo, constitui o volume dele, e é um dos mo-

dos de conceber a extensão. [...] Consideremos ainda o molde deixado pelo corpo em um meio qualquer; procurando depois introduzir; na suposição de o ser possível, o mesmo objeto no referido molde, notar-se-á que entre a face deste e a do corpo existe um espaço, uma espécie de lâmina, que se adelgaça à medida que as duas faces se aproximam e cuja espessura será nula quando elas coincidirem [...] este limite é que se chama superfície [...] Suponhamos agora que este volume se adelgaça indefinidamente [...] neste limite racional teremos o que se domina linha. Suponhamos que duas linhas se cortam: o lugar em que este fato se realiza evidentemente não é uma grandeza, mas todos temos dela uma noção exata, esta intersecção se chama ponto (MENDES, 1877, p. 4-6).

Volume, superfície, linha e ponto são diferentes tipos de extensão, segundo Comte. O mesmo é expresso por Mendes. O movimento é introduzido nas concepções fundamentais da seguinte forma: numa superfície dada é possível conceberem-se várias linhas e essas podem mover-se passando por modificações, daí concluir-se que toda "[...] superfície pode ser considerada como proveniente do movimento de uma infinidade de linhas segundo certas leis" (MENDES, 1877, p. 7), e, conseqüentemente, como a linha pode ser considerada como resultando do movimento de um ponto, segue-se que a superfície pode ser encarada sob o mesmo modo de geração. Segundo Comte: "No que diz respeito às linhas curvas, olhando para elas como geradas pelo movimento de um ponto sujeito a uma determinada lei..." (COMTE, 1969, p. 161).

O filósofo francês havia sugerido que o estudo geral da geometria deveria seguir uma ordem verdadeiramente dogmática, começando pelo estudo da reta, depois da superfície e, a seguir, dos volumes. Exatamente essa ordem dogmática foi seguida por Mendes. Segundo ele, a linha é a mais simples das grandezas geométricas, e a reta é a mais simples das linhas. Ele começa, portanto, pelo estudo da reta. Nenhuma definição é apresentada para a reta, sua abordagem é feita através de um apelo visual intuitivo: "[...] sempre que visamos um ponto qualquer, supondo partir dele uma série indefinida de linhas que venham terminar no órgão visual do observador, uma impressionar-nos-á como a mais curta, pois que as outras representarão envoltentes em relação a ela" (MENDES, 1877, p. 13).

As propriedades da reta são apresentadas de forma intuitiva e coloquial. Por exemplo: a propriedade fundamental da reta é a de ser determinada por dois pontos, sempre que duas retas tiverem dois pontos em comum elas coincidem. Para a reta não foi dada uma definição, mas em relação ao plano, ele torna-se mais ousado: "[...] a mais simples das superfícies é aquela em que se pode traçar uma reta em todos os sentidos nela imagináveis: tal superfície é o plano." Assim, resulta que toda a reta que possuir dois pontos em um plano estará toda contida nele.

Como é comum aos autores de livros-texto da época, eles introduzem a medida na reta e não em segmentos de reta. A noção de medida é introduzida de forma intuitiva: "[...] toma-se uma certa reta para módulo: querendo referir a ela a grandeza de uma outra qualquer; é intuitivo que bastará aplicar sobre a segunda e examinar quantas vezes cabe nela" (MENDES, 1877, p. 19). A noção de ângulo é introduzida como uma região do plano, ou seja, a porção indefinida do plano compreendida entre a intersecção de duas retas. Segue-se o conceito de perpendicularismo de retas e, após o de paralelismo. Aqui, pela primeira vez, o autor introduz o termo "axioma", considerado como algo evidente. "Por um ponto fora de uma reta será sempre possível fazer passar outra que lhe seja paralela" (MENDES, 1877, p. 36). Citando Lacroix, ele enuncia o axioma das paralelas: por um ponto L tomado fora de uma reta FG, só se pode tirar uma paralela a FG. E, utilizando a ideia de movimento e paralelismo, ele mostra que a soma dos ângulos de um triângulo é igual a dois retos.

O seu texto não avança além do estudo da reta. No final do texto, ele afirma que seu objetivo era mais amplo, devendo também ter apresentado o estudo do plano, mas circunstâncias imprevisíveis impediram-no de prosseguir e, assim, o livro-texto que prometia concretizar as prescrições de Comte ficou inacabado. Raimundo Teixeira Mendes escreveu várias obras (vide relação dos autores positivistas).

Roberto Trompowsky Leitão de Almeida nasceu em 1853, em Des-terro, atualmente Florianópolis (SC). Foi aluno de Benjamin Con-stant na Escola Militar no Rio de Janeiro e, mais tarde, prosseguiu o curso de engenharia militar e estado maior. Em 1877, ingressou no corpo docente da Escola Militar, por indicação de Benjamin Con-stant, lecionando várias disciplinas, entre as quais a de geometria. Exerceu nessa escola muitos anos de magistério e tornou-se tam-bém diretor da instituição. Em 1916 foi promovido a general de divi-são. A sua obra matemática que, segundo Luís Freire, constitui-se no maior esforço didático realizado até a década de 1950, foi toda ela inspirada no positivismo. Os quatro tratados, publicados até 1905, são os seguintes: Lições de geometria algébrica (1903); Lições de álgebra superior (1904); Lições de geometria diferencial (1904), Lições de geometria integral (1905), que compreendem cerca de quatro mil páginas. Na opinião de Luís Freire, suas exposições não eram meras compilações de outros autores, ele conhecia e estudava os grandes clássicos da matemática, transmitindo a seus alunos uma visão de conjunto útil aos iniciantes. Destacou-se como professor da escola e, segundo depoimento de seu discípulo Coronel Alfredo Severo:

Mal egressos do tremendo carrascal da Geometria Elementar do Sarraqueiro. [...] vimos surgir diante de nós, a figura em-polgante do então Coronel Trompowsky [...] a libar-se em voos condoreiros pelas regiões estratosféricas do Cálculo Trans-cendente. [...] Sob sua orientação judiciosa e inteligente, à luz do método positivo, o ensino da Geometria Geral emergia da confusão caótica em que o trazia mergulhado o ramerrão dos compêndios em voga, que exibiam uma ciência obsoleta, eriçada apenas de calculeiras fastidiosas e desconexas (Alfredo Severo, in: Revista do Instituto de Engenharia Militar, Crônica da saudade).

O marechal Trompowsky deixou alguns trabalhos inéditos, como “A inscrição de polígonos regulares em uma circunferência” e sobre a teoria elementar das séries, assim como um tratado de tri-gonometria retilínea e esférica. É o patrono do magistério militar e, em 1953, foi instituída a Medalha Marechal Trompowsky destinada

a premiar instituições ou personalidades que prestaram serviços ao magistério do exército.

Em 1907 fez parte da delegação brasileira que participou da Conferência para a paz em Haia. A fotografia da delegação vê-se na figura 16.

Figura 16: Delegação brasileira em Haia, 1907. Trompowski é o segundo sentado da esquerda para à direita, ao lado de Rui Barbosa ao centro com roupa clara.



Fonte: Instituto Rui Barbosa, <https://irbcontas.org.br/aguia-de-haia/>

A influência de Comte é visível em toda sua obra. Nas *Lições de Geometria Algébrica* ele aborda a geometria analítica e prefere uma abordagem diferente daquela de Comte: ele não separou a geometria analítica plana da espacial. Ele iniciou, por exemplo, abordando os sistemas de coordenadas no plano e, em seguida, abordou esse mesmo assunto para o espaço. Não há uma separação de teoria e aplicações, como em Comte: as aplicações são abordadas logo após a discussão teórica de cada tema. Trompowsky, como Comte, divide a geometria em especial e geral. A geometria geral, por sua vez, subdivide-se em algébrica ou infinitesimal.

O livro de Trompowsky de geometria algébrica parece, à primeira vista, ser uma cópia da *Géométrie Analytique*, de Comte, mas uma análise mais pormenorizada deixa entrever que Trompowsky não toma a palavra de Comte como um dogma e que, algumas vezes,

ele omite certas considerações às quais Comte atribui muita importância, outras vezes manifesta dúvida sobre o assunto e, em outras, manifesta-se contrário à teoria proposta.

De um lado, Trompowsky orienta-se fortemente em Comte, conforme ele próprio afirma na dedicatória de seu livro *Geometria Algébrica* – “a fonte básica que inspirou este livro foi a *Geometria Analítica de Comte*” (ALMEIDA, 1903, p. 4). Ele segue claramente o princípio da relação complementar entre o abstrato e o concreto formulado por Comte. Por outro lado, ele distancia-se em alguns pontos do mestre francês. Ao não concordar com a interpretação geométrica das quantidades imaginárias, por exemplo, ele diz:

[...] acharemos uma elipse para as soluções reais de $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ e uma hipérbole para a pintura das soluções imaginárias. Resultado: duas linhas autônomas e profundamente distintas se apresentam como partes integrantes do lugar de uma mesma equação! Pode-se admitir tão vicioso argumento? E subsistirá para a equação geral da elipse? É fácil ver que não (ALMEIDA, 1903, p. 33-34).

Trompowsky via um argumento vicioso na interpretação de Comte e mantinha-se cético com relação à possibilidade de se vir a dar uma interpretação geométrica satisfatória para os mesmos: “[...] sua extrema complicação nunca permitirá que sejam incorporados ao domínio da ciência” (ALMEIDA, 1903, p. 34).

O princípio de classificação das linhas planas adotado por Comte, qual seja de classificar as equações pelo número de termos, é também visto por Trompowsky com certa reserva. Ele, como Comte, criticava os princípios usuais para a classificação de curvas, repetindo quase que literalmente os argumentos de Comte. Todavia, ele parece relutante em aceitar a classificação de Comte, limitando-se a adotar a classificação para as linhas binomiais, às quais, para ele, o princípio é conveniente. Quanto às linhas trinomiais e polinomiais, ele as aborda apenas no apêndice.

No livro de Álgebra Superior, o autor adverte sobre a necessidade de se promover uma transição entre a álgebra elementar e a álgebra transcendente, sendo que essa álgebra superior deve preceder a primeiro esboço da geometria geral.

Serzedello Correia escreveu uma resenha sobre o livro de Geometria Diferencial, ou seja, um livro de cálculo diferencial publicado no jornal O Paiz (RJ), em 1904. Afirma que o autor começa com um preâmbulo abstrato e, sobre os conteúdos do livro, diz que o autor começa pelo conceito de infinitamente pequeno, seguindo-se as concepções de Newton e de Lagrange do cálculo infinitesimal. Novamente, as ideias de Comte sobre como se deve iniciar um estudo do cálculo diferencial estão sendo seguidas por Trompowsky.

SAMUEL AUGUSTO DE OLIVEIRA (1867-)

E MANUEL LIBERATO BITTENCOURT (1869-1948)

Samuel de Oliveira e Liberato Bittencourt foram alunos de Roberto Trompowsky no Colégio Militar do Rio de Janeiro, em 1890. Adiantaram-se ao mestre e publicaram alguns anos antes um livro-texto de geometria analítica (1892). Trompowsky, como vimos anteriormente, publicou, em 1903, a obra que intitulou *Licções de Geometria Algébrica*. Samuel de Oliveira seguiu a carreira militar, alcançando o posto de general.

Devido à inexistência de um livro-texto de geometria analítica em língua portuguesa, Samuel e Liberato decidiram escrever um texto, conforme declararam no prefácio da 2ª edição, de 1895. Segundo os autores, a primeira edição, de 1892, foi um sucesso e esgotou-se em menos de um ano. "[...] Era a primeira vez que no Brasil se publicava uma obra de geometria analítica; era a primeira vez que dois estudantes se atreviam a escrever um livro de matemática superior" (OLIVEIRA e BITTENCOURT, 1895, p. x).

Tomando como ponto de partida as aulas de Trompowsky e tendo como fonte de inspiração Auguste Comte, os dois jovens estudantes empreenderam a difícil tarefa de escrever um livro-texto. "O que de bom contém o nosso trabalho pertence exclusivamente ao Dr. Trompowsky, assumindo nós a responsabilidade dos erros que porventura nele forem encontrados" (OLIVEIRA e BITTENCOURT, 1895, p. viii).

A forte influência de Comte é percebida em todo o texto, desde o prefácio:

A princípio digamos que o plano deste livro não é nosso, nem tampouco do Dr. Trompowsky: é de Auguste Comte, o genial autor da Síntese Subjetiva. O nosso mestre inspirou-se no ilustre filósofo, e, com o seu poderoso talento de exposição, incutiu-nos no espírito a compreensão do plano que para o estudo da geometria cartesiana traçou o grande coordenador da ciência Matemática (OLIVEIRA e BITTENCOURT, 1895, p. ix).

A proposta original dos autores era de escrever uma obra em dois volumes, mas isso não aconteceu, e os dois volumes foram incorporados em um único volume, sendo que a primeira parte possui 374 páginas e a segunda, 256 páginas. A primeira parte aborda a concepção fundamental e o preâmbulo geral e a segunda, a geometria subjetiva e a geometria comparada. Não é muito simples entender o porquê dessa categorização. A divisão em quatro partes segue a proposta de Comte antes referida: a condição dogmática do aprendizado contém quatro partes: a primeira é destinada a fornecer à geometria plana uma ideia do todo e deve apresentar exemplos suficientes para compreender o objeto da geometria analítica; a segunda abrange o estudo dos métodos gerais que devem ser aplicados na geometria analítica, e aqui não se deve considerar nenhuma aplicação especial desses métodos; a terceira destina-se à geometria comparada; a quarta é para a aplicação dos métodos gerais relativos a curvas especiais, nesse caso, as seções cônicas, mas a nomenclatura é nova.

Na parte intitulada concepção fundamental, os autores procuram dar uma ideia do que é a geometria analítica e quais os objetos de que trata. Iniciam pelo sistema de coordenadas, mostrando como se pode identificar um ponto no plano cartesiano. O primeiro sistema de coordenadas tratado é o de eixos ortogonais, depois o de eixos oblíquos, seguindo-se as coordenadas polares e coordenadas bipolares. O que foi feito para duas dimensões é repetido para três dimensões. Essa característica de abordar conjuntamente a geometria analítica a duas e três dimensões diferencia o livro de Oliveira e Bittencourt do de Lacroix e Comte, que apresentam a geometria analítica no espaço separada da do plano.

O conceito de função é introduzido de forma intuitiva: se um ponto descreve numa região uma curva, as ordenadas são funções das abscissas e a curva é descrita de forma analítica pela equação $y = f(x)$ ou $f(x, y) = 0$.

Assim, eles enunciam o que chamam concepção fundamental da geometria analítica: "Toda curva plana é representada analiticamente por uma equação a duas variáveis (aspecto direto). Toda equação a duas variáveis é representada geometricamente por uma curva plana (aspecto inverso)" (OLIVEIRA e BITTENCOURT, 1895, p. 47).

Da mesma forma, no espaço, quando um ponto, em qualquer sistema no espaço, é obrigado a mover-se sobre uma superfície, uma das coordenadas fica necessariamente subordinada às outras. A expressão analítica que traduz essa subordinação denomina-se equação da superfície sobre a qual o ponto se move, ou seja, $z = f(x, y)$ ou $f(x, y, z) = 0$. Daí, uma concepção fundamental análoga pode ser enunciada no espaço: "Toda superfície é representada analiticamente por uma equação a três variáveis (aspecto direto). Toda equação a três variáveis é representada geometricamente por uma superfície (aspecto inverso)" (OLIVEIRA e BITTENCOURT, 1895, p. 54).

De forma semelhante a Comte, os autores ilustram como é possível, a partir de objetos geométricos, chegar a equações. Para estabelecer com facilidade a equação de uma dada curva ou superfície, os autores afirmam ser necessário identificar, inicialmente, o modo de geração dessa curva ou superfície por meio de uma definição explicativa. As equações que são obtidas partindo das definições explicativas são denominadas de equações espontâneas. Aqui faz-se necessário um exemplo esclarecedor. Considere-se um círculo e a seguinte definição: o círculo é a curva gerada por um ponto que se move sobre um plano, conservando constante sua distância a um ponto fixo do mesmo plano. Essa definição indica a forma de geração do círculo e fornece a seguinte equação espontânea: $u = c$, no qual u indica a distância entre os dois pontos e c é a constante. Note-se que, nessa equação espontânea, ainda não foi utilizado qualquer sistema de coordenadas. Caso a definição utilizada seja outra, a equação espontânea será diferente.

As questões relativas à construção das fórmulas algébricas e ao princípio da homogeneidade são abordadas seguindo a formulação de Comte, não apresentando nada de novo. Um capítulo é dedicado ao conceito de distância entre dois pontos, tanto no plano quanto no espaço.

A fim de explicitar melhor a formação das equações a partir das definições dos entes geométricos, os autores apresentam: as equações cartesianas e polar da reta, do círculo, da elipse, da hipérbole, da parábola, da cissóide, da concóide, a equação da esfera, as equações da reta no espaço e a hélice de Arquimedes.

O preâmbulo geral trata de estudos específicos da reta e do plano, bem como da transformação de coordenadas. Os assuntos apresentados são os seguintes: teoria analítica da reta no plano, teoria analítica da reta no espaço, equação do plano considerado como superfície cilíndrica, equação do plano considerado como superfície cônica, equação do plano considerado como superfície de revolução, equação do plano como o lugar geométrico de um ponto que se conserva sempre a igual distância de dois pontos fixos, equação do plano considerado como uma superfície regrada, lugar geométrico da equação de 1º grau a três variáveis, representação analítica do plano, transposição de eixos no plano, transformação das coordenadas retilíneas em polares e vice-versa, transposição de eixos no espaço.

As matérias contidas no segundo volume estão apresentadas sob os títulos Geometria Subjetiva e Geometria Comparada.

O que os autores entendem por Geometria Subjetiva? A Geometria Subjetiva nada mais é do que uma forma de abordar a geometria analítica. O estudo da geometria analítica, segundo essa abordagem, trata de estabelecer uma série de teorias gerais que podem ser empregadas para um conjunto infinito de linhas ou superfícies. Essas teorias são analíticas, enquanto a geometria comparada ou objetiva é uma outra forma de abordar a geometria analítica, instituindo princípios concernentes a grupos particulares de objetos geométricos. A geometria comparada, segundo os autores, "[...] reclama uma classificação das formas geométricas e não se compreende que se possam classificar objetos quaisquer sem que se conheçam

previamente as propriedades que lhe são inerentes" (OLIVEIRA e BITTENCOURT, 1895, v. 2, p. 2).

Nenhum outro autor de livro-texto contemporâneo faz semelhantes subdivisões da geometria analítica. As justificativas que os autores apresentam para semelhante abordagem não são suficientemente claras. O próprio esquema que deveria servir para ilustrar as subdivisões é confuso.

LICÍNIO ATHANASIO CARDOSO (1852-1926)

Licínio Athanasio Cardoso nasceu em Lavras, Rio Grande do Sul, outra região fortemente influenciada pelo positivismo. Bacharelou-se em matemática e recebeu o título de engenheiro pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1879. Foi capitão honorário do Exército e docente da mesma instituição, a partir de 1880. Em 1890, concluiu o curso de medicina e começou a trabalhar com homeopatia. Foi fundador da Escola de Medicina e Cirurgia do Rio de Janeiro e do Hospital Hahnemanniano. Escreveu várias obras, entre elas: *Theoria da Rotação dos Corpos*, em 1887, *Theoria Elementar das Funções*, em 1891, *O Ensino que nos convêm*, em 1925. A Academia Brasileira de Ciências foi fundada em 1916, e Licínio tornou-se o primeiro presidente da Seção de Ciências Matemáticas, cargo que ocupou até 1923, quando o substituiu Manuel Amoroso Costa.

Foi fervoroso defensor das ideias positivistas e à propagação dessas ideias dedicou toda a sua vida. Por ocasião da visita de Albert Einstein, em 1925, ao Brasil, manifestou-se ceticamente em relação à teoria da relatividade, escrevendo um artigo intitulado "Relatividade imaginária".

A cada página da [La *Théorie de la relativité restreinte e généralisée de Einstein*], pode-se dizer, da obra eu encontrava proposições análogas: umas confundindo o objetivo com o subjetivo, outras afirmando coisas de impossível realização, outras estabelecendo conceitos elementaríssimos e velhos como se fossem novos [...] Demonstrei que o Professor Einstein, confundindo os pontos de vista abstrato e concreto, toma por objetivo o que é subjetivo e vice-versa e não distingue entre ciência abstrata e relações particulares das existências concretas (CARDOSO, 1979, p. 1454).

Esse artigo provocou grande polêmica na Academia Brasileira de Ciências, onde Licínio Cardoso o leu, em 26 de maio de 1925. As críticas foram feitas por Adalberto de Menezes, Roberto Marinho, Inácio do Amaral e Álvaro Alberto. Mas, nessa época, as palavras de Licínio tiveram pouco eco, porque o movimento positivista iniciara gradualmente o seu declínio.

Em 1890, ele era docente da referida escola, conforme dados obtidos em fonte manuscrita do Arquivo Nacional. No prefácio do livro-texto de *Teoria Elementar de Funções*, o autor confessa ser um positivista convicto e que seu texto se orientaria fortemente nas obras *Política Positiva* e *Síntese Subjetiva*, de Auguste Comte: "A opinião de Comte tem para nós o peso de um dogma" (CARDOSO, 1885, p. 7). No prefácio e introdução, o autor expôs os princípios do positivismo e, nos três capítulos seguintes, apresentou uma classificação de funções, as derivadas e suas aplicações e as noções sobre fórmulas de Taylor e interpolação. No livro, escrito para servir de guia para seus alunos da Escola Politécnica, ele apresenta uma versão do conceito de derivada *sui generis*. Ele aspirava a formular um conceito de derivada, livre dos infinitamente pequenos e baseado na ideia de limite de que ele procurava, no fundo, fugir: a derivada não é o limite da relação $\frac{\Delta x}{\Delta y}$, mas sim um dos estados da referida relação, quando essa se torna indeterminada.

Algumas vezes, Licínio Cardoso não parece um comtiano muito convicto, parecendo querer fugir das regras restritas do sistema de Comte e formulando suas próprias, como é o caso das categorizações, que apresenta, sobre funções simples e compostas. Ele inclusive atreve-se a entrar em terreno proibido, como é o caso das funções elípticas, que Comte não abordou. Ele comenta sobre os autores que desenvolveram a teoria das funções elípticas e apresenta esse conceito, segundo Legendre.

Após abordar os conceitos de limite, introduziu o conceito de estado principal, o qual ocorre quando há uma indeterminação. O símbolo $\frac{0}{0}$ é chamado indeterminado porque representa todos os números possíveis. A definição de estado principal surge desta maneira: "Chamaremos estado principal do produto de uma

quantidade qualquer por $\frac{0}{0}$ (provindo da anulação de duas quantidades idênticas), o que resulta da substituição deste termo por 1. Assim, o estado principal de $A \times \frac{0}{0}$ é A (CARDOSO, 1885, p. 61).

Dessa forma, o estado principal de $\frac{a(x-b)}{c(x-b)}$ quando $x=b$ é indicado por $p_b \frac{a(x-b)}{c(x-b)} = \frac{a}{c}$

O conceito de derivada é definido a partir do conceito de estado principal.

Seja $y = f(x)$, onde x é a variável independente e y a variável dependente ou função, e Δx é um acréscimo dado a variável independente x ; Δy é um acréscimo dado a variável dependente y ; a derivada da função y é o estado principal de $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ quando o acréscimo Δx torna-se zero, caso em que a relação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ torna-se indeterminada.

Notação: $P_0 \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$ (CARDOSO, 1885, p. 65).

Não há qualquer referência a uma interpretação geométrica da derivada no texto de Cardoso. A longa lista de autores citados por Cardoso inclui, além de Comte, os nomes de: Descartes, Leibniz, Newton, Johann Bernoulli, Lagrange, Cournot, Legendre, Mac-Laurin, Taylor, D'Alembert, Fagnano, Euler, Abel, Jacobi, Clairaut, Carnot, Duhamel e Fleury. Esse último nome é citado especialmente quando o autor comenta sobre a definição de derivada, substituindo a expressão de limite pela de "estado principal". Cardoso afirma ter seguido nesse ponto as ideias de Fleury. Esse autor foi também influenciado por Auguste Comte, uma vez que ele também é muito citado neste livro. Cardoso faz uma extensa abordagem sobre o conceito de infinito, sobre grandezas infinitamente pequenas e sobre formas indeterminadas. Esses são conceitos que servem para introduzir a ideia de derivada.

*ALFREDO CÂNDIDO DE MORAES REGO (1859-1917) E
ANTONIO GABRIEL DE MORAES REGO (1859-1904)*

Os irmãos gêmeos Alfredo e Antônio pertenciam a uma família majoritariamente militar e seguiram a mesma profissão. Nasceram em São Luís (Maranhão) e foram para o Rio de Janeiro a fim de obter uma formação militar: inicialmente ingressaram na Escola

da Marinha e após na Escola Militar, em 1879 (SOARES, 2018). Em 1886, ingressaram como professores adjuntos da Escola Militar da Corte. No ano seguinte, Antônio Gabriel foi nomeado professor de matemática do curso anexo de preparatórios. Já em 1889 ambos eram nomeados professores da Escola Militar. Após a república, atuaram como professores do primeiro ano no curso de artilharia da Escola Superior de Guerra.

Egressos de uma instituição com professores de matemática fortemente orientados na filosofia de Comte, os irmãos não ficaram imunes à influência de seus mestres. Em 1886, publicaram o livro *Elementos de Álgebra* ou Cálculo das Funções Diretas. O próprio título indica a expressão usada por Comte para a álgebra. Quatro anos depois, em 1890, um novo livro de ensino foi por eles publicado: *Geometria Diferencial*, ou seja, um livro de cálculo diferencial.

O livro de Geometria Diferencial possui 394 páginas e os seguintes capítulos: preâmbulo geral, preâmbulo abstrato, formações transcendentais, diferenciações das fórmulas de mais de uma variável, diferenciação das fórmulas de variáveis dependentes, diferenciação das equações, mudança da variável independente, séries de Maclaurin, Taylor e Bernoulli, método e séries de Lagrange, séries de Fourier, máximo e mínimo, avaliação de símbolos indeterminados e complemento prático (SOARES, 2018). A palavra formação é usada no lugar da tradicional palavra função e, também nesse sentido segue a nomenclatura proposta por Comte.

AARÃO LEAL DE CARVALHO REIS (1853-1936)

Nasceu no Pará, local em que realizou seus primeiros anos de formação escolar. Aos 16 anos foi estudar no Rio de Janeiro na Escola Central, onde concluiu o curso de engenheiro geógrafo em 1872, o de engenheiro civil em 1874 e onde também recebeu o grau de bacharel em ciências físicas e matemática. Foi professor de matemática em vários colégios do Rio de Janeiro. Seu primeiro cargo público como engenheiro foi de auxiliar da inspetoria de obras públicas e obras hidráulicas da alfandega. Em 1879 era professor do curso anexo da

Escola Politécnica. Como engenheiro, foi presidente das obras civis da marinha, diretor da secretaria de agricultura, diretor da estrada de ferro da Tijuca e, em 1892, era chefe da comissão construtora da cidade de Belo Horizonte; posteriormente diretor geral dos correios. Exerceu o cargo de diretor do Banco do Brasil e foi deputado pelo Pará (Faleceu o Sr. Aarão Reis, *Jornal do Brasil*, 12 abril de 1936, p. 23). Sua carreira na Escola Politécnica começou como professor substituto e culminou como professor catedrático vitalício. Ainda estudante, filiou-se ao partido republicano. Escreveu livros didáticos de matemática elementar, de economia política e de direito administrativo.

Os dois livros escritos por Aarão Reis em parceria com seu irmão Lucano Reis sobre matemática foram dedicados à aritmética e álgebra. O primeiro foi publicado em 1893 com o título *Curso elementar de Matemática: teórico, prático e aplicado, parte I – Aritmética*. No início do livro, a aritmética aparece sob a denominação de “cálculo dos valores” e há duas citações – uma de Poissot e outra de Comte extraída da Síntese Subjetiva. Além da introdução, o livro contém cinco sessões: números inteiros, números fracionários, números incomensuráveis, comparação dos números e aplicações sociais. É na introdução que os autores mostram sua adesão ao positivismo. Já na página 5, os autores fazem longas citações de Comte. Por exemplo, ao apresentar a definição de matemática adotada, que consideram justa e correta, afirmam que sentiram a necessidade de transladar resumidamente “[...] as seguintes considerações com que o imortal Augusto Comte explana [...] a verdadeira, completa e precisa definição da ciência matemática” (REIS&REIS, 189-, p. 5). É uma longa citação de mais de três páginas, onde traz finalmente a definição “podemos, pois definir, agora, com exatidão, a matemática como sendo – a ciência que tem por objeto a medida indireta das grandezas, determinando-as umas pelas outras, por meio de relações precisas que entre elas existam” (COMTE *apud* REIS&REIS, 189?, p. 8).

O prefácio escrito por Eugenio Raja Gabaglia, professor da Escola Politécnica e Colégio Pedro II, além de elogios ao livro, traz também críticas a alguns equívocos dos autores e principalmente

ao fato de serem positivistas e trazerem as ideias matemáticas de Comte para o texto. Uma das críticas é exatamente sobre a definição de matemática que os autores seguem, ou seja, aquela de Comte. Segundo Gabaglia, tal definição seria errônea, uma vez que a matemática não trata apenas da medida, mas também da ordem. O crítico indaga: “[...] por que não adotar antes para a definição da matemática o seu fim, segundo Descartes – a pesquisa da ordem e da medida?” (GABAGLIA *apud* REIS&REIS, 189?, p. xiv). Entretanto, há também muitos elogios de Gabaglia ao texto, que, segundo ele, contendo muitíssimas notas de rodapé com biografias de matemáticos ou explicações acerca da origem de conceitos matemáticos. Uma dessas notas de rodapé feita pelos autores diz respeito a Alexander Humbold, naturalista alemão, que se referia ao ábaco como uma invenção asiática importada na Rússia pelos mongóis. Ao abordarem os sistemas de numeração, os autores prosseguem trazendo ideias matemáticas sugeridas por Comte para o ensino, como o sistema de base sete. Pouco usual nos livros de aritmética eram as considerações sobre as ideias e definições da lógica, a qual traz, com mais intensidade, a matemática positivista de Comte: leis abstratas, leis naturais, lei enciclopédica de Comte, filosofia positiva, abstração, a aritmética como o cálculo dos valores, a álgebra e análise como o cálculo de funções.

O livro de álgebra, intitulado *Curso Elementar de Matemática II Álgebra* – cálculo das formações diretas, inicia também com uma citação de Comte. No primeiro capítulo percebe-se, a influência de Comte, pois o autor substitui a nomenclatura de função por formação, conforme Comte. Divide tais “formações” em concretas e abstratas, utilizando para isso as definições de Comte e seguindo o pensamento dicotômico muito empregado por ele. As constantes referências a Descartes eram também usadas por Comte. Interessante é que esses dois autores preferiram introduzir a álgebra pelo conceito de função e não, como era usual, tratando a álgebra como a parte da matemática que trata do uso de letras e incógnitas. Nesse ponto, eles são modernos. Em todo o livro a palavra “formação” é usada em lugar de função. Os problemas apresentados são

interessantes e fogem daqueles habituais, por exemplo: “Com uma folha de cartão retangular formar uma caixa de volume máximo” (REIS& REIS, 188?, p. 45).

POSITIVISMO NOS PERIÓDICOS

A repercussão do positivismo na imprensa, no século XIX, foi ampla. Lins (1964) cita vários periódicos no Rio de Janeiro cujo objetivo era propagar as ideias de Comte. São eles: *A Ideia*; *O Rebate*; *A Crença* e *A Crônica do Império*. Em 1876, outra revista claramente positivista foi a *Revista do Rio de Janeiro*, com redação de Arthur Azevedo. As revistas estudantis surgiram nas instituições de ensino militares do Rio de Janeiro e em outros estados. Apenas para mencionar algumas, na Escola Militar circularam as seguintes revistas: *Fênix Literária*, *Acadêmica Militar*, *Via Lucis* e *Sentinela*.

A Revista da Escola Politécnica surgiu por iniciativa dos estudantes, em 1897, e foi editada por escassos 4 anos. O objetivo da revista era "combater o indiferentismo que mata o estímulo" na produção científica. No prefácio do primeiro número, os editores revelaram seu patriotismo, exaltando a produção científica e técnica brasileira na área de engenharia e manifestando a importância de divulgá-la:

Em nada somos inferiores ao estrangeiro e, no entanto, passamos despercebidos no Brasil, já não falamos no exterior, repetimos, as grandes obras dos nossos engenheiros, verdadeiras glórias para qualquer Engenharia; são ignorados os importantes e profundos estudos dos nossos cientistas, homens de valor incontável; ninguém acompanha os progressos que, dia a dia, faz a indústria brasileira, mais digna, por certo, de melhor acolhimento de nosso povo (REVISTA DA ESCOLA POLITÉCNICA, 1897, s.p.).

Segundo Paim, embora a revista fosse eminentemente técnica, ela deixa entrever o predomínio da influência positivista. "O tom geral é de que o saber está feito, cabendo apenas reparos diminutos na 'construção do mestre', Auguste Comte" (COSTA, 1971, p. 45).

Licínio Cardoso manifestou no volume 1 da mesma revista que ele permaneceria em concordância com as ideias de Comte e negaria tudo que não estivesse de acordo com as ideias positivistas. Outro

autor, Belford Roxo, concordava com Comte sobre a importância dos diâmetros conjugados, na geometria analítica:

A teoria dos conjugados também estabelece um vínculo direto entre a cinemática e a estática [...] Tem ela, pois, um destino altamente lógico, constitui conforme diz Comte "o maior aperfeiçoamento sob o ponto de vista filosófico que tenha recebido a mecânica depois da regeneração operada por Lagrange" (REVISTA DA ESCOLA POLITÉCNICA, 1897, v. 11, p. 312).

Batista, estudante da escola na época, manifestou-se da seguinte forma em relação ao livro-texto de Comte, utilizado na Escola: "O livro de Geometria Analítica de Comte é o mais belo livro que conhecemos, através dele temos uma clara ideia da geração das curvas" (REVISTA DA ESCOLA POLITÉCNICA, 1901, v. 5, n. 2).

O artigo de Jorge de Lossio, de 1897, trata de uma demonstração de um teorema apenas enunciado por Comte. O mesmo foi demonstrado por Bertrand no Journal de Liouville, de 1842. O autor reproduz a demonstração de Bertrand⁴⁴ com comentários. Não se pode, a partir daí, inferir, pela simples alusão ao nome de Comte, que se tratava de um positivista complementando as ideias do mestre. Talvez fosse o contrário, e já tivéssemos aí um anticomtista manifestando-se sobre as falhas do mestre francês.

É temerário exagerar a influência positivista nessa Revista, uma vez que um grande número de artigos não se relaciona às ideias de Comte. Otto de Alencar Silva publicou, ali, vários artigos, como o intitulado "O theorema de Lancret e uma nota sobre a equação de Riccati", em que cita exaustivamente Liouville. Eugenio de Barros Raja Gabaglia, professor do Colégio Pedro II, iniciou, ainda nessa revista, a publicação de artigos sobre o Papiro Rhind. Esses artigos foram posteriormente reunidos e formaram um livro que, em nossa opinião, é um dos primeiros livros sobre história da matemática escrito por autor brasileiro.

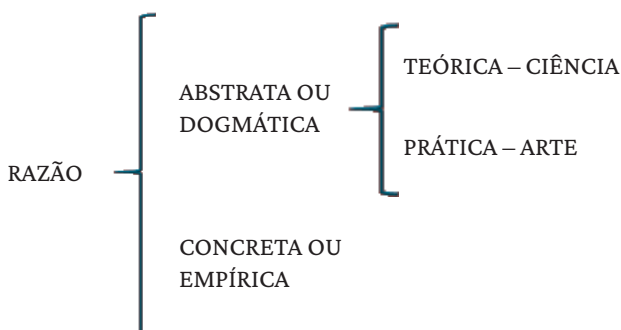
A Revista Polytechnica, fundada pelo grêmio de alunos da Escola Politécnica de São Paulo, em 1904, experimentou também a influência das ideias positivistas, mas em menor medida. O IV volume, de 1908, inicia com uma série de artigos do professor de cálculo infinitesimal

44 Bertrand era um inimigo de Comte na Escola Politécnica de Paris.

Rodolpho Santiago sobre a geometria analítica. Os artigos não trazem uma contribuição nova, mais parecem resumos do livro de geometria analítica de Auguste Comte ou notas de aula.

A Revista Brasileira de Matemática surgiu em 1929. Um dos autores que contribuiu para essa revista foi Agliberto Xavier, professor de Matemática do Colégio Pedro II. Ele escrevia principalmente artigos de cunho filosófico. Entre eles, destacamos o longo texto intitulado *Ciência e arte*. Nele, o autor aborda exaustivamente a relação entre abstrato e concreto na ciência e na arte, dizendo que há dois tipos de razão: a teórica e a prática. A primeira destina-se à previsão dos fenômenos e a segunda, à modificabilidade dos seres. A ciência e a arte fazem parte do domínio abstrato. O Quadro 22 é ilustrativo:

Quadro 22: Como a razão se divide segundo Agliberto Xavier



Fonte: elaborado pela autora

A partir daí, concluiu que, se todas as ideias abstratas tiveram origem concreta, poder-se-ia estabelecer como princípio que a razão concreta ou empírica preparou a razão abstrata ou dogmática. Em outras palavras: "todo dogma positivo emanou do empirismo".

O objetivo do trabalho de Xavier era revelar o modo como a razão concreta e a abstrata, a teórica e a prática intervieram na evolução intelectual da humanidade. Para isso, ele faz uma incursão pelas ciências positivas, da Matemática à Sociologia, citando Comte e criticando adversários como Bertrand. Ele concluiu o trabalho exaltando o lema comtiano sobre a importância da ordem e do progresso:

Tanto no império abstrato como no concreto, no domínio das ideias como no meio social, o progresso emana mais depressa, de uma ordem qualquer; mesmo fictícia, do que da desordem. [...] Cumpre estabelecer a ordem a todo transe, mesmo provisória, mesmo parcial, nesta fase passageira do regime da ficção e da guerra para o da realidade e da paz (XAVIER, 1931, p. 51-56; 83-85; 127-132).

Em 1880, iniciou-se, em Porto Alegre, a circulação da *Revista Mensal*, periódico da Sociedade Científica e Literária Culto às Letras, que foi fundada por alunos da Escola Militar de Porto Alegre e impressa nas oficinas do Jornal do Comércio. Os colaboradores da revista eram partidários de diferentes filosofias, mas a maioria deles pregava o positivismo. O periódico era uma das formas que a Escola Militar utilizava para influenciar diretamente a opinião pública, assim como acontecia em outras escolas similares no Rio de Janeiro e Recife. Ela se tornou, como bem observou Ferreira "[...] num ativo núcleo de fermentação cultural e irradiação de ideias" (FERREIRA, 1975, p. 121). Entre os colaboradores da revista, encontrava-se Ximeno de Villeroy, que foi também um autor positivista que traduziu os livros-texto de Clairaut. No primeiro número, Villeroy escreveu sobre a *Soberania do Povo* e Espírito Santo Junior, sobre *O Cristianismo em Presença dos Fatos Positivos*. A revista teve curta existência: em 1881, deixou de ser publicada.

Também em 1880, surgiu a revista *O Lábaro*, que se apresentava como uma folha literária e científica e era de propriedade e direção de Azevedo Junior. Ela era impressa na tipografia d'O Mercantil e seu programa de fé pode ser lido no trecho a seguir: "Retirados do acampamento das evoluções sociológicas e ocultos na tenda de nossa obscuridade, de há muito que projetávamos hastear na craveira luminosa da civilização o lábaro de nossas crenças, apoiado nas verdades do positivismo" (FERREIRA, 1975, p. 126).

Na mesma Tipografia, *O Mercantil*, publicou-se, em maio de 1880, um poema dedicado a Augusto Comte cujo autor assinou com o pseudônimo Puytan (o poema completo está em Ferreira, p. 124).

Em 1896, os alunos da Escola Militar fizeram nova tentativa de lançar um periódico literário, denominado *A escola*,

semelhante à *Revista Culto às Letras*, mas esse não conseguiu ultrapassar o quarto fascículo.

Ainda surgiu outra revista, em 1906, denominada *Decidente*, em que colaboravam os alunos da Escola Militar. O teor dos artigos era fortemente tendente ao positivismo de Comte. Outra revista na mesma linha que dessa foi a *Cruzada*, com publicação que teve início em 1908.

AS TRADUÇÕES DOS LIVROS-TEXTO DE CLAIRAUT

Uma vez que Comte havia recomendado uma Biblioteca Positivista, alguns autores brasileiros resolveram empreender a tarefa de traduzir tais obras para o português. Em 1892, foi impressa a tradução dos *Elementos de Geometria* de Clairaut, feita por José Feliciano (que o dedicou à memória de Benjamin Constant). O livro compreende 230 páginas: 192 páginas de tradução e um apêndice de 38 páginas de notas do tradutor. Esse inclui os seguintes assuntos: a justificativa para a tradução da obra, uma bibliografia de Clairaut, as demonstrações em geometria, a matemática e a lógica, instrumentos angulares, o quadrado da hipotenusa, a quadratura do círculo, sólido, princípio de Clairaut sobre a teoria da semelhança. A tradução foi feita segundo a edição de 1861, de Saigey, comparando-a com a edição de 1753 (a 1ª edição surgiu em 1741). Curiosamente, não foi utilizada a tradução feita pelo português Joaquim Carneiro da Silva, já publicada, em 1772, em Lisboa, com o título *Elementos de Geometria por Mr. Clairaut*.

Em todos os textos do apêndice, as obras *Filosofia Positiva*, *Síntese Subjetiva* e *Política Positiva* são amplamente citadas. O tradutor comenta que Francisco Cabrita escreveu sua obra *Elementos de Geometria* procurando fazer uma adaptação da obra de Clairaut. Todavia, critica essa obra, sob o argumento de que Cabrita suprimiu resultados fundamentais e preocupou-se em demonstrar teoremas com estilo algébrico, contrariando a orientação de Clairaut.

Seguiu-se, em 1909, uma segunda edição da *Geometria* de Clairaut. O que justificaria as traduções dessas obras depois de 150 anos

depois de terem sido editadas? Provavelmente, os tradutores estavam mais preocupados em observar a orientação de Comte, expressa na Biblioteca Positivista (vide anexo 2), do que em disponibilizar livros-texto para o ensino da matemática.

Em 1908, A. Ximeno de Villeroy, tenente coronel de engenheiros, publicou a tradução dos *Elementos de Álgebra*, de Clairaut, segundo a 5ª edição francesa. A primeira edição dessa obra ocorreu em 1746, seguindo-se outras edições em 1760, 1797 e 1801. Provavelmente, a edição a que Villeroy se refere seja posterior a 1801. Ao contrário do que fez Feliciano, o tradutor não acrescentou nenhuma nota ao texto de Clairaut.

Em 1928, apareceu um interessante livro-texto de Geometria, fortemente inspirado naquele de Clairaut. Seu autor, Heitor Lyra da Silva, afirma na introdução tratar-se de um compêndio que tem a pretensão de insinuar novos métodos no ensino da Geometria. As orientações que deseja imprimir ao livro são as seguintes: empregar linguagem correta, mas extremamente fácil; dar ao ensino um cunho essencialmente nacional e objetivo; fazer a indução predominar sobre a dedução; substituir a memória das palavras pela dos fatos; tornar o livro atraente. O autor segue a tendência antieuclidiana de Clairaut. Não há axiomas, as definições são reduzidíssimas, não há preocupação com demonstrações de teoremas. A ênfase concentra-se nos problemas.

Procurou-se sempre dar à matéria um caráter concreto e intuitivo, incluindo nos exercícios questões de interesse prático cujos dados e soluções fossem verossímeis e úteis e se prestassem a verificações experimentais. Mantendo a correlação dos fatos geométricos estudados com outros que pertencem a classes diversas de fenômenos, evita-se que se forme no espírito do aluno a noção falsa de que cada ciência constitui um campo isolado e não, parte de um todo harmônico qual é o conjunto dos fenômenos naturais. Para dar ao ensino científico elementar a vida e a vivacidade que ele deve ter. [...] é preciso conduzir a inteligência do aluno à observação direta dos fatos, só empregando a dedução para, dos princípios observados, tirar os corolários mais importantes. Assim, muitos teoremas estão enunciados sem demonstração, porque se entendeu que convém deixar o trabalho de formulá-la, para ginástica intelectual dos alunos [...] (SILVA, 1928, p. 8).

Realmente, o autor cumpre aquilo que deixa entrever no prefácio e introdução. Ele apela fortemente para o visual. Várias figuras ilustrativas são apresentadas: os instrumentos do carpinteiro, o carpinteiro com o fio de prumo, os modelos de planificações dos poliedros, escadas em formato de espiral, e muitas fotografias sugestivas, como, por exemplo: os trilhos de trem para o ensino das paralelas; os monumentos que se parecem com sólidos, como o cilindro e cone; o prédio da biblioteca nacional, com suas janelas paralelas e formas retangulares; o prédio do palácio do catete, no Rio de Janeiro, como um modelo de paralelepípedo; o prédio do Instituto Oswaldo Cruz, com seus arcos; os arcos da Carioca; uma igreja gótica, com suas formas triangulares e ovais; um mapa para ilustrar as escalas; folhas para ilustrar a simetria; dobraduras, para se construir um pentágono estrelado; ladrilhos, para revestir superfícies; papel quadriculado, para estimar aproximadamente áreas de figuras; exercícios propostos, estimulando a experimentação. Alguns exemplos dos exercícios propostos:

1. Corte um pedaço de barbante. Amarre nele 4 nós corrediços. Ponha o barbante sobre a mesa em forma de quadrado, de modo que os nós fiquem nos vértices. Mude a forma de quadrado para a forma de losango. Mude a forma de quadrado para retângulo. Podem os nós ficar à mesma distância? Mude a forma de retângulo para a forma de paralelogramo. Podem os nós ficar à mesma distância? 2. Por que um plano fica com a posição determinada, quando se dão uma reta e um ponto fora, duas retas paralelas, ou duas convergentes? 3. Como pode mover-se uma figura plana sem gerar um corpo? 4. Quantos ladrilhos de 0,20 m de lado são necessários para revestir o chão de um banheiro de 3,0 m x 3,60m? (SILVA, 1928, p. 39).

OS POSITIVISTAS GAÚCHOS E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Segundo o depoimento do neto de Demétrio Nunes Ribeiro (positivista gaúcho com importante ação no Rio Grande do Sul), o positivismo difundido e defendido no Estado nunca foi o verdadeiro positivismo de Comte.

O pessoal daqui fez uma grande simplificação do positivismo: aplicar os métodos científicos a tudo é o contrário do que Comte pregava. Todo o conhecimento do homem deve se dirigir ao

seu aperfeiçoamento para desenvolver as tendências altruístas de amor ao outro, contrário ao egoísmo. O ser humano só pode ter felicidade se ele consegue superar o egoísmo. Esse é o objetivo de todo o avanço social (Entrevista concedida por Ribeiro, em 22 de novembro de 1997).

No estado do Rio Grande do Sul, onde o exército sempre teve uma de suas maiores guarnições, o grande foco para a propagação das ideias positivistas foi a Escola Militar de Porto Alegre, fundada em 1851, apesar das atividades começarem efetivamente em 1853. Essa era uma escola preparatória para a carreira militar, na qual estavam previstos cursos básicos de matemática. Ela passou por sucessivas reformas, mas, desde 1853, as disciplinas de Matemática ocupavam um lugar de destaque no currículo. O primeiro ano era dedicado quase unicamente aos estudos científicos: 1ª cadeira: aritmética, geometria e trigonometria plana; 2ª cadeira: desenho geométrico. Somente no segundo ano iniciavam-se os estudos especializados para a carreira militar, tais como: Topografia; Tática; Fortificações Passageiras; História e Desenho Militar; princípios de Direito natural e das gentes, aplicáveis aos usos da guerra e capitulações.

Em 1874, o curso teórico passou a ter a duração de dois anos: no 1º ano estavam previstas as disciplinas de álgebra, geometria, trigonometria plana, álgebra superior e geometria analítica, física experimental, química inorgânica, desenho e topografia; o 2º ano era destinado às disciplinas de tática, fortificação, balística e estratégia. Já em 1877, o ensino teórico passou a ser ministrado em três anos, do seguinte modo: do curso preparatório, constavam as seguintes disciplinas de matemática: aritmética, álgebra, geometria e trigonometria, desenho linear e geometria prática. No primeiro ano, as disciplinas eram as seguintes: álgebra superior, geometria analítica, cálculo diferencial e integral; e, no segundo ano, as disciplinas eram específicas para o curso militar. O cálculo diferencial e integral só era obrigatório para os alunos que seguissem o curso de artilharia no Rio de Janeiro.

Com a Reforma de 1889, as três escolas preparatórias existentes no país (Rio de Janeiro, Fortaleza e Porto Alegre) passaram a ter o mesmo currículo, distribuído em três anos, e o programa das disciplinas de Matemática seguia o seguinte esquema apresentado no Quadro 23.

Quadro 23: Currículo de matemática das escolas preparatórias em 1889

1º ano	2º ano	3º ano
Aritmética: estudo completo	Geometria preliminar e trigonometria retilínea	Álgebra: resolução de equações do 3º e 4º graus, equações binomiais, séries, progressões, resolução numérica de equações
Álgebra: noções elementares, operações e equações do 2º grau, análise indeterminada do 1º grau	Noções sobre as seções cônicas, conoide, espiral, cissoide, cicloide, hélice, limaçon de Pascal	Geometria descritiva: problemas sobre a linha reta e o plano, tangentes e planos tangente
Desenho linear e geometria prática		

Fonte: elaborado pela autora

Em 14 de julho de 1891, o positivismo entrou para a história política do estado gaúcho, quando a Assembleia Constituinte⁴⁵ redigiu a Constituição Política do Estado do Rio Grande do Sul.

Nós representantes da sociedade rio-grandense, reunidos em Assembleia Constituinte para organizar o Estado do Rio Grande do Sul, decretamos e promulgamos, em nome da Família, da Pátria e da Humanidade, a seguinte Constituição Política (PAIM, 1979, p. 42).

45 A Constituição de 14 de julho de 1891 foi elaborada pelas seguintes pessoas: Carlos Barbosa Gonçalves; Frederico Bastos; Antônio Soares de Barcellos; Antônio Antunes Ribas; Álvaro Baptista; Aureliano Pinto Barboza; Arthur Homem de Carvalho; Apparicio Mariense da Silva; Alfredo Clemente Pinto; Caetano Ignácio da Silva; Carlos Flores; Candido Machado; Epaminondas de Almeida; Evaristo Teixeira do Amaral Junior; Fernando Setembrino de Carvalho; Francisco de Paula Alencastro; Francisco Lacerda d'Almeida; Francisco Miranda Gervasio Alves Pereira; Gervasio Lucas Annes; Heraclito Americano de Oliveira; Ismael Simões Lopes; Julio Mendonça Moreira; João Pinto da Fonseca Guimarães; João José Parobé; João Abott; João Steenhagen; José Gabriel da Silva Lima; José Nunes de Castro; Luiz Carlos Massot; Lybio Vinhas; Luiz Englert; Manoel do Amaral; Marçal Pereira de Escobar; Manoel Vianna; Possidonio Cunha Junior; Salustiano Orlando de Araújo Costa; Tristão de Oliveira Torres; Vasco Pinto Bandeira; Protasio Antônio Alves; Alencastro Carneiro da Fontoura e Fernando Luiz Ozorio.

Embora oficialmente conste que a Constituição Política do Rio Grande do Sul tenha sido elaborada por uma assembleia constituinte, o historiador Paulo Pezat afirma que o texto foi elaborado inteiramente por Júlio de Castilhos, sendo posteriormente ratificado pela assembleia constituinte.

O Título IV da Constituição diz respeito às garantias gerais de ordem e progresso no Estado. O artigo 71 oferece garantias aos habitantes, entre as quais estão a liberdade de culto de qualquer religião e o fim dos privilégios de nobreza. Quanto à educação, o estado garante: "Será leigo, livre e gratuito o ensino primário ministrado nos estabelecimentos do Estado" (Edição comemorativa do Centenário da morte de Auguste Comte, Porto Alegre, 1957, p. 121).

Joaquim de Salles Torres Homem foi um dos nomes mais ativos na Província, divulgador de novas ideias e partícipe da campanha abolicionista, assim se manifestava sobre a transmissão dos conhecimentos: "Os povos não podem, à semelhança dos indivíduos nobres, guardar em silêncio suas boas ações, porquanto essas pertencem, como um ensinamento perdurável, às gerações vindouras" (HOMEM, in: *Apontamentos para a História do Movimento Abolicionista*, 1888, p. 37). Ele foi, também, deputado da província, professor e diretor da Escola Militar. Para o ensino, escreveu, em 1889, um livro-texto, intitulado *Manual de filosofia escolar*. Nesse livro, o autor declara ter usado fartamente as ideias de Comte.

É importante ressaltar que a influência da Escola Central do Rio de Janeiro chegava até o Rio Grande do Sul por meio da Escola Militar de Porto Alegre, pelo fato de muitos de seus docentes terem recebido sua formação naquela cidade fluminense.

O cientificismo era visível até mesmo nas manifestações literárias. Em 1878, surgiu o periódico literário *Álbum de Domingo*, cuja missão principal era desenvolver o gosto pelas letras. Numa das colunas, aparece um poema de Vasco de Araújo⁴⁶ louvando a ciência:

46 Vasco de Araújo e Silva nasceu em Porto Alegre. Concluiu na Escola Militar e de Aplicação da Província de São Pedro do Rio Grande do Sul seus estudos tendo obtido o posto de 1º cadete em fevereiro de 1859 (Relatório do Ministério da Guerra, 1859-1940). Foi estudar na Escola Central do Rio de Janeiro. Seu

A Ciência

Todo o mundo era um caos: altivo o erro por
toda a parte o colo levantava;
Não conhecia a triste humanidade
Senão o que a natura lhe ditava. [...]
Mas raiou afinal a luz aos povos
Que foi a consciência esclarecendo;
Surgiram leis e a deusa da Justiça
Dos povos os direitos foi mantendo. [...]
Um século decorreu... Mais outro ainda...
E transformou-se então da terra a face!
Resplandecendo n'alma um sol fulgente tornou-se
a inteligência mais vivace!
Era o sol da Ciência espadanando
Ondas de luz por sobre a humanidade!
Era a lei do progresso que ordenava
Que o mundo só buscasse a sã verdade.¹ [...]
Eu te saúdo, oh! Luz que resplandesce
Dos povos dirigindo a consciência.
'Tu és quem no universo tudo pode,
Eu te saúdo, pois, sol da Ciência'.
(FERREIRA, 1975. p. 114).

A existência de um cientificismo nas escolas militares e de engenharia facilitou a divulgação do positivismo nesses estabelecimentos de ensino. Segundo Boeira (1980, p. 45), os intelectuais, na época, "[...] acreditavam que os problemas do conhecimento poderiam ser resolvidos com o uso do método científico – tal como formulado pelas ciências naturais – e com o emprego de uma abordagem histórica das questões".

Os gaúchos que lideraram a difusão das ideias positivistas na Província eram oriundos não só das Escolas Militares e de Engenharia do Rio de Janeiro, mas também da Faculdade de Direito de São Paulo. Eles foram liderados ideologicamente por Júlio de Castilhos e Joaquim Francisco Assis Brasil. Outros simpatizantes foram Demétrio Ribeiro, Damasceno Vieira, Alarico Ribeiro, Torres Homem, Pereira Parobé, Graciano Alves de Azambuja e Argemiro Galvão, que tiveram uma atuação destacada na difusão do positivismo.

nome consta como aprovado em exames de física e matemática em novembro de 1859, e em química em novembro de 1860. Publicou em 1869 o livro didático *Noções de Geometria prática* (SILVA, 2019).

A Escola Normal de Porto Alegre foi fundada em 1869. Nela, atuaram professores positivistas, como Demétrio Nunes Ribeiro e Graciano Alves de Azambuja, ambos tendo exercido a função de diretores da escola. Em 1875, o currículo da Escola abrangia dez disciplinas, três das quais eram sobre Matemática: Aritmética, Álgebra e Geometria.

O Positivismo religioso nunca teve muitos adeptos no Brasil, mas os apóstolos Miguel Lemos e Teixeira Mendes, no Rio de Janeiro, tiveram, entretanto, uma atuação aglutinadora, liderando e divulgando as atividades tanto dos positivistas ortodoxos quanto dos não-ortodoxos. Segundo Boeira, a contribuição dos positivistas religiosos foi importante no Rio Grande do Sul, pois possibilitou a organização da Escola de Engenharia, que foi fundada em 1896.

Esta escola, planejada segundo o projeto comtiano da universidade técnica, consistia numa série de institutos de ensino (e pesquisa) superior; secundário e profissional, que deram mais tarde origem à Escola de Agronomia, à Escola de Engenharia, ao Colégio Júlio de Castilhos, ao Instituto Parobé e ao Instituto Coussirat de Araújo (BOEIRA, 1980, p. 57).

Em 1896, o positivista Juvenal Octaviano Miller escrevera carta a Teixeira Mendes agradecendo o envio do programa para uma Escola Prática de Engenheiros:

Até hoje ainda não declaramos a quem devemos o que há de melhor no programa, porque ainda basta a palavra positivista, [...] para imediatamente encarniçar-se a guerra que nos movem os colegas civis e militares. Justamente a forma porque mais nos guerreiam é declarando que lá as nossas lições serão como as da Escola Militar cheias de positivismo! Felizmente a massa geral não tem ligado importância, embora aqui a palavra positivista confunde-se com o do amigo [o autor refere-se a Júlio de Castilhos] intransigente da situação governamental, e vemos também que vos posso assegurar que será uma novidade a Escola de Engenharia (carta manuscrita).

Foi publicado na décima sexta circular anual do Apostolado Positivista, em 1898, o programa para uma escola prática de engenheiros. O programa trata da organização da escola, dos métodos de ensino, da duração do curso, etc.

O ensino teórico será limitado ao estudo da parte de cada ciência que for estritamente indispensável à prática do ramo de engenharia considerado, devendo esse estudo ser essencialmente experimental. Os métodos geométricos serão concorrentemente dados com os aritméticos e algébricos (LEMOS, Igreja Positivista do Brasil, 1898, p. 83).

Os ramos de engenharia previstos no programa eram: engenheiros físico-químicos, engenheiros astrônomos e engenheiros matemáticos. Cada um deles previa subdivisões, conforme Quadro 24.

Quadro 24: Ramos da Engenharia

Engenheiros Físico-químicos	Engenheiros Astrônomos	Engenheiros matemáticos
Barologistas, especialmente hidráulicos; maquinistas termicistas; maquinistas eletricitas	Engenheiros-geógrafos	Agrimensores; construtores de estradas de rodagem e de ferro

Fonte: Lemos, 1898

Para os cursos de agrimensura, construção civil, curso de estradas, engenharia geográfica, mecânica térmica e mecânica eletricista, os conteúdos de matemática previstos eram os seguintes:

Aritmética: explicação da prática das operações fundamentais; progressão aritmética.

Álgebra: objeto da álgebra; explicação dos cinco pares de formações elementares que entram na constituição das equações; resolução das equações do 1º grau; transformações algébricas, inclusive o binômio de Newton; extração das raízes de qualquer grau. Resolução de equações do 2º grau; progressão geométrica; explicação dos logaritmos; uso das tábuas respectivas.

Geometria: teoria da linha reta, do plano e do círculo; quadratura das áreas planas retilíneas e circulares; cubatura dos poliedros; medidas dos três corpos redondos: cilindro, cone e esfera; trigonometria: linhas trigonométricas, tábuas trigonométricas, resolução dos triângulos retilíneos e esféricos; relações algébricas, construção gráfica das fórmulas algébricas, construção da equação do 2º grau.

Somente para o curso de engenharia barológica, acresciam-se a esse programa noções de cálculo infinitesimal e dinâmica. A matemática positivista de Comte, de 1830, aparece visivelmente no programa de álgebra, em que se lê: "Explicação dos cinco pares de formações elementares que entram na constituição das equações". O programa de matemática previsto por Teixeira Mendes para a Escola de Engenharia não difere muito daquele do Ginásio Nacional, que era em nível secundário.

A influência do positivismo na educação foi mais forte no final do século, quando começaram a surgir obras didáticas que divulgavam a ideologia. Boeira cita as seguintes obras: *O Catecismo Nacional*, de Pereira Parobé e J. César Silva Lima (1881); *O Manual de Filosofia Escolar e Os Elementos de História Social*, de Torres Homem (1889, 1899); *A História Popular do Rio Grande do Sul*, de Alcides Lima (1882). Acrescentamos à lista as obras didáticas de Luiz Celestino de Castro e Demétrio Ribeiro, voltadas para o ensino da Matemática.

A seguir, apresentamos o estudo de dois casos de autores positivistas gaúchos que se destacaram na vida pública e na vida acadêmica e que publicaram livros didáticos de Matemática.

LUIZ CELESTINO DE CASTRO

Luiz Celestino de Castro, coronel engenheiro, positivista, da região Sul do Brasil, baseou seu livro-texto *Licções de Arithmetica*, (primeira edição em 1883 e quarta edição em 1914) no método de exposição de Comte. O livro era um resumo das lições que ministrava na Escola Militar do Rio Grande do Sul e era adotado na referida escola, conforme os pareceres que aparecem na 4ª edição. O motivo que o levou a redigir um livro didático para as aulas na Escola Militar, onde lecionava na década de 80, eram os que seguem:

Leccionando há três anos a cadeira de Aritmética dessa Escola, tenho me visto em sérios embaraços na adoção de compêndios, pois os que existem, ou são deficientes em seus programas, ou não estão de acordo com o programa de nosso ensino, ou são escritos em francês, idioma não conhecido pelo aluno, ou, finalmente, não apresentam um encadeamento lógico na exposição da doutrina (CASTRO, 1914, p. 8-9).

Sua obra divide-se em duas partes: uma dedicada à teoria dos números e outra, a aplicações. A primeira parte compreende a teoria dos números: numeração escrita e falada; sistema decimal; medida das grandezas; os números inteiros: operações de composição (adição e multiplicação), operações de decomposição (subtração e divisão), generalidade das operações (adição, subtração, multiplicação, potência, divisão); a divisibilidade; os números fracionários (frações, simplificação das frações ordinárias, operações com frações), noções sobre limites, números decimais (uso da vírgula, operações sobre números decimais, frações periódicas, aproximações, frações contínuas); raízes (teoria da raiz quadrada, teoria da raiz cúbica, extração das raízes com uma aproximação qualquer); comparação dos números (teoria das proporções); equidiferenças; proporções; séries; progressões; teoria dos logaritmos; logaritmos vulgares; tábuas de logaritmos; uso das tábuas; diferentes sistemas de numeração. A segunda parte, por ele denominada *Sociologia Prática*, compreende a metrologia, regra de três, juros, desconto e regra de sociedade.

Observando o elenco dos conteúdos, percebe-se que o autor expõe, além de assuntos da aritmética, também aqueles que eram exigidos no programa de matemática da Escola Militar.

Luiz Lecestino de Castro orientou-se, principalmente, nos seguintes autores para escrever o seu livro: Pierre Laffitte, Comberousse, Charles Briot, Rochet, Bourdon e Comte. O método de exposição foi inspirado nos livros: *Filosofia Positiva* e *Síntese Subjetiva*, de Comte.

O autor chama a atenção para o fato de que não foi possível seguir didaticamente todo o plano de Comte, devido aos atrasos da educação, e o parecer emitido por Licínio Cardoso sobre a obra, em 1884, afirma que o texto de Celestino de Castro não satisfaz as exigências da *Synthese Subjectiva*, de Auguste Comte, do ponto de vista filosófico. A exigência de seguir o plano proposto por Comte parecia, mesmo para os positivistas mais ferrenhos, uma tarefa inexequível, conforme pode ser constatado na seguinte passagem:

[...] se tua aritmética atendesse às exigências da *Synthese*, não corresponderia ao seu destino. Só nos estabelecimentos ou cur-

sos onde seja seguido ortodoxamente o ensino positivista, será possível o estudo da aritmética segundo tais exigências. Ora, semelhante ensino, que é destinado a produzir a maior e mais salutar das reformas sociais, não é ainda infelizmente seguido em nossas academias, e pecaria por falta de método aquele que pretendesse ensinar aritmética, como o exige o plano de estudos traçado por Comte, a indivíduos insuficientemente preparados, aos quais não foi ministrada, como primeiro alimento científico do espírito, a Filosofia Primeira (CARDOSO *apud* CASTRO, 1914, p. 17).

A opinião do autor, quanto ao ensino ministrado nas escolas, era muito pessimista, denominando-o de deplorável.

[...] o método seguido não só nas aulas primárias, como até nos nossos cursos superiores é lastimável; é um verdadeiro contraste à ordem natural que deve seguir o espírito humano na aquisição dos conhecimentos; e como não se contrariam impunemente às leis naturais, daí a improficuidade que não poucas vezes se nota no ensino. Em vez do método intuitivo, tão recomendado por uma sã pedagogia, em vez de um encadeamento logico [...] procura-se ensinar-se hoje o que só amanhã deveria o aluno aprender (CASTRO, 1914, p. 7).

O autor recomenda que seria preciso, no ensino, atender-se à transição natural do simples para o composto, do fácil para o difícil, do concreto para o abstrato, passar dos fatos às leis, ilustrando bem, dessa forma, as premissas educativas de Auguste Comte. Reclama, também, das obras didáticas adotadas nos estabelecimentos de ensino que diz serem, em geral, "um amontoado informe de definições a priori estabelecidas, de minuciosas regras e exemplos fundados antes sobre aparentes analogias [...] obrigando-se o aluno ao fatigante e árido trabalho de decorar, exercício puramente mecânico" (CASTRO, 1914, p. 7).

Embora saliente, no prefácio, que há uma grande lacuna na utilização da história da matemática no ensino dessa disciplina, e mesmo levando em consideração que Comte recomendava seu uso, deve ser destacado que o autor pouco explorou os fatos históricos em sua obra. Há esporádicas referências a nomes de matemáticos. Seu estilo está bem próximo ao de outros autores contemporâneos, seguindo uma ordem de exposição em que, inicialmente, apresenta o

conceito, após as regras para operar, teoremas, com ou sem demonstração, e exemplos. Não há exercícios resolvidos ou propostos.

A influência das ideias de Comte aparece de forma muito visível também no capítulo sobre diferentes sistemas de numeração. O autor faz referência ao sistema binário instituído por Leibniz e, em seguida, cita o sistema de base sete, proposto por Comte.

Comte aconselha a adoção do sistema septimal, sendo, entre outras razões, a principal dessa preferência o inteiro acordo que esse sistema apresenta com o grupamento espontâneo e universal dos dias. Devido, porém, ou ao hábito adquirido, antes de toda a escrita de contar-se pelos dedos [...] o sistema quase universalmente adotado é o decimal, não obstante ser hoje reconhecido inferior ao setimal, pelo inteiro desacordo em que está com o grupamento dos dias, que não pode ser mudado e que deve servir às outras medidas e de critério na escolha da base (CASTRO, 1914, p. 332).

Mesmo parecendo convicto da supremacia do sistema proposto por Comte, ele não o adota no texto, permanecendo com o decimal. Além disso, a sua convicção no sistema de base sete parece muito frágil, uma vez que, ao referir-se às unidades de comprimento, apresenta o sistema métrico decimal como superior a qualquer outro e salienta que "as unidades de comprimento estão sujeitas às mesmas leis convencionais da numeração decimal" (CASTRO, p. 365). Após expor o sistema metrológico brasileiro, elaborado, em 1835, pela comissão formada pelo general José Antônio Silva Torres, Candido Baptista e o negociante Ratton, Castro explica as vantagens do sistema métrico decimal instituído pelos franceses e afirma:

[...] os preconceitos dos povos e as rivalidades dos governos têm apresentado o maior obstáculo à livre adoção do sistema métrico; não obstante a maior parte das nações civilizadas o tem adotado e em tempo talvez não muito remoto, vencendo as resistências da rotina, o novo sistema tornar-se-á universal (CASTRO, 1914, p. 363).

Encontramos quatro edições da obra de Castro. Infelizmente, não foi possível determinar se houve outras edições. É bom salientar que, na época, Castro competia com outro autor muito popular – José Theodoro de Souza Lobo (1846-1913), que foi inspetor de

ensino, professor de Matemática e diretor da Escola Normal. Uma das primeiras edições da *Segunda Arithmetica*, de Souza Lobo, foi em 1870 e, em 1949, chegava à 37ª edição, sendo que a *Primeira Aritmética* alcançou, em 1954, a 51ª edição. Assim sendo, constata-se que Souza Lobo foi um autor de livro-texto que permaneceu, por mais de setenta anos, liderando a vendagem de livros para o ensino da Matemática elementar no Rio Grande do Sul.

DEMÉTRIO NUNES RIBEIRO (1853-1931)

Demétrio Nunes Ribeiro nasceu em Alegrete, no estado do Rio Grande do Sul. Bacharelou-se em Ciências Físicas e Matemáticas na Escola Politécnica do Rio de Janeiro e de lá levou as ideias positivistas para o Sul do país. Na Escola Politécnica, conheceu Miguel Lemos e com ele manteve uma amizade por muitos anos, rompida em tomo de 1891. Teve um papel destacado na vida pública do Estado, tanto no ensino quanto na política.

Em conferência proferida em 1907, no Rio de Janeiro, Demétrio Ribeiro fez um retrospecto sobre sua vida pública. Essa conferência foi publicada no Clube de Engenharia, pela Imprensa Nacional. Nessa ocasião, ele afirmava que sempre tivera o hábito de manter-se financeiramente independente, tendo lecionado desde os seus tempos de academia.

Iniciou suas atividades como engenheiro encarregado das linhas telegráficas do Rio Grande do Sul e trabalhou na estrada de ferro ligando as cidades de Porto Alegre e Uruguaiana.

Foi membro do clube republicano em Porto Alegre, junto com Joaquim Francisco de Assis Brasil, outro político gaúcho de orientação positivista. Por indicação de Francisco Glycerio, foi nomeado por Benjamim Constant, membro do primeiro governo, em 1889. Assumiu o cargo de Ministro da Agricultura e foi, posteriormente, deputado federal pelo Rio Grande do Sul. Um de seus primeiros objetivos de governo foi tentar ligar as estradas de ferro do norte ao sul do país. Defendeu, no ministério, a marinha mercante nacional, propondo uma regulamentação que a colocasse em lugar de igualdade

com a marinha estrangeira. Com relação à imigração de estrangeiros, assim se manifestou;

Fui contrário à imigração a tanto por cabeça, por imoral e desumana, antes de tudo, e por prejudicial à verdadeira solução prática do povoamento de nosso solo com o concurso do trabalhador estrangeiro, e ao mesmo tempo, com o aproveitamento do nacional; e porfiei em reparar a injustiça que sofriam os nossos patrícios, especialmente o ex-escravizado, que jazia vitimado pelo abandono em que o deixara [...] (RIBEIRO, 1907, p. 55).

Ficou pouco tempo no governo e, após sua saída, começou a trabalhar na decretação da lei básica da República. No Rio Grande do Sul, colaborou na formação da Assembleia Constituinte: "Vim, para a assembleia constituinte, em atitude perfeitamente definida. Cooperei na decretação da lei básica da República, vendo dia por dia crescer o significativo apreço que conquistara meu poder político, isento de ódios ou despeitos" (RIBEIRO, 1907, p. 57). Desejava assegurar aos estados liberdade para que se organizassem nos termos da Constituição Federal.

Como educador, atuou como professor de Ciências Naturais e também como diretor da Escola Normal de Porto Alegre. Entre 1890 e 1893, publicou vários artigos no jornal "O Rio Grande" e também no jornal "Federação", muitos desses artigos de cunho político, com o pseudônimo "Gaúcho Velho." Segundo depoimento de Demétrio Ribeiro, neto de Demétrio Nunes Ribeiro, seu avô adotava uma posição próxima da ortodoxia do Apostolado Positivista, sem contudo participar dos ritos da Religião da Humanidade. Para o ensino, escreveu dois livros-didáticos: *Curso Elementar de Arithmetica*, 1ª parte publicada em 1881 e segunda parte, em 1882. A primeira parte teve duas reedições, em 1883 e em 1911, e a segunda, apenas uma reedição, em 1911. Em 1883, escreveu uma carta a Miguel Lemos, solicitando um parecer de Teixeira Mendes sobre as obras que escrevera, além de comunicar seu casamento ocorrido em 1878 (Carta manuscrita).

O *Curso Elementar de Arithmetica* obteve do júri da Exposição Pedagógica da Corte, em 1883, o mais alto prêmio. Ele foi adotado, segundo o depoimento do neto de Demétrio Nunes Ribeiro, na Escola Normal de Porto Alegre.

Com exceção do capítulo III (o autor chama de livro), em todos os demais, o autor apresenta uma lista de exercícios no final dos capítulos. O livro traz ainda um capítulo adicional sobre regra conjunta e câmbios e também uma conclusão. A referência a Auguste Comte só aparece no final do texto, quando o autor explica o que é a Matemática: "Matemática é a ciência que tem por fim a medida indireta das grandezas". E ainda: "Matemática é a ciência que tem por fim determinar umas grandezas por meio de outras, segundo relações precisas entre si". A Aritmética é definida também com as mesmas palavras que Comte empregou: "Aritmética é a sciencia que tem por fim o cálculo dos valores". Os conteúdos do livro *Curso Elemental de Arithmetica* está descrito no Quadro 25.

Quadro 25: Conteúdos do livro Curso Elemental de Arithmetica

Capítulos	Conteúdos
1	Preliminares, numeração, grandezas, sistema de escrita, medidas de grandezas, nomenclatura das frações. Adição e subtração. Complementos aritméticos. Multiplicação e divisão. Teoremas. Potências e raízes. Raiz quadrada e cúbica. Proposições e princípios que facilitam o cálculo (divisibilidade, números primos, MMC, MDC).
2	Frações decimais (operações). Raiz quadrada e raiz cúbica. Conversão das expressões sob a forma de fração ordinária e decimais.
3	Sistemas de medidas. Sistema métrico decimal. Medidas de comprimento. Medidas de superfície. Medidas agrárias. Medidas de volume. Medidas de peso. Antigas medidas do Brasil. Sistema monetário (a unidade real). Medidas angulares. Circunferência. Quadrante, grau, minuto. Unidades de tempo. Complexos: preliminares. Conversão das medidas. Antigas medidas de comprimento convertidas em metro. Medidas de capacidade.
4	Razões e proporções. Proporcionalidade. Regra de três. Juros. Desconto. Fundos públicos (dívida pública). Sociedade. Sociedade simples. Sociedade composta. Liga. Mistura.

Fonte: Ribeiro, 1881.

Demétrio Nunes Ribeiro deixou dois manuscritos intitulados, respectivamente: *Tratado de Arithmetica* e *Aritmética Infantil*. No

primeiro, as ideias de Auguste Comte estão mais visíveis que em seus livros anteriores.

O *Tratado de Arithmetica* pretende ser uma continuação do livro *Arithmetica Elementar*, mas com uma fundamentação mais teórica. São 155 páginas manuscritas, tratando dos seguintes assuntos: objeto da aritmética, operações com números inteiros: adição, subtração, multiplicação e divisão; princípios relativos às operações; sistemas de numeração, divisibilidade e números primos. O primeiro capítulo começa transcrevendo a definição de Comte para a aritmética: "Aritmética é a ciência que tem por fim o cálculo dos valores". Para Demétrio Nunes Ribeiro, o fim lógico dos sistemas de numeração é facilitar o cálculo dos valores por meio das combinações numéricas. Além de Comte, outro autor positivista citado é Pierre Laffite⁴⁷, que escreveu a obra *Calcul Arithmetique*. Esse texto foi publicado em 1880, no Rio de Janeiro. Laffite orientou-se na *Síntese Subjetiva* para escrevê-lo.

Quando apresenta a operação de multiplicação, embora procure abordá-la de forma bastante teórica, faz, algumas vezes, apelos intuitivos, associando a área de um retângulo de dimensões 7 e 4 unidades:

Este raciocínio, pela sua natureza, demonstra a precedência da avaliação das áreas sobre a teoria abstrata da multiplicação e, ao mesmo tempo mostra quanto é natural o processo espontâneo nesta operação, que consiste em fazer uma soma de tantas parcelas iguais ao multiplicando, quantas são as unidades do multiplicador (RIBEIRO, manuscrito, p. 30).

O autor dedica um capítulo aos sistemas de numeração. Nesse, é visível a influência da *Síntese Subjetiva* de Auguste Comte, que é citada extensivamente. A possibilidade de trabalharmos com diferentes sistemas de numeração, distintos do decimal, é muito enfatizada pelo autor. Ele dá exemplos de operações na base dois, sete (aquela adotada por Comte), nove, doze e outras, discutindo

47 Laffite manifesta-se sobre o ensino da Matemática da seguinte maneira: "O método utilizado nos dias de hoje no ensino científico é deplorável. O ponto de vista histórico foi banido, a tal ponto que o aluno crê que o professor que tem, ele mesmo, inventou esse ensino".

amplamente como passar de uma base para outra. O capítulo sobre divisibilidade é o mais teórico de todos. São enunciados e demonstrados vários teoremas e utilizada uma nomenclatura algébrica para generalizar os resultados. O texto parece inacabado, porque o autor faz referência a um capítulo sobre frações que o texto não inclui.

O manuscrito intitulado *Arithmetica Infantil* não tem a mesma caligrafia que o anterior. Segundo o neto de Demétrio Nunes Ribeiro, o texto teria sido escrito por seu pai, Basileu Ribeiro (1880-1961), quando tinha aproximadamente dezesseis anos. Seu avô teria ditado o texto ao seu filho único. Nesse texto, há evidentes preocupações didáticas. A linguagem é simples, o autor apresenta desenhos para ilustrar os números, os exercícios são em forma de questionários, com perguntas claras e objetivas, e os problemas propostos são de assuntos do dia a dia da criança. Por exemplo:

José Bonifácio proclamou em 1829 a abolição do hediondo comércio de negros, quer se saber quantos anos decorreram até a abolição do tráfico de escravos em 1831? Dante nascido em Florença no ano de 1265 morreu em 1321, quantos anos viveu o grande poeta? Cada página tem 9 linhas, quantas linhas existem em 8 páginas? Uma casa de negócios tem uma despesa de 30.000 réis por dia e a sua despesa em 365 dias? Qual o comprimento de uma rua na qual se acham plantadas em linha reta 325 árvores distantes 20 palmos uma da outra?

Esse manuscrito aborda as quatro operações básicas da Aritmética e parece ser, também, um texto inacabado.

Após abandonar a vida pública, Demétrio Nunes Ribeiro foi residir em Paris. Retornou em 1929, devido ao falecimento de sua esposa. Na família, somente o seu neto seguiu as ideias do avô, tendo "estudado bastante seriamente a doutrina de Auguste Comte", conforme seu depoimento.

Ainda não consideramos concluídos os estudos sobre a vida e obra de Demétrio Nunes Ribeiro, bem como de Luiz Celestino de Castro e sobre a atuação de outros positivistas gaúchos no ensino da Matemática. A dificuldade de acesso às fontes primárias tem retardado o nosso trabalho. Mas, pouco a pouco, com o auxílio de várias pessoas que se interessam pelo tema, vamos prosseguindo

na busca de maiores dados que nos permitam traçar um retrato da atuação dos positivistas no sul do país.

Pode-se afirmar que a difusão do positivismo aconteceu de forma muita intensa entre 1870 e 1930, em grande medida por causa da atuação dos docentes-militares, que mantinham uma liderança forte nas escolas militares e faculdades de engenharia. A religião deu um tempero à Filosofia Positiva. Ainda segundo Demétrio Ribeiro, neto de Demétrio Nunes Ribeiro:

[...] a filosofia positiva não teria sido nada sem a religião. Seria uma racionalidade científica que acabaria logo. A originalidade de Comte foi no campo sociológico, ressaltando os valores éticos, afetivos, colocando o coração na frente da cabeça. Aqueles malucos da Igreja Positivista tiveram o mérito de chamar a atenção para o cerne das ideias de Comte. A originalidade do pensamento de Comte foi melhor compreendida no Brasil do que na França.

É interessante observar que, mesmo a Igreja Positivista não tendo em toda a sua história mais do que 200 adeptos em todo o país (segundo Paulo Pezat), tendo ela surgido no Rio Grande do Sul em decorrência da propaganda em nível nacional e tendo sido levada para lá por Demétrio Nunes Ribeiro, em 1880 ela exerceu, por meio da atuação de alguns de seus membros, uma influência marcante nas discussões políticas e filosóficas do estado. Todos os positivistas gaúchos de destaque no estado tiveram a sua formação acadêmica ou na Faculdade de Direito de São Paulo, na Escola Militar ou na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. É curioso observar que, mesmo sendo um grupo muito reduzido, "[...] os positivistas sempre se manifestaram, nunca ficaram calados, nem mesmo na época da ditadura militar", segundo opinião de Pezat. O fenômeno positivismo não foi esgotado como tema de pesquisa e tudo indica que não se extinguiu completamente da vida brasileira.

DECLÍNIO GRADUAL DO POSITIVISMO

A Escola Politécnica do Rio de Janeiro teve entre seus docentes numerosos discípulos de Auguste Comte, mas isso não significa que todos eram positivistas. Na realidade, as manifestações de repúdio

ao positivismo iniciaram muito antes de Otto de Alencar Silva publicar seus artigos apontando erros na Matemática de Comte.

Na câmara de deputados, vários discursos de deputados são manifestações abertas contrárias à penetração do positivismo no Rio de Janeiro. Em 1882, Ferreira Viana proferiu um discurso no qual atacou duramente o positivismo:

A arte está morta; a filosofia positivista não tem inspiração [...] Esta filosofia não vem só perturbar; deturpar; afeiar e aleijar a arte; vem fazer obra mais sinistra e terrível, para a qual chamo a atenção do governo, primeiro responsável pelos destinos morais e intelectuais do Império; vem levantar o espírito de revolta do homem contra toda a autoridade constituída, desde Deus, seu criador, até o governo; suscitar os abalos e agitações que perturbam o nosso século e explicam o descontentamento geral (LINS, 1964, p. 254).

Ainda, no mesmo ano, o deputado Tarquínio de Sousa acusou o Ministro do Império (Rodolpho Dantas) de defender os ideais positivistas:

[...] não posso ocultar à Câmara que me afligem e consternam as tendências positivistas do nobre Ministro, tão claramente manifestadas em um discurso [...] Se ao nobre ministro tivesse sido confiada a pasta da agricultura, comércio e obras públicas, eu não me demoraria sobre este assunto [...] Mas o nobre Ministro é o nosso ministro dos cultos. Pela pasta confiada a S. Exa. correm os negócios eclesiásticos, correm também os importantíssimos interesses da instrução pública, e sendo assim, V. Exa. bem vê que não posso deixar de nutrir sérios receios pelas tendências positivistas do nobre ministro [...] (LINS, 1964, p. 255-256).

O deputado conclui a sua palestra censurando a propaganda positivista no jornal "Diário Oficial do Brasil", afirmando que se trata de infração ao código criminal "propagar por meio de papéis impressos [...] doutrinas que diretamente destruam as verdades fundamentais da existência de Deus e da imortalidade da alma" (LINS, 1964, p. 258).

Em 1882, era então diretor da Escola Politécnica do Rio de Janeiro Inácio da Cunha Galvão, antipositivista convicto. Entre os positivistas ortodoxos da época, estavam Miguel Lemos e Raymundo Teixeira Mendes, que se tomaram apóstolos da Igreja da Humanidade no Brasil. Miguel Lemos pretendia ministrar um curso sobre

a Filosofia Positiva na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, mas foi impedido pelo diretor, que manifestou sua negação em carta oficial:

Não me foi presente a petição do Sr. Miguel Lemos, sobre o qual recebi ordens para informar com urgência. Pelos anúncios, porem que tenho lido, sei que o curso que ele pretende abrir n'esta Escola é tendente a desenvolver a doutrina filosófica da escola positivista. Encarando a questão em sua generalidade, devo dizer que considero mais fatal à humanidade a disseminação do erro, que vicia a inteligência e a moral do que a dos venenos e gêneros alimentícios corrompidos, que só destroem ou estragam o organismo físico; e por isso entendo que como são proibidos em todos os países civilizados a disseminação daqueles, e como tal reputo a doutrina filosofia do positivismo. Em relação a ser o seu curso feito na Escola Politécnica, penso que sendo esta uma instituição do Estado, cuja religião reconhecida pela Constituição é a religião Católica: não se deve consentir que nela se faça um curso de uma das doutrinas, ímpias modernas que mais tem a peito a destruição do Catolicismo. É quanto me ocorre informar sobre o assunto da petição. [A carta foi assinada por Ignácio da Cunha Galvão e endereçada ao Conselheiro Rodolpho Epifania de Souza Dantas, ministro secretário do Estado dos Negócios do Império, em 17 de março de 1882] (Documento manuscrito do Arquivo Nacional, código IE³ 84).

Vale lembrar que na época, o país possuía uma religião oficial, que era a católica. O indivíduo que não professasse a religião católica não podia assumir cargos públicos.

Otto de Alencar Silva (1874-1912), conforme Clóvis Pereira da Silva observa, foi um pioneiro da pesquisa matemática no Brasil. Nascido no Ceará, iniciou muito jovem a publicação de seus trabalhos. Aos 23 anos de idade, publicou, na "Revista da Escola Politécnica", o artigo intitulado "A superfície mínima de Riemann de geratriz circular." A esse seguiram-se muitos artigos: A hiperpoloídea de Poincaré, em 1897.

Como muitos dos alunos da Escola Politécnica, Otto esteve ligado ao positivismo, no início de sua vida acadêmica. Ao constatar erros na *Síntese Subjetiva* de Comte, afastou-se do movimento positivista e iniciou a publicação de artigos repudiando o positivismo. Em 1898, publicou na Revista da Escola Politécnica *Alguns erros de Matemática na Síntese Subjetiva de Auguste Comte*. Uma versão

modificada desse artigo aparece no *Journal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes* da Academia de Lisboa, em 1901. Os contatos que estabeleceu com o matemático português Francisco Gomes Teixeira aproximaram-no cada vez mais da matemática produzida na Europa, na época, e as publicações posteriores de Otto tiveram o objetivo de divulgar esses novos conhecimentos: *A fórmula de Stokes*, em 1898; *Aplicações geométricas da equação de Riccati*, em 1904; *Uma identidade em funções elípticas*, em 1908, etc. (SILVA, 1993). Seus trabalhos caracterizam-se pela originalidade e feição didática. Foi professor da Escola Politécnica do Rio de Janeiro.

A influência da moderna concepção de Matemática de Otto de Alencar fez-se sentir em dois de seus melhores alunos: Manuel Amoroso da Costa e Theodoro Ramos, que tiveram um papel ativo na introdução de novos conceitos e teorias matemáticas, no Brasil. Também Lélío da Gama foi outro discípulo da nova geração de matemáticos que lutaria para expulsar do ensino as ideias positivistas. Manuel Amoroso da Costa, assim como seu professor Otto de Alencar, rompeu com o positivismo. Costa teceu duras críticas à obra de Comte:

Para o filósofo (emprego suas próprias expressões) a ciência fundamental está radicalmente esgotada com a construção da Mecânica celeste, termo da sua evolução normal; nada justifica a invasão do domínio matemático pelas abstrações desprovidas de racionalidade e de dignidade, que nele fez prevalecer a anarquia acadêmica; só resta agora elaborar uma sistematização ao conjunto dos conhecimentos humanos. [...] Dessa doutrina estreita decorre uma condenação das funções elípticas feita em termos tais que é lícito presumir que a importância dessas funções escapou inteiramente ao reformador” (PAIM, *apud* COSTA, 1971, p. 47).

Todavia, paralelamente ao trabalho pioneiro desses matemáticos, que inauguraram uma nova fase na história da matemática no país, o positivismo de Comte, mesmo enfraquecido, continuava a fazer adeptos e docentes de matemática continuavam compatíveis com as características do meio intelectual brasileiro, com as características da sociedade, com as características de governo. O depoimento do Almirante Alfredo Moraes (Anexo 3) identifica o período

de 1890 a 1930 com forte influência positivista. “Durante 40 anos (1890-1930) o positivismo era que dava as diretrizes para a educação brasileira. A primeira orientação sistemática que a educação brasileira recebeu foi fruto do positivismo”. A sua experiência como aluno no ensino primário e secundário na década de 1920 revela o quanto o positivismo foi marcante em sua vida:

Na escola primária, a diretora era positivista e impregnava o ensino com um cunho cívico de entusiasmo pelo Brasil, pelas coisas republicanas e eu fui inconscientemente orientado para o positivismo. [...] E, depois no Colégio Pedro II, nas aulas de Matemática, era apresentada a classificação das ciências de Auguste Comte, e a Matemática era dada pela *Síntese Subjetiva* de Comte. Assim, *pela educação, eu fui sendo levado ao positivismo*. Fiz também um curso de psicologia e filosofia com Agliberto Xavier, professor do Colégio Pedro II, que era positivista (MORAES, 1998).

Ao ingressar na Escola Naval, Moraes continuava a receber influência positivista. Curiosamente relata como os alunos se dividiam em sala:

No meu tempo, o pátio da escola tinha duas divisões: a norte e a sul. A parte sul, que ficava voltada para a barra, era muito fria no inverno, assim nós ficávamos na parte norte. Lá, havia dois bancos denominados Paris e Moscou. Aqueles que sentavam no banco de Paris defendiam o positivismo e, os do banco de Moscou defendiam o comunismo (MORAES, 1998).

Na visão de Moraes (1998), após 1930 o positivismo perde a sua força.

COMENTÁRIOS

Devido ao incipiente grau de desenvolvimento sócioeconômico e cultural de nosso país, não foi gerada uma demanda de atividades científicas e tecnológicas como nos moldes europeus, o que explica, de alguma forma, a situação da Matemática, nessa época.

O início do ensino superior da matemática coincide com o início da imprensa no Brasil, e esse fato é deveras significativo. Não há tradição em publicações, mesmo em nível elementar, e tudo deverá a princípio ser importado. Então, como esperar que, após poucos anos de funcionamento de um curso, com todo o isolamento que

o caracterizava, pudéssemos obter teses de doutoramento, a partir de 1848, nos mesmos padrões europeus? Os primeiros trabalhos são o resultado de muito autodidatismo. Não havíamos ainda atingido a maturidade necessária, e toda a produção é o reflexo de nossa própria situação. Por outro lado, foi mantido o ensino superior da Matemática, necessário para a formação de engenheiros e militares, durante todo o século.

Evoluiu-se de um ensino que inicialmente não exigia nenhum pré-requisito (recordando: o curso matemático na Academia Militar iniciava com a aritmética e prolongava-se até a astronomia), até o advento da Escola Politécnica, onde o ingresso já requeria um ensino secundário da Matemática. É claro que essa exigência só foi possível atender após a existência de um ensino secundário. Assim, a partir de 1858, as condições de ingresso exigiam os conhecimentos elementares de Matemática, e o ensino superior propriamente dito compreendia a Álgebra Superior, a Geometria Analítica e o Cálculo Diferencial e Integral. A partir de 1874, novas disciplinas são criadas, e conceitos como funções elípticas, cálculo das variações, cálculo das diferenças e probabilidades também são ministrados na escola.

A visão generalista e enciclopedista da Matemática Positivista empolgou os professores de Matemática das escolas militares e de engenharia, levando ao extremo de muitos deles só valorizarem aqueles conceitos apresentados na obra *Filosofia Positiva*, que Auguste Comte escreveu em 1830 e que retratava bem a Matemática do século XVIII e início do século XIX. Se olharmos a formação de Comte obtida na Escola Politécnica, com um predomínio de disciplinas da área de exatas, onde a matemática era a base, pode-se entender a razão do seu encantamento com essa ciência. Para ele, a ciência matemática deve, pois, constituir o verdadeiro ponto de partida de toda educação científica racional.

Todavia, no Brasil, a influência positivista foi significativamente maior na esfera política, área na qual o militar, político e educador Benjamin Constant recrutou, entre seus discípulos, os ardorosos defensores da república, culminando, em 1889, com o fim da era imperial e o início do período republicano. Benjamin Constant foi

nomeado, então, ministro da instrução e procurou pôr em prática sua ideologia positivista na reforma que implantou em 1890. No Brasil, o positivismo era sinônimo de "comtismo". O ensino da Matemática servia para divulgar uma filosofia e, assim, formou-se uma nova classe, constituída principalmente por militares, que viam no Positivismo uma forma de realizar os seus anseios de *ordem e progresso*.

REFERÊNCIAS

Actas das congregações da Faculdade de Matemática. (1772-1820). Publicações do Arquivo da Universidade de Coimbra, n. I, Coimbra, 1982.

Actas das congregações da Faculdade de Matemática. (1772-1820). Publicações do Arquivo da Universidade de Coimbra, v. II, Coimbra, 1983.

ALBUQUERQUE, L. O ensino da matemática na reforma pombalina. **Gazeta de Matemática**, Lisboa, n. 34, p. 3-6, 1947.

ALMEIDA, R. T. **Lições de geometria algébrica.** Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1903.

ALMEIDA, R. T. **Lições de geometria diferencial.** Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1904.

ALMEIDA, R. T. **Lições de álgebra superior.** Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1904.

ALMEIDA, R. T. **Lições de geometria integral.** Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1905.

ALMEIDA, R. T. **Regras de falsa posição.** Rio de Janeiro: Imprensa Militar. 1923.

ALVES, S. **Álgebra elementar.** 4. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1918.

AMARAL, I. A. **Sobre o desenvolvimento em série de funções.** Rio de Janeiro: Tipographia Luzinger, 1912.

ARAGÃO, A. M. **Elementos de matemáticas.** Bahia: Tip. E. Pedrosa, 1858.

ARMANDO, W. **Geschichte Portugals.** Stuttgart: Kohlhammer, 1966.

BACHELARD, G. **Étude sur l'évolution d'un problème de physique**. Paris: Librairie Philosophique J. Vrin, 1973.

BASTIDE, P. A. **Auguste Comte**. Lisboa: Edições 70, 1984.

BEKEMEIER, B. **Martin Ohm**. (1792-1872). Universitäts- und Schulmathematik in der neuhumanistischen Bildungsreform. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1987.

BÉZOUT, E. **Mathématiques à l'usage de la Marine et de l'artillerie**. Paris: J.B.G. Musier, 1764-1769.

BÉZOUT, E. **Cours D'Arithmétique à l'usage des Gardes du Pavillon de Marine, du commerce, et des Éléves de l'Ecole Polytechnique**. Paris: Ph.D. Pierres, 1781.

BIOT, J. B. **Essai de géométrie analytique appliqué aux courbes et aux surfaces du second ordre**. Paris: Bachelier, Imprimeur-Libraire, 1834.

BLAKE, S. **Diccionario bibliographico Brasileiro**. v. 7. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1970.

BOCHNER, S. Mathematical reflections. **The American Mathematical Monthly**. n. 81, p. 837, 1974.

BOEIRA, N. O Rio Grande do Sul de Auguste Comte. DACANAL, S.; GONZAGA, S. (org.) **Cultura e Ideologia**. Porto Alegre: Mercado Aberto, 1980.

BOURDON, H. **Eléments d'Arithmétique**. Paris: Gauthier-Vimars, 1978.

BOUTROUX, P. **Das Wissenschaftsideal der mathematiker**. Liechtenstein: Saendig Reprint Verlag Hans Wohlwend, 1968.

BOYER, C. **History of analytic geometry**. New York: Scripta Mathematica, 1956.

BRAGA, T. **História da Universidade de Coimbra**. Coimbra: 1982.

BRANDÃO, M. **A Universidade de Coimbra**: esboço da sua história. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1937.

BRANDÃO, M. **O Colégio das Artes**. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1933.

BRUGER, W. **Dicionário de filosofia**. São Paulo: EPU, 1977.

BRUNSCHVIG, L. **Les etapes de la philosophie mathématique**. Paris: Blanchard, 1972.

CABRITA, F. **Elementos de geometria**. 2. ed. melhorada. Rio de Janeiro: Companhia Industrial de Papelaria, 1894.

CAJORI, F. **A history of mathematical notations**. The Open Court Company: London, 1928.

CARDOSO, L. **Teoria elementar das funções**. Rio de Janeiro: Tipographia Mont' Alverne, 1885.

CARDOSO, L. **Mecânica racional**. Rio de Janeiro: Tipographia Mont' Alveme, 1887.

CARNOT, L. **Reflexion sur la metaphysique du calcul infinitesimal**. Paris: Gauthier-Villars, 1921.

CARNOT, L. **Geometrie de position**. Paris: De L'Imprimiere de Crapelet, 1803.

CARSLAW, H. S. **An introduction to the Theory of Fourier's series and integrals**. New York: Dover Publications, 1950.

CARVALHO, J. S. A. **Licções de trigonometria**. Paris: [s.n.], 1897.

CARVALHO, R. **História do ensino em Portugal**. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa, 1986.

CASSIRER, E. **Das Erkenntnisproblem in der philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit**. v. 4. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1973.

- CASSIRER, E. **Substanzbegriff und Funktionsbegriff: untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik.** Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1980.
- CASTRO, C. **Os militares e a República: um estudo sobre cultura e ação política.** Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1995.
- CASTRO, F. **A matemática no Brasil.** Campinas: Editora da Unicamp, 1992.
- CASTRO, L. C. **Licções de arithmetica.** Porto Alegre: Livraria do Globo e L. P. Barcellos, 1914.
- CAUCHY, A. **Algebraische analysis.** Berlin: Verlag Springer, 1885.
- CAUCHY, A. **Cours d'analyse.** Paris: Libraires du Roi, 1821.
- CAUCHY, A. **Oeuvres completes d'Augustin Cauchy.** Paris: Gauthier-Villars, v. XIV-XV, 2. sér., 1974.
- CAVALCANTI, M. **Apontamentos de aritmética.** Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1907.
- CAVALCANTI, M. **Apontamentos de geometria preliminar.** Lisboa: Tipografia Renascença, 1913.
- CAVALCANTI, M. **Elementos de álgebra elementar.** Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1930.
- CHARLTON, D. G. **Positivist thought in France during the second empire. (1852-1870).** Connecticut: Greenwood Press, 1976.
- CHASLES, M. **Geschichte der geometrie.** Wiesbaden: Dr. Martin Sandig, 1968.
- CLAIRAUT, A. **Éléments de géométrie.** Paris: Gauthier-Villars, 1920.
- CLAIRAUT, A. **Elementos de geometria.** Tradução: José Feliciano. São Paulo: Empresa Bibliópola, 1892.
- CLAIRAUT, A. **Elementos de álgebra.** Tradução: A. Ximeno de

Villeroy. Rio de Janeiro: F. Briguier & Cia Livreiros Editores, 1908.
COMTE, A. **Rede über den Geist des Positivismos**. Hamburg: Felix Verlag, 1956.

COMTE, A. **Auguste Comte: Écrits de Jeunesse**. (1816-1828). Paris: Archives Positivistes, 1970.

COMTE, A. **Philosophie première**. Paris: Hermann Editeurs et des Artes, 1975.

COMTE, A. **Cours de Philosophie Positive**. v. 1, 2, 3, 4. Paris: Bachelier Libraire pour les Mathématiques, 1969.

COMTE, A. **Traité élémentaire de géométrie analytique à deux et à trois dimensions**. Paris e Rio de Janeiro: Louis Bahl e F. Briguier, 1894.

COMTE, A. **Traité Philosophique D'Astronomie Populaire**. Paris: Carilian Goëury, 1844.

COMTE, A. **Die Positive Philosophie**. Leipzig: Verlag der Dürsch, 1883.

COMTE, A. **Correspondence inédite d'Auguste Comte**. Paris: Au siège de la Société Positiviste, 1904.

COMTE, A. **Nouvelles Lettres Inédites**. Paris: [s.n.], 1939.

COMTE, A. Curso de filosofia positiva. **Coleção Os Pensadores**. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

CONDILLAC, E. **Oeuvres Completes**. Geneve: Slatkine Reprints, 1970.

COSTA, J. C. **Contribuição à história das ideias no Brasil**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1967.

COSTA, M. A. **As ideias fundamentais da matemática e outros ensaios**. Edição ampliada e apresentada por M. Reale. São Paulo: Editora Grijaldo, 1971.

CRELLE, A. L. **Über die Anwendung der Rechnung mit veränderlichen Größen auf Geometrie und Mechanik**. Berlin: Maurerschen Buchhandlung, 1816.

CUNHA, J. **Principes Mathématiques**. Coimbra: Gráfica de Coimbra, 1987.

D'ALEMBERT, J. **Traité de Dynamique**. Paris: [s.n.], 1743.

D'ALEMBERT, J. Discours Préliminaire de l'Encyclopédie. **Einleitung zur «Enzyklopadie»**. Frankfurt: Philosophie Fischer, 1989.

D'ALEMBERT, J. **Oeuvres de D'Alembert**. v. 1. Genöve: Slatkine Reprints, 1967.

D'AMBROSIO, U. Secondary mathematics education in Brazil. In: **Comparative Studies of Mathematics Curricula - Change and Stability**. (1960-1980). Bielefeld: IDM, 1980.

DASTON, L. The physicalist tradition in early nineteenth century French geometry. **Studies in History and Philosophy of Science**. v. 17, p. 269-295.

DE FOURCY, L. **Leçons de Géométrie Analytique**: comprenant la trigonométrie rectiligne et sphérique, les lignes et les surfaces des deux premiers ordres. Bruxelles: Société Typographique Bclge, 1838.

DESCARTES, R. Regras para a direção do espírito. **Textos Filosóficos**. Rio de Janeiro: Edições 70, 1989.

DETTMANN, E. **Das Moderne Brasilien in seiner neuesten wirtschaftlichen Entwicklung**. Berlin: Hermann Pachtel Verlag, 1912.

DEVRIES, H. How analytic geometry became a science. **Scripta Mathematica**, v.14, 1948.

DROBOT, S. P. On the foundations of dimensional analysis. **Studia Mathematica**, v. 14, 1954.

DUMAS, G. **La psychologie de deux messies positivistes**: Saint-Simon et Auguste Comte. Alcan: [s.n.], 1905.

- EISLER, R. K. L. Hildsheim: Georg Olms. 1989. **Enciclopédia Britânica**, v. 24 Chicago: Willian Bintan, 1965.
- ESTATUTOS DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA. (1772). Arquivo da Universidade de Coimbra. Coimbra: 1772.
- EULER, L. **Introduction à L'Analyse Infinitésimale**. Paris: ACL Éditions, 1796.
- FERRATER, M. J. **Dicionário de filosofia**. Lisboa: Dom Quixote, 1982.
- FERREIRA, A. B. **O pequeno dicionário da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Sedogra, 1973.
- FERREIRA, A. D. **Imprensa literária de Porto Alegre no século XIX**. Porto Alegre: Edições URGs, 1975.
- FERRI, M.; MOTOYAMA, S. (org.). **História das Ciências no Brasil**, v. 3, São Paulo: EDUSP, 1979-1981.
- FICQUELMONT, G. *et al.* **Auguste Comte Qui êtes-vous?** Lion: La Manufacture, 1988.
- FIGEIREDO, F. José Monteiro da Rocha: um matemático e astrónomo a serviço da ciência e do estado. In: **José Monteiro da Rocha: a época e a obra**. Coimbra: Universidade de Coimbra, 2022.
- FILGUEIRAS, C. Pioneiros da Ciência no Brasil. **Ciência Hoje**, v. 8. São Paulo: 1988.
- FILHO, A. M. **O Positivismo**. Entrevista concedida a Circe Mary Silva da Silva. Rio de Janeiro: 20 julh. 1989.
- FLEURY, P. H. **Le Calcul Infinitésimal**: fondé sur des principes rationelles. Paris: Librairie Centrale des Arts, 1879.
- FLEXNER, S. B. **The Randon House dictionary of English language**. New York: Unabridged, 1987.
- FOURIER, J. **The analytical theory of heat**. New York: Dover Publications, 1955.

FRASER, C. Lagranges analytical mathematics, its Cartesian origins, and reception in Comtes positive philosophy. **Studies in History and Philosophy of Science**. Toronto: 1990.

FREIRE, G. **Ordem e progresso**. Rio de Janeiro: Editora Record, 1990.

GOERGEN, P. **Der Positivismus Auguste Comtes und seine Auswirkungen in Brasilien**. 1975. Dissertação doutorado, Universidade de München.

GOUHIER, H. **La jeunesse d'Auguste Comte et la formation du positiviste**. v. 3. Paris: Libraire Philosophique J. Vrin, 1937.

GRATTAN-GUINNESS, I.; RAVETO, J. R. **Joseph Fourier**. (1768-1830). London: The Massachusetts Institute of Technology Press, 1972.

GUIMARÃES, R. **Les Mathématiques en Portugal**. Coimbra: [s.n.], 1909.

GUIMARÃES, R. **Bosquejo histórico sobre a historiografia das matemáticas**. Coimbra: Imprensa da Universidade. 1915.

HANKEL, H. **Die Elemente der Projectivischen Geometrie in Synthetischer Behandlung**. Berlin: Teubner, 1875.

HENSEL, S.; IHMIG, K.; OTTE, M. **Mathematik und Technik im 19. Jahrhundert in Deutschland**. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1989.

HOMEM, J. S. T. **Apontamentos para a história do movimento abolicionista na Província do Rio Grande do Sul**. Porto Alegre: Tipografia da Reforma, 1888.

JAHNKE, Niels. **Mathematik und Bildung in der Humbolschen Reform**. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1990.

KLEIN, F. **Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus**. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1925.

LACROIX, S. F. **Lehrbegriff des Differential und Integralcalculus**. Berlin: F.L. Lagarde, 1799.

LACROIX, S. F. **Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et sphérique, et d'application de l'algèbre à la géométrie.** Paris: Mallet-Bachelier, 1863.

LAFITTE, P. **Calcul Arithmétique.** Rio de Janeiro: Typ. et Lith. à vapeur et Librairie Lombaerts, 1880.

LAGRANGE, J. L. **Mathematische Elementarvorlesung.** Leipzig: Teubner, 1880.

LAGRANGE, J. L. **Lagrange's mathematische Werke:** Über die Auflösung der numerischen Gleichungen von beliebigen Graden. G. Berlin: Reimer, 1824.

LAGRANGE, J. L. **Leçons de Calcul de Fonctions.** Paris: Novel Edition, 1806.

LAGRANGE, J. L. **Oeuvres de Lagrange.** 3. ed.. Paris: Gauthier-Villars, 1882.

LAKATOS, I. **Mathematics, science and epistemology.** Cambridge: Cambridge University Press. 1978.

LAMANDÉ, P. **La Mutation de l'enseignement Scientifique en France (1750-1810) et le rôle des Ecoles Centrales L'exemple de Nantes.** 1988. Dissertação doutorado, Université Nantes, 1988.

LAMÉ, G. **Examen des Différentes Méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie.** Paris: Librairie Scientifique J. Hennann, 1818.

LAPLACE, P. **Philosophischer Versuch über die Wahrscheinlichkeit.** Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft, 1932.

LEIBNIZ, G. W. **Leibnizen gesammelte Werke. Mathematik.** 6v. Georg Pertz (org.). Halle: Druck und Verlag Schmidt, 1860.

LEIBNIZ, G. W. **Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie.** Cassirer (org.). Hamburg: Verlag von Felix Meiner, 1966.

LEMOS, F. **Relação geral do Estado da Universidade.** 1777.

- Coimbra: Arquivo da Universidade de Coimbra, 1980.
- LEVY-BRUHL, L. **The Philosophy of Auguste Comte**. Londres: Swan Sonnenschein, 1903.
- LIMA JUNIOR, F. P. L. Ferrão Moniz: “um amigo da sabedoria”. **A Tarde**. Salvador: 30 jun. 1987.
- LINS, I. **História do Positivismo no Brasil**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1964.
- LITTRÉ, É. **Princípios de Filosofia Positiva**. São Paulo: Editorial Paulista, 1876.
- LIVERMORE, H. **A new history of Portugal**. Cambridge: [s.n.], 1976.
- LOCKE, J. **An essay concerning Human understanding**. Oxford: Clarendon Press Oxford, 1990.
- LOPES, H. M. **Aarão Reis**: Pensamento econômico, social e político de inspiração positivista. 1993. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora: 1993.
- LORIA, G. A. L. Cauchy in the history of analytic geometry. **Scripta Mathematica**. v. 1, p. 123-128, set. 1932.
- LÜBSEN, H. B. **Ausführliches Lehrbuch der analytischen oder höhern Geometrie zum selbstunterricht**. Hamburg: Verlag von G. Bodecker, 1848.
- LUTZ, E. **Analytische geometrie der Ebene**: Elementares Lehrbuch für höhere Lehranstalten. Leipzig e Berlin: Teubner, 1909.
- MAGALHÃES, B. C. **Teoria das quantidades negativas**. Petrópolis: Tip. Mercantil de B. Pereira Sudré, 1868.
- MAINZER, K. **Geschichte der Geometrie**. Mannheim, Wien, Zürich: Bibliographisches Institut, 1980.
- MARTINS, A. **Escritores do Rio Grande do Sul**. Porto Alegre: Instituto Estadual do Livro (em coedição com UFRGS), 1978.

MARTINS, M. **Estudo da evolução do ensino secundário no Brasil e no estado do Paraná com ênfase na disciplina de Matemática**. 1984. Dissertação mestrado, Universidade Federal de Curitiba. Curitiba: 1984.

MARTINS, W. **História da inteligência brasileira**. v. 7. São Paulo: Editora Cultrix, 1977-1978.

MEDEIROS, L. **Escola Militar de Porto Alegre**. Porto Alegre, Editora da Universidade, 1992.

MENDES, R. T. **Elementos de geometria sintética**. Rio de Janeiro: Tip. da Gazeta de Notícias: 1877.

MENDES, R. T. **L'Evolution de L'Analyse Transcendente**. [S.I.: s.n., 18-].

MENDES, R. T. **Reflexões sobre os fundamentos da análise transcendente**. Rio de Janeiro: Tip. da Gazeta de Notícias, 1879.

MENDES, R. T. **Benjamin Constant**: esboço de uma apreciação sintética da vida e da obra do fundador da República Brasileira. Rio de Janeiro: Apostolado Positivista Brasileiro, 1913.

MEYER, C. **Auguste Comtes Stellung zur Mathematik**. 1928. Dissertação doutorado, Universität Bonn.

MILL, J. **Auguste Comte and Positivism**. Michigan: Ann Arbor Paperbacks, 1973.

MISCH, G. **Zur Entstehung des französischen Positivismos**. Darmstad: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1969.

MÖBIUS, A. **Der barycentrische Calcul ein neues Hülfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie dargestellt und insbesondere auf die Bildung neuer Classen von Aufgaben und die Entwicklung mehrerer Eigenschaften der Kegelschnitte**. Leipzig: Verlag von Johann Barth, 1827.

MONTEIRO, M. O ambiente cultural na Companhia de Jesus em Portugal, anterior à expulsão de 1759. In: **José Monteiro da Rocha**:

a época e a obra. Coimbra: Universidade de Coimbra, 2022.

MONGE, G. **Application de L'Analyse a la Géométrie.** Paris: Bachelier, 1850.

MORI, R. C.; CURVELO, A. A. S. O que sabemos sobre os primeiros livros didáticos brasileiros para o ensino de química. **Química nova**, v. 37, n. 1, p. 919-926, 2014.

MUGLIONI, J. L'actualité d'Auguste Comte. In: **Auguste Comte Qui êtes-vous?** Paris: La Manufacture, 1988.

NEWTON, I. **The mathematical papers of Isaac Newton.** Cambridge: At the University Press, 1972-1976.

OHM, M. **Die analytische und höhere Geometrie in ihren Elementen:** mit vorzüglicher Berücksichtigung der Theorie der Kegelschnitte. Berlin: Riemann, 1826.

OLIVEIRA, J. **Mecânica Geral.** Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1895.

OLIVEIRA, S.; BITENCOURT, L. **Geometria algébrica.** Rio de Janeiro: Cunha e Irmãos Editores, 1896.

OTTE, M. *et al.* **Funktionsbegriff und funktionales Denken.** Köln: Aulis Verlag, 1986.

OTTE, M. **O formal, o social e o subjetivo.** São Paulo: Editora da Unesp, 1993.

PAIM, A. **História das ideias filosóficas no Brasil.** São Paulo: Grijaldo, Edusp, 1974.

PAIM, A. **O estudo do pensamento filosófico brasileiro.** São Paulo: Convívio, 1985.

PAIM, A. **A filosofia política positivista 1.** Rio de Janeiro: PUC/Rio, Editora Documentário, 1979.

PEREIRA, F. **Álgebra elementar.** [S.I.] Typographia Minerva, 1905.

PEZAT, P. **Positivismo religioso no Rio Grande do Sul.** Entrevista

concedida a Circe Mary Silva da Silva, Porto Alegre, 21 nov. 1997.
PRADO JUNIOR, C. **História econômica do Brasil**. São Paulo: Brasiliense 16, 1973.

PRATES, T. A Escola Naval. **Revista de Villegagnon**. p. 66-69, 2010.

REGO, A. M.; REGO, A. G. **Tratado de mecânica geral**. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1897.

REGO, A. M.; REGO, A. G. **Elementos de álgebra ou cálculo das funções diretas**. Rio de Janeiro: J. J. de Souza, 1886.

REGO, A. M.; REGO, A. G. **Tratado de álgebra superior**. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1890.

REGO, A. M.; REGO, A. G. **Tratado de Geometria Diferencial**. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1898.

REIS, A. **Curso elementar de matemática**. v. 2, Álgebra, 2. ed. Rio de Janeiro: Livraria Garnier, 1902.

REIS, A. **Curso elementar de matemática**. v. 3, Álgebra, 2. ed. Rio de Janeiro: Livraria Garnier, [19-].

REIS, A. **Curso elementar de matemática**. v. 1, Arithmetica, 3. ed. Rio de Janeiro: Livraria Garnier, 1902.

REIS, J. Administrações. **Revista Clube de Engenharia**, v. 4, p. 91-96, 1996.

RIBEIRO, D. N. **Curso elementar de arithmetica**. Pelotas [s.n.], 1883.

RIBEIRO, D. **Seu avô**: o positivista Demétrio Nunes Ribeiro. Entrevista concedida a Circe Mary Silva da Silva, Porto Alegre, 22 nov. 1997.

ROSENFELD, B. A. **A history of non-Euclidean geometry**: evolution of concept a geometric space. Berlin: Springer-Verlag, 1988.

ROSENTAL, *et al.* **Dicionário filosófico**. Lisboa: Editorial Estampa, 1972.

SALMON, G. **Analytische geometrie der Kegelschnitte**. Leipzig: Teubner, 1873.

SANDER, H. J. **Die Lehrbücher ‘Eléments de Géométrie’ und ‘Eléments d’Algebre’ von Alexis-Claude Clairaut**: eine Untersuchung über die Anwendung der heuristischen Methode in zwei mathematischen Lehrbüchern des 18. Jahrhunderts. 1982. Dissertação doutorado, Universidade de Dortmund.

SCHOLZ, E. **Geschichte der Algebra**. Mannheim; Wien; Zürich: BI - Wiss. - Verlag, 1990.

SCHUBRING, G. On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as Textbook Author. **For the Learning of Mathematics**, v. 7. Quebec: 3 nov. 1987.

SILVA, C. M. S. Benjamin Constant Botelho de Magalhães: Militar ou Pedagogo? (1836-1891). **Temas & Debates**, v. 4, ano VII, 1994, p. 54-60.

SILVA, C. M. S. A concepção de matemática de Auguste Comte. **Zetetiké 2**, 1994, p. 71-83.

SILVA, C. M. S. O desenvolvimento da geometria analítica e a influência de Descartes e Euler na obra de Auguste Comte. **Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática**, v. 14, n. 1-2, 1994, p. 51-77.

SILVA, C. M. S. A primeira Faculdade de Matemática. **Perspicillum**, v. 8, n. 1, 1994, p. 85-102.

SILVA, C. M. S. Die Gründung der mathematischen Fakultät 1772 in: Coimbra - ein Beginn fachlicher Spezialisierung. **‘Einsamkeit und Freiheit’ ‘Neu Besichtigt**. Ed. Gert Schubring, Stuttgart: Franz Steiner Verlag, 1991, p. 50-56.

SILVA, C. M. S. Marco do ensino superior da matemática no Brasil. **Temas & Debates**, v. 4, ano VII, 1994, p. 31-39.

SILVA, C. M. S. **Positivismus und Mathematikunterricht:** portugiesische und französische Einflüsse in Brasilien im 19. Jahrhundert. 1991. Dissertação doutorado, Universidade de Bielefeld.

SILVA, C. M. S. Noções de geometria prática de Vasco de Araújo e Silva. **VIDYA**, v. 39, n. 2, p. 477-493, jul. dez. 2019.

SILVA, C. P. **A Matemática no Brasil:** uma história do seu desenvolvimento. Curitiba: Ed. Universidade Federal do Paraná, 1992.

SILVA, H. L. **Geometria.** Rio de Janeiro: Livraria Editora Leite Ribeiro, 1923.

SILVA, J. **Memória sobre as quantidades negativas e theoria algébrica dos máxima e mínima.** Ceará: Typ. Economica, 1892.

SILVA, J. A. **Ética na obra de Antônio Ferrão Muniz de Aragão.** 1969. Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia.

SILVEIRA, L. F. B. Peierce e a matemática. **BOLEMA**, v. 9, n. especial, p. 1-12, 1994.

SOARES, A. **Pontos de trigonometria.** Rio de Janeiro: Empresa Fotomecânica do Brasil, 1912.

SOARES, W. J. B. **XIX:** uma história, uma cidade e os primórdios da matemática escolar. Curitiba: Appris, 2018.

STOCKLER, F. **Ensaio histórico sobre a origem e progressos das mathematicas em Portugal.** Paris: [s.n.], 1819.

STRUICK, D. J. **Abriss der Geschichte der Mathematik.** Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1980.

TOBIAS, J. **História das ideias no Brasil.** São Paulo: EPU, 1987.

VERDENAL, R. Die positive philosophie Auguste Comtes. In: Geschichte der Philosophie (1780-1880) org. Châtelet. Frankfurt: Ulstein Buch, 1974.

VERNEY, L. **O verdadeiro método de estudar**. v. 3 e 5. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1950.

VIANA, P. **O ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Livraria Alves, 1937.

WHITNEY, H. The mathematics of physical quantities. **Mathematical Association of America**, n. 75, p. 115-138; 247-256, mar. 1968.

WUBING, H. **Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik**. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1989.

XAVIER, A. **Ensaio de lógica**. Rio de Janeiro: [s.n.], 1908.

XAVIER, A. **Cálculo das secções angulares**. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1909.

XAVIER, A. **Théorie des approx. imations numériques et du calcul Abrégé**. Paris: Gauthier-Villars, 1909.

Outras Fontes

Documentos manuscritos do Arquivo Nacional do Rio de Janeiro.

Documentos do Arquivo Positivista do Rio de Janeiro.

Documentos do Arquivo do Templo Positivista em Porto Alegre

ANEXO 1

LISTA DE AUTORES POSITIVISTAS

A lista em ordem cronológica que se segue não pretende ser completa. Ela relaciona apenas os autores que abordaram temas da área de Matemática. Inicialmente orientei-me por Ivan Lins e, após, acrescentei outros nomes, que encontrei como resultado de longas pesquisas em bibliotecas, arquivos e sebos, e que foram complementando a relação dos autores positivistas.

SÉCULO XIX

Antônio Ferrão Muniz de Aragão, *Elementos de Mathemática*. Bahia: Tip. E. Pedrosa, 1858.

Raymundo Teixeira Mendes, *Pontos de Arithmetica*. Rio de Janeiro: Livraria J. G. Azevedo, 1867.

Benjamim Constant Botelho de Magalhães, *Teoria das Quantidades Negativas*. Petrópolis: Tip. Mercantil de B. Sudré, 1868.

Raymundo Teixeira Mendes, *Elementos de Geometria Synthetica*. Rio de Janeiro: Typographia da Gazeta de Notícias, 1877.

Raymundo Teixeira Mendes, *L'Evolution de l'Analyse Transcendente*. Rio de Janeiro: Tip. da Gazeta de Notícias, 1879.

Raymundo Teixeira Mendes, *Reflexões sobre os Fundamentos da Análise Transcendente*. Rio de Janeiro: Tip. da Gazeta de Notícias, 1879.

Saturnino de Brito, *Apontamentos de Geometria Analítica*. 1882.

Demétrio Nunes Ribeiro, *Curso Elementar de Aritmética*. 1. Parte, Pelotas, 1882; 2. Parte, 1883.

Licínio Athanasio Cardoso, *Teoria Elementar das Funções*. Rio de Janeiro: Tip. Mont' Alveme, 1885.

Alfredo C. Moraes e Rego e Antônio Gabriel de Moraes e Rego, *Elementos de Álgebra ou Cálculo das Funções Diretas*. Rio de Janeiro: J.J. de Souza Editor, 1886.

Licínio Athanasio Cardoso, *Mecânica Racional*. Rio de Janeiro 1887.

Alfredo C. Moraes e Rego e Antônio Gabriel de Moraes e Rego. *Tratado de Álgebra Superior*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1890.

José Faustino da Silva, *Memória sobre as quantidades negativas e theoria algébrica dos maxima e mínima*. Ceará: Typ. Economica, 1892.

Francisco Cabrita, *Elementos de Geometria*. 2. edição 1894.

Francisco Ferreira Braga, *Estudo Objetivo das Superfícies*. Rio de Janeiro, 1898.

Aarão Reis, *Curso Elementar de Matemática*. Volume 1 Arithmética, 1. edição. Rio de Janeiro: Livraria Garnier, 1894 (3ª edição 1902).

J. Eulálio Oliveira, *Mecânica Geral*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1895.

Samuel Oliveira e Liberato Bitencourt, *Geometria Algébrica*. Rio de Janeiro: Cunha e Irmãos Editores, 1896.

João S. Carvalho, *Licções de Trigonometria*. Rio de Janeiro 1897.

Alfredo C. Moraes e Rego e Antônio Gabriel de Moraes e Rego, *Tratado de Mecânica Geral*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1897.

Alfredo C. Moraes e Rego e Antônio Gabriel de Moraes e Rego, *Tratado de Geometria Diferencial*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1898.

SÉCULO XX

Aarão Reis, *Curso Elementar de Matemática*. Volume 2 Álgebra, 2. edição. Rio de Janeiro: Livraria Garnier, (1ª edição 1902).

Aarão Reis, *Curso Elementar de Matemática*. Volume 3 Álgebra, 2. edição. Rio de Janeiro: Livraria Garnier (sem ano).

Roberto Trompowsky Almeida, *Licções de Geometria Algébrica*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1904.

Roberto Trompowsky Almeida, *Licções de Álgebra Superior*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1904.

Roberto Trompowsky Almeida: *Licções de Geometria Diferencial*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1904.

Roberto Trompowsky Almeida: *Licções de Geometria Integral*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1905.

F. Marcondes Pereira, *Álgebra Elementar*. Fortaleza: Typ. Minerva, 1905.

Manoel de Almeida Cavalcanti, *Apontamentos de Aritmética*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1907.

Sebastião Francisco Alves, *Álgebra Elementar*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 4. Edição, 1918 (1ª edição 1905).

Agliberto Xavier, *Ensaio de Lógica*. Rio de Janeiro, 1908.

Agliberto Xavier, *Cálculo das Secções Angulares*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1909.

Agliberto Xavier, *Théorie des Approximations Numériques et du Calcul Abrégé*. Paris: Gauthier-Villars, 1909.

Agliberto Xavier, *Ciência e Arte*. Revista Brasileira de Matemática 3, 1931, p. 51-56, 83-85, 127-132.

- A. Castro e Manoel de Almeida Cavalcanti, *A Lógica - Sua Instituição Positiva por A. Comte*. Rio de Janeiro: Tip. Leuzinger, 1909.
- Octacílio de Oliveira, *Geometria Algébrica - Lições sobre tangentes e assíntotas*. Porto Alegre: Typografia de Carlos Echenique, 1911.
- Ignácio M. Azevedo Amaral, *Sobre o desenvolvimento em série de funções*. Rio de Janeiro: Tip. Luzinger, 1912.
- Alfredo Soares, *Elementos de Trigonometria*. Rio de Janeiro: Empresa Foto Mecânica do Brasil, 1912.
- Alfredo Soares: *Cálculo Aritmético* (sem ano).
- Manoel de Almeida Cavalcanti, *Apontamentos de Geometria Preliminar*. Lisboa: Tip. Renascença, 1913.
- Luís Celestino de Castro, *Licções de Arithmetica*. Porto Alegre: Livraria do Globo e L. P. Barcellos, 1914.
- Manoel de Almeida Cavalcanti, *Essai d'un Cours Philosophique de Calcul Arithmétique d'après Auguste Comte*. Paris: Libraire Blanchard, 1916.
- Manoel de Almeida Cavalcanti, *Apontamentos de Geometria*. 2 volumes (sem ano).
- Ceciliano Abel de Almeida, *Tese apresentada em concurso da cadeira de geometria preliminar e trigonometria retilínea*. Vitória, 1909.
- Roberto Trompowsky Almeida, *Regras de Falsa Posição*. Rio de Janeiro: Imprensa Militar, 1923.
- Agliberto Xavier, *Secções Cônicas, estudo elementar*. Rio de Janeiro, 1924.
- Henrique Costa, *La loi de la dualité et les polyèdres convexes*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1928.
- Manoel de Almeida Cavalcanti, *Elementos de Álgebra Elementar*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1930.
- Djalma Polli Coelho, *Primeiras Lições de Cálculo Vetorial*. Rio de Janeiro: Typ. do Jornal do Comércio, 1934.
- Viana, Paulo Mendes: *O ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Livraria Alves, 1937.

ANEXO 2

BIBLIOTECA POSITIVISTA NO SÉCULO XIX RECOMENDADA POR AUGUSTE COMTE (1852)

Auguste Comte propôs em 1852 um catálogo com as obras que deveriam compor uma biblioteca positivista. Os 152 títulos estão classificados em 4 grupos: 1º) Poesia (trinta volumes); 2º) Ciência (trinta volumes); 3º) História (sessenta volumes); 4º) Síntese (trinta volumes).

Apresento, a seguir, somente a relação dos títulos de Ciência, o qual inclui os livros de matemática – a relação completa pode ser encontrada na Coleção os Pensadores: *Comte*, p. 133.

A *Aritmética* de Condorcet, a *Álgebra* e a *Geometria* de Clairaut, e mais a *Trigonometria* de Lacroix ou Legendre (num só volume).

A *Geometria Analítica* de Auguste Comte, precedida da *Geometria* de Descartes.

A *Estática* de Poinsot, seguida de todas as memórias do mesmo autor sobre mecânica.

O *Curso de Análise* de Navier na Escola Politécnica, precedido das *Reflexões sobre o Cálculo Infinitesimal*, por Carnot.

O *Curso de Mecânica* de Navier na Escola Politécnica, seguido do *Ensaio sobre o Equilíbrio e o Movimento*, por Carnot.

A *Teoria das Funções*, por Lagrange.

A *Astronomia Popular* de Auguste Comte, seguida dos *Mundos* de Fontenelle.

A *Física Mecânica* de Fischer, traduzida e anotada por Biot.

O *Manual Alfabético de Filosofia Prática*, por John Carr.

A *Química* de Lavoisier.

A *Estática Química*, por Berthollet.

Os *Elementos de Química*, por Graham.

O *Manual de Anatomia*, por Meckel.

A *Anatomia Geral* de Bichat, precedida do seu *Tratado sobre a Vida e a Morte*.

O primeiro (e único) volume de Blainville sobre a *Organização dos Animais*.

A *Fisiologia* de Richerand, anotada por Bérard.

O *Ensaio Sistemático sobre a Biologia*, por Segond, e o *Tratado de Anatomia Geral* do mesmo autor.

Os *Novos Elementos da Ciência do Homem*, por Barthez (2ª edição, 1806).

A *Filosofia Zoológica*, por Lamarck.

A *História Natural* de Duméril.

O *Tratado sobre a Natureza dos Rios*, por Guglielmini (em italiano).

Os *Discursos sobre a Natureza dos Animais*, por Buffon.

A *Arte de Prolongar a Vida Humana*, por Hufeland, precedida do *Tratado sobre os Ares, as Águas, e as Localidades*, por Hipócrates, e seguida do livro Comam Sobre a Sobriedade (reunidos num único volume).

A *História das Flegmasias Crônicas*, por Broussais, precedida de suas *Proposições de Medicina*, e, em primeiro lugar, dos *Aforismos* de Hipócrates (em latim), sem nenhum comentário.

Os *Elogios dos Cientistas*, por Fontenelle e Condorcet.

ANEXO 3

ENTREVISTA COM O ALMIRANTE ALFREDO MORAES

Essa entrevista foi realizada, no Rio de Janeiro, em 20 de julho de 1989, com o almirante Alfredo Moraes Filho, membro da Igreja Positivista do Rio de Janeiro e responsável pelo Arquivo Positivista do Rio de Janeiro.

Entrevistadora: Almirante Moraes fale um pouco sobre a sua formação acadêmica.

Almirante Moraes: Fiz o curso primário na Escola Modelo Gonçalves Dias, e com 12 anos prestei concurso para ingressar no Colégio Pedro II. Isso foi em 1917. Depois, ingressei na Escola Naval e lá fiz todos os cursos possíveis: para oficial de marinha, de aperfeiçoamento, de comando e de alto comando. O primeiro curso foi realizado entre os anos de 1924 a 1926. Fiz a II Guerra Mundial inteira no mar, já como membro da Igreja Positivista. Eu trabalhei conscientemente pelos povos ocidentais, contra, naturalmente, o fascismo e o nazismo.

Entrevistadora: Quando aconteceu o seu primeiro contato com as ideias positivistas?

Almirante Moraes: Na escola primária, a diretora era positivista e impregnava o ensino com um cunho cívico de entusiasmo pelo Brasil, pelas coisas republicanas e eu fui inconscientemente orientado para o positivismo. Meus pais eram católicos apostólicos romanos. Mas a influência positivista era muito grande naquela época, em todos os jornais prevaleciam os ideais positivistas. O catolicismo, na época, era muito mais liberal que hoje. Havia mesmo uma corrente dentro do catolicismo que admitia a separação entre o poder espiritual e temporal, então o ambiente era positivista. E, depois no Colégio Pedro II, nas aulas de Matemática, era apresentada a classificação das ciências de Auguste Comte, e a Matemática era dada pela *Síntese Subjetiva* de Comte. Além disso, tive um grande professor de história universal e do Brasil, Pedro Couto, também positivista, que exerceu uma tremenda influência em mim. Mas, como o Colégio Pedro II era uma escola oficial, não se fazia propaganda sistemática do positivismo¹, isso era proibido por lei, mas era permitida a orientação

¹ Aqui o entrevistado está se referindo ao positivismo religioso. Várias vezes ele utilizou a palavra "positivismo" no sentido da religião da humanidade.

educacional. Assim, *pela educação, eu fui sendo levado ao positivismo*. Fiz também um curso de psicologia e filosofia com Agliberto Xavier, professor do Colégio Pedro II, que era positivista. Esse foi um curso extracurricular.

Entrevistadora: Agliberto Xavier era professor de Matemática?

Almirante Moraes: Era. Mas, no Colégio Pedro II ele exercia basicamente o ensino de filosofia e psicologia.

Entrevistadora: Além dos nomes já citados, havia outros positivistas?

Almirante Moraes: Havia sim. Cecil Thiré era de orientação positivista. Seu avô, que era francês, havia sido professor de Matemática no Colégio Pedro II. Outro positivista conhecido era Almeida Lisboa², também professor de Matemática. O programa de ensino da Matemática era de acordo com o positivismo, mesmo que o professor não o fosse. Na época, não havia um Ministério de Educação, mas sim um Departamento Nacional de Educação, no Rio de Janeiro, que regulava o ensino. Esse departamento era formado por pessoas de orientação positivista, que seguiam ainda a orientação de Benjamin Constant. Rivadávia Correia, que era positivista, fez a segunda reforma de ensino, na qual imprimiu ainda, no ensino, uma tendência positivista.

Entrevistadora: O senhor acredita, então, que o positivismo influiu muito na orientação do ensino no Brasil?

Almirante Moraes: Muito, tremendamente. Durante 40 anos (1890-1930) o positivismo era que dava as diretrizes para a educação brasileira. A primeira orientação sistemática que a educação brasileira recebeu foi fruto do positivismo. Mesmo que hoje, no governo chefiado por José Sarney, haja uma posição contrária ao positivismo, uma corrente clerical católica, a verdade é que o positivismo continua. O Brasil é um país que tem uma formação católica positivista. Ele não é um país nem de direita, nem de esquerda. O positivismo fez com que o Brasil tivesse uma formação política de centro-vanguarda. Nós [os positivistas] queremos conciliar a ordem com a liberdade, em vista do progresso. O progresso é o desenvolvimento da ordem. Há uma orientação nesse sentido.

Entrevistadora: Qual foi a repercussão das ideias positivistas na Escola Naval, na época em que estudou?

Almirante Moraes: Era completa. Havia debates. No meu tempo, o pátio da escola tinha duas divisões: a norte e a sul. A parte sul, que ficava voltada para a barra, era muito fria no inverno, assim nós ficávamos na parte

2 O nome completo do professor é Joaquim Ignácio de Almeida Lisboa, professor de matemática do Colégio Pedro II e engenheiro civil.

norte. Lá, havia dois bancos denominados Paris e Moscou. Aqueles que sentavam no banco de Paris defendiam o positivismo e, os do banco de Moscou defendiam o comunismo. Era público e notório que o diretor da escola era simpatizante do positivismo. Ele traduziu toda a obra de Comte para o português, mas isso não foi publicado.

Entrevistadora: Como se chamava esse diretor?

Almirante Moraes: Machado da Silva³. Ele era uma pessoa muito interessante. Tinha o posto de almirante e era muito rigoroso, mas defendia a liberdade espiritual. Nesta época, havia na escola apenas 100 alunos. Eles tinham liberdade de discutir política, não é como hoje que tudo é proibido. Antes de 1930, o Brasil era um país muito diferente, com amplas liberdades. O chefe do governo provisório, Getúlio Vargas, que dominou o Brasil por muito tempo, era de corrente positivista, mas foi envolvido pela corrente clerical católica e a situação no país mudou muito. Começou a haver uma restrição na liberdade espiritual. Surgiu o Ministério da Educação, que começou a destruir a orientação filosófica positivista, que predominava anteriormente. Houve uma preocupação de colocar [uma orientação] neonazista clerical.

Entrevistadora: Qual foi o período de maior predominância do positivismo no Brasil?

Almirante Moraes: Durante quarenta anos preponderou a propaganda positivista: de 1889 a 1930. Não apenas no Rio de Janeiro, mas também em outros estados houve governadores positivistas: no Rio Grande do Sul, Minas Gerais, Pernambuco, Pará, Espírito Santo, Rio Grande do Norte. O mais influente foi no Rio Grande do Sul, onde uma nova constituição foi promulgada em nome da família, da pátria e da humanidade. Ela foi feita seguindo a orientação de Auguste Comte. O princípio fundamental é este: o governo deve ser republicano, a república deve ser federativa e deve haver ampla liberdade espiritual. O positivismo trabalhou para que o Brasil tivesse uma liberdade religiosa. O protestantismo deve muito ao positivismo, ele só se alastrou [no Brasil] porque o positivismo preconizava a liberdade, isto é, que qualquer igreja pudesse ter a sua estrutura. A grande luta que houve entre a corrente positivista e os bispos católicos ocorreu porque esses não compreenderam que as outras igrejas podiam também ter espaço para a sua propaganda. Nós [os positivistas] somos favoráveis até à umbanda e ao candomblé e a qualquer modalidade espiritualista. Aí é que está a diferença! O positivismo tem uma liberdade ampla para debater e examinar os problemas e não ficar com essas restrições e imposições que o governo faz, às quais somos totalmente contrá-

3 Possivelmente trata-se de José Machado de Castro e Silva (1876-1943) que foi diretor da Escola Naval em 1936. Entre os diversos cargos que ocupou está o de Ministro do Supremo Tribunal Militar do Brasil de 1941 a 1943.

rios. Combateremos o fascismo, o nazismo e o comunismo, porque são três modalidades impostas. O governo político não pode ter doutrina, o governo tem de ter uma estrutura baseada no consenso de que todos aceitam certos princípios. Isso é o que deve haver, que se chama democracia. Democracia nós chamamos de república. O que é preciso é trabalhar pela república, pela coisa pública. A democracia serviu a Hitler, a democracia serviu a Mussolini, a democracia serviu a Franco, a Salazar, e serviu a Stalin. A democracia foi uma forma pela qual Stalin e Hitler justificaram as imposições monstruosas, lastimáveis, de se matarem milhões de judeus, milhões de pessoas foram sacrificadas porque houve uma distorção do que é democracia. Então o positivismo é radicalmente contra isso. Nós [os positivistas] queremos uma forma de governo em que haja liberdade espiritual ampla, respeito a que todas as pessoas possam raciocinar como queiram, desde que não ofendam os elementos fundamentais da sociedade. Há um consenso da organização social.

Entrevistadora: Quando foi fundada a Igreja Positivista no Brasil?

Almirante Moraes: Foi fundada em 11 de maio de 1881. Ela surgiu de uma antiga associação positivista no Rio de Janeiro, que havia sido fundada em 1876. Essa associação era formada, inicialmente, por sete pessoas, que resolveram fundar uma sociedade para estudar os livros positivistas e formar uma biblioteca. A ideia partiu de Antônio Carlos de Oliveira Guimarães, professor do Colégio Pedro II. Essa associação ligou-se ao movimento positivista parisiense, que era dirigida por Pierre Laffite, discípulo de Comte. Ele dirigiu por muito tempo a propaganda positivista na França. O movimento parisiense repercutiu na América do Sul, principalmente no Brasil e no Chile, e também na América do Norte, no México. Esses três países tiveram forte influência positivista. Mais tarde, essa influência alcançou a Argentina, o Uruguai e a Venezuela.

Entrevistadora: Como penetraram no Brasil essas ideias positivistas?

Almirante Moraes: Pela matemática. O positivismo começou a ser divulgado nos cursos de matemática da Escola Central, mais tarde na Escola Politécnica, Escola Militar e Escola Naval. Para isso, o vulto principal foi Benjamin Constant, que ensinava geometria analítica pelo livro de Auguste Comte.

Entrevistadora: Como Benjamin Constant teve acesso ao positivismo?

Almirante Moraes: Ele procurava livros de Matemática numa livraria, quando, inesperadamente, deparou-se com a obra *Filosofia Positiva* de Comte. Achou interessante, comprou e começou a estudar e, mais tarde, a divulgar. Depois, aderiu ao positivismo completamente, sendo muito respeitado em Paris por Pierre Laffite, com quem estabeleceu correspondência. Isto está publicado no livro de Ivan Lins.

Entrevistadora: Algum outro brasileiro teve contatos mais diretos com Auguste Comte?

Almirante Moraes: Em 1855, houve uma mulher excepcional – Nísia Floresta –, do Rio Grande do Norte, que foi discípula de Auguste Comte. Ela foi escolhida por ele para presidir o salão positivista, que ele queria fundar em Paris. Naquela época, era moda a existência de tais salões presididos por mulheres, onde os filósofos, cientistas, escritores e intelectuais em geral se reuniam para debater assuntos diversos, numa atmosfera social.

Entrevistadora: O que ela estudou com ele? Foram estudos de Matemática?

Almirante Moraes: Não. Ela foi aluna de Filosofia Positiva. Por ter sido professora aqui no Rio de Janeiro, ela se interessava muito pela pedagogia. Ela nasceu numa cidade muito pequena, talvez das menores do Rio Grande do Norte. Eu estive lá em 1950. Hoje, chama-se município de Nísia Floresta, em sua homenagem. Ela foi para o Rio de Janeiro, onde fundou uma escola feminina. Possuía uma inteligência formidável, e achava que só através da educação as mulheres poderiam se libertar e se emancipar da pressão masculina, que elas sempre sofreram. Sofrem até hoje: o "machismo" é uma realidade brasileira. Elas é que geram os filhos. Nós sabemos, hoje, pelos estudos de genética, que a mulher, desde a gestação, já influi na formação da criança. Elas próprias precisam possuir educação para poderem instruir os filhos.

Entrevistadora: Nísia Floresta conseguiu concretizar o salão positivista?

Almirante Moraes: Não. Comte morreu antes disso. Ela nunca mais voltou para o Brasil, morreu em Ruan, com 76 anos. Os restos mortais dela vieram para o Brasil em 1950, quando eu era comandante no Rio Grande do Norte e tive a incumbência de enviar um avião caça para levar seus restos mortais de Natal para sua cidade de nascimento. Em sua homenagem existe hoje um monumento na cidade. Nísia foi também escritora.

Entrevistadora: Fale um pouco sobre a sua biblioteca.

Almirante Moraes: Auguste Comte aconselhou uma biblioteca positivista para o proletariado, no século XIX. Segundo ele, todos os homens e mulheres deveriam ter uma instrução fundamental. A seleção que fez incluía a literatura, as ciências, a história e a Síntese (Filosofia, Moral e Religião). Iniciando pela literatura grega, latina, italiana, espanhola, alemã e inglesa. Selecionou, por exemplo, entre os livros alemães, aqueles de Goethe, Schiller. O que é interessante é que escolheu também livros em árabe. Segundo Comte, toda pessoa deveria ter um conhecimento de literatura internacional, porque ela funda, como Carlos Magno, o núcleo fundamental do mundo: França, Ibéria, Península Itálica, a Germânia e a Grã-Bretanha. Esses cinco países seriam a vanguarda da civilização. A República Ocidental foi preconizada por Comte. Atualmente, a ideia de

fazer-se o Mercado Comum Europeu nada mais é do que uma ideia oriunda de Comte. A união das civilizações que influem no mundo inteiro. Foi daí que saiu a matemática, a astronomia, a física, a química, a biologia, a psicologia, a sociologia. Então, essa biblioteca positivista tem essa parte de literatura, depois segue-se a parte das ciências, na ordem da lei enciclopédia de Comte. Todos esses livros que ele preconizou estão aqui na minha biblioteca, à sua vista. A parte mais maravilhosa que considero, e que deveria haver em todas as bibliotecas, é a referente à história. Além da biblioteca preconizada por Comte, a minha biblioteca pessoal inclui praticamente todas as obras dos discípulos de Comte, tudo o que foi publicado por positivistas brasileiros. Possuo também as obras completas de vários matemáticos e cientistas, todos os dicionários brasileiros até o presente, obras sobre literatura internacional, a história da humanidade, publicada pela UNESCO, dirigida por Paulo Carneiro, positivista religioso.

Entrevistadora: O senhor mantém contatos regulares com outros positivistas?

Almirante Moraes: Tenho contatos sistemáticos. Mantenho correspondência regular com positivistas de Paris, Londres e de todo o Brasil, principalmente, com aqueles do Rio Grande do Sul e Paraná. Em São Paulo a propaganda positivista nunca conseguiu se organizar para formar um núcleo. A propaganda positivista hoje não é mais realizada por professores de matemática, mas sim por pessoas das áreas de ciências humanas e biológicas: sociólogos, psicólogos e médicos.

Entrevistadora: Como está atualmente o movimento positivista no Rio de Janeiro? Há encontros periódicos? O senhor é o líder?

Almirante Moraes: Existem reuniões periódicas, todas as quintas-feiras, no Clube Positivista. Eu não sou o líder, mas faço parte de uma delegação positivista que lidera o movimento no Brasil. Temos dois núcleos: a Igreja Positivista e o Clube Positivista. Esse clube foi fundado por um grupo de jovens, em 1930.

Entrevistadora: Quem eram esses jovens?

Almirante Moraes: Eu, Baptista, Djalma Polli Coelho, Venâncio Neiva, Benevides, Nelson Nogueira, entre outros. O Clube Positivista funciona ainda no centro do Rio de Janeiro, é um centro de propaganda da política positiva. Queremos estabelecer a república no Brasil. Ela não existe mais, aqui é uma terra de marajás. Estamos vivendo uma época muito difícil, de desorientação total.

Entrevistadora: Nesses encontros semanais discute-se muito o positivismo?

Almirante Moraes: Discute-se o positivismo, principalmente a ação positivista. Fizemos propaganda positivista. Os partidos políticos não têm

orientação nenhuma. O que caracteriza os partidos políticos atuais é a desorientação completa, eles não são nada. Eles não defendem nada. Temos de chamar a atenção deles para as necessidades do Brasil. É preciso que acabe essa tolice de querer restabelecer a monarquia, que nunca teve tradição no Brasil. O Brasil por causa de uma série de fatores políticos e históricos fez um império. José Bonifácio, um grande estadista, percebeu muito bem que, se fosse estabelecida a república naquela época, o país iria se fracionar, como aconteceu com a América espanhola. As pessoas que não entendem isso é porque não estudaram sociologia positiva. É preciso conhecer o método de filiação histórica.

Entrevistadora: O senhor considera que existe atualmente um retorno às ideias positivistas?

Almirante Moraes: Eu acredito, sim. Basta ver Gorbachev. Ele, direta ou indiretamente foi influenciado por ideias positivistas. O que está acontecendo hoje já foi preconizado por Auguste Comte, a humanidade caminha para a fraternidade.

Entrevistadora: O que o senhor entende por positivismo?

Almirante Moraes: A minha concepção sobre positivismo é aquela de Auguste Comte. O *positivismo é um conjunto: é uma filosofia, é uma política e é uma religião* [grifos nossos]. É um problema de unidade. Nós queremos a unidade humana. Queremos que todas as pessoas tenham a mesma ideia, a única coisa que pode ser comum a todas as pessoas é a ciência. O positivismo é uma fatalidade histórica. Vai acontecer quer se queira ou não, porque os fatos acontecem independentes de nossa vontade. Para nós, sociologia e psicologia são ciências tão certas quanto a astronomia e a matemática. Mas você, que estuda matemática sabe, nós usamos o grau de precisão que queremos. A sociologia é o desfecho fatal desta longa evolução, no sentido do amor. O que o positivismo quer é a fraternidade universal, para que as pessoas possam viver em liberdade, não haver violência, sem guerras, uma sociedade pacífica e industrial, esclarecida pela ciência e orientada para o amor. O positivismo não tem de ser imposto, tem de ser aceito.

NOMES CITADOS NA OBRA

A.

Abel, Niesl Henrik
Alencastro, Francisco de Paula
Almeida, Aristides Galvão
Almeida, José P.
Almeida, Roberto Trompowski
Alves, Sebastião Francisco
Amaral Junior, Evaristo Teixeira
Amaral, Manoel
Amaral, Inácio Azevedo
Andrieux, François Guillaume
Annes, Gervasio Lucas
Aragão, Antônio F. Muniz
Arago, François
Araújo, Antônio José
Aristóteles
Arquimedes
Azambuja, Graciano Alves

B.

Bachelard, Gaston
Bacon, Roger
Bandeira, Vasco Pinto
Baptista, Álvaro
Baptista, João Luiz
Barbosa, Rui
Barboza, Aureliano Pinto
Barcellos, Antônio Soares
Barreto, Luís Pereira
Bastos, Frederico
Boutroux, Pierre
Bekemeier, Betty
Belos, Antônio Campos
Bernoulli, Johann
Bernoulli, Daniel
Bertrand, Joseph
Bézout, Étienne
Biot, Jean-Baptiste
Bittencourt, Manuel Liberato
Blainville, Henri Marie Ducrotay
Bochner, Salomon Boeira
Boeira, Nelson

Bolzano, Bernard
Bourdon, Pierre Louis Marie
Boyer, Carl
Braga, Francisco Ferreira
Brasil, Joaquim Francisco Assis
Briot, Charles Auguste
Brugger, Walter
Brunschvicg, Léon

C.

Cabanis, Pierre-Jean
Cabrita, Francisco
Cajori, Florian
Cardoso, Lícínio Athanasio
Carlslaw, Horatio Scott
Carneiro, Augusto Dias
Carneiro, Paulo
Carnot, Lazare Nicolas
Carvalho, Aarão Leal
Cassirer, Ernest
Castilhos, Júlio
Castro, Jacob Sarmento
Castro, Luiz Celestino
Cauchy, Auguste
Cavalcanti, Manoel de Almeida
Charlton, Donald Geoffrey
Chasles, Michel
Clairaut, Alexis Claude
Condillac, Étienne Bonnot
Copérnico, Nicolau
Coqueiro, João Antônio
Correia, Serzedello
Correia, Rivadávia
Costa, João Cruz
Costa, Manoel Amoroso
Costa, Salustino Orlando de Araújo
Cournot, Antoine Augustin
Coutinho, Rodrigo D. A. de Sousa
Coutinho, José Joaquim da Cunha
Cramer, Gabriel
Cruz, Oswaldo
Cunha, José Anastácio

Cunha, Agostinho Roiz
 Cunha Junior, Possidônio
D.
 D'Alembert, Jean le Rond
 D'Almeida, Francisco Lacerda
 D'Ambrosio, Ubiratan
 Dantas, Carlos Luís de Vargas
 Dantas, Rodolpho Epifânia de Souza
 Daston, Lorraine
 De Morgan, Augustus
 De Fourcy, Lefebure
 Dedekind, Richard
 Descartes, Rene
 Devries, Hendrik
 Dettmann, Eduard
 Dias, Antônio Machado
 Diderot, Denis
 Dirichlet, Johann Peter Gustav Lejeune
 Dom João VI
 Duhamel, Jean-Marie
 Dumas, Georges
E.
 Einstein, Albert
 Englert, Luiz
 Escobar, Marçal Pereira
 Euler, Leonard
F.
 Fagnano, Giovanni
 Feliciano, José
 Fermat, Pierre
 Ferrater, Moura
 Ferreira, Aurélio Buarque de Holanda
 Ferreira, Athos Damasceno
 Ferri, Mario Guimarães
 Fichte, Johann Gottlieb
 Ficquelmont, Gérard Marie
 Filgueiras, Carlos Alberto Lombardi
 Fischer, P.
 Fleury, P. Henry
 Flores, Carlos
 Floresta, Nísia
 Fonseca, Deodoro
 Fontoura, Alencastro Carneiro
 Fourcy, Lefebure
 Fourier, Jean Baptiste

Fragoso, Tarso
 Francoeur, François
 Fraser, Carl
 Frege, Gottlob
G.
 Gabaglia, Eugênio Barros Raja
 Galileu, Galilei
 Galvão, Argemiro
 Galvão, Inácio da Cunha
 Gama, Lélío
 Gassendi, Pierre
 Gauss, Carl Frederick
 Gay-Lussac, Louis Joseph
 Gonçalves, Carlos Barbosa
 Goergen, Pedro
 Gouhier, Henri
 Grattan-Guinness, Ivor
 Guimarães, Antônio Carlos de Oliveira
 Guimarães, João Pinto da Fonseca
 Guimarães, Rodolfo
H.
 Hachette, Jean
 Hankel, Hermann
 Haüy, René Just
 Hegel, Georg Wilhelm Friedrich
 Homem, Joaquim de Salles Torres
 Humboldt, Alexander
 Hume, David
I.
 Ihmig, Karl
 Iudin, P.
J.
 Jacobi, Carl Gustav Jakob
 Jahnke, Hans Niels
K.
 Kant, Immanuel
 Kepler, Johannes
 Klein, Felix
L.
 Lacroix, Silvestre
 Laffite, Pierre
 Lagrange, Joseph-Louis
 Laplace, Pierre Simon
 Legendre, Adrien-Marie
 Leibniz, Gottfried Wilhelm

Lemos, Miguel
 Levy-Bruhl, Lucien
 Lima, Alcides
 Lima, J. Cesar Silva
 Lima Junior, Francisco
 Lins, Ivan
 Lins, Edmundo
 Liouville, Joseph
 Littré, Emile
 Lobo, Teodoro de Souza
 Locke, John
 Lübsen, Heinrich Borchert
 Lutz, Eugen
M.
 Mach, Ernst
 Machado, Candido
 Mac-Laurin, Colin
 Magalhães, Benjamin Botelho
 Maia, Gomes
 Mainzer, Klaus
 Malus, Etienne-Louis
 Marinho, Roberto
 Massin, Caroline
 Massot, Luis Carlos
 Maxwell, James Clerk
 Melo, José Carvalho
 Mendes, Raimundo
 Menezes, Adalberto
 Mill, John Stuart
 Miller, Juvenal Octaviano
 Miranda, Francisco
 Misch, Georg
 Moacyr, Primitivo
 Monge, Gaspard
 Montferrier, Alexander
 Mora, José Ferrater
 Moreira, J. M.
 Muglioni, Jacques
N.
 Navier, Claude Louis
 Newton, Isaac
O.
 Ohm, Martin
 Oliveira, Álvaro Joaquim
 Oliveira, José Eulálio da Silva

Oliveira, Luiz Carlos Barbosa
 Oliveira, Samuel Augusto
 Otero, Ernesto
 Otte, Michael Friedrich
 Ottoni, Cristiano
 Ozório, Fernando Luiz
P.
 Paim, Antônio
 Paranhos, José Maria da Silva
 Parobé, José Pereira J.
 Peacock, Georg
 Peirce, Charles Sander
 Peixoto, Floriano
 Peixoto, Manoel Maria Pinto
 Pereira, G. A.
 Pereira, J. F.
 Pessoa, Epitácio
 Petit, Alexis Thérèse
 Pezat, Paulo
 Philippe, Hippolite Aché
 Pinto, Alfredo Clemente
 Pinho, Felipe de Araújo
 Platão
 Poinsot, Louis
 Prado Junior, Caio
 Prony, Gaspard
R.
 Ramos, Theodoro Augusto
 Rego, Alfredo Moraes
 Rego, Antônio Gabriel Moraes
 Reis, Aarão Leal de Carvalho
 Renan, Joseph Ernest
 Reynaud, Hilaire Benoît
 Ribas, Antônio Antunes
 Ribeiro, Demétrio Nunes
 Ribeiro, Alarico
 Ribeiro, Claudio Costa.
 Riccati, Jacopo Francesco
 Robinet, Jean-François
 Rochet, Augusto
 Rosenfeld, Boris A.
 Rosental, M. M.
 Roxo, Belfors
S.
 Saint-Simon, Claude Henri
 Salgado Júnior, Alexandre Pereira

Salmon, Georg
 Sampaio, Carlos César de Oliveira.
 Sander, Hans-Joachim
 Santiago, Rodolpho
 Santo Junior, Espírito
 Santos Junior, Ezequiel Correa
 Sayão, Joaquim Manso
 Scholz, Erhard
 Schubring, Gert.
 Segonzac, Barthélemy-Charles Dunoyer
 Serres, Michel
 Severo, Alfredo
 Silva, Circe Mary Silva
 Silva, Clóvis Pereira
 Silva, F. M
 Silva, Heitor Lyra
 Silva, Hélió
 Silva, Jayme de Andrade
 Silva, Joaquim Carneiro
 Silva, J. M
 Silva, Otto de Alencar
 Smith, Adam
 Soares, Alfredo
 Sousa, Tarquínio
 Steenhagen, John
 Stirling, James
 Stockler, Francisco de Borja Garção
 Struik, Dirk
 Sylvestre, James Joseph

T.

Taine, Hippolyte Adolphe
 Taylor, Brook
 Teixeira, Francisco Gomes
 Tobias, José Antônio
 Torres, José Silva
 Torres, Tristão de Oliveira
 Tracy, Destutt
 Turgot, Anne Robert Jacques

V.

Valat, A. M.
 Valente, Wagner Rodrigues
 Vaux, Clotilde
 Verdenal, Rene
 Verney, Luís António
 Viana, Ferreira
 Vianna, Manoel
 Vieira, Damasceno

Villero, Augusto Ximeno
 Vinhas, Lybio
 Viveiros, Américo Duarte
W.
 Weierstrass, Karl
 Whitney, Hassier
X.
 Xavier, Agliberto

DADOS DA AUTORA

Circe Mary Silva da Silva nasceu em Itaqui (RS) em 1951. É licenciada em Matemática pela PUCRS; mestre em Matemática pela Universidade Federal Fluminense; doutora em Pedagogia pela Universidade de Bielefeld, Alemanha, professora aposentada do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo. Atualmente, é professora voluntária do Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas. Foi pesquisadora visitante do Instituto Max-Planck de História da Ciência, em Berlin. Publicou vários livros, entre eles: *Explorando as operações aritméticas com recursos da História da Matemática*; *História do ensino de engenharia no Espírito Santo: da Escola Politécnica ao Centro Tecnológico da UFES* e; *Matemática e Prática Cultural Indígena*. Investiga em Educação Matemática, História da Matemática e Diversidade Cultural.

A história da educação brasileira certamente tem muito a se enriquecer com a publicação da obra “A Matemática Positivista e sua difusão no Brasil”, escrita pela professora Dra. Circe Mary Silva da Silva, docente do Departamento de Didática e Prática de Ensino e do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro Pedagógico da UFES.

A pesquisa que deu origem ao presente livro, de um exemplar rigor científico, resgata a significativa influência da Filosofia Positivista de Auguste Comte no ensino da Matemática no Brasil, a partir do ano de 1810, quando da fundação da Academia Real Militar do Rio de Janeiro (época da transferência da Corte Portuguesa para o Brasil), até os anos 20 do presente século, no crepúsculo da Primeira República.

O estudo é iniciado com uma discussão dos fundamentos da Filosofia Positiva de Augusto Comte, destacando o papel social da ciência. A Matemática Positivista é discutida a partir de uma acurada análise do pensamento de Comte, contido principalmente em suas obras: *Filosofia Positiva* (1830–1842) e *Traité Élémentaire de Géométrie Analytique à deux et trois Dimensions* (1843).

Além do pensamento do próprio Comte, a autora se vale, para o desenvolvimento de suas análises, de reflexões dos principais comentaristas e críticos da obra daquele autor: Levy Bruhl, Brunschwig, Bachelard, Serres, Verdenal e Fraser.

Como não poderia deixar de ser, o cerne da obra é o resgate da história da matemática positivista no Brasil, cuja gênese remonta à reforma da Universidade de Coimbra, realizada pelo Marquês de Pombal, e a disseminação das ideias de Luís Antônio Verney, que resultou na elaboração dos Estatutos da Universidade de Coimbra (1772).

Através da obra matemática de matemáticos positivistas brasileiros, dentre os quais encontramos: Muniz de Aragão, Benjamin Constant, Teixeira Mendes, Roberto Trompowsky, Licínio Cardoso e Demétrio Ribeiro, a autora reconstrói a história desse momento significativo da história da educação brasileira que foi o desenvolvimento da matemática via o pensamento cientifista subjacente à Filosofia Positivista de Augusto Comte.

Estudo muito bem vindo para historiadores da educação, professores de matemática e para todos que desejam conhecer melhor a evolução da história da educação brasileira.

Prof. Dr. João Eudes R. Pinheiro

PPGE/CP/UFES